Linnemann pinx. Quackenbr. C. Fritz sc. Osnabr. 1775

Christian Ludolph Reinhold
der Weltweisheit Doktor und freyen Künste Magister,
Lehrer der Mathematik und bildenden Künste
an dem Osnabrückischen Gymnasium

GEOMETRIA FORENSIS
oder
die aufs Recht angewandte
Meßkunst

Erster Theil

welcher
die reine Geometrie
über und unter der Erde, wie auch
auf dem Wasser, enthält.

Mit acht und dreißig Kupfern.

Münster,
bey Philipp Heinrich Perrenon. 1781.

Dem

Wohlgebohrnen Herrn

Herrn

Abraham Gotthelf Kåstner

Königlich Großbrit. Churfürstl. Braunschweigischen Hofrathe und Professorn der Georg August Universität zu Göttingen

gewidmet.

Vorrede.

Dieser erste Theil der aufs Recht angewandten Geometrie enthält die reine Meßkunst, mit dem Zusatze, daß darinn nicht allein die Theorie verschiedener im gemeinen Leben sowohl als auch in allen Künsten und Wissenschaften vorkommender Fälle, den Grundwahrheiten nach, enthalten seyn; sondern es findet sich auch die praktische Ausführung der Meßkunst über und unter der Erde, wie auch auf dem Schiffe mit dem englischen Spiegeloctanten, darinn. Besonders aber enthält dieser Theil diejenigen mathematisch-geometrischen Wahrheiten, die den juristischen Wahrheiten, die in dem zweyten Theile dieses Werks enthalten sind, nöthig waren, um ihn verstehen zu können; welche auch nöthig waren, um mich bequem auf ein oder andere mathematische Wahrheit beym Beweisen berufen zu können.

Ich hätte hierzu nun freylich bereits in der Menge vorhandene geometrische Werke wählen können; allein dann hätte ich einen jeden, der die aufs Recht angewandte Geometrie anlegen wollte, in die Verlegenheit gesetzt, daß er sich zuvor eine geometrische Bibliothek anschaffen

müssen,

müssen, weil ich in keinem einzeln Werke zusammen, vieles gar nicht angetroffen habe, was meiner Nothwendigkeit und Absichten entsprach.

Ich hätte auch die mathematischen einzelnen Sätze in dem applicaten Theile mit durchflechten können; allein denn befürchtete ich, daß manchen in der mathematischen Sprache ungeübten Leser daselbst der Fade gerissen und verlohren gegangen wäre, wo er die Zeichen + — = ∽ erblickt hätte.

Ob nun zwar dieser erste Theil mit dem zweyten zusammen hängt, wie Grund und Schluß, besonders wenn man nicht lieber zugiebt als nachforschet; so habe ich jedoch denselben so ein-

eingerichtet, daß er auch ohne den zweyten Theil für einen jedweden andern Kunst- und Wahrheitsliebenden nicht Juristen, ja sogar zum öffentlichen Vortrage, brauchbar ist: denn die Elemente oder Theorien einer Wissenschaft sind einfach, ihre Anwendungen aber unendlichfach.

Osnabrück, den 13ten Januar 1781.

Der Verfasser.

Allge-

Allgemeine
Gründe der Mathematik.

Erklärung
was die Mathematik sey.

§. 1.

Die Mathematik [Mathesis] ist die Erfindung der ausgedehnten und nicht ausgedehnten Grössen.

Erklärung
was durch ein Ding in der Mathematik verstanden werde.

§. 2. Ein jedes, was ist oder möglich seyn kann, und dessen Wesen in die Sinne und den Verstand fällt, nennet man ein Ding. [Ens est possibilitas rerum.]

Zusatz 1.

Also ist der Körper sowohl ein Ding als sein Raum, den er einnimmt. [Corpus est extensio & ens.]

Zusatz 2.

Also ist die Geschwindigkeit sowohl als auch die Begebenheiten unter die Dinge zu rechnen. [Celeritas & rerum casus, est ens.]

Erklärung,
was Merkmale sind.

§. 3. **Merkmale** [Charesteres] sind die Eigenschaften der Dinge, die man an ihnen wahrnimmt; wodurch man sie erkennen und verschiedene von einander unterscheiden kann.

Erklärung,
was eine Grösse sey.

§. 4. Dasjenige Ding, worinn man Theile wahrnehmen kann, nennet man eine **Grösse.** [Quantitas vel Magnitudo.]

Zusatz.

Da man nun in dem **Raume** [Extensio] sowohl als auch in der Zeit [Tempus] Theile wahrnehmen kann; so sind beyde eine Grösse.

Erklärung,
woran die Ausdehnung und Grösse zu erkennen sey.

§. 5. Die Grenzen [Notiones] eines Dinges nennet man die Ausdehnung, und die Vielheit seiner Theile seine **Grösse.**

Erklä-

Erklärung,

was einerley Dinge, und Dinge von einerley Art sind.

§. 6. **Einerley Dinge** [Eadem] sind solche, die man mit einander verwechseln kann. Verschiedene [Diversa] sind, womit man dieses nicht kann. Hingegen

Dinge von einerley Art sind Dinge, die einerley Merkmale haben, und womit man einen gemeinschaftlichen Begriff verknüpfen kann.

Zusatz.

Also können Dinge von einerley Art gleich und ähnlich seyn.

Erklärung.

§. 7. Die Merkmale in einer Grösse, als Grösse, sind zweyerley.

1. **Die Ausdehnung.** [Extensio.]
2. **Die Vielheit seiner Theile oder Grösse.** [Quantitas.]

Erklärung,

was Aehnlichkeit sey.

§. 8. **Die Aehnlichkeit** [Similitudo] ist die Uebereinstimmung der Merkmale in verschiedenen Ausdehnungen. Und wenn verschiedene Dinge [Similia] für Aehnlich gehalten werden: so kommt den Merkmalen ein gemeinschaftlicher Sachname zu. Das Zeichen der Aehnlichkeit ist $\backsim$. [Signum similitudinis.]

Lehrsatz.

§. 9. In Erklärung der Dinge legt man jedem Merkmale einen Sach-Namen [Nomen reale] bey. Dieser Sach-Name ist so lange Willkührlich bis er angenommen ist; ist er aber einmal angenommen, so macht er einen Begriff von einem Dinge, und denn ist er nothwendig. Will man daher von zwey ähnlichen Dingen einerley Begriff machen: so muß man sich von beyden Merkmalen einerley Namen bedienen. Z. E. wenn ich jemanden den Begriff machen wolte, daß das Thier, was ich gesehen, ein Löwe gewesen wäre: so müste ich ihm die Merkmale aller Löwen erst beschreiben oder zeichnen, und alsdenn sagen: das Thier, was ich gesehen habe, sahe eben so aus; dann habe ich die Aehnlichkeit dargethan.

Zusatz.

Man siehet leicht, daß es hier auf die Größe oder Vielheit der Theile nicht ankömmt; denn der Löwe, welchen ich gesehen habe, kann klein auch groß gewesen seyn.

Erklärung,

was Gleichheit der Dinge sey.

§. 10. Dinge, die man in Ansehung ihrer Vielheit der Theile für einerley halten kann, nennet man gleiche Dinge [Entia aequalia]. Das Zeichen ist =. [Signum aequalitatis.]

Das Zeichen der Ungleichheit ist > [Signum congruentiae] oder <, also, daß die Oefnung nach dem grössern Theile zeiget. Z. E. a > b heißt; a ist grösser als b.

Zusatz.

Zusatz.

Also kann man, bey den ausgedehnten Grössen zweyerley Begriffe haben; nemlich den Begriff der Aehnlichkeit, ferner, den Begriff der Gleichheit und Ungleichheit.

Da nun der Begriff der Dinge, dessen Art gegen einander bestimmt werden soll, in der Ausdehnung und Grösse bestehet (§. 5.), so können ähnliche Dinge sowohl als gleiche Dinge von einerley Art seyn. (§. 8. und 10.)

Erklärung,

was Vergleichen sey.

§. 11. Die Untersuchung, ob zwey Dinge gleich oder ähnlich sind, nennet man in der Mathematik **vergleichen**. [Aequare vel comparare.]

Erklärung,

was Verhältniß sey.

§. 12. Findet man bey der Vergleichung zweyer Dinge, daß ihre Merkmale überein kommen und ihre Grösse verschieden sind; so sagt man, daß die Dinge ein **Verhältniß** [Ratio] gegen einander haben.

Erklärung,

was gleichnamige Dinge sind.

§. 13. Die Merkmale des gesehenen Löwen (§. 9.) sind seine Gliedmaßen. Gesetzt nun, der Löwe wäre halb so groß gewesen, wie ein ordinairer Löwe zu seyn pflegt: so müssen auch seine Gliedmaßen dieses Verhältniß haben,

(§. 12.), oder er ist kein Löwe, sondern ein Monstrum von einem Löwen gewesen. Hieraus siehet man, daß die Aehnlichkeit blos den Merkmalen und nicht der Anzahl der Theile angehet; ferner, da auch dazu erfordert wird, daß, wenn dieser Löwe eine Aehnlichkeit mit andern haben soll, seinen Merkmalen auch einerley Sachnamen zukomme oder zugeeignet werden müsse. Z. E. Die Nase muß eine Löwennase; die Klauen müssen Löwenklauen u. s. w. seyn: so folget, daß in ähnlichen Dingen die Merkmale gleichnamig seyn müssen.

Lehrsatz.

Aehnliche Dinge können gleich und ungleich seyn.

§. 14. In Ansehung der Gleichheit hat es eine andere Beschaffenheit, da nemlich die Gleichheit nicht allemal ein und eben dieselbe Ausdehnung erfordert; denn z. E. ein Ducate ist demjenigen Silber-Gelde gleich, wofür man ihn einwechseln kann. Daher können Dinge von einerley Art unter einem besondern Begriffe ähnlich und gleich seyn, auch unähnlich und doch gleich seyn.

Erklärung,

Die Aehnlichkeit bey nicht ausgedehnten Grössen.

§. 15. Bey nicht ausgedehnten Grössen, als z. E. bey den Kräften der Dinge, bey den Begebenheiten, sind diejenigen ähnlich, die auf einerley Art würken. Z. E. Druck und Stoß, u. s. w. sind ähnliche Dinge.

Erklärung.

Die Gleichheit bey nicht ausgedehnten Grössen.

§. 16. Die Gleichheit ist bey nicht ausgedehnten Grössen die Uebereinstimmung der Würkung oder die Begebenheiten. Z. E. Wenn durch eine geschwinde Begebenheit das nemliche gewürket wird, was durch eine langsamere in derselben Zeit ebenfals gewürket werden kann, und umgekehrt.

Grundsatz.

§. 17. Alle Dinge sind sich selber gleich und ähnlich.

Grundsatz 2.

Das Ganze bestehet aus gleichen Theilen, wenn es aus gleichen zusammen gesetzt worden.

Grundsatz 3.

Alle Theile einer Grösse zusammen genommen machen diese Grösse aus, und die ganze Grösse macht seine Theile wiederum aus.

Grundsatz 4.

Die ganze Grösse, und ein oder etliche Theile davon sind ungleiche Dinge.

Grundsatz 5.

Wenn man Gleiches zu Gleichen thut, so bekömmt man Gleiches; fügt man hingegen

Gleiches zu Ungleichen, so bekömmt man eine ungleiche Summe.

Grundsatz 6.

Wenn man zu einem grössern und kleinern Dinge Gleiches fügt, so ist die Summa des ersten grösser wie des leztern.

Grundsatz 7.

Wenn man Gleiches von Gleichem nimmt, so bleibt Gleiches übrig.

Grundsatz 8.

Wenn man ein grösseres und kleineres Ding mit ein und eben demselben Dinge ausmisset, so läßt das grössere Ding den grösseren Rest übrig.

Grundsatz 9.

Das Ganze ist grösser als ein jeder von seinen Theilen, und ein jeder Theil ist kleiner als das Ganze.

Erklärung,

was Ursach und Würkung.

§. 18. Die Art wie und wodurch ein Ding entstehet, heißt der Grund oder die Ursache des Dinges, das entstandene Ding aber die Würkung.

Grund-

Grundsatz.

§. 19. Gleiche Ursachen geben gleiche Würkungen, und ähnliche Ursachen geben ähnliche Würkungen.

Erklärung,

was Zeugen und Zeugungsglieder sind.

§. 20. Die Entstehungsart eines Dinges nennet man in der Mathematik die **Zeugung** [Generare], und die Dinge, wodurch ein Ding entstanden, heißen die **Glieder der Zeugung**.

Zusatz 1.

Man nennet daher zwey Dinge **gleichartig** [homogenea], wenn sie auf einerley Art gezeuget werden, und wenn ihre Theile aus einerley Art bestehen.

Zusatz 2.

Ungleichartige Dinge [heteregenea] also sind solche, deren Bestandtheile verschieden sind.

Zusatz 3.

Die Anzahl der Dinge kann man, als Vielheiten genommen, sowohl mit einander vermehren als auch vermindern; hingegen kann man mit ungleichartigen Dingen dieses nicht thun, wenn sie nicht vorher entweder würklich oder durch den Verstand zu gleichartigen Dingen gemacht worden.

Lehrsatz.

§. 21. Ist das Vermögen der Vielheit oder der Anzahlen zweyer zeugenden Dinge gleich; so zeugen diese Dinge unter einerley Bestimmung auf gleiche Anzahlen der Dinge. Ist aber die Vielheit der Theile der zeugenden Dinge ungleich, hingegen die Merkmale derselben gleich; so zeugen diese beyden Dinge ähnliche Dinge.

Beweiß.

Das gleiche Vermögen zweyer Dinge sind die Glieder der Zeugung (§. 20.); da nun die Glieder der Zeugung vor der Zeugung hergehen, und ihr Wesen ausmachen sollen, so sind sie die Ursache. Gleiche Ursachen geben gleiche Würkungen; daher würket das Vermögen der Vielheit oder der Anzahl der Dinge unter einerley Bestimmung auch gleiche Dinge. W. Z. W. Dinge, die einerley Merkmale haben, sind einander ähnlich (§. 8.); mithin ist die Aehnlichkeit allhier die Ursache. Einerley Ursachen geben einerley Würkung: also geben auch ähnliche Ursachen ähnliche Würkungen; mithin werden auch ähnliche Dinge durch ähnliche Dinge gezeuget. W. D. A. U. Z. E. W.

Zusatz.

Daher der Satz: **was auf einerley Art gezeuget worden, ist einander ähnlich** (§. 10.) **und gleich.** Ueberhaupt verhält sich dieses wie Grund und Schluß.

Erklä-

Erklärung,

was eine Anzahl.

§. 22. Dinge von einerley Art zusammen genommen machen eine Anzahl aus, [Multitudo v. res quanta] und man legt diesen Dingen auch eine Grösse bey.

Erklärung,

was Einheit sey.

§. 23. Wenn man in einer Grösse eine Anzahl gleicher und ähnlicher Dinge wahrnehmen kann, und man nimmt eines von denselben an: so nennet man dieses eine **Einheit.** [Unitas].

Zusatz.

Daher kann die Einheit in verschiedenen Dingen verschieden seyn; in ein und eben demselben Dinge aber müssen sie Dinge von einerley Art unter sich mit dem Ganzen seyn: unter sich aber ähnlich, wenn man von ihnen auf die Aehnlichkeit schliessen will, hingegen gleich, wenn man von ihnen auf die Gleichheit schliessen will.

Erklärung.

§. 24. Das unendlich Kleine einer Ausdehnung, mit dem Wesen eines Dinges zusammen genommen, kann man das **Element** [Elementum] eines Dinges nennen.

Erklärung,

was man unendlich groß oder unendlich klein nennet.

§. 25. Eine **endliche Grösse** [Quantitas finita] nennet man diejenige, worin man die

Anzahl

Anzahl der Einheiten vermögend zu bestimmen ist. Eine **unendliche Grösse** [Quantitas infinita] hingegen heißt man diejenige, wo man wegen der Vielheit der Einheiten sie nicht bestimmen kann.

Zusatz.

Eine unendliche Grösse ist ein so geringer Theil einer endlichen Grösse, daß dieser Theil, man mag ihn zu der Stammgrösse addiren oder subtrahiren, keine Unrichtigkeit im Resultat verursachet. Ein Theilchen der Ausdünstung von einem Gran Ambra ist unendlich klein, und die Dicke eines Haars ist ein unendlich kleiner Theil, wenn man ihn zu der Länge einer Meile addirt. Ob nun gleich alle diese kleine Theile ein wahres Gewicht haben: so kann man doch nicht sagen, daß sie das Gewicht oder die Länge merklich vergrössert haben.

Was das Metalstäubchen gegen die Cartaune ist, das ist die Cartaune gegen einen Berg, und der Berg gegen eine Last der Erde, und die Meile gegen den Abstand der Fixsternen.

Erklärung
der ausgedehnten und nicht ausgedehnten Grössen.

§. 26. Die Art, wie die Theile einer Grösse mit einander verknüpfet sind, ist zweyerley; als entweder

1. zugleich würklich, [Partes simultaneae]
2. oder sie folgen in ihrer Würklichkeit auf einander. [Partes successivae].

Im

Im ersten Falle nennet man die Grössen ausgedehnet, und im zweiten, nicht ausgedehnet.

Erklärung.

§. 27. Man kann das Wesen der Grössen auf zweyerley Art betrachten:

I) **In Rücksicht auf die Art der Dinge durch ihre Merkmale bey der Ausdehnung.** [Materiae.]

II) **In Rücksicht auf die verschiedene Arten der Theile und ihrer Anzahl.** [Partium.]

§. 28. Die erste Abtheilung zerfällt in folgende zwey Theile:

1. Wie die Dinge allen übrigen gemein sind, ohne Verbindung des Materiellen. Z. E. Wenn man die Länge nicht bloß auf eine Linie, sondern auf die Zeit u. s. w. anwendet. Diese Betrachtung nennet man **pur, reine, abstrakt,** und daher der Theil der Mathematik, welcher dieses behandelt, heißet die **reine Mathematik.**
2. Oder wie es diesem oder jenem Dinge besonders zukommt, d. i. mit der Verbindung des Materiellen und Formellen einer Sache. Z. E. die Breite eines Flusses ist eine Linie; die Oberfläche bestimmet die Grösse einer Wiese. Zwanzig Pfund Bley sind leichter wie ein Loth Gold u. s. w. Diese Betrachtung nennet man **vermischt** oder **concret.** Daher heißt der Theil

der

der Mathematik, worin Grössen auf etwas angewandt werden, die **angewandte Mathematik.**

§. 29. Die zwote Abtheilung fällt in folgende drey Theile:

1. Indem die Theile entweder in einem Stücke oder ununterbrochen fortgehen, ohne besondere Merkmale, wo ein Theil aufhöret, und der andere wieder anfängt; z. E. eine Linie oder die Zeit, dieses nennet man **ausgedehnte Grössen, auch ununterbrochene Grössen.** [Quantitas finita s. magnitudo extensa].

2. Oder die Theile sind bereits ausser einander befindlich, so daß man andere dazwischen setzen kann; wie z. E. ein Klumpen Gold, eine Heerde Vieh, u. d. g. solche Grössen heißen Anzahlen oder **unterbrochene Grössen.** [Quantitas discreta vel interrupta.]

3. Bey nicht ausgedehnten Grössen folgen die Theile in ihrer Würklichkeit auf einander, oder sie sind zugleich würklich und unzertrennbar; wie z. E. die Zeit und die Kräfte der Dinge.

Erklärung.

§. 30. Die verschiedenen Grössen bestimmen auch die verschiedenen Theile der Mathematik; daher theilt sie sich nach (§. 28.) in zwey Theile.

1. In die Reine,

2. in

2. in die Vermischte;

und die Reine nach (§. 29.) in drey Theile:

1. In die Anzahl,
2. in die ausgedehnten Grössen,
3. in die nicht ausgedehnten Grössen.

Erklärung

der Rechenkunst.

§. 31. In derjenigen Wissenschaft, wo man die Anzahlen erkennen lernt, vergleicht man Anzahl gegen Anzahl und nennet es calculiren oder rechnen. Die Kunst, in ihrem ganzen Umfange, die Rechenkunst. [Arithmetica].

Erklärung

der Geometrie.

§. 32. In derjenigen Wissenschaft, wo man die ausgedehnten Grössen erfinden lernt, vergleicht man Ausdehnungen gegen Ausdehnungen, und Merkmale gegen Merkmale, und nennet sie die Geometrie. [Geometria].

Erklärung

der Chronodynamik. (Chronodynamica.)

§. 33. In demjenigen Theile der Mathematik, wo man nicht ausgedehnte Grössen gegen einander vergleicht, gebraucht man Zeiten und Würkungen, und nennet es Chronodynamik.

Erklärung
der Theile der angebrachten Mathematik.

§. 34. Die angewandte Mathematik [Mathesis applicata] ist die Wissenschaft, die vermischten Grössen deutlich zu erkennen (§. 28.) So vielerley daher die vermischte Grösse ist, so vielerley muß auch die vermischte Mathematik seyn. Da es nun unendlich viele Arten der Dinge giebet, ja fast alles, was wir in der Welt antreffen, aus Figur und Grösse bestehet, so kann die vermischte Mathematik auch auf unendlich viele Dinge angewandt werden. Also giebet es so viele Theile der angewandten Mathematik, als es Wissenschaften und Künste giebet, die mit Grössen und deren Wesen umgehen.

Die
Gründe der Geometrie.

Nota. Die angeführten Buchstaben A. G. beziehen sich auf die §§. der voran geschickten Allgemeinen Gründe der Mathematik.

Erklärung
der Geometrie.

§. 1.

Die Geometrie [Geometria] ist eine Wissenschaft, die Grössen derjenigen Dinge, die einer Ausdehnung fähig sind, zu erfinden.

Erklärung,
woran man die Dinge in der Geometrie erkennen und unterscheiden könne.

§. 2. Die Ausdehnungen als Ausdehnungen erkennet man an ihren Merkmalen, und dieses nennet man das Formelle [Formalitas] eines Dinges. Hingegen die Grösse als Grösse erkennet man durch die Anzahl der Theile, und dieses heißt das Materielle [Materialitas] eines Dinges.

Zusatz.

Da nun ein jedes Ding, was man in der Geometrie erweget, diese Eigenschaften haben muß; so sind dieses die Kennzeichen [Characteres entium] der Dinge.

Erklärung,

vom Punkte.

§. 3. Man kan den **Punkt** [Punctum sive nota] unfigürlich ohne alle Grösse annehmen, und alsdenn bestehet er nur in dem Anfange oder Ende eines Dinges, oder in dem menschlichen Verstande. Z. E. wenn man eine Fläche
*Tab.*I. Tab I. Fig. 11. durch die Linien a c und d b
*Fig.*11. zerschneidet: so ist diese Trennung in e ein Punkt von keiner Grösse, weil den Theilen dadurch nichts abgegangen ist.

Zusatz.

Es hat seinen Nutzen, wenn man den Punkt ohne Figur und Grösse annimmt, und zwar in dem reinen Begriffe der Zeugung der ausgedehnten Grössen. Besonders wenn man erwegt, daß der Punkt etwas würkliches aber nichts wesentliches ist; daher auch alle Punkte sich gleich und ähnlich seyn können.

Erklärung,

der concrete Begriff von der Ausdehnung.

§. 4. Die ununterbrochenen Grössen (§. 26. A. G.) benennet man auf einmal mit dem Ausdrucke

drucke Ausdehnung. Man begreift aber insgemein darunter Linien, Flächen und Körper.

Erklärung,

wie man abstrakt und concret die Dinge in der Geometrie nennet.

§. 5. Die Linien [Linea] oder Längen [Longitudo] nennet man einfache Ausdehnungen; die Flächen, zweyfache Ausdehnungen, und die Körper dreyfache Ausdehnungen.

Lehrsatz.

§. 6. Von einem Punkte läßt sich der Anfang aller Ausdehnungen gedenken; und so wie er seine Direction vervielfältiget: so entstehen auch verschiedene Ausdehnungen.

Beweiß.

Man gedenke sich einen Punkt (§. 3.); bewegt sich dieser nach Einer Richtung: so hat er eine Länge ohne alle Dicke beschrieben, mithin eine einfache Ausdehnung gezeugt (§. 5.). Bewegt sich die Linie mit ihrer Länge nach einer den Endpunkten entgegen gesetzten Direction: so hinterläßt ihre Spur eine Fläche. Bewegt sich die ganze Fläche nach der Richtung ihrer Fläche: so hinterläßt ihre Spur eine Ausdehnung, worin ein Körper Raum hat. Da nun die Linie aus einem Punkte, die Fläche aus einer Linie, der Körper aus einer Fläche erzeuget werden: so ist der Punkt der Anfang aller Ausdehnungen; und seine verschiedene Richtungen zeugen verschiedene Ausdehnungen W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Also ist umgekehrt: die Trennung einer Linie oder Länge, ein Punkt [Terminus lineae est punctum]; die Trennung einer Fläche, eine Linie [Terminus superficiei est linea]; die Trennung eines Körpers, eine Fläche. [Terminus solidi est superficies.]

Zusatz 2.

Wenn man den Punkt als das Element der Ausdehnungen betrachtet: so folget, daß er nicht blos mit ausgedehnten Grössen, z. E. Körpern, sondern auch mit nicht ausgedehnten eine Aehnlichkeit habe. Daher kann man den Anfang aller Begebenheiten sowohl einen Punkt nennen, als den Anfang der einfachen Ausdehnung, d. i. der Länge. In der **Chronodynamik** wird dieses deutlicher erkläret. [Longitudo (genetice definita) est extensum.]

Zusatz 3.

Man kann also ungleichartige Dinge oder Ausdehnungen gegen oder mit einander vergleichen und berechnen; z. E. die Zeit nach Linien, und umgekehrt, wie man denn im gemeinen Wesen auch solches oft thut, wenn man spricht: eine

eine Meile ist zwey Stunde lang. In den algebraischen Aequationen geschiehet dieses noch häufiger.

Erklärung,

was Wissenschaft und Kunst sey.

§. 7. Wenn der Verstand die Hülfsmittel der Sinne bey der Ausübung gebraucht: so nennet man diese Mittel **mechanische.** Die würkliche Ausführung des Verstandes ist also der mechanische Theil einer Wissenschaft, und in dieser Rücksicht ist die Geometrie eine **Kunst;** in Rücksicht des Verstandes aber eine **Wissenschaft.** Daher sagt man: Theoria est scientia, Praxis autem ars est.

Zusatz 1.

Da nun die Geometrie sich immer mit beyden beschäftigen muß, so hat man sowohl ihren künstlichen Theil, als ihren wissenschaftlichen nöthig; und ist daher die Geometrie sowohl eine Kunst als auch eine Wissenschaft.

Zusatz 2.

Der Verstand kann urtheilen; hat er daher die Fähigkeit, die Ursachen eines Dinges anzugeben: so kann man ihm die Wissenschaft zueignen. Ist der mechanische Theil allein: so ist dieses blos Kunst, oder nur ein Kunststück. **Der wahre Unterscheid verhält sich wie die Sinne zum Verstande;** und bey den Philosophen heißt es: Theoreticus tantum est Homo Philosophus.

Erklärung.

Der Unterscheid zwischen einem mathematischen und physischen Punkte.

§. 8. Weil die Sinne die Werkzeuge des Verstandes sind; jene aber von diesen lediglich abhangen: so erdenkt der Verstand Hülfsmittel, den Sinnen zu Hülfe zu kommen. Diese Hülfsmittel sind insgemein Zeichen oder Bilder, womit der Verstand das Materielle oder Formelle verknüpfet (§. 2.). Man macht daher in der Geometrie da einen sichtbaren Punkt hin, wo ein unsichtbarer mathematischer (§. 3.) stehen sollte. Bewegt man nun diesen Punkt fort, so hat man eine **Linie** (Linea), woran man sinnlich keine Breite und Dicke wahrnehmen kann.

Erklärung,

von der geraden und krummen Linie.

§. 9. Behält ein Punkt, indem er sich bewegt, einerley Richtung: so beschreibt er die kürzeste Linie, die sich zwischen seinem Anfang und Ende gedenken läßt; und dieses nennet man eine **gerade Linie** [Recta Linea]. Verändert er aber seine Richtung links, rechts oder unterwerts, so nennet man es eine **krumme Linie** [Linea curva].

Zusatz.

Also bestimmet die gerade Linie die wahre Entfernung der Dinge.

Grundsatz.

Also ist es ein Grundsatz, daß nur eine gerade Linie zwischen zwey Punkte gezogen werden kann.

Erklärung,

von dem Maasse.

§. 10. **Maaß** [Mensura] ist eine bestimmte Grösse, welche man annimmt, eine andere von der nemlichen Art dadurch zu bestimmen, oder auszumessen, und ihren Inhalt darnach auszusprechen. Das ist: zu sagen, wie vielmal die zum Maasse angenommene Grösse in der gegebenen zu finden sey. Man soll also eine Vergleichung anstellen, wenn man mit einem Maasse etwas bestimmen will; daher das Maaß und die zu messende Grösse, Dinge von einerley Art seyn müssen; und also ist eine gewisse gerade Linie, als das Maaß von geradlinichten Grössen, anzunehmen.

Zusatz 1.

Weil die Theile der geraden Linie, eben so, wie die ganze gerade Linie, auf eine ähnliche Art gezeuget werden (§. 8.): so sind nicht allein diese Theile unter sich ähnlich, sondern ein jeder Theil ist auch dem Ganzen ähnlich.

Zusatz 2.

Also sind alle Längen ähnlich; z. E. der Zoll dem Fuße, der Fuß der Ruthe, die Ruthe der Meile, u. s. w.

Zusatz 3.

Also ist auch ein kleineres Längen-Maaß dem grössern ähnlich, und umgekehrt. Wenn daher ein grösseres Maaß etwas zeuget, welches eine Gleichheit mit einem kleinern hat, (und ein kleines zeuget auf die nemliche Art wie das grosse) so sind die gezeugten Dinge ähnliche Dinge, und die Anzahl der Dinge sind nach jedem Maasse gleich. (§. 21. A. G.) Dieses ist der Grund der Feldmesser-Kunst.

Zusatz 4.

Also sind die Theile der krummen Linie verschiedener Art, weil ihre Zeugung verschieden ist. (§. 9.)

Zusatz 5.

Man kann daher durch die Aehnlichkeit die Dinge bestimmen, und einem andern einen Begriff von einer Grösse machen, wenn man von einer ähnlichen Einheit auf das Ganze schließt; das ist, wenn man sagen kann: wie viel bekannte Einheiten ein Ding in sich enthält; und dieses nennt man **Messen**. [Metiri.]

Lehrsatz.

§. 11. Figuren, womit man gegen einander eine Vergleichung anstellen will, müssen Figuren von einerley Art und ähnlich seyn. (§. 11. A. G.) Und wenn man von diesen gegen einander ein Verhältniß sucht: so müssen

müssen die Merkmale gleich sachnamig seyn, wenn die Figuren ähnlich seyn sollen.

Beweiß.

Will man untersuchen, ob die beyden Figuren Tab. IV. Fig. 35 und 36. Dinge von einerley Art sind: so findet man an beyden, daß sie Flächen sind; mithin haben sie diesen Hauptbegriff mit einander gemein; mithin sind sie Dinge von einerley Art. (§. 6. A. G.) W. D. E. W. Die Linien A. B. C. sind gleich lange Linien der 35sten Figur; und die Linien a. b. c. sind gleich lange Linien der 36sten Figur; und eine jede Figur hat drey Winkel. Da dieses nun die Merkmale der beyden Figuren sind; die Länge der Linien aber ihren Sachnamen ausmacht, dieser aber bey beyden einerley ist: so sind die Merkmale gleich. Gleiche Merkmale geben ähnliche Dinge. (§. 8. A. G.) W. Z. E. W. *Tab. IV. Fig. 35. 36.*

Anmerkung.

Wenn man Linien, Flächen oder Körper gegen Zeit, Kräfte, Begebenheiten oder Räume vergleicht: so hebt dieses den Satz der Dinge von einerley Art nicht auf; denn es kommt hier alsdenn hauptsächlich in Frage: wie diese Dinge erzeuget worden? Z. E. auf eine einfache, zweyfache oder dreyfache Art. (§. 6. Zusatz 3.) Diese macht sie zu ähnlichen oder Dingen von einerley Art, jedoch in Abstrakto, d. i. vergleichungsweise. (§. 23. N. 1. A. G.)

Erklärung.

Die Theile einer Cirkel-Linie.

§. 12. Wenn ein Punkt sich in einer beständig gleichen Entfernung um einen andern festen bewegt: so heißt dieses ein **Kreiß** oder Cirkel-Linie. [Peripheria.] Die Linie von dem festen Punkte [Centrum] bis an den bewegenden beschreibt durch ihre zurückgelassene Spur eine Cirkel-Fläche. Diese Linie heißt der **halbe Durchmesser.** [Semidiameter, Radius.] Verlängert man diesen halben Durchmesser in gerader Linie bis an die Peripherie: so heißt solche der **Durchmesser.** [Diameter.] Eine jede andere Linie, die man in einen Zirkel ziehet, und die nicht durch das Centrum gehet, heißt eine **Sehne,** [Chorda] und die krumme Linie, die diese abschneidet, heißt ein Boge [Arcus.] Der Theil, den die Sehne von der Cirkel-Fläche schneidet, heißt einen Abschnitt [Segmentum], und den Theil, den zwey Radii aus den Cirkel schneiden, heißt man einen Ausschnitt. [Sector].

Grundsatz I.

Also sind alle halbe Durchmesser eines Cirkels einander gleich und ähnlich.

Zusatz.

Da alle Kreiß-Linien auf einerley Art gezeuget werden, so sind auch alle einander ähnlich.

Grund-

Grundsatz 2.

Weil der Diameter eine gerade Linie ist, und durch den Mittelpunkt des Cirkels gehet: so kann auf einer geraden Linie nicht mehr als ein halber Cirkel $= 180°$ beschrieben werden.

Erklärung,

was Verhältniß der Anzahl nach sey.

§. 13. Das Verhältniß zweyer Dinge [Ratio quantitatum] gegen einander ist die Anzahl der ähnlichen oder gleichen Theile, oder Einheiten des einen und des andern Dinges. Z. E. wenn $A = 4$ und $B = 8$, so sagt man A verhält sich zu B wie 4 zu 8. Man schreibt dieses durch zwey Punkte, z. E. also (:).

Lehrsatz.

§. 14. Wie zwey Figuren, die in einen gewissen Verhältniß stehen, zween andere zeugen: so behalten die gezeugten, in Rücksicht ihres Wesens, das nemliche Verhältniß gegen einander, welches die Dinge haben, woraus sie gezeuget worden sind.

Beweiß.

Wenn man nach einem grossen Maaßstabe eine Figur aufzeichnet; ferner eine andere Figur, die der ersten ähnlich ist, nach einem kleinern Maaßstabe entwirft: so kann man von dieser kleinern Figur, in Rücksicht des kleinern Maaßstabes, sagen, was man von der grossen Figur,

Figur, in Rücksicht des grössern Maaßstabes, sagen kann. Da nun die Maaßstäbe entweder gleich oder ungleich seyn: so haben sie im zwoten Fall ein Verhältniß gegen einander; ferner, da sie den Grund der Zeugung in sich enthalten: so folget aus einerley Grund einerley Würkung; (§. 19. A. G.) einerley Dinge müssen ähnliche Dinge seyn. (§. 6. A. G.) Derohalben

Zusatz 1.

Also kann man in der Meßkunst, in Rücksicht des kleinern Maaßstabes, von einer Figur auf dem Papiere sagen und projectiren, was sich von der nemlichen Figur auf dem Felde, in Ansehung der Grösse der Maasse, sagen und projectiren läßt.

Zusatz 2.

Wenn man daher eine Figur auf dem Papier nach einem kleinen Maaßstabe hat, die mit einer grössern im Felde ähnlich ist, so hält jene nach dem kleinern Maaßstabe so viel Morgen, Scheffel, Ruthen oder Fuß, wie die grosse nach dem grossen Maaßstabe.

Lehrsatz,

vom Unterscheid der Linien.

§. 15. Linien unterscheiden sich

1) entweder ihrem Verhältnisse nach, gegen einander; oder

2) ihrer Lage wegen, die sie unter sich haben.

Erklä-

Erklärung,

was Parallel- und Neigungs-Linien sind.

§. 16. Das erste (Art. 1. §. 15.) betrift ihre Ausdehnung oder Grösse. Im zweyten Fall sind Linien, die immer einerley Weite gegen einander behalten; **Parallel-Linien** [Lineae parallelae] Tab. I. Fig. 1. und ihr Zeichen ‖ dieses; oder es sind **Neigungs-Linien**, als a b und a c Fig. 4. [Lineae obliquae.] Tab. I. Fig. 1.

Erklärung,

wie Parallel-Linien gemacht werden.

§. 17. Parallel-Linien werden vermittelst zweyer Winkelmaasse gemacht, wovon eines a feste gehalten, und das andere b an der Seite c d bewegt wird, um zu e f so viel Parallel-Linien ziehen zu können, wie man will. Tab. I. Fig. 2. Wovon umständlicher in Leopold Theatro Arithmetico-Geometrico. Fig. 2.

Erklärung,

eines Winkels.

§. 18. Wenn zwey Linien a b und a c Fig. 4. also in einen Punkt zusammen stossen, daß ihre entgegengesetzte Ende b und c eine Neigung gegen einander behält, und die beyden Linien zusammengenommen eine gerade Linie ausmachen; so nennet man dieses einen Winkel. [Angulum.] Der Punkt a heißt die **Spitze**, der **Wirbel**, [Vertex] und die Fig. 4.

Linien

Linien a b und a c heissen die Schenkel. [Crurae.]

Daher also der Grundsatz:

Eine gerade Linie kann keinen Winkel ausmachen.

Erklärung,

woraus die Grösse eines Winkels zu beurtheilen sey.

§. 19. Je weiter die Schenkel von einander entfernet sind, desto grösser nennet man den Winkel, ohne auf die Länge der Schenkel selbst Rücksicht zu nehmen.

Zusatz.

Also ist Fig. 4. b a c grösser wie Fig. 5. b a c.

Grundsatz.

Alle Bogen, welche aus der Spitze eines Winkels innerhalb seiner Schenkel beschrieben werden, haben eine gleiche Anzahl Grade. Und wenn zwey Winkel einerley Maaß haben, so sind sie einander gleich, und haben auch einerley Grade.

Anmerkung.

Abstrakt.

Hypothesis.

Fig. 44. Tab. IV.

Ang. B = Menf. ang. b

Thesis.

Ang. B = b.

Demonstr.

Demonstr.

Ang. B = x
Ang. b = x
x = x

Ergo B = b
Q. E. D.

Willkürlicher Satz,

wie man einen Winkel ausdrückt.

§. 20. Da man einen Winkel mit drey Buchstaben ausdrücken muß, so hat man angenommen, daß man denjenigen, der an der Spitze stehet, allezeit in die Mitte setzet; z. E. b a c. Fig. 4. Man kann sie auch mit einem Buchstaben benennen, welchen man in die Mitte schreibt. Fig. 5. *Tab. I. Fig. 4. 5.*

Anmerkung.

Dieses hat seinen Nutzen bey Messung mit dem Astrolabio, davon in der Folge.

Erklärung,

was eine Perpendicularlinie und ein rechter Winkel sey?

§. 21. Neigt sich eine Linie a b Fig. 6. dergestalt auf einer andern geraden c d, daß von den halben Cirkelbogen e f g, e f = f g: so heißt die Linie a b eine **Perpendicularlinie** [Linea perpendicularis]. Und die beyden Winkel f b e und f b g heißen **rechte Winkel** [Angulus rectus], und sind einander gleich. Es ist jeder daher gleich einem Quadranten. *Fig. 6.*

Anmer-

Anmerkung.

Obigen Satz demonstrativisch.

Hypothesis.

a b est perpendicular ad c d.

Thesis.

Mens. ang. recti = quadranti.

Demonstratio.

a b est perpendicular ad c d.

Mens. ang. o = arcui e f. (§. 19.)

Mens. ang. x = arcui f g. (§. 19.)

Ergo Mens. ang. o + x = arcui e f g. (per Arithm.)

Arcus e f g = $\frac{1}{2}$ Circ. = 180° (§. 12. Ax. II.)

Mens. ang. o + x = 180°

o = x

Mens. ang. o = 90° dicitur rectus

Ergo Mens. ang. recti = 90°

90° = $\frac{1}{4}$ ab 360°, id est $\frac{1}{4}$ peripheriae

Ergo Mens. ang. recti = quadranti. Q. E. D.

Erklärung,

was ein stumpfer Winkel und scharfer Winkel sey.

Tab. I. *Fig.* 7. §. 22. Ist die Neigung der Linie a b Fig. 7. auf der Linie c d schief: so entstehen zweyerley Winkel, nemlich a b d und a b c. a b c heißt alsdenn ein **stumpfer Winkel** [Angulus obtusus], a b d hingegen heißt ein **scharfer Winkel** [Angulus acutus], und die beyden Winkel auf der geraden Linie machen zusammen 180°.

Anmer-

Anmerkung.

Obiges demonstrativisch.

Hypothesis.

cd = rectae

Thesis.

Mens. ang. $x + o = 180°$

Demonstr.

Ang. $x + o$ = arc. $nm + mp$.

$nm + mp = \frac{1}{2}$ Circ.

Ang. $x + o = \frac{1}{2}$ Circ.

$\frac{1}{2}$ Circ. $= 180$.

Ergo Mens. ang. $x + o = 180°$

Q. E. D.

Zusatz 1.

Also sind alle Winkel, welche kleiner sind als ein rechter, scharfe Winkel, und alle Winkel, die grösser sind als ein rechter, stumpfe Winkel. (§. 21.)

Zusatz 2.

Also läßt sich aus jeder Spitze eines Winkels eine Cirkel-Linie schlagen.

Zusatz 3.

Also schneidet ein jeder Cirkel, den man aus den Vertex des Winkels macht, dessen Schenkel gleich lang ab. (§. 12. Grundsatz.)

Zusatz 4.

Also kann man die Oeffnung eines jeden Winkels als einen Theil eines Cirkels ansehen.

Erklärung,

was ein Winkelmaaß [Norma] sey?

§. 23. Weil alle rechte Winkel einander gleich sind (§. 21.): so hat man ein allgemeines Maaß dazu verfertigen können, welches man das **Winkelmaaß** [Norma] nennet. (§. 17.) Welches man von Holz, Eisen oder Messing insgemein verfertigen läßt.

Lehrsatz

von der Cirkel-Linie.

§. 24. Weil alle Cirkel-Linien auf einerley Art gezeuget werden (§. 12.): so sind alle Cirkel einander ähnlich. (§. 20. A. G.) Also sind auch, wenn man verschiedene Cirkel-Linien in gleich viele Theile theilet, die Theile einander in einem gewissen Verhältniß (§. 13. Grunds.) und auch ähnlich.

Zeischung.

Man hat daher die Cirkel-Linie in 360 Theile oder gleiche Bogen getheilet, wovon die halbe
Peripherie [Semiperipheria] 180
der dritte Theil [Triens] = 120
der vierte = [Quadrans] = 90
der sechste = [Sextans] = 60
der achte = [Octans] = 45 Grad hält;
und also kann man, vermittelst dieses Maaßstabes, von einen kleinen Cirkel sagen, was man von einem grossen, in Rücksicht des Maaßstabes, sagen kann. (§. 14.)

Erklärung,

was ein Transporteur sey.

§. 25. Dieser Maaßstab ist mit den Namen Transporteur [Transportator] benennet; er macht allezeit einen halben Cirkel insgemein von Messing aus, und ist in 180 Theile, welche man Grade nennet, getheilet.

Anmerkung.

Man schreibt die Grade mit (°). Den sechszigsten Theil eines Grades mit (′) einem kleinen Striche, und nennet es Minuten (Minutum primum). Den sechszigsten Theil einer Minute mit (″) zwey Strichen, und heißt es Secunde (Minutum secundum). Diesemnach drückt man 3 Grad, 4 Minuten und 20 Secunden also aus 3° 4′ 20″. Diese Zahlen nennet man Sexagesimalzahlen.

Lehrsatz.

§. 26. Der Diameter theilet die Peripherie sowohl als auch die Cirkelfläche in zwey gleiche Theile. Tab. I. Fig. 3.

Beweiß.

Da keine gerade Linie ein Winkel seyn kann, (§. 18.) so würde es wider die Natur des Diameters seyn, wenn er ein Winkel wäre; er würde dadurch den Bogen A B C kleiner machen, wie den Bogen A D C: mithin wäre ein Grund vorhanden, warum A B C kleiner wäre wie A D C; da dieses nun nicht ist: so ist A B C = A D C W. Z. E. W. *Tab. I. Fig. 3.*

Lehrsatz,
vom Maaß der Winkel.

§. 27. Da man auf einer geraden Linie nicht mehr als 180 Grad beschreiben kann (§. 12.); die beyden Winkel Fig. 6. e o f und f x g aber einander gleich und rechte Winkel sind: so folgt, daß ein rechter Winkel allezeit 90° halten müsse (§. 21); ferner, daß ein stumpfer Winkel immer über 90° halte, ein scharfer hingegen allezeit unter 90° halten müsse. (§. 22.)

Zusatz.

Man kann also, vermöge des Transporteurs, (§. 25.) die Grösse der Winkel nach Graden bestimmen.

Anmerkung.

Die Minuten lassen sich unbequem mit den vorbeschriebenen Transporteur finden; man hat daher gradlinigte Transporteurs erfunden, davon an seinem Ort ein mehrers.

Erklärung,
was Nebenwinkel sind.

Tab. I. *Fig.* 8. §. 28. Wenn Winkel Fig. 7. einerley Spitze (b) und einen Schenkel a b gemein haben: so werden solche mit den gemeinschaftlichen Namen Anguli Contigui benennet. Z. E. a b c und a b d; auch Fig. 8. a b. Nebenwinkel auf einer geraden Linie heißen Anguli de inceps positi.

Erklärung,

was Scheitel-Winkel sind.

§. 29. Wenn Winkel in gerader Linie gegen einander über liegen, so heißt man sie Vertikal-Winkel [Anguli verticales], wie Fig. 9. a b und c d. Daher der *Tab.* I. *Fig.* 9.

Lehrsatz,

Daß alle Vertikal-Winkel einander gleich sind.

Beweiß.

c + b = 180° (§. 35.) a + c auch = 180. Nimmt man nun im ersten Fall c von 180: so bleibt b übrig; nimmt man c im andern Falle weg, bleibt a. Da man nun in beyden Fällen, welche gleich waren, gleiches weggenommen: so muß auch gleiches übrig bleiben; folglich ist a = b auch c = d.

Anmerkung.

Der vorige Beweiß anders.

Hypothesis.

Ang. a & b sunt Ang. verticales.

Thesis.

a = b

Demonstratio.

d + a = 180 (§. 22.)
d + b = 180 (§. 22.)

d + b = d + a (per Arithm.)
d d

Ergo b = a (per Arithm.)

Q. E. D.

Zusatz.

Also sind alle Winkel, die in einem Punkt zusammen stossen, vier Rechten oder 360° gleich.

Erklärung,

was eine Fläche sey.

§. 30. Wenn Linien also zusammenstossen, daß ihre äußern Punkte sich berühren, so schließen sie einen Raum ein; diese Figur nennet man eine Fläche [Superficies]. Die Linien selbst nennet man den Ummesser. [Perimeter.]

Lehrsatz.

§. 31. Durch den Perimeter läßt sich nicht der Inhalt einer Figur bestimmen.

Beweiß.

Tab. I. *Fig.* 10. 11. Da ein grösserer Perimeter einen kleinern Raum einschließen kann a b c d e f Fig. 10; hingegen ein kleinerer Perimeter einen grösseren Raum einschließen kann: so kann man von den Perimeter auf den Inhalt nicht schließen.

Erklärung,

was man unter Figur verstehet.

§. 32. Alle Merkmale, die man an einer ausgedehnten Grösse außerhalb wahrnimmt zusammen genommen, heissen eine Figur. [Figura.]

Erklä-

Erklärung,

was man durch das Maaß erfinden könne.

§. 33. Da das Maaß ein angenommener Theil, wodurch man unbekannte Grössen und Figuren zu bestimmen sucht, ist, (§. 10.) so kann man dadurch das Verhältniß der Dinge finden. (§. 13.)

Zusatz 1.

Da das Maaß mit demjenigen Dinge, welches man ausmessen will, einerley Art seyn muß (§. 10. Zusatz 5.): so kann man leicht begreiffen, daß es so vielerley Maaß giebet, so vielerley Arten Dinge es giebet. Daher hat man zu jeder Art Dinge ein besonderes Maaß nöthig; es sey denn, daß man eins ins andere verwandele.

Zusatz 2.

Also kann man durchs Maaß die Gleichheit und Aehnlichkeit verschiedener Figuren und Grössen bestimmen und unterscheiden. (§. 10.)

Anmerkung.

In der Geometrie gebraucht man vorzüglich Längen- Flächen- und Körpermaaß, die man sich auch im allgemeinen Gewerbe bedienet. Allein es giebet noch andere Maaßstäbe, die man gebrauchet, die Art der Dinge zu bestimmen: so braucht man, um den Unterscheid sehr entfernte Höhen zu untersuchen, den Barometer; bey den Astronomien ist die Uhr der Zeitmesser und die Stunde der Maaßstab: ferner der Flug einer Kanonkugel, oder die Geschwindigkeit des Lichts, auch die Schraube ist ein Maaßstab. Ueberhaupt muß man sich merken, daß der menschliche Verstand es erfordert, grosse Dinge nach grossen Maaßstäben und kleine Dinge nach kleinen Maaßstäben auszumessen; wenn man nemlich einen schicklichen Maaßstab für den Verstand erdenken will, so ist dieses der beste.

Erklärung

der Grundgesetze der Meßkunst.

§. 34. Die Aehnlichkeit, die Gleichheit, und deren Unterscheid durchs Maaß bestimmen, sind die drey Haupt-Grundgesetze der Meßkunst.

Erklärung,

was Transversal-Linien sind.

Tab. I. Fig. 11. §. 35. Transversal- oder Diagonallinien, sind Linien, die man schräge über eine Fläche oder Figur ziehet. Z. E. d b Fig. 11.

Lehrsatz,

von Parallel-Linien.

Fig. 12. §. 36. Wenn man auf verschiedenen gleich weit von einander entfernten Parallel-Linien eine Transversal-Linie willkührlich ziehet: so sind die Theile, welche durch die Parallel-Linien auf der Transversal-Linie abgeschnitten werden, einander gleich. Fig. 12.

Beweiß.

Weil alle Linien gleich weit von einander entfernet sind (§. 16.): so ist kein Grund vorhanden warum a b kürzer oder länger seyn sollte,

sollte, wie b c; mithin theilen drey Parallel-Linien eine ander gerade Linie a c in zwey gleiche Theile; vier Parallel-Linien in drey gleiche Theile; fünf in vier gleiche Theile, und so ferner. Da nun alle diese Parallel-Linien, Fig. 12. gleichweit von einander entfernet sind: so müssen die Theile auch gleich seyn. W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Wenn daher eine Linie, a b Fig. 14. gegeben worden, die in gewisse ungleiche Theile getheilet worden; z. E. in a c, c d, d e, e b, und man soll eine andere grössere in eben diese Theile verhältnißmäßig theilen: so darf man nur durch die Theilungspunkte c d e b Parallel-Linien ziehen, und auf diesen die grössere gegebene a f setzen: so wird dieselbe in g h i verhältnißmäßig der ersten getheilet. *Tab. II. Fig. 14.*

Zusatz 2.

Gesetzt aber, die erst gegebene Linie sey a f, oder grösser wie a b, und man soll a b in die verhältnißmäßigen Theile theilen: so ziehet man die Linie a k winkelrecht mit b a, zu dieser a k ziehet man die Parallelle b l, und setzet nachmals a f aus a in f, ziehet durch die Punkte g h i k Parallellen, so bestimmen solche die Punkte c d e, und theilen also a b in die proportionellen Theile, worinn a f getheilet worden. *Fig. 14.*

Erklärung

der Linien, welche einen Raum einschließen.

§. 37. Bey Linien, welche einen Raum einschließen, unterscheidet man folgendes:

1. ihre Beschaffenheit,
2. ihre Größe,
3. ihre Anzahl,
4. ihre Lage.

1. In Ansehung ihrer Beschaffenheit sind die Figuren entweder **gradlinigte** oder **krummlinigte Figuren**.

2. In Ansehung ihrer Grösse: so sind die Linien, welche einen Raum einschließen, entweder **gleich** oder **ungleich**. Im ersten Fall heißen die Figuren **gleichseitig**, im zweyten **ungleichseitig**.

3. In Ansehung der Anzahl der Linien: so heißen Figuren, die von drey Linien gebildet oder eingeschlossen werden, **Dreyecke**. [Triangula.] Die von vier Linien umgeben sind, **Vierecke** [Quadrilatera]; und die von mehr als vier Linien umgeben sind, heißen **Vielecke**. [Polygona.]

4. In Ansehung der Lage bestimmen die Linien verschiedene Arten der Vierecke. Lauffen nemlich zwey und zwey Linien in einen Viereck parallel, so heißen sie Parallelogramma, ist dieses nicht, Trapezia.

Ferner

Ferner heißt bey einer Figur die Linie, worauf sie zu stehen scheinet, die Grundlinie [Basis]; die übrige Linien heißen die Seiten [Latera.]

Bey einem rechtwinklichen Triangel heißen die Linien, welche den rechten Winkel machen, Catheti; und die, welche dem rechten Winkel gegenüber stehet, Hypothenusa.

Erklärung
der Dreyecke in Ansehung ihrer Seiten.

§. 38. Hat ein Triangel zwey gleiche Seiten, so heißt er gleichschenklicht [aequicrurus vel isosceles]. Fig. 16 & 17. Hat er drey gleiche Seiten, so heißt er gleichseitig [aequilaterus]. Fig. 18. Sind alle drey Seiten ungleich, so heißt er ungleichseitig [scalenum]. *Tab. II. Fig. 15. 16. 17. 18.*

Lehrsatz,
von den Seiten des Triangels.

§. 39. In jedweden Triangel müssen zwo Seiten zusammen genommen grösser seyn, wie eine von den dreyen. Tab. II. Fig. 19.

Beweiß.

Sind beyde Linien zusammen genommen der dritten gleich, z. E. AB + CD = EF: so können sie, wenn man beyde aus F und E setzen wolle, bey ihrer Neigung keinen Raum einschließen; (§. 37. Art. 3.) sondern werden die Linie EF in G decken. Sind beyde zu- *Fig. 19.*

sammen

sammen genommen kleiner als EF, so ist dieses noch vielweniger möglich. Da nun ein Triangel einen von dreyen Linien eingeschlossenen Raum vorstellet (§. 37.); so müssen die beyden Linien fähig seyn, solches zu bewürken. Mithin müssen sie zusammen genommen grösser seyn, wie die dritte. W. Z. E. W.

Anmerkung.

Vorstehenden Beweiß kürzer.

