[illegible]

Anfangsgründe der angewandten Mathematik

abgefasst

von

Abraham Gotthelf Kästner.

Der mathematischen Anfangsgründe

II. Theil. I. Abtheilung

Mechanische und Optische Wissenschaften.

Vierte, durchaus vermehrte Auflage,

mit 9 Kupfertafeln.

Göttingen,
im Verlag bey Vandenhoek und Ruprecht
1792.

Vorrede
der ersten Ausgabe.

Mehr als zwölf Wissenschaften, deren jede ihre eigenen Grundsätze hat, und jemanden, der sie, besonders bis zu einer vollständigen Ausübung treiben will, einen beträchtlichen Theil seines Lebens beschäfftigen kann, werden unter dem kurzen Nahmen der angewandten Mathematik begriffen. Wer sie, als den zweyten Theil der Mathematik, in einem halben Jahre zu lernen verlangt, der wird sich bescheiden, daß die Foderung noch ein wenig stärker ist, als wenn er die Institutionen, die Pandecten (den Codex und die Novellen mit gehörigen Ortes eingeschoben), die Geschichte der Staatsveränderungen, der Sitten und der Gesetze des alten Roms unter dem gemeinschaftlichen Nahmen des römischen Rechtes in einem halben Jahre zu lernen verlangte. Er wird sich also mit den vornehmsten und allgemeinsten Kenntnissen begnügen müssen; deren Anwendung auf einzelne Untersuchungen kaum angezeiget werden kann. Doch ist auch diese Anzeigung in Wissenschaften schon einigermassen zulänglich, wo man durch die Verbindung der Begriffe und Sätze, von dem Bekannten auf das Unbekannte kommen lernt; und das wird mich entschuldigen, wenn ich hier die Lehren so vieler Wissenschaften auf so wenig Bogen liefere. Ich glaube von jeder die ersten Gründe dergestalt erklärt zu haben, daß man die Richtigkeit derselben einsieht, und in den Stand gesetzt wird, vollständigere Ausführungen zu gebrauchen, von denen ich dieserwegen auch meistens Nachricht gegeben habe; Meine Bemühung ist dahin gegangen, die Wahrheiten in einer solchen Verbindung abzuhandeln, daß man soviel davon lernen könnte, als sich nur durch einen halbjährigen Fleiß lernen lassen.

Fast jeder Theil der angewandten Mathematik hat in den neuen Zeiten soviel Vermehrungen erhalten, daß blos deßwegen von Zeit zu Zeit neue Anfangsgründe erfodert werden. Je grössern Wachsthum die Wissenschaften bekommen, desto nothwendiger wird ihnen ein Vortrag, der immer mehr Lehren in einen engern Raum zusammen bringt.

Ich habe nicht für dienlich befunden, dieses Werk mit soviel Rissen auszuzieren, als man bey andern mathematischen Handbüchern antrifft. Diesen Rath gab mir schon das Gesetz der Sparsamkeit, das die meisten Studierenden bey ihrer Büchersammlung, theils genöthiget, theils freywillig, beobachten: Auch hatte ich längst an des Herrn von Segner Einleitung in die Naturlehre ein Beyspiel gesehen, wie man hierinnen von seinen Vorgängern abweichen dürfe, und ich glaubte wie dieser Gelehrte, die Schuldigkeit des Lehrers sey, Maschinen, Versuche u. d. gl. wo es nothwendig ist, den Zuhörern wirklich zu zeigen, da sie sich denn leicht gefallen lassen werden, daß sie solche nicht auch abgemahlt sehen; Denn ein Compendium lässt nicht zu, daß diese Dinge nach den gehörigen Abmessungen und so vollständig als erfodert wird, vorgestellt werden; ihre unvollkommenen Abzeichnungen aber dienen zu nichts, als daß die Lehrlinge ein mathematisches Bilderbuch in die Hände bekommen.

Ich will noch kürzlich anzeigen, worinnen ich etwa bey dem Vortrage einzelner Wissenschaften, die Pflichten, die dem Verfertiger eines neuen Handbuches meinem Erachten nach obliegen, zu beobachten bemüht gewesen bin.

Ich habe die Lehre vom Hebel in der Statik überzeugend vorzutragen gesucht (Mechan. 39.). Erst nach dem Abdrucke der ersten Bogen von gegenwärtiger Schrift, habe ich in des de la Hire Mechanik ähnliche Betrachtungen gefunden. Es war mir angenehm zu sehen, daß dieser grosse Mathematikverständige, von der Nothwendigkeit, die Eigenschaften des Hebels gründlicher darzuthun, eben so wie ich geurtheilet hatte. Aus diesen Eigenschaften habe ich das Gleichgewicht zusammengesetzter Kräfte (Mech. 62.) hergeleitet, das überall so häufig gebraucht wird. Ein allgemeiner Ausdruck der Verhältniß zwischen Kraft und Last auf der schiefen Fläche (Mech. 99.) ist eine leichte Anwendung desselben.

Von denenjenigen, welche die angewandte Mathematik zuerst lernen, darf man keine Fertigkeit in den Kunstgriffen der Analysis fodern: dagegen können sie auch nicht erwarten, daß man ihnen Erfindungen gründlich vortragen soll, die diese Kunstgriffe zum voraus setzen, oder wenigstens ohne dieselben mit grösserer Weitläuftigkeit müssen erkläret werden. Haben aber solche Erfindungen in die Bequemlichkeit des menschlichen Lebens einen beträchtlichen Einfluß, so wird eine historische Nachricht von ihnen den Nutzen der Analysis zeigen, und vielleicht manchen

chen zu ihrer Erlernung aufmuntern, der sie sonst als unbrauchbar verachtet hätte. Dieses ist die Absicht verschiedener Anmerkungen, die ich sowohl in der Mechanik (49; 76; 124; 140; 145; 151; u. s. w.) als in andern Theilen der angewandten Mathematik beygebracht habe.

Die ersten Gründe der Hydrostatik (Hydrost. 8; 17.) und der Aerometrie (Aerom. 11; 13.) sind von mir auch einigermassen anders vorgetragen worden, als insgemein zu geschehen pflegt. Wenn man den Lehrern der Hydrostatik auch verstattet, ohne fernern Beweis einen Satz auf flüssige Wesen anzuwenden, der in der Statik nur von festen Körpern dargethan wird (Mech. 51.), so wenden sie doch diesen Satz meistens nicht glücklich an, darzuthun, daß Wasser in ungleichen Schenkeln einer Röhre gleich hoch stehen müsse. "Wenn der „Schenkel DEF (Hydrost. 2. Fig.) vier„mahl weiter ist als der Schenkel GKH, „sagen sie (*), so müsste in der Zeit, da das „Wasser, das sich jetzo in DE befindet, „um einen Zoll sinket, dasjenige um vier „Zoll steigen, das jetzo in GH ist. Aber „in

(*) Wolf El. Hydrost. §. 34.

„in der weiten Röhre ist viermahl mehr „als in der engern und also erfolgt nach dem „vorhin angeführten Satze der Mechanik „keine Bewegung.” Dieser Schluß nimmt an, daß jede Röhre cylindrisch, durchaus gleich weit ist. Wollte man ihn ergänzen, und darthun, daß eben das Gesetz statt findet, wenn die Röhren solche willkührlichen Gestalten haben, wie meine Figuren darstellen, so müsste man sich Elemente der Röhren vorstellen, und da würde er für Anfangsgründe zu schwer und zu weitläuftig werden. Ueberhaupt fällt es so schwer, die Art wie flüssige Körper drucken, deutlich zu erklären, daß ich ihr Gleichgewicht lieber aus einer einfachen Erfahrung herleiten, als Sätze, die für Grundsätze nicht offenbahr genug scheinen, habe annehmen wollen.

Der gemeine Beweis von einer Haupteigenschaft der Luft, ihrer Federkraft, hat einen andern Fehler. Es ist ein Zirkel im Schliessen, wenn diese Kraft aus Versuchen mit der Luftpumpe hergeleitet wird; denn diese Versuche sind erstlich aus der Federkraft der Luft begreiflich. Es giebt ein schlechtes Vorurtheil für die mathematische Methode in der angewandten Mathematik, wenn die Hauptsätze der nur genannten drey

Wis-

Wissenschaften so unvollkommen bewiesen werden.

Nur bey Smeatons Luftpumpe (Aerom. 50.) bin ich von dem Gesetze abgewichen, keine Maschinen abzubilden. Diese Verbesserung eines so wichtigen Werkzeuges befindet sich nur noch in den philosophischen Transactionen, und es wird also kein Fehler seyn, daß ich sie hiedurch bekannter zu machen gesucht habe.

Die Theorie der optischen Wissenschaften liesse sich mit vollkommener Gründlichkeit ohne die Analysis nicht vortragen. Ich habe mich daher oft begnügen müssen, die Sätze zu erzählen, ohne welche man die Beschaffenheit und den Gebrauch der optischen Werkzeuge nicht verstehen kann, in dieser Erzählung aber habe ich vollständig zu seyn gesucht, und wer bey mir die Optik gehört hat, wird sich das nicht träumen lassen, was ein berühmter Philosoph vor einigen Jahren als eine Probe, wie er über natürliche Begebenheiten vernünftig nachdenkt, geschrieben hat: die Ursache, warum die Fixsterne durch Fernröhre nicht vergrössert erscheinen, sey, weil wir nur durch divergirende Strahlen deutlich sehen.

In der Astronomie habe ich mich bemühet zu zeigen, wie man sich aus gemeinen und leichten Erfahrungen, die ersten Begriffe von dem Himmel machen, und diese nach und nach zu mehr Richtigkeit und Vollständigkeit bringen kann. So methodisch pflegen die Lehrer der Sternkunst, selbst die grössten unter den neuern, Gregorius, Cassini, de la Caille, nicht zu verfahren. Sie nehmen die Ordnung der Himmelskörper, und viel andere Dinge von ihnen an, ohne zu zeigen, wie man nach und nach zu diesen Kenntnissen gelangt sey. Das kann sie vielleicht entschuldigen, daß sie sich nicht ganz bis zu Anfängern erniedrigen, sondern Geübte weiter unterrichten wollen. Für jene findet man die Astronomie in den wolfischen Schriften, besonders den lateinischen Elementis, systematisch und zugleich so vollständig als es Anfangsgründe erlauben, abgehandelt. Dieses Lob wird desto unverdächtiger seyn, wenn ich beyfüge, daß ich es von meinem Lehrer, dem seel. Pr Hausen gehört habe, dessen Verehrung gegen den Freyherrn von Wolf nur so weit ging, als es die Billigkeit erfoderte. Ich habe in den Gränzen, die ich mir setzen musste, das Verfahren des Freyherrn von Wolf nachzuahmen, Einiges in grösseres Licht zu setzen, und neue Entdeckungen, die er seinen Schriften nicht einverleiben konnte, so wohl da, als in der Geographie, wenigstens anzuzei-

gen

gen gesucht. Die newtonischen Lehren von den Ursachen der himmlischen Bewegungen werden jetzo mit soviel Nutzen in der Astronomie gebraucht, daß ihre Erzählung hier nicht wegbleiben durfte.

In der Chronologie habe ich den julianischen Calender, und die darauf gegründete Festrechnung anfangs allein vorgetragen. Man weiß, wie nothwendig die Kenntniß hievon in der Geschichte ist. Wer diese im Zusammenhange übersieht, wird die gregorianische Verbesserung leicht fassen, und ihre Wichtigkeit für Protestanten aus (Chron. 76.) beurtheilen können.

In der Gnomonik habe ich gewiesen, wie man die Regeln zu Verzeichnung der Sonnenuhren aus den geometrischen Lehren von den Lagen der Flächen selbst erfinden könne; Eine Menge von Büchern lehren die Handgriffe dazu ohne Beweis.

Die drey Wissenschaften, welche den Schluß der mathematischen Einleitungen zu machen pflegen, die Artillerie, die Fortification, die Baukunst, lassen sich aus bekannten Ursachen, in den ordentlichen Lehrstunden, welche zum Vortrage der gesammten Mathematik bestimmt sind, gar nicht zulänglich lehren: Und da hier verschiedene geschickte Leute besondern Unterricht darinnen ertheilen, so hielt ich mich desto eher berechtiget, davon nur ganz kurz gleichsam den Innhalt zu erzählen.

Wenn es der Vorsicht gefällt, mich noch ferner zu Ausbreitung der Wissenschaften zu gebrauchen, so habe ich mir zu meiner nächsten Beschäfftigung eine Einleitung in die Algebra vorgenommen, welche man als den dritten Theil gegenwärtiger Anfangsgründe wird ansehen können.

Göttingen im März 1759.

Innhalt

Innhalt
der ersten Abtheilung.

I. Die Statik.

II. Die Hydrostatik.

Druck

V. Die

Innhalt.

Far=

Zugaben.

Die

Die Mechanik
oder eigentlich
die Statik.

1. Erkl. Kraft heisst bey Körpern, was Bewegungen hervorzubringen oder zu hindern strebet; Kräfte, deren eine die Wirkung der andern gänzlich oder zum Theil hindert, heissen entgegengesetzte; und in dem ersten Falle entstehet ein Gleichgewicht, und die Kräfte heissen todt; lebendig aber, wenn eine Bewegung erfolgt. Von entgegengesetzten Kräften wird oft zum Unterschiede, eine schlechtweg Kraft, die andere Last genannt.

2. Erfahrung. Man lasse ein Stück Bley, einen Stein, oder sonst etwas schweres aus der Hand frey fallen, so, daß man ihm im geringsten keinen Stoß gibt, sondern nur es nicht mehr hält. Es wird allezeit, wenn ihm keine Hinderniß oder keine andere Kraft unterwegens vorkömmt, als die Kraft, die es zum Fallen treibet, nach einer geraden Linie fallen; lässt

man etliche solcher Körper zugleich in verschiedenen Weiten von einigen Fuß von einander fallen, so sind die Linien, nach denen sie fallen, so genau, als man es bemerken kann, gleichlaufend, auch wenn sie durch ziemlich grosse Höhen von vielen Fuß fallen. Bindet man schwere Körper an Fäden, so dehnen sich die Fäden ebenfalls nach solchen parallelen Linien aus, nach deren Verlängerungen sie fallen werden, wenn man die Fäden durchschneidet.

3. Erkl. Diese Linien heissen die Richtungen der Schwere; die Ebene, auf der sie senkrecht stehen (Geom. 46. S.), eine Horizontalfläche; jede Linie in einer solchen Ebene, oder jede Linie die auf die Richtung der Schwere senkrecht stehet (Geom. II. Th. 1. Erkl.), eine horizontale oder wagrechte Linie; die Richtungen der Schwere selbst heissen verticale oder lothrechte, bleyrechte Linien, und jede Ebene durch eine solche Linie, eine verticale oder lothrechte Fläche. Ein Punct liegt höher als eine Horizontalfläche oder über ihr, wenn ein schwerer Körper aus diesem Puncte auf die Fläche fallen würde, und die Fläche liegt tiefer als er, oder unter ihm.

4. Erfahr. Die Horizontalfläche ist der Ebene der Erde, auf der wir gehen, parallel; Anhöhen der Berge unterscheiden sich gerade dadurch von dem was wir Ebenen nennen, daß die Richtungen der Schwere auf sie nicht senk-

senkrecht stehen. Auf die Fläche stillestehenden Wassers in einem Teiche, oder in einem Gefässe, sind diese Richtungen gleichfalls senkrecht.

5. Zus. Die Richtung der Schwere steht auf der Fläche der Erde senkrecht.

6. Zus. Ist also die Erde eine Kugel, so gehen die Richtungen der Schwere dennoch ihrem Mittelpuncte zu (Geom. 49. S. 10. Z.), und sind für die Sinne, in mittelmässigen Höhen und Entfernungen, nur deßwegen parallel, weil dieser Mittelpunct sehr weit von den Orten, wo wir unsere Erfahrungen anstellen, entfernt ist, und der Abstand zwoer solcher Richtungen, die wir unmittelbar mit einander vergleichen können, gegen diese Entfernung ungemein gering ist (Geom. 12. S. 12. Zus.).

7. Erfahr. Wenn man gleichgrosse Würfel, einen von Steine, den andern von Holze; Kugeln, eine von Bley, die andere von Zinn, welche in einer Forme gegossen sind; auf die Hand leget; einerley Gefässe, einmahl mit Quecksilber, das anderemahl mit Wasser gefüllt auf die Hand setzet; so braucht man allemahl, Stein, Bley, Quecksilber zu halten, mehr Kraft, als Holz, Zinn, Wasser.

8. Zus. Es gibt also Körper, die verschiedenes Gewicht haben, d. i. mit verschiedener Gewalt müssen gehalten werden, wenn sie nicht fallen sollen, ob sie gleich einerley Raum ausfüllen.

9. Erfahr. Jeder sichtbahre Theil der Materie ist schwer; denn sich selbst überlassen, fällt er allezeit. Ein Stein, den man in die Höhe wirft, stösst die Allgemeinheit dieses Satzes nicht um, und also thut es auch die Feuerflamme nicht, deren Theilchen offenbahr von einer andern Kraft, als die Schwere ist, in heftige Bewegungen gesetzt werden. Aber ob besondere Feuertheilchen, und ob sie schwer sind, das brauchen wir hier nicht einmahl zu untersuchen, da die Schlüsse aus dieser Erfahrung nirgends auf das Feuer werden angewandt werden.

10. Zus. Einige Körper müssen, unter gleichem Raume mehr schwere Materie enthalten; dichter, (densiora) von schwererer Art (specifice grauiora) seyn, als andere, die lockerer (rariora) von leichterer Art sind (8).

11. Zus. Bey einerley Materie, verhalten sich die Gewichte wie die Räume.

12. Grundſ. Es wird gleichviel Gewalt erfodert, ein Gewicht unmittelbar auf der Hand; oder an einem Faden, dessen Gewicht man nicht in Betrachtung ziehet, zu halten, der Faden mag lang oder kurz seyn. Trüge man das Gewicht auf einem Stabe, der eben so als nicht schwer angesehen würde, so wäre es auch noch einerley. Faden und Stab sind nur Bilder der Art, wie die Kraft ihrer Wirkung äusert; also nehme ich an, daß diese Dinge für sich

fort-

fortzuziehen oder zu stossen keine Gewalt nöthig ist.

13. Erf. Das Gewicht einer gegebenen Menge von Materie ändert sich nicht, man mag ihre Gestalt wie man will ändern, wenn man nur keine Theile dazu oder davon thut.

14. Anm. Dieses folgt aus 9. Wenn alle Theilchen der Materie schwer sind, so bleibt das Ganze, das aus den Gewichten einer gegebenen Menge von Theilchen entstehet, einerley, diese Theilchen mögen unter einander liegen wie sie wollen.

15. Zus. Also können Körper von verschiedenen Gestalten (13) und Materien (8) einerley Gewichte haben, und man kann das Gewicht eines Körpers, ohne den Raum den er einnimmt, betrachten. In diesem Falle sieht man ihn als einen schweren Punct an. Man kann aber auch Körper oder Theile der Körper ihrer Kleinigkeit wegen als schwere Puncte betrachten, oder sich vorstellen, als ob sie vermöge ihrer Last nur einen gewissen Punct niedertrieben. Man setze MN 7. Fig. sey ein durchaus schwerer Körper, ah eine Linie nach seiner Länge hin gezogen, eine Axe, in KL, kl, ein paar Ebenen, die diese Axe in M, m, senkrecht schneiden, und zwischen sich einen Abschnitt des Körpers enthalten. Dieser Abschnitt kann als etwas schweres, als ein Gewicht, angesehen werden, das von a, weiter als um aP, aber nicht so weit als ap entfernt ist, und weil man p so nahe als man will bey P nehmen kann,

 so

so kann die letzte Entfernung der ersten so nahe als man will kommen, und man kann den Abschnitt als ein Gewicht ansehen, dessen Entfernung gleichgültig ap oder aP wäre, das ist, als einen schweren Punct, der eine dieser beyden Entfernungen hätte. So kann man sich in einem Körper unzählich viel schwere Puncte vorstellen, die durch seine Festigkeit zusammen hängen, denn es ist wohl einerley, ob die Abschnitte wie Kl 7. Fig. einzeln etwa nur an einander gefügt an einer Stange ah gesteckt wären, oder ob jeder mit dem anliegenden durch den Zusammenhang verbunden ist, welcher die Festigkeit des Körpers verursacht.