Thesis.

$$AB + CD > EF$$

Demonstratio.

$$EH > EI.$$
$$EG = EI \text{ (per constr.)}$$
$$\overline{EH > EG}$$
$$HF = GF \text{ (per constr.)}$$
$$\overline{EH + HF > EG + GF}$$
$$EG + GF = EF.$$
$$\text{Ergo } \overline{EH + HF > EF.} \text{ (per Arithm.)}$$

Q. E. D.

Erklärung

der Triangel in Ansehung der Winkel.

§. 40. Bey den Triangeln macht man, in Ansehung der Grösse der Winkel, folgenden Unterscheid:

Tab. II. *Fig.* 15. 1) Wenn sich ein rechter Winkel in einem Triangel findet, so heißt man ihn einen rechtwinklichten Triangel [Triangulum rectangulum]. Fig. 15.

2) Ist

2) Iſt ein ſtumpfer Winkel in denſelben an= *Tab.*
zutreffen, ſo heißt er **ſtumpfwink=** II.
licht [Triangulum obtuſangulum]. *Fig.*
Fig. 16. 16.

3) Sind alle drey Winkel ſcharf, ſo heißt *Fig.*
er ein **ſpitzwinklichter Triangel.** 17.
[Triangulum acutangulum]. Fig. 17.

4) Sind alle drey Winkel ungleich, ſo heißt *Fig.*
er ein **ſchiefwinklichter Triangel.** 19.
[Triangulum obliquangulum]. Fig. 19.

Erklärung
der Vierecke.

§. 41. Die **Vierecke** [Quadrangula] unterſcheiden ſich durch folgende Merkmale:

1) Wenn ein Viereck aus vier gleichen Sei= *Fig.*
ten und vier rechten Winkeln beſtehet, ſo 20.
heißt es ein **Quadrat** [Quadratum].

2) Wenn ein Viereck aus vier rechten Win= *Fig.*
keln beſtehet, aber nur die zwey gegenüber 21.
ſtehende Seiten gleich ſind: ſo heißt es
ein *Oblongum Parallogrammum.*

3) Ein Viereck, welches gleichſeitig aber *Fig.*
ſchiefwinklicht iſt, heißt eine **Raute,** 22.
[Rhombus].

4) Sind die entgegengeſetzten Seiten und *Fig.*
Winkel nur gleich: ſo heißt es ein *Rhom-* 23.
boides.

5) Die übrigen Vierecke, die dieſe Eigen=
ſchaften nicht haben, heißen **Trapezia.**

Aufgabe.

Aufgabe.

Eine gerade Linie auf dem Felde abzustechen.
Tab. III. Fig. 30.

Tab. III. Fig. 30. §. 42. Gesetzt, man wollte von a nach b eine gerade Linie abstechen: Man stelle sich hinter das Object a, und lasse in c eine Stange stechen, so daß diese aus a das Object b decke. Ist dieses geschehen, so nehme man eine andere Stange und stecke solche dergestalt in d, daß sie c und a decke, und so fahre man in e f g fort: so werden die Stangen alle in gerader Linie stehen.

Lehrsatz.

Von der Diagonallinie.

§. 43. Weil die Diagonallinie aus einem Winkel in den gegenüber stehenden Winkel, in einer vieleckigen Figur gezogen wird (§. 35.): so kann man durch die Diagonallinien eine jede eckige Figur in Triangel theilen, so daß allemal zwey Triangel weniger sich befinden, wie die Figur Seiten hat.

Zusatz.

Also kann man eine jede Figur, durch Hülfe der Triangel oder der Diagonalen, zeichnen.

Lehrsätze.

§. 44. Die Zeugung der Flächen entstehen:

1) Aus der Bewegung einer Linie,

2) Aus Triangeln.

1) Aus der Bewegung der Linien. Tab. I.
So entstehet eine Cirkelfläche, wenn sich eine Fig. 3.
gerade Linie um einen festen Punkt bewegt; Tab.
ferner, eine eliptische Linie, [Elipsis] wenn sich X.
um zween festen Punkten ein zusammen gebun- Fig.
dener Faden bewegt. Tab. X. Fig. 83. 83.

2) Ein Quadrat entstehet, wenn sich eine Tab. I.
gerade Linie an einer andern, die ihr gleich, per- Fig.
pendicular bewegt. 11.

3) Ein Rhombus entstehet, indem sich eine Tab. II.
gerade Linie, welche der ersten gleich, schief be- Fig.
wegt 22.

4) Ein Oblongum entstehet, wenn sich eine Fig.
gerade Linie an einer andern, welche kürzer oder 21.
länger, perpendicular bewegt.

5) Ein Rhomboides entstehet, indem sich Fig.
eine gerade Linie an einer andern, welche grösser 23.
oder kleiner als jene, schief bewegt.

Zusatz.

Die Zeugung der übrigen Flächen, welche aus Triangeln bestehet, wird in folgenden mehr und mehr beschrieben werden. Die obige Art ist die gebräuchlichste, und das allgemeine Auflösungsmittel der Flächen.

Lehrsatz.

Von dem Gebrauch der Linie.

§. 45. Da die Theile der geraden Linie der ganzen ähnlich sind (§. 10. Zus. 1.): so sind die Theile mit dem Ganzen einerley Art (§. 6. A. G.)

Von

Von verschiedenen Dingen einerley Art kann man auf ein gewisses Verhältniß schließen (§. 12. A. G.)

Zusatz 1.

Da ferner ein jeder ausgedehnter Theil einer geraden Linie eine gerade Linie ist: so kann man einen Theil derselben als ein Maaß des Ganzen wählen, und daher von diesen auf die ganze schließen (§. 12. A. G.)

Zusatz 2.

Dieses sind die Grundsätze eines Maaßstabes [Scala geometrica]. Theilet man daher eine gerade Linie in gewisse gleiche Theile: so hat man einen Maaßstab, wodurch man die Grösse einer andern Linie erfinden kann.

Zusatz 3.

Die Ruthen bemerken die Feldmesser mit °, die Fuße mit ', die Zölle durch '' und die Linien mit '''. Wenn sie daher z. E. 4 Ruthen, 2 Fuß, 1 Zoll und 3 Linien ausdrücken wollen: so schreiben sie solches folgender gestalt, 4°, 2', 1'', 3'''.

Anmerkung 1.

Aus obigen erhellet, daß das Maaß willkührlich ist, wie es denn auch aller Orten abweicht, welches aus nachfolgender Tabelle zu ersehen. Nur die Feldmesser allein sind sich in Ansehung der Eintheilung und Berechnung einig, indem sie ein jedes Landesübliche Längenmaaß, sobald sie Gebrauch davon machen müssen,

in

in zehen Theile theilen. Dieses nennen sie Decimalmaaß. Also giebt es Rheinländisch, Nürnbergisch, und Parisisch Decimalmaaß u. a. m. Bey den Längenmaaßen kann der Pariser Fuß, oder der Pie du Roi, bequem zu einer allgemeinen Eintheilung gebraucht werden, dessen Länge in Eisen am Chatelet zu Paris befestigt ist. Wenn man diesen Fuß in 12 Zoll, den Zoll in 12 Linien, und die Linie wieder in 10 Theile theilt, so erhält der Fuß überhaupt 1440 Theile. Tab. XXXVI. ist derselbige Fuß als ein Vorbild also getheilet, und von dergleichen Theile enthält der Fuß *Tab. XXXVI.*

in Aachen	1285
Amsterdam	1253
auch	1263
Anspach	1320
Antwerpen	1260
Augsburg	1315
auch	1317
Basel	1330
Bayern	1280
auch	1285
Berlin	1373
Bern	1330
Bologna	1682
Braunschweig	1265
Bremen	1282
Breslau	1260
Brüssel	1290
Calenberg	1299
Carlsruhe	1241
Castilien	940
Cleve	1310
Cölln	1219
auch	1220
Cracau	1580
Dännemark	1391
Danzig	1270

in Dresden	1255
Erfurth	1251
Frankfurth	1270
Genua	1100
Gotha	1275
Haag	1440
Halle	1320
auch	1326
Hamburg	1270
Heidelberg	1235
Hildesheim	1257
Holstein	1323
Königsberg	1364
Leiden	1390
Leipzig	1275
Lissabon	1387
auch	1388
London	1350
Lothringen	1292
Lübeck	1284
auch	1290
Lüttich	1276
Lyon	1512
Magdeburg	1257
Mailand	1760
Mainz	1335
Manheim	1287
Mecklenburg	1288
auch	1290
Moscau	1483
Neapel	1169
Nürnberg	1346
Osnabrück	1293
Padua	1570
Pommern	1295
Prag	1337
auch	1338
Reval	1187
der rheinländ. Fuß	$1391\frac{1}{3}$

in Riga	=	=	1215
Rom	=	=	1324
auch	=	=	1326
Rostock	=	=	1282
Rotterdam	=	=	1385
Rußland	=	=	1550
Schweden	=	=	1316
Schweitz	=	=	1330
Spanien	=	=	1237
Sparenberg	=	=	1296 ½
Stettin	=	=	1253
Straßburg	=	=	1282
auch	=	=	1287
Turin	=	=	1432
Venedig	=	=	1540
Ulm	=	=	1281
Uetrecht	=	=	1210
Wiedenbrück	=	=	1313
Wien	=	=	1420
Wittenberg	=	=	1255
Würtenberg	=	=	1268

Anmerkung 2.

Schwenter, in seiner Geometria practica, und Jac. Meyer in Arithm. Decimalis, geben das Verhältniß des Rheinländischen Schuhes nach folgender Tabelle an. Es ist nemlich Tab. XXXV. Fig. 200 eine Anleitung gegeben, wie der Rheinländische Fuß in 1000 gleiche Theile getheilet werden könne, und also enthalten diese Zahlen die tausend = theilige Brüche des Rheinländischen Schuhes. *Tab.* XXXV. *Fig.* 200.

Rheinländische		=	1000
Amsterdammer	=	=	904
Antornsische	=	=	909
Allemanier	=	=	1050
Alexandrische	=	=	1102
—	=	=	1200

Antiochische	1360
Augspurger	938
Baseler Stadt-Schuh	950
---	924
---	838
Baseler	950
Baseler Decimalschuh, nach der 16 Schuhigen Ruthe	1433
Baseler halb Elle	858
Bremer	934
Corrigirter	926
Brielischer	1060
Bayrischer	908
---	924
Burgundischer Grafen	1088
Babylonische	1172
Brück in Flandern	880
Coppenhagische	934
Chasteletische, so in der Landvogtey Chaumont gültig	985
Dortrechtische	1050
Engelländische durch das ganze Kőnigreich	968
Frankfurtische am Mayn	921
Franzősische	1038
---	1018
Griechische Alte	1042
Geometrische	780
Goeße	954
Harlemmer	910
Italiänische, Bratsche genennet	1425
Italiänische Geomet.	885
Inspruckische	1011
Leydische	1000
Lőwische	909
Londische	968
Lothringische	925
Mittelburgische	960
Mechlische	890

Mumpel-

Mumpelgardische	915
München	905
Nürnbergische	947
---	960
---	930
---	974
Prager	930
Pariser Königsschuh	1035
Pariser halbe Elle	1910
Rheinländische Feldmaaß	1200
Römisch Alte	1000
ex Liv.	925
Samische	1102
Straßburgischer Stadtschuh	891
---	884
Savoyer	870
Deutschland gem. W.	908
Toledisch	867
Venediger	1120
Uetrechtische	869
Ulmer	970
---	920
Wiener	1000
---	978
Zürcher Stadtschuh	956
Zürch-See	988

Aufgabe,

Einen Maaßstab zu machen.

Auflösung.

§. 46. Man trage auf die Linie AB Fig. 25. aus A in C zehn gleiche Theile und numerire sie, wie die Figur zeiget. Tab. II. Fig. 25.

Um die Erleichterung im Messen zu befördern, setze man diese zehn Theile zusammen genommen so vielmal auf die Linie CB, wie man kann: so ist der Maaßstab fertig.

Zusatz 1.

Gelten nun die Theile 1, 2, 3, 4. u. s. w. Zolle: so gelten die C 10, zehn Fuß u. s. w. Gelten aber jene Fuße, so gelten diese Ruthen.

Zusatz 2.

Da gleichweite Parallellinien eine jede Diagonallinie in gleiche Theile theilet (§. 36.): so kann man, vermöge dieser Linien, einen Maaßstab aufreissen.

Anmerkung.

Wie man eine gerade Linie in gleiche Theile theilen kann, wird zugleich aus folgender Aufgabe erhellen.

Aufgabe.

Einen Maaßstab durch Diagonale aufzureissen.

Tab. III. *Fig.* 27. §. 47. Es wird die Linie a b Tab. III. Fig. 27. gegeben, man soll sie in 10 Linien, Zolle, Fuße oder Ruthen theilen.

Auflösung.

1. Man setze auf die Linie a c zehn willkürlich grosse jedoch gleiche Theile;
2. Man ziehe aus b nach D die Diagonal b D.
3. Man ziehe zu a b die Parallellen 9, 9, 8, 8, u. s. w.
4. Man führe von der Diagonallinie D c aus 9 in e, aus 8 in f, aus 7 in g, aus 6 in h Linien, die mit a D parallel laufen, so ist b e, e f, f g, g h u. s. w. jeder ein zehntel der gegebenen Linie a b: mithin ist geschehen W. Z. M. W.

Beweiß.

Beweiß.

Da eine jede Diagonallinie von gleichen weiten Parallellinien in gleiche Theile getheilet wird (§. 36.): so muß auch diese Diagonale gleiche Theile voraus setzen, wodurch sie getheilet worden. Die Perpendiculare a d ist dieser Index, welcher diese gleichen Theile abschneidet. Ziehet man daher zu a d Parallellen: so theilen diese wiederum die Linie a b in zehn gleiche Theile. Da nun Parallellen gleichweit von einander entfernt sind (§. 16.): so ist 1, 1, = $\frac{1}{10}$ von ab; 2, 2, = $\frac{2}{10}$ von ab; 3, 3, = $\frac{3}{10}$ von a b u. s. w. Ist daher a b ein Fuß: so ist 1, 1, ein Zoll; weil ein Zoll der zehnte Theil eines Fußes ist.

Anmerkung.

Hieraus ist folgender verjüngter Maaßstab entstanden; den man auch einen Maaßstab mit Transversallinien nennet.

Aufgabe,

Einen verjüngten Maaßstab durch Transversallenien zu machen.

§. 48. 1) Man ziehe die gerade Linie A C, und theile sie nach belieben in gleiche Theile; oder setze auf ihr die Grösse desjenigen Theils, den man als das Ganze betrachtet, z. E. Ruthen. *Tab.* III. *Fig.* 29.

2) Den ersten Theil A H, theile man in zehn gleiche Theile.

3) Man richte in A, H, B, C, Perpendicularlinien auf, als A D, H E, B F, und C G.

4) Man setze auf die Linien AD und CG zehn willkürliche gleich große Theile

5) Man ziehe 10, 10; 9, 9, u. s. w. zusammen.

6) Endlich ziehe man von D nach 9, von 9 nach 8, von 8 nach 7 die Transversallinien, so ist gemacht W. Z. M. W.

Anmerkung.

Der Beweis beruhet auf §. 36; es ist also nur der Gebrauch noch zu lehren.

Erklärung

des Gebrauchs vom verjüngten Maaßstabe.

Tab. III. *Fig.* 29. §. 49. 1) Wenn H B eine Ruthe bedeutet: so bedeutet auf der Linie H A, die Weite H, 1, einen Fuß. (§. 46.)

2) Da nun das Parallelogrammum 9 10 und 9 10, vermöge der Transversale D 9 in zehn gleiche Theile getheilet wird (§. 36.): so muß 9 1 einen Zoll, 8 2 zwey Zoll u. s. w. bedeuten.

3) Da ferner die nächstfolgende Transversale 9, 8, der ersten parallel ist: so schneidet sie gleich viele Theile zu 9 D ab; und daher ist 9 11 = 11 Zoll; 8 12 = 12; 7 13 = 13 Zoll, u. s. w.

4) Wird daher ein Maaß gegeben, z. E. $1^\circ\ 3'\ 4''$: so ist $HB = 1^\circ$; $HB + J = 1^\circ\ 3'$ und $BH + J + K = 1^\circ\ 3'\ 4''$ W. Z. M. W.

Aufgabe.

Eine gerade Linie auszumessen.

§. 50. Man suche, wie vielmal die Theile eines Maaßstabes in derselben enthalten sind, so hat man die Linie ausgemessen.

Zusatz 1.

Zusatz 1.

1) Auf dem Papiere geschiehet dieses, indem man die Linie entweder ganz, oder wenn sie zu groß, zur Hälfte mit dem Cirkel fasset, und nachmals diese Oeffnung auf den Maaßstab trägt.

2) Ins Grössere misset man mit einem Meßstabe. Den man aber nicht überschlagen muß, weil sonst die Dicke dieses Meßstabes allezeit zugegeben wird.

3) Im Felde misset man die Linie, vermöge der eisernen Meßkette Fig. 26. wo entweder bey jedem halben Fuß, oder bey jedem Fuße, wie hier, ein eiserner Ring, das Kennzeichen und die Gültigkeit bewürket. Der Ring A wird über einen vierfüßigen, unten mit einen spitzen eisernen Schuh versehenen Stab geschoben. Dieser Ring ruhet alsdenn auf einem Nagel oder Stift; damit er nicht unten herunter rutsche. Oberhalb dieses Stiftes kann man noch eine Feder machen lassen, wie die Figur nachweiset. Die Ketten macht man gern, und am bequemsten von fünf Ruthen. Bey jeder halben Ruthe ist ein grösserer ovaler Ring; und bey jeder Ruthe ein noch grösserer, in der Mitte mit einem Riegel versehener (woran Kennzeichen hangen) Ring, und s. w. *Tab. II. Fig. 26.*

Wie diese Ringe mit den Gewerben beschaffen sind, siehet man in wahrer Grösse in Penters Praxis Geometriae.

Zusatz 2.

Die Kettenziehers beobachten die Regel, welche §. 42. angeführet worden.

Zusatz 3.

Tab. III. Fig. 28. Ein jeder von den beyden Kettenziehern ist mit einer ledernen Tasche Fig. 28. oben mit einem runden Brette, worinn zehn Löcher befindlich, versehen. In dieser Tasche befinden sich zehn kleine Stäbe A, welche man Zählstäbe nennet; und welche unten mit Schuhen von Eisenblech versehen sind. An beiden Seiten dieser Tasche sind noch zwey kleine Taschen gleichfals mit zehn Löchern versehen, wo in der einen nur zehn kleine Stäbe sich befinden.

Zusatz 4.

Fig. 31. Will man nun die Linie A B Fig. 31. messen, so winkt der Kettenzieher bey A demjenigen bey C so lange rechts oder links, bis der Kettenstab C, den in B deckt, alsdenn sticht der Fig. 28. bey C aus seiner grossen Tasche A Fig. 28. einen Zählstab dahin, und gehet weiter. Ist der Kettenzieher A bey C angekommen, so nimmt er diesen Zählstab auf, und sticht ihn in seine grosse Tasche, drehet den Leib von den perpendicular haltenden Kettenstabe ab, und der forderste Kettenzieher richtet sich nunmehro selbst nach dem hinterbliebenen Objecte A.

Zusatz 5.

Ist die zu messende Linie sehr lang, so wechseln die Kettenzieher ihre Stäbe, jedoch nicht ehender,

ehender, bis würklich der eilfte Zug geschehen ist. Alsdenn sticht ein jeder Kettenzieher aus der kleinen Tasche B Fig. 28. in C einen Stab, und dieses geschiehet nur, so oft wie sie wechseln. *Tab.* III. *Fig.* 28.

Anmerkung.

Wir beschreiben diesen kleinen Umstand darum so sehr deutlich, weil wohl abgerichtete Kettenzieher die Arbeit sehr erleichtern.

Erklärung,

wie die Meßfahnen einzurichten sind.

§. 51. Die Meßfahnen macht man am bequemsten aus leichten Tannen Holze, sechs Fuß hoch, und zu oberst eine hellrothe Fahne; gleich darunter aber eine weisse daran: weil man gegen den freyen Himmel das Rothe gut, hingegen das Weisse wenig oder gar nicht sehen kann; und umgekehrt, weil man das Weisse unter den Horizont gut, hingegen das Rothe nur undeutlich sehen kann.

Erklärung.

Wie die Meßfahnen bey Bergmessungen einzurichten sind.

§. 52. Bey Bergen bedienet man sich kleiner aus zwey weissen und zwey rothen ins Kreuz zusammen geneheten Lappen, etwa $1\frac{1}{2}$ Fuß hoch, Fig. 32. Man richtet sie also ein, daß man sie ausdehnen kann, wie Fig. 32; wenn man nemlich hinter den Stab C D Fig. 33. einen ander Stab a b befestigt, der sich herum drehen läßt. Man ziehet sodann beym Gebrauch *Fig.* 32. *Fig.* 33.

brauch den Lappen über diesen vorher winkelrecht gedrehten Stab a b. Diese Fahnen sind bequem zu führen, und verrichten auch allenfalls die Dienste im ebenen.

Erklärung,
Concentrischer und eccentrischer Cirkel.

§. 53. Concentrische Cirkel [Circuli concentrici] sind, welche einerley Mittelpunkt haben; hingegen eccentrische [excentrici], die nicht einerley Mittelpunkt haben.

Zusatz.

Tab. III. Fig. 34. Also sind die Peripherien concentrischer Kreise einander Parellel. Fig. 34. A B D und a b d.

Lehrsatz.

§. 54. Wenn einerley Radii CA und CB in Concentrischen Kreisen, einen Bogen z. E. AB und ab abschneiden: so haben solche zu ihren Peripherien, wovon sie genommen sind, einerley Verhältniß.

Beweiß.

Gesetzt, der Boge A B sey der sechste Theil von dem Cirkel A B D A, welcher durch den Radius C A bestimmet worden: so ist auch a b der sechste Theil von a b d a. Denn wenn man den Radium C A um den Punkt C bewegt, so werden diese Bogen A B und a b auf

gleiche

gleiche Art gezeuget. Da sie nun auch aus ähnlichen Stücken gezeuget worden, so sind diese Bogen auch ähnliche Stücke ihrer Kreise. Was aber auf eine ähnliche Art gezeuget wird, hat einerley Verhältniß (§. 34.); mithin haben die beyden Bogen zu ihren Peripherien einerley Verhältniß. W. Z. E. W.

Grundsatz.

§. 55. **Theilt man daher den größesten Cirkel in 360 Theile, und ziehet aus dem Mittelpunkt gerade Linien nach diesen Punkten, so werden unzählbare Kreise, die man in den grösseren Concentrisch beschreiben kann, auch in 360 Theile getheilet.**

Zusatz 1.

Also haben die Bogen A B und a b einerley Grade. (§. 55.)

Zusatz 2.

Also kann man von den Cirkelbogen eines Winkels nicht auf die Länge der Linien eines Winkels schliessen.

Lehrsatz.

§. 56. **Der Bogen, welcher aus der Spitze des Winkels innerhalb denselben gezogen wird, bestimmet seine Grösse.**

Beweiß.

Beweiß.

Der Boge A B verhält sich zu seiner ganzen Kreißlinie, wie sich der Boge a b zu seiner ganzen Kreißlinie verhält (§. 54.). Da nun alle Kreise einerley Anzahl Grade haben, (§. 55.) so hat auch der Boge a b so viel Grade, wie der Boge A B (§. 55.). Man mag also den Bogen, wodurch man die Grösse des Winkels bestimmen will, nahe oder ferne an seine Spitze ziehen, so bleiben die Grade von einerley Anzahl; mithin bestimmen sie seine Grösse. W. Z. E. W.

Aufgabe.

Einen gegebenen Winkel auf dem Papiere zu messen.

Tab. IV. *Fig.* 37. §. 57. 1) Man lege die Spitze des Transporteurs Tab. IV. Fig. 37. A, an die Spitze des Winkels, so daß die Linie B von der Linie des Transporteurs A C gedecket werde. (§. 54, 55.)

2) Man zähle die Grade von C bis D, so hat man die Grösse des Winkels.

Lehrsatz.

§. 58. **Aehnliche Winkel sind auch gleiche Winkel.**

Beweiß.

Die Merkmale eines Winkels sind die Oefnung der Linien und sein Vertex. (§. 27.) Der Vertex ist bey allen Winkeln ein Punkt; mithin weil alle Punkte gleich und ähnlich sind (§. 3.): so sind es auch diese. Da ferner durch Cirkelbogen die Oefnung des Winkels bestimmet

wird

wird (§. 56.), alle Cirkelbogen, die zwischen zwey geraden Linien gezogen werden, gleich und ähnlich sind (§. 55.): so sind auch alle Winkel, welche ähnlich sind, gleiche Winkel. W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Also sind auch gleiche Winkel ähnliche Winkel. (§. 8. A. G.)

Zusatz 2.

Also müssen bey ähnlichen Figuren die gleichnamigen Winkel gleich seyn.

Lehrsatz.

§. 59. Wenn in zween ähnlichen Flächen, die gleichnamigen Linien einander gleich sind: so sind auch die gleichnamigen Winkel gleich; und sie decken sich einander.

Beweiß.

Zwo ähnliche Figuren werden auf einerley Art gezeuget (§. 21. A. G.); mithin sind ihre Winkel auch ähnlich (§. 58. Zus. 1.) Aehnliche Winkel sind auch gleiche Winkel (§. 58. Zus. 2.) also sind in den beyden Figuren Tab. IV. Fig. 38. und 39, die Winkel A und a, B und b, C und c, D und d gleich. W. D. E. W. *Tab.* IV. *Fig.* 38.

Aus dem Lehrsatz erhellet aber, daß auch die Seiten dieser beyden Figuren gleich sind. Gleiche Seiten kann man vor einander substituiren (§. 6. A. G.). Da nun auch die Winkel gleich sind; so ist es einerley, ob ich die eine Figur

auf

auf die andere legen kann, oder die eine vor der andern substituire. Dieses kann man aber mit diesen beiden Figuren wechselsweise verrichten; mithin decken sie sich einander. W. D. Z. U. Z. E. W.

Zusatz.

Also decken sich alle Cirkellinien, die einerley Diameter haben; und alle Flächen, die einerley gleichnamige Seiten haben.

Lehrsatz.

Tab. IV. Fig. 40.41. §. 60. **Wenn in zwey Triangeln Tab. IV. A und a Fig. 40 und 41 die gleichnamigen Winkel Bb, Cc, und Dd, gleich sind; ferner, zwey gleichnamige Linien BC und bc gleich sind: so sind die ganzen Triangel einander gleich.**

Beweiß.

Man lege die Figur a auf A, so wird der Winkel B den Winkel b decken. Da nun die Winkel C = c und D = d: so decken sich auch diese; sonst wären sie keine gleiche Winkel. (§. 59.) Mithin fallen alle Vertices auf einander, und also decken sich diese Triangel. Figuren, die sich decken, sind einander gleich (§. 59.): also sind die beyden Triangel einander gleich. W. Z. E. W.

Lehr-

Lehrsatz.

§. 61. Wenn in zwey Triangel die drey gleichnamigen Seiten gleich sind, so decken sie sich, mithin sind die Winkel auch gleich, (§. 59.) mithin die ganzen Triangel =.

Beweiß.

Der Beweiß ist aus den §§. 59 und 60. klar.

Lehrsatz.

§. 62. Wenn in zwey Triangeln A und a Tab. IV. Fig. 40 und 41. zwo gleichnamige Seiten, als BC = bc und CD = cd; auch der gleichnamige Winkel C = c: so sind die ganzen Triangel einander gleich. *Tab. IV. Fig. 40. 41.*

Beweiß.

BCD deckt bcd: daher ist BD = bd; also ist der Winkel B = b und D = d; also sind beyde Triangel einander gleich. W.Z.E.W.

Zusatz.

Eben dieses folget auch, wenn in zwey Triangeln eine gleichnamige Seite BC = bc und zwey gleichnamige Winkel B = b und C = c gleich sind: alsdenn sind auch die ganzen Triangel einander gleich.

Lehrsatz.

§. 63. Also auch, wenn in beyden Triangeln eine gleichnamige Seite (BD = bd) und zwey gleichnamige Winkel, welche nicht beyde auf der gegebenen Seite stehen (B = b und C = c) gleich sind: so sind auch die ganzen Triangel gleich.

Anmerkung.

Man kann über einem jeden dieser Zusätze einen besondern Beweiß führen, worin der Grund in der Deckung und Zeugung zu suchen ist.

Zusatz.

Jeder Triangel bestehet aus sechs verschiedenen Merkmalen, als drey Winkel und drey Linien. Wenn man daher drey von diesen weiß, worunter wenigstens eine Linie seyn muß, so kann man die übrigen drey Theile finden.

Aufgabe.

Tab. VI. *Fig.* 49. §. 64. Aus einer gegebenen Linie a b einen gleichseitigen Triangel zu machen. Tab. VI. Fig. 49.

1. Man fasse die Länge der Linie a b in den Cirkel und mache den Bogen a d.
2. Man mache aus a den Bogen e f.
3. Man ziehe aus den Durchschnitt c nach a und b Linien, so ist der Triangel gemacht.

Zusatz.

Also kann man auch einen gleichschenklichen und ungleichschenklichen Triangel machen, wenn man

man allemal den Cirkel nach den gegebenen Linien verrücket.

Aufgabe.

§. 65. Aus einen gegebenen Winkel A, und zwo Linien AB und AC, einen Triangel zu machen. Tab. IV. Fig. 42. *Tab. IV. Fig. 42.*

Auflösung.

1. Man ziehe eine von den gegebenen Linien, z. E. AB, aufs Papier.
2. Man lege den Transporteur nach §. 57. an dieselbe, und setze die Grade ab, z. E. in E.
3. Man ziehe die Linie AC von der Länge, wie sie gegeben worden.
4. Man ziehe auch CB: so ist geschehen was verlanget worden.

Zusatz.

Also kann man auch aus zweyen gegebenen Winkeln und einer Linie einen Triangel machen.

Aufgabe.

§. 66. Die Weite zweyer Oerter A und B mit Stäben zu messen, zu deren jeden man zwar aus C aber nicht aus A und B kommen kann. Tab. IV. Fig. 43. *Fig. 43.*

1. Man wähle den Punkt C und stecke daselbst einen Stab ein.

2. Man messe A C und setze diese Länge in gerader Linie mit C A aus C in a.

3. Man messe auch C B, und setze sie auf gleiche Weise zurück aus C in b.

4. Man messe die Linie a b, welches die verlangte Weite ist.

Beweiß.

x und u sind Vertikalwinkel, mithin = (§. 29.) da auch a c = A C und B C = c b: so ist auch A B = a b (§. 62.) W. Z. E. W.

Anmerkung.

Wenn der Raum in a b fehlet, so wählet man von C A und C B $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ und so weiter: so ist nachmals a b $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ und so weiter, von der Linie A B, welche man leicht dupliren oder tripliren kann.

Aufgabe.

§. 67. **Nach einen gegebenen Winkel A C B, auf dem Felde, einen gleich großen abzustechen.**

Auflösung.

Tab. IV. *Fig.* 44.

1. Man messe auf den gegebenen Winkel Fig. 44. auf beyden Cruren eine willkürliche Länge ab, z. E. B D und B E.

2. Man messe auch D E.

3. Diese Weiten setze man aus b in d und aus b in e; auch die Weite D E aus d in e: so ist der Winkel gemacht.

Aufgabe.

Aufgabe.

§. 68. Die Weite zweyer Oerter AB mit Stäben zu messen, zu deren einen man nur kommen kann. Tab. IV. Fig. 45. Tab. IV. Fig. 45.

Auflösung.

1. Man wähle den Punkt d willkührlich.
2. Man messe die Weite d B, und setze sie aus d in b, daß sich die Stäbe b d B decken.
3. Man lasse in C dergestalt eine Fahne stecken, daß sie mit dem Objecte A und dem Stabe b in gerader Linie stehe.
4. Man lasse d C messen, und setze diese Weite mit d C in gerader Linie in c.
5. Man verfüge sich rückwerts mit einer Meßfahne und stecke dieselbe dergestalt in a, daß sie c B und d A decke: so ist b a die verlangte Weite.

Zusatz.

Anders.

1) Man stecke in C einen Stab mit den Oertern A und B, deren Weite man messen will, in gerade Linie. Tab. VI. Fig. 48.

2) Man wähle den Punkt D willkührlich, und stecke D B = D F und D C = D E ab.

3) Man stecke die Meßfahnen G, daß sie F E und D A decken: so ist G E = C A und F G = B A.

Beweiß.

Tab. IV. *Fig.* 45. Weil d B = d b; ferner c d = d C; auch der Winkel w = z (§. 29.): so sind die beyden Triangel gleich, und o = p (§. 60.); ferner, da u = y (§. 29.): so ist auch q = r (§. 60.); also ist auch c a = C A und d a = d A. Da auch x = v (§. 29.), und d b = d B: so ist auch b a = B A (§. 60.) W. Z. E. W.

Aufgabe.

Tab. V. *Fig.* 46. §. 69. **Die Weite zweyer Oerter AB mit Stäben zu messen, zu deren keinen man kommen kann.** Tab. V. Fig. 46.

1. Man wähle den Punkt C und mache C F = C G in gerader Linie.
2. Man lasse die Stäbe D und E stecken, dergestalt, daß D mit F B, und E mit G A eine gerade Linie machen.
3. Man setze die Weite C D aus C in d, und die Weite C E aus C in e.
4. Man verfüge sich nach a, und stecke daselbst die Meßfahne, dergestalt, daß sie sowohl mit e F, als auch mit A C in gerader Linie stehe.
5. Eben so verfahre man in b, so, daß b mit C B und d G, eine gerade Linie machen: so ist a b = A B W. Z. M. W.

Beweiß.

Der Beweiß beruhet auf den nemlichen Schlüssen, wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Anmer-

Anmerkung 1.

Die Art des Verfahrens ist sehr angenehm, allein selten anzuwenden. Jedoch bey Flüssen und ins Kleinere kann man ofte mit Nutzen Gebrauch davon machen, besonders wenn es an Instrumenten fehlet. Die alten Feldmesser benannten die Kunst blos mit Stäben zu messen, mit den besondern Namen Baculometrie. (Baculometria)

Anmerkung 2.

Will man mit Stäben und den verjüngten Maaßstabe zugleich messen, so hat man schon mehrere Vortheile.

Zusatz 1.

Anders Tab. V. Fig. 47. *Tab. V. Fig. 47.*

1) Man wähle den Ort C und stecke daselbst eine Meßfahne hin.

2) Man gehe in beliebiger Weite zurück, und stecke in gerader Linie mit A C die Fahne D.

3) Man stecke in f die dritte Meßfahne, in beliebiger Weite, ohngefehr mit C D in einem rechten Winkel.

4) Man messe die Linie f D und setze sie in f d; ferner f E und trage sie in f e, beyde in gerader Linie.

5) Auf gleiche Weise verfahre man mit f E und f e.

6) Man stecke in a den Stab also, daß er d c mit A decke; imgleichen in b die Fahne, also, daß sie E e und f B decke: so ist A a die gesuchte Linie.

Anmerkung.

Diese letzte Art hat Penter vorgeschlagen, sie ist künstlicher, aber nicht vortheilhafter; und also mehr für den Verstand als den Nutzen.

Aufgabe.

Tab. VI. Fig. 50. §. 70. **Die Weite zweyer Oerter ac zu messen, zu deren einen a, man kommen kann.** Tab. VI. Fig. 50.

Auflösung.

1. Man wähle den Stand b, und verlängere a b bis in d, und b c bis in e.
2. Man messe b d und b e, auch e d, und merke sich dieses Maaß; indem man sich die ohngefehrige Figur aufs Papier zeichnet.
3. Man verlängere auch a b bis in g, und a c bis in f, und messe a g und a f auch g f, und notire dieses gleichfals.
4. Man messe auch die Linie a b und notire sie.
5. Man messe die Figur g a, a b, b d, a f, b e, nach einem verjüngten Maaßstabe auf, so wird sie sich, wenn man a f und b e verlängert, in c durchschneiden, und dadurch die Länge a c bemerklich machen.

Beweiß.

$y=u$ und $x=o$ (§. 29.) und weil man a b gemessen hat; so hat man drey Sachen von den Triangel a c b, nemlich a b und o u, woraus

aus man die übrigen drey finden kann (§. 63. Zus.) also hat man auch a c gefunden. W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Also kann man einen jedweden geradlinichten Plaz mit Stäben messen, über welchen man nicht quer messen darf oder kann.

Anmerkung.

Man siehet leicht aus den Vorhergehenden, daß die Messung mit Stäben oder der alten Baculometrie von sehr großem Umfange ist; daß sie sehr sinnreich, und gewiß die ersten Kunstgriffe mathematisch-geometrisch zu schliessen in sich enthält. Durch die Analogie dieser Kunst ist man gewiß zuerst auf die Kunst, mit Instrumenten zu messen, gebracht worden, indem sie fast alles leisten würde, was die Instrumente thun, wenn man nicht oft mit Archimedes sagen müßte:

Ostende mihi locum ubi pono;

auch die angezogene Beyspiele sind oft des Raums wegen nicht brauchbar, allein wir musten sie dennoch anführen, um der geometrischen Wissenschaft ihr Recht wiederfahren zu lassen.

Aufgabe.

§. 71. **Eine gerade Linie in zwey gleiche Theile zu theilen.** Tab. VI. Fig. 51. *Tab.* VI. *Fig.* 51.

1. Man mache aus den Endpunkten der Linie A B, indem man den Cirkel etwas über die Hälfte der Linie öffnet, die Durchschnitte D C.

2. Man ziehe CD zusammen, so wird durch diese Linie die Linie AB bey E in zwey gleiche Theile getheilet; und die Linie CD gehet perpendicular durch AB.

Beweiß.

AC = CB, und AD = BD; ferner AC ist = AD: also ist AC = CB = AD = DB. Ziehet man daher CD, so ist der Triangel ACD = CBD (§. 60.) Also ist o = y, und AE = EB. W. D. E. W. Weil m = n, so sind es rechte Winkel (§. 21.): also ist CD eine Perpendicularlinie W. D. A. und Z. E. W.

Thesis.

AE = EB.

Demonstratio.

CB = CA
BD = AD
CD = CD

trian. CAD = CAD

o = y
CB = cA
CE = cE

trian. CAE = trian. CAE

Ergo AE = EB.
Q. E. D.

Aufgabe.

Tab. VI. Fig. 52. §. 72. Einen geradlinichten Winkel z. E. ABC in zwey gleiche Theile zu theilen. Tab. VI. Fig. 52.

Auflö-

Auflösung.

1. Man setze auf den Schenkeln des Winkels BA und BC die willkürlich gleichen Theile BE und BD. Tab. VI. Fig. 52.
2. Aus E und D mache man die Schnitte F.
3. Man ziehe die Linie FB, diese theilet den Winkel ABC in zwey gleiche Theile.

Beweiß.

Weil BD = BE und DF = EF, auch BF = BF, so sind die Triangel ADF und BEF einander gleich: also ist auch EG = DG, also ist der Winkel in zwey gleiche Theile getheilet. (§. 56.) W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 73. Von einem gegebenen Puncte A, auf eine Linie EF, eine Perpendicular fallen zu lassen. Tab. VI. Fig. 53. Fig. 53.

Auflösung.

1. Man mache den Bogen CHD von derjenigen Weite, daß er die gerade Linie EF in DC durchschneide.
2. Man drücke den Cirkel etwas zusammen und mache aus C in D die Bogen G.
3. Man ziehe durch A und G eine gerade Linie, so ist solche die Perpendicular.

Beweiß.

CA = AD, CG = GD, AG = AG: folglich m = n (§. 62.); ferner CA = AD, AB

AB = AB und m = n: folglich x = y (§. 21.) Daher stehet AB auf EF perpendicular.

Hypothesis.

CG = GD

Thesis.

AB est perpendicul, ad EF.

Demonstratio.

CG = GD (per hyp.)
CA = AD (per constr.)
AG = AG (per Arithmet.)
Ergo Triang. CAG = Triang. DAG.
m = n
CA = AD (Geom.)
AB = AB. (per Arithm.)
Ergo AB perpend. ad EF. Q. E. D.

Aufgabe.

Tab. VII. *Fig.* 54. §. 74. Aus einen gegebenen Punkte A in einer gegebenen Linie BC eine Perpendicular-Linie zu ziehen. Tab. VII. Fig. 54.

Auflösung.

1. Man mache aus A, AD = AE.
2. Aus D und E mache man mit beliebiger Oeffnung die Bogen F.
3. Man ziehe AF, welches die verlangte Perpendicular ist.

Beweiß.

Beweiß.

EF = FD, AD = AD, FA = FA: folglich V = W; daher stehet FA auf BC perpendicular (§. 21.)

Hypothesis.

EF & FD sunt radii ejusdem Circuli.

Thesis.

AF est perpend. ad BC.

Demonstr.

AE = AD
DF = EF
FA = FA (per Arith.)
V = W
Ergo FA perpend. ad BC.
Q. E. D.

Lehrsatz.

§. 75. In einem gleichschenklichen Triangel sind 1) die Winkel an der Grundlinie AB einander gleich. 2) Die Linie, welche die Spitze des Winkels in zwey gleiche Theile theilet, theilet auch die Grundlinie AB in zwey gleiche Theile. 3) Stehet diese Linie auf AB perpendicular. Tab. VII. Fig. 55. *Tab.* VII. *Fig.* 55.

Beweiß.

Man theile den Winkel ACB in zwey gleiche Theile, so ist O = W (§. 72.); da nun

nun A C = C B, C D = C D und O W =: so ist auch B = A (§. 62.) W. D. E. W.

Ferner A D = D B (§. 62.), und A C = C B; folglich theilet C D die Linie A B in zwey gleiche Theile (§. 71.) W. D. A. W.

x = y (§. 21.) daher stehet C D auf A B perpendicular.

I.

Hypothesis.

Triangulum A B C est aequicrurum.

Thesis.

A = B.

Demonstr.

A C = C B
C D = C D (Arithm.)
O = W (per Hypoth.)
x = y = 2 Rectis.

Ergo D C est perpend.
Ergo A C D = C D B
A C = C B
C D = C D

Ergo A = B

Q. E. D.

II.

Hypothesis.

C D est perpend. ad A B & Trinangulum aequicrurum.

Thesis.

Thesis.

Perpendicularis C D dividit Triangul. in duas Partes = les.

Demonstratio.

C D est perpend. ad A B. (per Hypoth.) & = recto, y = recto.

Ergo A C D & C D B sunt triang. rectang.

$AC = CB$

$CD = CD$

$x = y$

Ergo A C D = C D B.

Ergo C D dividit A B C in 2 partes = les. Q. E. D.

Lehrsatz.

§. 76. Es wird ein jeder gleichschenklicher (§. 38.) und gleichseitiger Triangel, durch die Perpendicular-Linie, die von seiner Grundlinie in die Spitze fällt, in zwey gleiche Theile getheilet. Tab. VII. Fig. 55. *Tab.* VII. *Fig.* 55.

Beweiß.

Wenn man aus der Spitze C die Perpendicular C D ziehet, so ist x = y (§. 75.): folglich sind A D C und C D B rechtwinklicht. Da nun in diesen Triangeln C D = C D, x = y und A C = C B: so sind sie beyde gleich (§. 60). Da sie nun zusammen genommen wieder das Ganze ausmachen: so theilet C D den ganzen Triangel in zwey gleiche Theile. W. Z. E. W.

Lehrsatz.

Tab. II. Fig. 13. §. 77. Wenn zwo Parallellinien ab und cd von einer dritten ef durchschnitten werden: so sind 1) die Wechselwinkel g h einander gleich; 2) Der äußere Winkel o ist dem innern h gleich, und 3) die beyden innern Winkel k h machen zusammen 180° aus. Tab. II. Fig. 13.

Beweiß.

1. Man ziehe aus k die Perpendicular kl, und aus n die Perpendicular n m: so ist kl = mn (§. 16.) und der Winkel l = m. Da nun die Linie kn = kn: so sind die beyden Triangeln k l n, und k m n einander gleich (§. 60.). Da nun h g die ähnlichen Winkel sind: so ist h = g W. D. E. W.

2. Da nun g o Vertikalwinkel sind: so sind sie einander gleich (§. 29.). Da ferner g = h, so ist auch o = h W. D. A. W.

3. k + o = 180 (§. 22). Da nun o = h (n. 2.) so ist folglich k + h = 180°. W. D. D. U. Z. E. W.

I.

Hypothesis.

A B est parallel ad cd

Thesis.

g = h

Demon-

Demonstratio.

kl = mn

l = m = 90°

gn = gn, Arithm.

△ kln = kmn

Ergo g = h

Q. E. P. D.

II.

Hypothesis.

ab est parallel ad cd

Thesis.

o = h

Demonstratio.

g = h (per dem. antec.)

g = o (§. Geom.)

Ergo o = h. (Arith.)

Q. S. E. D.

III.

Hypothesis.

ab est parallel ad cd.

Thesis.

k + h = 180°

Demonstratio.

o = h (per demon. antec.)

o + k = 180°. (§. Geom.)

Ergo h + k = 180°.

Q. E. D.

Lehrsatz.

Tab. II. Fig. 13. §. 78. Wenn zwey Parallellinien a b und c d von einer dritten e f durchschnitten werden, so sind sowohl die Perpendicularlinien k l und m n parallel, als auch a b und c d.

Beweiß.

Vermöge dessen, was im vorhergehenden (77. §. n. 1.) erwiesen worden, sind die beyden Triangel k m n und n l k einander gleich; also ist auch l n = k m; mithin k l von m n gleichweit entfernet, welches die Eigenschaft der Parallellinien ist (§. 16.): also sind k l und m n sich parallel W. Z. E. W.

I.

Hypothesis.

$$g = h$$

Thesis.

k l est parallel ad m n

Demonstratio.

$$g = h \text{ (per hypoth.)}$$
$$h + p + g = 180^\circ$$
$$g + k = 180^\circ$$

Ergo $h + p = 90^\circ$ & $g + r = 90^\circ$ (§. Geom.)

Ergo $m\,k = l\,n$

Ergo k l, m n sunt parall.

Q. E. D.

II.

II.

Hypothesis.

$k + h = 2$ Rectis.

Thesis.

a b est parall. ad c d.

Demonstratio.

$k + h = 2$ Rectis (per hyp.)
$k + g = 2$ Rectis
Ergo $k + h = k + g$ (Arithm.)
$k + k$ & $h = g$.
Ergo a b parall. ad c d.
Q. E. D.

Lehrsatz.

§. 79. In jedem Triangel machen alle drey Winkel zusammen genommen 180° aus. Tab. VII. Fig. 56. Tab. VII. Fig. 56.

Beweiß.

Ziehet man zu einer Seite z. E. zu A B durch die Spitze des Triangels eine Parallellinie c d: so ist $o = y$; $w = x$, $z = z$. (§. 77.) Da nun $o + z + w = 180°$ (§. 22.) so ist auch $J + y + x = 180°$. W. Z. E. W.

Hypothesis.

A B E = Triangulo.

Thesis.

In omni triangulo summa omnium angulorum = lis 2 Rectis.

Demonstratio.

c d est parall. ad A B. (per construct.)
Ergo $o = y$ & $w = x$
$o + z + w = 2$ Rectis
Ergo $y + z - x = 2$ Rectis.
Q. E. D.

Lehrsatz.

Tab. §. 80. Wenn man eine Seite eines Tri-
VII. angels verlängert, z. E. A B bis in C, so ist
Fig. der äußere Winkel X so groß wie die beyden
57. innern O W, die ihm entgegen stehen. Tab. VII. Fig. 57.

Beweiß.

$X + Y = 180^\circ$ (§. 22.) $O + W + Y = 180^\circ$ (§. 79.) derohalben $X = O + W$ W. Z. E. W.

Hypothesis.

A B est producta versus D.

Thesis.

Ang. $X = O + Y.$

Demonstratio.

$X + Y = 2$ Rectis
$O + Y + W = 2$ Rectis (per dem. antec.)
$Y + X = O + Y + W.$ (Arithm.)
minus y minus y
Resid. ; $- X = O +$; W. Q. E. D.

Zusatz 1.

Also kann man die Summe der beyden übrigen Winkel in einem Triangel finden, wenn man einen bekannten von 180° abziehet.

Zusatz 2.

Also kann man, wenn zwey Winkel bekannt sind, den dritten finden.

Lehrsatz.

§. 81. In einem jeden Triangel ist dem grössesten Winkel die größte Linie entgegen gesetzt, und umgekehrt. Tab. VII. Fig. 58. *Tab.* VII. *Fig.* 58.

Beweiß.

Es sey in dem Triangel ABC die Seite AC > AB: so ist AB = einem Theil von AC. Setzt man AB aus A in D, und ziehet BD zusammen: so ist ABD ein gleichschenklicher Triangel (§. 38.); daher o = x (§. 75). Nun aber ist o grösser wie n: folglich ist auch x > n, x + y = B; daher ist x + y oder B > n. W. Z. E. W.

Zusatz.

Also ist bey einem rechtwinklichen Triangel die Hypothenusa die längste Linie.

Lehrsatz.

§. 82. Wenn man verschiedene Linien aus einem Punkte auf eine gerade Linie ziehet: so ist unter diesen die Perpendiculare die kürzeste.

Tab. VII. Fig. 59. Und die Linien werden immer länger, je weiter sie sich von der Perpendiculare entfernen. Tab. VII. Fig. 59.

Beweiß.

Wenn C D die Perpendiculare, so sind C F, C E und C G die Hypothenusen von einem rechtwinklichen Dreyeck, mithin grösser wie die Perpendiculare C D (§. 81. Zus.) W. D. E. W.

C F ist weiter von der Perpendiculare C D entfernet als C E: da nun der Winkel F E C > als E F C > E D C, so ist auch C F > C E. W. D. A. U. Z. E. W.

Zusatz.

Fig. 60. Man kann daher zu einer gegebenen Linie A B eine Parallellinie ziehen, wenn man über die äusserste Punkte zweyer Cirkelbogen C C und D D die gerade Linie E F ziehet. Tab. VII. Fig. 60.

Lehrsatz.

Fig. 61. §. 83. **In einem jeden Cirkel hält der Winkel, den man von der Peripherie bis an den Mittelpunkt ziehet, zweymal so viel Grade wie derjenige, der auf den nemlichen Bogen stehet, und dessen Spitze an die Peripherie reichet.** Tab. VII. Fig. 61.

Beweiß.

Beweiß.

1. $C = X + Y$ (§. 80.) Da nun $AB = AD$ (§. 12. Grundſ.), ſo iſt $X = Y$ (§. 75.) folglich $C = 2\,Z$.

Oder Fig. 62. *Tab.* VII. *Fig.* 62.

2. $a = 2\,x$, $b = 2\,z$, wie oben erwieſen worden; daher iſt $a + b = 2\,x + 2\,z$.

Oder Fig. 63.

3. Wenn die gegebene Winkel die Lage ECD und EAD haben. Man ziehe die Linie AB, ſo iſt $O + m$ ein Winkel an den Mittelpunkt, deſſen Boge BD iſt. Da nun, wie (n. 1.) erwieſen, $O = 2\,r$, ſo iſt, wenn man O und r von beyden wegnimmt, $m = 2\,x$. W. Z. E. W. *Fig.* 63.

Casus I.

Thesis.

$c = 2\,x$.

Demonstratio.

$AB = AD$ (§. per antec.)
Ergo triang. ABD = triang. aequicrur.
$H = y$ (§. per Dem.)
$c = x + y$
$c = x + x$
Erg. $= \frac{1}{2}\,c = x$
Q. E. D.

Casus II.

Thesis.

$E = 2\,D.$

Demonstratio.

$a = 2\,x \;\&\; b = 2\,z$

$a + b = 2\,x + 2\,z$

Ergo $C = 2\,D.$ Q. E. D.

Casus III.

Thesis.

$m = 2\,x.$

Demonstratio.

c D A est △ tum aequicrur.

$r + x = y.$

Lat. A C est productum versus B.

$o + m = r + x + y$

$= 2\,x + 2\,r$

C E A est △ aequicrurum.

$r = n$

Lat. c A △li E C A est productum versus B

$o = r + n$

$= 2\,r$

$o + m = 2\,x + 2\,r$ (supra dem.)

$o = 2\,r$ (per demonstrata.)

Ergo $m = 2\,x.$ Q. E. D.

Zusatz 1.

Also kann man das Maaß eines Winkels an der Peripherie durch die Hälfte des Centerwinkels finden.

Zusatz 2.

Da nun derjenige Winkel, der auf den Durchmesser = 180° stehet, zu seinem Maaß 90° hat: so ist ein jeder solcher Winkel ein rechter Winkel, Tab. VIII. Fig. 64. A F C; und alle Winkel von der Peripherie auf dem Diameter gezogen sind sich gleich. Z. E. o = x = v. Tab. VIII. Fig. 64.

Hypothesis.

Ang. A F C est Ang. in ½ Circulo constitutus.

Thesis I.

Ang. A F C = Recto = 90°.

Demonstratio.

A F C est ang. ad Periph.
arcus A E C = 180°
½ A E C est mensura A F C
Ergo A F C = 90°
Ergo Ang. F = recto.

Hypothesis.

Ang. o, x, v eidem arcui A C insistunt.

Thesis II.

Ang. o = x = v.

Demonstratio.

Tab. VIII. Fig. 64. Anguli o, x, v insistunt eidem arcui A C. (per hypoth.)

Ergo Mensura o = $\frac{1}{2}$ Arc. A c.
Mens. x = $\frac{1}{2}$ Arc. A c.
Mens. v = $\frac{1}{2}$ Arc. A c.

Ergo anguli o v x eandem habent mensuram
Ang. eandem Mensuram habent sunt = les

Ergo o = x = v. Q. E. D.

Zusatz 3.

Man kann also daran ein Winkelmaaß probiren, ob es richtig gemacht sey.

Zusatz 4.

Tab. VIII. Fig. 65. Also bestimmet auch in einem Peripherie-Winkel ein grösserer Boge A B C als 180° einen stumpfen Winkel A D C, und ein kleinerer als 180°; z. E. C B F einen spitzen Winkel E D F. Tab. VIII. Fig. 65.

Erklärung

Fig. 66. §. 84. Ein Winkelmesser [Geneometricum] ist ein rechter Winkel von Metall, mit drey Abseher. Zwey davon als A B haben ein durchsichtiges Kreuz, und sitzen unbeweglich. Eines C hat in der Mitte ein Loch und lässet sich auf seinem Stift herum drehen. Will man damit einen rechten Winkel messen, so drehet man den Diopter C also, daß man durch das Kreuz B sehen kann; ist dieses geschehen, so drehet man den Diopter C so, daß man durch das Kreuz A sehen kann. Fig. 66.

Aufgabe.

§. 85. Eine Cirkellinie auf dem Felde abzustechen, wo man entweder gar nicht in der Mitte stehen kann, oder welcher so groß ist, daß man ihn nicht ganz übersehen kann. Tab. VIII. Fig. 67. Tab. VIII. Fig. 67.

Auflösung.

1. Man lasse sich den Durchmesser des Cirkels geben; z. E. in A B.
2. Man verfüge sich mit den Winkelmesser auf einen Platz, wo man A B sehen kann, und rücke so lange das Instrument, bis man A B unverrückt zugleich siehet. Z. E. in C.
3. Man verfahre also auf sehr vielen Stellen, z. E. in D E F G H J u. s. w. an beyden Seiten des Diameters, so hat man viele Punkte, die man nachmals zusammen ziehen kann, weil es Punkte der Peripherie sind.

Beweiß.

Der Winkel an der Peripherie, dessen Schenkel auf den Diameter stehet, ist ein rechter Winkel. (§. 83.) Wenn man daher viele rechte Winkel auf einen Durchmesser aus verschiedenen Stellen der Peripherie setzet: so bestimmen diese gewisse Punkte in der Peripherie, welche, wenn man sie nahe bey einander setzet und zusammen ziehet, einem Cirkelbogen ähnlich sind.

Aufgabe.

Aufgabe.

§. 86. Am Ende einer geraden Linie eine Perpendicularlinie aufzurichten.

Auflösung.

1. Man nehme über der Linie E D nach Gefallen einen Punkt in C an.
2. Mit der Cirkelöffnung C D merke man auf E D den Punkt A.
3. Man ziehe durch A und C eine gerade Linie so lang bis C A = C B = C D.
4. Wenn man nun aus D durch B eine gerade Linie ziehet, so stehet diese auf E D in D perpendicular.

Beweiß.

A B ist der Diameter eines Cirkels dessen Centrum in C. Da nun auf der Peripherie dieses Cirkels die Kruren sowohl als der Vertex des Winkels stehet, so ist er ein rechter Winkel (§. 21.); daher stehet F D auf D E perpendicular. (§. 21.) W. Z. E. W.

Thesis.

D F est perpendic. ad D E.

Demonstratio.

D est ang. in semicirculo constitutus
ang. in semicirc. constitutus est rectus (§. 21.)

Erg. D = Recto
Ang. rectus efficitur a perpendicul. (§. 21.)
Ergo D F est perpendic. ad D E.
Q. E. D.

Lehr.

Lehrsatz.

§. 87. Die Sehnen, welche in einem Cirkel gleiche Bogen abschneiden, sind einander gleich; und wenn die Sehnen gleich: so sind auch die Bogen, welche sie abschneiden, gleich. Tab. VIII. Fig. 69.

Beweiß.

Man ziehe von den Endpunkten der Bogen ANB und EMF nach den Mittelpunkt des Cirkels gerade Linien, so entstehen die Triangel ACB und ECF. Da nun der Bogen ANB = EMF: so ist x = g (§. 77). Da auch die Schenkel dieser beyden Triangel die Radien des Cirkels sind, so sind sie sich gleich; daher AB = EF. W. Z. E. W. Es sey die Sehne AB = EF. Da nun in den Triangeln die Linie AC = CE und CB = CF: so ist auch der Winkel x = g, folglich der Bogen ANB = EMF. W. Z. A. U. Z. E. W. *Tab. VIII. Fig. 69.*

Hypothesis.

Arcus ANB = arcui FME.

Thesis.

Chorda AB = chordae FE.

Demon-

Demonstratio.

Arcus A N B = arcui F M B. (per hyp.)
Menſ. & = arc. A B & menſ. y = E F.

x = y
A c = c E
B c = c F

Tria A B C = tria C F E

Ergo Chorda A B = Chordae F E.
Q. E. D.

Anmerkung.

Man wundere ſich nicht, daß wir hin und wieder lateiniſche Beweiſe hinzugefüget haben, die das nemliche beweiſen, was bereits in den Vorhergehenden erwieſen worden. Wir haben zweyerley Urſachen gehabt, dieſes zu thun: einmal, daß man ſehen ſolle, daß Wahrheit Wahrheit bleibe, man mag ſie aus einem Geſichtspunkte betrachten woraus man will; zweytens, um den Gang oder die Methode der Kürze in Beweiſen zu zeigen, die theils die Alten in ihren Schriften ſich bedienen; theils aber auch zu zeigen, wie man beym öffentlichen Vortrage verfahren könne. So überzeuget wir nun auch ſind, daß es einem Wahrheitsliebenden angenehm geweſen wäre, wenn wir fortgefahren hätten, dieſe Methode zu beobachten, ſo müſſen wir doch geſtehen, daß es dem Titel dieſes Buches nicht völlig entſpricht, und daß es unſerer Abſicht entgegen iſt, dieſes Werk dadurch ſo anſchwellen zu laſſen, daß durch deſſen Preis es manchen ſeinen Dienſt verſagte; es ſey alſo genug für die Abſicht der Methode.

Lehr-

Lehrsatz.

§. 88. Wenn die Sehne eines Cirkels durch eine Perpendicularlinie in zwey gleiche Theile getheilet wird: so theilet sie auch ihren Bogen perpendicular in zwey gleiche Theile, und diese Perpendicularlinie gehet durch das Centrum des Cirkuls woraus der Boge gemacht ist. Tab. IX. Fig. 70. *Tab.* IX. *Fig.* 70.

Beweiß.

Weil in den beyden Triangeln A G D und B G D, x = y, und AD = DB: so ist auch m = n. Da nun A J E = E Q B: so gehet die Linie E D perpendicular durch die Mitte des Bogens A E B. W. Z. E. W.

Da ferner A P E + A M D = L Q B + B N D = 360°: so gehet die Linie DE durch den Mittelpunkt des Cirkels. W. Z. E. W.

Lehrsatz.

§. 89. Wenn man von den Mittelpunkt des Cirkels eine Perpendicularlinie auf die Sehne eines Bogens wirft: so theilet diese auch den Bogen perpendicular in zwey gleiche Theile. Tab. IX. Fig. 71. *Fig.* 71.

Beweiß.

Weil in den beyden rechtwinklichen Triangeln ADC und DCB die Linien gleich sind: so ist auch AD = DB, und weil x = y: so ist auch D = F (§. 29). Da nun ED = ED: so ist auch AE = EB. W. Z. E. W.

Aufgabe.

Aufgabe.

Tab. IX. Fig. 72. §. 90. Einen Cirkelbogen in zwey gleiche Theile zu theilen Fig. 72.

Auflösung.

Man verfahre, wie bey einer geraden Linie (§. 71): so wird die gerade Linie AB auch den Bogen CED in zwey gleiche Theile theilen.

Beweiß.

Der Beweiß steckt in den erwiesenen Lehrsätzen (§. 88 und 89.)

Zusatz.

Es folget auch, daß alle gerade Linien, die vom Centro bis an die Peripherie gezogen werden, oder alle Radii auf derselben, perpendicular stehen.

Erklärung.

§. 91. Eine gerade Linie, die einen Cirkelbogen in einem Punkte berührt, welcher letztere perpendicular auf den Radius stehet, heißt in Rücksicht der krummen Linie, der Tangent. [Linea tangens].

Aufgabe.

Fig. 73. §. 92. Durch einen gegebenen Punkt C außerhalb des Cirkels den Tangenten AD zu ziehen. Tab. IX. Fig. 73.

Auflö-

Auflösung.

1. Man ziehe von C nach A eine gerade Linie C A.
2. Man theile diese Linie C A in zwey gleiche Theile.
3. Man beschreibe aus B mit A B einen halben Cirkel.
4. Da, wo dieser halbe Cirkel den gegebenen in D schneidet, ziehe man von A die gerade Linie A D, welcher der verlangte Tangente ist.

Beweiß.

C D A ist ein rechter Winkel (§. 21.), und C D ist der Radius des gegebenen Cirkels: folglich ist A D der Tangent. (§. 91.) W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Wird der Punkt in der Peripherie gegeben, so ziehet man den Radium nach selbigen und richtet auf derselben eine Perpendicularlinie auf, so ist dieses der Tangent.

Zusatz 2.

Weil Fig. 74. D G das Maaß des Winkels F C D ist (§. 22. Zus. 4.), so muß der Tangente grösser oder kleiner werden, wenn der spitze Winkel C grösser oder kleiner wird. Wird er aber ein Rechter, wie z. E. E C D: so kann der Tangent ihn nicht berühren, weil E C mit F D parallel läuft. Mithin findet auch keine unendliche Grösse von einen Tangenten statt.

Zusatz 3.

Also kann man von den Tangenten auf einen spitzen Winkel schliessen.

Zusatz 4.

Ziehet man von 180° einen spitzen Winkel, der mit jenem ein Angulus Contigus ist, (§. 28.) ab, so bleibet ein stumpfer Winkel übrig: daher kann man, vermittelst des Tangenten, auch die stumpfen Winkel finden.

Erklärung.

§. 93. Complementum **ist dasjenige, was man zu einem gegebenen Theile addiren muß, wenn man das Ganze wiederum in der Summe heraus haben will; und die Linie** GH, **welche perpendicular auf** CD **stehet und in den Punkt fällt, wo der Bogen** DG **oder das Maaß des Winkels** GCD **in** G **schneiden, heißt der Sinus von den Bogen** GD.

Zusatz.

Je grösser daher der spitze Winkel wird, desto grösser wird auch der Sinus: daher läßt sich begreifen, warum in einen rechten Winkel der Sinus Sinus totus heißt.

Erklärung.

§. 94. Secans **heißt die Linie** CF, **welche so wohl den Bogen** GD **durchschneidet als auch den Tangens** DF.

Erklä-

Erklärung.

§. 95. Das Complementum des Winkels GCD ist der Winkel ECG. Also ist JG der Sinus Complementi oder Cosinus, und EK der Tangens complementi oder Cotangens; CK aber Secans complementi oder Cosecans.

Aufgabe.

§. 96. **Durch drey gegebene Punkte, die nicht in gerader Linie stehen, eine Cirkellinie zu ziehen.** Tab. IX. Fig. 75. *Tab.* IX. *Fig.* 75.

Auflösung.

1. Man ziehe die Linien (entweder würklich oder in Gedanken) AB, BD und theile solche nach (§. 71.) in zwey gleiche Theile.
2. Aus dem Punkt C, wo diese Linien einander schneiden, beschreibe man eine Cirkellinie mit der Oeffnung CA. Dieser wird durch die drey Punkte gehen.

Beweiß.

AB und BD sind Sehnen eines Cirkels. Theilet man die Sehnen eines Cirkels in zwey gleiche Theile, so gehet diese Linie durch den Mittelpunkt eines Cirkels (§. 88.) Da nun JH und FE durch den Mittelpunkt des Cirkels gehen, so muß dieser Mittelpunkt in C fallen: mithin sind AC, BC und DC die

Radii des Cirkels (§. 12.); und also gehet der Cirkel durch die Punkte A B C. W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Wenn man daher einen runden Thurm oder sonst etwas Grosses, was man nicht übersehen kann, messen will, so darf man nur drey Punkte davon absetzen, und diese genau messen, sie nachmals in einen Cirkel bringen, so hat man die ganze Figur.

Zusatz 2.

Also kann man auch zu einen gegebenen Cirkelbogen den Mittelpunkt finden.

Lehrsatz.

Tab. X. *Fig.* 76. §. 97. **Wenn in einem gradlinichen Triangel eine gerade Linie mit einer von den Seiten parallel gezogen wird: so verhalten sich die obern Theile der Schenkel zu einander, wie sich die untern Theile der Schenkel zu einander verhalten.** Tab. X. Fig. 76.

Beweiß.

Man ziehe in den Triangel A C B mit der Linie A B die Parallelle D E: so ist der Winkel $x = y$ und $m = o$ (§. 75.); folglich $AC : CB = CD : CE$. (§. 75.) $AC : CD = CB : CE$.

Da nun Parallellinien verschiedene Linien, die man auf sie ziehet, verhältnißmäßig theilen: so so verhält sich A D zu A C, wie B C zu E C; also auch D C zu A C, wie C E zu C B. W. Z. E. W.

Zusatz.

Wenn daher eine Linie in gleiche oder ungleiche Theile getheilet wird, z. E. in den Triangel A C Fig. 77. und man ziehet von dieser zu der untersten A B die Parallellen x y z w v o: so wird die Linie C B in die nemlichen Theile getheilet werden. *Tab.* X. *Fig.* 77.

Aufgabe.

§. 98. Vermittelst eines Triangels eine gerade Linie in verlangte gleiche Theile zu theilen; z. E. die Linie A B in fünf gleiche Theile. Tab. X. Fig. 78. *Fig.* 78.

1. Man trage auf eine andere Linie C D, welche man nach Gefallen nimmt, so viel gleiche Theile als A B haben soll, hier 5.
2. Mit C D beschreibe man auf C D einen gleichseitigen Triangel C E D. (§. 64.)
3. Man trage aus der Spitze des Triangels E die gegebene Linie A B auf die Schenkel E C und E D, und ziehe die Linie A B, welche der gegebenen gleich ist.
4. Aus der Spitze des Triangels E ziehe man nach den Theilungspunkten m n o p gerade Linien, diese theilen die gegebene Linien in fünf gleiche Theile.

Beweiß.

Der Triangel E B A ∽ dem Triangel E C D. (§. 97.) Da nun in ähnlichen Triangeln die Seiten proportional sind: so ist B A mit C D proportional.

Da nun die Theile in C D gleich sind, so müssen sie es auch in B A seyn: weil sich in ähnlichen Dingen die Theile wie die ganzen gegen einander verhalten. W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Man kann daher auch die gegebene Linie in solche proportionelle Theile theilen, wie eine andere gegebene Linie getheilet worden.

Zusatz 2.

Die Eintheilung der Linien ist von grossen Nutzen; wir haben bereits in den (§. 36.) das Nöthige angeführet. Wie man in der Praktik ein allgemeines Maaß sich anschaffen solle ist Tab. XXXVI. gezeigt. Wenn man nemlich den Pariser Fuß in 1440 Theile, auf die vorbeschriebene Art, theilet: so kann man nach der angeführten Tabelle §. 45. die übrigen Maaßen finden.

Aufgaben.

Tab. X. Fig. 79. §. 99. **Zu zwo gegebenen Linien A B und A C die dritte grössere Proportionallinie zu finden.** Tab. X. Fig. 79.

Auflö-

Auflösung.

1. Man mache den beliebigen Winkel E A D.
2. Man trage aus A in B die Linie A B; aus A in C, imgleichen aus B in D die Linie A C.
3. Man ziehe von B in C eine gerade Linie C B, und aus D die Linie D E mit C B parallel: so ist C E die dritte Proportionallinie.

Beweiß.

Weil E D zu C B parallel, so B A : A C = B D : C E: da nun B D = A C: so ist C E die dritte Proportional. W. Z. E. W.

Zusatz.

Will man die nächste kleinere Proportional finden, so setzt man A B aus C in F und ziehet F G: so ist B G die verlangte kleinere Proportionallinie.

Aufgabe.

§. 100. **Zu drey gegebenen Linien AB AC und BD die vierte Proportional zu finden.** Tab. X. Fig. 80. *Tab.* X. *Fig.* 80.

Auflösung.

1. Man mache den willkürlichen Winkel E A D.
2. Man trage aus A in B die Linie A B, aus A in C die Linie A C, und aus B in D die Linie B D.

3. Von B in C ziehe man die gerade Linie, und zu dieser
4. aus D mit CB die Linie DE parallel: so ist CE die verlangte vierte Proportionallinie.

Zusatz.

Die kleinere Proportional findet man, wenn man die grosse Linie BD aus A in G, die nächst grössere Linie aus A in C setzet, und die kleinste Linie AB aus G in F setzet: so giebt CH die verlangte kleinere Proportion.

Aufgabe.

Tab. X. *Fig.* 81. §. 101. **Zwischen zwey gegebenen geraden Linien AB und BE eine mittlere Proportionallinie zu finden.** Tab. X. Fig. 81.

Auflösung.

1. Man setzt AB an BE in gerader Linie: so hat man AE.
2. Man theile diese Linie AE in zwey gleiche Theile C, und beschreibe den halben Cirkel ADE.
3. Man ziehe DB perpendicular aus B, welches die verlangte mittlere Proportional ist.

Beweiß.

Man nehme an, daß in den Triangel ABD die Linie BD, und in den Triangel BDE die Linie BE die Grundlinie: so sind, weil m und o rechte Winkel (§. 21.) AB und BD gleichnamige Seiten. Da nun $m = o$ und $y = x$: so ist AB:

AB: BD = BD: BE. (§. 11.) folglich BD die mittlere Proportionallinie zwischen AB und BE. W. Z. E. W.

Zusatz.

Also ist die Perpendicularlinie in jedem rechtwinklichten Triangel, die in dessen Spitze von der Hypothenuse fällt, die mittlere Proportional der beyden kurzen Linien des Triangels.

Aufgabe,

§. 102. Eine gegebene Figur ABCDEF zu verjüngen. Tab. XI. Fig. 85. *Tab.* XI. *Fig.* 85.

Auflösung.

Es soll z. E. die Figur also verjüngt werden, daß die gleichnamigen Linien der zu machenden Figur $\frac{1}{3}$ von der gegebenen halten.

1. Man theile eine Linie, welche man will, z. E. AB von der gegebenen Figur in drey gleiche Theile.
2. Man ziehe eine andere Linie gh Fig. 84. und mache aus G mit der angenommenen Linie AB den Bogen bi.
3. Auf diesen Bogen setze man das gefundene Drittel ba.
4. Man ziehe die Linie ik: so hat man einen Winkel, worin man alle Linien auf $\frac{1}{3}$ verjüngen kann.
5. Man ziehe die Linie ab = $\frac{1}{3}$ von AB, und trage den Winkel CBA in b, mit den Transporteur. Fig. 86.

6. Man fasse die Linie BC in den Cirkel, und verjünge sie in den Winkel, so wird sie = b c Fig. 86. Man verfahre mit allen Linien auf gleiche Weise und verjünge C D in c d, D E in d e, E F in e f und F A in f a: Fig. 85. und 84. so wird man die ganze Figur nach der angenommenen Proportion erhalten.

Zusatz.

Hat man weitläuftige Charten auf diese Art zu kopiren, so reißt man gleich beym Anfang viele Winkel auf Pappendeckel, damit man nach der Abnutzung des ersteren, sogleich einen andern hat, der mit unverrückten Cirkeln gemacht worden.

Erklärung.

Tab. X. *Fig.* 82. §. 103. Das eigentliche Astrolabium ist ein ganzer oder halber Cirkel von Messing in 360° Grade getheilet. Das Ganze also in 360°, und das Halbe in 180°. Tab. X. Fig. 82 ist das Halbe; bey A und B sind zwey Absehers feste an den Halbcirkel. In der Mitte ist das Lineal c d mit den Absehern [Dioptras] um das Centrum beweglich.

Zusatz.

Tab. XII. *Fig.* 90. Dieses Astrolabium ist nachmals mit vielen Nebentheilen bereichert und verbessert worden. Wir haben Tab. XII. eines zusammen gesetzet, welches wir am vollkommensten befunden haben. Bey A B ist der ganze Cirkel in 360

Grad

Grad getheilet; C D ist der Inder oder das bewegliche Lineal, welches in der Mitte eine Linie hat, wodurch der eigentliche Grad angedeutet wird. Die Nebenabtheilung ist so gemacht, daß sie einen Grad in 5, 20, 30 oder 60 Minuten theilen, welches man den Nonius nennet. Die Dioptern dieses Lineals befinden sich in E F, und zwar so hoch, daß man bey spitzigen Winkeln über die unbeweglichen Dioptern G H wegsehen kann. Bey K M ist noch ein abgetheilter halber Cirkel angebracht, wozu bey L der Inder befindlich. Dieses Cirkels bedienet man sich bey bergichten Gegenden.

Der Tubus J N ist in O beweglich, und trägt auf den Rücken eine Wasserwage. An ihm ist der halbe Cirkel M L K befestigt. Unten auf den beweglichen Lineal ruhet die Magnetbüchse P, um die Weltgegenden notiren zu können. Der Tubus Q R sowohl als J N vertrit bey weiten Objectums die Stellen der Dioptern. Was übrigens hier nicht beschrieben worden, mag die Figur näher erklären.

Aufgabe.

§. 104. **Die Weite eines Orts mit dem Astrolabio zu messen, zu dem man nicht kommen kann, oder nicht hinzu gehen will.** Tab. XI. Fig. 87. *Tab.* XI. *Fig.* 87.

1. Man steche mit zwey Pfählen die Standlinie A B ab, und lasse diese messen, z. E. = 110° 3'.

2. Man

2. Man stelle das Astrolabium in A, und visire durch die unbeweglichen Diopteru nach B.

3. Man drehe die beweglichen Diopteru nach C, und notire die Grade, welche das Dioptrallineal zeigen. Z. E. = 91°

Tab. XI. Fig. 88. 4. Man notire dieses in seinem Manual Fig. 88. Tab. XI. der Figur nach ohngefehrlich.

5. Man verfüge sich mit dem Astrolabio nach B, und drehe die unbeweglichen Diopteru nach A.

6. Man trage die Standlinie nach dem verjüngten Maaßstabe, und die notirten Winkel nach dem Transporteur aufs Papier: so wird, wenn man A C mit den Cirkel fasset, und sie auf dem verjüngten Maaßstabe untersucht, dieselbe auf demselben so viel Ruthe, Fuße u. s. w. halten, wie die große Linie im Felde hält. (§. 14.)

Erklärung.

§. 105. Der prätorianische **Meßtisch** [Mensula praetoriana] ist in seiner einfachesten Gestalt ein Brett, auf welchem ein Blatt Papier fest gemacht worden. Nach der Erfindung des Prätorii ist sie sehr verändert; der Branderschen künstlichen Zusätze nicht zu gedenken, haben wir die unsrige (Tab. XIII.) folgender Gestalt eingerichtet. Fig. 92. stellet A B die Mensul vor, C D E F ist der Spiegel oder das Reißbrett, worauf, vermöge des Ramens A B (welche beyde mit Falzen gemacht

Tab. XIII. Fig. 92.

macht sind) das Papier gespannet wird. In den Ramen befindet sich bey G ein Compas, und bey H eine runde Wasserwage, um den Tisch horizontal zu stellen. Auf die Seitenramen J K sind Maaßstäbe von verschiedenen Grössen gerissen. L L ist ein Tubus, um entfernte Gegenstände zu suchen, indem man ihm bey M an einem Gewerbe nach allen Gegenden drehen kann. N ist ein Kaste, worin das Visirlineal zum aufbewahren geschoben werden kann.

Erklärung.

§. 106. Tab. XIV. ist Fig. 94. das **Visirlineal** [Dioptrale] vorgestellet. Die wesentlichen Theile dieses Instruments sind die **Diopteren** A B. Wir haben sie unter der 95ten Figur in wahrer Grösse vorgestellet. Die Scheibe C D kann vermöge des Gewerbes E unterwerts gedrehet werden, so daß das kleine Loch F auf die kleine Oeffnung G passet. Ist die Scheibe C D herunter gelassen, so daß sie das Kreuz H J bedecket, so heißt der Diopter, der **Oculardiopter**; ist er hingegen oberwerts gedrehet, wie die 95te Figur zeiget, so heißt er der **Objectivdiopter**. Also kann man die Dioptern A B Fig. 94. verwandeln, und bald A zum Ocular- und B zum Objectiv- (und umgekehrt) Diopter machen. C D und C D sind messingene Stangen, woran man die Dioptern, vermittelst der Hülse C C auf- und niederstellen, und mit der darin befindlichen Schraube, wo man will, befestigen kann.

Tab. XIV. *Fig.* 94.

Fig. 95.

Fig. 94.

In

In der Mitte des Lineals ist eine Magnetnadel befindlich, um sich auf jedem Stande zu orientiren.

Zusatz 1.

Dieses Visir ist hinlänglich in ebenen Gegenden auch allenfals bey Anhöhen zu gebrauchen; allein bey hohen Bergen und bey Perpendicularhöhen haben wir uns folgendes mit Nutzen bedienet: Tab. XIV. Fig. 96. ist AB der Fuß des Visirlineals, woran die Linien gezogen werden und worauf das Libell O befindlich. BD ist ein Boge von Messing, den man bis in 90 Grad machen lassen kann. EF ist ein Lineal, welches an den Diopter G mit einem Gewinde Fig. 95. K fest gemacht ist, eben wie auch bey den Diopter H Fig. 96. geschiehet. Der Diopter J läßt sich vermöge des Gewindes L Fig. 95 auch vertical stellen, und der Diopter H Fig. 96 läßt sich vermöge des Gewerbes N schrege stellen. OP ist eine perpendiculare Stange, welche sich auf einer Leiste q R hin und her schieben läßt. Die Stange OP, oder der Index, ist in gewisse Theile z. E. in 100 oder 200 getheilet; und eben so auch das Lineal AB, wie auch das Visir GF. Also alle drey Stücke in Theile von gleicher Grösse.

Tab. XIV. Fig. 96. *Fig. 95.* *Fig. 96.*

Zusatz 2.

Man kann auch auf den Fuß neben den Libell eine Magnetnadel leicht anbringen.

Anmer-

Anmerkung 1.

Weil man mit diesem Instrument gleich auf der Stelle die Höhen bestimmen kann, so wollen wir es ins künftige das Höhenvisir nennen.

Anmerkung 2.

Die Nadeln, welche man sich bey Messung der Mensul bedienet, müssen die feinsten Nehnadeln seyn die gemacht werden. Man macht mit gutem Siegellack am Lichte einen Kopf daran, wie Fig. 92 bey O zu ersehen. Wir wollen dieses die Meßnadel nennen.

Zusatz 3.

Die Nuß, von Messing Tab. XII. J T, ist allen vorberührten Instrumenten gemein. Sie bestehet aus der Kugel U, woran der Zapfen V. Die Kappe W wird an die Schüssel, vermöge der Schrauben y geschroben. In Z ist eine Stellschraube, die die Kugel fest hält; in a ist eine grössere Schraube, welche an den Zapfen des Statives b greift. *Tab.* XII.

Aufgabe.

§. 107 **Die Weite dreyer Oerter zu messen, zu denen man nicht kommen kann, oder nicht gehen will.** Tab. XI. Fig. 89. *Tab.* XI. *Fig.* 89.

Auflösung.

1. Man setze die Mensul in A und stecke die Meßnadel in a.
2. Man lege das Visirlineal an die Nadel a und visire nach c, ziehe mit der Cirkelspitze die Linie C a; ferner d a und c a.

3. Man

3. Man lasse auch in B eine Meßfahne setzen und visire darnach, und ziehe die Linie b a.

4. Man lasse A B messen und trage dieses Maaß nach einem verjüngten Maaßstabe aus a in b.

5. Man setze die Mensul in B, und lege das Visirlineal an die Linie a b.

6. Man visire in dieser Lage des Visirlineals nach A, so daß man den Tisch auf der Nuß mit dem Visirlineal zugleich drehet.

7. Man schraube den Tisch feste, und stecke die Meßnadel in b, visire nach C D E und ziehe die Linien c b, d b, e b.

8. Wo sich die Linie a c mit c b, die Linie d a mit b c, und e a mit e c schneiden, da sind, nach dem verjüngten Maaßstabe, die begehrten Punkte.

Beweiß.

Da zwischen den Linien auf dem Felde und denen auf der Mensul einerley Verhältniß ist: so kann man sagen, wie sich A B verhält zu C D, so verhält sich auch a b zu c d u. s. w. Da nun auch die Triangel auf der Mensul denen auf dem Felde ähnlich sind: so kann man nach dem verjüngten Maaßstabe in der Figur auf der Mensul sagen, was man nach dem großen auf dem Felde sagen kann (§. 14.), mithin giebt der verjüngte Maaßstab die Weiten a d, und d c u. s. w. W. Z. E. W. (§. 14. Zus. 1.)

Auf-

Aufgabe.

§. 108. Die Entfernung eines Objects ohne Veränderung des Standorts C zu messen, wozu man nicht kommen kann. Tab. XV. Fig. 97. *Tab.* XV. *Fig.* 97.

Auflösung.

1. Man setze die Mensul in A, und lasse in B eine Meßfahne setzen.
2. Man lasse AB messen und mache A b mit A B durch den verjüngten Maaßstab proportional.
3. Man lasse zwischen B C in gerader Linie die Stange D setzen.
4. Man lasse A D messen, und mache A d mit A D proportional.
5. Hat man nun nach allen Ständen visirt: so ziehe man b d nach C, so giebt c A auf dem verjüngten Maaßstabe die Länge von C A.

Beweiß.

Der Winkel d A b = D A B, A d: A D = A b: A B: A b. Der Triangel d b A ∽ D B A und c b ist mit c B parallel: folglich A b: A B = A c: A C, also die Winkel c d A = C D A. Nun sind auch die Winkel c A d = C A D; daher die Triangel c d A ∽ C D A: daher A d: A D = A C: A C; es war aber A d: AD = A b: AB; folglich A b: A B = A c: A c. W. Z. E. W.

Zusatz.

Man nennet dieses aus einem Standpunkte messen. Ob nun zwar die Mensul nicht den Stand verändert, so siehet man leicht, daß man fast drey Standpunkte, wenn man B und D dafür annimt, haben muß.

Aufgabe.

Tab. XV. Fig. 98. §. 109. **Die Entfernung zweyer Oerter c und c E aus unverrücktem Standpunkte zu messen.** Tab. XV. Fig. 98.

Auflösung.

1. Man suche A C, wie in der vorhergehenden Aufgabe.
2. Man lasse in F eine Meßstange stellen, so, daß B F E in gerader Linie sich befinden.
3. Man visire nach E und F, lasse A F messen, und mache A f mit A F proportional.
4. Man ziehe durch b und f die Linie b e, welche von A E durchschnitten wird.
5. Man ziehe die Linie c e, welche auf dem verjüngten Maaßstabe die begehrte Entfernung giebt.

Beweiß.

Die Winkel b A f = B A F: A b: A B = A f: A F. Die Triangel b f A ∽ B F A, und B F ∽ b f. Da nun b e mit B E parallel ist, und die Triangel e b A ∽ E B A: folglich

lich A b: A B = A c: A E. Nun war A b: A B = A c: A C. Ferner A c: A C = A e: A E. Der Winkel c A e = C A E; daher der Triangel c e A ∽ C E A: folglich A c: A C = c e: C E. Nun ist A b: A B = c e: C E. W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 110. Eine jede geradlinichte Figur, in der man herum gehen kann wo man will, mit der Ketten und Stäben zu messen. Tab. XV. Fig. 99. *Tab.* XV. *Fig.* 99.

Auflösung.

1. Man messe den ganzen Umfang der Figur, und notire in dem Manuale jede Linie besonders. Nro. 1.
2. Man zeichne die Figur ohngefehrlich ins Manual. Fig. 99. Nro. 2.
3. Man messe die Diagonallinien A B, B C, und C E. Nro. 1.
4. Man trage nach dem verjüngten Maaßstabe die Figur aufs Papier Fig. 99. N. 2. so ist geschehen was man verlangt.

Beweiß.

In einer verjüngten Figur verhalten sich die Seiten gegen einander, wie in der großen. (§. 102.) Ist z. E. A F = 118': so ist a f auch = 118'; und wann B F im großen 66', so ist b f auch = 66': mithin da es ähnliche Figuren sind, so sind auch die Winkel einander gleich (§. 58.), mithin kann man, in Rücksicht des kleinen Maaßstabes, von der kleinen Figur sagen, was man in Rücksicht des großen Maaßstabes von der großen Figur sagen kann: daher ist die Grösse der Figur gemessen. (§. 14. Zus. 1.) W. Z. E. W.

Aufgabe.

Tab. XV. Fig. 100. §. 111. **Mit der Mensul die vorstehende Aufgabe.** Tab. XV. Fig. 100.

Auflösung.

1. Man setze die Mensul in A und visire nach B und E, und ziehe diese Länge mit der Cirkelspitze auf der Mensul. Man lasse A B messen, und trage diese Länge nach dem verjüngten Maaßstabe auf die gezogene Linie.

2. Man stelle die Mensul in B, lege das Visir an die Linie A b und drehe in dieser Lage des Lineals die Mensul bis man A durch die Dioptern siehet.

3. Man stecke die Meßnadel in b und visire nach C.

4. Man verfahre in allen Punkten als C D und E, wie in B geschehen: so ist die Figur gemessen. Diese Art ist nöthig bey Plätzen, die man nicht übersehen kann. Z. E. bey Holzungen, besäeten Feldern und d. g. Geschwinder geschiehet dieses durch folgende Aufgabe.

Zusatz.

Zusatz.

Anders.

Wenn man die Winkel B C D als die Entfernung verschiedener Oerter betrachtet (§. 107.) und A E zur Standlinie wählet: so hat man die Figur eben so richtig und viel leichter, wozu aber nöthig ist, daß man den Platz übersehen kann.

Aufgabe.

§. 112. **Einen gegebenen Platz aus der Mitte mit dem Astrolabio zu messen.** Tab. XVI. Fig. 101. Nro. 1. Tab. XVI. Fig. 101.

1. Man lasse in alle Winkel eine Meßfahne stellen, z. E. in A B C D E F G.
2. Man visire nach allen Meßfahnen, und notire die Grade in dem Manuale, Fig. 101. Nro. 2.
3. Man trage diese Grade durch den Transporteur auf Papier; wie auch die Längen der Linien. H A, B H, C H, E H, F H, nach dem verjüngten Maaßstabe: so ist die Figur gemessen.

Anmerkung.

Wie man mit dem Astrolabio den Perimeter einer Figur messen soll, ist hieraus und aus (§. 111) leicht zu begreifen.

Zusatz.

Hat man weitläuftige, z. E. Stundenlange Heiden oder Plätze zu messen, so theilet man sie beym Astrolabio entweder in kleinere Fig. 102.

und setzet diese zusammen. Mit der Mensul aber geschiehet dieses auf folgende leichtere Art. Tab. XVI. Fig. 102.

1) Man lasse in einen solchen grossen Platz vier Standlinien, als A B, B C, C D und D A stechen, und zwar so, daß man aus diesen Standlinien die in allen ein- und ausspringenden Winkeln gesetzten Meßfahnen sehen kann.

2) Man verfahre nach §. 111. so ist die Figur gemessen.

Zusatz.

Bey Messung der Mensul ist folgendes zu merken:

Tab. XIII. *Fig.* 92. 1) Muß man, wenn man anfängt zu arbeiten, auf den Compas Tab. XIII. Fig. 92. Lit. G acht haben, wie viele Grade derselbe zeiget; diese notiret man sich neben den Compas.

2) Muß man recht starkes und steifes Papier wählen, dieses giebet sehr accurate Arbeit.

Tab. XVII. *Fig.* 103. 3) Da bey grossen Plätzen, und besonders welche sich sehr in die Länge erstrecken, oft neues Papier aufgespannet werden muß, so muß man auf jede Mappe der Papiere, bevor man sie herunter macht, die Magnetnadel ziehen. Es sey z. E. Tab. XVII. Fig. 103 und 104. zwey Stücke [Broillons] welche an einander gesetzet werden müssen, so bemerkt man sich bey der letzten Station den Punkt A mit einem Buchstaben oder sonst einem Zeichen; man ziehet auch nach der nächst folgenden Station

die

die Linie A B, und bemerkt sie mit den Zeichen < >. In diesem Punkt A, wo man aufgehöret hat, fängt man auf dem Papiere 104 wiederum an, und visirt noch einmal nach der Station B; man bemerkt auf diesem Papiere Fig. 104. die Linie A B mit dem Zeichen < >. Will man nun das Papier 103 an das Papier 104 setzen, so sticht man durch den Punkt A des Papiers 103, und durch A des Papiers 104 die Meßnadel, und beyde auf den Tisch feste. Man drehet das Papier 103 oder 104 so lange, bis sich die Linien A B und A B decken, in dieser Lage befestiget man das Papier 103 an 104 entweder mit Mundleim, Oblaten oder Siegellack. Man untersucht auch, ob die Magnetnadeln auf beyden Papieren parallel laufen; ist dieses, so hat man accurat gearbeitet.

Anmerkung.

Wenn man alles dieses genau beobachtet, so wird man finden, daß man mit der Mensul am sichersten, accuratesten und geschwindesten arbeiten kann.

Aufgabe.

§. 113. **An Bergen mit der Mensul zu messen.** Tab. XVII. Fig. 105. *Tab.* XVII. *Fig.* 105.

1. Arbeitet man Bergan, so läßt man z. E. von A bis B messen; dieses wäre z. E. $= 100°$.
2. Man visire nach B mit den beweglichen Lineal E F Tab. XIV. Fig. 96. und lasse dieses Lineal festgeschroben also stehen. *Tab.* XIV. *Fig.* 96.

3. Man schiebe den Index O P auf 100: so wird er auf dem unbeweglichen Lineal A B Fig. 96 die Grundlinie des Berges anzeigen, die man nach dem verjüngten Maaßstabe auf die Mensul trägt.

Tab. XVII. Fig. 105. 4. Man verfüge sich nach B Tab. XVII. Fig. 105. und verfahre daselbst wie in A: so hat man auf der Mensul die Grundlinie des Berges A D.

Beweiß.

Man verlängere A E bis in D: so ist A D mit B F parallel: so ist F D = B E: also ist C F + B E = C F + F D; da nun F D und B E Perpendicular- und Parallellinien sind: so ist auch B F = E D: (§. 78.) folglich B F + A E = D E + A E. W. Z. E. W.

Zusatz.

Tab. XIV. Fig. 95. Misset man Bergab, so schiebt man die Klappe C D Fig. 95 Tab. XIV vor das Kreuz, und macht den vorhergehenden Objectivdiopter zum Oculardiopter, und den vorigen Oculardiopter zum Objectivdiopter; verfähret übrigens wie in der vorstehenden Aufgabe gelehret.

Aufgabe.

Tab. XVII. Fig. 106. **§. 114. Die Höhe eines Objects, z. E. eines Thurms, mit der Mensul zu messen. Fig. 106. wozu man kommen kan.**

1. Man lasse A B messen, z. E. = 150°.
2. Man drehe das bewegliche Lineal nach der Spitze des Thurms C.

3. Man

3. Man schiebe den Index auf das erhaltene Maaß, z. E. hier = 150: so zeiget dieser Index das Maaß, wo ihm das bewegliche Visir durchschneidet oder kreuzet.

Beweiß.

Wenn in dem Triangel ABC und in dem Triangel abc die Winkel A und a rechte Winkel sind; und AB = ab; der Winkel B = dem Winkel b: so verhält sich ab zu AB, wie AC zu ac. (§§. 60. 61. 62.) W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 115. **Eine Höhe zu messen, wozu man nicht kommen kann.** Tab. XVII. Fig. 107. *Tab.* XVII. *Fig.* 107.

Auflösung.

1. Man nehme den Winkel CAD entweder nach Graden oder mit dem Index, und merke seine Grade oder Partes an.
2. Man lasse AB messen, und nehme den Winkel CBD.
3. Hat man die Grade notirt, so trage man sie mit dem Transporteur auf; hat man aber die Partes auf dem Höhenvisir notirt: so trägt man sie nach dem verjüngten Maaßstabe auf; wobey jedoch zu merken, daß bey Abnehmung des Winkels der Index des Höhenvisirs beydemal unbeweglich stehen bleibt.

Zusatz.

Man kann also mit dem Höhenvisir, ohne Zuthun der Mensul, wenn man es nemlich auf ein Stativ schraubt, die Höhen messen.

Zusatz.

Man misset auch die Höhen durch das Barometer, und hat aus der Erfahrung: je höher das Barometer getragen wird, desto tiefer fällt es, und umgekehrt. Man ist aber noch nicht völlig über die Proportion einig. Insgemein nimmt man nach Cassini an: daß das Barometer in der Höhe von 61 Franz. Fuß vom Weltmeere angerechnet, eine Linie fällt, u. s. w. nach folgender Progression:

1	Linienfall	giebt	61	Fuß.
2	—	—	123	—
3	—	—	186	—
4	—	—	250	—
5	—	—	315	—
6	—	—	381	— u. s. w.

Anmerkung.

Es setzet diese Arbeit jedesmal eine besondere Beobachtung und Erfahrung voraus. S. den zweiten Theil dieses Werks und zwar das Hauptstück von Bergen.

Erklärung
eines Erdmicrometers.

§. 116. Es giebt oft Aufgaben in der Meßkunst, wo es auf außerordentliche Kleinigkeiten ankömmt; z. E. auf Linien und Scrupel, da es es hingegen auf einen halben Zoll oder Zolle, ja wol oft auf einen Fuß im gemeinen Wesen allemal nicht ankömmt. Wenn man aber zu wissen verlangt, um wieviel eine Thurmspitze aus der Perpendicularlinie vor einem Jahre gewichen ist, und ob sie sich dies Jahr um eine Linie oder halbe Linie verrücket habe; ferner, wenn man die Dicke von einigen tausend Bäumen an ihrem obern Ende (in der Krone) gern geschwind wissen wollte, und zwar zuverlässig wissen wollte, um die Frage zu beantworten: Ob auch die tausend Bäume 10000 Rthlr. werth sind? dazu kann man wol so leicht das Astrolabium, die Mensul und die Bousole nicht gebrauchen. Wir haben durch diese und andere dergleichen Vorfälle folgendes Instrument zusammen gesetzt, welches wir ein **Erdmicrometer** nennen wollen, wodurch man die Dicke und Höhe eines Dinges, wozu man nicht kommen kann oder beschwerlich kommen muß, messen kann.

Aufgabe.

§. 117. **Ein Erdmicrometer zu machen, womit man auf das genaueste die entfernten Dicken messen kann.** *Tab.* XVIII *Fig.* 110.

1. Man lasse einen viereckigen Stab ohngefehr von 6 Zoll lang und $\frac{1}{8}$ Zoll ins gevierte machen, und zwar richte man sich nach AB Tab. XVIII. Fig. 110. Diesen Stab will ich den **Radius** nennen.

2. Man

2. Man lasse noch einen solchen Stab machen, worin sich der erste hin und her schieben läßt, wie C D. Diesen will ich das **Transversal** heissen.

3. Der dritte Stab ist E F, welcher auf dem Transversale auf und nieder geschoben werden kann; diesen will ich den **Läufer** nennen.

4. In GHIK und LM; lasse man Schrauben von einerley Art machen. (§. 6. A. G.)

5. In G N L lasse man Scheiben machen, deren Beschaffenheit Fig. 112. zu sehen ist.

6. Die Schrauben lasse man insgesamt an ihren Enden also befestigen, daß sie sich zwar rund herum wenden können, aber nicht vor- und rückwärts beweglich sind, sondern daß sie ihre Muttern O P E vor- und rückwärts bewegen.

7. In der 111ten Figur. ist die Schraube LM mit den Dioptern der 112ten Figur deutlich und ins Grosse vorgestellet. Man lasse in A Fig. 111 oder M Fig. 112 einen Diopter machen, der unbeweglich ist, und einen andern in B Fig. 111. den die Schraube rück- und vorwärts bewegen kann. In Fig. 112 ist er sub Lit. P bemerklich gemacht.

8. In R lasse man einen Diopter machen, mit einem kleinen Loche, und in S noch einen andern mit einer grössern Oeffnung, wovor das Auge festgelegt werden kann.

Zusatz.

Zusatz 1.

Nimmt man die Weite eines Schraubenganges für einen Fuß an, so bedeutet die ganze Abtheilung auf der Scheibe Fig. 112 einen Fuß, von 10 zu 10 ein Zoll und die einzeln Theile bedeuten alsdann Linien.

Zusatz 2.

Mann siehet leicht, daß wie man die Scheiben rechnet, so muß man auch das Maaß rechnen, womit man misset, und umgekehrt.

Zusatz 3.

Bringt man einen Nonius an der Scheibe an: so kann man die Theilung noch weiter vermehren.

Anmerkung.

Wie das Instrument ganz einfach zu machen sey, um allenfals die Dicke eines Baums und sonst etwas, wo es nicht auf Haar breit ankommt, ist es Tab. XVIIII. Fig. 113. vorgestellet. a ist der Radius, auf welchem gewisse gleiche Theile gemacht sind, wornach sich die übrigen alle richten; b ist das Transversale, auf welchem die nemlichen Abtheilungen stehen, und c ist ein Läufer, den man auf und nieder schieben auch abnehmen kann, um ihn rechts und links zu stellen; d ist ein Loch, um durch das Transversal sehen zu können; e f sind Schrauben, womit man die Schieber feste schraubt; g ist eine Schraube, wodurch die Messung geschiehet; i ist der Diopter und k das Loch in demselben; l ist ein Perpendikel, das Instrument zu stellen; m ist das Stativ, worin die Zunge n sich

hor-

horizontal drehet, und durch Hülfe der Stellschrauben in o befestigt werden kann. Dieses Instrument ist für jederman, der auch nicht die Geometrie verstehet. Aus folgenden wird dessen Gebrauch erhellen.

Anmerkung.

Weitläuftiger habe ich dieses Instrument in meiner periodischen Schrift über Natur und Kunst beschrieben. S. Minerva erster Jahrgang.

Aufgabe.

Tab. XIX. *Fig.* 114. §. 118. **Die Dicke eines erhabenen Dinges zu messen, z. E. die Dicke eines Baums** Tab. XIX. Fig. 114.

1. Man stelle das Instrument in a.

2. Man lasse a b messen und schraube das Transversal so weit von dem Oculardiopter wie die Weite a b ausmacht.

3. Man schraube den Läufer so hoch bis man durch das Oculardiopter die Höhe erreichet hat, wo man den Baum u. s. w. messen will. z. E. c g.

4. Man öffne die Schrauben des Läufers so weit, bis man die Dicke des Objects an beyden Seiten gefasset hat.

5. Man zähle auf der Scheibe des Läufers wie viel mal man die Schraube herum gedrehet hat, und sehe wo der Index stehet: so giebt diese die verlangte Dicke.

Beweiß.

Beweiß.

Wenn man das Auge als den Mittelpunkt eines Cirkels betrachtet: so sind a b d e Tab. XVII. Fig. 109. Nro. 1. und A B D E concentrische Cirkel (§. 54.), und a b d e verhält sich zu A B D E, wie c b zu C B; ferner ziehet man Fig. 109. Nro. 2. durch die Oeffnung des Läufers f und den Punkt des Objects einen Cirkel: so sind f h und g i die halben Sehnen ihrer Bogen. Da sich nun die Sehnen ähnlicher Bogen verhalten wie die Radii (§. 87.), so verhält sich auch f h zu g i wie i o zu h o. W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 119. Die Abweichung eines Objects von der Perpendicularlinie zu finden. Z. E. a b. Tab. XIX. Fig. 115. *Tab.* XIX. *Fig.* 115.

1. Man stelle sich gegen das Object a b, wo man die grösseste Abweichung wahrnimt, und rücke das Transversal nach den Abstande des Objects vom Ocular-Diopter. (§. 118. N. 2.)
2. Man richte das Instrument nach b perpendicular.
3. Man öffne die Schrauben des Läufers bis man das Object durch den Oculardiopter in C siehet.
4. Man merke die Schraubengänge, und was der Index auf der Scheibe des Läufers zeiget: so hat man die Abweichung des Objects von der Perpendicularlinie.

Zusatz 1.

Ist man nicht versichert, daß man gerade gegen der grössesten Abweichung des Objects über gestanden hat, so verrichtet man die Aufgabe aus verschiedenen Standpunkten.

Zusatz 2.

Kann man die Weiten des Standpunkts nicht mit der Kette messen, so geschiehet dieses mit einem andern Instrument zuvor. (§. 104.)

Zusatz 3.

Also kann man auch die Dicke eines Thurms, eines Berges u. s. w. messen.

Zusatz 4.

Man siehet auch leicht, daß man bey senkrechten Gegenständen auch zugleich die Höhe des Objects erhält.

Tab. XVII. *Fig.* 109. Denn wie sich Tab. XVII. Fig. 109. Nro. 1. c b verhält zu b f, so verhält sich auch c B zu B F; (§. 54.) wenn daher c b der Radius, a f das Transversal, c B der Abstand des Objects und B F das Object: so zeiget die Entfernung des Läufers vom Radio die Höhe des Objects an.

Zusatz 5.

Wie es mit allen Höhenmessungen ist, so verhält es sich auch hiemit, nemlich man addirt die Höhe des Instruments zu der Höhe des Objects.

Erklä-

Erklärung

des Meßcompasses.

§. 120. Der Compas [Pyxis magnetica] ist ein Instrument Tab. XIII. Fig. 91. mit einer Magnetnadel, und einen Gradbogen von 360°; damit man aber die Figuren zugleich mit diesen Compas auftragen könne, so ist unter der runden Kapsel eine viereckige messingene Plate angebracht, deren Seiten mit den inwendig bemerkten Weltgegendlinien genau parallel laufen; an derjenigen Seite, die mit der inwendig gezogenen Nordlinie parallel läuft, ist ein viereckigter Kästchen A C von Messing, der sich in einem Gewerbe B herum drehen läßt, angebracht. Das eine Ende C dieses Kästchens hat ein kleines Loch, und das andere A hat zwey ins Kreuz über einander gespannete Pferdehaare. Das Instrument wird auf die Nuß Tab. XII. und diese auf das Stativ gestellet. *Tab. XIII. Fig. 91.*

Zusatz.

Die guten Eigenschaften dieses Instruments sind:

1) Wenn die Nadel recht kräftig mit magnetischer Materie beschwängert ist.

2) Wenn sie auf ihrer Spitze gut spielet.

3) Wenn das Deckelglas recht feste schließt, so daß kein Wind oder Regen dadurch kann.

4) Wenn der Gradboge richtig getheilet ist.

5) Wenn die Nadel nicht unter sechs Zoll lang ist.

Anmerkung.

Bey Transportirung dieses Instruments muß man die Nadel von ihrer Spitze abheben können. Setzt man aber das Instrument auf eine Weile bey Seite, so ist es besser, wenn man die Nadel auf ihrer Spitze spielen läßt.

Anmerkung.

Diejenige Linie, welche in den Compas gezogen worden, und mit der Lilie oder mit dem Worte Nord bemerket worden, wollen wir ins künftige die künstliche Nordlinie, und diejenige, welche die Nadel zeigt, die wahre Nordlinie nennen.

Aufgabe.

Tab. XX. *Fig.* 116. 117. §. 121. **Mit den Compas den Fluß AMC auszumessen.** Tab. XX. Fig. 116. 117.

1. Man visire nach der Meßfahne B, und sehe wie viel Grad die Nadel von der künstlichen Nordlinie abweicht. Dieses notire man entweder durch das Alphabet in dem Manuale, z. E. Fig. 117. = 155 Grad, oder man schreibe es sogleich an einen Bogen, z. E. wie an der Linie a x geschehen. Man läßt nachmals die Perpendicularlinien D E, F G, H J, K L messen, und notirt sich so wohl diese, als auch die Länge A D, A F, A H, A K, A B, wo die Perpendiculs geschlagen sind, so ist die erste Station absolviret.

2. Man

2. Man stelle sich in B und visire nach C, bemerke die Abweichung der Nadel, z. E. 47°.
3. Man notire auch in dem Manuale B m, und B n, B P und B R, B T und B V, und B C; zugleich bemerke man auch die Perpendikel N O, P Q, R S, T U, V W.
4. Man trage diese Linien durch den Compas zu Hause wieder auf, und zwar, wenn man weitläuftige Charten hat, so muß der Tisch oder das Reißbrett fest und unverrückt stehen bleiben, auch dergestalt gestellet seyn, daß er vom Anstoßen oder Anlehnen nicht die geringste Veränderung leidet. Man macht auch das Papier durch Leim oder Siegellack unverrückt feste. In diesem Zustande sticht man da, wo der Terminus A war, eine Nadel (§. 106. A. 2.) und legt diejenige Seite des Compasses daran, welche mit der künstlichen Nordlinie parallel läuft. Man drehet ihn so lange an der Nadel, bis er die verlangten Grade zeiget; z. E. alhier 155°, und ziehet solche mit der Cirkelspitze. *Tab.* XX. *Fig.* 116. 117.
5. Man trägt nochmals die Hauptlinien und Perpendicularlinien auf, und verfährt übrigens in allen Stationen wie bey dieser.

Zusatz 1.

Wenn man die Abweichung der Nadel und alle übrige Hülfs- und Meßlinien mit einen feinen

Röthel, und die übrigen, welche zur Figur gehören, mit der Bleyfeder im Manual aufzeichnet: so wird das Broillon nicht so verworren.

Zusatz 2.

Man siehet leicht, daß man auch mit den Compas durchs Schneiden messen kann (§.107.) wie mit der Mensul und dem Astrolabio.

Zusatz 3.

Es ist wohl anzurathen, daß man des Abends bey anhaltender Arbeit, gleich dasjenige ins reine arbeite, was man des Tages aufgenommen hat: sonst würde das Gedächtniß oder die Charte leiden.

Aufgabe.

Tab. XXI. *Fig.* 118. **§. 122. Es wird ein Wald gegeben, und zween entgegen gesetzte Punkte A B. Man soll eine gerade Linie dadurch von A bis B angeben.** Tab. XXI. Fig. 118.

1. Man messe von dem einen gegebenen Punkt A, wo man am bequemsten durch kann, z. E. nach C, und ferner nach D, von D nach E, von E nach F. Bey F kann man den Terminum ad quem B sehen; mithin misset man nach denselben.

Fig. 119. 120. 2. Man notire in allen Stationen die Abweichung der Nadel Fig. 119 und 120.

3. Man reisse die Figur genau auf, und ziehe die gerade Linie a b Fig. 119. und merke sich deren Abweichung.

4. Man

4. Man verfüge sich wieder nach A, wo man einen Pfahl einschlagen lassen, und richte die Magnetnadel auf die gefundene Abweichung: so wird der Diopter die Richtung zu der geraden Linie geben, die verlangt worden, und die man alsdenn abstechen lassen kann.

Zusatz 1.

Hat man beym Durchmessen in allen Stationen Pfähle schlagen lassen, so kann man oft mit Quermessung, z. E. von den gemessenen Punkten bis an die abgestochene Linie, Untersuchungen anstellen.

Zusatz 2.

Mit der Mensul gehet dieses eben so wohl gut von statten, wenn man nemlich die Linie A C D E F B accurat chartiret hat, und legt nachmals das Dioptrallineal an die neugefundenen Linie A B; untersucht auch, ob der Compas die angemerkte Nordlinie zeige, so hat man unter diesen accuraten Umständen schon einen überzeugendern Grund wie vorhin. *Tab.* XXI. *Fig.* 119.

Erklärung.

§. 123. Bey Messungen, wo man die Minuten verlangt, gebraucht man das Mayersche Astrolabium mit dem gradlinichten Transporteur. Das Mayersche Astrolabium bestehet Tab. XIII. Fig. 93. aus den beyden Lineals A B und D. Das Oberste A B ist auf den Untersten D in E beweglich, und das Unterste ist *Tab.* XIII. *Fig.* 93.

auf der Nuß Tab. XII. alleine beweglich. In A C und D B sind feine Vertiefungen, die einem Punkte ähnlich kommen. Das obere Lineal trägt in G H einen Tubum, der in J ein Planglas mit einem Kreuze hat.

Aufgabe.

Tab. XXII. Fig. 124. §. 124. **Einen geradlinichten Transporteur zu machen.** Tab. XXII. Fig. 124.

In den bekannten Sinus-Tafeln hat man die Sehnen der Bogen berechnet; hieraus schreibe man also von $2^\circ\ 30'$, 5°, $7^\circ\ 30'$, 10°, $12^\circ\ 30'$ u. s. w. nemlich die in einer arithmetischen Progression fortgehen; da der Unterscheid der Glieder $2\frac{1}{2}$ Grad ist. Man multiplicire sie durch 2, so kommen die Sehnen der Bogen von 5, 10, 15, 20, 25 u. s. w. Graden heraus, wie die folgende Tafel zeiget.