16. Lehrs. **Eine gerade unbiegsame Linie, die für sich nicht schwer ist, BC 1. Fig. liege in ihrer Mitte A, horizontal auf einer Unterlage, so, daß sich jedes von ihren Enden ohne Verrückung des Punctes A etwas erheben, und das andere so viel sinken kann. An ihren beyden Enden hängen gleiche Gewichte P; Q; ich behaupte, daß keines sinken und keines steigen wird.**

Bew. Weil alles auf einer Seite des Punctes A wie auf der andern ist, so müsste aus demjenigen, woraus folgte, daß Q sänke, auch folgen, daß P sänke; und beyden zugleich kann dieses nicht wiederfahren.

17. Zus. Hier entstehet also ein Gleichgewichte (1).

18. Zus.

18. Zus. Lasten, die nicht sinken sollen, müssen getragen werden. Hier ist nichts, das tragen könnte, als die Unterlage bey A. Also erhält diese die völlige Last $2P = 2Q$; oder wenn man die Linie mit den Gewichten bey A auf einen Finger legte, oder an einem Faden AD hielte, so brauchte man eben so viel Gewalt, als wenn $2P$ auf dem Finger unmittelbar läge, oder an dem Faden hinge.

19. Zus. Wäre $Q < P$ so könnte kein Gleichgewicht seyn. Denn ein Gewicht $= P$, das ich S nennen will, wäre an C mit P an B im Gleichgewichte, und zöge also C so stark nieder als P diesen Punct, dadurch, daß es B niederzieht in die Höhe treibt; Aber zwey ungleiche Gewichte, Q; S; können auf einerley Art an C angebracht, C nicht gleich stark niederziehen.

20. Zus. Eine Kreisscheibe 2. Fig. lasse sich um ihren Mittelpunct C drehen. Ueber sie sey ein Faden PMQ gelegt, an dessen Enden gleiche Gewichte P, Q, hängen, so erhalten dieselbe einander. Diese Scheibe heisst eine **Rolle.**

21. Zus. Ungleiche Gewichte erhalten einander unter den Umständen 16. 20. nicht. Es sey $Q = P + R$ so wird das Stück von Q das $= P$ ist, von P zu sinken verhindert werden; aber das Stück R wird von nichts gehindert. Also sinket das grössere Gewichte, und ist auf dessen Seite die Ueberwucht.

22. Lehrs. Eine Scheibe, die nicht schwer ist, lasse sich in 3. Fig. um ihren Mittelpunct C drehen, aber dieser Mittelpunct lasse sich nicht verrücken: An zween willkührlichen Puncten ihres Umfangs M, N, ziehe man mit gleicher Gewalt nach den Tangenten MF, NG, so daß die Gewalt nach NG sich bemühet, die Scheibe nach einer Richtung zu drehen, die derjenigen entgegengesetzt ist, nach der die Gewalt bey MF eben diese Scheibe drehen will: Ich behaupte, unter diesen Umständen werde sich die Scheibe nicht drehen.

Bew. Es ist wiederum bey M alles wie bey N, und kann also an einem Orte nichts geschehen, was nicht an dem andern auch geschähe, einerley aber kann nicht an beyden zugleich geschehen.

23. Zus. Man kann durch Rollen machen, daß Gewichte nach allen möglichen Richtungen vollkommen so ziehen, als sie nach ihrer unmittelbahren senkrechten ziehen würden; wie H; K; 3. Fig.

24. Zus. Also lassen sich Kräfte von aller Art, die nach allen möglichen Richtungen wirken, durch Gewichte vorstellen, welches den Nahmen Last (1) rechtfertiget.

25. Erkl. Ein geradelinichter mathematischer Hebel heisst eine gerade, unbiegsame Linie, ohne Schwere; bey der an zween Puncten

Kraft

Kraft und Last dergestalt angebracht sind, daß, wenn eine von beyden die Ueberwucht bekömmt, die Linie sich um einen gewissen Punct drehet, welcher der Ruhepunct oder Bewegungspunct, das aber, was den Hebel daselbst aufhält, daß er sich drehen muß, die **Unterlage** (hypomochlium) genannt wird.

26. **Erkl.** Nachdem Kraft und Last auf verschiedenen Seiten der Unterlage oder auf einer sind; heisst der Hebel von der ersten oder der andern Art (heterodromus; homodromus).

In der 4. Fig. stellt DAB den ersten vor; wo Q; P, beyde unterwärts ziehen, und A der Ruhepunct ist: Aber ACB den zweyten, wo Q fehlt, P unterwärts; + F aufwärts zieht (welches sich durch ein Gewicht nach 23. thun lässt) und der Ruhepunct noch A ist. Es könnte auch eine Kraft — F unterwärts ziehen, da bey B eine aufwärts ziehen müsste. Soll der Hebel, unter allen Umständen, genöthiget seyn, sich um A zu drehen, so muß die Unterlage entweder bald unter, bald über A angebracht werden, oder man kann sich in A gleichsam einen Nagel vorstellen, der den Hebel an diesem Orte weder niederwärts noch aufwärts gehen lässt. Die Richtungen der Kräfte werden jetzo allezeit auf dem Hebel senkrecht angenommen.

27. Lehrs. **Wenn die Kräfte + F, und P, am Hebel der zweyten Art, im Gleichgewichte sind; und man nimmt AD = AC;**

und Q = + F; so sind auch Q; P; am Hebel der ersten Art im Gleichgewichte.

Beweis. Die Kraft + F wird ohne Zweifel von einer ihr gleichen entgegengesetzten − F erhalten, so daß, wenn beyde zugleich an dem Puncte C zögen, dieser Punct von beyden allein, nach keiner Seite bewegt werden würde. Sind aber − F und Q gleich, so erhalten diese beyde allein, einander (16). Folglich ist die Wirkung, die Q ausübet, den Hebel um A zu drehen, daß C steigen soll, so stark als die Wirkung, die − F ausübet, daß C sinken soll. Aber diese letztere Wirkung ist derjenigen gleich, die + F ausübet, daß C steigen soll; folglich wird C mit einerley Gewalt in die Höhe getrieben, es mag + F an C aufwärts oder Q an D niederwärts ziehen. Wenn aber + F und P am Hebel ACB im Gleichgewichte sind; so wird die Gewalt, welche + F anwendet, C aufwärts zu ziehen, durch die, welche P anwendet, C niederwärts zu ziehen, und gegenseitig diese durch jene vernichtet. Also müssen auch, die Gewalt welche Q an D, und die, welche P an B anwendet, einander gegenseitig vernichten; d. i. es muß zwischen diesen beyden Kräften am Hebel DAB ein Gleichgewicht seyn.

28. Zus. Eine Kraft, die bey B aufwärts zöge, wird mit einer, die bey D aufwärts zieht, im Gleichgewichte seyn, wenn sie mit − F im Gleichgewichte und die bey D ziehet = − F ist.

Und

Und überhaupt ist eine Kraft, die an einem der beyden Hebel (26) mit einer andern im Gleichgewichte stehet, auch an dem andern Hebel mit einer gleich grossen und vom Ruhepuncte gleich entfernten Kraft im Gleichgewichte, wenn nur die Kräfte allemahl so ziehen, daß, im Fall eine Bewegung erfolgte, der Hebel sich um den Ruhepunct drehen müsste.

29. Lehrs. **Wenn an einem Hebel 1. Fig. BA = AC, der Ruhepunct aber in B ist, und eine Kraft Q bey C niederwärts, eine andere F = 2 Q bey A aufwärts zieht; so sind beyde Kräfte im Gleichgewichte.**

Bew. Man stelle sich den Hebel an den Puncten B; C; mit gleichen Gewichten P; Q; beschwert, und in der Mitte bey A unterstützt vor; so trägt die Unterlage daselbst eine Last = 2 Q (18) d. i. wenn man diesen beschwerten Hebel an einem Faden AF halten wollte, so müsste man nach AF mit einer Kraft F = 2 P ziehen. Indem man nun dieses thäte, bemühte man sich, die Puncte B und C beyde zu erheben, erhöbe aber wirklich keinen, weil jeder durch die Gewalt des an ihm hängenden Gewichtes eben so stark niedergezogen würde. Sollte also das Gewicht P weggenommen werden, so müsste man statt seiner den Punct B durch etwas anders hindern in die Höhe zu gehen. Es müsste über B oder durch B selbst also etwas wie ein Nagel befestiget seyn, daß wenigstens

stark

stark genug wäre, P zu tragen: Ist es stärker, eine viel grössere Last zu tragen, so macht dieses zu gegenwärtiger Absicht nichts aus, weil sich dieser Wiederstand blos leidend verhält, oder genau nur so viel thut, den Punct B zu halten, so viel der Punct B thut, sich zu bewegen; wird also B von gar keiner Kraft in die Höhe getrieben, so druckt auch dieser Wiederstand B nicht entgegengesetzt; wird aber B von einer Kraft = P in die Höhe getrieben, so hält der Wiederstand, B genau mit eben der Kraft und keiner grössern noch kleinern zurück. Dieses letztere nun geschieht, wenn Q an C hängen bleibt, F = 2 Q an A in die Höhe zieht, und P von B weggenommen, statt dessen aber der erwähnte Wiederstand daselbst angebracht ist. Denn die Gewalt, welche solchergestalt angewandt wird B zu erheben, muß genau so groß seyn, als die Gewalt mit welcher B von P niederwärts gezogen wird, weil B nicht erhoben wird, wenn P statt des Wiederstandes da ist. Weil also der Wiederstand bey B weder mehr noch weniger thut als das Gewicht P; so muß alles einerley bleiben, es mögen die Gewichte P, Q, und die Kraft F = 2 Q am Hebel angebracht werden; oder es mag Q mit der Kraft F bleiben, aber statt P der Wiederstand angebracht werden. In jenem Falle aber bewegt sich kein Theil des Hebels, oder die Kräfte sind im Gleichgewichte; also findet eben das im zweyten Falle statt; der Hebel wird um B nicht gedrehet,

drehet, und die Gewalt, welche F in A anwendet, ihn aufwärts zu drehen, vermag nicht mehr als die Gewalt, welche Q in C anwendet, ihn niederwärts zu drehen.

30. Zus. Am Hebel DAB 4. Fig. sey die Unterlage oder ein Nagel um den sich der Hebel drehen kann in A, und AB = 2. AC, auch sey F an C aufwärts ziehend = 2 P, wo P an B niederwärts zieht, so sind F, P, im Gleichgewichte (29). Folglich auch nach (27) Q, P, wenn AD = AC und Q = F aber Q an D niederwärts zieht. Solchergestalt ist aber Q = 2 P und AB = 2 AD oder am Hebel der ersten Art, ist die einfache Kraft P in der doppelten Entfernung AB, mit der doppelten Q in der einfachen AD, im Gleichgewichte.

Also ist dieser Satz von jedem Hebel wahr (29; 30.).

31. Lehrs. **Wenn n eine gewisse bestimmte ganze Zahl bedeutet; und am Hebel der zweyten Art ACB 4. Fig. AB = n. AC; und + F = nP ist; unter diesen Umständen aber F und P im Gleichgewichte sind; so wird auch ein Gleichgewichte an dergleichen Hebel zwischen Kräften, deren eine = P; die andere (n + 1). P ist, seyn, wenn ihre Entfernungen vom Ruhepuncte (n + 1) AC; und AC sind.**

Bew. Man nehme AD = AC; die Kraft + F schaffe man weg, und henke statt ihrer in D das

D das Gewichte $Q = + F$ an; so sind Q; P; am Hebel DAB im Gleichgewichte (27). Also trägt die Unterlage in A eine Last $Q + P = (n + 1) P$, welches wie in 18. erhellt; und der beschwerte Hebel wird in Ruhe erhalten, wenn an A eine Kraft $R = (n + 1) P$ in die Höhe zieht. Diese Ruhe bleibt noch, wenn Q von D weggenommen, und statt dessen ein Wiederstand wie 29. angebracht wird, da ist aber DB $= DA + AB = AC + AB = AC + n. AC = (n + 1) AC = (n + 1) AD$. Also sind am Hebel DAB, die Kräfte $R = (n + 1) P$; und P; in den Entfernungen AD, und $(n + 1). AD$ im Gleichgewichte.

32. Zus. Eben das gilt beym Hebel der ersten Art (27).

33. Lehrs. An einem Hebel der ersten Art DAB; 4. Fig. oder der zweyten Art ACB; befinde sich in der Weite AB von der Unterlage, das Gewicht P, und in der Weite AD

oder $AC = \frac{1}{n} AB$; ein Gewicht $= n. P$ das

im ersten Falle niederwärts, im zweyten aufwärts zieht. Ich behaupte, es sey zwischen beyden allemahl ein Gleichgewichte.

Bew. Für $n = 2$ erhellt er aus (30) also für $2 + 1 = 3$ aus (31. 32). Also setze man nun in (31. 32) $n = 3$: so erhellt eben das für $3 + 1 = 4$; und nun $n = 4$ gesetzt; für $4 + 1 = 5$ u. s. w. ohne Ende fort für jede

ganze

ganze Zahl, weil der Schluß allemahl von einer auf die nächst grössere fortgehet.

34. Lehrs. Wenn beym Hebel DAB 4. Fig. die Unterlage in A ist; m; n; ganze Zahlen bedeuten, und Q : P = m : n = AB : AD; so ist ein Gleichgewicht.

Bew. Ich will annehmen man wüsste den Satz noch nicht, und zeigen wie man ihn findet. Es sey also Q : P = m : n oder $P = \frac{n}{m} Q$, wo m, n, ganze Zahlen sind. P befinde sich an B, daß also AB gegeben ist, man weiß aber noch nicht wie weit der Punct D, an den man Q henken will, von der Unterlage A entfernt seyn muß, damit Q und P im Gleichgewichte sind, und will eben dieses suchen.

Durch A stelle man sich einen Nagel (26) vor. Q hängt noch nicht am Hebel, man sucht erst wo es hinkommen soll.

Man nehme $AC = \frac{1}{m} AB$; Eine Kraft $+ F = mP$, die an C in die Höhe zieht, wird am Hebel ACB mit P im Gleichgewichte seyn (33). Nun will P, die Linie AB niederwärts und + F aufwärts drehen. Wegen des Gleichgewichts erfolgt kein drehen, und man kann also sagen, P drehe diese Linie so stark niederwärts, als + F aufwärts.

Wenn man aber eine Kraft − F der + F gleich, nur entgegengesetzt, an C niederwärts wir=

wirken liesse, so würde sie ohnstreitig von $+F$ erhalten werden, wofern diese beyden Kräfte allein da wären; also dreht $-F$ die Linie AB so stark niederwärts als $+F$ aufwärts; und weil $+F$ sie so stark aufwärts drehte als P niederwärts, so drehen $-F$ und P. sie gleich stark niederwärts, oder es ist einerley ob P in B, oder $-F = mP$ in C, an ihr drehen.

Wenn nun P, und $+F$ nicht da wären, und blos $-F = mP$ an C niederwärts wirkte, so fragt sich wo Q auf der andern Seite von A angehenkt werden muß, mit $-F$ das Gleichgewicht zu halten. Es ist aber $-F$ oder $mP = m.$ $\frac{n}{m} Q = nQ$; Also erfodert die erwähnte Absicht, nach 33. des Gewichts Q. Entfernung $AD = n. AC = n. \frac{1}{m} AB = \frac{n}{m} AB.$ In dieser Entfernung also hat Q gerade so viel Gewalt AD niederwärts und dadurch ACB aufwärts zu drehen, als $-F$ hat ACB niederwärts zu drehen, das ist, als P hat ACB niederwärts zu drehen. Wenn also $-F$ weggenommen und P an B gebracht wird, so werden des Hebels DAB Arme, AD von Q, und AB von P, gleichstark niederwärts gedreht, oder es ist zwischen Q und P ein Gleichgewicht; wenn $AB : AD = m : n = Q : P$.

35. Zus. Jede Rationalverhältniß lässt sich auf die Verhältniß zwoer ganzen Zahlen brin-

gen

gen (Arithm. V. 22), und statt jeder Irrationalverhältniß lassen sich Rationalverhältnisse setzen, die sich ihr ohne Ende nähern (Arithm. V. 25.) also sind an jedem Hebel (34; 28) Kräfte im Gleichgewichte, die sich verkehrt wie die Entfernungen verhalten.

36. Lehrs. **Wenn die Gewichte sich nicht verkehrt wie die Entfernungen verhalten, so sind sie nicht im Gleichgewichte.**

Bew. Es sey 4. Fig. Q im Gleichgewichte mit P; aber es sey nicht $P : Q = AD : AB$; Man nehme ein Gewichte $S = \frac{AD. Q}{AB}$ und henke solches statt P in B; so sind S und Q im Gleichgewichte (35), die Ungereimtheit aber, daß mit einem an D hängenden Gewicht Q, zwey verschiedene P, S, an einem Puncte B im Gleichgewichte seyn sollen, fällt folgendermassen noch deutlicher in die Augen: Q strebet D niederwärts zu ziehen, und dadurch B zu erheben; Bey dem Gleichgewichte muß also B von dem daran hängenden Gewichte gleich so stark niedergezogen werden, als Q diesen Punct zu erheben strebet. Thut P dieses, so kann S nicht vollkommen eben das thun; sonst müsste folgen, daß S und P einander an B erhielten, wenn man jene Kraft aufwärts, diese niederwärts ziehen liesse. Man kann nähmlich die Gewalt, die Q an D anwendet B zu erheben, durch eine Kraft, die an B aufwärts zöge, ausdrücken, und dieser Kraft können sicherlich nicht zwo verschiedene Kräfte S, P, entgegengesetzt werden.

37. Zus. Die Gewalt, welche Q und P anwenden, den Hebel nach entgegengesetzten Seiten zu drehen, ist gleich, und nur alsdenn gleich, wenn Q. AD = P. AB (Ar. V. 31. 33.). Man muß also die Gewalt, welche eine Kraft anwendet den Hebel zu drehen, durch ein Product, aus der Grösse der Kraft (die sich durch ein Gewicht ausdrücken lässt (24) in ihre Entfernung schätzen. Eine andere Kraft nehmlich, bey der dieses Product eben so groß herauskömmt, obgleich beyde Kraft und Entfernung von den vorigen unterschieden sind, wendet eben die Gewalt an den Hebel zu drehen; und wenn sie den Hebel nach entgegengesetzten Richtungen drehen wollen, so entstehet ein Gleichgewicht.

38. **Erklär.** Dieses Product (37) heisst das **Moment**.

39. Anm. Mir ist außer dem in der Vorrede angeführten de la Hire niemand bekannt, der die Lehre vom Hebel auf diese Art, und sonst niemand, der sie vollkommen überzeugend vorgetragen hätte. Daß der Beweis des Archimedes Zweifeln unterworfen sey, hat Barrow erkannt (*Archimed.* Opera per *Is. Barrow* Lond. 1675. 4. Lib. I. de aequipond. Prop. VI.). Der Beweis, wie ihn der Freyherr von Wolf vorgetragen hat, ist dem archimedischen ähnlich. **Cartesens**, **Varignons** u. a. Beweise scheinen mir Gründe zum voraus zu setzen, die nicht überzeugend genug können dargethan werden, ehe man die Lehre vom Hebel zur Richtigkeit gebracht hat.