Grad		Theile des Maaßstabes
5	—	87
10	—	174
15	—	261
20	—	347
25	—	432
30	—	517
35	—	601
40	—	684
45	—	765
50	—	845
55	—	923
60	—	1000

Grad

Grad		Theile des Maaßstabes
65	—	1074
70	—	1147
75	—	1217
80	—	1285
85	—	1351
90	—	1414

1) Man verfertige einen Maaßstab Tab. XXII. Fig. 123. *Tab.* XXII. *Fig.* 123.

2) Nach diesem Maaßstabe ziehe man 30 gleich weite Paralellinien 1414 Theile lang. Tab. XXII. Fig. 124. *Fig.* 124.

3) Man nimmt nach der vorbeschriebenen Tabelle für 5 Grad auf den Maaßstabe 87 Theile, setzet sie auf die oberste Linie in 5; ferner nimmt man für 10 Grad auf dem Maaßstabe 174 Theile, und trägt sie auf die unterste Linie aus b in 10. u. s. w.

4) Man ziehe die Transversallinien b 5, 5 10, 10 15 u. s. w. so ist der Transporteur fertig.

Aufgabe.

§. 125. **Einen gegebenen Winkel nach dem geradlinichten Transporteur zu messen.**

1. Der gegebene Winkel sey a b c Tab. XXII. Fig. 125. Man nehme auf den geradlinichten Transporteur die Länge von b bis 60. *Fig.* 125.
2. Mit dieser Weite mache man den Bogen e d.

3. Man nehme die Weite e d und sehe, wie viel sie auf dem geradlinichten Transporteur hält; indem man mit dieser Weite auf der Linie a b herunter fährt: so wird sich finden, daß der Boge 25 Grad 5 Minuten hält.

Zusatz.

Man wird also leicht begreifen, daß sich das Mayersche Astrolabium eben nach diesem Maaßstabe richten müsse, und daß die Punkte D B und A C von dem Centro E = 1000 Theile des gegebenen Maaßstabes seyn müssen.

Aufgabe.

Tab. XXII. *Fig.* 125. §. 126. **Mit dem Mayerschen Astrolabio einen Winkel zu messen.** Tab. XXII. Fig. 125.

1. Man stelle beyde Schenkel so, daß sie genau über einander schliessen.
2. Man stelle das Instrument in b, visire in diesem Zustande nach a, und schraube das Instrument auf der Nuß feste.
3. Man drehe das oberste Lineal mit den Tubus nach C.
4. Man messe die Oeffnung d e auf dem geradlinichten Transsporteur: so giebet die Oeffnung die Grade und Minuten.

Zusatz.

Ist der Winkel über 90 Grad: so nimmt man das Complementum des Winkels (§. 95.) und ziehet es von 180° ab.

Erklärung.

§. 127. Die Zollmannische Scheibe ist ein rundes hölzernes Brett mit einem Ramen, daß man darauf Papier spannen könne. In der Mitte dieser Scheibe befindet sich ein Visirlineal, welches in dem Mittelpunkt des Brettes um einen Stift beweglich ist. Tab. XXIII. Fig. 126. Tab. XXIII Fig. 126.

Aufgabe.

§. 128. Es wird der Platz ABCDE gegeben, man soll ihn mit der Zollmannischen Scheibe messen. Tab. XXIII. Fig. 127. Fig. 127.

1. Man setze das Instrument in F und ziehe die Linie A oder a, indem man nach G visirt.
2. Man lasse F G messen, und notire sie in dem Manual sub Lit. a Fig. 128. Fig. 128.
3. Man setze das Instrument in G, und drehe das Visirlineal an die Linie a, visire in dieser Lage zurück nach F, indem man das ganze Instrument drehet.
4. Man lasse nunmehro das Instrument unverrückt, und visire nach H und ziehe die Linie b.
5. Man verfahre auf gleiche Weise in H J und K: so bekömmt man in H die Linie c, in J die Linie d und in K die Linie e.
6. Man notire in dem Manuale sowol die ohngefehrige Figur als auch die accurate

Länge jeder Linie: so ist die Verrichtung im Felde geschehen.

Tab. XXI. Fig. 121. 122. 7. Man nehme das Papier von dem Planchet herunter, und befestige es auf dem Tische, Tab. XXI. Fig. 121 und daneben dasjenige Papier, worauf man die Figur zu reissen willens ist. Fig. 122.

8. Man lege das Winkelmaaß an die Linie a, und das Lineal an dessen Seite, und ziehe A mit a parallel; und setze auf A die gehörige Länge nach dem verjüngten Maaßstabe.

9. Auf gleiche Weise führe man b nach B, c nach C, d nach D, und e nach E: so wird man die Figur nach dem verjüngten Maaßstabe und nach allen Winkeln haben.

Anmerkung.

Bey einzeln Plätzen ist diese Art einigermaßen zu gebrauchen; aber bey der Aufnahme ganzer Gegenden ist sie zu umständlich. Zollmann, der diese Scheibe nur von dem Spekle entlehnet hat, hat sie sehr suchen zu vermehren; allein sie bleibt immer ein weitläuftiges Instrument.

Erklärung.

Tab. XXIV. §. 129. **Der Wegmesser, [Hodometer]** ist ein Instrument mit einem oder zweyen Wagenrädern Fig. 129. die ein Mensch schiebet oder ziehet, und woran eine Maschine befindlich, welche zählet, wie vielmal die Räder umgelaufen sind.

Aufgabe.

Aufgabe.

§. 130. **Einen Wegmesser zu machen.** Tab. XXIV. Fig. 129. *Tab. XXIV. Fig. 129.*

1. Man lasse sich zwey Wagenräder (jedoch etwas subtiler) machen, deren Peripherie accurat eine Rheinländische Ruthe hält a a.
2. Man lasse dazwischen eine Achse b und auf derselben ein Stativ c machen.
3. Man lasse an dieser Achse die Handhaben d d machen.
4. Hinten an der Achse lasse man ein paar Streben e e machen, das Instrument fest zu stellen. Diese Streben muß man beym fortfahren in die Höhe schlagen können.
5. Bey f lasse man einen Kasten machen, die Instrumente aufzubewahren.

Aufgabe.

§. 131. **Ein Instrument an den Wegmesser zu machen, welches zählet.** Tab. XXV. Fig. 130. *Tab. XXV. Fig. 130.*

1. Man lasse drey Räder von Messing machen A B C, jedes von 60 Zähnen, von der Grösse wie die 130ste Fig. zeiget.
2. Man lasse die Getriebe D E F jedes von 6 Zähnen machen, welche in die Stirnräder A B C greifen.
3. Man lasse diese Räder zwischen zwoen messingenen Platen fassen o x Tab. XXV. Fig. 131 und lasse die Spindeln von den Getrieben und dem Rade durch diese Pla- *Fig. 131.*

ten

ten gehen, so daß die Zeiger a b c d daran befestiget werden können.

4. Man mache die Abtheilungen auf der Plate wie die Figur zeiget.

Tab. XXV. Fig. 132. 5. Durch die Plate x führe man die Spindel a an der entgegen gesetzten Seite durch, und befestige an derselben den bleyernen Perpendikel Fig. 132.

6. Man lasse diese Maschine in einen hölzernen Kasten a b c befestigen, so daß der Perpendikel frey spielen könne. Fig. 133.

Fig. 133. 7. Man befestige diesen Kasten Fig. 133 vermittelst der Riemen und der Schnallen e f g zwischen zwey Speichen, Tab. XXIV. Fig. 129 in G.

8. Man lasse den Kasten mit dicken Leder überziehen, damit die Maschine vor Dreck und Nässe bewahret bleibe.

Zusatz 1.

Die Zeiger sind also eingerichtet, daß man sie bey jeder Station auf Null Stellen kann.

Zusatz 2.

Tab. XXIV. Fig. 129. b ist der Wegmesser mit einem Rade.

Aufgabe.

§. 132. **Mit den Hodometer etwas zu messen.**

1. Wenn der Kaste mit dem Räderwerk in das Wagenrad geschnallet ist, und die Ma-

Maschine fortgefahren wird: so bewegt sich der Perpendikel Fig. 132, indem das Wagenrad einmal herum gelaufen, auch einmal herum; mithin sind 10 rheinländische Decimalfuß abgemessen, und der Zeiger a Fig. 131 ist auch herum getrieben. Ist das Wagenrad 100mal herum gelaufen: so zeiget solches der Zeiger b; ist es 1000 mal herum gelaufen: so zeiget solches der Zeiger c und bey 10000 maligen Herumgehen weiset der Zeiger d solches; mithin zählet dieses Instrument von 1 bis 10000 Fuß.

2. Das Stativ ist also eingerichtet, daß man darauf die Nuß Tab. XII. Lit. S T und auf derselben ein jedes Meßinstrument stellen kann.

Zusatz.

Der Mann, der die Maschine fährt, behält immer den Punkt und das Ziel, wohin er fährt, in einerley Richtung: damit es eine gerade Linie mache.

Erklärung.

§. 133. Da die Mathematik eine Wissenschaft ist, welche die Grössen durch ihre Merkmale erfinden lehret; die Merkmale aber bey ausgedehnten Grössen sich aufs Figürliche oder Formelle beziehen; dieses aber nicht immer sich durch Worte ausdrücken läßt: so ist es eine wesentliche Nothwendigkeit, auch seine Gedanken durch das Figürliche geschickt auszudrücken.

Da

Da nun dieses nicht anders geschehen kann, als durch Linien: so sind Linien die Zeichen unserer Gedanken, wo man Buchstaben nicht hat gebrauchen können. Wenn sie also zusammengesetzt sind, daß sie einen Zusammenhang von Gedanken oder einen Begriff in jemand erregen, dann nennet man dieses einen Riß oder Abriß [Delineatio s. Sciagraphia]. Wie man nun seine Gedanken am besten durch einen Abriß in der Geometrie ausdrücken kann, soll in folgenden gelehrt werden.

Erklärung.

Tab. XVII. Fig. 103. 104. §. 134. Wenn man von einem Dinge, z. E. einer Gegend, die bloßen Grundlinien seiner Beschaffenheit zeichnet: so heißt solches der Hauptriß Protographia, Entwurf Project.

Erklärung.

Tab. XXVI. Fig. 134. 135. §. 135. Der Grundriß, [Ichnographia] Plan ist, wenn zu dem Hauptrisse die verschiedene vorfallende Nebensachen in dem Hauptrisse, die auf den Grund sich erstrecken, zugleich mit angedeutet werden, z. E. Fig. 134. ist der Grundriß von den Bergen Fig. 138. Ferner so ist Fig. 135 der Grundriß von einer kleinen Gegend, als einigen Häusern, Wegen, einem Flusse und einer Brücke.

Erklärung.

Fig. 138. §. 136. Der Aufriß [Orthographia,] Elevation ist, wodurch man das Aeußerliche in die Höhe sich erstreckende, soviel man von einer

Seite

Seite sehen kann, nach der wahren Beschaffenheit, in verjüngtem Maaß vorstellet. z. E. der Aufriß eines Berges. Fig. 138.

Erklärung.

§. 137. Der **Durchschnitt** [Intersectio Profil] ist, da man ein Ding, als wenn es von oben durchgeschnitten wäre, vorstellet, z. E. des vorbeschriebenen Berges Fig. 137, oder der Durchschnitt eines Flusses Fig. 137. abcd.

Zusatz.

Man deutet in dem Grundrisse durch eine blinde oder rothe Linie insgemein an, wo der Durchschnitt geschehen ist. z. E. die Linie AB Fig. 134 zeiget an, daß der Durchschnitt Fig. 137. daselbst geschehen sey.

Erklärung.

§. 138. Die **Aussicht** [Scenographia, vue s. perspectiv] ist, wie sich eine Sache in einer gewissen Entfernung dem Auge vorstellet. Dieses erkläret die Perspectivwissenschaft.

Anmerkung.

Man stellet auch wol die Sache vor, wie sie von obenan zu sehen ist; dieses nennet man die Vogelperspectiv. [vue d' oiseau] Fig. 136.

Erklärung.

§. 139. Alle Risse von einem Dinge zusammen genommen, oder ein Riß, der die ganze

Sache

Sache auf einmal und mit einander erkläret, nennet man das Schema [Schema, Dessein.]

Erklärung.

§. 140. Das Muster [Idea Materialis, Modell] eines Dinges ist, wenn es nach einem verjüngten Maaßstabe von Holz, Gips, Pappe, Thon oder Wachs körperlich vorgestellet wird.

Erklärung.

§. 141. Bey geometrischen Rissen kommen hauptsächlich diejenigen Dinge vor, welche man auf dem Lande antrift. Diese werden am geschicktesten wie folget ausgedrückt: Tab. XX. siehet man wie Wiesen, Land oder Felder, Büsche, Tannen und andere Bäume, Kirchen und Häuser, ferner Fuß- Fahr- und Dammwege u. d. g. gezeichnet werden. Berge und Felsen sind auf der XXVI Tafel Fig. 134 vorgestellet; man macht sie durch stark punktirte Linien kenntlich und wählet zu Grenzhaufen, Grenzbäumen, Grenzsteinen u. s. w. besonders willkürliche Zeichen, wie Tab. XX. Nro. I. II. III. IV und V zu sehen ist.

Zusatz.

Will man Risse mit Farbe illuminiren: so legt man die Privathäuser schwach mit Cormin an, die öffentlichen Gebäude, als Kirchen und Amthäuser, mit der nemlichen Farbe, aber röther oder dunkler. Die Flüsse legt man mit Berlinerblau an, oder besser mit der (Pfannenschmidschen in Hannover) blauen Tusch: Morast

macht

macht man braun, entweder mit Ofenruß oder mit Glycyrrhitiensaft. Die Wege werden schwachgelb angelegt. Wenn in einer Charte zwey oder mehr Herrige Sachen vorkommen: so bedient man sich wol für die eine besondere Farbe; sonst legt man nicht gern mehr an, als die Häuser und Flüsse. Was erhoben ist, wie Häuser und vertieft wie Flüsse, legt man mit der nemlichen Farbe an der Schattenseite etwas dunkler an. Die Mauren legt man roth an.

Erklärung.

§. 142. Durchs Kopiren verstehet man eine Charte oder Riß, eben so groß wie derselbe ist, und eben so genau auf ein anderes Papier zu bringen.

Aufgabe.

§. 143. Eine Charte zu kopiren.

1. Man kan dieses mit einen dreyfüßigen Cirkel verrichten; dieses ist das genaueste. Oder
2. Man überstreicht feines Postpapier mit Kohlen, und legt es auf dasjenige Papier, worauf der Riß kommen soll; man legt nachmals den Riß darüber und fährt alle Linien mit einem Helfenbeinern Stifte nach; so drucken sich die Linien von den Kohlenstaubpapier auf das reine Papier ab, welche Züge man nachmals mit der Bleyfeder nachfährt. Oder
3. Man nimmt Schweineschwarte, woran

noch etwas Fett ist und Kinruß, und bestreicht mit beyden ein feines Postpapier auf einer Seite, so daß es ganz schwarz wird. Man reibt dieses Papier nachmals mit alten Semmelkrumen wieder ab, und gebraucht es wie bey Nr. 2. Oder

Tab. XXIII *Fig.* 139. 4. Man läßt eine Scheibe Glaß fassen und ein Gestell dazu machen, wie ein Notenpult; hier hinter setzet man nachmals bey Abend Lichter. Man sticht den Riß auf weisses Papier, und zeichnet die durchschimmernden Züge vor der Kopierscheiben nach. Bey Tage kann man dieses vor einem platten Fenster verrichten. Tab. XXVIII. Fig. 139. Oder

5. Man legt den Riß über das reine Papier, und zwar beyde unbeweglich feste. Man sticht mit einer sehr feinen Nadel den Riß auf allen Punkten und Winkeln durch, so daß bey der Herunternehmung der Charte alle Durchstiche auf dem reinen Papiere sichtlich sind.

Anmerkung.

Durch lezteres erhält man auch den Vortheil, daß man verschiedene Papiere auf einmal durchsticht, und also zugleich verschiedene Kopien erhält. Von Verjüngung der Charten ist (§. 102.) schon das Nöthige angeführt; man kann solches auch noch mit dem Storchschnabel verrichten. S. Martii Europäischen Ingenieur; ferner die Abhandlung vom Storchschnabel, welche bey Perrenon in Münster 1780. herausgekommen.

Erklärung.

§. 144. Der zur Verfertigung der Risse oder Charten nöthigen Stücke.

1. Das Reißbret, oder der Reißtisch, darf nicht von zu hartem aber auch nicht von zu weichem Holze seyn. Das Lindenholz ist das beste.

2. Die Lineals können von hartem und schwerem Holze gemacht werden; man hat sie daher wol von Metall.

3. Man hat Winter- und Sommer-Realpapier; das erste ist das weisseste und beste. Schlechte und rauhe Flecken verrathen sich, wenn man das Papier schräge gegen das Licht besiehet. Die Stockflecken machen es fast ganz unbrauchbar. Man entdecket sie, wenn man das Papier naß macht; sind sie noch frisch, so verschwinden sie beym trocken werden wieder: sind sie aber zu alt, so behalten sie die Farbe eines Oelflecks.

4. Kleine Risse macht man gern auf einen Pappendeckel, der nicht knotig ist. Zu grossen Rissen wird das Papier aufgespannet, und dies geschiehet folgender gestalt: Man nässet das Papier auf derjenigen Seite, die man nicht bearbeiten will, bestreicht den Rand mit Buchbinderkleister einen halben Zoll breit, und drückt ihn mit dem Falzbeine an, indem man das Papier mäßig anziehet. Man beschweret diesen ange-

kleisterten Rand mit Gewichte, worunter Lineals oder Leisten liegen (ich nehme Bücher dazu). Für den Staub wird das nasse Papier mit einer andern papiernen Decke bedecket.

Anmerkung.

Wenn man das Papier also aufspannet: so muß der Riß nachher darauf gemacht werden, weil sich sonst die Figuren verziehen.

5. Wenn man verschiedene Bogen an einander kleben muß: so wird das Papier insgemein mit Leinwand unterzogen, welches leztere man straf in einen Ramen spannet. Dieses samt dem Papiere wird mit Buchbinderkleister überstrichen, und sobald als möglich auf die Leinwand gelegt.

6. Die geraden Linien werden mit der Reißfeder gezogen. Man reinigt diese, wenn sich während der Arbeit dicke Farbe eingesetzet hat, mit dem so genannten Flittergolde, welches man ohne die Feder zu öffnen durchziehet. Zur Ausarbeitung mit Tusche gebraucht man Raben- und gute Gänsefedern.

7. Zu Illuminirung der Risse gebraucht man Saftfarben. Die vornehmsten sind: **Gummigut, Safran, Indigo, Berlinerblau, Ultramarin, Carmin** und **Glycyrrhitiensaft.** Die schönste grüne Farbe kocht man aus 4 Loth Grünspan mit 2 Loth präparirten Weinstein und ein

halb

halb Maaß Wasser vermischt. Wenn man diese Farbe mit Saftgrün vermischet: so erhält man nach oft wiederholter Vermischung eine grünere und schönere Farbe. S. mein Studium über Zeichenkunst und Malerey.

8. Mauerwerk wird allezeit mit rothen Linien angedeutet, welches insgemein mit der rothen Tinte geschiehet. Sie wird aus vier Loth Fernambuckholz, einem Stückchen Alaun einer Welschen Nuß groß, und einem Quartier Essig gekocht. Wenn sie erkältet, gießt man sie des andern Tages behutsam ab, damit die Späne und der Alaun zurück bleiben, und wirft in die abgegossene Tinte ein wenig Gummi.

9. Die Tusche, oder Chinesische Tinte, ist sehr verschieden. Die beste spielet, nachdem man mit der Zunge daran gelecket hat, gülden, und läßt nicht loß, wenn man über die mit ihr gezeichneten Figuren mit dem nassen Pinsel fährt.

10. Es giebt vier Arten von Haarpinseln, große, mittelmäßige, kleine und Mignatürpinsel. Sind sie gut, so hält ihre Spitze, wenn man sie feucht gemacht hat, und auf dem Daumnagel herumdrehet, zusammen; und wenn man daran ziehet, lassen sie kein Haar ausgehen. Ist ihre Spitze zu scharf, so brennt man sie am Lichte ab. Die Bergpinsel, wozu man die grossen wählet, werden zwischen einer Schraubzwinge platt gemacht. Alle Pin-

sel werden gut aufbewahret, wenn man sie nach dem Gebrauche ausspühlet, und in Tobacksblätter legt; jedoch muß man sich hüten, daß die Haare keine krumme Lage bekommen.

11. Beym Gebrauch steckt man die Pinsel an fünf bis sechs zöllige hölzerne oder helfenbeinerne Stiele. Dann heißt der eine der Ansetzpinsel, und der andere der Wasch- oder Lavirpinsel.

12. Oft muß man etwas weg radiren; damit aber die radirte Stelle wieder zum Gebrauch tüchtig werde: so bestreicht man sie mit den feinsten Jungfernwachse, oder mit sehr feinen Kalophonienstaube.

13. Die Beschreibung eines Risses geschiehet allezeit mit lateinischen Buchstaben. Die Beschreibung des ganzen Inhalts der Charte wird in eine Ecke, wo Platz dazu ist, angebracht. Man fasset diese Inschrift oft mit Zierrathen ein, die man mit einer Allegorie begleitet, die sich auf den Zustand der Charte passet.

14. Auf jeden topographisch-geometrischen Risse werden insgemein die Häuser roth, die Flüsse blau, die Wiesen grün, die Mohre braun, die Ländereyen Orangegelb angelegt. Da auch oft Stücke zwischen oder neben den in Frage seyenden liegen, die nicht zur Sache gehören, z. E. angrenzende: so legt man insgemein nur diejenige mit Farbe an, die zur Sache gehören, und die übrigen läßt man weis.

15. Auf jeder topographisch-geometrischen Charte soll sich ein verjüngter Maaßstab finden; auch eine genaue Beschreibung, wie sich nach Pariser oder Nürnberger eingetheiltem Fuße, das gebrauchte Maaß verhält; oder es wird die wahre Grösse auf der Charte verzeichnet, welches aber nicht so gut ist. Am besten ist, daß eine jede Charte, die in der Zukunft gebraucht werden soll, eine Kapsel mit einer aufgerolleten in Oel getränkten Schnur von einer Ruthe, wo an beyden Enden des Meßkünstlers Petschaft befindlich ist, habe. Auf jeder Charte muß auch eine Magnetnadel oder Nordlinie befindlich seyn. S. Tab. XX.

Lehrsatz.

Von Ausmessung der Flächen, oder womit man sie ausmisset.

§. 145. Da Dinge, womit man gegen einander eine Vergleichung anstellen will, Dinge von einerley Art seyn müssen (§. 6. A. G. und §. 11.): so muß man zu der Bestimmung oder Ausmessung der geradlinichten Flächen auch geradlinichte Flächen nehmen, und diese können ein Quadrat seyn.

Beweiß.

Flächen sind Dinge von einerley Art, weil sie auf einerley Art gezeuget werden (§. 20. A. G.) Da nun die Einheit in sofern willkührlich ist, als man bey Dingen von einerley Art bleibet (§. 23. A. S.); man ferner durch die Erfahrung gefunden, daß ein Quadrat sich dazu am bequemsten schicke; man das Geschickteste dem Ungeschicktern aber vorzuziehen hat: so muß man ein Quadrat zur Bestimmung oder Ausrechnung behalten und wählen. W. Z. E. W.

Lehrsatz.

Von viereckigten Flächen.

Tab. XXVIII Fig. 140. **§. 146. Ein Quadrat, Oblongum Rhombus, und Rhomboides wird von der Diagonallinie in zwey gleiche Triangel getheilet.** Tab. XXVIII. Fig. 140.

Beweiß.

In dem Rhombus A B C D ist A B mit D C, und B C mit A D parallel; ziehet man daher die Diagonal D B: so entstehen die beyden Triangel A B D und B D C, in welchen A B = D C, A D = B C (§. 60.) und D B = D B; mithin ist der Triangel D B C = dem Triangel A D B. W. Z. E. W.

Zusatz.

Es verhalten sich aber alle die oben erwehnten Vierecke wie der Rhombus in Rücksicht der Parallellinien; mithin werden alle Parallelogrammen durch die Diagonallinie in zwey gleiche Theile getheilet.

Lehrsatz.

Vom Verhältniß eines Triangels gegen ein Viereck.

§. 147. Ein jeder Triangel ist halb so groß wie ein Parallelogramm, das mit ihm einerley Höhe und einerley Grundlinie hat. Fig. 141. Tab. XXVIII Fig. 141.

Beweiß.

Ist der gegebene Triangel A C F ein rechtwinklichter und gleichschenklichter Triangel, so daß A ein rechter Winkel: so ist A F = A C, m = n: folglich, so wohl m, als auch n = 45°. Man richte auf der Hypothenüse C B, aus C und F einen gleichschenklichten Triangel nach D, dessen Schenkel so groß als die Schenkel des gegebenen Triangels A C F: so ist der Triangel A C F = dem Triangel C B D. Folglich sind die Winkel D und m + o und n + x rechte Winkel. Da nun auch in diesem Vierecke alle Seiten einander gleich sind: so ist es ein Quadrat (§. 41.), und also der gegebene Triangel die Hälfte von einem Quadrate, welches mit jenem gleiche Grundlinien und Höhe hat.

Der Triangel sey A B C schiefwinklicht, Fig. 142. Man mache A D = B C, auch mit B C parallel: so ist B A = B A, und B D = A C (§. 41.) Da nun A D = B C: so ist auch A B C = B A D (§. 44. Nro. 3.) also ist A B C die Hälfte von D A B C. W. Z. E. W.

Zusatz.

Da nun in einem jedweden Vierecke alle vier Winkel zusammen genommen = vier rechten Winkeln oder 360 Graden: so halten auch in einem Triangel alle drey Winkel zusammen genommen, die Hälfte, nemlich 180°.

Lehrsatz.

Tab. XXVIII Fig. 143. §. 148. Zwey Parallelogrammen, welche gleiche Grundlinien und einerley Perpendicularhöhe haben, sind sich gleich. Fig. 143.

Beweiß.

Weil B D = E C und A B = C F, auch A D = F E: so ist auch der Triangel A B D = F C E. Nimmt man nun von beyden Triangeln C G D weg: so bleibt gleiches übrig; also ist A B C G = D E F G. Setzt man ferner zu diesen beyden Trapezien A G F: so ist A B C F = A D E F. W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Also sind alle Triangel, welche gleiche Grundlinien und Höhen haben, einander gleich.

Zusatz 2.

Fig. 144. Also sind alle Triangel, die gleiche Grundlinien und zwischen Parallellinien ihre Höhen haben, einander gleich. Z. E. A B C ist so groß wie A C D. Fig. 144.

Zusatz 3.

Also ist ein jeder Rhomboides so groß, wie ein Quadrat, wenn beyde einerley Grundlinien und einerley Perpendicularhöhe haben, oder zwischen Parallellinien stehen. Z. E. A B C D = A E F D. Fig. 145. Tab. XXVIII Fig. 145.

Zusatz 4.

Wenn also ein Triangel A B C Fig. 146. mit einem Quadrate B D A E einerley Grundlinie A B und Höhe F C hat: so macht jener die Hälfte von dem Quadrat aus. Und ist daher BFC die Hälfte von BDFC (§. 146.) und AFC die Hälfte von FCAE. Fig. 146.

Zusatz 5.

Da nun aus den obigen Sätzen erhellet: daß die Grundlinien und die Perpendicularhöhen die Flächen oder Triangel nur vermehren und vermindern; bey gleichen Umständen aber immer gleiche Figuren bleiben: so wird man auch begreifen, daß, weil man die schräge Linie ab Fig. 147 mit einem Berge vergleichen kann, dasjenige was perpendicular wächset oder stehet, nach der Grundlinie müsse beurtheilet werden, weil, wenn man die Grundlinie ac mit Dingen besetzt, welche sich berühren und solche nach der schrägen Linie ab führet, nicht mehr in der letztern Raum haben, wie in der erstern. Fig. 147.

Willkührlicher Satz.

§. 149. Die Einheit, welche man in einer Fläche angenommen und durch welche man das Ganze bestimmet, ist ein Quadrat, weil sich dasselbe am leichtesten durchgehends bestimmen läßt. Denn da ein Quadrat vier Seiten, die alle gleich lang sind, auch 4 rechte Winkel hat, so ist dieses die einfacheste Figur, die man zur Ausmessung hat wählen können: denn wenn man die eine Seite weiß, so weiß man auch die übrigen Drey, und wenn der eine Winkel in demselben bekannt ist, so sind die übrigen Drey auch bekannt; (§. 41.) mithin ist ein Quadrat die bequemste Einheit, die man hat wählen können. Da ferner die Flächen aus Linien erwachsen: (§. 6.) so kann auch aus einem Längenzoll, Längenfuß, und Längenruthe, eine **Quadratlinie, Quadratzoll, Quadratfuß** und **Quadratruthe** erwachsen. Daher muß eine Quadratlinie, eine Linie lang und eine Linie breit; ein Quadratzoll, einen Zoll lang und breit; ein Quadratfuß, einen Fuß lang und breit; eine Quadratruthe, eine Ruthe lang und breit; und eine Quadratmeile, eine Meile lang und breit seyn.

Zusatz 1.

Man hat daher eine Fläche ausgemessen, oder ausgerechnet oder deren Inhalt bestimmet, wenn man angeben kann, wie viel Quadratruthen, Quadratschuh, Quadratzoll u. s. w. in derselben enthalten sind.

Aufgabe.

§. 150. Ein gegebenes Viereck auszumessen. Tab. XXIX. Fig. 148. Tab. XXIX. Fig. 148.

1. Man messe mit dem Längenmaaße die Seite des Quadrats.
2. Man multiplicire dieses mit sich selbst: so giebet das Factum den Inhalt.

Beweiß.

Bey Ausmessung eines Quadrats soll man finden, wieviel Quadratruthen u. s. w. in demselben Raum haben (§. 149. Zusatz 1.) Da nun AB = CD: (§. 41.) so finden in der einen Reihe nicht mehr Quadrate raum, wie in der andern; folglich findet man den Inhalt dieser Fläche, wenn man sucht, wie viel Quadrate in einer Reihe, und wie viel Reihen in der ganzen Fläche liegen können, und alsdenn diese Reihen addirt.

Die Vielheit der Quadratruthen, welche in der Reihe AB liegen können, wird durch die Vielheit solcher Reihen, welche in der Linie AC raum haben, diejenigen Quadrate bestimmen, welche in dem Quadrate ABCD liegen können; folglich findet man den Inhalt der ganzen Fläche, wenn man mit dem Längenmaaßstabe die Linien AB und AC misset, und die Vielheit der Theile in AB so vielmal nimmt, als AC eins in sich hat; das ist, wenn man AC durch AB multiplicirt. Da nun allhier AB = AC: so findet man den Inhalt der ganzen

zen Fläche, wenn man A B durch sich selbst multipliciret.

Zusatz 1.

Tab. XXIX. Fig. 149. Da man bey dem Längenmaaße von 10 zu 10 rechnet, aus dem Längenmaaße aber das Flächenmaaß erwächst: (§. 149.) so hat ein Quadratfuß zu seinen Seiten 10 Längenzoll: mithin ist der ganze Fuß 100 Quadratzoll (§. 150,) und eine Quadratruthe = 100 Quadratfuß. Und daher ist ein Quadratzoll, Fuß oder Ruthe von der Beschaffenheit, wie Fig. 149. Tab. XXIX.

Zusatz 2.

Wenn man eine Zahl mit 100 dividirt: so bleiben allezeit zwey Zahlen von dem Dividendo übrig, und diese Zahlen können, nachdem sie übrig geblieben sind, nichts anders seyn, als was sie vorher bedeuteten. Dividirt man also 34825 mit 100:

348 | 25
xxx00 | 348: so bleiben 25 übrig, wenn daher der Dividendus Zolle bezeichnet, und der Quadratfuß = 100 Quadratzollen ist: so ist die ganze Zahl = 348 Quadratfuß und 25 Quadratzoll.

Man darf also nur immer zwey Zahlen von einer gegebenen wegnehmen: so hat man ihre Bedeutung; z. E. es wären 34. 827. 345. Linien gegeben, man soll sie in Ruthen, Schuhen, Zollen und Linien verwandeln: so darf man nur

nur für die Linien zwey Zahlen u. s. w. wegnehmen; dieses wird insgemein durch die Signatur verrichtet. Z. E. 34° 82′ 73″ 45‴; also ist die ganze Zahl 34 Quadratruthen, 82 Quadratfuß, 73 Quadratzoll und 45 Quadratlinien.

Zusatz 3.

Wenn man daher die Länge mit der Breite des Rectanguli Fig. 150. multiplicirt: so zeiget die Figur deutlich, daß deren Inhalt heraus kömmt. *Tab.* XXIX. *Fig.* 150.

Zusatz 4.

Da alle Parallelogrammen, welche gleiche Grundlinien und Höhe haben, einander gleich sind (§. 148.): so findet man den Inhalt eines **Rhombus** oder **Rhomboides**, wenn man ihre Grundlinie mit der Höhe multiplicirt. Z. E. in den Rhomboides Fig. 151 ist AB = 3 die Perpendicularhöhe BC = 3, mithin ist sein ganzer Inhalt = 9. *Fig.* 151.

Zusatz 5.

Also kann man die Länge eines Parallelogramms finden, wenn man dessen Inhalt mit der Breite, hingegen die Breite, wenn man den Inhalt mit der Länge dividirt, welches aus Fig. 150 erhellet. *Fig.* 150.

Lehrsatz.

§. 151. Da ein jeder Triangel die Hälfte, von einem Parallelogramm, welches mit ihm gleiche Grundlinien und Höhe hat, ist: (§. 147.) *Fig.* 151. 152. 153.

(§. 147.) so findet man den Inhalt eines Triangels, wenn man das Factum aus der Grundlinie in die Höhe halbirt; oder wenn man die Grundlinie eines Triangels durch die halbe Höhe; oder auch die Höhe durch die halbe Grundlinien multiplicirt. Fig. 151. 152. 153.

Beweiß.

Der Inhalt des Rhombi ABCD wird gefunden, wenn man die Grundlinie AB mit der Höhe ED multiplicirt (Zus. 4. §. 150). Da nun die Diagonallinie BC den Rhombum in zwey gleiche Theile theilet (§. 146.): so wird der Inhalt des Triangels ABC gefunden, wenn man das Factum aus der Grundlinie und der Höhe halbirt. W. D. E. W. Man mache von den Triangel ABC, DE = AB, und mit AB parallel. Nimmt man nun die halbe Höhe FG des Triangels, so ist dieses eben so viel, als wenn man das Parallelogramm ABHJ berechnete. Da nun der Triangel CGL = AHL und CGK = KBJ: so kann man beyde für einander substituiren (§. 6. A. G.); Mithin ist ABJH = ABC. Die Diagonal Fig. 153. CB theilet das Oblongum FBEC in zwey gleiche Theile, und die Linie HJ die aus der Mitte von AD und BE gezogen wird, theilet sowohl das Oblongum CFBE und DACF, als auch das Parallelogramm DEAB in zwey gleiche Theile. Daher ist CGK = KJB und CLG = ACH: mithin ist HAJB = ACB:

ACB: also erhält man den Inhalt eines Triangels, wenn man die halbe Höhe mit der Grundlinie multiplicirt. W. Z. E. W.

Die halbe Grundlinie von dem Triangel ABC ist AF. Da nun AF mit FC multiplicirt, den Inhalt des Quadrats AFCD giebet (§. 150.); ACD aber = CFB: so kann man einen für den andern in die Stelle setzen (§. 6. A. G.); mithin findet man den Inhalt eines Triangels, wenn man die halbe Grundlinie mit dessen ganzer Höhe multiplicirt. W. Z. D. U. Z. E. W. *Tab.* XXIX. *Fig.* 153.

Zusatz 1.

Also ist das Parallelogramm EFGH so groß, wie das Trapezium ABCD. Fig. 155. *Fig.* 155.

Zusatz 2.

Also darf man nur LM mit JK multipliciren, um den Inhalt des Trapezoides ABCD zu bekommen (§. 150.). *Fig.* 155.

Zusatz 3.

Wenn man daher durch einen jeden Trapezoides von einem entgegenstehenden ausspringenden Winkel die Linien AB und CD ziehet, und zu AB in D und C die Parallelen HL und JK, auch auf der Hälfte von EB, und EA, nemlich in F und G, wiederum zu CD zwey Parallelen führt: so ist das Parallelogramm JKHL = dem Trapezoides ABCD. Fig. 156. *Fig.* 156.

Zusatz 4.

Also kann man alle Triangel leicht in Parallelogrammen verwandeln, und umgekehrt; auch einen Trapezoides in einen Triangel.

Zusatz 5.

Also kann man einen Triangel leicht in ein Oblongum verwandeln.

Lehrsatz.

§. 152. Parallelogrammen verhalten sich gegen einander wie ihre Höhen, wenn sie gleiche Grundlinien; und wie ihre Grundlinien, wenn sie gleiche Höhe haben.

Beweiß.

Weil der Inhalt eines Parallelogramms gefunden wird aus dem Facto der Grundlinie durch die Höhe (§. 150. Zus. 3.) ähnlicher Multiplicanden; diese aber ähnliche und gleiche Facta zeugen: so verhalten sich auch die Parallelogrammen gegen einander wie die Höhen, wenn ihre Grundlinien gleich; und wie die Grundlinien, wenn die Höhe einerley ist. W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Da sich aber die Hälften wie die Ganzen verhalten; die Triangel aber die Hälften der Parallelogrammen sind (§. 141.): so findet der vorbeschriebene Lehrsatz auch bey den Triangeln Statt.

Zusatz 2.

Wenn demnach die Höhen eine gewisse Proportion haben, z. E. von den dreyen Parallelogrammen A B C Fig. 154. macht die Höhe von B die mittlere Proportional aus zwischen A C: so hat auch das Parallelogramm die mittlere Proportionalgrösse zwischen A und C u. s. w. Auf diese Art kann man die Verhältnisse von verschiedenen Parallelogrammen bestimmen, wenn sie gleiche Höhen und ungleiche Grundlinien haben. Und eben dieses findet bey den Triangeln Statt. *Tab. XXIX. Fig. 154.*

Zusatz 3.

Wenn man also nach §. 99, 100, 101 die Proportionallinien finden kann: so kann man auch, die Parallelogrammen und Triangel proportioniren.

Aufgabe.

§. 153. Den Inhalt einer jeden geradlinichten Fläche A B Fig. 157. Tab. XXX. **zu finden.** *Tab. XXX. Fig. 157.*

1. Man theile die gegebene Fläche in die Triangel a, b, c, d, e, f, und rechne jeden besonders aus. (§. 151.)
2. Man addire diese Triangel, so ist die Summe der Inhalt der gegebenen Fläche.

Zusatz.

Ist die Figur krummlinicht, so gleicht man die Linie aus, wie die 158te Figur zeiget. *Fig. 158.*

Man macht sie alsdenn auch wol zu Parallelogrammen, wie in A geschehen. Kömmt es sehr genau darauf an, so reißt man die Figur nach einem großen Maaßstabe auf, und berechnet alle kleine Dreyecke, wie z. E. B, C, D, E, F, G, u. s. w.

Erklärung.

Tab. XXX. Fig. 161. §. 154. Ein regelmäßiges oder reguläres Vieleck [Polygonum regulare] heißet dasjenige, welches

1. mehr als vier Seiten hat,
2. woran alle Linien gleich lang sind,
3. worinn alle Winkel gleich groß sind; also ist Fig. 161. ein reguläres Sechseck.

Zusatz.

Man nennet

ein	5 Eck	Pentagonum,
—	6 —	Hexagonum,
—	7 —	Heptagonum,
—	8 —	Octogonum,
—	9 —	Enneagonum,
—	10 —	Decagonum,
—	11 —	Hendecagonum,
—	12 —	Dodecagonum.

Erklä-

Erklärung.

§. 155. In einem regulären Vielecke heißt der Winkel c der Centerwinkel [Angulus ad centrum], und b heißt der Polygonwinkel [Angulus Polygoni]. Fig. 161. Tab. XXX. Fig. 161.

Lehrsatz.

§. 156. Wenn man die Peripherie eines Cirkels in gleiche Theile theilet, und ziehet die Sehnen vom nächsten Punkte zum Punkte: so entsteht eine reguläre Figur.

Beweiß.

In allen Triangeln, die auf diese Art entstehen, wenn man nemlich aus dem Mittelpunkte Linien in die Polygonwinkel ziehet, sind die Kruren und Grundlinien einander gleich; also sind auch die Winkel gleich: daher ist es eine reguläre Figur. (§. 154.) W. Z. E. W.

Zusatz.

Theilet man den Cirkel Fig. 160. in vier gleiche Theile: so ist d c die Seite eines Quadrats. Fig. 160. Theilet man den Semidiameter in zwey Theile, und ziehet l i zu a c parallel: so ist l i die Seite eines Dreyecks. Macht man mit der Oeffnung a f den Bogen a g: so ist die Sehne a g die Seite eines 5 Ecks. d g ist alsdenn die Seite eines 16 Ecks, und g 10 die Seite eines 10 Ecks. Der Semidiameter ist die Seite eines 6 Ecks. h c ist die Seite eines

eines 8 Ecks. c i giebet die Seite eines 12 Ecks, und f i die Seite eines 7 Ecks. Diese mechanischen Vortheile sind Künstlern sehr nützlich.

Erklärung.

Tab. XXX. *Fig.* 159. §. 157. Eine geradlinichte Fläche Fig. 159. beschreibt man innerhalb eines Cirkels, wenn nemlich die Peripherie des Cirkels durch alle Spitzen der geradlinichten Figur gehet. Und eine geradlinichte Fläche wird um einen Cirkel beschrieben, wenn alle Seiten der Fläche die Peripherie des Cirkels berühren.

Zusatz.

Fig. 159. Ziehet man daher zu den Seiten einer Figur AB, BD u. s. w. die Parallellinien a b, b d u. s. w. so, daß alle diese Linien die Peripherie berühren; ferner, verlängert man die Radios CA, CB, bis in a und b u. s. w. so ergiebet sich die reguläre Figur a b d e f g Fig. 159.

Lehrsatz.

§. 158. Die Seiten eines jeden regulären Polygons sind anzusehen als Sehnen eines Cirkelbogens Fig. 161.

Beweiß.

Fig. 161. Wenn man einen rechten Winkel aus der Mitte eines jeden Bogens nach dem Mittelpunkt c ziehet: so werden dadurch die Schenkel

c b

e b und c d, auch c a u. s. w. gleich lang. Bey einem regulären Vielecke müssen diese Perpendicularlinien sich da schneiden, wo alle Schenkel aller neben einander liegenden Triangel zusammenstoßen; mithin wenn man den Cirkel in diesen Punkte C setzet: so muß er alle Polygonwinkel berühren, wenn er einen berührt; mithin sind die Seitensehnen eines Cirkels W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Also kann man ein jedes reguläres Polygon in soviel gleiche Triangel theilen, als es Seiten hat.

Lehrsatz.

§. 159. Eine jede geradlinichte reguläre Figur ist so groß als ein Triangel, dessen Grundlinie die Summe von allen Seiten der Fläche hat, die Höhe aber so groß ist als die Höhe eines von den gleichen Triangeln, in welchen sie aus dem Mittelpunkte ist getheilet worden Fig. 162. *Tab.* XXX. *Fig.* 162.

Beweiß.

Da die Triangel a b c, a c d, a d e, a b f, a f g, a g h einerley Grundlinien und Höhe haben: so sind sie einander gleich (§. 148. Zus. 2.); also ist ein jeder dieser Triangel gleich einem jeden von den Triangeln A, B, C, D, E, F: also ist a b e = A + B + C + D + E + F. W. Z. E. W.

Zusatz.

Also ist auch das Oblongum h i k e = A + B + C + D + F (§. 151.); daher kann man ein Polygon leicht in einen Triangel und Oblongum verwandeln.

Aufgabe.

§. 160. Die Peripherie eines gegebenen Cirkels in verlangte gleiche Theile zu theilen, vermittelst des Transporteurs.

1. Man dividire 360° durch die Anzahl der Theile, welche gegeben worden.
2. Man ziehe aus dem Mittelpunkte des Cirkels einen geradlinichten Winkel, dessen Grösse gleich dem gefundenen Quotienten Nro. 1.
3. Die Oefnung der Schenkel an der Peripherie giebt eine Seite zu dem Vieleck.

Aufgabe.

§. 161. Die Polygonwinkel in einer regulären geradlinichten Figur zu finden.

1. Man dividire 360 durch die Anzahl der Seiten.
2. Den Quotienten subtrahire man von 180: so ist die Differenz der verlangte Polygonwinkel.

Beweiß.

Tab. XXX. *Fig.* 159. Man beschreibe um das Vieleck einen Cirkel; z. E. um das 6 Eck Fig. 159: so ist das

Maaß

Maaß des Polygonwinkels a b g = 180° — den Bogen b d. Nun ist aber b d = $\frac{1}{6}$ von dem Cirkel; folglich ist der Polygonwinkel = 180 — $\frac{360}{6}$°.

Aufgabe.

§. 162. Auf eine gegebene Linie E F ein verlangtes Vieleck zu beschreiben. Tab. XXXI. Fig. 163. Tab. XXXI Fig. 163.

1. Man trage in E und F die halben Polygonwinkel, und verlängere die Schenkel bis sie sich in C schneiden.
2. Aus C beschreibe man mit der Weite C F einen Cirkel, und trage auf dessen Peripherie die gegeben Linie herum.
3. Durch die Punkte ziehe man die Sehnen: so geben diese das verlangte Vieleck.

Zusatz.

Der Beweiß erhellet schon aus dem vorigen.

Lehrsatz.

§. 163. Ein jedes Quadrat, Parallelogrammum, Rhombus und Rhomboidos wird durch die beyden Diagonallinien A D und F E in vier gleiche Theile getheilet. Fig. 164. Fig. 164.

Beweiß.

Wenn man die Diagonalen A D und F E ziehet: so schneiden sie sich in J, welcher Punkt von allen Winkeln gleichweit entfernet ist, mithin

hin als der Mittelpunkt der Figur angesehen werden kann; ziehet man nun durch diesen Punkt eine Linie G H mit den Seiten parallel; alsdenn ist G J A + J H E = A J E; ferner F G J + D J H = F J D. Da nun F G J = G J A = D J H = J H E: so ist auch A J E = J E D = D J F = F J A. W. Z. E. W.

Zusatz.

In einer eckigten Figur, wo die Diagonallinie durch den Mittelpunkt gehet, heißt diese Linie der **Durchmesser der Schwere**, [Diameter Gravitatis.]

Zusatz.

Wenn daher ein Punkt C gegeben wird, und man soll die Figur aus demselben in zwey gleiche Theile theilen: so darf man nur die Linie BC durch J ziehen: so ist ACFB = DBCE.

Aufgabe.

Tab. XXXI *Fig.* 165. §. 164. **Einen Triangel in verlangte gleiche Theile zu theilen.** Fig. 165. z. E. **in** 4.

1. Man theile eine Seite des Triangels, welche man will oder welche verlanget wird, in die verlangte gleiche Theile, a b c d.
2. Man ziehe nach dem gegen die abgetheilte Linie überstehenden Winkel aus allen Punkten Linien: so ist der Triangel in 4 gleiche Theile getheilet.

Beweiß.

Beweiß.

Alle vier entstandene Triangel haben einerley Grundlinie und einerley Perpendicularhöhe; mithin sind sie einander gleich (§. 148. Zus. 2.) W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 165. Einen Triangel ABC Fig. 166 in zwey gleiche Theile zu theilen, daß die Theilungslinie durch einen gegebenen Punkt D gehe. *Tab.* XXXI *Fig.* 166.

Auflösung.

1. Man ziehe die Linie BD.
2. Man theile AC in zwey gleiche Theile in E.
3. Man ziehe aus dem Punkte E die Linie EF zu DB parallel.
4. Man ziehe die Linie DF: so ist ADF = DFCB.

Beweiß.

Der Triangel EFD = EFB (§. 148 Zus. 2.) also ist EFD — EFG = EFB — EFG, weil man von den gleichen Triangeln EFD und EFB den Triangel EFG zweymal wegnimmt. Es sind ferner die Triangel EAB und ECB einander gleich (§. 148 Zus. 2.) Wenn man daher die beyden Triangel EGD und FGB, welche gleich sind, verwechselt: so behält man die gleichen Theile ADF und DFBC. W. Z. E. W.

Aufgabe.

Tab. XXXI. Fig. 167. §. 166. Einen Triangel ABC in verlangte gleiche Theile zu theilen, z. E in 5, daß die Theilungslinien nicht in einen Punkt zusammen stossen. Fig. 167.

1. Man theile AC in 5 gleiche Theile in E, und ziehe die Linie EB: so ist CEB = $\frac{1}{5}$ von ABC (§. 164.) also muß der Triangel AEB noch in vier Theile getheilet werden.

2. Man theile AB in 4 gleiche Theile in D, und ziehe ED: so ist BDC = $\frac{1}{4}$ von AED und $\frac{1}{5}$ von ACB.

3. Man mache EG = $\frac{1}{3}$ von EA, und ziehe GD: so ist GFD = $\frac{1}{3}$ von AED, oder = $\frac{1}{5}$ von ACB. Nun ist AGD noch in zwey gleiche Theile zu theilen.

4. Man theile daher DA in zwey gleiche Theile, und ziehe GF: so ist durch die Linien GF, FD, ED, DE der Triangel in fünf gleiche Theile getheilet.

Beweiß.

Der Beweiß gründet sich auf §. 164.

Aufgabe.

Fig. 168. §. 167. Von einen Triangel einen verlangten Theil abzuschneiden. z. E. 24°.

1. Man dividire den Inhalt des verlangten Theils mit derjenigen Seite des Triangels, worüber er soll abgeschnitten werden,

z. E.

z. E. AB; so giebet der Quotient die halbe Höhe des Triangels, welcher abgeschnitten werden soll. (§. 150. Zusatz 5.)

2. Man nehme daher diesen Quotienten doppelt und setze ihn aus D perpendicular, daß er die Linie AC in E berühre.
3. Man ziehe die Linie EB, so ist EAB = 24°; z. E. die Linie AB sey = 8, daher $\frac{24}{8} = 3$, dieses doppelt kömmt für die Linie DE = 6°

Zusatz.

Man kann also auch leicht einen jeden Triangel in proportionirliche Theile theilen.

Aufgabe.

§. 168. Eine jede geradlinichte Fläche in verlangte gleiche Theile zu theilen. z. E. Fig. 169 ABCDEF in drey gleiche Theile. *Tab.* XXXI. *Fig.* 169.

1. Mann rechne die Fläche aus (§. 151.)
2. Man dividire den Inhalt des Ganzen durch die Zahl der verlangten Theile: so bekömmt man die Grösse eines Theils in Zahlen.
3. Man gebe dem ersten Theile einen Triangel von der gegebenen Figur, z. E. AFB, und wenn dieser noch zu klein ist, so schneide man nach §. 167 von den neben liegenden FBC noch so viel dazu ab, daß ABGF $\frac{1}{3}$ der Figur halte.
4. Was in dem Triangel BFC übrig geblieben ist, nemlich FGC, rechne man zu dem andern

andern Drittel, und von den nachfolgenden FCD noch so viel dazu, (§. 161.) daß er auch $= \frac{1}{3}$ der ganzen Figur werde.

5. Was übrig bleibt, ist das letzte Drittel, mithin ist die Figur getheilet.

Zusatz.

Setzet diese Figur ein Feld voraus: so sind die Punkte HG leicht von dem Papiere aufs Feld zu tragen.

Man messe nemlich DH und BG nach dem verjüngten Maaßstabe und trage eben dieses Maaß nach dem Grossen im Felde aus den gleichnamigen Winkeln D und B; so hat man die Theilungspunkte auch auf dem Felde.

Aufgabe.

Tab. XXXI. *Fig.* 170. §. 169. **Eine Fläche also zu theilen, daß die Theilungslinien alle auf einen gegebenen Punkt G zusammen stoßen.** Fig. 170.

Auflösung.

1. Man theile die Figur in Triangel auf die Weise, daß von allen Ecken Linien zu den gegebenen Punkt G gezogen werden.

2. Man rechne die Triangel aus und verfahre wie vorhin. §. 168.

Aufgabe.

Aufgabe.

§. 170. Eine Fläche also zu theilen, daß die Theilungslinien eine gewisse Richtung von A nach B haben, z. E. in 4 Theile. Tab. XXXII. Fig. 171.

Auflösung.

1. Man rechne die Fläche aus und verfahre nach §. 168. Nro. 2. *Tab.* XXXII. *Fig.* 171.

2. Man schneide vor das erste Viertel ab willkührlich ab; und wenn dieses nicht reicht: so ziehe man den Inhalt dieses Theils abcd von den durch die Division gefundenen Viertel ab.

3. Das Residuum dividire man mit der Länge ab: so bekömmt man die Breite ef (§. 150. Zusatz 5) und dghc ist $\frac{1}{4}$ der ganzen Figur.

4. Mit den übrigen Theilen verfahre man auf die nemliche Art: so ist die Figur getheilet.

Zusatz.

Man siehet leicht, daß, wenn bey Theilungen eine gewisse Proportion Statt findet, die Proportionen erst müssen in Ruthen oder Fuß u. s. w. verwandelt werden, und alsdenn ist die Verrichtung die nemliche wie gelehrt worden §. §. 168 und 169.

Aufgabe.

Tab. XXXII. Fig. 172. §. 171. Ein Quadrat zu machen, daß noch einmal so groß ist, wie ein gegebenes A. Fig. 172.

1. Man verlängere eine Seite des Quadrats, z. E. ab bis in c, so daß bc = ab.
2. Man ziehe die Linie dc, und mache davon ein Quadrat B: so ist das Quadrat B noch einmal so groß wie A.

Beweiß.

Weil bc = db: so ist auch dc = eb = bf und dBcb = dbea. Ferner weil cf = cb, oder db, fg = gb: so ist auch cfgb = dbea. Macht man von bc ein Quadrat: so ist selbes Quadrat C = A. Das Quadrat bcBd ist auch = dem Quadrat A oder C. Die Hälfte dcB dieses Quadrats = $\frac{1}{4}$ des Quadrats B, und der Hälfte des Quadrats A. Da nun dc = eb oder bf, Bc = db oder cf und das Quadrat B aus 4 gleichen Triangeln, als kihl bestehet, die beyden Quadrate dbea und cfbg gleichfals aus eben solchen 4 Triangeln mnop bestehen, so kann man hikl für mnop substituiren. Nimmt man nun op weg: so wird so viel weggenommen wie übrig bleibt, nemlich die Hälfte. Daher ist das Quadrat B noch einmal so groß, wie das Quadrat A. W. Z. E. W.

Aufgabe.

Aufgabe.

§. 172. Zwey gleichschenklichte Triangel A und B Fig. 173. also zusammen zu addiren, daß ein gleichschenklichter Triangel wiederum heraus kömmt. Tab. XXXII. Fig. 173.

Auflösung.

1. Man setze von beyden Triangeln eine Seite winkelrecht auf einander.
2. Man ziehe die Hypothenuse ab, welche, wenn man einen gleichseitigen Triangel daraus macht, so groß ist, wie die übrigen beyden.

Beweiß.

In dem Triangel B sind 9 gleichseitige Triangel enthalten, und in dem Triangel A 16 von der nemlichen Grösse. Da nun der Triangel C 25 Triangel hält, die mit den übrigen 25 gleich groß sind: so ist $C = A + B$.

Lehrsatz.

§. 173. In einen rechtwinklichten Triangel ist das Quadrat der Hypothenuse so groß, wie die beyden Quadrate, welche man von den übrigen Seiten des rechten Winkels macht, zusammen genommen. Fig. 174. Fig. 174.

Beweiß.

Wenn A B C der rechtwinklichte Triangel ist: so ist A F G B das Quadrat von der Hypothenusa, CBHI das Quadrat von der Basis, und CAED das Quadrat vom Cathetus. Man ziehe von G nach C und von A nach H gerade Linien, so ist, weil in B sich zwey rechte und ein scharfer Winkel befinden, der scharfe sich selber gleich; die beyden rechten hingegen sind sich gleich, weil sie zwey rechte Winkel sind. Wenn man daher den scharfen Winkel, den diese beyden rechten zwischen sich haben, zu dem einen oder andern rechnet: so kömmt in beyden Fällen ein Gleiches heraus. Es ist ferner CB = BH, und AB = BG (weil beyde Quadrate sind): also ist der Triangel CGB = ABH (denn sie haben oder bestehen aus gleichen Linien und gleichen Winkeln). Man ziehe ferner in dem Quadrate der Hypothenuse ein Rectangulum NMGB, welches mit dem Triangel CBG gleiche Grundlinien und Höhe hat: so ist der Triangel CBG = $\frac{1}{2}$ NMGB (§. 147.) Da nun auch der Triangel ABH gleiche Grundlinien und Höhe hat mit dem Quadrate CBHJ: so ist auch der Triangel ABH = $\frac{1}{2}$ CBHJ (§. 147.). Folglich $\frac{1}{2}$ NMGB = $\frac{1}{2}$ CBHJ und also NMGB = CBHJ. Da nun auf gleiche Art erwiesen werden kann, daß das Rectangulum NMFA = den Quadraten FACD: folglich ist AFGB = CBHJ + CAED: W. Z. E. W.

Zusatz.

Also sind ihre Hälften auch in eben diesem Verhältnisse (§. 147.), und, weil die Hälfte eines Quadrats ein rechtwinklichter Triangel ist,

ist, der gleiche Höhe und Grundlinien hat: so findet dieser Lehrsatz bey solchen Triangeln auch Statt.

Anmerkung.

Man nennet dieses den pytagorischen Lehrsatz [Theorema Pythagoricum].

Aufgabe.

§. 174. Ein kleines Quadrat von einem größern abzuziehen, daß ein Quadrat übrig bleibt. Fig. 175. Tab. XXXII. Fig. 175.

Man beschreibe den Cirkel CED, und setze DE, als die Seite des Quadrats A, aus D in E: so giebt CE die Seite des Quadrats, welches überbleibt, wenn A von B gezogen ist. (§. 173.)

Zusatz 1.

Also giebt die Diagonallinie eines Quadrats ein Quadrat, das noch einmal so groß ist, wie das gegebene.

Zusatz 2.

Also kann man leicht Triangel, Quadrate und Cirkel multipliciren.

Aufgabe.

§. 175. Zwey ähnliche Vielecken zu addiren, daß ein ähnliches Vieleck wiederum heraus kömmt. Fig. 173. 176.

1. Man nimmt eine Seite von beyden Polygonen, und setzet sie winkelrecht auf einander.

2. Man ziehe die Hypothenuse, und verfertige davon ein ähnliches Polygon: so ist solches so groß, wie die beyden gegebenen. (§. 173.)

Beweiß.

Ein jedes Polygon bestehet aus so viel ähnlichen Triangeln, als es Seiten hat (§. 162.) Da nun zwey Triangel auf die vorbeschriebene Art addirt werden (§. 174. Zus. 2.): so ist der Triangel C Fig. 173. der aus der Hypothenuse entsteht, = den beyden Triangeln A und B. Da nun das gefundene Polygon aus eben so viel gleichen Triangeln bestehet, wie die beyden A und B zusammen genommen: so ist das gefundene den beyden Polygonen gleich. W. Z. E. W.

Tab. XXXII. *Fig.* 173.

Zusatz 1.

Fig. 176. Man kann auch auf diese Art Cirkel addiren. Wenn man nemlich ihre halbe oder ganze Durchmesser winkelrecht auf einander setzet: so giebet die Hypothenuse a b den halben oder ganzen Durchmesser eines Cirkels, der so groß ist, wie die beyden gegebenen. Fig. 176.

Zusatz 2.

Man kann also eine Menge Cirkel, Quadrate, gleichseitige Triangel und ähnliche Polygonen addiren, wenn man immer auf die erhaltene

haltene Hypothenuse die Seite eines Quadrats oder den Diameter eines Cirkels u. s. w. setzet, und die Hypothenuse ziehet.

Aufgabe.

§. 176. Eine irreguläre Figur in ein Quadrat zu verwandeln.

Auflösung.

1. Man rechne die Figur aus (§. 153.)

2. Hieraus ziehe man die Quadratwurzel: so giebet solche die Seite des Quadrats, welches so groß ist, wie die gegebene irreguläre Figur.

Aufgabe.

§. 177. Zu finden, wie vielmal ein gegebenes kleineres Quadrat in einem grösseren enthalten sey.

1. Man rechne den Inhalt beyder Quadraten aus.
2. Man dividire die kleinere Zahl in die grössere: so giebt der Quotient, wie vielmal das kleinere Quadrat in den grössern enthalten ist.

Aufgabe.

§. 178. Ein Oblongum in ein Quadrat zu verwandeln.

1. Man suche zwischen der langen und kurzen Seite des Oblongum die mittlere Proportional. (§. 101.)

2. Man verfertige aus der gefundenen Linie ein Quadrate. Dieses ist dem gegebenen gleich.

Zusatz.

Tab. XXXIII Fig. 177. Auf diese Art kann man auch ein Parallelogramm in ein anderes verwandeln, wozu eine Seite e f gegeben worden. Z. E. man verlängert zwey Seiten, und setzet e f in b i; man ziehet eine gerade Linie aus i durch c nach k: so ist i k die Seite des zu machenden Parallelogramms. Fig. 177.

Lehrsatz.

§. 179. Ein Cirkel ist gleich einem Triangel, dessen Grundlinie so groß, als die Peripherie des Cirkels, und dessen Höhe dem Radio des Cirkels gleich ist.

Beweiß.

Wenn man die Peripherie des Cirkels in unendlich kleine gleiche Theile theilet, und ziehet die Sehnen dieser Bogen: so entstehet ein reguläres Vieleck, dessen Seiten unendlich klein sind (§. 157.). Mithin ist zwischen dem Bogen und der Sehne ein unendlich kleiner Unterscheid: also kann man einen für die andere annehmen, und daher ist der Perimeter eines

eines solchen Vielecks gleich der Peripherie des Cirkels.

Wenn man daher die Peripherie in eine gerade Linie verwandelt, und daraus einen Triangel macht, dessen Höhe gleich dem Radio des Cirkels: so ist der Inhalt dieses Triangels gleich dem Inhalte des Cirkels. (§. 159.) W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Wenn man daher die Peripherie mit der Hälfte des Radii oder mit dem vierten Theile des Diameters multiplicirt: so hat man den Inhalt des Cirkels.

Zusatz 2.

Man kann also auf diese Art den Cirkel in ein Quadrat verwandeln. (§. 141.)

Zusatz 3.

Also ist der Ausschnitt eines Cirkels CNM = einem Triangel, dessen Grundlinie = dem Bogen MN, und dessen Höhe = dem Radio des Cirkels. Fig. 178. *Tab.* XXXIII *Fig.* 178.

Aufgabe.

§. 180. **Das Verhältniß des Diameters zur Peripherie des Cirkels zu erfinden.** Tab. XXX. Fig. 159. *Tab.* XXX. *Fig.* 159.

Auflösung.

1. Man beschreibe in einem Cirkel ein reguläres Vieleck, wovon die Seiten so klein sind, wie möglich.

2. Hat man dieses gethan: so suche man die Seiten des regulären Vielecks, welches man um diesen Cirkel beschreiben kann. (§. 157. Zus.)

3. Beyde gefundene Seiten multiplicire man durch die Anzahl der Linien, welche in der Peripherie dieses Vieleckes enthalten: so bekommt man sowohl die Peripherie des regulären Vielecks in dem Cirkel, als auch dessen, welches um den Cirkel ist beschrieben worden. Da nun erstere kleiner, letztere aber grösser, wie die Peripherie des Cirkels ist: so addire man beyde zusammen und halbire die Summen: so giebet der Quotient die Peripherie des Cirkels so genau als möglich.

4. Man messe mit diesem Maaße den Diameter aus: so hat man das Verhältniß.

Anmerkung.

Ludolph von Cöln hat in seinem Buche de circulo & inscriptis etc. diese Arbeit verrichtet, und dessen Satz ist fast durchgehends angenommen, daß die Peripherie des Cirkels 314, 159, 264, 358, 979, 323, 846, 264, 338, 387 sey, wenn der Diameter 100 000 000 000 000 000 000 000 000 000 angenommen wird. Insgemein nimmt man nur die drey ersten Ziefern von beyden als, 314 zu 100 oder bey grössern Cirkeln 3145 zu 1000.

Aufgabe.

§. 181. Es wird der Diameter gegeben, man soll die Peripherie finden.

Auf-

Auflösung.

1. Man suche zu 100, 314 und den gegebenen Diameter die vierte Proportional, welches die verlangte Peripherie giebet.

Zusatz.

Wenn daher die Peripherie gegeben worden, und man soll den Diameter finden: so sucht man zu 314 und 100 und der gegebenen Peripherie die vierte Proportional, welcher den verlangten Diameter giebt.

Lehrsatz.

§. 182. **Der Inhalt eines Cirkels verhält sich zu dem Quadrate seines Diameters wie beynahe 785 zu 1000.**

Beweiß.

Wenn man einen Cirkel berechnet, dessen Diameter = 100 und dessen Peripherie = 314, so nimmt man den vierten Theil des Diameters = 25, und multiplicirt solche mit der Peripherie. Dieses Factum giebet 7850. Berechnet man nun das Quadrat des Diameters: so giebt das Factum 10000. Wirft man die 0 von beyden weg: so kömmt obiges Verhältniß heraus. W. Z. E. W.

Zusatz.

Also verhalten sich auch die Cirkelflächen gegen einander wie die Quadrate ihrer Diameter.

Aufgabe.

Tab. XXXIII Fig. 178. §. 183. Den Inhalt des Ausschnittes eines Cirkels zu finden. Fig. 178.

1. Man messe den Radius z. E. = 6 Fuß.
2. Man messe auch die Grade des Bogens NOM z. E. = 6 Grad.
3. Man suche zu 100, 314 und dem Radio Ac = 6' Die vierte Proportional giebet 1884'''; dieses ist die halbe Peripherie.
4. Man suche zu 180°, den gegebenen Bogen = 6° und des gefundenen halben Peripherie 1884''' Die vierte Propotional = $64\frac{4}{5}$'''; dieses ist der Boge NM in Linien.
5. Man multiplicire diese durch den vierten Theil des Diameters 300: so kömmt der Inhalt des Ausschnitts CMN = 18840''' heraus.

Zusatz.

Also kann man auch den Ausschnitt MON eines Cirkels finden, wenn man nemlich den Ausschnitt CMN zuerst berechnet, und nachmals den Triangel CMN abziehet.

Erklärung.

Fig. 179. §. 184. Indem sich eine halbe Cirkellinie ABC Fig. 179. um ihren Diameter AC bewegt: so hinterläßt ihre Spur die Ausdehnung einer Kugel.

Erklä-

Erklärung.

§. 185. Der Diameter einer Kugel heißt die Axe; [Axis Globi,] die Ende der Axe heissen die Pole der Kugel [Poli Globi].

Erklärung.

§. 186. Wenn sich eine geradlinichte Figur abc an einer Linie cd herunter bewegt Fig. 180, so hinterlässet ihre Spur ein **Prisma** [Prisma]. Und wenn dieses eine Cirkellinie ist: so beschreibt dieser einen **Cylinder oder Walze**, [Cylindrus.] *Tab.* XXXIII *Fig.* 180.

Zusatz 1.

Ein Cylinder wird auch erzeuget, indem sich ein Rectangulum abcd Fig. 181 um einen seiner Seite bewegt. *Fig.* 181.

Zusatz 2.

Also ist die Grundfläche eines Prismatis = und ∽ der oberen Fläche, woraus es entstanden, und umgekehrt.

Zusatz 3.

Also ist ein Prisma mit so vielen Vierecken eingeschlossen, als die Ober- und Grundfläche Seiten hat.

Erklärung.

§. 187. Ein Parallelepipedum [Parallelepipedum] wird erzeuget, wenn sich ein Rectangulum ABCD an einer Linie AE *Fig.* 182.

die

die auf beyden Linien AB und AD perpendicular stehet, gleichförmig herunter bewegt. Fig. 182.

Erklärung.

Tab. XXXIII *Fig.* 183. §. 188. Wenn sich ein Quadrat A an einer Linie BC, die seiner Seite gleich ist, und auf BD und BE perpendicular stehet, herunter bewegt: so entstehet ein Würfel [Cubus]. Fig. 183.

Zusatz.

Also ist ein Würfel in sechs gleiche Quadrate eingeschlossen, und ein Parallelepipedum in sechs Rectangulis, wovon zwey und zwey parallel laufen und gleich sind.

Erklärung.

Fig. 184. §. 189. Wenn sich ein rechtwinklichter Triangel abc Fig. 184. um den festen Catheten ab bewegt, so zeugt seine Bewegung einen Kegel [Conus]. Fig. 184.

Erklärung.

Fig. 185. §. 190. Eine Pyramide [Pyramis] wird gezeuget, wenn sich eine Linie AD Fig. 185. an einen festen Punkt D verschieben läßt, und wenn sie sich um den Perimeter ABC einer geradlinichten Figur bewegt.

Anmer=

Anmerkung.

Vorbeschriebene Zeugungen der Körper haben wir nach des Herrn Baron von Wolfs Beschreibung gewählet, weil diese der Sache am kürzesten genug thun.

Erklärung.

§. 191. Dasjenige, was §. 145. in Ansehung der Flächen angeführet worden, gilt auch in sofern von den Körpern, indem man auch bey Ausmessung der Körper ein Ding, welches mit ihnen gleichartig ist, wählen muß. Die Seiten eines Würfels sind sowol einander gleich als auch seine Linien und Winkel; daher kann man den Würfel am leichtesten durchgehends bestimmen, und ist also die schicklichste Figur als eine Einheit zu wählen.

Willkührlicher Satz.

§. 192. Das angenommene Maaß bey den Längen und Flächen kann auch bey dem Körper beybehalten werden, mit dem Unterscheid, daß ein Cubus, der eine Ruthe lang, eine Ruthe breit und eine Ruthe dicke ist, ein Cubikfuß, und ein Cubus, der einen Zoll lang, einen Zoll breit und einen Zoll dicke, ein Cubikzoll genennet wird, u. s. w.

Zusatz.

Daher wird ein körperlicher Raum gemessen, wenn man untersuchet, wie viel Cubikruthen, Cubikfuß, Cubikzoll u. s. w. er in sich enthält.

Aufgabe.

Aufgabe.

Tab. XXXIII Fig. 186. §. 193. Die Ausdehnung eines gegebenen Cubus auszumessen. Fig. 186.

1. Man messe eine gerade Linie von einer Seite des Würfels.
2. Man multiplicire diese mit sich selbst.
3. Dieses Factum multiplicire man noch einmal mit der Linie Nro. 1. so bekömmt man den ganzen Inhalt des Würfels.

Beweiß.

Weil die Seiten eines Würfels mit einander gleich sind, so können in der Reihe AD nicht mehr einzelne Würfels liegen, wie in der Reihe DE u. s. w. Multiplicirt man nun AD mit sich selbst, oder, welches einerley, mit AB: so hat man die Fläche ABCD, oder die Anzahl, wie viel Einheitswürfel darin Raum haben. Da nun ein Würfel so dick seyn muß, wie er hoch und lang ist, so müssen auch in allen Seiten des Würfels gleiche Anzahlen der Räume wahrgenommen werden können; dieses geschiehet nun, wenn man die Schichte ABCD so oft nimmt, wie die Seite DE Einheiten in sich hält, das ist, wenn man ABCD und DE multiplicirt. Da nun alle Seiten gleich sind: so ist es einerley, ob man eine Seite so viel nimmt als man die übrigen hätte nehmen sollen, weil man eine für die andere substituiren kann. Daher erhält man den Inhalt eines Würfels, wenn man nach der Aufgabe verfährt W. Z. E. W.

Zusatz 1.

Zusatz 1.

Weil eine Ruthe 10 Fuß lang ist, ein Fuß 10 Zoll lang u. s. w. ein Cubus aber die dreyfache Ausdehnung einer Länge ist: so muß eine Cubikruthe 1000 Cubikfuß und ein Cubikfuß 1000 Cubikzoll u. s. w. halten.

Zusatz 2.

Wenn man mit 1000 dividirt, so beiben drey Zahlen übrig. Wenn man demnach das Maaß eines körperlichen Raums mit Zahlen ausgedrucket hat, so muß man immer drey Zahlen nach den Ruthen hingerichtet für die Linien, Zoll und Fuß abschneiden, z. E. 33° | 384' | 327''; dieses sind 33 Cubikruthen, 384 Cubikfuß, 327 Zoll. (S. meine Rechenkunst, das Hauptstück von der Decimalrechnung).

Zusatz 3.

Wenn man aus einer Cubikzahl die Cubikwurzel ziehet, so bekömmt man eine Seite zu einen Würfel, welche, wenn man einen Würfel davon macht, der gegebenen Zahl =. Die gefundene Linie heißt die Wurzel.

Zusatz 4.

Man kann daher einen ausgerechneten irregulären Körper in einen Würfel verwandeln, wenn man aus seinem Inhalt die Cubikwurzel ziehet.

Lehrsatz.

Tab. XXXIV. Fig. 187. §. 194. Alle Körper, welche gleiche Dicke und gleiche Grundfläche haben und zwischen Parallelflächen stehen, sind einander gleich. Tab. XXXIV. Fig. 187.

Beweiß.

Wenn man von den beyden Körpern A und B, welche gleiche Grundflächen haben, lauter Scheiben schneidet, die mit der Grundlinie oder Fläche c d parallel laufen; so wird d f nicht dicker wie c e; e g nicht dicker wie f h, u. s. w. daher können aus einen Körper nicht mehr gleich dicke Scheiben geschnitten werden wie aus den andern; daher sind sie einander gleich.

Zusatz 1.

Wenn also A ein Cubus und B ein Parallelepipedum, so sind sie beyde gleich.

Zusatz 2.

Daher findet man den Inhalt von einem Prismate, Parallelepipedo und Cylinder, wenn man die Grundfläche, durch die Perpendicularhöhe multiplicirt.

Zusatz 3.

Also verhalten sich gleich dicke Körper zu einander wie ihre Höhen, wenn sie gleiche Grundflächen, und wie ihre Grundflächen, wenn sie gleiche Höhen haben.

Zusatz 4.

Also kann man leicht zwischen zwey gleich dicken Körpern den mittleren Proportionalkörper und zu drey gleich dicken Körpern den vierten Proportionalkörper finden.

Zusatz 5.

Also sind auch alle spitze Körper, welche gleiche Grundflächen und einerley Perpendicularhöhe haben, einander gleich.

Zusatz 6.

Also verhalten sich auch die spitzen Körper zu einander wie ihre Grundflächen, wenn ihre Höhen gleich; und wie ihre Höhen, wenn sie gleiche Grundflächen haben.

Anmerkung.

Bey dem Kegel merkt man, daß sich die Cirkel oder ihre Grundflächen zu einander verhalten, wie die Quadrate von ihren Diametris.

Lehrsatz.

§. 195. Ein jedes dreyeckigtes Prisma kann in drey gleiche Pyramiden geschnitten werden. Fig. 188. *Tab.* XXXIV. *Fig.* 188.

Beweiß.

Wenn ACBEFDA das dreyeckigte Prisma, so sind ABCF, DFEA und BEFA Pyramiden, in welche das gegebene Prisma zerschnitten werden kann. Da nun

DEF = ACB und parallel sind, auch ihre Höhen gleich, so ist die Pyramide ABCF = DFEA. Es ist ferner die Grundfläche, von der Pyramide ABCF der Triangel CBF, und die Grundfläche von der Pyramide BEFA der Triangel BFE, so haben auch diese Pyramiden, weil CBEF ein Parallelogrammum gleiche Grundflächen, und auch, weil A ihre gemeinschaftliche Spitze von gleichen Höhen, so sind auch die Pyramiden ABCF und BEFA einander gleich. Also ist das Prisma in drey gleiche Pyramiden geschnitten.

Anmerkung.

Der Beweiß wird bey der besten Beschreibung undeutlich bleiben; man thut daher am besten, wenn man das Prisma von Holz machen läßt, und es in vorbeschriebene Stücke zerschneidet.

Zusatz 1.

Weil alle spitze Körper, welche gleiche Grundflächen und Höhe haben (§. 194.); ferner, alle gleich dicke Körper, welche gleiche Grundflächen und Höhe haben, einander gleich sind (§. 194. Zus. 5.); da auch ein jedes dreyeckigtes Prisma in drey gleiche Pyramiden geschnitten werden kann (§. 195.): so folget, daß ein spitzer Körper $\frac{1}{3}$ von einem gleich dicken Körper, welcher mit jenem gleiche Grundflächen und gleiche Höhe hat.

Zusatz 2.

Man findet daher den Inhalt eines spitzen Körpers, wenn man die Grundfläche mit der

Höhe

Höhe multiplicirt, und das Factum mit 3 dividirt: da der Quotient den Inhalt giebt.

Zusatz 3.

Man kann auch die Grundfläche mit $\frac{1}{3}$ von der Höhe multipliciren, welches gleichfals den Inhalt der Pyramide giebet.

Zusatz 4.

Hieraus folget auch, daß man aus dem Inhalt des spitzen Körpers, wenn man nemlich selbigen mit $\frac{1}{3}$ der Höhe dividirt, dessen Grundfläche finden könne.

Aufgabe.

§. 196. **Den Inhalt eines abgekürzten spitzen Körpers, z. E. des Kegels AFHC, zu finden.** Fig. 189. *Tab. XXXIV. Fig. 189.*

1. Man suche den Inhalt des ganzen Körpers, als wenn er nicht abgekürzet wäre.
2. Hierzu muß man die Höhe DB haben, diese wird gefunden
3. aus der Perpendicularhöhe GF und DB, den AG: GF = AD: DB.
4. Man suche den Inhalt der abgeschnittenen Spitze des gegebenen Körpers FBHEF (§. 185.). Deren Höhe ist = DB — GF = DB — ED.
5. Diese Spitze subtrahire man von den ganzen Körper: so giebt die Differenz den Inhalt des abgekürzten Kegels.

Lehrsatz.

Tab. XXXIV. Fig. 190. §. 197. Die Kugel ist $\frac{2}{3}$ von einem Cylinder, dessen Grundfläche so groß als der Cirkel der Kugel, wodurch die Achse gehet, und dessen Höhe gleich der Achse der Kugel. Fig. 190.

Beweiß.

Indem sich das Quadrat A B C D um seine Seite C D bewegt, so beschreibt es einen Cylinder (§. 186. Zus. 1.) Bewegt sich der Triangel A C D um diese Linie, so beschreibt er einen Kegel, dessen Inhalt $\frac{1}{3}$ von den eben beschriebenen Cylinder (§. 189.) Bewegt sich der Quadrant B G D um diese oder um die Linie A B, so beschreibt er eine halbe Kugel. In allen diesen drey gezeugten Körpern ist die Höhe einerley, daher können in den einen nicht mehr Durchschnitte gemacht werden, als in den andern. Es stelle die Linie E F den halben Diameter eines Durchschnittes vor: so verhält sich der Durchschnitt des Cylinders wie das Quadrat E F, oder A G, der Durchschnitt der Kugel, wie das Quadrat H G, und der Durchschnitt des Kegels, wie das Quadrat F E oder H E. Denn da H F = A D und A G = A D; ferner, weil A B = B C, so ist auch H A = H E.

Wenn man nun das Quadrat A H, das ist, den Durchschnitt des Kegels von dem Quadrate A G, das ist, von dem Durchschnitt des Cylinders, weg nimmt: so bleibt das Quadrat

G H

GH, das ist, der Durchschnitt der Kugel, übrig.

Wenn man daher in einem Cylinder, in einer Kugel und in einem Kegel, welche gleiche Grundflächen und Höhe haben, in einerley Höhe parallel Durchschnitte macht, und den Durchschnitt des Kegels von den Durchschnitt des Cylinders subtrahiret, so bleibt der Durchschnitt von der Kugel übrig. Da nun dieser Kegel $\frac{1}{3}$ von dem Cylinder ist, so muß die Kugel von derselben $\frac{2}{3}$ seyn. W. Z. E. W.

Lehrsatz.

§. 198. **Der Cubus des Diameters verhält sich zu der Kugel wie beynahe 300 zu 157.**

Beweiß.

Wenn der Diameter der Kugel 100, so hält der Cubus desselben 1 000 000 (§. 159. Anmerk.); und der Cylinder, dessen Höhe gleich der Höhe der Kugel und dessen Grundfläche gleich dem grössesten Cirkel in der Kugel, hat 785 000. Diesemnach ist der Inhalt der Kugel 52 3333$\frac{1}{3}$; folglich verhält sich der Cubus zur Kugel wie 1 000 000 zu 523 333$\frac{1}{2}$, das ist, wenn man beyde Zahlen mit 3 multiplicirt, wie 3 000 000 zu 1 570 000; und wenn man diese Zahlen wiederum mit 10000 dividirt, wie 300 zu 157. W. Z. E. W.

Anmerkung.

Da sich diese Rechnung auf die Verhältnisse des Diameters zur Peripherie, nemlich 100 zu 314, gründet, diese aber nur beynahe zutrift: so stehet auch nur zu behaupten, daß sich der Cubus des Diameters zur Kugel beynahe verhalte, wie 300 zu 157.

Zusatz 1.

Also verhalten sich alle Kugeln gegen einander, wie die Cubi ihrer Durchmesser.

Zusatz 2.

Nach Archimedes Art findet man den Inhalt der Kugel also:

1) Man suche den grössesten Cirkel der Kugel; nemlich, wodurch ihr Diameter gehet.

2) Diesen multiplicire man durch die Achse der Kugel. (§. 185.)

3) Von diesem Facto nehme man $\frac{2}{3}$, welches der Inhalt der Kugel ist.

Zusatz 3.

Nach dem Euclides findet man den Inhalt der Kugel also:

1) Man messe den Diameter der Kugel.

2) Man suche hievon den Cubum und spreche:

3) 300 : 157 = der gefundene Cubus : Kugel.

Aufgabe.

Aufgabe.

§. 199. Aus den gegebenen Inhalt der Kugel deren Diameter zu finden.

1. Man suche den Cubum von den Diameter, dessen Grösse man bestimmen soll.
2. Aus diesen Cubus ziehe man die Cubikwurzel, welches den verlangten Diameter giebt.

Lehrsatz.

§. 200. Der Inhalt einer Kugel ist gleich dem Inhalt einer Pyramide, dessen Grundfläche so groß als die äußerste Fläche der Kugel, und dessen Höhe gleich dem Radio der Kugel.

Beweiß.

Wenn man die Kugelfläche in unendlich kleine Flächen theilet, so kann man sie als eine ebene Fläche ansehen (§. 157.) Ziehet man nun nach allen Ecken dieser kleinen Flächen aus dem Mittelpunct der Kugellinien: so bekömmt man unendlich kleine Pyramiden, die, zusammen genommen, so groß sind, als eine Pyramide, die mit diesen einerley Höhe hat, und deren Grundfläche so groß, wie die Grundflächen der kleinen zusammen genommen. Da nun die kleinen Grundflächen der Pyramiden die Oberfläche der Kugel ausmachten, so ist die Kugel = einer Pyramide, dessen Grundfläche so groß als

als die äußerste Fläche der Kugel und dessen Höhe, gleich dem Radio der Kugel.

Zusatz 1.

Wenn man also die Kugelfläche mit $\frac{1}{3}$ von dem Radio, oder mit $\frac{1}{6}$ von dem Diameter multiplicirt, so ist dieses Factum der Inhalt der Kugel.

Zusatz 2.

Dividirt man also den Inhalt der Kugel mit $\frac{1}{6}$ von dem Diameter, so giebt der Quotient die Peripherie.

Lehrsatz.

§. 201. **Wie 4 zu 1, also verhält sich die Klugelfläche zu ihren größesten Cirkel.**

Beweiß.

Da der Inhalt der Kugel = dem Inhalt einer Pyramide, deren Grundfläche der Kugelfläche, die Höhe aber ihren Radix gleichet (§. 205): so kömmt die Kugelfläche heraus, wenn man den körperlichen Inhalt der Kugel durch den dritten Theil des Radii oder den sechsten Theil des Diameters dividirt (§. 205. Zus. 1.) Ist daher der Diameter = 100, so ist der Inhalt des grössesten Cirkels = 7850 und der Inhalt der Kugel $= \frac{1570000}{3}$

Wenn man daher dieses durch den sechsten Theil des Diameters $= \frac{100}{6}$ dividirt: so kömmt für die Kugelfläche 31400. Also verhält

sich

sich die Kugelfläche zu ihren grössesten Cirkel, 31400 zu 7850; das ist, wenn man beyde mit 7850 dividirt, wie 4 zu 1. W. Z. E. W.

Zusatz.

Man erhält also auch die Kugelfläche, wenn man die Peripherie des grössesten Cirkels durch ihren Diameter multiplicirt.

Aufgabe.

§. 202. **Den Inhalt eines irregulären Körpers zu finden.**

1. Man lege den Körper in ein ausgehöltes Gefäß, dessen Inhalt man vermöge der Cubikmaaß leicht berechnen kann.
2. Man schütte in dieses Gefäß, wenn der Körper darinnen sich befindet, eine solche Materie, die die Figur des Gefäßes gleich annimt, und den Zwischenraum des Körpers und den Wänden des Gefäßes gleich ausfüllet.
3. Man messe den Inhalt des Gefäßes.
4. Man nehme den zu messenden Körper heraus.
5. Man messe auch den Inhalt desjenigen Raums, den die Materie in dem Gefäße alleine einnimmt.
6. Dieses subtrahire man von dem ganzen Inhalt des Gefäßes Nr. 3. so giebt das Residium den Inhalt des Körpers.

Zusatz.

Dieses Verfahren findet nur bey kleinen Körpern Statt, bey grossen, z. E. bey Festungs-Wällen, Deichen oder Dämmen u. s. w. zergliedert man die Theile und rechnet sie nach derjenigen Figur aus, die sie nach der Sternometrie haben.

Aufgabe.

Tab. XXXIV. Fig. 191. §. 203. Einen Maaßstab zu machen, wodurch man ausmessen kann, wie viel flüssige Materie in einem Cydlindrischen Gefäße Raum hat. Fig. 191.

Auflösung.

1. Man ziehe die willkürliche gerade Linie A C.
2. Man trage den Diameter eines Cylindrischen Kannengefäßes aus A in 1 und winkelrecht aus A in B.
3. Die Hypothenuse des rechtwinklichten Triangels B 1 trage man aus A nach 2, die Hypothenuse B 2 aus A nach 3, die Hypothenuse B 3 aus A nach 4, u. s. w.
4. Diese Abtheilungen trage man auf die eine Seite eines Stabes, und auf die andere trage man die Höhe des Kannen Maasses: so hat man einen Visirstab.

Beweiß.

Da A 1 = A B der Diameter von einem einkannigen Gefäße ist, so ist A 2 der Diameter

von

von einem zweykannigen Gefäß u. s. w. (§. 175. Zus. 1). Wenn man daher den Diameter von einem hohlen Cylindrischen Gefäße mit der Seite des Visirstabes misset; so erfähret man wie viel Kannen auf den Boden eines Cylindrischen Gefäßes Raum haben. Misset man nun mit der andern Seite des Stabes die Höhe des Gefäßes; so erfähret man, wie viel Kannen übereinander in dem Gefäße stehen können. Daher erhält man die Anzahl der Kannen, wenn man den Diameter mit der Höhe multiplicirt.

Aufgabe.

§. 204. Ein gegebenes Faß zu visiren, das ist, zu finden wie viel Kannen dasselbe fasse. Fig. 192. *Tab. XXXIV. Fig. 192.*

Auflösung.

1. Man messe mit dem Visirstabe den Diameter des Bodens a c und den Diameter des Bauches des Fasses e f.
2. Man addire beydes und halbire die Summe.
3. Mit der andern Seite des Stabes messe man die Länge des Fasses a b.
4. Man multiplicire dieses mit der gefundenen Hälfte Nr. 2. so bekömmt man den Inhalt des Fasses.

Anmerkung 1.

Man nennet die Wissenschaft, Fässer und dergleichen Körper zu visiren, oder deren Gehalt zu bestimmen, die Cölometrie.

Anmer-

Anmerkung 2.

Die Fässer sind zwar keine Cylinder, allein durch die mittlere Proportional zwischen den Boden und Bauche werden sie beynahe darin verwandelt, und man betrachtet sie alsdenn wie den Cylinder a b c d Fig. 192.

Anmerkung 3.

Nicht ganz volle Fässer auszumessen, dazu hat man noch kein bequemes Mittel erfunden. Kann man aber das Faß auf den Boden setzen, so ist es nach der vorbeschriebenen Aufgabe leicht, dessen Inhalt zu finden. Die Höhe der flüssigen Materie kann man dadurch leicht erfahren, wenn man einen Häber in das Spundloch sticht und den heraussstehenden End aufwärts kehrt, da alsdenn die Materie so hoch in den Häber tritt, wie es im Fasse stehet.

Anmerkung 4.

Um Anfängern einen Begriff von den geometrischen Körpern zu machen, so macht man sie aus Pappe. Es sind aber nicht mehr als fünf reguläre Körper möglich, wovon Herr Baron von Wolf den Beweiß angiebet, diese heißt man die platonischen Körper (Corpora Platonica). Man nennet die Aufreissung, woraus ein solcher Körper in einem Stück zusammen gesetzt werden kann, Netze; zum Beyspiel will ich den Würfel beschreiben.

Aufgabe.

Tab. XXXIV. Fig. 193. §. 205. **Das Netz eines Würfels zu zeichnen, woraus man ihn zusammen legen kann.** Fig. 193.

Auf-

Auflösung.

1. Man trage auf die Linie A B die Seite eines Würfels A J viermal, so, daß A J = J L = L N = N B.
2. Man zeichne das Rectangulum A C D B dergestalt, das A C = A J.
3. Man ziehe die Linie J K, L M, N O mit A C parallel, und verlängere J K und L M beyderseits in E und F, G und H bis E J = J K = K F und G L = L M = M H: so hat man das Netz des Cubus.

Anmerkung.

Die neuern Mathematici haben die Geometrie mit Spiegel- Sex- und Octanten bereichert. Herr Brander hat, nächst den Engländern, von den Deutschen die Ehre, daß er die mechanische Ausführung dieses Instruments vollkommen gemacht. (S. Brander vom Spiegeloctanten). Die Engländer erfunden dieses Instrument um bequemer auf dem Schiffe die Höhen der Sternen und die Sonne messen zu können, wie bisher mit dem Jacobsstabe, dem Gradbogen und dem Quadranten hat geschehen können. Wir wollen ihre Methode in folgenden beschreiben, aus welcher Beschreibung ein denkender Kopf sich leicht eine allgemeine Anwendung wird abstrahiren können.

Erklärung

Eines Engelländischen Spiegeloctantens.

[Octans anglicanum.]

§. 206. Auf der Zeichnung des Octantens sind Fig. 196. Tab. XXVII. A A, B B und C C, drey Spiegel, O und G sind zwey Diopter, mit einer kleinen Oeffnung. Der ganze Spiegel *Tab. XXVII. Fig. 196.*

gel

gel A A ist auf dem beweglichen Zeiger oder dem Index A H dergestalt feste, daß er, wenn derselbe sich nach J bewegt, mit demselben um das Centrum K sich drehet. Die beyden Spiegel BB und CC sind **halb durchsichtig polirtes Glas und halb Spiegel**, wie Fig. 199 Nr. 2 und 3. wovon der Spiegel in B B auf dem Grunde des Octantens stehet; hingegen in CC das polirte Glas nach den Octanten gekehrt ist, so, daß wenn der Octante perpendicular gehalten wird, auch die Linie, welche Spiegel und Glas scheidet, perpendicular sey. Der Boge J L ist in 90 Theile getheilet. In M P befinden sich zwey gefärbte Sonnengläser [Hylioscopia] die ein Gewinde haben, daß man sie aufwärts und niederwärts drehen kann, wie aus der Figur ersichtlich. Von A A oder dem ganzen Spiegel siehet man in dieser Figur den Rücken. Von B B siehet man die Spiegelseite und von dem Halbspiegel C C siehet man wiederum allhier den Rücken. Fig. 197 ist die hinterste Seite der Schlüsselbewegung eines Halbspiegels unterhalb des Octantens vorgestellet; in a a ist der Spiegel unbeweglich feste; b ist eine Schraubenmutter, die feste in den Octanten sitzt; d d ist eine ovale Oefnung in der messingenen Plate c e e e; h f h e e e ist eine messingene runde Plate mit den beyden Handhaben i i; diese Plate ist um den Steft g beweglich. Drehet man nun die Scheibe h f h vermittelst der Handhaben i i etwas rechts oder links, so schiebt dieselbe in e e e die Plate c e e e rechts oder links, und zwar so weit, wie es der Spielraum d d

der

der ovalen Oefnung erlaubt; dadurch nun werden die Halbspiegel B B und c c beweget, und wenn sie ihren Stand haben, so wird die Schraube Fig. 198, welche immer in der Mutter b Fig. 197 befindlich ist, angezogen, denn bleibt der Halbspiegel unverrückt stehen.

Anmerkung 1.

Bey Messungen auf der Erde wird dieser Octant horizontal aus freyer Hand ohne Stativ gehalten, wie Fig. 196. Auf dem Schiffe wird er perpendicular gleichfals aus freyer Hand gehalten, und die Bewegung des Schiffes ist im geringsten der Operation mit demselben nicht behinderlich. Die Schiffer haben dadurch vor den Gradbogen noch den besondern Vortheil erhalten, daß, wenn sie sich in Norden befunden, wo die Sonne oft sehr wenig über den Gesichtskreiß kömmt, sie die Höhe nehmen können, welches bey einem Gradbogen und Quadranten unmöglich war. Auch können sie durch den Octanten mit drey Spiegeln vor- und rückwärts, das ist, da man das Gesicht der Sonne entgegen gerichtet, oder ihr den Rücken gewendet hat, damit die Höhe nehmen.

Anmerkung 2.

Durch eine Lothlinie verstehet man hier einen hangenden Faden, woran ein Gewicht befestigt ist.

Lehrsatz.

Aus der Catoptrik.

§. 207. Wenn man durch den Diopter O siehet: so erblicket das Auge nicht allein den Halbspiegel BB, sondern auch in demselben den *Tab.* XXVII. *Fig.* 196.

Spie-

Spiegel A A; wie auch, was sich in demselben darstellet; z. E. so siehet man die Linie von dem Gebäude v v durch die Linien v y und v y durch die Linien x x, reflectirt in dem Spiegel B B, und wenn man durch den Absehen G siehet: so siehet man sowol den Spiegel C C als auch in demselben die Spiegelfläche A A.

Beweiß.

Der Beweiß wird in der Optik geführet.

Erklärung.

§. 208. Die Spiegels B B und C C, stehen in Rücksicht des Spiegels A A, wenn der Zeiger auf den Anfang der Theilung oder O Grad gestellet ist dergestalt, daß B B mit A A parallel und C C mit A A einen rechten Winkel macht, oder doch beynahe in einen solchen Zustande stehen, wenn sie durch den daran befindlichen messingenen Schrauben nach erforderlicher Sache also gestellet werden können (§. 206.): Die drey Spiegels müssen auf der Fläche des Octanten perpendicular stehen, hierzu aber können sie durch Versuche gebracht werden, indem man die beyden Schrauben S S in der Grundplate, auf welchen die Spiegels stehen, die eine loß läßt und die ander anziehet, so, daß sie allezeit einander fest halten.

Aufgabe.

§. 209. Zu untersuchen, ob die Spiegels A A und B B einen richtigen Stand von einander haben.

1. Man

1. Man mache den Weiser auf O Grad feste.

2. Man sehe mit dem Auge in O durch das Glas nach einen hellen festen Stern, oder auf einen andern abgelegenen kenntlichen Punkt, so, daß er sich nahe an der Ecke des Spiegels in dem Glase befinde.

3. Man suche durch ein wenig Auf- und Nieder- auch Seitwertsbewegung denselbigen Stern, oder festen Punkt, in den Spiegel zu haben; wenn man dieses gefunden, so gebe man weiter acht, ob dasselbige auf eben die Höhe, mit dem wahren Punkt selbst, welcher durch das Glas gesehen wird, sich also befinde. Ist er höher oder tiefer, so muß man den Spiegel B B mit der Schlüsselbewegung (§. 206.) richten, bis das Object durch das Glas gesehen, und auf dem Spiegel sich gleich hoch zeige, darnach werden die Schrauben festgestellet.

4. Wenn man den Stern durch das Glas an den Rand des Spiegels bringt, so muß auch der Stern in den Spiegel an den Rand fallen: wenn dieses nicht ist, so, daß man mit ein wenig Seitwertsbewegung den Stern aus dem Glase hinter den Spiegel verliehrt, bevor der Stern in dem Spiegel zum Vorschein kömmt, oder auch wol der Stern in dem Spiegel erscheint, ehe er in dem Glase verschwindet, so muß solches durch die Schrauben

der Grundplate von B B verbessert werden, so lange bis man findet (§. 208.), daß der Stern durch das Glas an dem Spiegel verschwinde, und wiederum denselbigen Augenblick von dem Ort seiner Verschwindung zum Vorschein kommt. Alsdann sind die Spiegel A A und B B dergestalt gestellt, daß ein abgelegener Gegenstand, der durch das Auge O gesehen wird, durch die doppelte Reflexion, oder wechselsweise, sich in derselbigen Linie darstellet, oder als in sich selbst wieder kehret; alsdenn stehen die Spiegels A A und B B parallel. W. Z. M. W.

Aufgabe.

§. 210. Zu finden, ob die Spiegels A A und C C, in Rücksicht gegen einander, einen richtigen Stand haben.

1. Man mache den Zeiger oder Index auf O Grad feste.
2. Man richte den Octanten vollkommen in die Mitte zwischen zwey weit von einander entfernten Lothlinien, und zwar dergestalt, daß die Mitte von dem Spiegel A A in einer geraden Linie, oder besser, in derselbigen Fläche mit den zwey Lothlinien sich befinde.
3. Man setze den Octanten in einen horinzontalen Zustand, so, daß die Flächen von den Spiegeln aufrecht stehen.

4. Man

4. Man sehe mit dem Auge in G, durch das Glas C C, nach der Lothlinie die vorwerts ist, und bewege den Spiegel C C mit den Schlüssel, bis die senkrechte Linie, die sich hinten befindet, welche durch die Reflexion von A A auf den Spiegel CC kömmt, sich in dieselbe gerade Linie mit derjenigen Lothlinie, die durch das Glas C C gesehen wird, darstellet; hiernach wird der Schlüssel fest gestellet.

5. Man bringe nachher den Octanten in einen senkrechten Stand, und sehe aus G nach der Lothlinie, die vorwerts ist, so, daß dieselbe sich unten und oben nahe am Rande, zwischen dem Spiegel und dem Glase C C im Spiegel C C zeige, so wird man mit ein wenig rechts oder links Seitwertsbewegung die hinterste Lothlinie auf dem Spiegel C C sehen: wenn nun die Lothlinie auf dem Spiegel mit der Lothlinie, die unten und oben hinter dem Spiegel gesehen wird, in einer geraden Linie fällt oder sich decken, so stehen die Spiegel richtig; wenn aber die Lothlinie, welche vorwerts ist, in dem Spiegel zur Seite gesehen wird, so muß man, durch die zwey Schrauben auf der Grundplate, den Spiegel C C dergestalt stellen, daß die Lothlinie in dem Spiegel mit der Lothlinie die vorwerts ist, und oben und unten von hinten in dem Spiegel gesehen wird, in eine gerade Linie kömmt, so ist in Rücksicht von dem Spiegel A A der Spie-

gel C C recht gestellet, indem die Probe ins Kreuz geschehen ist, weil der Zustand zweyer Linien, die sich einander schneiden, eine Fläche bestimmen.

Aufgabe.

§. 211. Zu untersuchen, ob der Spiegel A A, in Rücksicht der Fläche des Octantens, oder besser, in Rücksicht der Achse, der Bewegung des Zeigers oder Index, einen richtigen Stand habe.

1. Man lasse von einer Höhe eine Lothlinie abhangen, je höher je besser.
2. Man setze den Octanten auf einen Abstand von 20 bis 30 Fuß von dieser Lothlinie in einen senkrechten Stand.
3. Man stelle den Index auf O Grad, und sehe mit dem Auge O beynahe horizontal nach der Lothlinie: so wird, wenn man die Lothlinie unten und oben hinter dem Spiegel B B siehet, dieselbe sich auch, durch die Reflexion, in dem Spiegel, als eine gerade Linie, mit derjenigen hinter dem Spiegel, darstellen.
4. Man bewege alsdenn den Index von sich ab. Indem er nun langsam sich fort bewegt, so muß immerwährend, die Lothlinie in dem Spiegel mit der wahren Lothlinie in einer geraden Linie bleiben; oder, indem man bis oben an die Lothlinie kömmt, und daselbst einige Abweichung befin=

befindet, so muß man den Octanten auf ein oder die andere Seite ein wenig aufheben, bis die Lothlinie oben in dem Spiegel mit der wahren Lothlinie eine gerade Linie ausmacht.

5. In diesem Zustande muß der Octant unbeweglich gehalten werden: indem man den Weiser wieder langsam zu sich bewegt, muß die Lothlinie allezeit in dem Spiegel mit der wahren in einer geraden Linie bleiben, bis der Index auf O kömmt; wenn man dieses so befindet, so ist der Spiegel A A richtig gestellet, trift dieses nicht also zu, so muß solches auf der Grundplate verstellet werden.

§. 212. Wenn man den Bogen des Octanten J H oberwerts stellet, und den eben angestelleten Versuch wiederholet, so muß, wenn derselbe nicht zutrifft, das Auge verändert werden, entweder näher oder weiter von der Fläche des Octanten. Zu dem Ende sind in den Diopteren O und G zwey Ocularlöcher befindlich.

§. 213. Wenn alle diese Versuche einmal gemacht worden, indem der Spiegel A A auf das Auge gestellet ist, müssen sie alle wiederholet werden, und zwar von §. 209. an gerechnet, bis alles richtig wiederum zutrifft.

Aufgabe.

§. 214. Auf der See, wo man ganz um sich her einen freyen Gesichtskreiß hat, ist der

Octante viel leichter zu stellen, wenn unter den Spiegeln einige Unrichtigkeit sich befindet. Dieses geschiehet

1. Man stelle den Index auf O Grad, indem man den Octanten aufrecht mit den Bogen unterwärts hält.

2. Indem das Auge in O, sehe man durch das Glas B B nach dem Gesichtskreiß, und bewege den Spiegel B B so lange mit der Schrauben, bis der Gesichtskreiß in dem Spiegel mit dem Gesichtskreiß in dem Glase eine gerade Linie macht.

3. Das Auge in G sehe man durch das Glas C C nach dem Gesichtskreiß, und bewege den Spiegel C C, bis der Gesichtskreiß in dem Spiegel sich in eine gerade Linie mit dem Horizont durch das Glas darstellt.

4. Man setze den Octanten in einen horizontalen Zustand, und sehe mit dem Auge O nach dem Gesichtskreise, wo er sich von hinten in dem Spiegel B B nahe an der Seite des Glases darstellet. Wenn alsdenn der Horizont in dem Spiegel mit dem wahren Horizont keine gerade Linie macht, so muß derselbe mit den Schrauben auf der Grundplate ein wenig verstellet werden, bis er sich in einer geraden Linie darstellet.

5. Auf die nemliche Weise stellet man mit dem Auge G den Spiegel C C, bis der Horizont in dem Spiegel sich in eine ge-

rade

rade Linie mit dem wahren Gesichtskreise darstellet.

6. Man bewege den Index auf 30, 60, 90 Grad, und sehe, ob der Horizont in dem Spiegel mit dem wahren Horizont von der hintern Seite des Spiegels, so wohl mit dem Auge O als in G, in einer geraden Linie bleiben, oder verstellen; folgt dieses nicht, so muß man den Spiegel A A durch seine Grundschrauben ein wenig verrücken, bis alle Versuche bey Wiederholung gut eintreffen.

Lehrsatz.

§. 215. Bey Beobachtung der Sonne nimmt man allezeit die Höhe des untersten Randes der Sonne, welche dem Horizont zugekehret ist. Wenn die Sonne heller scheint, so muß man eines oder beyde rothe Gläser zwischen die Spiegels A A und B B stellen. Wenn die Sonne helle genug ist, muß man allezeit ihr Bild auf das Glas B B bringen, hat aber die Sonne so wenig Licht, daß man sie auf dem Glase nicht sehen kann, so muß man dieselbige auf das Spiegel B B bringen.

Aufgabe.

§. 216. **Den Sonnengang vorwerts oder ihr entgegen zu beobachten.**

Auflösung.

1. Man stelle den Index auf O Grad feste.

Tab. XXVII. Fig. 199. 2. Man sehe, ob der Gesichtskreiß in dem Spiegel B B mit dem Gesichtskreiß durch das Glas in einer geraden Linie ist; wo nicht, so muß man mit dem Schlüssel den Spiegel darnach stellen; dieses muß so oft, als man eine andere Höhe über dem Wasser bekömmt, geschehen; der Gesichtskreiß zeigt sich alsdenn allezeit, wie Nr. 4. Fig. 199.

3. Man sehe ferner mit dem O durch das Glas B B der Sonne entgegen, und bringe die Sonne hinter den Spiegel, so wird sich das Bild von der Sonne in dem Spiegel darstellen. Wenn es nöthig ist, muß man hier die runden Sonnengläser gebranchen.

4. Man schiebe den Index langsam von sich weg, in dem man allezeit nach der Sonne in den Spiegel siehet (um nicht zu viel zu suchen), so wird die Sonne niederzugehen scheinen, und man bringt ihn niederwerts, bis die unterste Seite der Sonne sich auf derselbigen Höhe als der Gesichtskreiß darstellet, indem sie helle genug auf dem Glase ist, sonst aber auf das Spiegel; in dem letzten Fall muß man die Sonne sehr nahe an den Rand des Spiegels und des Glases bringen: weil man den Horizont in Gedanken verlängern muß, zu sehen, ob derselbe den untersten Rand von der Sonne berühre. Siehe Nro. 5 und 6. Fig. 199.

5. Hat

5. Hat man dieses also berichtiget, so zeigt der Weiser die scheinbare Höhe von der Sonnen unterstem Rande, über den scheinbaren Horizont, die man ferner, wie gelehrt werden soll, verbessern muß.

6. Um wissen zu können ob es Mittag ist, und ob die Sonne noch steigt, oder ob sie schon anfängt zu sinken, muß man acht haben, ob der untere Rand der Sonne, nach Verlauf ein wenig Zeit, sich in die Luft erhebt, oder ins Wasser sinkt: In die Luft ist steigen, und in das Wasser ist fallen. Siehe Nro. 7. 8. 9 und 10.

7. Alles was bisher von der Sonne gesagt ist, gilt auch bey den Sternen. Ausgenommen, daß man das Bild von dem Stern allezeit auf den Spiegel, nahe an den Rand von dem Glase, bringt. Siehe Nro. 11.

8. Man muß auch in Betreff des Steigens oder Fallens des Sterns dasselbige, wie bey der Sonne, wahrnehmen; aber man gebraucht die runden Sonnengläser gar nicht.

Aufgabe.

§. 217. Die Sonne rückwärts zu beobachten.

Auflösung.

1. Man observire, wie vorhin, der Sonnen untersten Rand über den scheinbaren Horizont.

Tab. XXVII. Fig. 196. 2. Man mache die Sonnengläser M P vor das Spiegel C C in Q Tab. XXVII. Fig. 196. Bey heller Sonne bringe man ihr Bild auf das Glas CC, aber bey neblichter Luft auf das Spiegel.

3. Da bey der Observation, die rückwärts geschiehet, sich alles durch die Reflexion vermittelst der Spiegel A A und C C umgekehrt darstellet; das ist, das unterste zu oben kömmt, so muß man sich merken, daß, weil das Wasser sich mit dem Horizont oberwärts und die Luft unterwärts abbildet, auch der obere Rand der runden Sonne allhier unterwärts gekehret ist.

Anmerkung.

Die Observation von der Sonne ab, hat ihren mehresten Nutzen, wenn der Gesichtskreiß unter der Sonne nebelich ist, oder indem die Sonne tief über den Horizont ist, so daß der Glanz der Sonne auf dem Wasser des Gesichtkreises zu dünstig ist, indem man dieselbe nicht genau kann unterscheiden.

4. Man stelle den Index auf O Grad feste.

5. Man sehe durch G, ob der Gesichtskreis in dem Spiegel CC sich in gerader Linie mit den Horizont durch das Glaß darstellet; sonst muß man mit der Schlüsselbewegung den Spiegel dergestalt stellen, (der Abseher kann deshalb mit doppelten Löchern seyn) bis man endlich den Gesichtskreiß durchs Glaß und im Spiegel in gerader Linie hat. Siehe Nro. 12.

6. Man

6. Man kehre sich so viel als möglich von der Sonne ab, und wenn dieselbe zu helle ist, so schiebe man eins oder beyde runde Sonnengläser vor den Spiegel CC. Man bewege den Weiser langsam nach sich, immer ein wenig rechts und links drehend, bis das Bild der Sonne sich an dem Gesichtskreis, der durch das Glas CC gesehen wird, darstellet. (Bey heller Sonne aufs Glas, und bey trüber, auf den Spiegel) aber wohl Acht habend, daß dasjenige welches der obere Rand zu seyn scheinet, wahrlich der unterste Rand ist, so daß die Sonne dergestalt an dem Gesichtskreiß ist, wie Nro. 13 und 14. zeiget.

Anders.