40. Aufg.

40. Aufg. Es sind ein paar Kräfte gegeben, nebst den Stellen wo sie am Hebel angebracht sind. Man verlangt den Ort der Unterlage, für das Gleichgewicht.

Aufl. I. Für den Hebel der ersten Art, sey 4. Fig. P, Q. nebst seiner Länge DB gegeben, man sucht A. So ist $Q.AD = P.AB$ (37) $= P.DB - P.AD$; also $(Q + P).AD = P.DB$ oder $AD = \frac{P.DB}{Q+P}$ und eben so $Q.(DB - AB) = P.AB$ oder $Q.DB - Q.AB = P.AB$ und $Q.DB = (P + Q).AB$, also $AB = \frac{Q.DB}{Q+P}$.

II. Für den Hebel der zweyten Art, sind CB; und $+ F$; P; gegeben, man sucht wieder A; und es ist $F.AC = P.AB = P.AC + P.CB$ also $F.AC - P.AC = P.CB$ oder $(F - P).AC = P.CB$ und $AC = \frac{P.CB}{F-P}$.

41. Zus. In 40. I. wird der Punct A mit einer Last $= Q + P$ niedergedrückt (31) oder auf eben die Art, als wenn die beyden Gewichte Q, P, von D, B, weggenommen, und in A beysammen wären. Dieser Punct heisst der beyden Gewichte gemeinschaftlicher Schwerpunct (centrum grauitatis).

42. Zus. Zwey gegebene Gewichte, deren Stellen am Hebel auch gegeben sind, haben nur einen einzigen Schwerpunct. Wird also

der Hebel DAB anderswo z. E. in C unterstützt, so giebt es nie ein Gleichgewicht. Es muß aber allemahl der Schwerpunct A sinken. Denn das Gleichgewicht findet nur alsdenn statt, wenn er unterstützt wird; und zwar braucht es bey dem Hebel der ersten Art, von dem ich hier rede, nur einer Unterstützung, die den Schwerpunct zu sinken, keiner, die ihn zu steigen verhindert. Die vereinigte Gewalt beyder Gewichte strebt also den Schwerpunct niederzuziehen. Wird er nicht unterstützt, so stehet dieser Gewalt nichts entgegen, und also geht er wirklich nieder.

43. Zus. Einer Kraft $= P + Q$ nach der Richtung AR Moment den Hebel um C aufwärts zu drehen ist $= (P+Q).CA = P.(AB - CB) + Q.(CD - AD) = P.AB - P.CB + Q.CD - Q.AD$, aber $P.AB - Q.AD = 0$ (37) also ist dieses Moment $= Q.CD - P.CB$ (38) oder der Ueberschuß des grössern Moments über das kleinere, in (42). Diese Kraft aber würde den Hebel um C nicht wirklich drehen, sondern nur erhalten, oder verhindern, daß er von den Gewichten Q, P, nicht herunter gezogen wird (31); folglich müssen die beyden Gewichte Q an D und P an B, zusammen so viel thun, den Hebel um C niederwärts zu drehen, als ihre Summe in A nach AR angebracht thut, ihn aufwärts zu drehen; oder: der Hebel wird auf einerley Art und mit einerley Gewalt um C gedrehet, es mögen die beyden Gewichte an ihren

ihren Stellen bleiben, oder man mag sie wegnehmen, und ihre Summe in den Schwerpunct henken.

44. Zus. Es sey 5. Fig. cab ein Hebel der zweyten Art, in c unterstützt, a aber der Gewichte q, p, die beyde niederwärts ziehen, Schwerpunct, oder q. ad = p. ab; Wenn eine Kraft p + q nach ar aufwärts zieht, so erhält sie den Hebel, und ist also ihre Gewalt, den Hebel um c aufwärts zu drehen, so groß als die Gewalt von q an d und von p an b zusammen ihn niederwärts zu drehen. Ihr Moment aber ist = ca (p + q) = cd. q + ad. q + cb. p − ab. p = cd. q + cb. p = der Summe der Momente, nicht wie in 43. dem Unterschiede. Momente nähmlich von Kräften, die sich alle auf einer Seite der Unterlage befinden, können alle zusammen als bejahende Grössen angesehen werden: Aber bey Kräften, die sich auf verschiedenen Seiten der Unterlage befinden, sind die Momente einander entgegengesetzt, und wenn man also die auf der einen Seite bejaht annimmt, so sind die auf der andern verneint.

45. Zus. Der Schwerpunct lässt sich aus den gegebenen Gewichten und ihren Stellen auch so finden: Man nehme 4. Fig. einen willkührlichen Punct im Hebel C, und CA =

$$\frac{CD.\,Q - CB.\,P}{P + Q}$$ (43) wo der Schwerpunct

zwischen C und dem Puncte des Hebels liegt, an dem sich das grösste Moment findet: Eben so ist (44) in 5. Fig. $ca = \frac{cd.\,q + cb.\,p}{p + q}$.

46. Zus. Man kann also statt zweyer Gewichte, jedes an seiner Stelle, allemahl ihre Summe in ihren Schwerpunct henken, ohne daß sich dadurch etwas in der Gewalt verändert, mit welcher der Hebel um die Unterlage gedrehet wird. Und so lassen sich diese beyde Gewichte in eines bringen.

47. Zus. Eine Linie 6. Fig. die sich um a drehen lässt, sey an verschiedenen Stellen mit Gewichten p, q, r, s, u. s. w. beschwert. Man nehme $ac = \frac{ab.\,p + ad.\,q}{p + q}$ so lassen sich die ersten beyden Gewichte, in eines $= p + q$ an c zusammenbringen (46) Ferner nehme man ae $= \frac{ac\,(p + q) + af.\,r}{p + q + r}$ so lassen sich die drey ersten in eines $p + q + r$ an e zusammenbringen; Und eben so alle vier an g; wenn $ag = \frac{ae.\,(p + q + r) + ah.\,s}{p + q + r + s}$. Man kann so durch so viel Gewichte als man will fortgehen, und alle auf eines bringen, das an dem gemeinschaftlichen Schwerpuncte aller müsste angehenket werden.

48. Zus. Wenn zweene schwere Puncte (15) mit einer Stange, die für sich nicht schwer, nur unbieg-

unbiegsam wäre, verbunden wären, so fände man ihren gemeinschaftlichen Schwerpunct nach (41), und wenn drey schwere Puncte sich nicht in einer geraden Linie, sondern in den Winkeln eines Dreyeckes befinden, dessen Seiten ich wie solche nur erwähnte Stangen ansehe, die ihre Lagen gegen einander nicht ändern können; so findet man den gemeinschaftlichen Schwerpunct zweyer solcher Gewichte, und alsdenn den gemeinschaftlichen Schwerpunct dieses nur gefundenen, und des dritten Gewichtes, also aller drey. Eben so wird sich der gemeinschaftliche Schwerpunct von vier, fünf, oder mehr Gewichten, die in einer Ebene sind, finden lassen, daß man immer zu einem gefundenen Schwerpuncte ein neues Gewicht nimmt, wie in 47. Von einer durchaus schweren Ebene läßt sich annehmen, sie habe überall schwere Puncte, und so giebt es also einen Schwerpunct für eine ganze Ebene.

Hätte man vier schwere Puncte oder Gewichte, nicht in einer Ebene, durch Stangen, die ihre Lagen gegen einander nicht ändern, verbunden, so fände man den Schwerpunct, von dreyen in einer Ebene, und denn, den gemeinschaftlichen Schwerpunct von diesen, und dem vierten Gewichte; Und so könnte man mit fünf und mehr Puncten verfahren. Da man also in einem Körper überall schwere Puncte annehmen kann, die statt der Stangen, durch die Festigkeit des Körpers verbunden werden

 (15);

(15); so giebt es für sie alle zusammen einen gemeinschaftlichen Schwerpunct des Körpers, in dem man sich sein ganzes Gewicht vereinigt vorstellen kann (46), dessen Unterstützung macht, daß der Körper fest steht, so wie der Körper fallen muß, wenn sein Schwerpunct fallen kann (42). Soll ein Körper nicht fallen, so muß die Verticallinie durch seinen Schwerpunct, seine Directionslinie, innerhalb des Grundes befindlich seyn, auf dem er steht, oder diese Linie muß auf andere Art gehalten werden, so daß sich der Schwerpunct in dieser Linie nicht senken kann. Es muß auch in einem gegebenen Körper nur ein Schwerpunct seyn, weil seine ganze Last wohl nicht mehr als in einer Stelle beysammen seyn kann, und weil von zween Schwerpuncten, wenn es dergleichen gäbe, einer ohne den andern könnte unterstützt werden, also der Körper zugleich fallen und nicht fallen müßte.

49. Anm. Wenn man in dem Körper unendlich dünne Abschnitte wie in (15) machen kann, deren jeder seinen Schwerpunct in ah 7. Fig. hat, so ist das Moment jedes solchen Abschnittes aP. Kl und der Schwerpunct läßt sich nach 45. angeben, wofern man nur die Summe dieser unzählich vielen Momente finden kann. Dieses lehret die Integralrechnung, und ich habe es der Analysis des Unendlichen als ein Exempel ihres Gebrauchs beygefügt.

Sonst läßt sich auch der Schwerpunct durch Versuche finden. Man schiebe einen Körper auf der Schärfe eines dreyeckigten Prisma, u. d. gl. hin und her, bis seine Theile auf beyden Seiten dieser Schär-

fe

se einander gegenseitig erhalten, so ist sein Schwerpunct unterstützt, und befindet sich also in einer verticalen Ebene durch die Schärfe, welche man die **Schwerebene** (planum grauitatis) nennet. Wiederholt man diesen Versuch, so daß nur andere Stellen des Körpers auf die Schärfe zu liegen kommen, so gibt es eine andere solche Schwerebene, und beyde schneiden einander in einer Verticallinie, die den Schwerpunct enthält, einem **Durchmesser der Schwere** (diameter grauitatis). Ein dritter Versuch von dieser Art gibt also eine dritte Schwerebene, der voriger Durchmesser in einem Puncte begegnen muß, welches der eigentliche Schwerpunct ist, der sich ordentlich in dem Innern des Körpers befindet und also selten in die Augen fällt.

Ist MN 7. Fig. ein Prisma dessen Seitenflächen mit den Grundflächen rechte Winkel machen, so wird eine Ebene die seine Länge senkrecht halbirt den Schwerpunct enthalten (wie 29).

In dem letzten Satze von 48. ist der Grund des festen Standes der Thiere und lebloser Körper enthalten. Etwas dahin gehöriges, das Aufstehen vom Sitzen betreffend, hat schon Aristoteles, in den mechanischen Fragen 31. Cap. angemerkt. Blancani Aristotelis loca mathematica n. 269. Auch giebt es Stellungen, in denen ein Körper der Gefahr zu fallen ausgesetzt scheint, und doch davor sicher ist. Dergleichen Schwenter mathem. Erquickst. 9 Th. 5, 6, 7. Aufg. anführt. Dahin gehören auch die überhängenden Thürme zu Bononien und Pisa, sie mögen nun mit Fleiß so gebauet seyn, wie Casatus Mechan. L. I. c. 9. und Labat Voy. d'Esp. et d'Ital. T. II. ch. 5. glauben, oder sich gesenkt haben, wie Condamine Voy. d'Ital. dafür hält.

Wenn man machen kann daß eine flüssige Materie in der Höhlung eines Körpers aus einem Theile in den andern nach und nach läuft, und der Körper sonst gehörigermassen beweglich ist, so wird er unterschiedene Stellungen annehmen, nachdem sich dieser Bewegung gemäß, sein Schwerpunct in dem oder jenem Theile von ihm befindet. Hierauf kömmt die Vorrichtung von Puppen an, die eine Treppe hinab purzeln und als eine chinesische Erfindung vom Musschenbröck beschrieben werden, Introductio ad Philos. natural. (Leid. 1772. 4.) §. 508.

50. Aufg. DAB 8. Fig. ist ein schwerer Hebel; sein Gewicht = H; sein Schwerpunct V; die Unterlage in A; die Kraft P ist gegeben; man sucht die Last Q.

Aufl. Man stelle sich vor, das Gewicht des Hebels sey in V beysammen (48) so hat man einen mathematischen Hebel, der mit drey Gewichten in D; V; B, beschwert ist. Man bringe die beyden Gewichte H; P, in eines in M (46) so ist $AM = \frac{AV.H + AB.P.}{H + P}$ und das Moment eines Gewichtes H + P, den Arm AM niederwärts zu drehen, muß so groß seyn als das Moment des Gewichtes Q an D, den Arm AD niederwärts zu drehen. Also ist $Q.AD = AM(H + P) = AV.H + AB.P$, oder $Q = \frac{AV.H + AB.P.}{AD}$.

Zus. Wäre Q gegeben und P gesucht sonst alles wie vorhin, so brauchte man wieder die Gleichung $Q.AD = AV.H + AB.P$ also auf beyden Seiten AV. H abgezogen, und dann mit AB dividirt $\frac{Q.AD - AV.H}{AB} = P$.

Wäre

Wäre vom Hebel die Länge BD, sein Gewicht H, sein Schwerpunct V, also BV und daher auch $DV = BD - BV$ gegeben, nebst den Gewichten P, Q, und man suchte den Ort der Unterstützung A, so könnte man AB als eine gesuchte Grösse ansehen und müsste die Gleichung $Q.AD = AV.H + AB.P$ so ausdrucken, daß nur diese unbekannte Grösse darinnen vorkäme, sonst alles gegeben wäre. Es ist aber $AV = AB - BV$; $AD = BD - AB$ folglich $Q.(BD - AB) = (AB - BV).H + AB.P$ also $Q.BD - Q.AB = AB.H - BV.H + AB.P$. Hier schaffe man alles, was in AB multiplicirt ist, auf die rechte Seite, welches geschieht, wenn man auf beyden Seiten, erst Q.AB und dann, BV.H addirt, so kömmt $Q.BD + BV.H = AB.Q + AB.P + AB.H = AB.(Q + B + H)$

also $\frac{Q.BD + BV.H}{Q + P + H} = AB.$

Und daraus BD — AB oder AD =

$$\frac{BD.(Q + P + H) - BD.Q - BV.H}{Q + P + H}$$

Der Zähler hievon ist $BD.P + BD.H - BV.H = BD.P + (BD - BV).H = BD.P + DV.H$

also $AD = \frac{BD.P + DV.H}{Q + P + H}.$

Für $H = 0$ kommen die Werthe (40).

Man sieht übrigens, daß sich der Werth von AB in den Werth von AD verwandelt, wenn man die Gewichte Q, P, und die Puncte B, D,

ver-

verwechselt. Dieses hätte man mit einer kleinen Aufmerksamkeit auf die Art, wie diese Werthe müssen bestimmt werden, voraussehen können. So kann man öfters aus einer Grösse, die man durch Rechnung gefunden hat, durch gehörige Verwechselungen eine andere finden, und sich dadurch zuweilen mühsame Rechnungen ersparen.

51. Lehrs. **Wenn Kraft und Last P; Q; unmittelbar an den Puncten B, D, des mathematischen Hebels 9. Fig. angebracht und im Gleichgewichte sind, so verhalten sie sich verkehrt wie die Wege, welche jede durchlaufen müsste, wenn sich der Hebel um A drehete.**

Bew. Käme der Hebel in die Lage dAb. so wären diese Wege Bb : Dd = AB : AD (Geom. 44. S. 11. Zus.) = Q : P (35).

52. Zus. Wenn bβ, dδ, Perpendikel auf BD sind, so müsste die Kraft um jenes sinken, indem die Last um dieses steiget, und dieses Sinken und Steigen verhielte sich wieder verkehrt wie Kraft und Last (Geom. 26. S.).

53. Zus. Sind also Kraft und Last in die Umstände des 51. 52. Art. gesetzt, so erfolgt ein Gleichgewicht, und da dieses Gleichgewicht gleiche Gewalt den Hebel zu drehen voraussetzet, so kann man sagen, es erfodere einerley Gewalt, mit einer geringen Kraft durch einen grossen Raum zu gehen, und eine grosse Last durch einen

nen sovielmahl geringern Raum zu führen oder zu heben, als die Last grösser ist, oder in gleicher Zeit 100. Pf. durch 2. F. und 200. Pf. durch 1. F. zu erheben.

54. Anm. Dieses ist Cartesens Grundsatz der Statik. (Tract. de Mechanica in R. des Cart. Opusc. posthum). Eine richtige Folgerung aus dem Erwiesenen, wenigstens für den Hebel, aber nicht offenbahr genug zu einem Grundsatze.

Der Winkelhebel.

55. Aufgabe. **Ein Winkel** ACB 10. Fig. lässt sich um seinen Scheitelpunct drehen, ohne daß sich dieser Punct verrückt, oder des Winkels Grösse sich ändert. An den Armen CA; CB dieses Winkelhebels, oder gebrochnen Hebels ziehen in des **Winkels Ebene**, die Kräfte, P, Q nach AP; BQ, auf die Arme senkrecht; Man sucht ihre Verhältniß für das Gleichgewicht, wenn sich nähmlich der **Winkel nach keiner Seite drehen** soll.

Aufl. Man beschreibe aus dem Scheitel die Kreise AaA, BbB; und henke an ihren wagrechten Durchmesser aCb die Gewichte p = P; q = Q; Nun üben p und P, gleiche Gewalt aus die grössere Scheibe zu drehen (22). Ist also Q mit P im Gleichgewichte, d. i. verhindert Q, daß P die grosse Scheibe nicht dreht, so ist Q in eben dem Verstande mit p im Gleichgewichte. Und eben so muß P mit q im Gleich-

gewich-

gewichte seyn, wenn es mit Q im Gleichgewicht ist. Also ist q mit P im Gleichgewichte; P aber mit einer Kraft, die p entgegengesetzt und gleich wäre, und die grössere Scheibe nach A drehen wollte (22). Diese Kraft wäre mit p selbst im Gleichgewichte, und also ist q mit p im Gleichgewichte.

Nun ist q: p = Ca: Cb (36) also sind die diesen beyden gleichen Kräfte Q: P = CA: CB.

56. **Aufg. Die Kräfte P, Q, wirken in den Winkelhebel, 11. Fig. nach Richtungen AP; BQ, die mit den Armen schiefe Winkel machen; Man verlangt ihre Verhältniß.**

Aufl. Man fälle auf die Richtungen die Perpendikel CD; CE; die Kraft P bemüht sich die Ebene ACB nach AP um C zu drehen: Sie würde erhalten werden, wenn man ihr eine gleiche Kraft in A entgegensetzte, die von A nach T zu zöge; diese Kraft aber würde wieder von einer gleichen in D erhalten werden, die von D nach P zu zöge. Also strebet die Kraft P in A vollkommen so die Ebene um C zu drehen, wie es eine gleiche Kraft in D nach der Richtung DP angebracht thun würde. Imgleichen strebet die Kraft Q in B, vollkommen so die Ebene um C nach BQ zu drehen, wie eine gleiche Kraft thun würde, die in E nach EQ zöge.

Sind also die Kräfte P, Q, an A, B, im Gleichgewichte, so müssen es auch ihnen gleiche

Kräfte

Kräfte an D, E, nach den Richtungen DP, EQ, seyn. Es ist aber (55) CE : CD = Kraft in D : Kraft in E, also auch CE : CD = P ; Q.

57. Zus. Es fällt in die Augen, daß die Kräfte P, Q, zum Theil eine der andern Wirkung hindern, zum Theil, das was den Punct C fest hält, einen Nagel, z. E. der daselbst eingeschlagen wäre, daß sich der Winkel um ihn drehen muß, drucken.

58. Zus. Die Linie, nach der die Unterstützung in C gedruckt wird; die mittlere Richtung der Kräfte; wird folgendermassen bestimmt: Der Punct A, leidet von der Kraft einerley, sie mag unmittelbar an ihn angebracht seyn, oder nach der Richtung, die sie hat, in jedem andern Puncte dieser Richtung in der Ebene ACB wirken; Sie mag nähmlich an einem Faden oder Stabe, der durch A ginge, nach AP ziehen, oder nach TA stossen (12); Eben das gilt von der Kraft Q Wirkung auf B, wenn nähmlich Kräfte P, Q, nach den Richtungen MAP, VBQ in der Ebene ACB wirken, so hat jede dieser Kräfte einerley Gewalt, diese Ebene um C zu drehen, in welchem Puncte ihrer Richtung sie angebracht ist.

Dieses zum voraus gesetzt; lasse man beyde Kräfte zusammen in M angebracht seyn, wo die verlängerten Richtungen einander schneiden; so wird ohnstreitig die Wirkung beyder Kräfte zusammen den Punct C nach MC treiben, denn

die

die Richtung, nach der beyde Kräfte zusammen C treiben, geht nothwendig durch den Punct M, in welchem sie beysammen sind, und durch C, der getrieben wird. Da nun die Wirkung der Kräfte einerley bleibt, in welchen Puncten der Linien MP; MQ; man sie anbringt; so wird MC noch die mittlere Richtung seyn, wenn sie auch in A; B; oder irgendwo sonst in diesen Linien angebracht sind, und diese mittlere Richtung wird durch M deßwegen bestimmt, weil dieser Punct der einzige ist, der sich zugleich in beyder Kräfte Richtungen befindet.

59. Zus. Man ziehe CT; CV; mit MB; MA; gleichlaufend; so ist CTD = TMB = CVB (Geom. 12. S.) also CD: CE = CT: CV (Geom. 26. S.) = MV: MT (Geom. 12. S. 3. Zus.). Wenn man also auf den Richtungen der Kräfte, von dem Puncte an, wo sie einander schneiden, zwo Linien nimmt, die sich wie die Kräfte verhalten, und das Parallelogramm unter diesen Linien ergänzt, so ist die Diagonale dieses Parallelogramms die mittlere Richtung.

Zusammensetzung der Kräfte.

60. Erkl. Kräfte, die nach AP, BQ, wirken, 11. Fig. und die man sich also nach dieser Linien Richtung beyde an M vorstellen kann, verhindern einander zwar gegenseitig die Ebene ACB um C zu drehen; wenn sie die Verhältniß (59) haben; aber sie würden doch zusammen

jeden

jeden Punct der Linie MC, nach MC fortschieben (58). Man kann sich also vorstellen, daß sie in dieser Absicht eben das thun, was eine einzige Kraft, die nach MC wirkte, thun könnte. Diese heisst man die **mittlere Kraft**, und sagt, sie werde aus den beyden andern, die man äusere nennen kann, zusammengesetzt.

61. Zus. Man stelle sich die Verlängerung von CM als einen Faden Mc, 12. Fig. vor, so würde eine Kraft den Punct M nach Mc ziehen, wenn sie ihn zurückhalten sollte, daß ihn die beyden bisher betrachteten Kräfte nicht nach MC trieben; diese dritte Kraft wäre der mittlern (60) gleich und entgegengesetzt.

62. Aufg. **Aus den Grössen und Richtungen der äusern Kräfte, die Grösse der mittlern zu finden.**

Aufl. Weil sich MT; MV; 12. Fig. wie die beyden äusern Kräfte verhalten (59); so setze man Mc habe die Verhältniß gegen jede der Linien MT, MV, welche die mittlere Kraft gegen jede der äusern hat; also stellen diese Linien die Verhältnisse und Richtungen der Kräfte vor, und man sagt z. E. die Kraft Mc, die Kraft MT; welches so viel heisst als eine Kraft, deren Richtung Mc ist, und die sich zu einer andern Kraft, deren Richtung MT ist verhält wie Mc : MT.

Weil nun die drey Kräfte Mc, MT, MV, einander an M erhalten sollen; so kann man auch Mc, MT, als ein Paar äusere ansehen, aus denen eine mittlere nach Mu entstünde, der MV gleich und entgegengesetzt wäre: Also gibt VM verlängert; Mu die Diagonale des Parallelogramms McuT unter den äusern Kräften Mc, MT; und daher, weil sich also u in des Parallelogramms McuT Winkel befindet, so ist uc = MT = CV, und weil eben der Punct in der verlängerten VM ist, so ist MVC = Muc (Geom. 12. S. 2. Zus.) auch cMu = CMV (Geom. 8. S. 4. Zus.) folglich Mcu = MCV (Geom. 13. S.) und Mu = MV; Mc = MC (Geom. 3. S.). Also stellt MC nicht nur die Richtung (59) sondern auch die Grösse der mittlern Kraft zu den beyden äusern MT; MV; vor.

63. Zus. Wenn MC die Richtung einer gewissen Kraft vorstellet, und man um diese Linie als um eine Diagonale ein Parallelogramm MVTC beschreibt, so kann man sich die angenommene Kraft vorstellen, als wäre sie aus zwo Kräften zusammengesetzt, deren Richtungen MT, MV, wären und ihre Grössen zur Grösse der angenommenen Kraft sich wie diese Linien zu MC verhielten. So lässt sich also jede Kraft auf unzähliche Arten in zwo äusere zerlegen.

64. Anm. Man stelle sich vor die Kraft MV, entstehe aus ein paar Kräften MO, MR, davon der ersten Richtung auf MC liege, die andere willkührlich sey.

Auch so entstehe MT aus MQ, und einer deren Richtung mit QT parallel auf MC liegt.

Sollen

Sollen diese vier Kräfte in den Punct M noch so wirken, wie die beyden aus deren Zerlegungen sie entstanden, so sind MQ, MR, einander gleich und gerade entgegengesetzt.

Sind sie nicht entgegengesetzt, so treiben sie zusammen den Punct M nach einer Richtung die nicht MC ist. Aber die beyden andern treiben ihn nach dieser Richtung. Also treiben alle vier zusammen ihn nach einer andern Richtung als nach MC; Und so sind diese vier zusammen, den MT, MV, nicht gleichgültig.

Sind die beyden Kräfte MR, MQ, entgegengesetzt aber nicht gleich, so wird, vermöge ihrer beyden, M nach der Richtung der stärksten von ihnen getrieben, also von allen vieren, nach einer andern Richtung als nach MC.

Folglich ist QMR eine gerade Linie, in der QM = MR.

Weil TQ; CMRV, unter sich, OV, QMR, auch unter sich parallel sind, so ist OV = MR = QM; die Dreyecke QMT, COV, sind ähnlich und weil CV = MT; völlig gleich.

Also QT = CO
Aber RV = MO

Die Summe der beyden Kräfte RV, QT, ist die mittlere MC.

Das heisst: die Kräfte MT, MV, lassen sich in zwey Paar zerlegen, ein Paar entgegengesetzte gleiche, die sich aufheben, ein Paar der mittlern parallele, die zusammen der mittlern gleich sind.

So ist die zusammengesetzte Kraft MC, kleiner als die Summe der beyden MT, MV, weil jede dieser beyden, etwas in der andern aufhebt, aber so groß, als die Summe dessen, was in beyden Kräften zusammen nach der Richtung MC übrig bleibt. Ich habe dieß in einer Einladungsschrift zu meinen Vorlesungen vorgetragen: Vectis et compositionis virium theoria euidentius exposita Lips. 1753.

65. Zus. Weil MCT = CMV; und MTC + TMV = 2R (Geom. 12. S. 2. Zus.) also sin MTC = sin TMV (Trig. 2. Erkl. 2. Zus.) und MTC = MVC (Geom. 12. S. 6. Zus.) so ist (Trig. 10. S.)

MT : MC = sin CMV : sin TMV
MC : MV = sin TMV : sin CMT also (Ar. V. 51)
MT : MV = sin CMV : sin CMT

für die Verhältnisse der drey Kräfte, welcher Richtungen alle in einer Ebene ACB liegen.

Zur trigonometrischen Berechnung, sind TM = VC und MV = TC nebst ihrem Winkel TMV den ich α nennen will gegeben. So ist im Dreyecke MVC, der nur genannte Winkel = 2R − α und aus ihm und den gegebenen Seiten, die ihn einschliessen, findet man VMC und VCM = CMT (Trig. 15. S.) und MC (das. Zus.).

Exempel. Nach MT zieht eine Kraft von 9. Pf. nach MV eine von 11. Pf., der Winkel TMV = 55° 49'. Also nehme man MT = VC = 9, MV = 11, so ist TMV = 2R − MVC = VMC + VCM, also der gesuchten Winkel halbe Summe = 27° 54' aber MV + VC : MV − VC = 20 : 2 = 10 : 1 also die Tangente der halben Differenz $= \frac{\text{tang } 27^\circ\, 54'}{10}$

$= 529472$

$= 529472 =$ tang $3^\circ\ 2' -$ also $CMV = 24^\circ\ 52'$ und VCM oder $CMT = 30^\circ\ 56'$; auch $\frac{CV.\ \sin CVM}{\sin CMV}$ — oder $MC = 17,70$. Also beträgt die mittlere Kraft 17, 7 Pf. und macht mit den äusern die angezeigten Winkel. Die 12. Fig. stellt dieses Exempel ohngefähr vor.

Allgemeine Formeln lassen sich aus Trig. 19; 20. S. so finden; Es heissen die Kräfte; die äusern $MT = VC = p$; $MV = q$; die mittlere $MC = f$, die Winkel: der beyden äusern $TMV = \alpha$; jeder äusern mit der mittlern $TMC = \zeta$; $CMV = \eta$; daß $\zeta + \eta = \alpha$; So ist

I) Zwischen allen drey Kräften und der äusern Winkel

$$p^2 + q^2 + 2.\ p.\ q.\ \cos\alpha = f^2$$

Aus dem Dreyecke MVC wo

$$\cos MVC = -\cos\alpha.$$

II) Zwischen beyden äusern Kräften, und ihren Winkeln mit der mittlern

$$q : p = \sin\zeta : \sin\eta.$$

Diese Kräfte verhalten sich verkehrt, wie die Sinus der Winkel die sie mit der mittlern machen.

III) Zwischen den drey Kräften, und jeder äusern Winkel mit der mittlern

$$f : p = \sin\alpha : \sin\eta$$
$$f : q = \sin\alpha : \sin\zeta.$$

Die mittlere Kraft zu jeder äusern, wie der Sinus des Winkels beyder äusern zum Sinus des Winkels der andern äusern mit der mittlern.

IV) Zwischen beyden äusern, ihrem Winkel, und einer äusern Winkel mit der mittlern. Aus (II)

$$q.\sin(\alpha - \zeta) = p.\sin\zeta$$
$$q.\sin\eta = p.\sin(\alpha - \eta)$$

Man setze die beyden äusern Kräfte gleich.

Also $p = q$; und $\zeta = \eta$ (II)
Daher (I) $f^2 = 2\,p^2.\,(1 + \cos\alpha)$
Das giebt aus Trigon. 19. S. 5. Zus.

$$f = 2p.\cos\tfrac{1}{2}\alpha = 2p.\cos\eta.$$

V) Aus den drey gegebenen Kräften, die Winkel; nach Trigon. 20. S. 17.

$$(p+q+f).(p+q-f).(p+f-q).(f+q-p) = u^2$$

$$\sin\alpha = \frac{u}{2.p.q};$$

$$\sin\zeta = \frac{u}{2.p.f};\quad \sin\eta = \frac{u}{2.q.f}.$$

Diese Proportionen oder Gleichungen, lösen eine Menge Aufgaben auf, da jede, aus drey gegebenen Dingen ein viertes bestimmt.

VI) Unter den unzählichen Anwendungen der Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte, erwähne ich hie nur, vorläufig ein Paar.

Gewichte die an Fäden ziehen mit einander zu vergleichen, gleichsam Wagen aus Fäden zu ma=

machen, lehret Newton Arithmetica vniuersalis Probl. Geom. 48; 49; Mylius erläutert dieses Acta Acad. El. Scientiar. vtilium Erfordinae T. I. art. V. (Erfurt 1757; 8°.)

VII) Die Muskelfasern kann man auch als Fäden ansehen, und so hat Borellus über die Kraft der Muskeln Untersuchungen angestellt; de motu animalium P. I. cap. 14. sequ. Nieuwetyt Gebrauch der Weltbetrachtung; X. Betrachtung. In Segners Deutschen Ausgabe (Jen. 1747.) ist 104. S. dieses besonders auf den Deltoides angewandt.

VIII) Auch Bewegungen werden so zusammengesetzt, und zerlegt.

Würde ein Schiff, in einer gegebenen Zeit, vom Strohme allein, durch MV, vom Winde allein, durch MT, getrieben, so führen es beyde zusammen durch MC.

IX) Grossentheils auf mechanischen Vortheilen, die sich aus Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte verstehen lassen, beruht das Wunderbare angeblich starker Männer. Desagul. C. o. E. Ph: Vol. I. Ann. lect. 4. p. 255.

Die Wagen.

66. **Erkl.** Eine *Wage* heisst ein Hebel, damit man wie schwer ein Körper ist, vermittelst eines gewissen Gegengewichtes finden kann.

67. Zus. Soll dasselbe allemahl so schwer seyn als der Körper selbst, so muß der Hebel gleicharmicht seyn: er kann aber blos ein geradelinichter (19) oder ein Winkelhebel (56) seyn.

Anm. Dieses kann man die **gleicharmichte Wage** (bilanx; libra;) nennen, die **Kramerwage** ist eigentlich eine von ihren Arten, welche sich durch die verschiedene Schärfe unterscheiden.

Die Probierwage beschreibt Cramer, Probierk. I. Th. 304. S. Eigne Erfindungen, Leutmann Comm. Petrop. T. II. p. 35. Kühn, Schriften der Danzig. naturforsch. Ges. I. Th. 1. S. Euler de bilancibus Comm. Petrop. T. X. pag. 3. Segner de optimi genere circa libras. Leupold Theatr. static.

In der Ausübung ist nöthig Abtheilungen und Vergleichungen der Gewichte zu kennen. Dergleichen findet man in Leupolds Theatr. static. Clausberg hat vieler Handelsstädte Gewichte mit dem Leipziger verglichen. Demonstrative Rechenkunst 1142. §. Seine Vergleichungszahlen sind nützlich auf die kleinsten Einheiten gebracht in Hrn. Franz Christian Lorenz Karsten Rechenkunst (Bützow 1775) 141. §. Crusens Hamburg. Contorist.

68. Zus. Einerley Gewicht kann in verschiedenen Entfernungen von der Unterlage, mit verschiedenen Lasten, die immer in einerley Stelle angebracht werden, im Gleichgewichte seyn. Dieses gibt die **Schnellwage** (statera); deren Eintheilung nach der Theorie aus (50) leicht herzuleiten ist. Leupolds Leipziger Heuwage 1718. und in desselben Theatr. statico, 6. C. De la Hire Mecanique Pr. 35. . . . 38.

Beym

Beym Galiläus Syst. Cosm. p. 298. ed. Lond. 1663. trutina Campana. Er braucht sie zur Erläuterung daß grössere Geschwindigkeit die Stelle grösseren Gewichts ersetzt, kannte also schon Cartesens Satz (54). Von einer grossen Schnellwage im Zeughause zu Cassel hat Hr. Rath und Prof. Matsko 1781; Beschreibung und Abbildung bekannt gemacht.

Die Schnellwage haben zu medicinischem Gebrauche angewandt: Sanctorius, de Statica Medicina; Glaser, Blutwage Hildburgh. 1758 und 90.

Saladini, sulla stadera universale; Atti della Real Accademia delle scienze e B. L. di Napoli dalla Fondazione, sino all anno 1787; N. 4. p. 47. Einer Schnellwage langer Arm, ist so abgetheilt daß er Pfunde u. s. w. für Gewicht eines gewissen Ortes angiebt; Wie macht man es daß er eben das, für Gewicht eines anderen Ortes angiebt?

Die Sineser wiegen Silber auf einer feinen Schnellwage, dergleichen Hanow beschreibt. Versuche und Abhandl. der naturforschenden Gesellschaft in Danzig II. Theil (Leipz. 1754.) N. XI.

Die Heblade.

69. Mit dem gewöhnlichen Hebel läßt sich eine Last nicht wohl auf eine nur etwas beträchtliche Höhe, erheben.

Man kann aber einen Hebel so anbringen, daß er auf abwechselnden Unterlagen ruht, da eine um die andere höher gebracht wird, daß sein Ende, durch andere Hebel auf solchen abwechselnden Unterlagen ruhend, immer höher gebracht wird; Oder man versieht ihn mit Bügeln die in eine gezähnte eiserne Stange einfallen und solche höher treiben. Diese Vorrichtungen begreift man zusammen, unter dem Nahmen der Heblade. Leupold Theatr. Machinar. V. Cap. 16., 17. Taf. In: Recreations mathematiques (Rouen 1634.) Seconde Partie Problême 21. wird die Maschine: levier sans fin genannt. Aber Beschreibung und Abbildung, sind sehr undeutlich, daher auch Schwenter bekennt daß er nicht wisse was der französische Autor sagen wolle, Mathem. Erquickst. XV. Th. 23. Aufg. Deutlich abgebildet und beschrieben in: Recueil de plusieurs machines militaires et feux artificiels de la diligence de Franc. Thybourel, maitre Chyrurgien et de Jean Appier dit Hanzel et Cologne, Pont à Mousson 1620. Liv. III. ch. 20. p. 21. Ohne besondern Nahmen. Der Verfasser hatte sie nur vor kurzem gesehen. Ein Landmann im Canton Bern, Paul Sommer, hat eine Heblade vorgeschlagen Bäume damit umzustürzen, das Verfahren wird aus den Memoires de la Soc. de Berne T. I. p. 175. in Mills Lehrbegriff der praktischen Feldwirthschaft angeführt I. B. 191. S. der Deutschen Uebers. Leipz. 1764. Erfahrungen

gen dieser Art und umständliche Beschreibung der Maschine findet man in Jobst Bösens ... Hebmaschine Gött. 1771. Sie muß sehr schief gegen den Baum gestellt werden, Er empfindet daher, der Zerlegung der Kräfte gemäß, nur einen Theil, der grossen Gewalt die an ihr angebracht wird, und wohl eher Theile von ihr zu zerbrechen pflegt. Wurzelstöcke aus der Erde zu reissen hat Gabriel Polhem eine Heblade vorgeschlagen, Abhandl. der Schwed. Ak. der. Wiss. XVIII. B. der Uebers. 193. S. Von diesem Gebrauche handelt G. C. Silberschlag, Closter-Bergische Versuche (Berlin 1768.) 6. Vers. 169. S. Nachricht von einigen zu Schöneiche angestellten Versuchen die zurückgebliebenen Stubben der Kiehnbäume durch Maschinen auszurotten von Joh. Es. Silberschlag, Berl. 1773. Warum diese Versuche auch nicht gelangen wird als Grund angegeben, daß die Wurzeln weit in der Erde fortlaufen und sich mit benachbarten verwickeln.

Das Räderwerk.