7. In der Beobachtung von der Sonne abgekehrt findet man oft sehr mühsam das Bild der Sonne; derowegen wollen wir eine andere Art angeben, um selbige leichter zu finden: Den Index auf O gestellet sehe man durch das Glas CC nach der Sonne, so daß sie nur eben von hinten den Rand des Spiegels berührt, indem man den Weiser nun langsam nach sich bewegt, wird sich der Horizont von hinten, durch die Reflexion, auf dem Spiegel CC darstellen, welchen man alsdenn an die Sonne bringt, siehe Nro. 19. Dieses also gestellet muß man sich geschwind von der Sonne abwenden, und indem man den Horizont herunter durch das Glas CC suchet,

wird man sehr leicht das Sonnenbild finden, welches man alsdenn also stellet, als in dem nächst vorstehenden 3ten Artikel gesagt worden, mit der Beobachtung, daß man die rothen Gläser, wenns erforderlich ist, gebrauchet.

8. Hat man nun den scheinbaren obern Rand der Sonne an dem Horizont, so zeigt der Weiser, die scheinbare Höhe von der Sonnen untern Rand über den scheinbaren Horizont, die man ferner verbessern muß, wie in der Folge wird gelehrt werden.

9. Um zu sehen ob sie noch steigt oder schon sinket, so muß man nach Verlauf kurzer Zeit acht haben, ob die Sonne unter dem Horizont scheint zu sinken, alsdann ist sie noch steigend; wenn aber die Sonne sich von dem Horizont erhebt, so neigt sie sich schon. Siehe Nro. 20, 21, 22 und 23.

Lehrsatz.

Bey Beobachtung der Sternen.

§. 218. Wenn man die Sternen beobachten will, muß man einen sichtbaren Horizont haben, welches mit dem Lichte des Mondes oft vorfällt, sonst muß man durch Hülfe der Himmelskugel suchen, welcher Stern des Morgens mit dem Anfang des Tagescirkels, oder des Abends, kurz nach Sonnen Untergang, vorm Ende der Dämmerung, in Norden oder Süden kommen; indem, da der Horizont von der Sonne noch erleuchtet wird, derselbe desto sichtbarer ist.

Anmer-

Anmerkung.

Bey Beobachtung der Sternen werden die rothen Gläser nicht gebraucht.

§. 219. Den Stern vorwerts zu observiren.

1. Man stelle den Index auf O Grad.
2. Man sehe mit dem Auge O durch das Glas B B (indem der Horizont gerade stehet) nach den Stern: man bewege sich ein wenig linker Hand, so wird man den Stern in dem Spiegel B B, nahe am Rande von dem Glase, sehen.
3. Man bewege den Index langsam von sich ab, so wird der Stern zu sinken scheinen, welchen man immerwährend im Gesichte behalten muß (um nicht einen andern Stern zu bekommen) bis derselbe den Horizont berührt. Siehe Nro. 24.
4. Hat man dieses verrichtet, so zeiget der Weiser des Sterns scheinbaren Höhe des Horizonts, die man nach §. 226. verbessern muß: Die Auf- und Niedersteigung ist, wie bey der Sonne. Siehe §. 216. Artikel 6.

Aufgabe.

§. 220. Die Weite oder Höhe eines Sterns von dem Horizonte rückwerts zu beobachten.

1. Man

1. Man stelle den Index auf O Grad, und bringe
2. das Auge in G an, und sehe ferner, ob der Horizont auf dem Glase und Spiegel CC in gerader Linie stehe.
3. Wenn dieses ist, so sehe man durch das Glas CC nach den Stern, und bewege den Weiser langsam nach sich, so wird das Wasser in dem Spiegel zu steigen scheinen, dieses verfolgt man bis sich der freye Himmel entdeckt, wodurch man den Horizont auf den Spiegel bekömmt (das Unterste oben), dieses bringt man neben den Stern. Siehe Nro. 15.
4. Dann zeiget der Weiser die scheinbare Höhe über den scheinbaren Horizont. Die man nach §. 127. Zus. verbessern muß.

Zusatz 1.

Im Aufsteigen zeigt sich der Stern im Wasser, und beym Niedersinken in der Luft. Siehe Nr. 16 und 17.

Zusatz 2.

Alsdann nur ist diese Art, rückwärts zu observiren, die beste, wenn der Stern nicht hoch über den Horizont ist.

Zusatz 3.

Wenn die Sonne niedrig ist, so kann man auf die nemliche Art, wie beym Stern (§. 219.) die Höhe der Sonne finden. Wenn die Sonne nebelhaft scheint, so daß man mit dem blossen

Auge

Auge ihr entgegen sehen kann, und der hinterste Horizont heller als der Horizont unter der Sonne ist; so bringt man den untersten Rand der Sonne an den Horizont, wie Nr. 18. Alsdenn zeigt der Index die scheinbare Höhe von dem untersten Rand der Sonne über den scheinbaren Horizont, welches denn nach §. 224 verbessert werden muß.

Zusatz 4.

Wenn die Sonne zu helle scheint, so kann man eins von den rothen Gläsern vor das Auge machen, jedoch muß es nicht das dunkele seyn, damit es nicht verhindere den Horizont im Spiegel sehen zu können.

Lehrsätze.

§. 221. **Die Verbesserungen, die man an die gemessenen Höhe vom untersten Rande der Sonne machen muß, sind folgende drey:**

1. Muß man für die Tauchung des Horizonts, wegen der Höhe, die das Centrum von dem Octanten über dem Wasser ist, allezeit etwas abziehen.
2. Muß man für die Refraction allezeit etwas abziehen.
3. Für der Sonnen halben Durchmesser werden 16 Minuten addirt; denn wir haben allezeit den untersten Rand der Sonne genommen, damit keine Verwirrung entstehe, indem einer sonst so, und der andere anders obser-

observiren könnte. Bey Beobachtung der Sternen muß man die erste und zweyte Verbesserung, besonders die Tauchung des Horizonts und die Refraction, gebrauchen.

Tafel

für die Tauchung des Horizonts.

§. 222.

Höhe von des Octanten Centrums über dem Wasser in Rheinländischen Fußen.	Eintauchung des Horizonts in Minuten.
von 1 zu 3 Fuß	— 1
— 3 — 6 —	— 2
— 6 — 12 —	— 3
— 12 — 20 —	— 4
— 20 — 30 —	— 5
— 30 — 42 —	— 6
— 42 — 56 —	— 7
— 56 — 72 —	— 8
— 72 — 90 —	— 9
— 90 — 109 —	— 10

Die Minuten-Tauchungen sind die Quadratwurzeln aus den Fußen, wodurch man dieselbe leicht ohne Tafel wissen kann, und zwar bis 400 Fuß Höhe; denn hieraus ist die Wurzel 20 Minuten-Tauchung.

Tafel

Tafel

für die Refraction.

§. 223.

Grade der scheinbaren Sonne unterster Rand, über dem wahren Horizont.		Refraction in Minuten.
½ Grad	—	30
1 —	—	28
2 —	—	21
3 —	—	16
4 —	—	13
5 —	—	10½
6 —	—	9
7 —	—	7½
8 —	—	7
9 —	—	6
10 —	—	3½
von 10 zu	12 Grad	5
— 12 —	15½ —	4
— 15½ —	21 —	3
— 21 —	33 —	2
— 33 —	63 —	1
— 63 —	90 —	0

Diese Tabelle muß auf die nemliche Art, wie bey der Sonnen, auch bey dem Stern gebraucht werden. Diese Refraction ist in dem Horizonte unbeständig, und kann, wenn man viele Breite hat, und das Centrum der Sonnen in den sichtbaren Horizont kömmt, dieselbe sodann mit dem Compas bestimmet wird, wol 3 Grad Fehler in der Bestimmung verursachen. Dieserwegen muß, um eine gute Bestimmung des Compasses zu verrichten, jemand mit dem Octanten in der

Hand den Weiser auf 3 Grad 20 Minuten stellen, und der Sonne entgegen sehen, und benachrichtigen demjenigen, der das Schif oder den Compas richtet, wenn der Sonnen unterste Rand sich an dem Horizonte, oder sehr nahe dabey befindet; dieses ist der rechte Punct, wornach diejenigen, die die Bestimmung des Compasses thun sollen, Acht geben müssen, um so geschwind als möglich dieselbige zu verrichten; indem, wenn man ein wenig hievon vorher benachrichtiget ist, dieses zur accuratesten der Stellung des Compasses vieles beyträgt.

Aufgabe.

§. 224. Durch die gemessenen untersten Sonnenrand scheinbarer Höhe, über den scheinbaren Horizont, die wahre Höhe des Centrums der Sonnen, über den wahren Horizont, und unter dem Zenith zu finden.

Auflösung.

1. Man messe, wie viel Rheinländische Fuß das Centrum des Octantens über das Wasser erhoben ist. Wenn dieses auf unterschiedlichen Orten des Schifs geschehen ist, so kann man die ganze Reise Gebrauch davon machen.

2. Mit dieser Höhe der Füßen suche man die Tauchung des Horizonts (§. 222.) Dieses ein vor allemal auf verschiednen Oertern auf dem Schiffe, (wo man nemlich stehen kann, um die Höhe zu nehmen) angezeichnet, kann man

man, ohne Veränderung desselben, die ganze Risse durch gebrauchen, indem man auf den gestandenen Platz Rücksicht nimmt.

3. Von der gemessenen scheinbaren Höhe des untersten Sonnenrandes, über den scheinbaren Horizont, ziehe man die Minutentauchung ab, so bleibt für den Rest die scheinbare Höhe des untern Randes der Sonne über den wahren Horizont.

4. Mit dieser gefundenen scheinbaren Höhe sehe man nach §. 223. die Refraction.

5. Man ziehe von der Höhe des scheinbaren untersten Sonnenrandes, über den wahren Horizont, die Refraction ab: so ist der Rest, die wahren Höhe des untersten Sonnenrandes über den wahren Horizont.

6. Zu diesen letztgefundenen Rest addire man allezeit 16 Minuten für der Sonnen Diameter; so ist die Summe die wahre Höhe vom Centro der Sonne über den wahren Horizont.

7. Man ziehe dieses von 90 Grad, so ist der Rest der wahre Sonnenstand vom Zenith. Dieses ist einerley mit denjenigen, welches man gemeiniglich auf den Gradbogen zu zählen pflegt, und wodurch man, durch Hülfe der Declination, die Breite auf die bekannte Art suchen muß.

Anmerkung.

Diese Art der Sonne entgegen, ist mit der, da man sich von der Sonne abkehrt, einerley.

Aufgabe.

§. 225. Das Centrum des Octanten ist über dem Wasser 24 Fuß erhoben. Die Höhe des untersten Sonnenrandes ist 47 Grad 34 Min. Man soll den wahren Sonnenort vom Zenith finden.

Auflösung.

1. Scheinbarer unterste Sonnenrand von dem scheinbaren Horizont = =	47°, — 34'
2. Zwischen 20 und 30 Fuß Tauchung des Horizonts allezeit ab	0 — 5
3. Scheinbarer Sonnen Unterrand von dem wahren Horizont	47° — 29
4. Die Refraction zwischen 33 und 63 Grad ist = welches allezeit abgezogen wird.	0 — 1
5. Wahrer unterster Sonnenrand von dem wahren Horizont	47 — 28
6. Semidiameter der Sonne allezeit addirt.	0 — 16
7. Wahre Sonnenhöhe =	47 — 44
8. Wahrer Sonnenort =	90 — 0
Wahre Sonne vom Zenith	42 — 16

Aufgabe.

§. 226. Es wird das Centrum oder die Höhe des Octantens über dem Wasser von 42 Fuß der unterste Sonnenrand 3 Grad

4 Min.

4 Min. gegeben; man soll den Abstand der wahren Sonne vom Zenith finden.

Auflösung.

Scheinbarer unterster Sonnenrand von dem scheinbaren Horizont	3° — 4′
Die Tauchung auf 42 Fuß ab	0 — 7
Scheinbarer unterster Sonnenrand von dem scheinbaren Horizont	2 — 57
Die Refraction von 3 Grad allzeit ab	0 — 16
Wahrer unterster Sonnenrand, von dem wahren Horizont	2 — 41
Semidiamet der Sonne bey	0 — 16
Wahre Sonnenhöhe	2 — 57
Wahrer Sonnenstand	90 — 0
Wahre Sonne vom Zenith	87 — 3

Zusatz.

Wenn die wahre Sonnenhöhe mehr als 90° gefunden wird, so zieht man sie von 180° ab, der Rest ist, wenn man die Sonne glaubt in Süden zu sehen, ihre Höhe in Norden, oder indem man die Sonne glaubt in Norden zu sehen, ihre Höhe in Süden. Worauf man wohl Acht haben muß, wenn man beynahe unter der Sonne sich befindet.

Aufgabe.

§. 227. Durch die gemeine Höhe des Sterns über den scheinbaren Horizont, seine wahre Höhe über den wahren Horizont und den wahren Stand unterm Zenith zu finden.

Auflösung.

Dieses ist das nemliche, wie bey der Sonne (§. 224.), ausgenommen, daß man die 16 Minuten für den Semidiameter nicht braucht zu addiren.

Aufgabe.

§. 228. Es wird das Centrum des Octanten über dem Wasser 16 Fuß; die Höhe des Sterns auf den Octanten 2 Grad 55 Minuten gegeben. Man soll die wahre Höhe des Sterns und dessen Stand vom Zenith finden.

Auflösung.

Scheinbarer Stern von dem scheinbaren Horizont =	72° — 48′
Zwischen 12 und 20 Fuß Tauchung des Horizonts ab =	0 — 4
Scheinbarer Stern von dem wahren Horizont = =	72 — 44
Zwischen 63 und 90 Grad die Refraction = =	0 — 0 ab
Wahrer Stern über den wahren Horizont = =	72 — 44
	90 — 0
Wahrer Stern vom Zenith	17 — 16

Aufgabe.

§. 229. Es wird das Centrum von den Octanten über dem Wasser = 60 Fuß, des Sterns

Sterns Höhe auf dem Octanten = 2 Grade 55 Minuten gegeben; man soll die wahre Höhe des Sterns, und den Stand des wahren Sterns vom Zenith finden.

Auflösung.

Scheinbarer Stern von dem scheinbaren Horizont =	$2^\circ - 55$
Zwischen 56 und 72 Fuß die Tauchung des Horizonts =	$0 - 8$ ab
Scheinbarer Stern von dem wahren Horizont =	$2 - 47$
Auf $2\frac{4}{5}$ Grad die Refraction	$0 - 17$ ab
Wahrer Stern über den Horizont	$2 - 30$
	$90 - 0$
Wahrer Stern unter dem Zenith	$87 - 30$

Anmerkung.

Man siehet leicht ein, daß man den Octanten eben sowohl auf der Erde als auf dem Wasser gebrauchen kann. Denn was auf dem Wasser die Entfernung des Horizonts von der Sonne oder einem Stern ist, das können allemal zwey entfernte Objecte auf der Erde seyn. Wie ich den Unterricht der Steuermannskunst in Holland frequentirte, zeigten mir die Holländer, wie sie eben so geschwind und eben so geschickt mit den Octanten die Grade auf der Erde nehmen könnten, wie mit dem Astrolabio; wobey sie noch diese Vortheile haben, daß sie kein Stativ bey sich zu führen brauchen, indem sie den Octanten, wie bereits erwehnt, immer in freyer Hand halten.

Erklärung.

§. 230. Der Seecompas [Pyxis nautica] kömmt zwar in seinen wesentlichen Stücken mit den geometrischen überein; allein in seiner Nebeneinrichtung weicht er sehr davon ab. Die Kapsel bestehet gemeiniglich aus Holz, und ist entweder rund oder viereckigt, von 6 bis 7 Zoll inwendig im Diameter. Der Boden ist insgemein loß, damit man selbigen hinweg nehmen könne, ohne das Deckelglas zu berühren. Der Boden und Deckel sollen beyde zusammen an den Kasten wohl gefügt seyn, damit keine dicke Luft zu der Nadel hinein kommen kann. Zu dem Ende wird dick Papier rund herum geklebet, und noch wol überdieß dicht mit Wachs verstrichen. Die Nadel, welche in ihrem Mittelpuncte der Schwere, wo sie einen von harten Messing gemachten Hut hat, auf einer stählernen Spitze ruhet, ist wie ein lang geschobener Rhomboides gestaltet. Der eine spitzige Winkel dieser Raute führet eine Lilie, welche sich stets nach Norden wendet, indem diese Nadel mit magnetischer Materie also belastet ist, daß diese Wirkung erfolget. Diese Nadel befestiget man an ein rundes dickes Papier 5 oder 6 Zoll im Durchmesser, welches Papier durch die Nadel zugleich mit herum getrieben wird. Die Oberfläche dieses Papiers wird nach den 32 Winden dergestalt getheilet, daß der Ort, wo die Rose der Nadel sich gegen Norden kehret, auch oben auf dem Papier eintreffe und mit der Nadel selbst überein komme. Die Haupt- und Nebenwinde werden im

übrigen

übrigen auf dieser Rose durch ihre Anfangsbuchstaben angedeutet. Uebrigens spielet dieser Compas in doppelten Angeln, die im rechten Winkel gegen einander über sitzen. Zwey von diesen Zäpfchens bewegen sich in einem Ringe, und zwey befinden sich an diesem Ringe, welche in den äussersten festen und unbeweglichen Kasten spielen. Dieses vorausgesetzet, so hält der Compas immer seine Horizontallinie, das Schif mag sich bewegen, wie es will.

Zusatz.

Nach diesem flachspielenden Compas können die Schiffer die Zeitrechnung des Mondes, die ihnen wegen der Ebbe und Fluth sehr nothwendig ist, (S. meine period. Schrift über Natur und Kunst, oder Minerva, und zwar die Abhandlung über Ebbe und Fluth, erster Jahrgang 1778) nicht finden; sie haben daher sich einen andern, den sie den Aequinoctialcompas nennen, erfunden.

Erklärung.

§. 231. Der Aequinoctialcompas ist ein Instrument, welches aus der Scheibe A B Tab. XXXVII. Fig. 204 bestehet. Diese Scheibe muß auf beyden Seiten, unten und oben, mit zweymal 12 Stunden bezeichnet seyn und dann stellet sie die Aequinoctialfläche des Himmels vor. An beyden Seiten sind die Angeln L M, worauf diese Scheibe ruhet und ihre Richtung erhält. Der Zeiger E D gehet winkelrecht durch die Scheibe, und stellet die Achse *Tab. CXXXVII Fig. 204.*

der Welt vor. FDG ist ein Quadrant, auf welchem der Zeiger ED die Polhöhe von 1 bis 90° weiset. Bey JH ist ein Compas, wornach das Instrument nordwerts gestellet wird.

Aufgabe.

§. 232. **Den Aequinoctialcompas also zu stellen, daß er mit der wahren Aequinoctiallage des Himmels überein komme.**

Auflösung.

1. Man stelle die Grundscheibe NOP horizontal und
2. richte sie also, daß die Nadel genau Norden zeige.
3. Man richte die Scheibe ABC also, daß der Weiser D die Polhöhe des Orts weise, wo man sich befindet: so zeiget DE die wahre Weltachse, und die Scheibe ABC die wahre Aequinoctialfläche des Himmels.

Anmerkung.

Der wahre Gebrauch dieses Compasses wird in der Histiodromia gelehret; wir aber haben ihn nur deswegen beschrieben, weil wir glauben, die Geometrie müsse alle Elementarrequisita liefern, die zum messen erforderlich sind.

Wenn man einen Blick in die Histiodromie oder Steuermannskunst thut, so wird man bald gewahr werden, daß sie eine Wissenschaft sey, welche grössestentheils aus der Geometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie, aus der Chronodynamik, Chronologie, Mechanik, Geographie und Astronomie bestehe; mit einem Worte, die Steuermannskunst ist ein Zusammenfluß aller mathematischen Wissenschaften. Denn nachdem

dem man die kleine Schiffmannskunst, da man nur an den Ufern und Küsten heraus seegelte, verlassen, und die grosse Schiffahrt eingeführet hat, wo man sich vom Lande entfernet und also die Kennzeichen auf der Erde verlieret: so muste man auf andere Kennzeichen bedacht seyn. Diese nun muß eine feine Kenntniß der Künste und Wissenschaften und der Himmel gewehren.

Seecharten zu machen und zu gebrauchen; Messungen am Himmel und auf dem ebenen Wasser zu verrichten, ist ein Geschäfte der Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie. Aus beyden muß der Schiffer alle Augenblicke sagen können, auf welchem Punkte er sich befinde. Nächst diesem muß man bey der kleinen sowohl als grossen Seefahrt die Zeitrechnung, wie sie die Chronologie lehret, verstehen, und der Steuermann muß die Berechnung der güldenen Zahl, des Sonntags Buchstaben, der Epakten u. s. w. theils wegen des Mondalters in Rücksicht der Ebbe und Fluth, theils weil, wann er weit segelt, seine Calender unbrauchbar werden. Diejenige Würkung, welche das Wasser auf das Ruder macht sowohl, als auch die, welche der Wind mit den Seegeln hält, beruhen auf mechanischen Grundsätzen. Denn ob es gleich manchem scheinen möchte, daß der Wind, den man gerade auf dem Rücken hat, der dienlichste sey, um in wenig Stunden einen langen Weg zurück zu legen; man auch vor diesem in der Meynung gestanden, daß man zur See ohne allen oder wenigstens nicht sehr contrairen Wind nicht fahren könne: so hält doch allezeit ein erfahrner Steuermann heut zu Tage mehr von Winden, die von der Seiten kommen: Und es ist eine vortrefliche Sache, daß er weiß, wie von 32 Winden, worinn gemeiniglich der Horizontal getheilet wird, 20 bis 21 dienlich sind, ihn nach seinem vorgesetzten Ort zu treiben. Was noch seltsamer ist, so hindert auch der dem Schiffe ganz contraire Wind wenig oder nichts an seinem Fortgange, weil es demnach auf 11 Strichen oder Winden laviren kann.

Schlech=

Schlechtes Wetter und Stürme machen freylich allhier eine Ausnahme, daß man aber mit Seiten=Winden weiter kömmt, als mit einem, der perpendicular auf die Seegel stößet, davon ist folgendes die Ursache: weil der Wind der nurlin das Seegel des grossen Mastes stösset, 1) keinen Ausfalswinkel hat und also der Stoß zum theil in sich zurück gehet; 2) weil die vorder Mastseegel zum theil das grosse Seegel decken und das grosse Mastseegel das Seegel des Bezaansmastes vollkommen deckt, dieses auch allezeit alsdann im Bande ist; die Böegsprits=Seegel bekommen nur einen Wind, der durch den Ausfalswinkel der andern entstehet; da hingegen können bey einem Winde von der Seite alle Seegel gebraucht werden, ohne daß eines dem andern den Wind wegfängt. Und nun ist es begreiflich, wie Schiffe mit einerley Wind nach unterschiedlichen Gegenden segeln können.

Anmerkung.

Weil die Erde gleich einer Kugel: so werden ihre Kreise nach den Polen hin immer kleiner; da ferner ein jeder Cirkel in 360 Grade getheilet wird, er mag groß oder klein seyn: so kann ein Grad nach den Polen hin nicht so viel Meilen halten, wie ein Grad unter der Linie. Eine Meile unter der Linie ist = 4 Minuten des grössesten Cirkels, wovon 360° = 5400 Meilen. Da nun diese Meilen sich immer gleich bleiben, die Grade aber nicht: so ist folgender Unterscheid von Seecharten entstanden.

Erklärung.

§. 233. Wenn das Schiff durch einen der grössesten Cirkel der Erdkugel geführet wird: so heißt dieses bey den Engländern *Circular-Sailing*, das ist, Navigatio circularis.

Mercators - Sailing hingegen heißt bey ihnen diejenige Art zur See zu schiffen, nach

Mer-

Mercatoris Charten, welche insgemein Mappae reductae genennet werden. Die Franzosen nennen dieses Seegeln naviger par le reduit, oder sur le rond.

Plain-Sailing, oder nach den Franzosen naviger sur le Plat, heißt hingegen die Art zur See zu schiffen, wo man sich der Seecharten bedienet, darinn die Mittagscirkel sowohl, als die Parallelen durch gerade Parallellinien und alle ihre Grade gleich groß vorgestellet worden, und die man mappas planas zu nennen pfleget.

Anmerkung 1.

Wie sowohl die runden als platten Seecharten verfertigt werden, lehret *Riciolus* in geographia reformata Lib. X. c. 25. ferner, *Klaas de Vries*, Schatkamer of te Konst der Stuurlieden, Seite 310 und 311. Imgleichen, *Klaas Hendriks Gietermaker* het vergulde Licht der Seevaard Amsterdam.

Anmerkung 2.

Wir müssen inzwischen allhie von der Schiffmannskunst abbrechen, weil wir nunmehro dasjenige daraus angeführet haben, was in die Geometrie gehöret. Denn ohne daß die Hydrographia ein Zusammenfluß von allen mathematischen Wissenschaften ist, wie bereits erwehnet worden: so hat die Steuermannskunst noch etwas ganz Eigenthümliches, welches durch Erfahrung und Unternehmung muß erlernet werden; als z. E. die Kenntniß, woraus ein Schiff bestehe; wie der Grund des Meeres und seine Tiefe beschaffen sey; die Wrakung und Abtreibung von dem Cours; der Cours, der vor den Mündungen der Ströme gehalten werden muß. Dieses alles gehört eigentlich zum Seedienst, und jede Wassernation servation hat darinn ihre besondere Einrichtung, so wie von Landvölkern ein jedes seinen besondern Dienst hat.

Erklärung.

§. 234. Die unterirrdische Meßkunst, **Markscheidekunst** [Geometria subterranea] ist eine Wissenschaft, wie man die Gruben, Gebäude, Klüfte, Gänge, Stollen u. d. g. nach ihren Winkeln und Strichen, wie auch nach ihren Steigen und Fallen, abziehen und abmessen soll.

Anmerkung.

Der erste, der von der Markscheidekunst der Welt etwas mitgetheilet hat, ist der Medicin Doktor Erasmus Reinhold gewesen, welcher im Jahr 1574 die *Tabulas prutenicas*: und, vom Markscheiden kurzer und gründlicher Unterricht, zu Erfurt edirte; er hatte jedoch schon das Werk des *Agricola de re metallica* vor sich.

Erklärung.

Tab. XXXVII *Fig.* 105. §. 235. In einem rechtwinklichen Triangel heißt der senkrechte Cathete a b die **Seigerteuffe**, die Grundlinie b c die **Sohle** und die Hypothenusia c a die **Fläche** oder **Donlege**. Tab. XXXVII. Fig. 105.

Erklärung.

§. 236. Die Markscheider theilen ihren Cirkel in dem Compas in 24 Theile, und nennen es **Stunden**. Jede dieser Stunde theilen sie wiederum in 8 Theile, so daß bey ihnen der ganze

ganze Cirkel in 192 Theile getheilet wird. Diesemnach hält ihr halber Cirkel 96, der vierte Theil 48 Theile.

Erklärung.

§. 237. **Stunden** heißt man gewisse **Weltgegenden** [Plagae mundi], wenn man in der Markscheidekunst den Horizont durch 12 gerade Linien, die sich durch einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt schneiden, in zweymal zwölf gleiche Theile theilet.

Die Linie, welche durch Nord und Süden gehet, nennen sie die **zwölfte Stunde**; und die, welche durch Ost- und Westen gehet, die **sechste Stunde**.

Ferner wird die **erste Stunde** diejenige gerade Linie genannt, welche von der Mittagslinie 15 Grad abweicht, und die beyden Bogen des Horizonts zwischen Nord und Ost, und zwischen Süd und West schneidet. Und so folgen die Benennungen der übrigen Linien nach der Ordnung auf einander.

Zusatz.

Man pflegt durch die Stunden das Streichen der Gänge zu erklären, und heißet in dem Markscheiden, die Stunden abstecken, so viel, als an Tag bringen, und im freyen Felde, angeben, wo der Gang sein Streichen hin hat.

Erklärung.

§. 238. Das Bergmännische Maaß heißt **Lachter (Klafter oder Elle)** [Ulna, Orgya].

Agry-

Agricola nimmt dafür 6 Fuß an. Insgemein theilen die Bergleute dasselbe Maaß in 8 Theile anstatt der Schuhe, jedes Achtel in 10 Zolle, und also das ganze Lachter in 80 Zolle. Den Zoll theilen sie wiederum in 10 Linien oder Scrupel, und also das ganze Lachter in 800 Linien.

Die Neuern theilen das Lachter, wie in der Geometrie gebräuchlich ist, in Decimalmaaß, und also das Lachter in 10 Schuh, den Schuh in 10 Zoll, den Zoll in 10 Gran, und s. w. S. Malers Geometrie und Markscheidekunst, 1762. §. 203.

Anmerkung 1.

In dem mathematischen Lexicon, welches 1747 zu Leipzig in der Gleditschischen Buchhandlung heraus gekommen, im zweiten Theil, Seite 224, sind die Vogtelschen Reductionstafeln der Lachtermaaßen abgedruckt, nemlich nach zehn- und achttheiligen Gehalt.

Anmerkung 2.

Die Länge dieses Lachtermaaßes ist nicht aller Orten gleich: Das Freybergische hält $3\frac{1}{2}$ kurze oder Dresner Ellen, und wenn man dem Freybergischen 500 Theile giebet: so hält das Joachimsthaler 493, das Eislebische 507, das Clausthaler 485 dergleichen Theile. Das Freybergische wird mit 6 Schuhen 3 Zollen und $10\frac{3}{4}$ Rheinländischen Linien verglichen.

Anmerkung 3.

Wenn in der Markscheidekunst jemanden auf der Oberfläche der Erden oder zu Tage eine Horizontalfläche zum Erzgraben angewiesen wird, so bedienet man sich des Flächenmaaßes. Es werden auf eine Wehr 14 Lachter in die Länge, und 7 Lachter in die Breite; auf ein Lehn 7 Lachter ins Gevierte; auf ein Maaß aber 2 Wehr gerechnet. Diesemnach werden für eine Fundgrube 3 Wehre gut gethan.

Anmerkung 4.

Man bemerke die Lachter mit $^{\circ}$, die Achttheile mit $'$, die Zehntel mit $''$, und die Scrupel mit $'''$; wie in der Geometrie. Z. E. $3^{\circ}\ 5'\ 6''\ 8'''$.

Erklärung.

§. 239. Schacht, ist eine senkrechte in die Tiefe erbrochene Weite, wodurch entweder Witterung in die Grube gelassen, oder in selbiger auf- und abgefahren wird, und wo man das Erz und den Berg zu Tage fördert. Es wird folglich dessen Grösse nach seinem Gebrauch eingerichtet, und ist demnach im lezten Falle derselbe ein halb Lachter breit, und ein Lachter lang, im andern Falle ein Quadrat, dessen Seite ein halbes Lachter beträgt.

Bey dem erstern aber kann die Oeffnung noch kleiner seyn; und denn nennt man ihn gemeiniglich nur Lichtloch.

Erklärung.

§. 240. Gruben, Grubengebäude heisset man überhaupt bey dem Bergbau diejenige Oeffnungen, welche unter der Erde durch Kunst und Fleiß der Menschen gemacht, und zu dem Ende fortgetrieben werden, um die darinn verborgene Mineralien aufzusuchen.

Erklärung

§. 241. **Stollen**, heißt ein Grubengebäude, welches unter dem Erdboden bald in der Dammerde, bald in dem festen Gestein, wie ein Gang zubereitet wird. Seine Höhe ist meistentheils $\frac{5}{4}$ bis $1\frac{1}{2}$ Lachter; die Breite aber nur 4 Werkschuh. Wenn ein Stollen gegen einen Ort fortstreichen soll: so pfleget man insgemein nicht auf einmal gleich die ganze Höhe fortzutreiben, sondern man nimmt ordentlich $\frac{3}{4}$ Lachter von oben zuerst, und läßt das übrige zur ganzen Höhe unten zuletzt nachräumen. Hierdurch bekömmt die Höhe des Stollens zwey Abtheilungen. Die erste heißt der **Spitzort** und die andere die **Strossen**.

Zusatz.

Der Nutze eines Stollens bestehet darinnen, daß man die meisten Wasser dadurch aufhalte, und darauf abführe, die Wetter oder frische Luft in die Grube bringe, wie nicht weniger das gewonnene Erz und den Berg dadurch hinaus laufe und zu Tage fördern.

Erklärung.

§. 242. **Gang** wird ein Strich in der Erde genennet, den die Natur daselbst vor sich durch das Gestein mit Erz, **Letten** oder andere Materie ausgefüllet hat, und der in dem Bergbau durch die Arbeiter nachgegangen wird.

Zusatz.

Zusatz.

Von den beyden Seiten, zwischen welchen der Gang fortgehet, heißt die eine das Hangende, welche der Oberfläche der Erde näher ist als die andere Seite; die andere Seite aber, welche dem Mittelpunkt der Erde näher ist, das Liegende-Gestein.

Erklärung.

§. 243. Fallen wird sowohl von dem Erdboden selbst am Tage, als auch von den Gängen in der Grube gesagt, wenn sie nicht horizontal fortgehen, und ist nichts anders als die Richtung von einem Gange, nach welcher er sich dem Mittelpunkte der Erde nähert, oder seine Lage in Ansehung einer Horizontalfläche.

Erklärung.

§. 244. Streichen sagt man von den Gängen, Flötzen und Klüften, wenn man darinn bemerket, wie selbige von einem Ort zum andern in dem Gebirge nach einer gewissen Weltgegend in gerader Linie sich fortsetzen.

Erklärung.

§. 245. Ein stehender Gang heißt in Ansehung seines Streichens derjenige, welcher zwischen der zwölften und dritten Stunde streicht. Ein flacher Gang, dessen Streichen zwischen die neunte und zwölfte Stunde fällt: Ein

Spargang hat sein Streichen von der sechs-ten bis neunten Stunde; Ein **Morgeng-ng** heißt endlich, dessen Streichen zwischen 3 und 6 Uhr gehet.

Erklärung.

§. 246. Nach den Fallen ist der **Gang** ein **seiger-fallender**, dessen Fall nicht unter 80° nach dem Cirkel geschiehet, oder der beynahe perpendiculär in die Teuffe-Tiefe gegen dem Mittelpunkt der Erde gehet. **Donlegte-Gänge** heißen, deren Fall unter 80° bis 60° ist: **Flach** wird ebenfals ein **Gang** genennet, wenn er unter 50° bis 20° fällt. Ein **schwe-bender Gang** liegt oftermals ganz eben vor sich hin, so daß er in 10 Lachtern kaum 5½ Grad in die Teuffe, oder nach dem Mittelpunkt der Erde sich senket.

Dergleichen schwebende Gänge nennet man auch an etlichen Orten **Flötzen**. Wenn nun ein Gang von einer Art in die andere fällt, und bald seiger oder stehend, bald donlegt, flach oder schwebend, und so absetzend fortgehet: so sagt man von ihm er **stürzet sich**.

Erklärung.

§. 247. **Ort** heißt: 1) das Ende der Gru-be, so weit sie sich erstrecket. Daher die Berg-männische Redensart: **Man ist mit dem Gebäude bis an das Ganz-Ort gekom-men.**

men. 2) Oertungen nennet man alle bestimmte Punkte der Gruben, welche bisweilen auch durch Zeichen, z. E. eines Kreuzes, welche in Stein eingehauen worden, unterschieden werden. Wenn man die Punkte, so mit ihnen auf der Oberfläche der Erde übereinstimmen ausfündig macht: so nennen die Markscheider diese Uebung **Oertung an Tag**, oder **zu Tage ausbringen.** Und den Pflock, welcher zum Zeichen dieses Orts gesetzet wird, heißt man den **Ortpfahl, Ortpflock**; den Grenzstein aber, welchen man am Ende des Platzes, so zur Grube gehöret, setzet, **Lochstein.**

Anmerkung.

Mehrere Bergmännische Redensarten und Kunstwörter werden erkläret in Georg Agricola vom Bergbau, Seite 539. u. s. w. Abraham von Schönberg Berg-Information 1693. Rößlers Bergbauspiegel, G. C. Kirchmeiers de Institutionibus metallicis, Wittenberg 1687. C. Berwards besonderes Wörterbuch 1684. Christoph Hertwigs vollkommenes Bergbuch, Dresden 1710. Joh. Christoph Nehrings politisches Wörterbuch, zweyter Anhang von Bergwerks-Terminis, und andere neuere mehr. Hauptsächlich aber Cancrinus Bergwerkskunde.

Anmerkung.

Die Bergleute bedienen sich zum Ausmessen der Gruben theils dünner messingener Ketten, theils einer widersinnig gedreheten und in Oehl gesottenen Schnur und Pflöcke. S. Weidlers Anleitung zur unterirrdischen Meß- oder Markscheidekunst, Wien 1765. §. 20. Auch Cancrinus erste Gründe der Berg- und Salzwerkskunde, 6ter Theil. §. 900.

Erklärung.

Tab. XXXVII Fig. 206. §. 248. Die Wasserwage oder der Gradboge ist ein halber dünner, leichter messingener Cirkel, Tab. XXXVII. Fig. 206. der in viertel, halbe und ganze Grade getheilet werden, und der in der Mitte in C einen feinen Faden mit einem Gewichte L hat, oben aber mit verkehrten Haken H K versehen ist. Insgemein macht man seinen Durchmesser = 6 Zoll.

Erklärung.

§. 249. Der Häng- Gruben oder Berg-Compas ist ein breiter aus Messing verfertigter Ring c a b m, welcher nebst den Haken e e einen andern dünnen Ring l f b f hat, so über quer mitten in den ersteren fest gemacht ist. Zwischen diesen Querringen wird an die Zapfen f f, welche man in die Löcher des dünnen Ringes stecket, ein Kästchen h a m f gehangen; so daß es frey spiele, und immer horizontal durch

durch seine eigene Schwere stehe. Die Magnetnadel i spielet darinn, wie bey andern Compassen. Man giebt dem Durchmesser, des Kästchens insgemein, $2\frac{1}{2}$ auch 3 Zoll. Der Gradboge Fig. 201. in dem Kästchen, wird in 24 Theile oder Stunden, deren jede wiederum 8 Minuten in sich hält, getheilet. Ost und West aber werden in verkehrter Ordnung geschrieben, nemlich, wo man in dem geometrischen Compas Westen setzet, da setzt man in den Bergcompas Osten.

Erklärung.

§. 250. Der Zuleg- oder Auftrage-compas Tab. XXXVII. Fig. 207. ist ein runder messingener Kaste mit einer viereckigten Plate und zween Diroptern D R, welche, vermöge eines Gewindes, aufgerichtet und niedergelegt werden können. In dieses Instrument legt man den Hengcompas, wenn man ihn aus seinen Ringen gehoben hat, dergestalt, daß die Linien des Stundencirkels S M auf die Linie D R passe. Man trägt mit diesen Instrumente die aufgenommene Grube also auf, wie §. 121. Nro. 4. gelehret worden. *Tab. XXXVII Fig. 207.*

Zusatz.

Einige machen neben dem Orte, wo das Magnetkästchen stehet, eine Horizontaluhr. Diese hat ihren Nutzen, wenn der Markscheider ohne Taschenuhr die Berggegenden misset. Wie die Richtigkeit dieser Instrumente mechanisch untersucht werden müssen, lehret Voigtel auch Weidler §. 32. in seiner Markscheidekunst.

Aufgabe.

§. 251. Einen Winkelweiser zu machen. Tab. XXXV. Fig. 262.

Tab. XXXV. *Fig.* 202.

1. Man lasse von Messing ein Lineal, ohngefehr einen Fuß lang, machen, wie c g.
2. Man befestige dieses Lineal an ein Gewinde k.
3. Man lasse an dem Absatze, wo das Gewinde ans Lineal gehet, ein Hülse u machen, die sich auf o, oder derjenigen, die aufs Stativ greift, horizontal drehet, und welche man, vermittelst der Schraube l und der Mutter m i, fest schrauben kann.
4. Man lasse zween Diopters a b machen, und
5. unter denselben ziehe man die Darmseite d e, welche man, vermöge des Stifts h h, straff anziehen kann.

6. Beym

6. Beym Gebrauch schraubt man, vermittelst der Schraube p, den Winkelweiser ans Stativ.

Zusatz.

Wenn der Winkelweiser auf das Stativ fest gemacht ist: so hängt man an die Darmseite entweder den Winkelmesser, oder den Hengcompas, nachdem es das Geschäfte erfordert; es werden auch diese Instrumente an eine frey aufgespannte Schnur gehangen.

Aufgabe.

§. 252. **Einen Setzcompas zu machen.** Tab. XXXVII. Fig. 208.

1. Man mache aus hartem Holze ein rechtwinklicht Viereck von 6 Zoll, und 1 Zoll hoch. *Tab.* XXXVII *Fig.* 208.
2. In dieses Brett mache man eine cirkelförmige Höhlung, deren Durchmesser $2\frac{1}{2}$ Zoll, worinnen die Nadel gesetzt werden kann.
3. Man befestige den messingenen Gradbogen, auf welchem die Abtheilungen der Stunden sich befinden, auf dieses Holz.
4. Man richte in der Mitte dieses Gradbogens über der Nadel einen Stift auf, woran man das Lineal a b herum wenden könne, das eine Ende dieses Lineals bezeichne man mit einem Kreuz: so ist der Setzcompas fertig.

Zusatz.

Mit diesem Werkzeuge findet man die Wendung der Gruben, wenn die an den Haken des Lineals hangende Schnur, mit den Seiten der Grube parallel lauft, und zugleich auch das Lineal bewegt, damit der Winkel, welchen die Schnur mit der Mittagslinie macht, bekannt werde.

Anmerkung.

Weil das Eisen den Magnet stöhret: so hat man in den Eisengruben auf andere Mittel bedacht seyn müssen, als den Compas. Man hat zu diesem Zwecke folgende Scheiben erfunden.

Aufgabe.

§. 253. Eisen- oder Stundenscheiben zu machen. Tab. XXXVII. Fig. 209.

Tab. XXXVII *Fig.* 209.

1. Man mache zwey Platen von Meßing, vier Zoll im Durchmesser.

2. Man theile diese Scheiben in gewöhnliche Art der Markscheiderstunden.

3. Man lasse an jeder Scheibe die eingebogenen Haken machen, wie die Figur zeiget, und an diese Haken die Stellschrauben, die die Figur gleichfals deutlich nachweiset.

4. Man lasse in der Mitte eine andere Scheibe mit

mit einem Haken machen, woran eine Schnur befestigt werden kann.

5. Durch beyde lasse man ein Loch machen, wodurch eine zwote Schnur gezogen werden kann: so ist die Stundenscheibe fertig.

Zusatz.

Vermittelst zweyer solcher Scheiben misset man die Eisengruben.

Anmerkung.

Diese Scheiben beschreibt Beyer. Der Hr. v. Oppel empfiehlet eine andere Art in seiner Anleitung zur Markscheidekunst, die auch Cancrinius §. 923. in dem bereits erwehnten Werke anführt.

Zusatz.

Herr Maler giebt ein Instrument an, welches die Hindernissen, die die Schnüre machen, aufhebt. Tab. XXXVIII. Fig. 213. AB ist ein Lineal, dessen Schärfe gerad aufs Centrum B gehet, an welchem eine Schraube C gesteckt und angezogen wird, damit dieses Lineal daran auf der Scheibe herum gedrehet werden kann. Auf diesem Lineal sind zwey messingene Bleche HD und BF winkelrecht befestiget; von denen dasjenige so auf dem Centro B stehet, zwey Zapfen G und K hat, an welchem ein ander Lineal GH beweglich ist; das andere aber ein Schlitz, in welchem gemeldtes Lineal auf- und abgeschoben

Tab. XXXVIII Fig. 213.

werden

werden kann, wenn die Gruben steigen oder fallen. Und in dieses Lineal wird die Schnur x, womit die Gruben abgezogen werden, durch einen Haken bey H eingehänget. Es sind aber die Zapfen und der Schlitz mit äusserster Sorgfalt so einzurichten, daß die Mitte des Lineals H G genau auf das Centrum B und die Schärfe des Lineals A B falle, und das Centrum der Zapfen G und K perpendicular über dem Centro B stehe. Die Löcher in dem Lineal H G, mit deren einen es an die Zapfen gesteckt und in das andere der Haken kommt, müssen so gemacht werden, daß ihre Centra genau auf die Schärfe des Lineals passen. Damit diese beyden Bleche nicht so leicht aus ihrem perpendicularen Stand verrücket werden können, wird zwischen ihnen das dünne Blech N befestigt, in welchem eine Oeffnung zu dem Senkbley P geschnitten wird, um das Instrument jederzeit in wagrechten Stand zu stellen. An dem Schlitz A H werden von unten hinauf und oben herunter die Grade gezeichnet, die das Lineal H G mit der Horizontallinie A B macht. Dieses geschiehet, wenn auf einem Papier mit dem Radio A B ein Quadrat gezogen, und in seine 90° getheilet wird, die Grade aber bis an eine in A aufgerichtete Perpendicularlinie ausgezogen werden; die man auf den Schlitz zu tragen hat. Um der Bequemlichkeit im Abziehen muß man zwey dergleichen Stundenscheiben haben.

Anmer-

Anmerkung.

Was durch diese Scheiben aufgenommen worden, wird durch einen cirkelförmigen Winkelmesser nochmals aufs Papier getragen.

Aufgabe.

§. 254. Einen cirkelförmigen Winkelmesser oder Stundentransporteur zu machen. Tab. XXXVII. Fig. 210. *Tab.* XXXVII *Fig.* 210.

1. Man lasse eine Scheibe, wie die vorige (§. 253.), aber in der Mitte hohl, machen.

2. Man schneide aus dem Mittelpunkte einen kleinen Winkel heraus, so ist das Werkzeug fertig.

Aufgabe.

§. 255. Eine Grube mit dem Compas zu messen, die nicht eisenhaltig ist.

1. Man spanne an der Wand der Grube (donenfach) eine Schnur heraus, so weit sie in gerader Linie gehet.

2. Man hange an diese Schnur den Gradbogen, und sehe, wie viel Grad der Perpendikel für die Donlege zeige.

3. Man hange auch den Hangcompas an diese

Schnur,

Schnur, und merke die Stunden der Weltgegenden.

4. Man messe die Länge der ausgespannten Schnur, so ist eine Station der Grube, so weit sie gerade läuft, notirt.

Anmerkung.

Wie diese Messung mit dem Setzcompas geschiehet, lehret Weidler in seiner Anleitung zur Markscheidekunst, pag. 61. Das Resolvierinstrument des Herrn Malers ist zur Erfindung der Sohle, Donlege und Seigerteuffe und deren Winkel die sie unter sich haben, sehr geschickt; wir lassen daher seine eigene Beschreibung davon hier folgen:

„Lasset euch ein Resolvierinstrument, entweder von
Tab. Holz, oder besser von Messing, machen, welches ein
XXXVIII Blatt g m von 8, 10 bis 12 Zoll habe, daran oben
Fig. ein Quadrat n m, dessen Radius c m etwa $1\frac{1}{2}$ bis
214. 2 Zoll habe, und die Grade von n angezehlet seyn. An dem Centro c wird ein bewegliches Lineal a b gemacht, dessen Schärfe durch das Centrum gehe. Nebst diesem ist noch der besondere Winkelhaken d f nöthig, auf welchem nach einem verjüngten Maaßstab von d gegen f 10, 12 und mehrere Lachter mit ihren Schuhen und Zollen gezeichnet seyn. Auf gleiche Art werden auch die Lachter von c gegen b und von c gegen g gezeichnet. Wollt ihr nun damit resolviren, so richtet das Lineal a b auf den Grad, den der gefundene Winkel erfordert, und befestiget es mit einer Schraube, die über dem Centro seyn kann. Haltet das Instrument bey g mit

mit der linken Hand, und schiebet mit der rechten den Winkelhaken hinauf, bis er an dem Lineal a b die Lachter, die ihr in der Fläche gefunden, trift in f; so sehet ihr an c d die Seigerteuffe und an d f die Sohle."

„Man siehet leicht, daß aus der gegebenen Sohle und Winkel die Fläche und Seigerteuffe, und aus der gegebenen Seigerteuffe und Sohle, sowohl Fläche als Winkel auf gleiche Art gefunden werden könne. Wir wollen dieses nun an dem Resolvirinstrument sehen."

„Wenn Sohle und Winkel gegeben, so befestiget das Lineal a b auf den Winkel, und schiebet den Winkelhaken hinauf, bis in d f so viel abgeschnitten wird, als die Sohle beträgt: so giebt e f Fläche, und c d Seigerteuffe."

„Wenn Sohle und Seigerteuffe gegeben, so schiebet den Winkelhaken hinauf, bis c d so groß ist als die gegebene Seigerteuffe, und verschiebet sodann das Lineal a b, bis es von dem Winkelhaken so viel abschneidet, als die gegebene Sohle, so zeiget a n den Winkel und c f die Fläche."

Aufgabe.

§. 256. Eisengruben zu messen, oder das Abziehen der Gebäude, das ist, den Grubenzug zu machen. Tab. XXXVIII. Fig. 211. *Tab.* XXXVIII *Fig.* 211.

1. Man spanne eine Schnur in der Grube aus, wie §. 256. gelehret.

2. Und

2. Und weil beym Anfange der Grube der Compas vom Eisen noch wenig oder nichts gestöhret wird: so hänge man den Compas an, und merke die Stunden und messe die Schnur.

3. Zum Ende dieser Schnur setze man in einer söhligen Lage die Stundenscheibe, und binde die Schnur an eine andere, welche durch den Mittelpunkt der Scheibe gezogen wird.

4. Man drehe die Scheibe so lange, bis die Schnur die Stunde berührt, welche der Compas gezeiget hat.

5. In dieser Lage befestige man die Stundenscheibe mit Schrauben an das Holz.

6. Man suche den Neigungswinkel, welchen der Gradboge bestimmet.

7. Man lasse die Scheibe an ihrem Orte, die Schnur aber mache man los, und hange ihren äußersten Ring an den Haken, welcher bey dem Mittelpunkt des Cirkels ist; man spanne sie nach der Mitte der folgenden Grube, nach beliebiger Länge aus.

8. Wo sich die Schnur endet, setze man wiederum söhlig die andere Stundenscheibe e, und richte sie also, daß die Linie b c e f, den f S, welcher dem Bogen S c gleich ist, durchschneidet; das ist, die Durchmesser beyder Cirkel eine gleichlaufende Lage behalten, und in dieser Lage befestige man die zwote Scheibe: so wird der notirte Boge S c die Richtung der zwoten Schnur geben, deren Neigung man hernach mit dem Gradbogen untersuchen kann.

9. Man

9. Man nehme die erste Scheibe b von ihrem Orte hinweg, und gehe in die Wendung der dritten Grube, und suche auf gleiche Weise die Richtung der Schnur eh, und schreibe die gefundenen Stunden, nebst der erhaltenen Neigung gegen den Horizont, wie vorhin, in das Manual.

Anmerkung 1.

Die Vortheile, welcher man sich bey starkfallenden Gruben bedienet, bemerkt Weidler p. 65. Jngleichen, wie man die Stundenscheiben bequem söhlig stellen kann, dazu giebt Beyer in der 30ten Aufgabe des VI. Theils der Markscheidekunst Anleitung.

Anmerkung 2.

Wie die Annotationes geschehen, dieses ist willkührlich; indem ein jeder fast seine besondere Weise dazu hat. Einige Anleitung findet man bey dem mehr erwehnten Weidler, pag. 66. & seqq.

Erklärung.

§. 257. Ein Grubengrundriß ist ein Entwurf, worinn die söhligte Lage und die seitwertigen Wendungen der Gänge abgezeichnet sind.

Aufgabe.

§. 258. Einen Grubengrundriß zu machen.

1. Man suche die Sohlen aus der Donlege und Seigerteuffe, vermöge der Berechnung der Triangel. (§. 60. 75. 91.)

2. Man trage ihre gefundene Längen mit dem Zulegcompas aufs Papier, wie §. 121. Nro. 4. gelehret, so hat man den Grubengrundriß.

Erklärung.

§. 259. An Tag bringen nennet man die unter der Erde in Grund gebrachten Gänge und übrige Grubengebäude oben im freyen Felde abstecken, und ihre Strecken so, wie sie sich unten in der Grube befinden, nach ihren Streichen und Längen, durch gewisse Merkmale im Felde zu bezeichnen. Man nennet dieses den Tagzug verrichten.

Aufgabe.

§. 260. Die Seigerteuffe eines Orts zu finden.

1. Sind es lauter fallende Gruben: so addire man die Seigerteuffen aller Stationen.

2. Sind die Gruben aber steigend und fallend: so ziehe man die kleinere von der grössern Summe ab; der Rest giebet die verlangte Seigerteuffe.

Aufgabe.

§. 261. Eine Ortung an Tag zu bringen, das ist, die Oerter auf der Oberfläche der Erde zu finden, welche mit dem Unterirdischen übereinstimmen.

Auflösung.

1. Man verfertige von den Grubengängen den Grubengrundriß. §. 258.

2. Nach diesem trage man die Winkelwendungen aufs Feld, und lasse Ortpfähle schlagen, wo Oerter anzumerken sind.

3. Gehen aber zwey Gänge nach einer Richtung fort: so beobachte man diese Richtung, und lasse da, wo die Donlege sich mehr stürzt, gleichfals einen Ortpfahl, nach der Länge der Sohle, schlagen: so ist die Ortung an Tag gebracht.

Aufgabe.

Tab. XXXVIII Fig. 212. §. 262. Einen Durchschlag anzugeben, das ist, eine gerade Linie zu finden, nach welcher man den kürzesten Weg zu den Gruben nehmen kann. Tab. XXXVIII. Fig. 212.

1. Man suche den Punkt B nach §. 261. über der Erde. Dieser ist dem Punkt D senkrecht gegen über.
2. Man suche auch aus den Steigen und Fallen der Grube C J, J K, K L, L D und dem Tageszuge die Länge der Seigerteuffe = B D: so ist der Schacht angegeben.

Zusatz.

Man siehet leicht, daß alles auf eine richtige Ausmessung und Chartirung ankömmt. Ist man hiemit in guter Ordnung, so kann man aus dem Papier von einem Gange sagen, was man auf dem Felde und unter der Erde davon sagen kann; mithin wird man auch leicht erfinden können, wie der Querschlag G H zu machen sey.

Erklärung.

§. 263. Ein Seigerriß ist der Durchschnitt eines Gebürges, worinn die Lage der obern und unteren Grube vorgestellet sind. (§. 137.)

Erklä-

Erklärung.

§. 264. Ein Standriß der Gruben wird genennet, der den Seigerriß samt dem Grundriß zugleich vorstellet.

Aufgabe.

Einen Standriß oder Grund- und Seigerriß zu chartiren. Tab. XXXVIII. Fig. 215. *Tab.* XXXVIII *Fig.* 215.

Auflösung.

1. Man trage den Grundriß a b c d e f g nach allen seinen Wendungen aufs Papier.
2. Man ziehe eine gerade Linie h i, welche die Horizontallinie vorstellet, die man im Felde abgestecket und durch Messung gefunden hat.
3. Vermöge dieser Horizontallinie trage man das Profil des Berges, welches man abgewogen hat, k l m n o, auf.
4. Man lasse aus allen Oertungen des Grundrisses die Perpendicularlinie a p, b q, c r, d s, e t, f u und g v fallen.
5. Man trage nach demselbigen verjüngten Maaßstabe die Tiefe der Schachte o v, m s und k p auf.
6. Man trage auch das Steigen und Fallen der Gänge nach diesem Maaßstabe in v u, u t, t s, s r, r q und q p auf.
7. Man lege diesen Riß mit Tusche oder Farbe an, wie in der Geometrie gelehret worden, so ist der Grund- und Seigerriß gemacht.