70. **Erkl.** Der Kreis mit CB 10. Fig. stelle den Querschnitt eines Cylinders vor; dieser Cylinder sey mit den Enden seiner Axe so befestiget, daß er sich um diese Axe mit dem Umfange des Kreises, den CA beschreibt, zugleich drehet; BQ sey ein Seil an irgend einem Puncte in der Fläche des Cylinders befestiget, so daß es sich durch seine Umdrehung auf ihn auf-

aufwinden lässt, und also eine Last, die an Q gebunden wäre, fortziehet. Wenn man nun eine Kraft in dem äusern mit CA beschriebenen Umfange anbringet solchen umzudrehen, und dadurch die Last zu bewegen, so heisst dieses Hebezeug ein Rad (axis in peritrochio) der Cylinder die Welle.

71. Zus. Der äusere Umfang durch A kann nur durch einen oder etliche in C befestigte Arme beschrieben werden, die z. E. Menschen mit Händen forttreiben können, die Welle mag nun wagrecht liegen, wie bey dem Kreuzhaspel (Sucula), oder lothrecht stehen, wie bey der Winde und dem Göpel (Ergata). Beym Hornhaspel wird der erwähnte äusere Umfang durch eine Kurbel (manubrium) beschrieben, und beym Radhaspel befindet sich ein wirkliches Rad. Abbildungen zeigt die XIX. Taf. von Leupolds Theatr. Mach.

72. Zus. Die Verhältnisse der Kraft und Last für das Gleichgewicht, lassen sich aus ihren gegebenen Richtungen (vermittelst 55. 56.) bestimmen. Von der Last kann man insgemein annehmen, daß sie nach der Welle Tangente BQ oder bq ziehe; Wirket also die Kraft ebenfalls nach des Rades Tangenten AP, oder ap; so verhalten sich Kraft und Last wie die Halbmesser der Welle und des Rades (55). Wäre aber in der 11. Fig. CE der Halbmesser einer Welle, an welcher die Last nach EQ zöge, und die

die Kraft wirkte nach AP schief auf des Rades Halbmesser, so verhielten sie sich wie CE : CD (56) wo CD : CA = sin CAD : sin. tot. ist.

73. **Erkl.** Bestehet der äusere Umfang durch A wirklich aus einer festen Materie, so lässt sich die Kraft wieder auf verschiedene Arten anbringen, Menschen oder Thiere können darinnen herumgehen oder darauf treten. Man kann eine Schnur darum legen und das Rad damit herumziehen; Man kann **Kasten** daran machen, in welche das Wasser von oben herab fällt, so wird ein **oberschlächtiges Wasserrad** (directa) vom Wasser als einem Gewichte, nach der Gegend zu umgetrieben, nach der es herabfällt; fliesst aber Wasser unter dem Rade hin, so drehet es durch den Stoß auf Schaufeln (palmulae) ein **unterschlächtiges** (retrogradam) nach der Gegend zu, wo es herfliesst. Man kann noch auf andere Arten, Räder durch Wasser treiben.

74. **Erkl.** Sollen verschiedene Räder, die nicht an einer Axe sind, genöthiget seyn, sich zugleich zu bewegen, so müssen Erhöhungen an dem einen, in Vertiefungen an dem andern eingreifen und dieses dadurch fortschieben, wenn sich das erste beweget. Diese Erhöhungen heissen **Zähne** oder **Kammen** (dentes; paxilli). Bey dem **Sternrade** oder **Stirnrade** liegen sie in der Fläche des Rades selbst nach Richtungen des Halbmessers, aber bey

dem

dem Kronrade stehen sie auf dieser Ebene senkrecht.

75. **Erkl.** Insgemein greift ein Rad in ein anderes ein, das in Vergleichung mit ihm ziemlich klein ist, und ein Getriebe heisst. Dieses hat nicht eben die gewöhnliche Gestalt eines Rades. Oft ist es wie ein Cylinder, in welchen der Länge nach Vertiefungen sind gemacht worden, jenes Rades Zähne einzunehmen. Bey den hölzernen Mühlrädern, bestehet es aus zwo Scheiben, welche die beyden Grundflächen eines Cylinders vorstellen und mit Triebstöcken zusammengefügt sind. Man heisst es da auch einen Trilling.

76. **Anm.** Wenn die Zähne des Rades und des Getriebes sich an einander hinschieben sollen, daß immer zusammengehörige Theile des Zahnes und des Triebstocks an einander passen; so müssen sie besondere Gestalten haben, die sich nur durch die höhere Geometrie bestimmen lassen. S. auch de la Hire; de l'usage des epicycloides dans les mecaniques in s. oeuvres diverses die den 9. Theil von den Memoires de l'Acad. Roy. des Sc. depuis 1666. jusqu' à 1699. ausmachen. Euler de aptiss. fig. rot. dentib. tribuenda Comm. nou. Petrop. T. V. Die Verzeichnungen der Zähne, welche man bey practischen Schriftstellern, als Leupold Theatr. Mach. Gen. §. 85. Beyer Mühlenschauplatz VII. Cap. 15. §. Leutmann von Uhren §. 45. findet, beruhen auf keiner Theorie; und zeigen ihre Unrichtigkeit in der Ausübung genugsam, weil Rad und Getriebe, die nach solchen Regeln gemacht worden, so lange schütternd und stossend an einander gehen, bis sich die Zähne an einander abgeschliffen und einander gegenseitig selbst die gehörige Gestalt gegeben haben. Nach Leibnitzens

nitzens Berichte, Misc. Ber. p. 315. hat Römer diese Gestalt erfunden. Ihre Wichtigkeit und Brauchbarkeit im grossen, zeigte bey Maschinen der Bergrath Borlach in den Salzwerken zu Kösen bey Naumburg. Er hatte bey alten Mühlrädern bemerkt daß die Zähne eine gewisse krumme Gestalt bekommen hatten, und das hatte ihn veranlasst, die theoretische Untersuchung Schobern aufzutragen. Nähmlich wenn Zahn und Getriebe nicht die gehörige Bildung haben, sanft an einander hinzustreichen, so kommen Stellen, wo bald die Theile einander in der Bewegung hinderlich sind, bald ein Theil eine kleine Zeit fortrückt ohne was vor sich zu finden, und allsdann an das was ihm in Weg kömmt mit einiger Geschwindigkeit antrifft. Die Maschine geht also manchmahl hart, manchmahl giebt es Stösse, und man kann im eigentlichen Verstande hören daß die gehörigen Figuren nicht vorhanden sind: Nach und nach aber schleifen sich die Theile die einander hinderten an einander ab, und so geht die Mühle besser als da sie ganz neu war; mit Uhren verhält es sich auch so. Meine Abhandlungen de rotarum dentibus; Commentationes S. R. Sc. Gotting. ad 1781; 1782. Auch: pinnarum quibus pila tundentia elevantur consideratio geometrica Commentar. nov. S. Sc. ad 1771. De la Hire Mecanique Prop. 115.

77. Aufg. **An der Welle A hänge die Last P 13. Fig. das Rad Q sey an eben diese Welle befestiget, und greife in das Getriebe B ein, mit dem das Rad R eine Welle habe; R greife in das Getriebe C ein, mit dem das Rad S eine Welle habe; u. s. w. Man verlangt die Kraft zu wissen, welche P nach der Tangente des letzten Rades erhalten wird. Die Halbmesser der Getriebe und Räder sind gegeben.**

Aufl.

Aufl. Man dividire den Halbmesser der Welle A durch den Halbmesser des Rades Q; und so jedes Getriebes Halbmesser durch des Rades Halbmesser, das mit ihm eine Welle hat. Das Product aus allen diesen Quotienten multiplicire man in die Last, so gibt sich die Kraft.

Bew. Die kleinen Buchstaben a; q u. s. w. sollen die Halbmesser anzeigen; so wird P nach des Rades Q Tangente von einer Kraft $\frac{a}{q}$. P erhalten (72). Mit dieser Gewalt also wirkt des Rades Q Zahn an den Triebstock von B der ihm im Wege ist: Also ist es so viel, als wäre P nicht vorhanden, aber an B hinge die Last $\frac{a}{q}$ P; diese nun würde nach der Tangente des Rades R, mit einer Kraft $\frac{b}{r}$. $\frac{a}{q}$. P erhalten; Man kann also diese Kraft wieder als eine Last an dem Getriebe C ansehen, die nach der Tangente des Rades S von einer Kraft $= \frac{c}{s}. \frac{b}{r}. \frac{a}{q}$. P erhalten würde u. s. w.

78. Aufg. Wenn P mit einer gegebenen Kraft F soll erhalten werden, die Verhältnisse der Räder zu ihren Wellen oder Getrieben zu finden.

Aufl. Den Bruch, welcher anzeigt, was für ein Stück die Kraft von der Last seyn soll,

zer-

zerfälle man in soviel Factoren, soviel man Räder machen will. Die Zähler der Factoren sind der Wellen und die Nenner der Räder Halbmesser (77).

Exempel. Es soll $F = \frac{21}{100} P$ seyn. Nun ist $\frac{21}{100} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{25} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{7}{10}$; Also kann man F folgendergestalt anbringen

I) gleich am Rade Q wo $a = 21$; $q = 100$;

II) an R wo $a = 3$; $q = 4$; $b = 7$; $r = 25$;

III) an S wo $a = 1$; $q = 2$; $b = 3$; $r = 5$; $c = 7$; $s = 10$;

79. Anm. Wenn man mehr Räder macht, kann jedes Rades Durchmesser, seiner Welle Durchmesser wenigermahl enthalten. Da nun die Wellen nothwendig eine gewisse Dicke haben müssen, weil sie Lasten tragen sollen, so brauchen die Räder nicht so groß zu seyn, wenn ihrer viel, als wenn ihrer nur wenig sind.

80. Lehrs. **Wenn die Kraft AP 10. Fig. das Rad herumdrehet, und dadurch die Last q hebet; so verhält sich der Raum, den die Kraft durchläuft, zum Raume, den die Last durchläuft, wie CA : CB.**

Bew. Indem des Rades Halbmesser CA in die Lage Ca kömmt, so kömmt der Welle Halbmesser Cb in die Lage CB so daß $aCB = ACb$ und also $aCA = bCB$; die Last also, die man sich an einem Seile, das um die Welle gewunden ist, von b herabhängend vorstellen kann, verändert ihre Stelle um die Länge des Bogens bB, in dem sich so viel von dem Seile, als einen Bogen von dieser Länge bedeckt, auf die Welle aufwindet. Die Kraft aber muß ihre Stelle um den Bogen Aa verändern; und diese beyden ähnlichen Bogen verhalten sich wie ihre Halbmesser (Geom. 44. S. 4. Zus.).

81. Zus. Der Raum der Kraft verhält sich zum Raume der Last wie die Last zu der erhaltenden Kraft (72) wie (51).

82. Aufg. Aus den gegebenen Mengen der Zähne im Rade Q 13. Fig. und der Triebstöcke im Getriebe B; zu berechnen, wie vielmahl das Getriebe herumkömmt, indem das Rad einmahl herumkömmt.

Aufl. Weil jeder Zahn des Rades einen Triebstock vor sich fortstösst; so sind alle Triebstöcke fortgestossen, d. i. das Getriebe ist einmahl herum, wenn so viel Zähne des Rades fortgegangen sind als es Triebstöcke gibt. Bey einer Umdrehung des Rades dreht sich also das Getriebe so vielmahl, so vielmahl seine Stöcke in der Menge der Zähne enthalten sind; folglich muß man, diese Umdrehungen zu finden, die letztere Menge mit der ersten dividiren.

Exempel Sind 30 Zähne und 5 Triebstöcke, so gibt eine Umdrehung des Rades $\frac{30}{5} = 6$ Umdrehungen des Getriebes.

83. Anm. Wenn die Menge der Zähne von der Menge der Triebstöcke gemessen wird, so kommen an einen Triebstock immer nur wenig, einerley Zähne; als im Exempel, an den ersten Triebstock der 1; 6; 11; 16; 21; 26; Zahn und kein anderer.

rer. Nähmlich wenn die Zahl der Triebstöcke n ist, so kömmt an den ersten Triebstock 1; $1+n$; $1+2n$; $1+3n$ ... u. s. f. Zahn, und hier ist $1+6n = 31$ aber der 31 Zahn ist wieder der erste. Wären aber 31 Zähne, so kämen an den ersten Triebstock nach und nach folgende Zähne 1; 6; 11; 16; 21; 26; 31; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 4; 9; 14; 19; 24; 29; 3; 8; 13; 18; 23; 28; 2; Nun ist es vortheilhafter, wenn mehr Zähne an einerley Triebstock kommen, als wenn solches nur wenigen wiederfähret, weil sich diese Theile dadurch desser an einander abschleifen und ihre Gestalt vollkommener machen. Zu dieser Absicht würde es am besten seyn, wenn die Zahlen der Triebstöcke und Zähne kein gemeinschaftliches Maas hätten, (numeri primi inter se) weil es aber einige Schwierigkeit hat, ein Rad in eine grosse Anzahl Zähne einzutheilen, die sich nicht dividiren lässt; so wählet man andere Zahlen, bey denen doch viel Zähne an einen Triebstock kommen. De la Hire, der diese Erinnerung Traité de Mecan. Pr. 71. macht (in der 76. angeführten Sammlung, 155. S.) schlägt für die Zahlen der Triebstöcke 6; 8; 10; und für die Räder 48; 60; vor.

84. Aufg. **Wenn in der 13. Fig. die Zahlen der Zähne und Triebstöcke gegeben sind, zu finden, wie viel Umdrehungen des letzten Getriebes, auf eine des ersten Rades gehen.**

Aufl. Es habe das

Rad	Zähne	Getriebe	Triebstöcke
Q	$\varkappa$	B	β
R	ϱ	C	γ

So giebt	eine Umdrehung	Umdrehungen
	des Rades Q	$\frac{\varkappa}{\beta}$ d. Getriebes B
	R	$\frac{\varrho}{\gamma}$ C

Folglich, eine Umdrehung des Rades Q; $\frac{\varkappa}{\beta} \cdot \frac{\varrho}{\gamma}$ des Getriebes C.

Hätte S Zähne an der Zahl σ, und griffe in ein Getriebe ein, das δ Triebstöcke hätte, so gäbe von S eine Umdrehung, $\frac{\sigma}{\delta}$ Umdrehungen dieses Getriebes.

Eine Umdrehung des ersten Rades Q; gäbe folglich $\frac{\varkappa}{\beta} \cdot \frac{\varrho}{\gamma} \cdot \frac{\sigma}{\delta}$ des dritten Getriebes.

Also: Man dividire die Menge der Zähne in jedem Rade, durch die Menge der Triebstöcke des Getriebes in das es eingreift, oder, wie man es kurz ausdruckt: Jedes Rad durch sein Getriebe. Die Quotienten mit einander multiplicirt, geben zum Producte, die Umdrehungen des letzten Getriebes, die einer des ersten Rades gehören.

85. Zus. Zu machen, daß ein gewisses Getriebe, in der Zeit eine gegebene Menge von Umdrehungen macht, in der ein Rad eine Umdrehung macht, zerfälle man die gegebene Men-

ge

ge in soviel Factoren, als man Getriebe haben will. Jeder Factor gibt den Quotienten, der herauskömmt, wenn man ein Rad durch das Getriebe, in das es eingreift, dividiret.

Exempel. Das Getriebe soll bey einer Umdrehung des ersten Rades 60mahl herumgehen. I) Man behalte 60 ganz, so muß das erste Rad 60mahl mehr Zähne haben, als sein Getriebe: und es ist nur ein Getriebe nöthig. II) Weil $60 = 6.\ 10.$ so lasse man das erste Rad Q in ein Getriebe B 13. Fig. eingreifen, daß $\frac{\varkappa}{\beta} = 6$; und das zweyte Rad R, in ein Getriebe C daß $\frac{\rho}{\gamma} = 10$; III) weil $60 = 3.\ 4.\ 5.$ so mache man drey Getriebe, die sich zu den Rädern, welche in sie eingreifen, wie 3; 4; 5; verhalten.

86. Anm. Die Zahl der Triebstöcke lässt sich, wenn die Bewegung ordentlich fortgehen soll, nicht wohl unter 5 oder 6 nehmen; dieses bestimmt also die Zahl der Zähne. Nimmt man jene durchgängig 6; so bekömmt im Exempel, bey I das eine Rad 360 Zähne, bey II das erste Rad 36; und das zweyte 60; bey III das erste 18; das zweyte 24; das dritte 30; Je mehr man also Räder macht, desto weniger Zähne darf man jedem geben, und desto kleiner kann man jedes machen. Also kann man wiederum durch Vermehrung der Räder die Maschine kleiner machen wie in 79.

Von Scheiben und Kloben.

87. Aufg. Um eine Scheibe 14. Fig. deren Mittelpunct C, der Halbmesser CA = CB ist, gehe das Seil EBAF so daß EB; AF, Tangenten sind: Am Mittelpuncte C hänge eine Last P herab; des Seiles Theil EB sey in E an einem Nagel fest, aber der AF werde nach dieser Richtung von einer Kraft F gespannt. Man verlangt die Verhältniß F: P zu wissen.

Aufl. Der Punct C wird nach CP zu sinken von zwo Kräften gehindert, die nach BE; AF; ziehen: Also müssen dieser beyden Kräfte Richtungen einander in CP schneiden, damit, wenn solches in O geschieht, die drey Kräfte nach OP; OE; OA im Gleichgewichte sind. Folglich sind OA, OB als Tangenten aus einem Puncte gleich, und die Verticallinie OC, halbirt den Winkel AOB, also ist (Geom. 9. S. 5. Zus.) BA wagrecht. Wenn nun die Kraft nach AF; oder die Last P eine Ueberwucht bekömmt, so kann sich die Scheibe den ersten Augenblick nicht anders als um B drehen. Also kann man sich BA als einen Hebel vorstellen, an den die Last senkrecht nach DP; die Kraft aber nach AF in A wirkt, und wo der Ruhepunct in B ist. Man lasse BQ auf AF senkrecht, so ist für das Gleichgewicht F. BQ = P. BD (55) aber CA; BQ, sind parallel, also CA: AD =

$$AD = AB : BQ; \text{ d. i. } BQ = \frac{AB.\,AD}{CA}; \text{ und}$$

$$AD = BD; \text{ also } \frac{F.\,AB.\,BD.}{CA} = P.\,BD; \text{ oder}$$

$F.\,AB = P.\,CA$ oder $F : P = CA : AB$.

88. Zus. Wenn EB; AF, parallel, also beyde vertical sind, so wird $AB = 2.\,CA$ und $F = \frac{1}{2}\,P$.

89. Anm. Es erhellt nehmlich, daß ein Theil der Last das Seil BE spannet, und also vom Nagel E, folglich nicht von der Kraft F gehalten wird. Allemahl theilt sich die Last solchergestalt unter die Seile BE : AF, gleich ein, weil sie solche gleichstark spannt. Die Kraft trägt also allemahl so viel als der Nagel. Wenn die Seile schief von der Last gespannt werden, so beträgt diese Spannung mehr als die ganze Last; oder zwo Kräfte, die nach OF; OE, ziehen, müssen in ihrer Summe mehr betragen als die Last P. (64) also beträgt jede mehr als die halbe Last. Sind aber BE; AF, lothrecht, so ist es soviel, als würde die Last an einem Seile gehalten, an dem sie gerade herabhinge; da braucht die Summe beyder Kräfte nur der Last gleich zu seyn, und jede ist der Last Hälfte. Das Gewicht der Scheibe wird beyseite gesetzt, oder muß mit zur Last gerechnet werden.

Man setze $CA = r$, $AB = 2AD = 2BD = 2c$;

den Winkel $ACP = \varphi$; so ist $\sin\varphi = \frac{c}{r}$.

Wegen der rechten Winkel bey A und D, ist $AOC = CAD = 90^\circ - \varphi$.

Daher $2.\,AOC$ oder $AOB = 180^\circ - 2\varphi$.

Aus (65) kömmt

$F : P = \sin BOD : \sin AOB$

$= \cos \varphi : \sin 2\varphi$

$= \cos \varphi : 2 \sin \varphi . \cos \varphi$ (Trig. 19. S. 5. Zus.)

Daher $F . 2 . \sin \varphi = P$.

Wenn die Sehne AB ein Durchmesser der Rolle wird, ist $\varphi = 90°$; und $F = \frac{1}{2} P$.

Wenn von dieser Grösse an die Sehne abnimmt, oder, die Berührungspuncte A und B näher zusammen rücken, so nimmt φ immer ab; und AOC immer zu, also auch der doppelte AOB.

Nun ist allemahl $F = \frac{1}{2} P . \operatorname{cosec} \varphi$ (Trigonom. 5. Erkl.)

Für eine gegebene Last P, gehört also immer grössere Kraft, je kleiner ACB, das ist je grösser FOE wird.

Nähert sich FOE zween rechten, so muß φ sehr klein seyn, also eine sehr grosse Cosecante haben, die für $\varphi = 0$ oder FOE $= 180°$, unendlich würde.

Nähmlich durch keine Kraft lässt sich ein Faden in eine gerade horizontale Linie spannen, an dem zwischen der Kraft und dem Nagel an dem er fest ist, eine Last vertical zieht, wenn anders die Last gegen die Kraft nicht ganz unbeträchtlich wäre.

90. **Erkl.** Eine Anzahl Rollen A; B; C; 15. Fig. werden dergestalt mit einander verbunden, daß sich jede für sich um ihre Axe drehen, aber keine ohne die andere fortrücken kann. Eine solche Zusammenfügung heisst eine Flasche. Die genannte ist in der Figur die untere, und eine andere obere enthält eben so die Rollen a; b; c; die obere hängt vermittelst eines Hakens Z, an einer zulänglich festen Unterstützung. An einem andern Haken F, der hier an der

obern

obern ist, fängt sich ein Seil an, und geht nach der Richtung FGHIKLMNOPQRS wechselsweise von einer Rolle der untern Flasche auf eine der obern, und umgekehrt. Eine solche Verbindung heisst man einen Flaschenzug oder Kloben. (Der Buchstabe G in der Figur, gehört zu dem Theile FA des Seiles. Wegen der Enge des Platzes ist er zwischen I und K wo seine Stelle nicht ist, gesetzt worden.)

91. Zus. Wenn die erste Rolle, um welche das Seil geht, wie in der Figur eine untere ist, und das Ende des Seiles RS herunterwärts gehen soll, so müssen soviel obere Rollen als untere seyn; soll aber das Ende des Seiles aufwärts gehen, als wenn es PQ wäre, so ist oben eine Rolle, (hier c) weniger nöthig als unten. Geht aber das Seil zuerst um eine obere Rolle, in welcher Absicht der Haken F sich an der untern Flasche befinden müsste, so sind gleichviel Rollen oben und unten nöthig, wenn das Ende des Seils hinaufwärts gehen, und oben eine mehr als unten, wenn das Ende herunterwärts gehen soll: Dieser Fall ist nähmlich der vorige, nur unten und oben verwechselt.

92. Anm. Es gibt noch verschiedene Arten die Flaschen zusammen zu ordnen, die man sich aus practischen Schriftstellern bekannt machen muß.

93. Zus. Weil die obere Flasche nicht weichen kann, so kömmt die Wirkung der Last E, die an der Linie durch die Axen der Rollen her-

abhängt, eigentlich darauf an, die untere Fläsche herabzuziehen. Die Rollen der obern dienen nähmlich nur die Richtungen der Seile gehörig zu ändern. Indem nun die Last solchergestalt herabziehet, so werden alle Stricke gespannt, und jede der untern Rollen wird von beyden Seilen getragen, die um sie gehen, z. E. C von NO; QP; Man kann sich also vorstellen, jede Rolle wäre mit einem Theile des Gewichtes E beschwert, welcher Theil sich alsdenn unter die beyden Seile, welche die Rolle tragen, gleich eintheilen würde, weil die Seile parallel gehen (89). Man kann sich also an der Rolle A eine gewisse Last vorstellen, welche die Seile, FG, und das, das von ihr nach H hinaufgeht, herabziehen will; an der Rolle B ebenfalls eine Last, welche die Seile IK, ML, herabziehen will. Bestrebte sich nun die Last an B, das Seil IK stärker herabzuziehen, als die Last an A sich bestrebt, das Seil, das von A nach H hinaufgeht, herabzuziehen, so würde das letztere Seil nachgeben, und dem Seile IK, das fortgezogen würde, folgen müssen; gegentheils müsste das Seil IK dem andern folgen, wenn die Last an A ihre Seile stärker zöge. Man muß also annehmen, daß die Rolle A ihre Seile so stark ziehet als die Rolle B die ihrigen, d. i. daß beyde mit gleichen Lasten beschweret sind: Eben so erhellet, daß C ihre Seile ON, PQ, so stark herabziehen muß als jede der andern beyden Rollen die ihrigen, denn würde

ON

ON stärker oder schwächer herabgezogen als ML, so müsste LM oder ON nachgeben. Folglich kann man sich vorstellen, die Last E, sey unter alle untere Rollen gleich eingetheilet, und jede trage davon einen Theil, der herauskömmt, wenn man die Last mit der Zahl der Rollen dividirt, z. E. in der Figur den dritten Theil. Jeder Strick von denen, die um die untern Rollen herumgehen, wird also halb so viel von der Last tragen; wollte man den letzten PQ, der von der niedrigsten der untern Rollen hinaufgeht, erhalten, so brauchte man dazu nur den Theil der Last der herauskömmt, wenn man die ganze mit der doppelten Zahl der untern Rollen dividirt. Und weil dieses Seil PQ um die oberste Rolle LC geführt nach RS mit eben der Kraft erhalten wird, mit der es nach PQ erhalten würde; so ist die Kraft, welche an S die Last in E erhält, das, was herauskömmt, wenn man die Last mit der doppelten Zahl der untern Rollen, d. i. mit der Zahl der Seile, die um sie gehen, dividirt. Ist also die Zahl dieser Rollen $= n$; die Kraft Y; die Last E; so ist $Y : E = 1 : 2n$.

94. Zus. Soll die Last um einen gewissen Raum $= r$ gehoben werden, so muß sich jeder Strick FG; IK; LM; NO; u. s. f. von denen, die um die untern Rollen gehen, um soviel verkürzen; und diese Verkürzungen kommen alle an dem äusersten Ende RS zusammen, und betragen da eine Länge $2nr$; Um soviel also muß die

die Kraft fortrücken, wenn sie die Last um r erheben, und selbst immer in einem Puncte des Seiles RS feste bleiben soll; daß sich also hier die Wege der Last und der Kraft auch verhalten wie (81).

Flaschenzug mit Gewicht der Rollen und Seile, betrachtet Bugge, Abhandl. der königl. schwed. Akad. der Wissensch. 1787; 4. Quart. 3. Abhandl.

Von der schiefen Fläche.

95. Aufg. Auf der Ebene GD$\delta\gamma$, welche den Horizont in Dδ unter dem schiefen Winkel GDB = $\gamma\delta\beta$ schneidet 16. Fig. liegt eine Last M. Es fragt sich, was für einen Weg solche, vermöge ihrer Schwere, auf der Ebene nehmen wird.

Aufl. Die Gewalt der Schwere treibt die Last nach der Richtung IMH, welche auf den Horizont senkrecht ist. Man zerlege diese Kraft in zwo andere, deren eine auf die schiefe Ebene senkrecht, die andere mit ihr gleichlaufend wirkt, alle beyde aber mit der Richtung der Schwere in einer Ebene liegen. Der erste Theil wird von der Ebene, auf welcher er senkrecht stehet, völlig aufgehalten; also bleibt nur der zweyte übrig. Nun steht die Ebene, in welcher die Richtungen dieser drey Kräfte sind, zugleich auf den Horizont und auf die schiefe Ebene senkrecht (Geom. 47. S.), also steht der Durchschnitt

schnitt des Horizonts und der schiefen Ebene auf ihr senkrecht (Geom. 48. S.); und weil der Weg, den der Körper auf der schiefen Ebene nimmt, sich nach dem vorhin genannten zweyten Theile von denen, in welche die Schwere zerlegt wird, richten muß; so befindet er sich in der Ebene der erwähnten drey Kräfte; und macht also mit dem Durchschnitte der schiefen Ebene und des Horizontes rechte Winkel. Man findet also diesen Weg MN wenn man von M auf Dδ ein Perpendikel zieht.

96. Zus. Wenn H im Horizonte ist, so ist MNH der Ebene Neigungswinkel gegen den Horizont; und was den Körper hindern soll zu fallen, muß ihn von M in der Ebene MNH hinaufwärts zu treiben suchen. Eine Kraft, die in M aber nach einer Richtung auser der Ebene MNH angebracht würde, hielte ihn nicht ab, sich nach MN zu senken.

97. Zus. Wenn Kraft und Last auf einer schiefen Ebene einander im Gleichgewichte erhalten, so müssen sich beyde in einer lothrechten Ebene befinden, die auf den Durchschnitt der schiefen Ebene mit dem Horizonte senkrecht stehet, oder die Ebene des Neigungswinkels dieser schiefen Ebene ist. Also kann man sich statt der schiefen Ebene 16. Fig.. das Dreyeck BDG 17. Fig. vorstellen, wo D die Neigung derselben gegen den Horizont, und G ihr Winkel mit einer lothrechten Ebene ist, die auf der

Ebene

Ebene GBD senkrecht steht; GD ist hier, was vorhin 16. Fig. die Linie MN war.

98. Zus. M sey der Schwerpunct eines Körpers, der auf der schiefen Ebene BGD 17. Fig. liegt, und CMLH eine Verticallinie durch ihn. Wenn der Körper vermöge seiner Schwere nicht sinken soll, so muß der Punct M gehindert werden zu sinken, (48) er wird aber gehindert, wenn jeder Punct des Körpers C in der erwähnten Verticallinie gehalten wird, daß er seine Stelle nicht verlassen kann. Was nun allein den Punct C halten soll, daß er nicht in der Verticallinie gerade herabsinkt, das muß die ganze Last des Körpers erhalten, oder man kann sich vorstellen, die ganze Last = Q ziehe den Punct C nach CH herunter. Diese Gewalt, welche nach CH wirkt, kann man als aus zwoen zusammengesetzt ansehen, deren eine nach CI auf die Ebene senkrecht, die andere nach CW mit der Ebene gleichlaufend gerichtet ist. Wenn nun CI so fällt, daß der Körper die Ebene in dem Puncte I selbst berühret, oder daß dieser Punct wenigstens in der verticalen Ebene durch CI, auf beyden Seiten Theile des Körpers hat, welche die Ebene GD berühren, so kann C nach CI nicht weichen; und die einzige Bewegung also, die er machen kann, ist nach CLH; was diese hindert, hält auf der schiefen Ebene C; und folglich den Körper, unbeweglich. Man drücke nun die ganze Last des Körpers Q; durch CL aus, so werden die senkrechte und die gleich-

lau-

laufende Kraft durch CI und IL ausgedrückt. Jene nähmlich heisse S; diese F so ist F: Q = IL: CL = sin D: 1 weil ICL = D; und S: Q = CI: CL = cos D: 1. Zieht also eine Kraft = Q. sin D nach CV mit GD gleichlaufend, so erhält sie die Last auf der schiefen Ebene, und diese Ebene leidet von der Last einen Druck = Q. cos D. Alsdenn nähmlich entsteht aus den beyden Kräften, die an C nach CL und CV wirken, eine dritte nach CI die von der Ebene völlig aufgehalten wird. Es muß aber die Richtung dieser dritten Kraft innerhalb des Grundes fallen, auf dem der Körper auf der schiefen Ebene ruhet, wie die Directionslinie eines Körpers, der nicht sinken soll, innerhalb seines Grundes fallen muß (48).

99. **Aufg.** Es sey 18. Fig. alles wie vorhin, nur ziehe den Körper eine Kraft P, nach der Richtung CV die GD in A schneidet. Man fragt nach der Verhältniß P: Q und S: Q wenn S wieder den Druck bedeutet, den die Ebene hier leidet.

Aufl. Sollen P nach CL; und Q nach CV, machen daß C auf der Ebene stehen bleibt, so muß die mittlere Kraft die aus ihnen beyden entsteht, senkrecht auf die Ebene seyn.

Denn wäre sie schief, so könnte man sie wieder in zween Theile zerlegen, einen senkrecht auf die Ebene, den andern ihr gleichlaufend, da nun dem letztern nichts entgegengesetzt wä-

re,

re, so würde mit ihm C der Ebene parallel getrieben.

Also muß die Richtung der mittlern Kraft auf dem Perpendikel CI liegen.

Noch muß die Gestalt des Körpers so beschaffen seyn, daß C nach CI fortzugehen von der Ebene gehindert wird. Entweder er muß die Ebene in I berühren, oder wenigstens in der Ebene LCV, das ist in der GBD, auf beyden Seiten des Punctes I, Theile haben mit denen er auf der schiefen Ebene aufliegt.

Nähmlich, für den Körper, in den die beyden Kräfte, die Schwere, und die die ihn halten soll, wirken, ist CI auf der schiefen Ebene so was, wie eines schweren Körpers Directionslinie auf dem Horizonte (48).

Nun, die Aufgabe aufzulösen, bedeute wiederum CL des Körpers Gewicht.

Diese Linie ist zugleich eine, Länge und Lage nach gegebene Seite eines Parallelogramms, dessen andere Seite auf CV, die Diagonale auf CI liegt: Von diesen beyden Linien also, ist nur die Lage gegeben.

Durch L eine Parallele mit CA gezogen, begegne der CI in E; so ist CE die Diagonale.

Und durch E eine Parallele mit LC gezogen, bis sie der CV begegnet, wäre das Parallelogramm ergänzt.

Es

Es ist aber nicht einmahl nöthig, diese fehlende Seite zu ziehen: Man sieht schon daß sie $=$ CL seyn wird, und auf CV ein Stück $=$ LE abschneiden muß.

Also ist

$$Q : P = CL : LE$$
$$P : S = LE : CE$$

Man könnte also die Verhältniß dieser Linien suchen.

Man kann sich aber auch, der schon (65) erwiesenen Proportionen bedienen. Sie geben hier

$$Q : P = \sin ECV : \sin LCE$$
$$S : Q = \sin LCV : \sin ECV \quad \text{Daher}$$
$$S : P = \sin LCV : \sin LCE.$$

Ich verstehe unter CV, den Theil von der Richtung der Kraft der von C aufwärts, nach G zu geht. Er macht mit der Verticallinie CH, den Winkel LCV $= \gamma$.

Wegen des rechten Winkels bey I; ist LCE $= 90^\circ - $ CLI $=$ D.

Endlich ECV $= \gamma - D$; Also

$$Q : P = \sin(\gamma - D) : \sin D$$
$$S : Q = \sin \gamma : \sin(\gamma - D)$$
$$S : P = \sin \gamma : \sin D.$$

Wenn CV die GD in A schneidet, so ist CAD $= 180^\circ - \gamma - $ CLA $= 90^\circ - \gamma + D$ Also cos CAD $= \sin(\gamma - D)$

So kann man diesen Cosinus in vorigen Proportionen, statt eines Sinus brauchen.

100. Anm. Die Figur nimmt an, die Richtung der Kraft stosse mit GD in A über I zusammen. Alle diese Schlüsse aber bleiben noch, wenn der Durchschnitt beyder Linien in a unter I, nähmlich nach D zu von I gerechnet, fällt, oder die Richtung der Kraft $C\alpha$ ist; wie man sich leicht überzeugen wird, wenn man die Figur für diesen Fall entwirft. Zwischen diesen beyden Fällen ist der (98) das Mittel, und für ihn ist $CAD = 0$, also $\cos CAD = 1$, und $\gamma = 90° + D$ welches die (98) gefundene Proportionen gibt. Auserdem versteht sich, daß die Kraft dergestalt gerichtet seyn muß, daß sie dem Sinken der Last hinderlich ist. Wenn die Richtung der Kraft in die Verlängerung von HL fällt, so fällt A in L, und also ist $CAD = CLD$ und, $\cos CAD = \cos CLD = -\cos HLD = -\sin D$.

Also $Q : P = -\sin D : \sin D$ oder $Q = -P$, die Kraft der Last gerade entgegengesetzt, sonst gleich.

101. Zus. Wenn man die nur gefundene erste Proportion (99) mit der $Q : F = 1 : \sin D$ (98) verbindet, so ist (Ar. 50.) $P : F = 1 : \sin(\gamma - D)$; also allemahl $P > F$; oder die geringste Kraft, die den Körper auf der Ebene erhalten kann, ist die, welche mit der Ebene parallel wirket.

102. Anm. Diese Kraft F nähmlich, thut schlechterdings nichts mehr, als die Kraft IL 17. F. die man grauitatem respectiuam, wie CL absolutam heisst, zu hindern. In jeder andern Richtung thut die Kraft P mehr. Wirkt sie nach einem spitzigen Winkel ACH, so drückt sie den Körper stärker an die Ebene an, als ihn die Schwere allein würde angedrückt haben. Nähmlich der Druck des Körpers auf

die

die Ebene ist bey einerley Gewichte CL in der 17. F. CI, und in der 18. Fig. CE. Wirkt sie in einem stumpfen Winkel nach $C\alpha$, so vermindert sie den Druck CI 17. Fig. wie erhellet, wenn man mit $C\alpha$ durch L eine Parallele zöge, d. i. sie sucht den Körper von der Ebene abzuheben, und lässt ihn nicht soviel darauf ruhen als F.

103. Zus. Wenn CA mit DB gleichlaufend ist, so ist $CAD = D$; also $\cos CAD = \sin G$; und $P : Q = \sin D : \sin G = GB : BD$ oder wie die Höhe zur Grundlinie.

104. Anm. Man ziehe durch C 17. Fig. eine Horizontallinie, die DG in X schneide, und eine Verticallinie durch X schneide CV in Y; so ist XY die Höhe, um welche die Last ist gehoben worden, indem sich die Kraft um CY fortbeweget hat. Es verhält sich aber $CY : XY = DG : GB = Q : F$ (98) eben wie in 94. In 99 lässt sich dieses nicht anbringen; daß man auf diese Art die Wege der Kraft und der Last vergliche; wegen (102).