Anmer-

Anmerkung.

Die fernere Ausführung der Risse sowohl als auch der tabellarischen Berechnungen, findet man sehr gründlich in Franz Ludwig Cancrinus erste Gründe der Berg- und Salzwerkskunde, sechster Theil, andere Abtheilung, welche die eigentliche Markscheidekunst enthält, mit drey und dreißig Kupfertafeln, Frankfurth am Main, 1776.

Eingeschlichene Druckfehler.

Seite 2. §. 3. Lin. 1. anstatt Charesteres ist zu lesen *Characteres*. S. 9. Zus. 2. Lin. 1. anstatt heteregenea — *heterogenea*. S. 10. §. 21. Lin. 4. anstatt auf — auch. S. 13. §. 28. Lin. 17. anstatt leichter — schlechter. S. 26. §. 12. Lin. 19. anstatt einen — ein. S. 30. Lin. 2. anstatt crurae — *crura*.

Register über den ersten Theil der aufs Recht angewandten Geometrie.

Anmerkung.

1) Die Zahlen bemerken die §§.
2) Die Buchstaben A. G. hinter einer Zahl bedeuten allgemeine Gründe der Mathematik, und weisen also die §§. des ersten Abschnitts nach.
3) Die Buchstaben Am. und Zs. bedeuten Anmerkung und Zusatz.

A.

Abgekürzter Kegel, dessen Inhalt zu finden : : §. 196
Abriß : : : 133
Abschnitt eines Cirkels : : 12
Abweichung eines Objects zu messen 119
Aequinoctial = Compas : : 231
Aehnlich : : : 8. A. G.
Aehnlichkeit der Bogen : : 182
Anfang aller Grössen : : 6
Angewandte Mathematik : : 34. A. G.
An Tag bringen : : 259
Anzahl : : 22. A. G.

Astrola-

Astrolabium . . . §. 103
— — das Maiersche . . 126
Auftragecompas . . 250
Ausdehnung . . 5. A. G.
Ausschnitt eines Cirkels . 179. Zus. 3.
Axe der Kugel . . 185

B.

Baculometrie . . §. 69. 70.
Barometer . . . 115
Begebenheiten . 2. A. G. Zus. 2.
Berge zu messen . . 113
— — deren Oberfläche und Grundfläche 148
Bergcompas . . 249
Bogen . . . 12
— zu theilen . . 90
— ähnliche . . . 19

C.

Centrum . . §. 12
Centerwinkel . . 155
Chronodynamik . . 33. A. G.
Cirkel- Kreißlinie . . 12
— — dessen Eintheilung . 24
— — Fläche . . 44
— — Gleichheit . . 179
Compas . . 121. 120
— Seecompas . . 230
Complementum . . 94
Copiren . . 142. 143
Cubus . . . 193. 198

Decimal-

D.

Decimalmaaß . . §. 45
Diagonallinien . . 43. 146. 163
Diameter . . 181
Ding . . 2. 6. A. G.
Division, was dadurch gefunden wird 150. Zſ. 5.
Diopteru . . 106
Donlege . . . 235
Donlegter-Gang . . 246
Dreyeckt . . 38
Durchmesser . . 12. 26. 180
Durchschlag . . 262

E.

Einerley Dinge . . §. 6. A. G.
Einheit der Flächen . 149
Element . . 24. A. G.
Eliptische Linie . . 44
Endliche Grösse . . 25. A. G.
Entfernung . . 9. Zuſ. 1.

F.

Fahnen, die Meßfahnen . . §. 51
Fallen der Grube . . 243
Farben zum Illuminiren . 141. Zuſ.
Faß, eines auszumessen . 204
Figur . . 32. 42
Flächen . . 32
— ihre Bestimmung . 149. 153
— Theilung der . . 169
Flötze . . 246
Formelle . . 2
Fuß, dessen Bemerkung . 45

G.

Gang . . §. 242
= = = seiger, flächer, donlegter und schwebender Gang . . 246
Gedanken lassen sich alle nicht mit Worten ausdrücken . . 133
Geometrie . . 32. A. G. -- 1
= = = ist eine Wissenschaft und Kunst 7
Gerade Linien . . 42
Geradlinichter Transporteur . 124
Geradlinichte Fläche . . 157
Geschwindigkeit . 2. A. G. Zs. 2.
Gleichheit . . 10. A. G.
Gleichnamig . . 13. A. G.
Gradboge . . 248
Gradzeichen . . 25
Grösse . 4. A. G. 2. 28. A. G.
Gruben zu messen . . 255. 256
= = Grundriß . . 257
= = Gebäude . . 240
Grundgesetze . . 34

H.

Halbe Durchmesser . . §. 12
Hälften, wie sich diese verhalten 153. Zs. 1.
Hangcompas . . 249
Histiodromie . . 232. Am.
Hodometer . . 129
Höhe mit der Mensul zu messen . 114
Höhenvisir . . 115

J.

Irregulaire Figuren zu verwandeln 176
= = = = Körper auszurechnen . 202

K.

Kegel . . . §. 189
Körpermaaß . . 191. 192
Körper, deren Vergleichung . 194
= = deren Inhalt zu finden . 195. Zs.
Kugel . . 184. 197. 200
Krumme Linien . . 9

L.

Lachter . . §. 238
Länge . . . 9
Linie, die kürzeste . . 9
= = eine gerade in zwey Theile zu theilen 71
= = in viele gleiche Theile zu theilen 98
= = zu zwo gegebenen die dritte proportional zu ziehen . . 99
= = zu ungleiche proportionelle Theile zu theilen . . 36
Linien, deren Unterscheid . . 15
= = welche einen Raum einschliessen 37
Linie, eine gerade auf dem Felde abzustechen 42
= = deren Gebrauch und Grösse zu erfinden 45. 50
= = ein Maaß . . 45. Zs. 3.

M.

Maaß . . §. 10
= = was dadurch erfunden wird . 33
= = ist willkührlich . . 45
= = rheinländisches . 45. Am. 2.
= = zu den Flächen . . §. 145
= = Quadratmaaß . . 150

Maaß, Körpermaaß . . §. 192
::: parisisches . . 45. Am. 2.
::: der Winkel . . 27
Maaßen, deren Verschiedenheit . 33. Am.
Maaßstab . . 46. 47. 48. 49
Materielle . . 2
Mathematik . . 1. A. G.
Markscheidekunst . . 234
Mechanische Theil der Geometrie . 7
Mensul . . 105
Messen . . 10. Zus. 5.
Meßnadel . . 106. Am. 2.
Merkmale . . 3. A. G.
Mikrometer, das Erdmikrometer . 116. 117. 118
Minuten . . 25. Am.

N.

Name der Sache . §. 9. A. G.
Nebenwinkel . . 28
Netze . . 205
Nordlinie . . 120. Am.

O.

Oblongum . . §. 44. 178
Octant, der engelländische, mit Spiegeln 206. 207. 208
Oeffnung . . 22. Zs. 4.
Ortung . . 247. 263
Ort . . . 247
Ortpflock . . 247
Ost und West . . 249. Am.

P.

Parallellinien . §. 16. 17. 36. 178. 152. 148
Parallelogrammum . . 148. 152
Parallelepipedum . . 187

Pariser

Pariser Schuh . . §. 45. Am.
Perimeter . . 30. 31
Peripherie . . 160
Perpendicularlinie . . 21. 74. 73
Piramide . . 190
Platonische Körper . . 204
Platte Seecharten . . 233
Polygon . . 154. 161. 162
Prisma . . 186
Proportion der Parallelogrammen 152. Zs. 2.
=== der Körper . 194. Zs. 4.
Proportionallinien . 99. 100. 101
Punkt . . 3. Zs. 1. 6. Zs. 2.
Punkte, durch drey eine Kreißlinie zu ziehen 96
Pythagorische Lehrsatz . . 173

Q.

Quadrat, wie es entstehe . §. 44
=== ist das Flächenmaaß . 145. 149
=== wie es berechnet werde . 150
=== zu dupliren . . 171
Quadrat von einander abzuziehen . 174

R.

Radius . . §. 12. 54
Raum . . 2. 4. A. G. Zs. 1.
Rechter Winkel . . . 21
Rheinländischer Schuh . 45. Am. 2.
Rhombus . . 44. 150. Zs. 4.
Rhomboides . . 45. Zs. 3.
Riß . . 144. Art. 15.
Runde Seekarten . . 233
Ruthe . . 45. Zs. 3.

S.

Sachname . . §. 9. A. G.
Schacht . . 239

Schenkel . . §. 22. Zs. 3.
Scheitelwinkel . . 29
Scheibe, die Zollmannische . 127
= = die Stundenscheibe . 253
Schneiden, durch Schneiden zu messen 107. 121. Zs. 2.
Schuh, der rheinländische . 45. Am. 2.
= = Pariser . 45. Am. 1. 2.
Secanslinie . . 94
Seecompas . . 230
Seekarte . . 233
Seigergang . . 246. 260
Seigerteuffe . . 235
Seigerriß . . 263
Seiten einer Fläche . . 158
= = der Dreyecken . . 39
= = der Polygon . . 159
Sehnen . . 87. 158
Setzcompas . . 252
Sinus . . 93
Sohle . . . 235
Sonne . . 216. 217
Standriß . . 264
Sternen, ihre Höhe zu messen . 219
Stehender Gang . . 245
Stollen . . 241
Streichen . . 244
Stürzung . . 246

T.

Tangens . . §. 91. 92
Tasche . . 50. Zs. 3.
Transversallinien . . 35
Transporteur . . 25
= = = = der geradlinichte . . 124
Trapezium . . 151. 152

Trennung

Trennungen der Grössen §. 6. Z. 1.
Triangel §. 60. 61. 62. 63. 64. 65. 75. 76. 147. 151. 164. 165. 166. 167. 172

U.

Ummesser §. 30
Unendlich groß und klein 25. A. G.
Ununterbrochne Grösse 4
Ursache 18. A. G.

V.

Vergleichen 11. A. G. 6. Zs. 3
Verhältniß 12. A. G. 13. 14
Verjüngen 102
Verjüngter Maaßstab 48
Verschiedene Dinge 6. A. G.
Vertikal 29
Vieleck 154. 156. 175
Viereck 41. 150
Visirlineal 106
Visirstab 203

W.

Wasserwage §. 248
Wegmesser 129. 130
Weise 66. 68. 69. 104. 170
Winkel 18. 19. 20. 21. 22. 27. 28. 29. 40. 57. 58. 59. 67
Winkelweiser 251
Würfel 108
Würkung 18. A. G.
Wurzel 193. Zs. 2.

Zähl-

Z.

Zählstäbe . . §. 50. Zs. 3.
Zeit . . 4. A. G.
Zeugung . 20. A. G. 10. 14. 44
Zoll . . 45
Zollmannische Scheibe . 127
Zulegcompas . . 250

Nachricht an den Buchbinder.

Die Kupfer werden hinten also geheftet, daß man sie ausschlagen kann.

Ende des ersten Theils.

Tab. I.

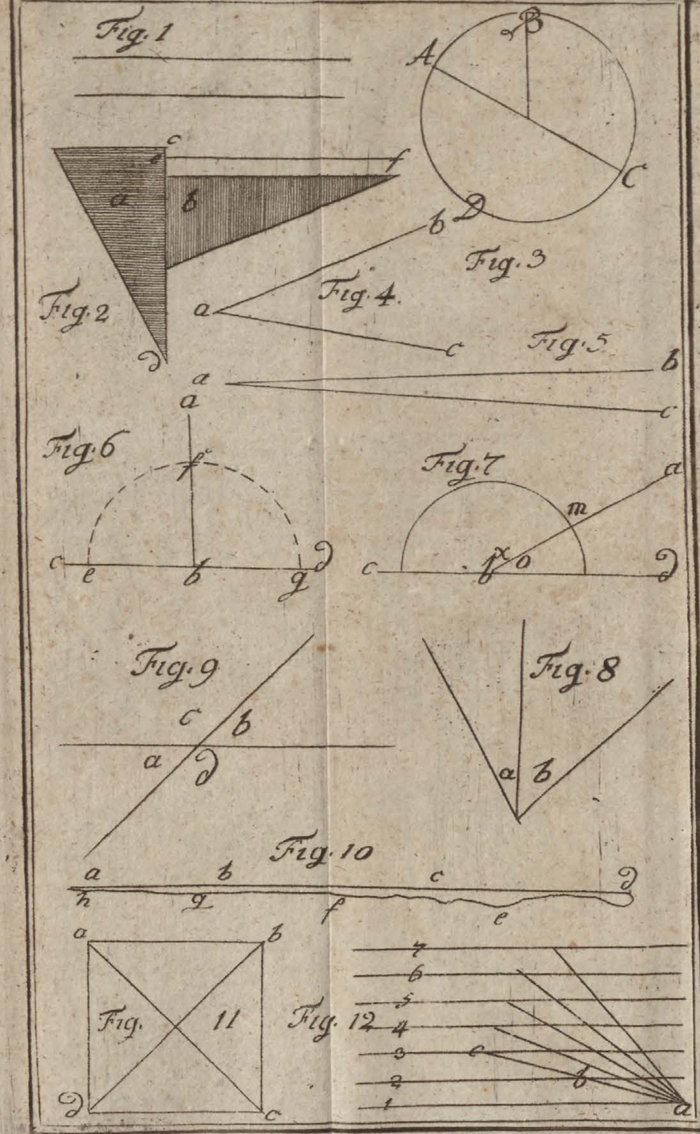


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4.
Fig. 5
Fig. 6
Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9
Fig. 10
Fig. 11
Fig. 12

Tab. II

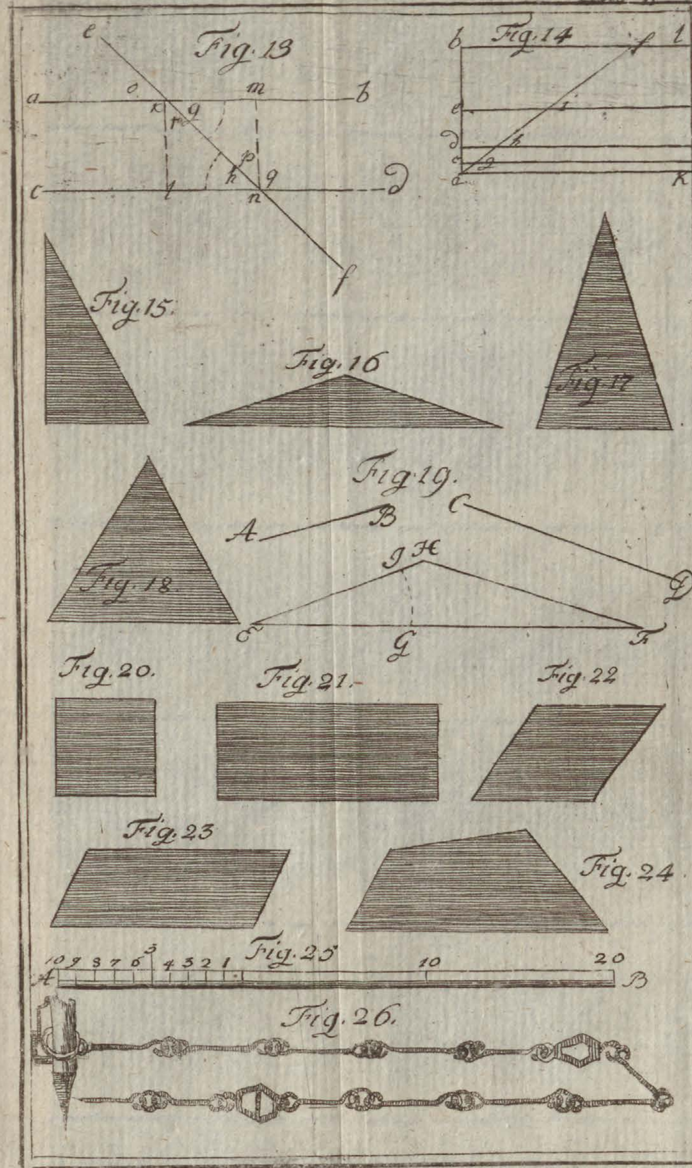
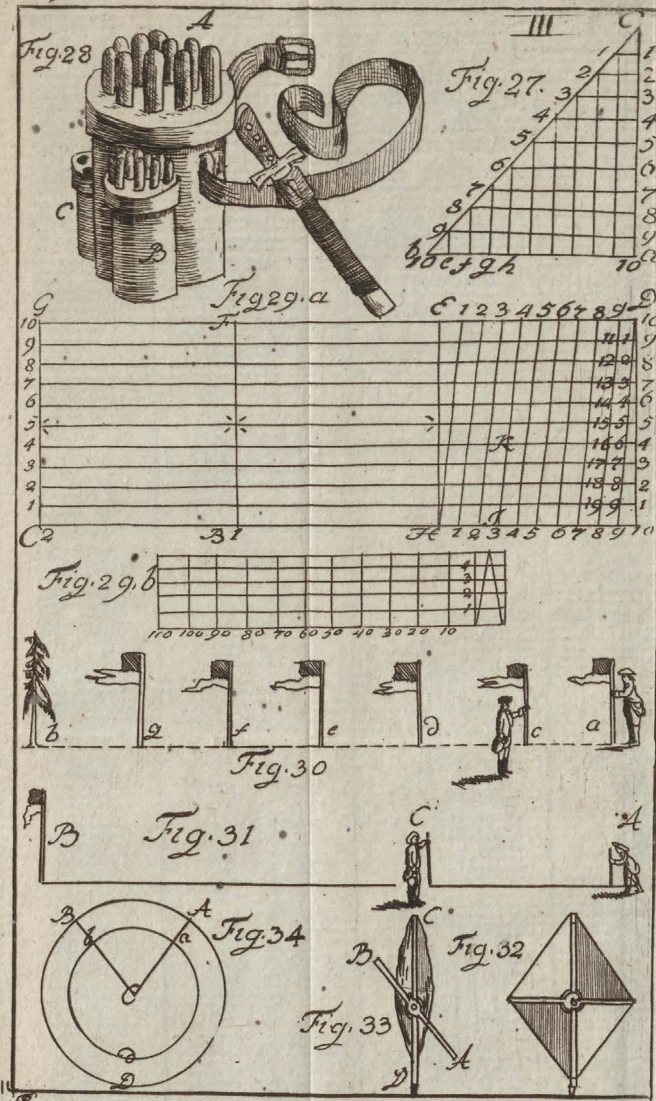
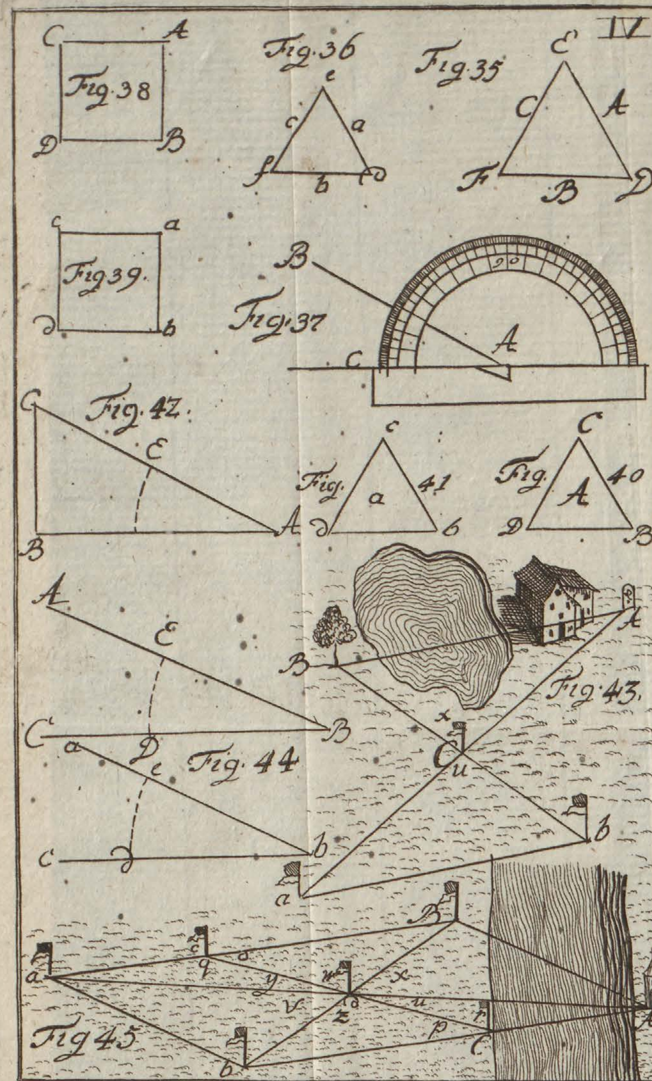
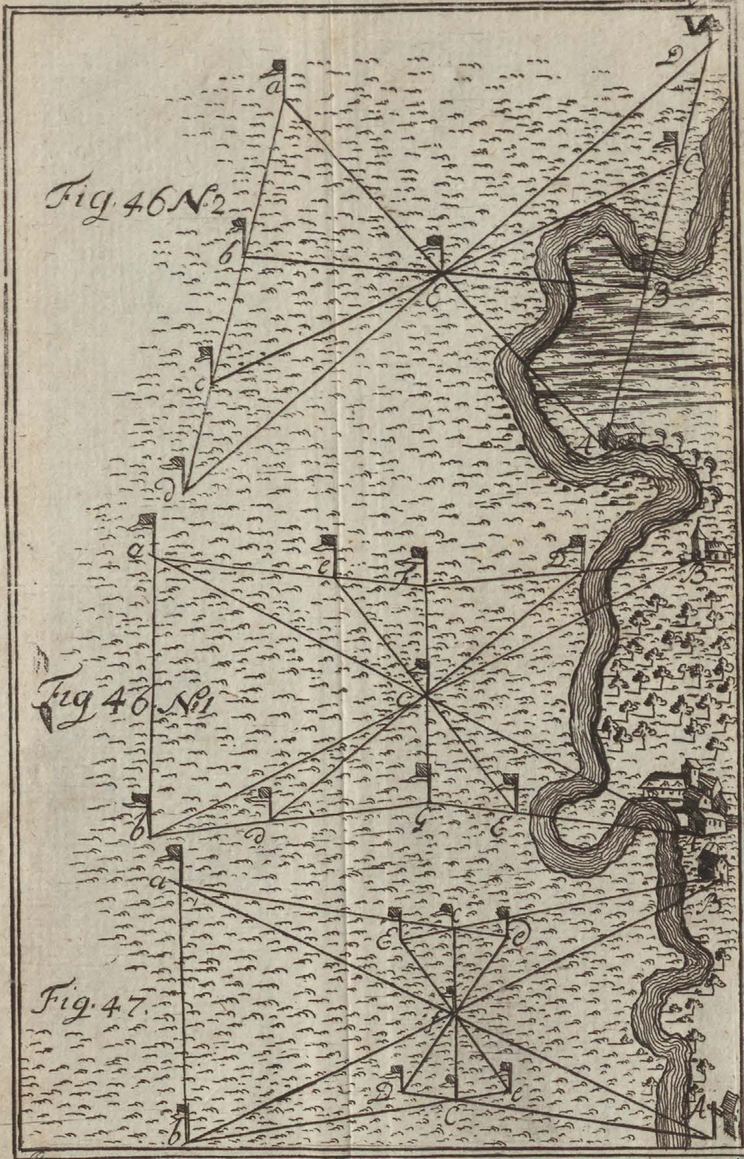


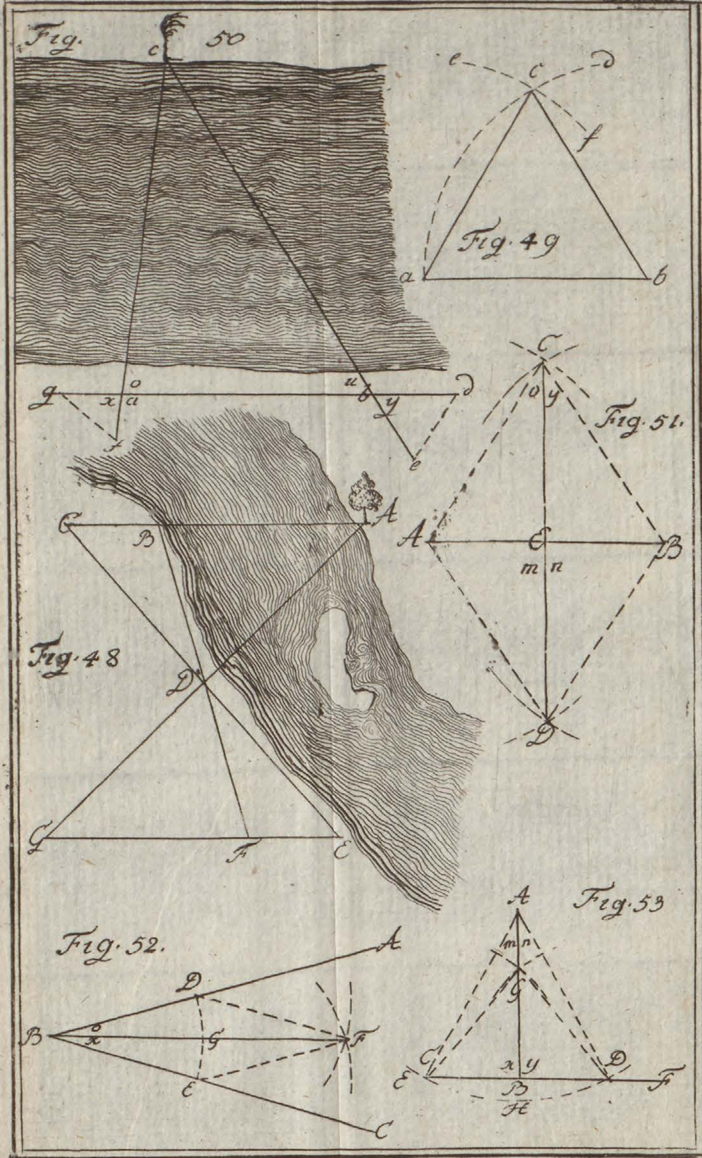
Fig. 13
Fig. 14
Fig. 15.
Fig. 16
Fig. 17
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22
Fig. 23
Fig. 24.
Fig. 25
Fig. 26.


III
Fig. 27.
Fig. 28
Fig. 29. a
Fig. 29. b
Fig. 30
Fig. 31
Fig. 32
Fig. 33
Fig. 34


IV
Fig. 38
Fig. 36
Fig. 35
Fig. 39
Fig. 37
Fig. 42.
Fig. 41
Fig. 40
Fig. 43.
Fig. 44
Fig 45


V
Fig. 46 N. 2
Fig. 46 N. 1
Fig. 47.

VI.



VII

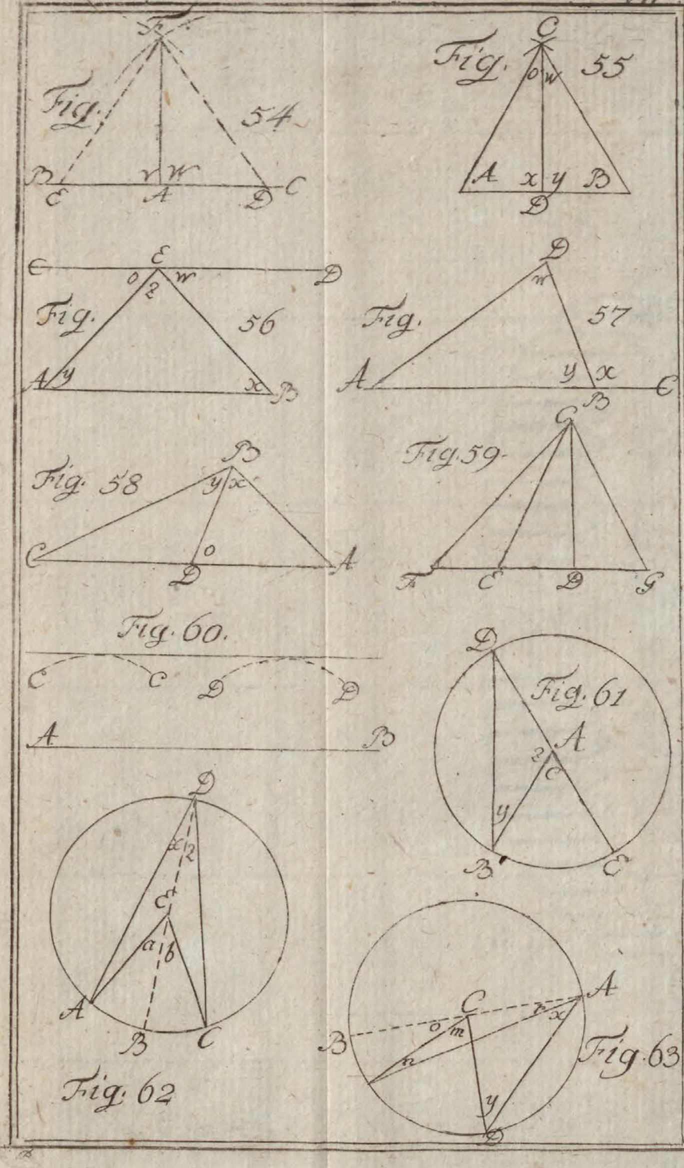
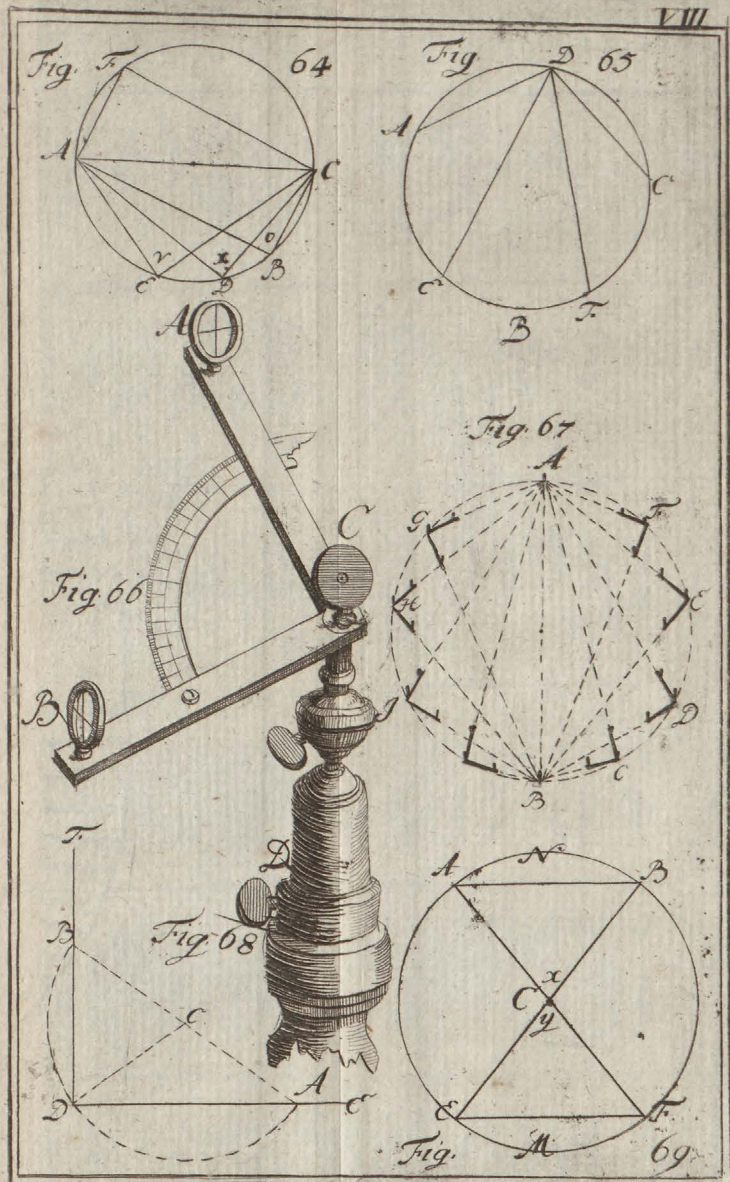
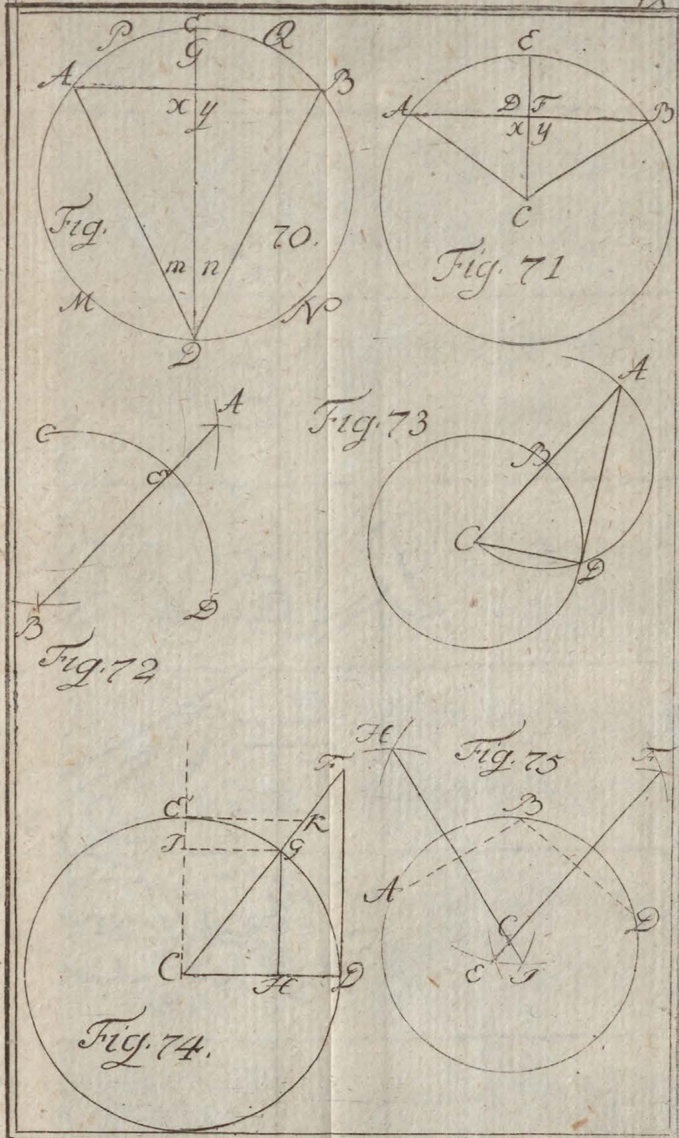


Fig. 54
Fig. 55
Fig. 56
Fig. 57
Fig. 58
Fig. 59
Fig. 60
Fig. 61
Fig. 62
Fig. 63


VIII
Fig. 64
Fig. 65
Fig. 66
Fig. 67
Fig. 68
Fig. 69


P
C
Q
G
A
B
x y
Fig. 70.
m n
M
N
D
E
A
D F
B
x y
C
Fig. 71
A
Fig. 73
C
A
C
B
D
B
C
D
Fig. 72
H
Fig. 75
F
F
E
K
I
G
B
A
C
D
C
H
D
E I
Fig. 74.

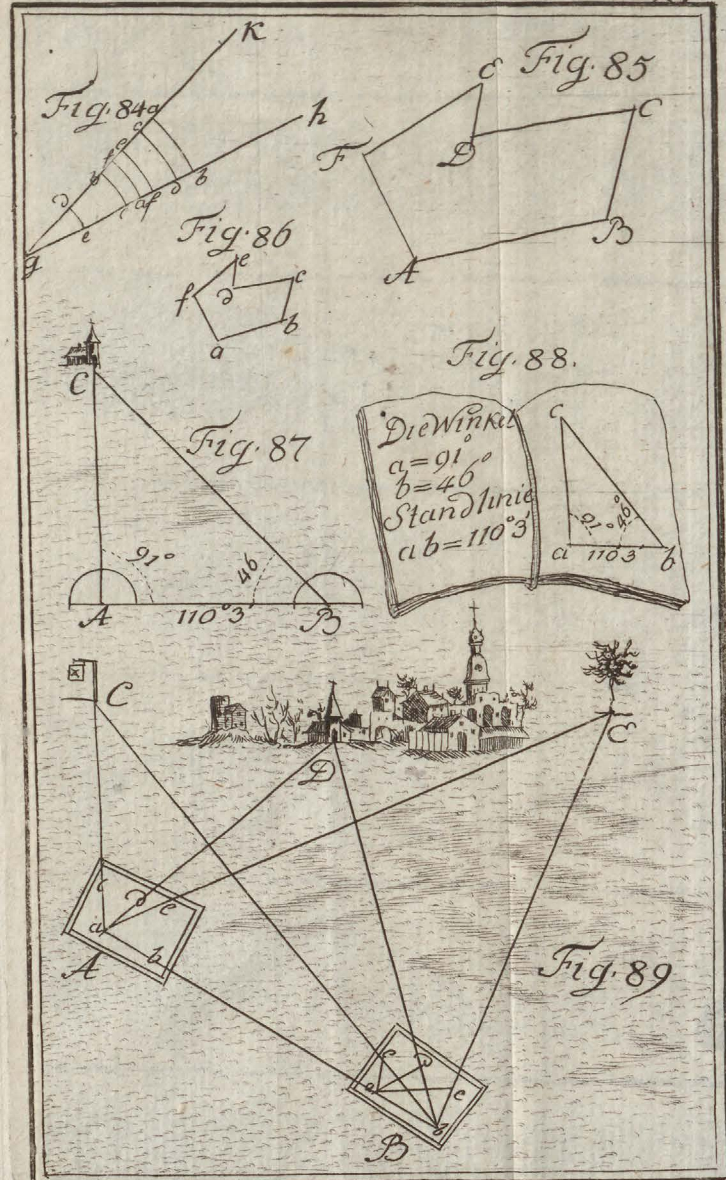


Fig. 84
Fig. 85
Fig. 86
Fig. 87
Fig. 88.
Die Winkel
a = 91°
b = 46°
Standlinie
ab = 110°3'
Fig. 89

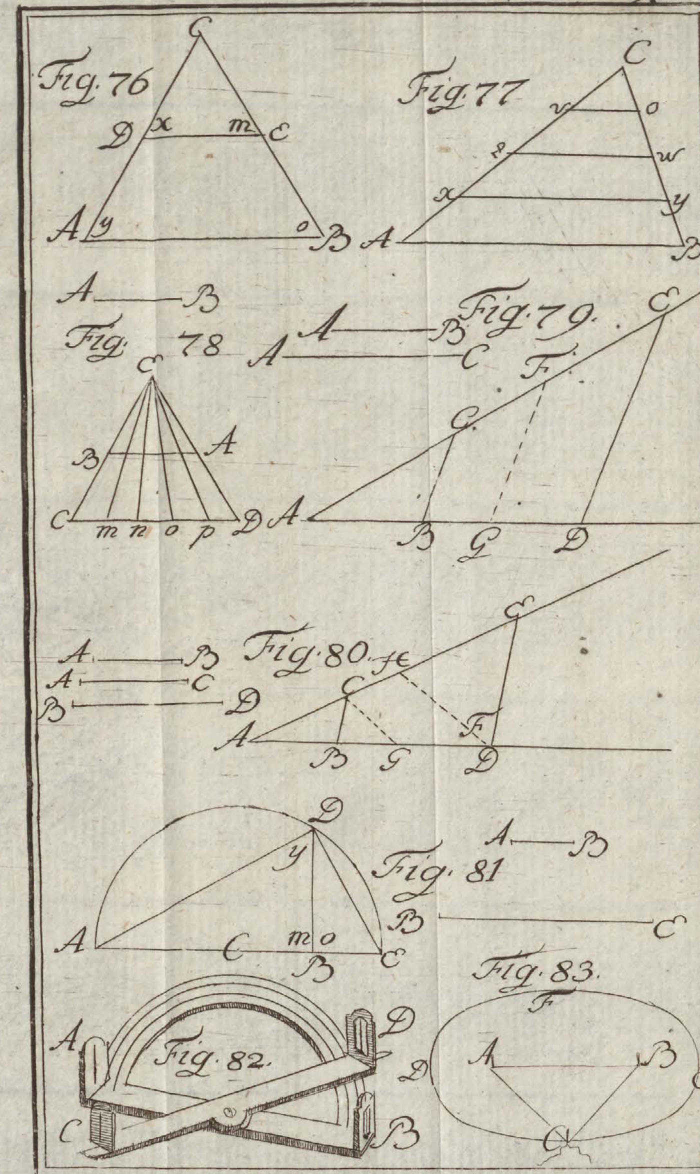
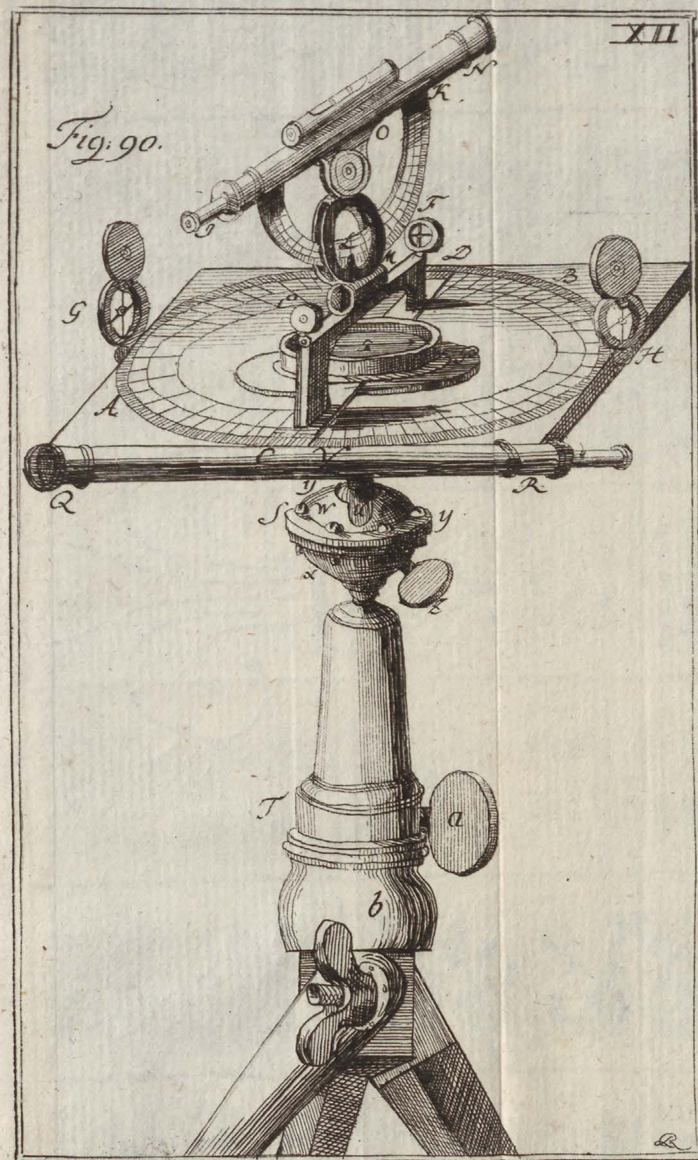
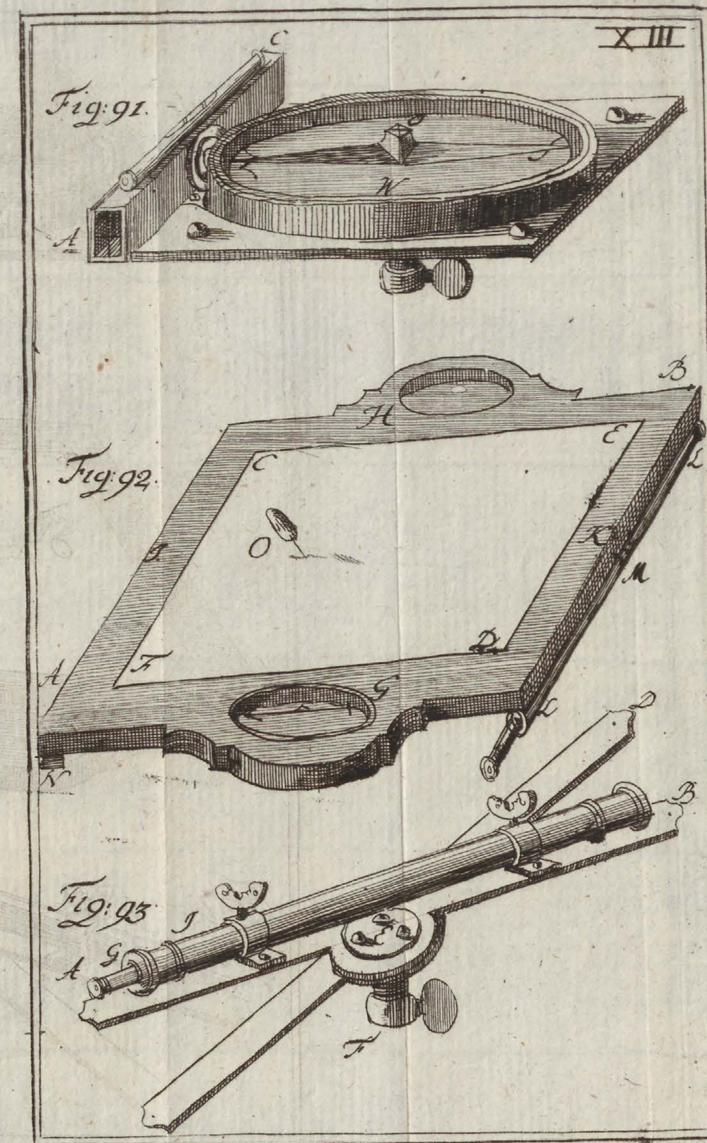
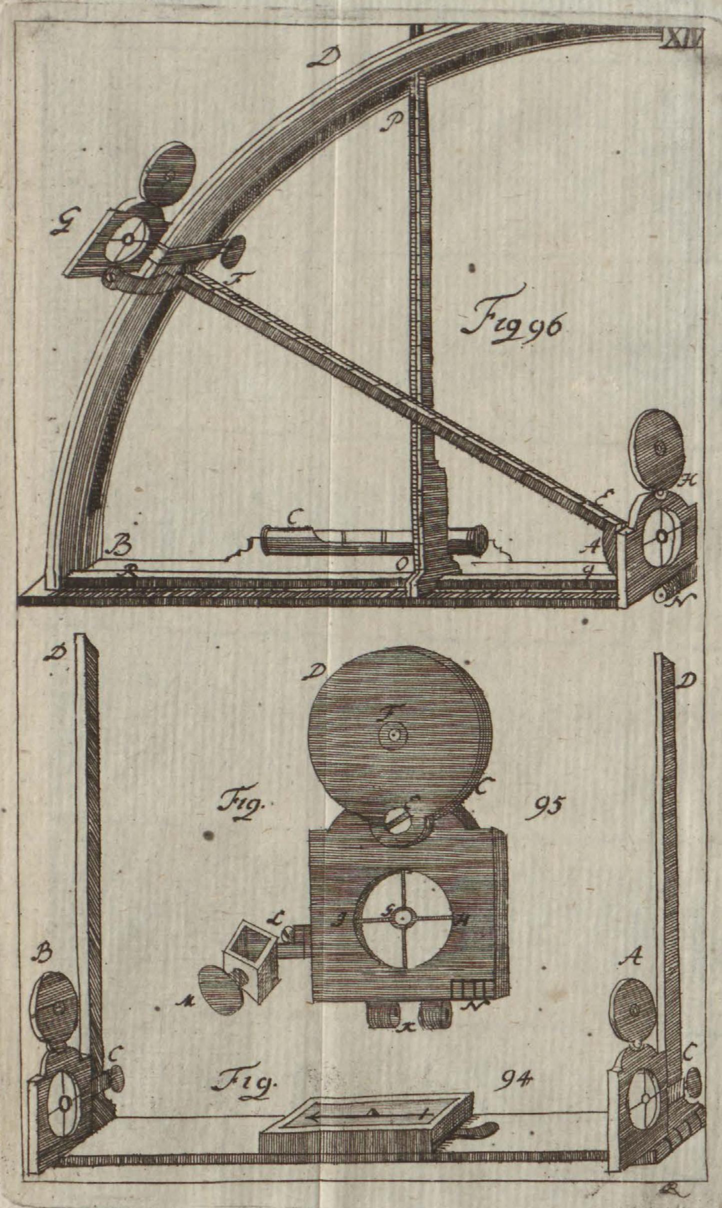
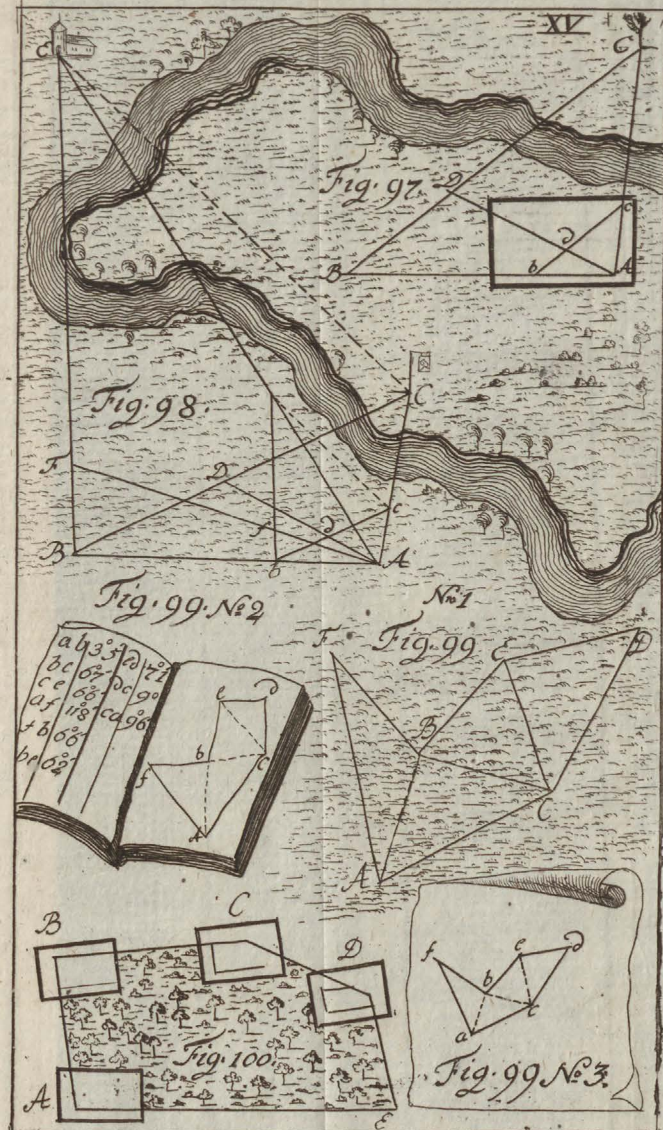


Fig. 76
Fig. 77
Fig. 78
Fig. 79.
Fig. 80.
Fig. 81
Fig. 82.
Fig. 83.


XII
Fig: 90.


XIII
Fig: 91.
Fig: 92.
Fig: 93


XIV
Fig 96
Fig. 95
Fig. 94


XV
Fig. 97.
Fig. 98.
Fig. 99. No 2
No 1
Fig. 99
Fig. 100.
Fig. 99. No 3.