105. Anm. Ein Keil heisst ein dreyeckigtes Prisma, von dem zwo Seitenflächen, die einen spitzigen Winkel mit einander machen, durch eine Gewalt, die auf die dritte Seitenfläche wirket, z. E. durch Schläge zwischen Dinge getrieben werden, die dadurch von einander gesondert werden; z. E. zwischen Holz, das man spalten will. Man kann ihn also als zwo schiefe Flächen ansehen, die mit ihren Grundflächen aneinander gefügt wären, und insgemein nimmt man diese beyden Flächen gleich und in ähnlicher Lage gegen die gemeinschaftliche Grundfläche an, daß des Keiles Grundflächen gleichschenklichte Dreyecke werden. Die Schriftsteller haben das Vermögen des Keiles, oder die Verhältniß der Kraft, welche auf die dritte Seitenfläche wirkt, zu dem Wiederstande, den die beyden andern Seitenflächen haben sollen, auf so verschiedene Art

bestimmt, daß die Schwürigkeit, die grosse Mathematikverständige gefunden, sich darüber zu vereinigen, mich zum Theile schon entschuldigen wird, wenn ich Anfängern diese Untersuchung nicht vortragen will. Noch mehr aber werde ich ohne Zweifel dadurch entschuldiget seyn, daß in den wenigsten Fällen, wo der Keil vorkömmt, die Umstände vorhanden sind, die man bey ihm voraussetzet. Zwar bey den Gewölbsteinen, wirken nur todte Kräfte in die Keile, aber Holz zu spalten, Lasten etwas zu erheben, u. s. w. werden Schläge auf den Keil gethan, die sich nach den Gesetzen der blossen Statik nicht beurtheilen lassen (1. und Vorerinn. 12.) Fast nie wirkt er ohne ein gewaltiges Reiben, die Gewalt, mit welcher das gespaltene Holz u. d. gl. wieder zusammengehen will, ist schwer zu bestimmen, und noch schwerer die Art, wie diese Gewalt auf den Keil wirkt. Ich mißbillige es gar nicht, wenn Mathematikverständige zu Erweiterung ihrer Einsicht, sich die Sachen Anfangs viel einfacher vorstellen als sie wirklich sind, um nach und nach dadurch in den Stand zu kommen, daß sie mehr zusammengesetzte Fälle untersuchen können; Man verfährt überall mit Nutzen so, und bey dem Hebel ist im Anfange der Statik eine Probe dieses Verfahrens gegeben worden: Aber doch glaube ich, nach den Umständen, in denen sich die Theorie des Keils jetzo befindet, können sich Anfänger damit begnügen, daß sie überhaupt aus den Gesetzen schiefliegender Flächen einsehen, ein spitziger Keil habe mehr Vermögen als ein stumpfer, und wenn sie den Nutzen einer vollkommenen Kenntniß, z. E. bey Gewölbern, einsehen lernen, so wird sie dieses anreizen sich in Untersuchungen einzulassen, die hier zu weitläuftig sind. Meiner Einsicht nach ist die Lehre vom Keile in des seel. Georg Friedr. Bärmanns, vormahls der Mathem. Prof. zu Wittenberg, Disputation de cuneo Wittenb. 1751. am allgemeinsten abgegehandelt, wo auch die Gedanken der übrigen Schriftsteller von dieser Sache erzählet werden. Ein Aufsatz von Joh. Bernoulli Op. T. IV. n. 147. lässt sich ebenfalls hiebey zu Rathe ziehen.

Zu Åbo hat 1757. unter Hrn. Gadolins Vorsitze Hr. Tocklin eine schwedische Disputation vertheidiget: Tanke Fôrsôk, til nârmare utredande af . . Wiggens egenskaper. Hr. Hofr. Karsten hat in seinem Lehrbegriffe der Math. III. Th. (Greifsw. 1769) 142 - 162. §. die Theorie des Keils umständlich vorgetragen, und kürzer im II. B. seines Lehrbegriffs (Greifsw. 1778.) 127 - 132. §.

Von der Schraube.

106. **Erkl.** Wenn ein rechtwinklichtes Dreyeck wie BGD 17. Fig. nun 19. Fig. an die Fläche eines senkrechten Cylinders dergestalt gelegt wird, daß die Grundlinie BD in den Kreisbogen PT dessen Mittelpunct O ist, kömmt; BG aber die Linie PQ, welche in eine Seite des Cylinders fällt, deckt, und GD sich in QT krümmt, so verzeichnet QT auf der Fläche des Cylinders einen **Schraubengang**. Der Cylinder selbst heisst die **Spindel**, und des Kreises, von dem PT ein Bogen ist, Umfang, der **Spindel Umfang**. Ist BD dem ganzen Umfange der Spindel gleich, so gibt BG = PQ; die **Höhe** eines Schraubenganges oder die **Weite** der Gänge.

107. **Erkl.** Nachdem man QT auf der erhabenen oder auf der hohlen Seite der cylindrischen Fläche verzeichnet betrachtet, entstehet die **äusere** oder die **innere Schraube** (cochlea mas

et femina), die letzte heisst auch die Schraubenmutter.

108. Zus. Man nehme das Element Bb = Pp und ziehe bg mit BG parallel, so decken die Ebenen BGgb; PQqp einander; Also macht der Umfang des Schraubengangs QT; in jedem Puncte Q, mit PQ einen Winkel PQq = G = R — D und wenn man qz; gs, mit pP; bB, gleichlaufend und gleich zieht, so ist qz = gs; Qz = Gs; Qq = Gg.

109. Anm. Wenn man Qq verlängert, bis sie den Horizont in E schneidet, so muß E im Durchschnitte des Horizontes und der Ebene PQqp seyn, weil die ganze QE in dieser Ebene ist; Aber in diesem Durchschnitte ist Pp; also fällt E in die verlängerte Pp; d. i. in die Tangente der Grundfläche bey P; Es ist ferner Qz : zq = QP : PE; d. i. Gs : sg = BG : PE; Aber auch Gs : sg = BG : BD; also PE = BD = dem Bogen PT. Nähmlich PQE ist das Dreyeck BGD an den Cylinder so gelegt, daß es um ihn kann gewickelt werden.

110. Zus. Man setze, auf dem Schraubengange liege eine Last M; welche so gehalten wird, daß sie nicht längst desselben hinunter von Q nach T sinken kann; Greift nun eine Kraft an den Umfang der Spindel und drehet solche von P nach T zu, so muß die Last auf dem Schraubengange in die Höhe steigen; wenn sie z. E. anfangs in T lag, so erhebet sie sich um die Höhe PQ indem die Spindel, soviel als der Winkel POT beträgt, herumgedrehet wird, und folglich um die ganze Höhe eines

Schrau-

Schraubenganges; indem die Spindel ringsherum gedrehet wird, daß der Punct P einen ganzen Kreis durchläuft; Ist es also allgemein wahr, was wir 104. 94. 81. 51. gesehen haben, daß sich die Last zu der erhaltenden Kraft beym Gleichgewichte verhält, wie der Raum um den die Last gehoben wird, zu dem Raume den die Kraft in gleicher Zeit bey einer wirklichen und gleichförmigen Bewegung durchläuft, so verhält sich bey der Schraube die Last zu der erhaltenden Kraft, wie der Umfang der Spindel, zu der Höhe des Schraubenganges, oder der Weite der Gänge; d. i. wie BD : BG 19. Fig.

111. **Anm.** Ich begnüge mich, diese Berechnung, wie sie durchgängig gelehret wird, mitzutheilen. Die Untersuchung, ob das, worauf sie sich gründet, wirklich allgemein sey; und die vollständige Anwendung dieses Satzes auf die Schraube ist mir nach reifer Ueberlegung zu weitläuftig und für Anfänger zu schwer vorgekommen, besonders, wenn man noch betrachten wollte, daß die Last nicht eben auf der Linie QT sondern auf einer krummen Fläche gehoben wird, auf der sich nur etwa eine Linie wie QT denken lässt; und die sehr verschiedene Gestalten haben kann, ja die niemahls in allen ihren Theilen mit dem Horizonte den Winkel BDG macht, daß man sich die Schraubenfläche etwa wie die schiefe Ebene GD$\gamma\delta$ 16. Fig. um eine Spindel geführt vorstellen könnte. Schriftsteller, welche die Sache so abbilden, z. E. Leupold Theatr. mach. gen. 114. §. haben nicht zulänglich überdacht, was einer Ebene wie GD$\delta\gamma$ wiederfahren muß, wenn sie solchergestalt gewunden wird. Da aber auserdem das Reiben bey der Schraube allezeit sehr beträchtlich ist, und man die-

dieserwegen, und aus andern Ursachen nie erwarten kann, daß bey ihrem wirklichen Gebrauche die Erfahrung mit einer theoretischen Rechnung, die sich aus den bisher mitgetheilten Lehren herleiten läßt, übereinstimmen sollte, so werde ich entschuldiget seyn, wenn ich dieselbe so, wie sie gewöhnlich ist, mittheile, und durch diese Erinnerungen denjenigen Gelegenheit gebe weiter nachzudenken, die dazu Lust haben. Ich habe von der Gestalt des Schraubenganges in einer Vorlesung in der Königl. Soc. der Wiss. 1759. gehandelt. Ad theoriam cochleae pertinens obseruatio geometrica. In meinen dissertat. mathemat. et phys. (Altenb. 1771.) n. 6. Gregorii Casalii Abhandl. de cochlea findet sich in: De Bononiensi Scient. et art. instituto atque Academia Comment. T. III. (Bonon. 1755.) pag. 203.

112. Anm. Wenn die Schraube mit andern Rüstzeugen verbunden wird, so entstehen zusammengesetzte Hebezeuge, die man nach ihren Theilen berechnen kann. Man pflegt ihr einen Hebel beyzufügen, oder sie in ein Sternrad eingreifen zu lassen, dessen Zähne nach den Schraubengängen eingeschnitten, und also wie Jungnickel Clau. Mach. §. 209. bemerkt hat, eigentlich Schraubengänge sind. Man nennt dieses die **Schraube ohne Ende.** Beschreibung einer neuerfundenen Hebmaschine zum Ausrotten der Stöcke in den Waldungen; Mannheim 1780; ist ein Flaschenzug mit einer Schraube ohne Ende. Der Erfolg wird gerühmt.

113. Anm. Die erzählten Rüstzeuge nennt man einfache. Die Eigenschaften des **Rades** und der **Rolle** fliessen aus der Lehre vom **Hebel** her; **Keil** und **Schraube** sind bewegliche **schiefe Flächen.** Man s. Kraft de machinis simplicibus; Comment. Ac. Petropol. T. XI.

114. Anm. Da der zusammengesetzten Maschinen unzählige sind, so würde es soviel als nichts seyn, etliche wenige derselben anzuführen, viel aber davon

davon zu sagen, und selbst die brauchbarsten umständlich zu beschreiben, überschreitet die Grenzen eines Lehrbegriffs, zumahl da sie Anfängern kaum aus Zeichnungen verständlich genug werden können, und diese Zeichnungen nur bey einer einzigen Maschine, z. E. einer Mühle zahlreich und groß seyn müßten, wenn sie was weiter als Bilder seyn sollen, die nur das äuserliche Ansehen vorstellen. Bey der mündlichen Erklärung, können von den zusammengesetzten Maschinen einige Proben gewiesen, und Nachrichten von den Maschinenbüchern gegeben werden, in denen man vollständigere Beschreibungen davon findet, als sich hier geben liessen.

Herr Hofr. Karsten hat in seinem Lehrbegriffe III bis VI. Th. (Greifsw. 1769 - 1771.) auch in der zweyten Auflage II. Bande (Greifsw. 1778.) vieles vom Maschinenwesen beygebracht. Von Hrn. Prof. Mönnichs Anleitung zur Anordnung und Berechnung der gebräuchlichsten Maschinen, ist die I. Abtheil. zu Augsp. 1779. 8° herausgekommen. In Martins Philosophia Britannica deren deutsche Uebersetzung zu Leipz. 1778. bekannt geworden ist, finden sich auch viel Nachrichten von Maschinen. Theatra machinarum nennt man Bücher welche Beschreibungen und Abbildungen von Maschinen enthalten. Dergleichen ist Heinrich Zeisings in sechs Theilen (Leipz. 1673. in länglicht 4°). Die älteren Sammlungen dieser Art, stellen meist nur das äusere Ansehen der Maschinen vor, und viel unbrauchbare. Etwas bessers hat der vormalige Leipziger Mechanicus Leupold in unterschiedenen Folianten zu leisten gesucht, die folgende Titel haben, aber deutsch verfasst sind: Theatr. machinar. generale; Theatr. machinarum (vom vorigen unterschieden) Th. staticum; Th. machinar. hydraulicar. 2 Bände. Th. machinar. hydrotechnicarum. Th. Pontificiale. Th. Arithmetico Geometricum. Das letzte ist nach des Verf. Tode herausgekommen imgleichen ein Supple-

 ment,

ment, welches der Landbaumeister Scheffler ausgearbeitet hat. Joh. Matthias Beyer und Consorten, haben einen Schauplatz der Mühlenbaukunst geliefert, den sie als den neunten Theil der Leupoldischen wollten angesehn haben. Die Titel zeigen schon, daß nicht alle Maschinen aus den Gründen der Statik allein können verstanden werden. Uebrigens betrifft das was in dergleichen Schauplätzen als Berechnung der Maschinen angegeben wird, nur das Gleichgewicht. Zur Berechnung der wirklichen Bewegung gehören höhere Kenntnisse die unten (151) nur angezeigt werden.

Eine eigne Betrachtung erfodern auch die unterschiedenen Kräfte, mit denen Maschinen beweget werden, und ihre Anwendung. Ueberhaupt kommen diese Kräfte entweder belebten Geschöpfen, als Menschen und Thieren, oder leblosen zu, wohin Gewichte, Federn, Wind, Luft, Feuer, gehören. Die belebten Geschöpfe bewegen die Maschinen durch Schieben, Ziehen, Treten, Drehen; und die Maschinen müssen sowohl für sie als für die leblosen Kräfte auf gewisse Art eingerichtet seyn, wenn die Kräfte bequem in sie wirken sollen.

115. Anm. Bey unterschlächtigen Wasserrädern (73) wirkt das Wasser durch den Stoß auf die Schaufeln, ohngefähr, wie wenn einer Kugel die auf einer schiefen Ebene herabrollt, etwas an das sie anstößt entgegengehalten würde. Das oberschlächtige, hängt, wenn seine Kästen alle leer sind, im Gleichgewichte. Kömmt also in einige derselben Wasser, so sinken sie. Und so wird dieses Rad, vom Wasser so umgetrieben, wie wenn man in diejenigen seiner Kästen deren Oeffnungen aufwärts stehen, Gewichte legte, die von den Kästen wenn derselben Oeffnungen niederwärts kommen, ausgeschüttet würden, statt der ausgeschütteten aber kämen immer andere Gewichte in die aufwärts geöffneten Kästen. Auf diesen Begriffen mit Lehren der höhern Mathematik verbun-

 den

den beruht, die Berechnung der Wasserräder, die ich in meinen Anfangsgründen der Hydrodynamik 351-433. vorgetragen habe.

Das unterschlächtige Wasserrad kann, nach der Grösse seiner Schaufeln, viel Wasser auffangen, und der Fluß in dem es hängt, braucht sich nur wenig in seinem Laufe zu senken, weil er unter dem Rade wegfliesst.

Wasser das auf ein oberschlächtiges Rad fallen soll, muß da ohngefähr so hoch als des Rades Durchmesser beträgt über des Rades unterster Stelle seyn.

So übersieht man ohngefähr, daß das oberschlächtige in gebürgigten Gegenden bequemer anzubringen ist, das unterschlächtige in ebenern Gegenden, wo sich auch mehreres Wasser, dessen dieses Rad bedarf, aus den kleinern Bächen der Gebürge gesammlet hat.

Allemahl wird also hiebey folgendes brauchbar seyn.

116. **Erkl.** Wieviel die Oberfläche der Erde, oder eines Flusses LM 20. Fig. an einem Orte M tiefer liegt als an dem andern L, heisst Gefälle von diesem Orte bis zu jenem; und das Gefälle finden, heisst **Wasserwägen**.

117. **Zus.** Man ziehe durch einen von beyden Orten, die Horizontallinie LG, 20. Fig. welche die Verticallinie durch den andern in G schneidet, so ist GM das Gefälle.

118. **Zus.** Werkzeuge, mit denen man Horizontallinien bestimmen kann; **Wasserwagen** lassen sich aus (3; 4.) angeben. Wenn ein Werkzeug dergestalt eingerichtet ist, daß man

versichert seyn kann, eine gewisse Linie an ihm mache mit der Richtung der Schwere rechte Winkel, so steht diese Linie horizontal; und man kann entweder vermittelst ihrer ein Richtscheid, auf das man sie unmittelbar setzet, horizontal stellen, wie bey den Schrotwagen; oder Diopteren an ihr anbringen, vermittelst deren man nach einer Horizontallinie siehet. Weil hier eine scharfe Bestimmung nöthig ist, so wird bey diesen Wasserwagen ordentlich ein Fernrohr mit einem Fadenkreuze gebraucht.

119. Zus. Eine andere Art von Wasserwagen gründet sich auf die Eigenschaft flüssiger Körper, daß ihre Oberfläche allemahl horizontal ist, und noch eine andere darauf, daß ein leichteres flüssiges Wesen in einem schwerern, z. E. eine Luftblase im Weingeiste allemahl zu oberst stehet.

120. Zus. Wäre die Erdfläche durchaus eben, so dürfte man nur auf die Richtung der Schwere LK ein Perpendikel LG setzen, welches ohne Ende verlängert die Horizontallinie seyn würde. Ist aber die Erde eine Kugel, deren Mittelpunct K 21. Fig. so wird die wahre Horizontallinie ohne Zweifel in allen ihren Puncten gleichweit von K entfernt seyn, denn weil alsdenn alle schwere Körper nach dem Mittelpuncte sinken (6), so liegen alle Puncte, die näher bey K liegen als L, niedriger als L (3) und zur Horizontallinie wird erfodert, daß alle

alle Puncte gleich hoch sind. Soll also diese wahre Horizontallinie, wie ebenfalls angenommen wird, sich zugleich auf der Fläche der Erdkugel befinden, so muß sie in den Umfang eines grössern Kreises fallen, der durch L gehet.

121. Zus. Man stelle sich die Ebene vor, welche die Erdkugel in L berühret (Geom. 49. S. 10. Zus.). In dieser ziehe man nach Gefallen eine Linie LG 21. Fig. welche auf die Richtung der Schwere LK senkrecht stehen wird; so gehöret zu dieser scheinbaren Horizontallinie als die wahre; der Bogen LH eines grössten Kreises, in dessen Ebene LG liegt, da H dieses Kreises Durchschnitt mit GK ist. Um das Stück GH nähmlich, ist der Punct H, in der Erdfläche, in der wahren Horizontallinie, niedriger als der Punct G der gerade über ihm steht.

122. Zus. Durch das Verfahren (117) findet man den Punct G in der Linie LG, zum vorausgesetzt, daß die Linien, nach denen man siehet, gerade sind, und nicht durch die Strahlenbrechung in der Luft gekrümmet werden. Man muß also für jede Weite LG in dieser scheinbaren Horizontallinie, das Stück GH abziehen, um welches ihr Punct G höher ist, als der gerade darunterliegende Punct der wahren Horizontallinie, und solchergestalt die beyden Puncte L; H; finden, die in einer wahren Horizontallinie liegen.

123. Anm. Eigentlich ist $LGq = GHq + 2r. GH$ wenn $KL = r$; (Trigon. 16. S. Zus.) Nun ist bey allen diesen Arbeiten GH in Vergleichung mit 2r sehr klein; also nimmt man $LGq = 2r. GH$ oder $GH = \frac{LGq}{2r}$. Durch algebraische Rechnungen lässt sich genauer bestimmen, wie unmerklich der Fehler ist, wenn man diesen Werth von GH statt des völlig wahren gebraucht. Um einen Begriff von diesem Verfahren zu geben, so ist nach Picards Erdmessung, welche hier ohne merklichen Irrthum eben so gut als die neuern kann gebraucht werden; $2r = 6538594$ Toisen. Nun wird fast nie $LG = 4000$ Toisen seyn.