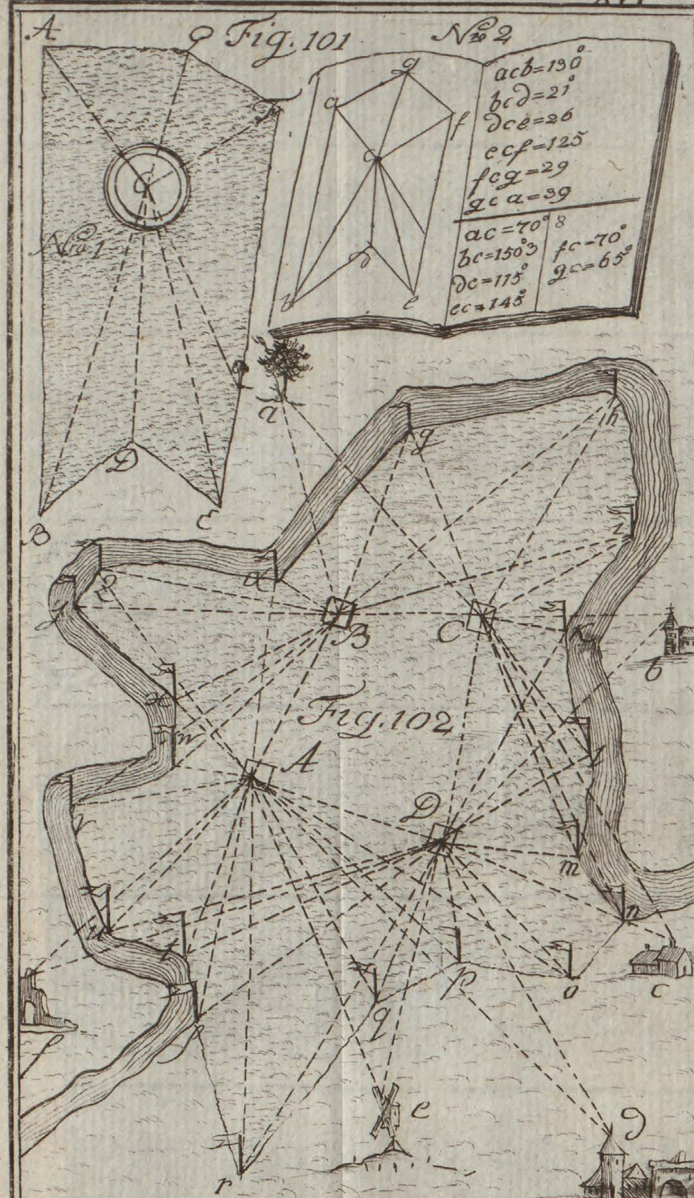


Fig. 101
No. 2
acb=19°
bcd=21°
dce=26
ecf=125
fcg=29
gca=39
ac=70°
bc=150°3
dc=115°
ec=145°
fc=70°
gc=65°
No. 1
Fig. 102

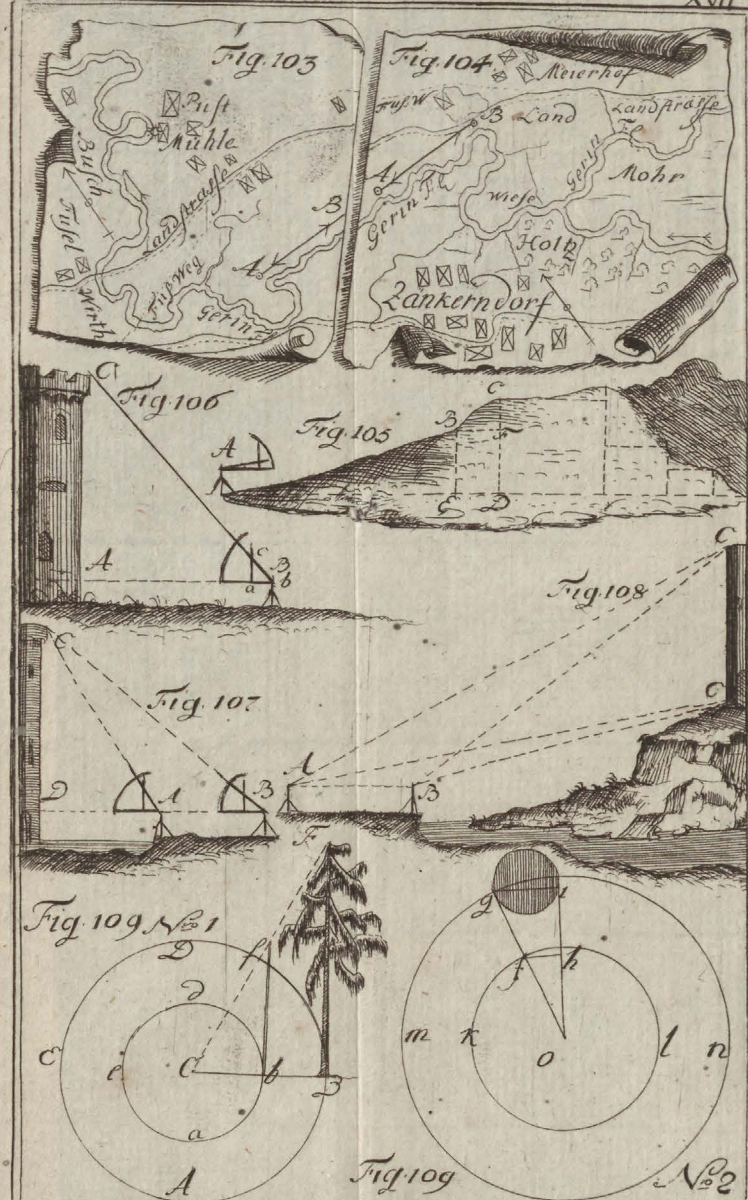
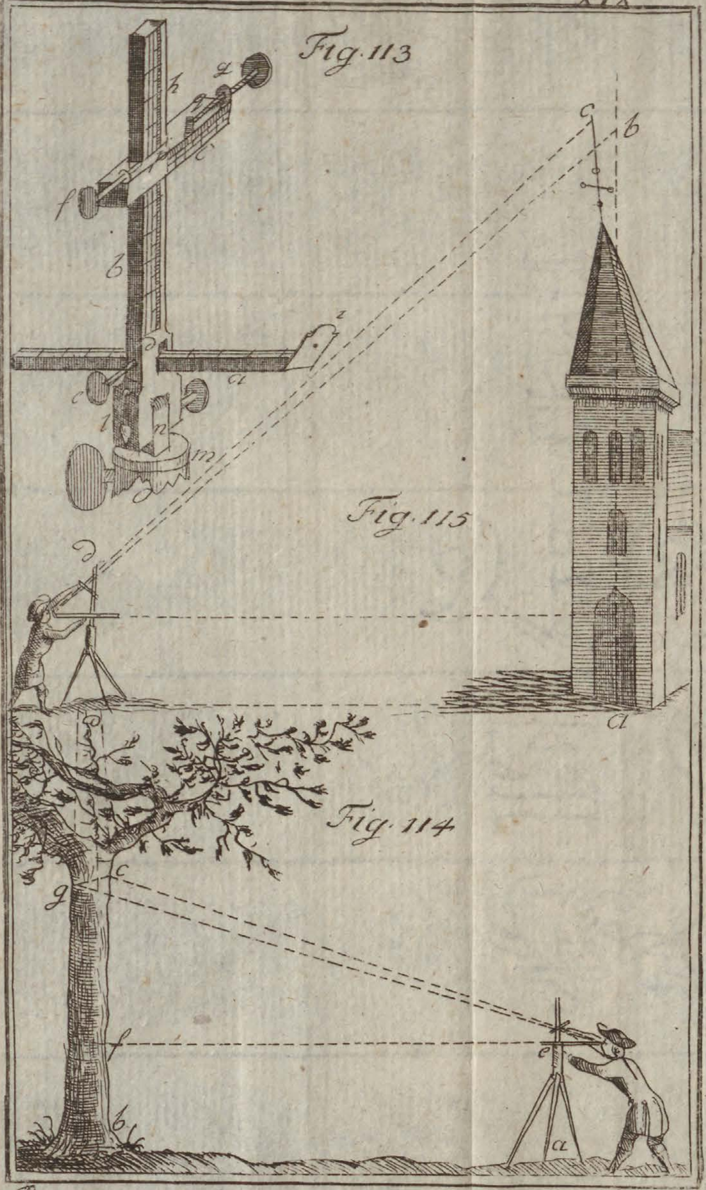


Fig. 103
Puſt
Mühle
Buſch
Tüſel
Landſtraſſe
Fuß Weg
Wirth
Gerin
Fig. 104
Meierhof
Fuß W
Land
Landſtraſſe
Mohr
Wieſe
Gerin
Holtz
Zänkerndorf
Fig. 106
Fig. 105
Fig. 108
Fig. 107
Fig. 109 No. 1
Fig. 109
No. 2

XIX



XVIII

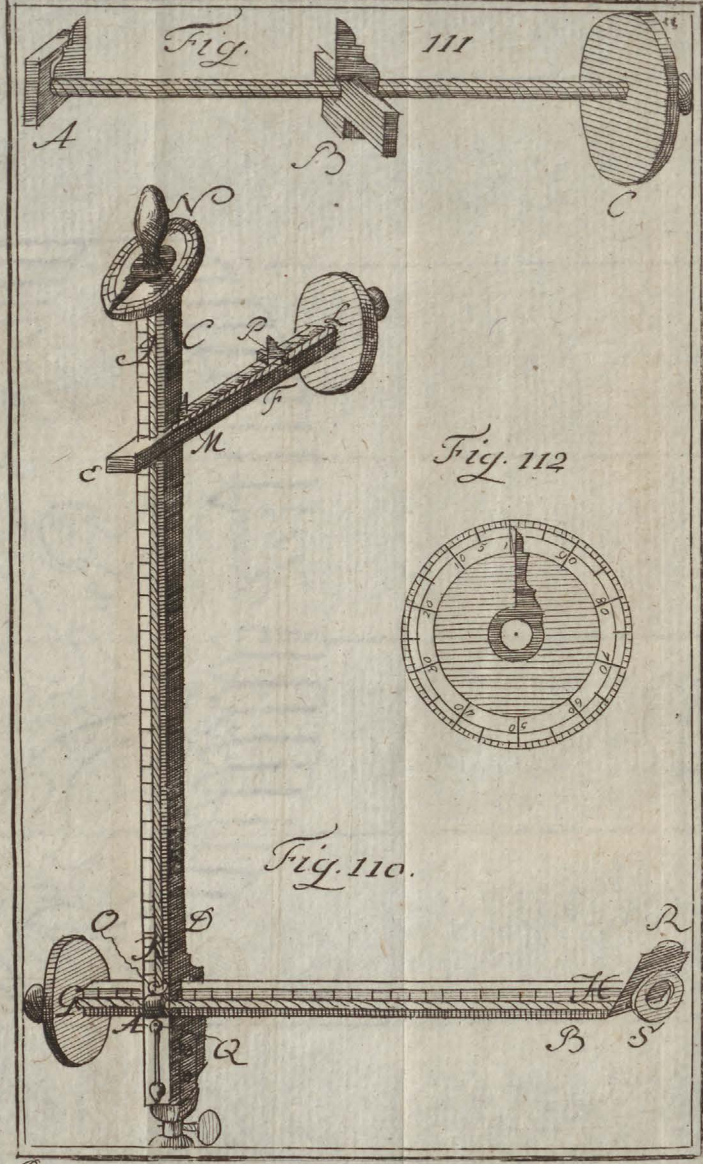
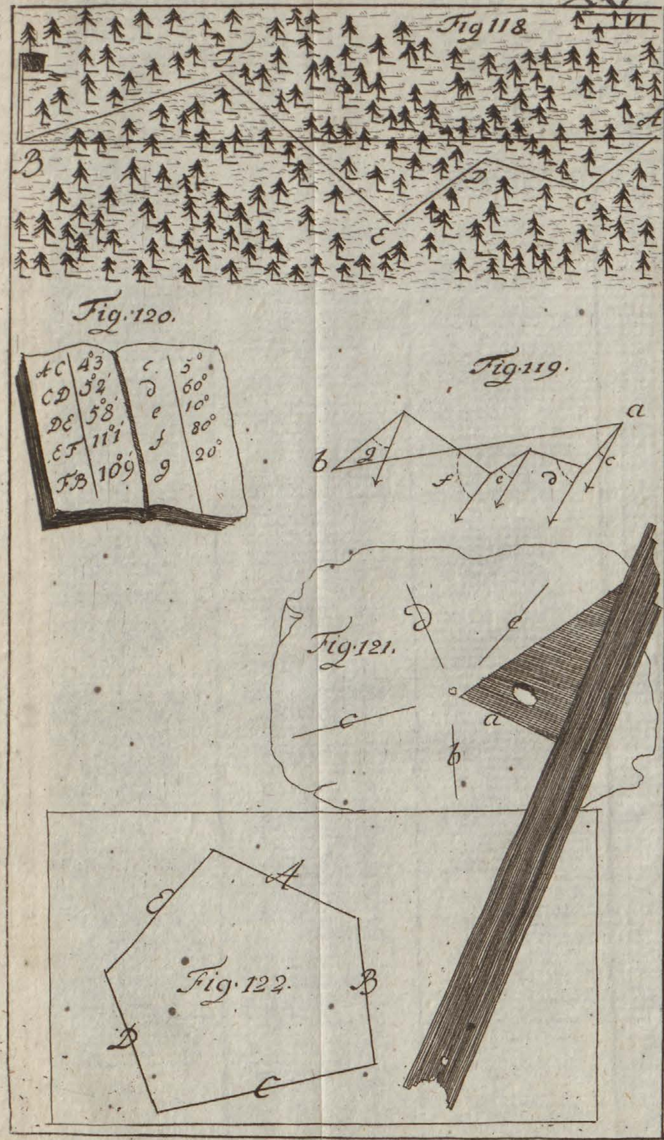



Fig. 116
Büsche
Wiesen
Fahrweg
Gärtens
Dorf
Mohr
Fußweg
Land
Grentze
Geholtz
Tannen
Fig. 117

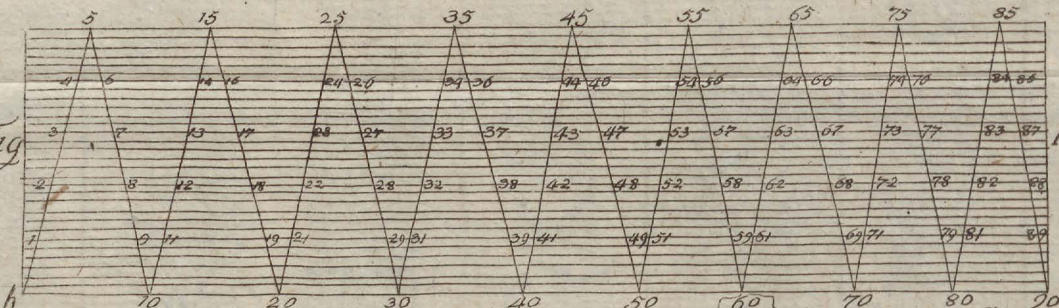
XXI



Tab. XVI.
Fig. 118.
F
A
B
D
C
E
Fig. 120.
AC 43°
CD 52'
DE 58'
EF 111°
FB 109°
c. 5°
d 60°
e 10°
f 80°
g 20°
Fig. 119.
a
b
g
f
e
d
c
Fig. 121.
d
e
c
a
b
Fig. 122.
A
E
B
D
C

Fig. 123

Fig. 124



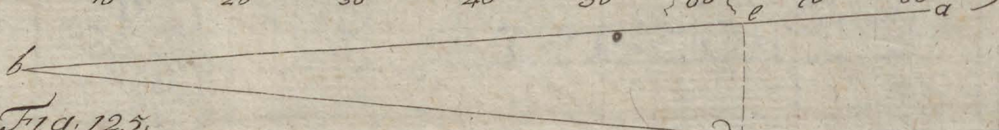


Fig. 125.

XXII

Fig. 126.

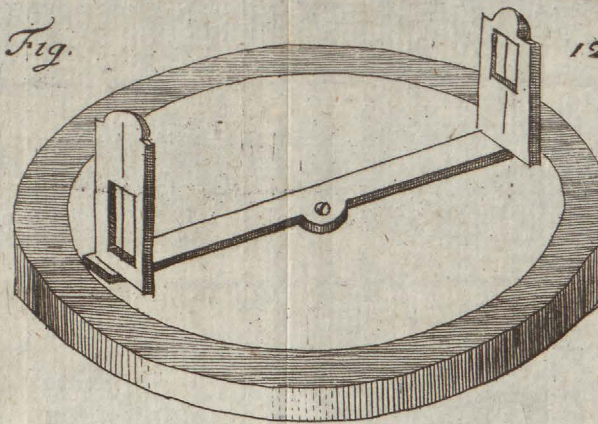


Fig. 127

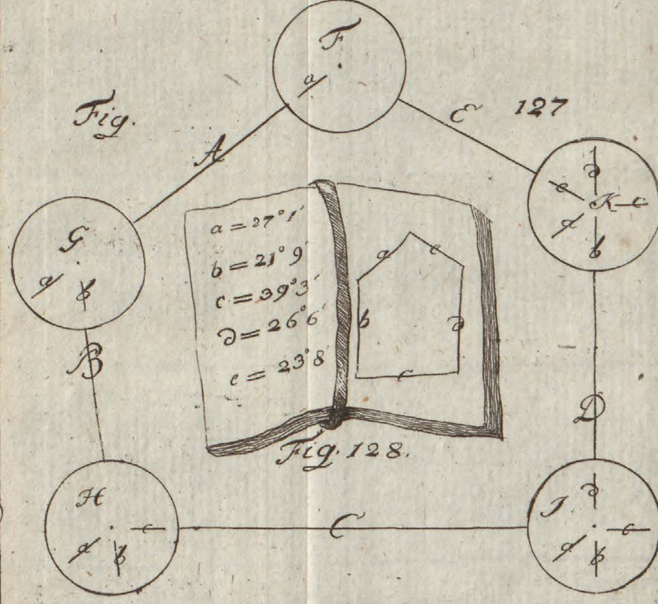
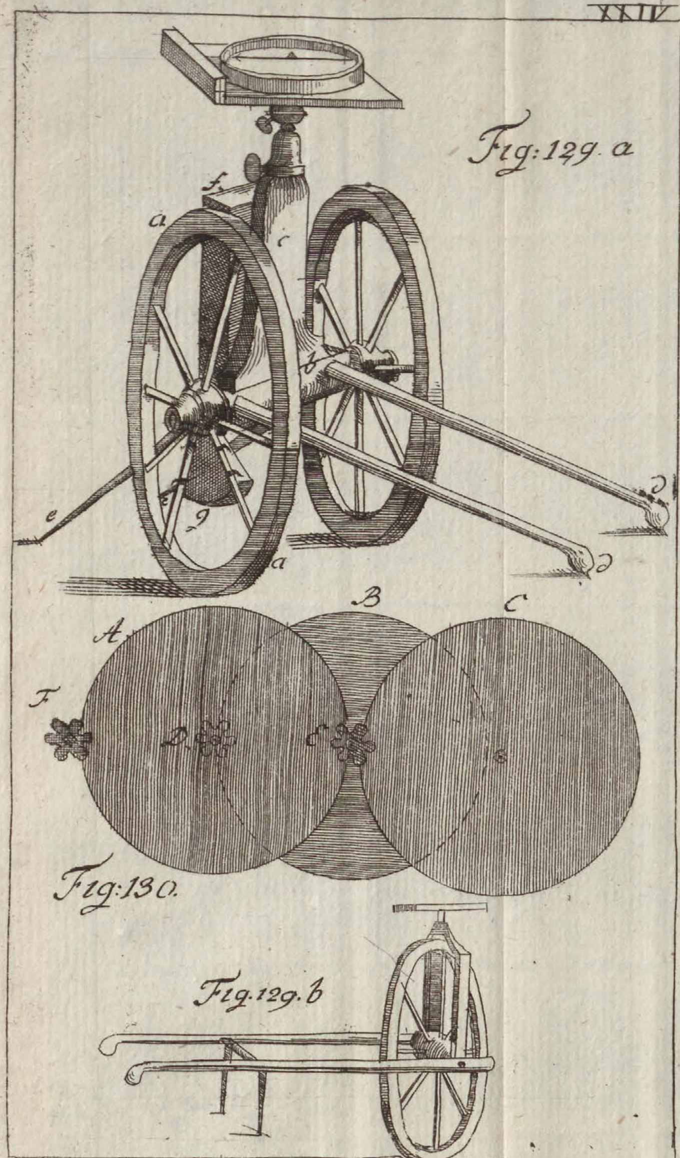
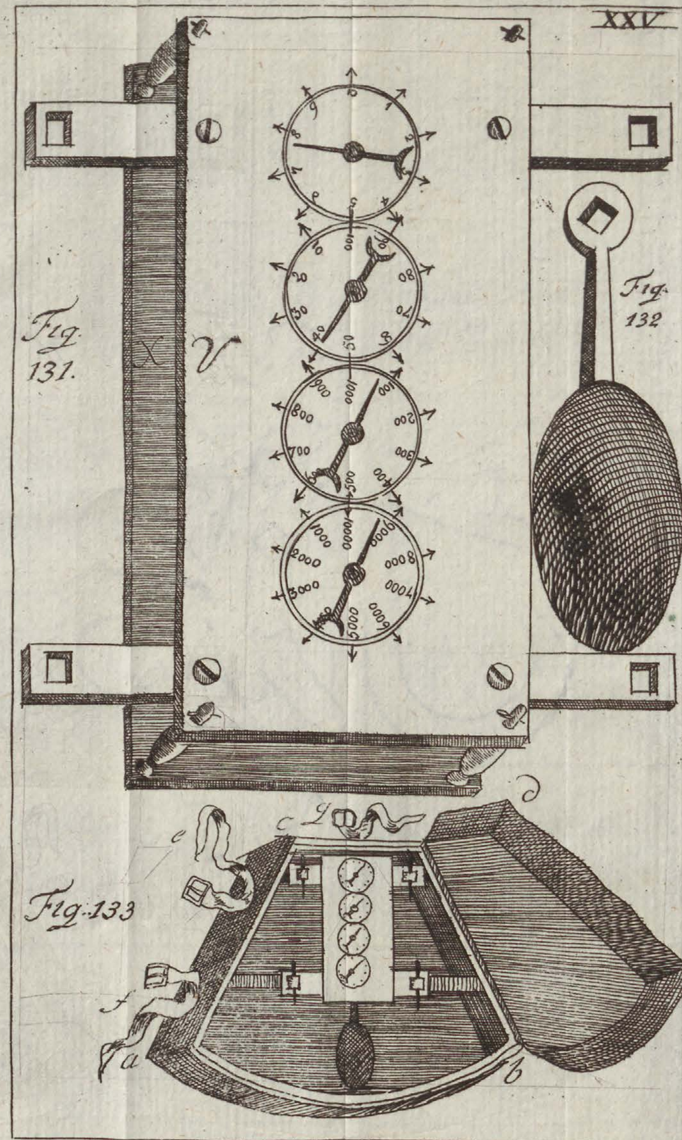


Fig. 128.


XXIV
Fig: 129. a
Fig: 130.
Fig. 129. b
A
B
C
F
D
E
a
b
c
d
e
f
g


XXV
Fig. 131.
Fig. 132
Fig: 133
X
V
a
b
c
d
e
f
g

XXV

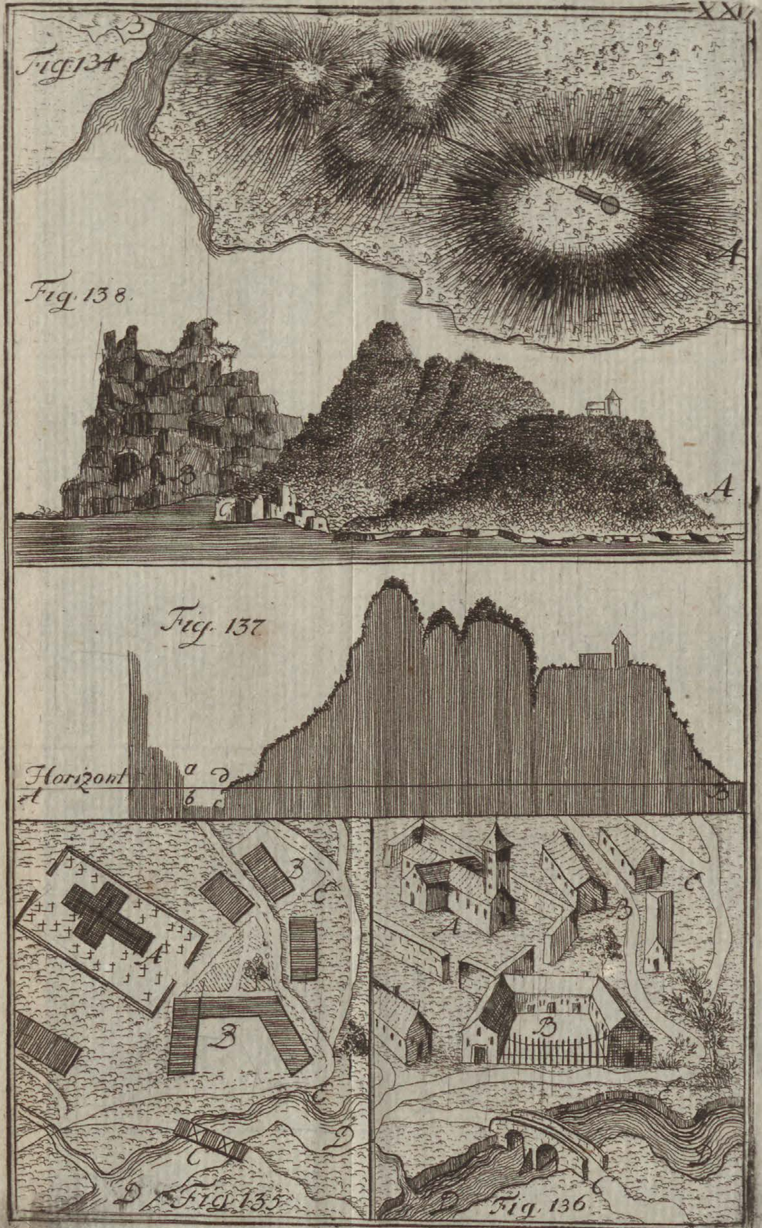


Fig. 134
A
B
Fig. 138.
A
B
C
Fig. 137
Horizont
A
a
b
c
d
B
A
B
C
D
Fig. 135
A
B
C
D
Fig. 136

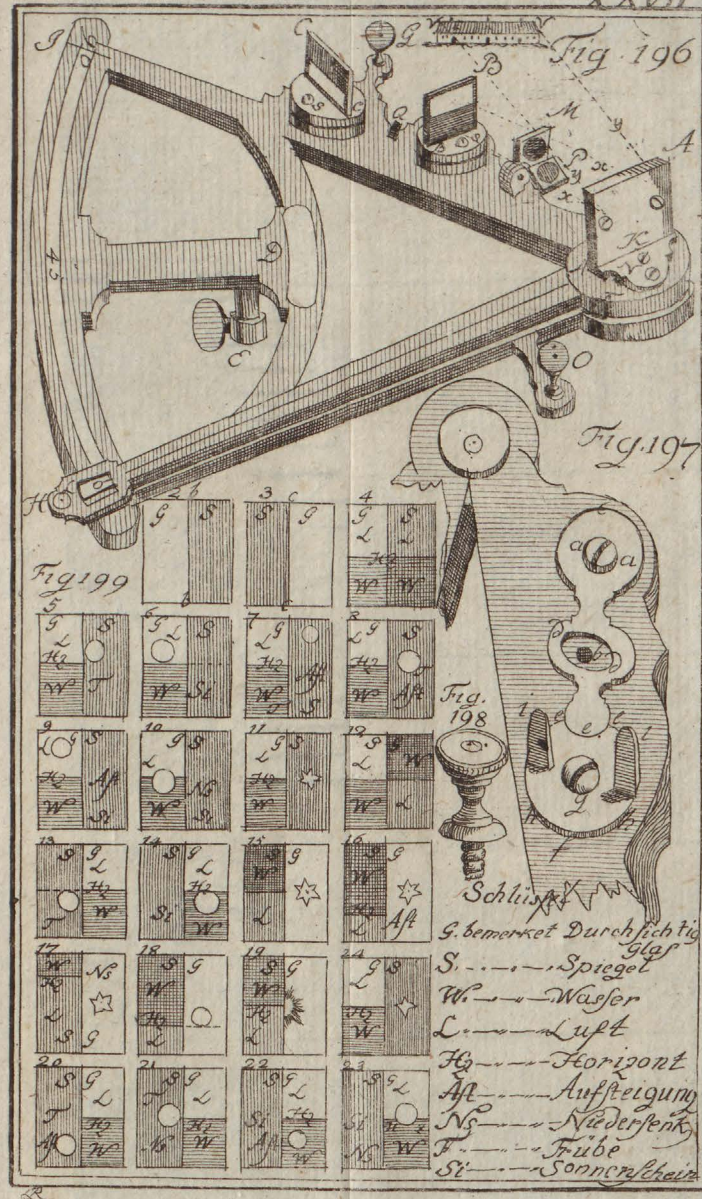


Fig. 196
Fig. 197
Fig. 198
Fig. 199
Schlüss
G. bemerket Durchsichtig Glas
S. Spiegel
W. Wasser
L. Luft
Hz Horizont
Aft Aufsteigung
Ns Niedersenk
T. Trübe
St Sonnenschein

XXVIII

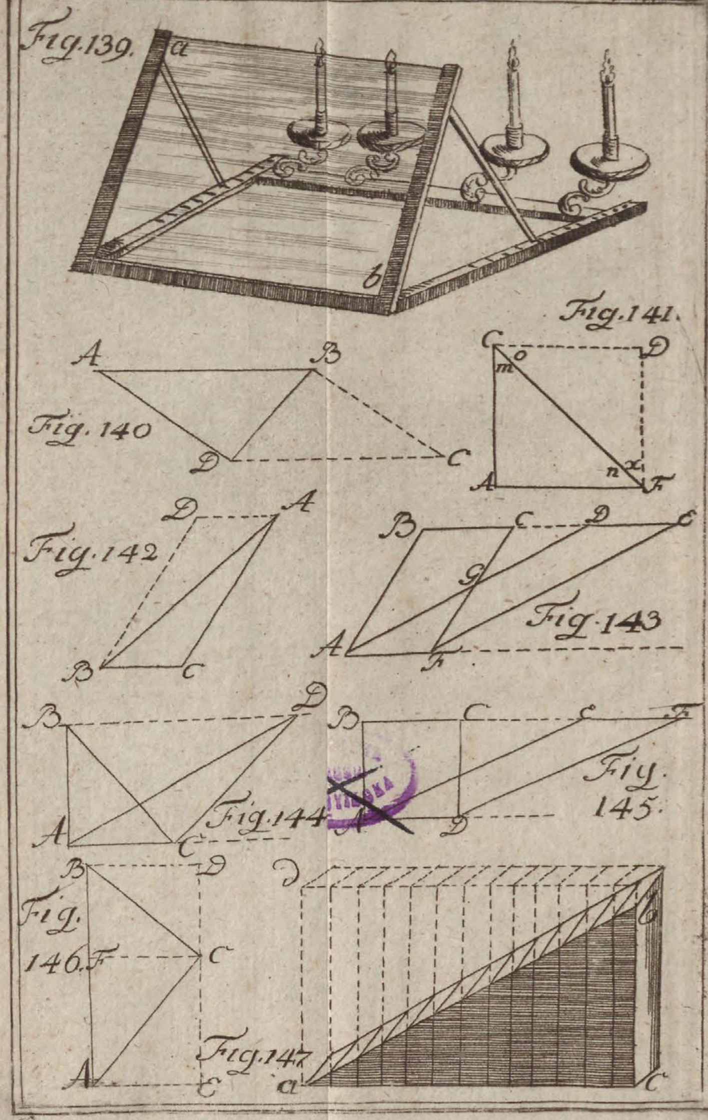


Fig.139.
a
b
Fig.140
A
B
C
D
Fig.141.
C
D
o
m
n
x
A
F
Fig.142
D
A
B
C
Fig.143
B
C
D
E
G
A
F
Fig.144
B
D
A
C
B
C
E
F
Fig.145.
A
D
Fig.146.
B
D
F
C
A
E
Fig.147
d
b
a
c

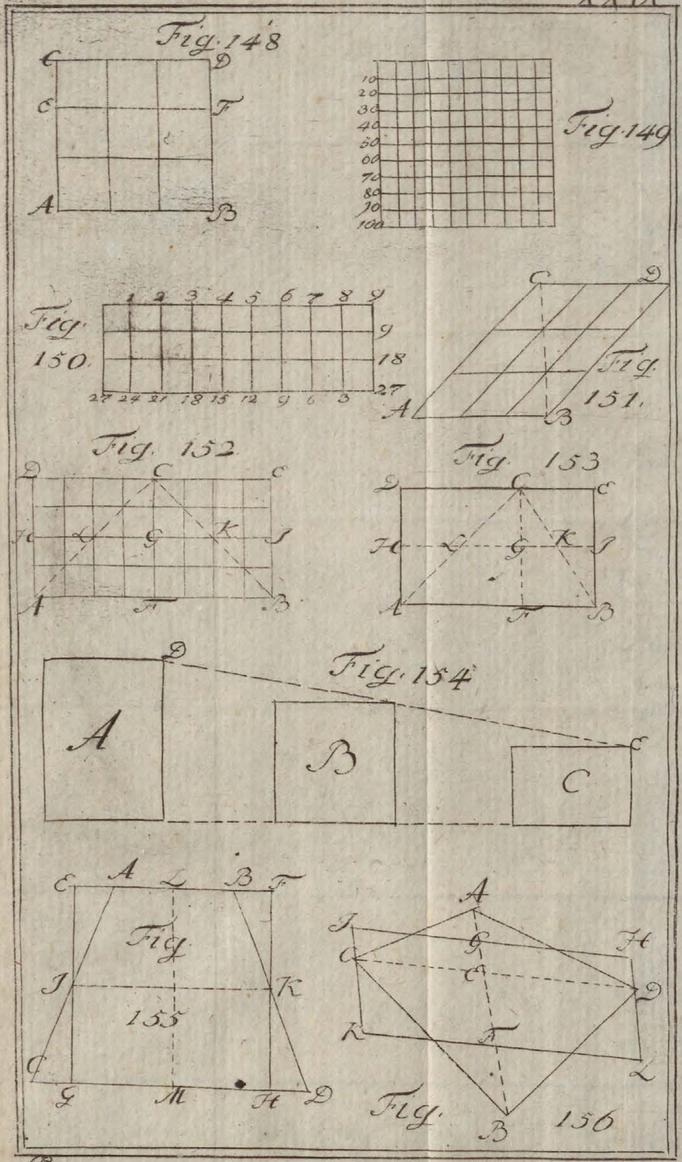


Fig. 148
Fig. 149
Fig. 150
Fig. 151
Fig. 152
Fig. 153
Fig. 154
Fig. 155
Fig. 156

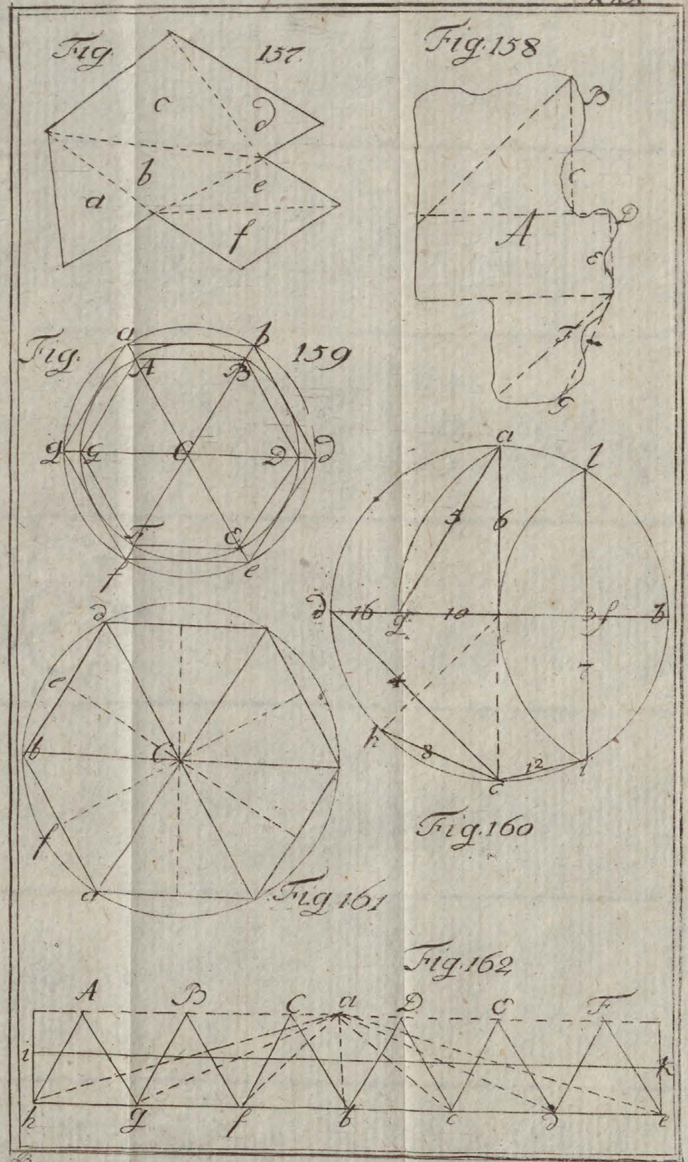


Fig. 157
Fig. 158
Fig. 159
Fig. 160
Fig. 161
Fig. 162

XXXII

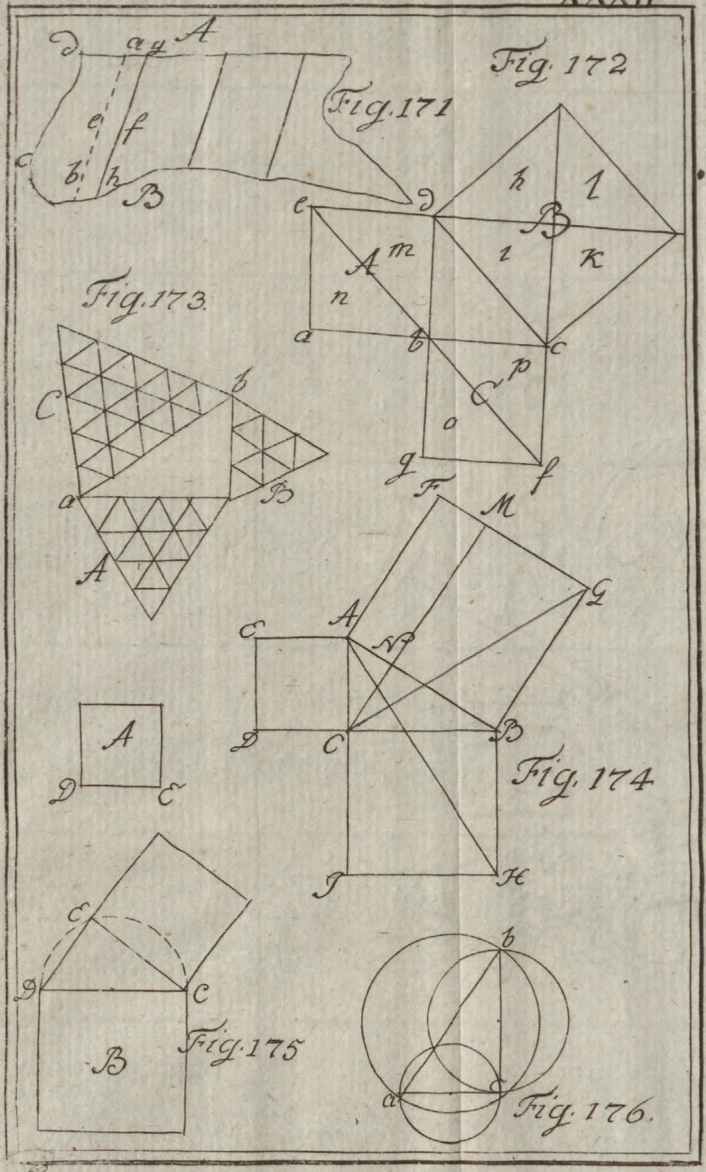


Fig. 171
Fig. 172
Fig. 173.
Fig. 174
Fig. 175
Fig. 176.

XXXI

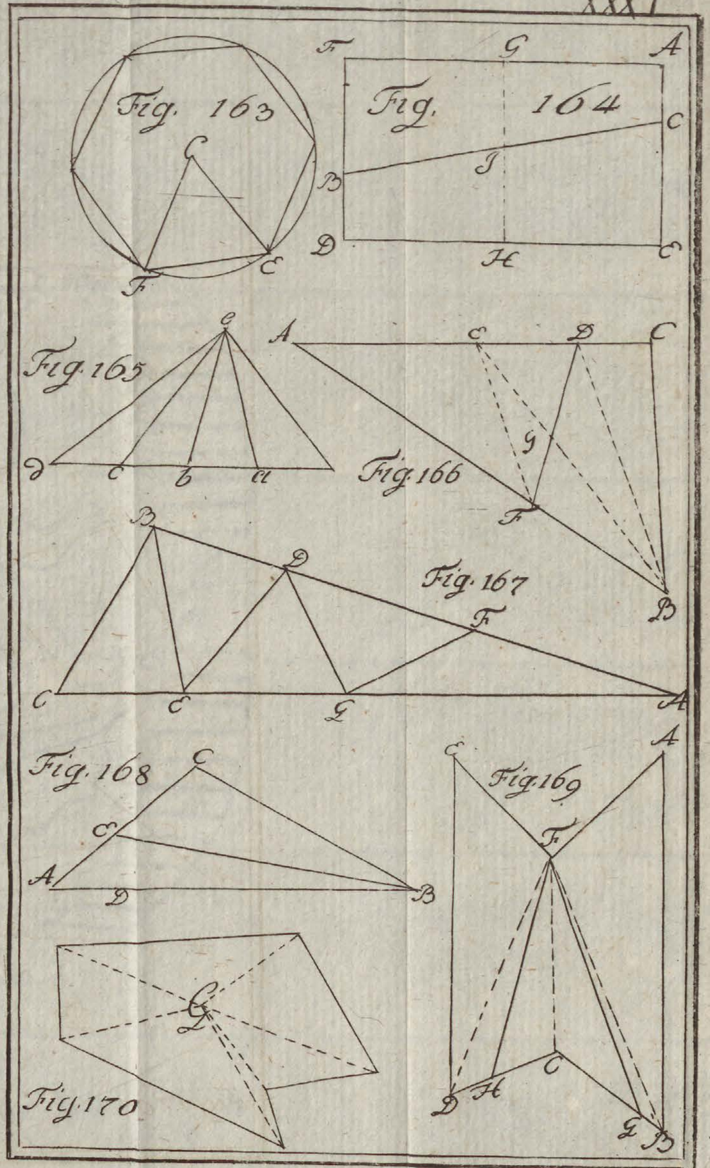


Fig. 163
Fig. 164
Fig. 165
Fig. 166
Fig. 167
Fig. 168
Fig. 169
Fig. 170

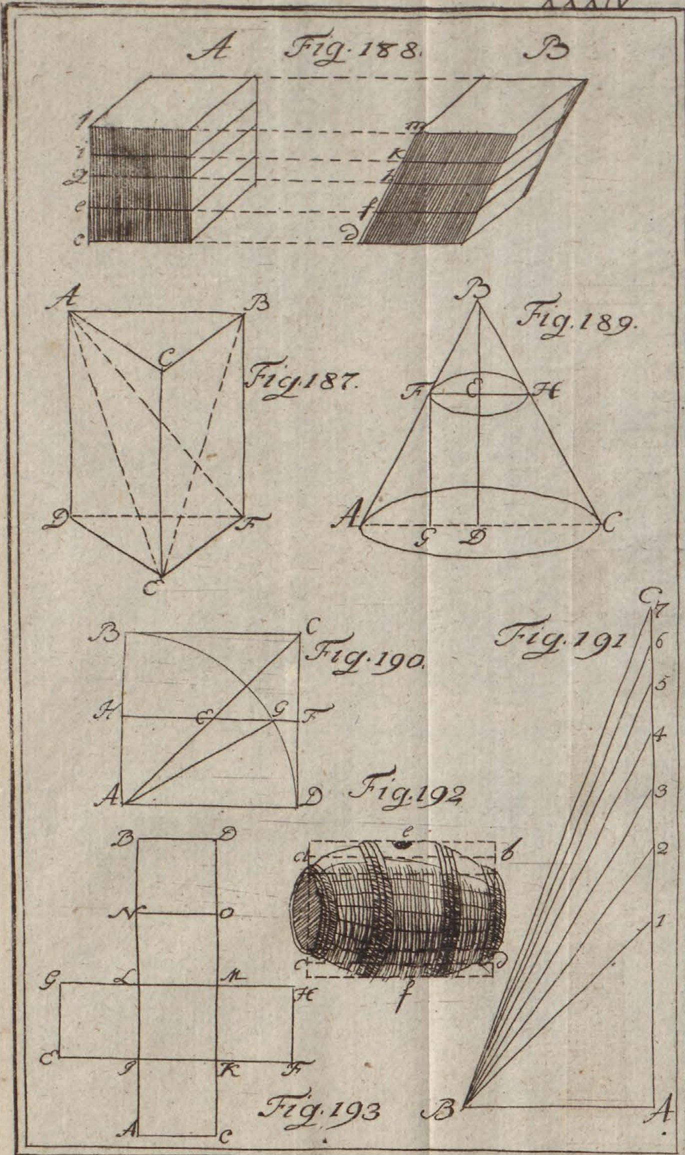


Fig. 188.
Fig. 187.
Fig. 189.
Fig. 190.
Fig. 191
Fig. 192
Fig. 193

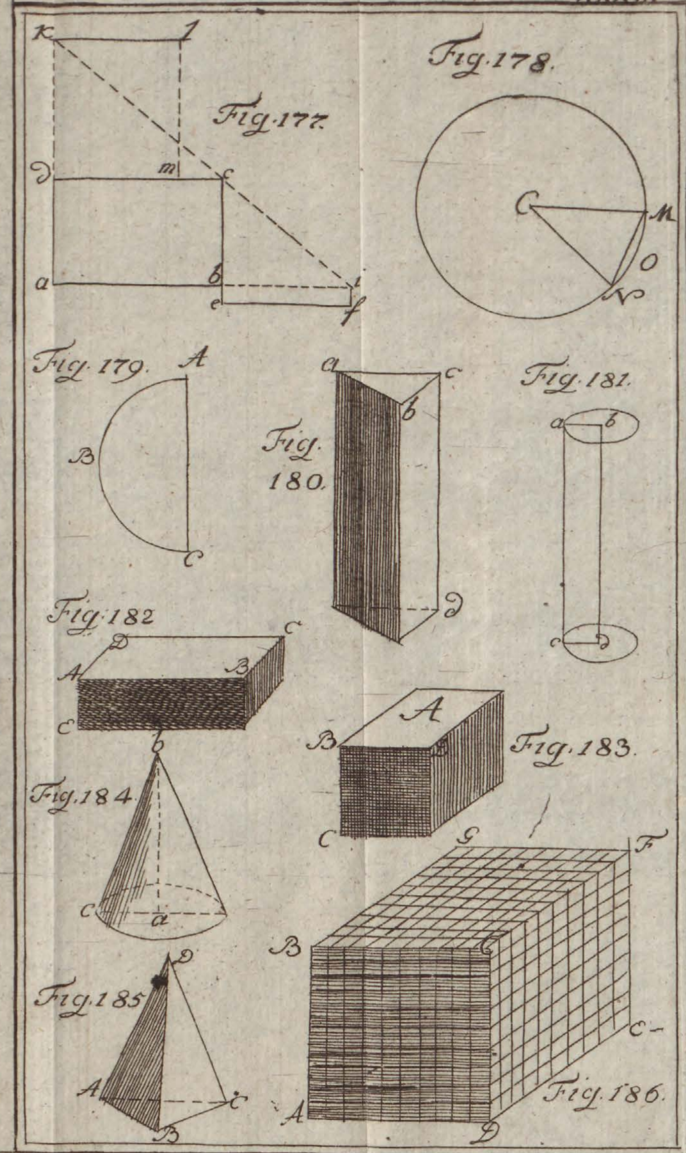
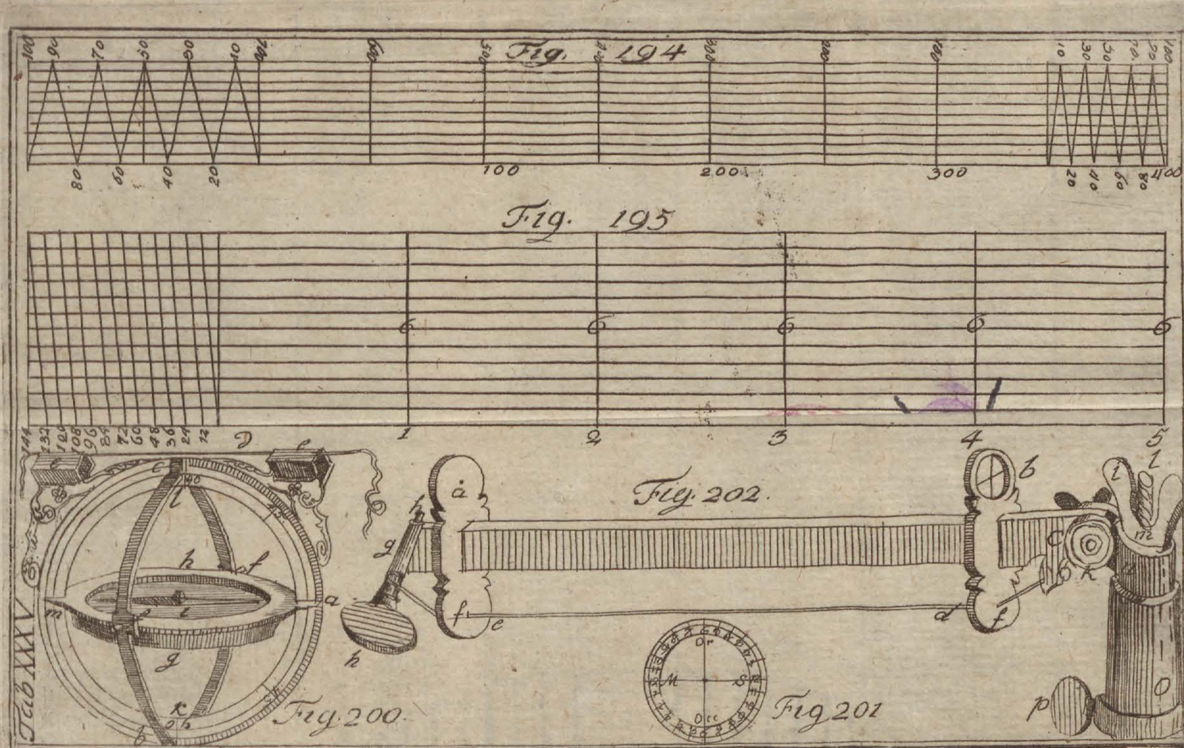
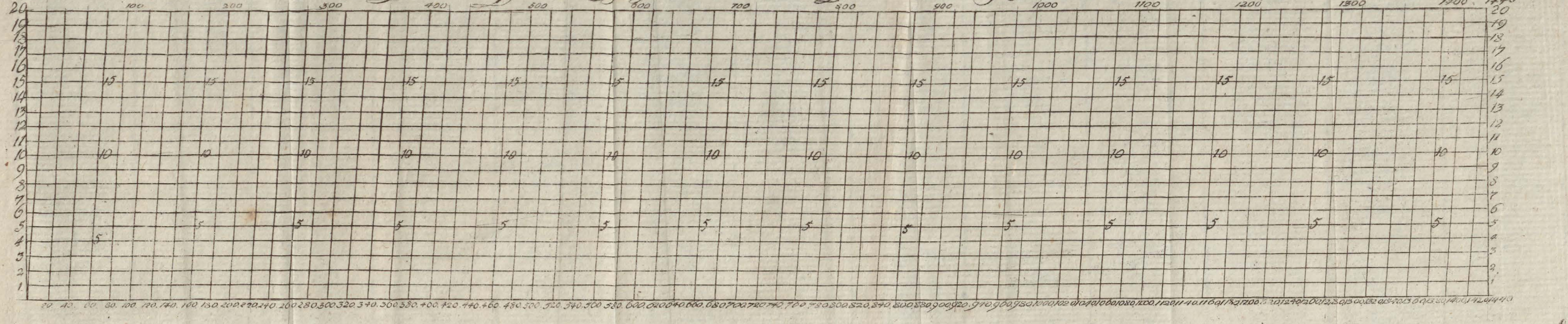


Fig. 178.
Fig. 177.
Fig. 179.
Fig. 180.
Fig. 181.
Fig. 182
Fig. 183.
Fig. 184
Fig. 185
Fig. 186.


Tab XXXV
Fig. 194
Fig. 195
Fig. 200
Fig. 201
Fig. 202

Nach der Wahren Größe des französischen Königlichen Fußes In 1440 Theile getheilet. XXXVI



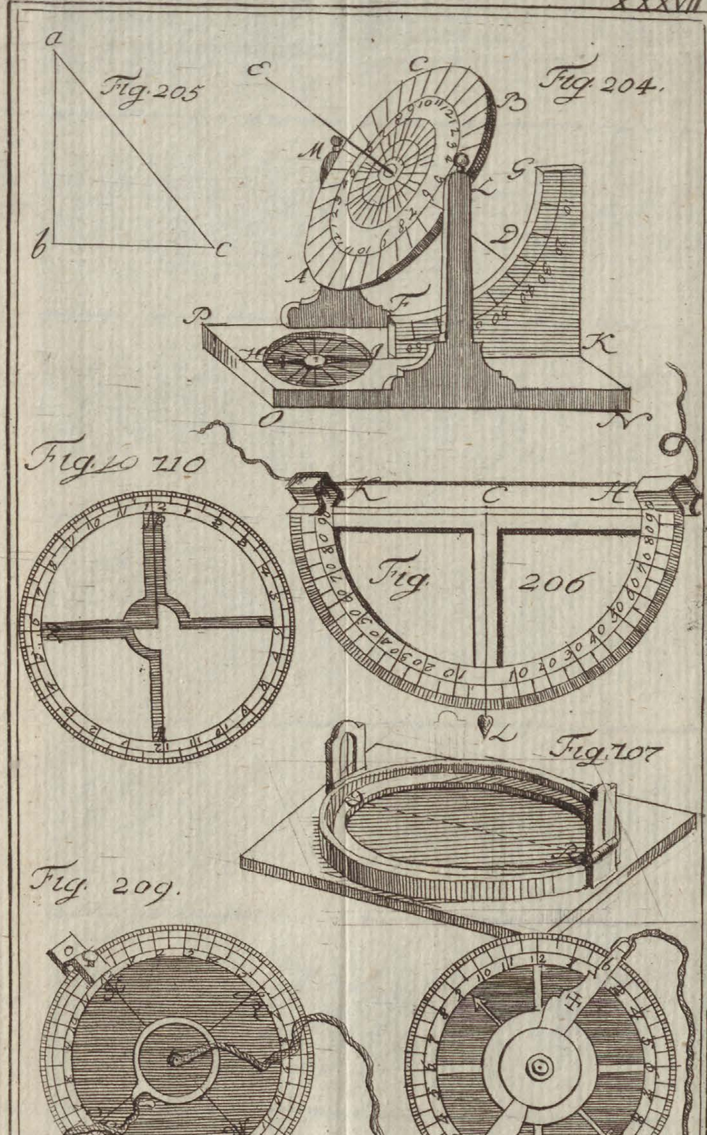


Fig. 205
Fig. 204.
Fig. 210
Fig. 206
Fig. 207
Fig. 209.
Fig. 208

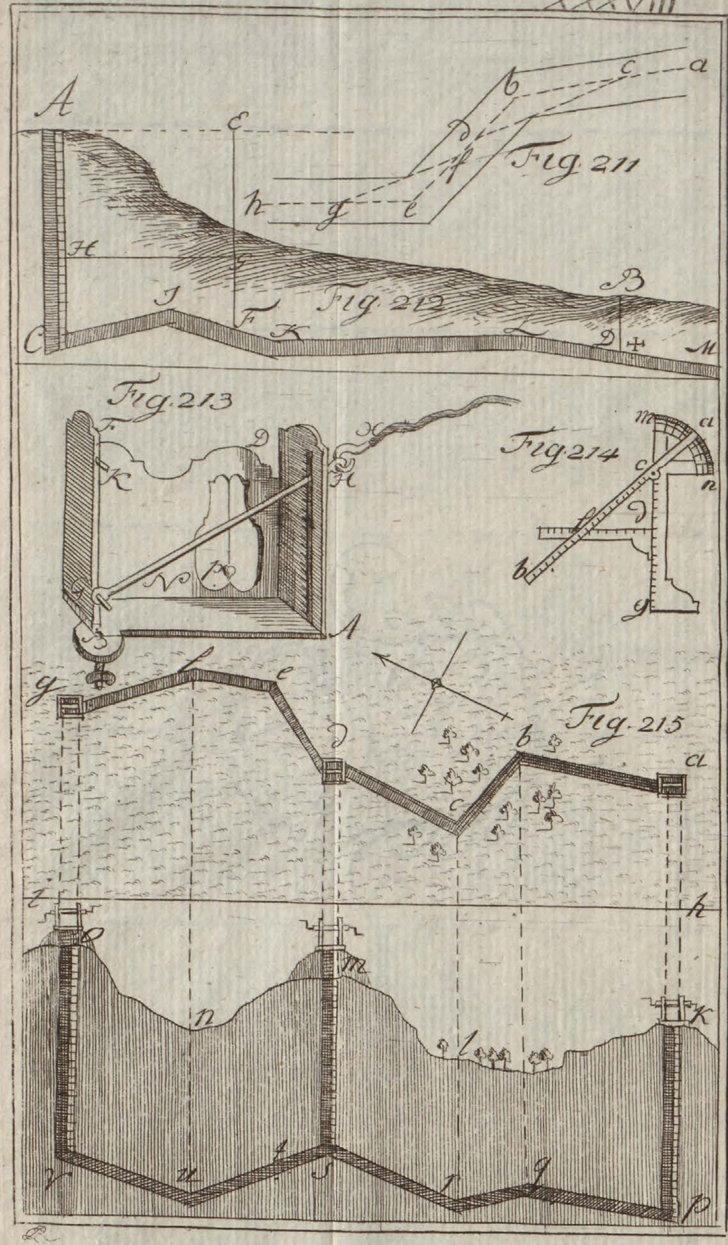


Fig. 211
Fig. 212
Fig. 213
Fig. 214
Fig. 215