Man nehme diese Grösse an, so hat man $\frac{4000}{6538594}$ beynahe $= \frac{4000}{6538600}$ und aus Anal. endl. Gr. lässt sich gar leicht herleiten daß beyde Quotienten bis auf die Ordnung — 9 gleichgültig sind. Den letzten nun findet man durch die Logarithmen folgendergestalt

$$\begin{array}{rl}
\log 4000 & = 3,6020600 \\
\log 653860 & = 6,8154848 \\
\hline
\log \frac{LG}{2r} & = 0,7865752 - 4 \\
\log LG & = 3,6020600 \\
\hline
\log \frac{LG^2}{2r} & = 0,3886352 \\
\text{Giebt } \frac{LG}{2r} & = 0,00061175 \\
\frac{LG^2}{2r} & = 2,4470 \text{ Toisen} \\
 & = 14,6820 \text{ Fuß.}
\end{array}$$

Um so viel wäre die scheinbare Horizontallinie über die wahre erhoben, wenn die Entfernung des Gegenstandes nach dem man visirt, ein coup de niveau,

4000

4000 Toisen betrüge. Begreiflich also ist dieser Unterschied zwischen beyden Horizontallinien immer viel kleiner.

Er verhält sich, vorige Formel angenommen, wie das Quadrat von LG, und ist also für 1000 Toisen 16 mahl kleiner als für 4000. Woraus erhellt, wie für diese Unterschiede Tafeln sind berechnet worden, die man in Büchern vom Wasserwägen findet.

124. Anm. Man nimmt LG als gegeben an, und kann doch nur LH auf der Erde messen. Soll diese Verwechslung verstattet seyn, so muß der Bogen LH von seiner Tangente nicht merklich unterschieden seyn. Ob das hier statt findet, läßt sich so übersehen: Für LG = 4000 Toisen, ist $\frac{LG}{r}$ = 0,00122350. Braucht man nur die gewöhnlichen Tafeln, so findet man durch Proportionaltheile, daß der Bogen dem diese Tangente zugehört 4′ 12″ beträgt. Auch lehren diese Tafeln, daß bey diesen kleinen Bogen, Tangente und Sinus, nicht in Zehnmilliontheilchen des Halbmessers unterschieden sind. Folglich auch Tangente und Bogen nicht. Da nun hier der Halbmesser etwas über 3 Millionen Toisen ist, bey weitem noch nicht 4 Millionen, so beträgt schon aus dieser Angabe, der Unterschied zwischen LH und LG, lange noch nicht 0, 4 einer Toise, welches bey 4000 Toisen, wohl wenig zu bedeuten hat. Wer aber die Vergleichung zwischen Tangente und Bogen versteht; (Anal. des Unendl. 299) der wird finden daß hie der Unterschied zwischen Tangente und Bogen noch kein Tausendmilliontheilchen des Halbmessers beträgt, folglich noch nicht 0, 004 Toisen. Und das zwar wenn man LG = 4000 Toisen setzt. Für einen kleinern Werth dieser Linie, wird begreiflicher Maassen der Bogen kleiner und kömmt der Tangente noch näher.

125. Anm. Die Ausübung des Wasserwägens, die sich auf vorhergehende Betrachtungen gründet, erfodert zuviel Regeln, als daß solche hier könnten brauchbar vorgetragen werden. Schriften, in denen man sie findet, sind: Traité du nivellement par Mr. Picard; Par. 1684; 1728; 1780. Herrn Passavant Uebersetzung davon führet den Titel; des Herrn Picard Abhandlung vom Wasserwägen. Berl. 1749. Und mit neuen Beyträgen von Lambert, 1770. Neue Anweisung zum Gebrauch des Nivellirens von M. de H. Berl. 1750. Febure nouveau traité du nivellement. Potsd. 1752. In diesen Büchern findet man auch Wasserwagen beschrieben. Imgleichen in: Leupolds Beschreibung neuer Wasser- oder Horizontalwagen, Leipzig 1718. Eine Röhre mit einer Feuchtigkeit die nicht gefriert, noch faul wird, und einer Luftblase, hat Rob. Hooke empfohlen Animadversions on the first part of the Machina coelestis of Hevelius (Lond. 1674.) p. 61. Sie wird jetzo als eine sehr genaue und bequeme Wasserwage gebraucht. Sissons Wasserwage beschreibt Ekström, Abhandl. der Königl. Schwed. Akad. der Wiss. für 1743; meiner Uebers. V. B. 144. S. Bey Lamberts Anmerkungen über die Branderschen Mikrometer; Augsp. 1769; findet sich Branders Beschreibung einer ganz neu verfertigten Wasserwage; Im wesentlichen Sissons seine, aber mit einem Branderischen Mikrometer versehen. Rothens Beschreibung einer neuen Bergwage. Leipz. 1758. Anhöhen an Bergen zu messen. Meister examen libellae hydrostaticae vulg. Comm. Nou. Soc. Sc. Gotting. 1776. p. 142. Er hat an der Röhre mit der Luftblase viel auszusetzen und empfiehlt fast mehr eine Büchse mit Feuchtigkeit und einem Glase bedeckt wo die Luftblase anzeigt ob der ganze Boden der Büchse horizontal ist.

Beschreibung der vornehmsten Theile einer Mahlmühle mit unterschlächtigen Wasserrädern.

126. Das Grundwerk. Weil ein Rad, das man in einen Fluß henket, damit es von demselben umgetrieben werde, nicht die ganze Breite des Flusses einnimmt, so sucht man das Wasser, welches sonst neben dem Rade wegfliessen würde, aufzuhalten, und wenigstens zum Theil, auf das Rad zu lenken, wobey man die Freyheit haben will nach Gefallen viel oder wenig davon auf das Rad zu bringen. Zu dieser Absicht fasset man einen Theil des Flusses vor dem Rade folgendergestalt ein: Nach einer Linie quer über den Fluß 22. Fig. rr, werden Pfähle eingeschlagen, auf welche man ein langes und starkes Stücke Holz, den Fachbaum, leget. Auf den Fachbaum werden Griessäulen gesetzt, zwischen denen man Schutzbretter aufziehen oder niederlassen kann, das Wasser dadurch, wo man will, zu hemmen oder durchzulassen. Vor den Fachbaum werden nach Linien quer über den Fluß n; o; l; m; vier Reihen Pfähle eingeschlagen und über solche Schwellen gelegt. Nach den Linien yr werden an den Seiten des Ufers Pfähle eingeschlagen, und über solche Plattstücke A gelegt, die Wände des Heerdes zu machen. Damit das Wasser, welches solchergestalt durch die Wände des Heerdes eingeschlossen wird, den Boden

nicht ausarbeitet, werden vor der vordersten Heerdschwelle m, Heerdpfähle p zur Verwahrung bis in beyde Ufer dicht an einander eingeschlagen, und die Schwellen mit kiefernen Pfosten C bedeckt. Auch liegen die vordern Heerdschwellen immer tiefer als die hintern, damit der Heerd desto besser mit Sande verschlämmt werden kann. Wenn man sich also über jedem r eine Griessäule aufgerichtet, und dazwischen die Schutzbretter vorstellet, so ist begreiflich, wie dadurch das Wasser nach Gefallen in jedes der drey Gerinne LIH; IIII; GG; kann gelassen oder davon abgehalten werden.

127. Anm. Das Wasser kann nicht eher fortfliessen, bis es wenigstens so hoch steht, als der Fachbaum ist. Liegt also der Fachbaum höher als sich gebühret, so wird durch ihn zuviel Wasser aufgehalten, das sonst einer andern den Fluß weiter hinunterliegenden Mühle nützlicher seyn könnte. Dieses gehemmte Wasser kann auch einer andern den Fluß höher hinaufliegenden Mühle hinderlich seyn, indem es solchergestalt nicht schnell genug von ihr abfliessen kann; es kann auf das Ufer austreten und Ueberschwemmungen verursachen. Daher darf an dem Fachbaume keine Neuerung ohne Beyseyn und Einwilligung des Ober- und Untermüllers, und derjenigen, denen dadurch Schaden zuwachsen könnte, vorgenommen werden. Wie der Fachbaum für sich selbst horizontal liegen muß, so bestimmt man seine Höhe durch den in einiger Entfernung vor ihm eingeschlagenen **Mahlpfahl**, dessen obere Fläche eigentlich mit des Fachbaums seiner, in einer wagrechten Ebene seyn sollte. Weil man aber annimmt, das Holz werde im Wasser nach und nach abgezehret, so wird an vielen Orten, der

Fachbaum einen Zoll höher als der Mahlpfahl anzeiget, gelegt, welches man den Erbzoll oder Zehrzoll nennt.

128. **Die Gerinne.** Die Gerinne, in denen Räder bey R liegen, wie II; heissen Mahlgerinne; diejenigen, welche dazu dienen, daß das Wasser, welches nicht auf das Rad fallen soll, abfliessen kann, wie GG; **wüste Gerinne.** Es werden in ihnen ebenfalls Pfähle nach Linien quer über den Fluß eingeschlagen, mit Schwellen belegt, und mit Pfosten M beschlagen. Diese Pfosten bekommen in dem Mahlgerinne eine gewisse Neigung oder Kröpfung, damit das Wasser auf einer schiefliegenden Fläche an das Rad stösst.

129. **Der Mühlengang.** Mit dem Wasserrade befindet sich an einer Welle ein Kronrad (74) das aber die Müller das Kammrad nennen. Dieses greift in ein vertical stehendes Getriebe ein, und drehet solchergestalt eine Stange das Mühleisen herum, welches mitten durch das Getriebe geht, und oben auf sich den obersten Mühlstein den Läufer trägt. Dieser zermalmet also das Getreide, das zwischen ihm und dem untersten unbeweglichen fällt. Die übrige hiebey vorkommende Vorrichtung muß der mündlichen Erklärung vorbehalten werden.

130. **Die verschiedenen Arten des Zeuges.** Ein Staberrad hat zweene Ringe oder Reifen, zwischen denen die Schaufeln einge-

zapft sind, ein Strauberrad aber nur einen Reifen, auf dessen Stirne die Schaufeln stehen. Auch ist die Kröpfung (128) bey dem Staberrade ganz flach, aber bey dem Strauberrade, wird sie nach der Rundung desselben geführt. Diese beyde Arten von Rädern bleiben mit ihren Axen unbeweglich liegen. Wenn man aber die Räder in die Höhe ziehen kann, so heisst solches Pansterzeug, wobey auch die Räder noch einmahl so breit als bey Staberzeuge sind, und ein Rad zweene Gänge treibt.

131. Anm. Soviel hielt ich für nöthig, von so bekannten und nützlichen Maschinen das Allgemeine vorzustellen. Umständlichere Beschreibungen wären ohne viele und grosse Zeichnungen unverständlich, und da diese hier wegfallen, wäre es auch unnütz gewesen, die Grössen der Wasserräder u. d. gl. anzugeben. Man wird nach dieser Vorbereitung in Schriften, die hievon besonders handeln, z. E. Beyers Schauplatz der Mühlenbaukunst, die weitläuftigere Ausführung, und ihren Zusammenhang besser übersehen können. Uebrigens lässt sich aus der Art, wie die Bewegung bey den Getreidemühlen hervorgebracht wird, leicht begreifen, wie andere Mühlen, als Oelmühlen, Pulvermühlen, Sägemühlen, Puchwerke u. d. gl. vom Wasser können getrieben werden. Man s. Eberhards Beyträge zur Mathesi applicata. Sturm, Mühlenbaukunst. Augspurg 1718.

Die Windmühlen.

132. Erkl. NEOP 23. Fig. sey eine Ebene, die durch die gerade Linie CH in ähnliche Hälften getheilet wird, folglich sind HCN; HCE, rechte

rechte Winkel, und der Ebene Schwerpunct ist in der Linie CH. Man befestige diese Ebene auf einer Welle dergestalt, daß sie sich herumdrehen kann, indem sich die Welle um ihre Axe CA drehet, und daß ACH = R. Bey dieser Bestimmung kann man die Ebene NO noch so stellen, daß der Winkel ACE nach Belieben angenommen wird. Wenn man aber auch diesen Winkel festgesetzt hat, so kann die Ebene keine andere Bewegung machen, als sich um die Axe CA drehen. Sie soll der **Windmühlenflügel** heissen.

133. Zus. Weil EC, AC, beyde auf CH, des Flügels und der Ebene ACH Durchschnitt, senkrecht stehen, so ist ACE die Neigung dieser beyden Ebenen gegen einander (Geom. 2. Th. 2. Erkl.) und die Ebene ACE steht auch auf beyde Ebenen senkrecht, (Geom. 47. S. 4 Zus.) folglich muß jedes Loth aus einem Puncte der Linie CA auf den Flügel, in CE fallen (Geom. 47. S. 2. Zus.) und ACE ist auch der Neigungswinkel der Axe AC gegen den Flügel (Geom. 2. Th. 1. Erkl.). Ich will diesen Winkel γ nennen.

134. Zus. Jeder Punct des Flügels, P, beschreibt den Umfang der Grundfläche eines senkrechten Kegels, der CP zur Seite und die Axe in AC hat; oder welches eben soviel ist, einen Kreis, dessen Pol C ist, und auf dessen Ebene CA durch den Mittelpunct senkrecht stehet.

 Denn

Denn man setze ein Loth von A auf den Flügel, sey AE (133); und es heisse $AC = b$; so ist $AE = b. \sin\gamma$; $CE = b. \cos\gamma$; ferner sind wegen des gegebenen Punctes P, auch CP; PCE, und jetzo CE, folglich EP gegeben, also auch $AP = \sqrt{(EP^2 + b^2 \sin\gamma^2)}$. Folglich sind im Dreyecke PCA alle Seiten, also auch der Winkel PCA gegeben. Ihn wirklich zu finden, würde der Trigonometrie 20. S. dienen. Hier ist genug einsehen, daß dieser Winkel für einen gegebenen P bey dem Umdrehen des Flügels unverändert bleibt, wenn der Flügel und die Ebene des unveränderlichen Winkels ACE beyde sich zusammen so drehen, daß sie auf einander senkrecht bleiben.

135. Zus. Wenn die Axe CA so gerichtet ist, daß der Wind mit ihr parallel auf den Flügel stößt, so wirken diese bewegten Lufttheilchen, die nach lauter parallelen Richtungen auf den Flügel stossen, auf eben die Art in ihn, wie die Kraft der Schwere in eine solche Ebene wirken würde; denn man kann sich auch bey der Kraft der Schwere lauter Stösse in parallelen Richtungen, vorstellen. Aus diesen Stössen in parallelen Richtungen, gleich starken, auf gleiche Theile, folgte bey der Schwere ein Punct, in welchen man sie alle vereinigt annehmen konnte, der Schwerpunct (48). Man kann sich also auch in eben dem Schwerpuncte, welcher hier H seyn mag, die völlige Gewalt, die der Wind auf den ganzen Flügel ausübet,

vor-

vorstellen, oder der Flügel wird von allen den Lufttheilchen, die nach parallelen Richtungen auf ihn stossen, eben so bewegt, als wenn diese Lufttheilchen alle vereinigt in H wirkten.

136. Zus. I) Dieses anzuwenden sind Lehren vom Stosse flüssiger Materien nöthig, die sich hier nicht mit gehöriger Gründlichkeit und Umständlichkeit vortragen lassen. Ich will indessen doch etwas von ihm beyzubringen versuchen. Ich will Luft nennen, wie es hier die nächste Absicht erfodert, aber alles wird auch von Wasser oder jeder anderer flüssigen Materie gelten, nur daß dichtere Materie, wenn sonst alles einerley ist, desto stärker stößt, je dichter sie ist.

II) In der 24. Fig. sey LHhl ein Rechteck = B;

III) Auf dessen Ebene seyn GH = gh senkrecht.

IV) Die Luft bewege sich so gegen diese Ebene, daß jedes Lufttheilchen, in einer gegebenen Zeit, einer Secunde z. E. GH = c zurücklege.

V) Wenn also im Anfange der Secunde das Lufttheilchen das in H ist anstößt, so stößt am Ende das an, das am Anfange in G war, und so stossen in einer Secunde so viel Theilchen an, als in HG = c Raum haben, jedes mit seiner Geschwindigkeit.

VI) Nun setze man eben die Luft bewege sich schneller, lege in einer Secunde den Raum m. c zurück.

VII) So stossen m mahl soviel Lufttheilchen an als in (V) und jedes m mahl stärker, weil sich die Stärke des Stosses bey gleichen Massen wie die Geschwindigkeit verhält.

VIII) Folglich ist der ganze Stoß den die Fläche in (VII) leidet, m^2 mahl stärker als der den sie in (V) leidet.

IX) Oder: senkrechte Stösse, wo sonst alles einerley ist, verhalten sich wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

X) In der Bedeutung drücke man den senkrechten Stoß auf die Ebene so aus $B. c^2$. Nähmlich ein anderer der auf diese Ebene, mit einer Geschwindigkeit geschähe, die in einer Secunde den Weg C zurücke legte, wäre $B. C^2$ damit sich beyde wie der Geschwindigkeiten Quadrate verhielten. Es versteht sich daß sich übrigens der Ausdruck darauf gründet, daß in einer Secunde soviel Theilchen anstossen, als ein Prisma enthält, dessen Grundfläche B; Höhe c ist.

XI) Nun sollen GH, gh, mit der Ebene LHhl den Winkel η machen.

XII) Die Luft lege noch in einer Secunde den Weg GH = c zurück.

XIII) Jedes Lufttheilchen stösst auf die Ebene unter dem Winkel η; Man kann also seine

Wir-

Wirkung in zweene Theile zerlegen einen senkrecht auf die Ebene, den andern ihr parallel. Der letztere thut der Ebene nichts, der erste, verhält sich zum Stosse, den dieses Theilchen mit seiner Geschwindigkeit senkrecht thäte, wie sin η : 1 (Aus der Zerlegung der Kräfte.)

XIV) Nun hat man ein Prisma dessen Grundfläche = B, die Seiten mit ihr den Winkel η machen.

XV) Also ist ein Perpendikel von G auf die Grundfläche, oder dieses Prisma Höhe = c. sin η.

XVI) Und des Prisma Innhalt B. c sin η.

XVII) So viel Lufttheilchen als dieser Innhalt anzeigt stossen nun in einer Secunde an.

XVIII) Druckt man jedes senkrechten Stoß durch die Geschwindigkeit aus, der er gemäß ist, (VII) So ist jetzo sein Stoß = c. sin η (XII).

XIX) Folglich der ganze Stoß aller Lufttheilchen im Prisma (XVI) = B. c^2. sin η^2.

XX) Oder schiefe Stösse, einerley Materie, auf eine Ebene, verhalten sich, wie die Producte aus dem Quadrate der Geschwindigkeit, ins Quadrat des Winkels den die Richtung des Stosses mit der Ebene machte.

XXI) Stiesse nähmlich diese Materie mit der Geschwindigkeit C, unter dem Winkel ζ; so wäre der Stoß B. C^2. sin ζ^2, in so einer Bedeutung wie (X).

XXII) Hiebey nimmt man freylich an, jedes Theilchen wirke auf die Ebene, nur den Augenblick da es anstösst; Gleich darauf, thue es weder auf sie, noch auf die andern, einige Wirkung mehr. Gleichwohl ist nicht abzusehen was man statt dieser, allerdings nicht gar zu sichern Voraussetzung annehmen sollte.

XXIII) Wenn eine Ebene durch stillstehende flüssige Materie bewegt wird, so leidet sie Wiederstand.

XXIV) Offenbahr aber leidet sie eben das was sie leiden würde, wenn sie stille stünde, und mit der Geschwindigkeit die sie hatte, die flüssige Materie gegen sie bewegt würde.

XXV) So liegen in dem bisher Beygebrachten, Gründe zu Berechnung des Wiederstandes. Er verhält sich wie das Quadrat der Geschwindigkeit.

XXVI) Auf diese Art vergleicht man mit einander, Stoß oder Wiederstand von einerley Materie. Nun sollen zweyerley Materien stossen, da sich der ersten Dichte, zur andern ihrer wie 1 : q verhält. Wenn sonst alles einerley ist, Geschwindigkeit, Schiefe des Stosses, gestossene Fläche, so werden sich beyder Materien Stösse wie 1 : q verhalten, nähmlich wie die Grösse beyder übrigens auf einerley Art stossenden Massen.

XXVII) Man kann also sagen: Wenn q die Dichte der stossenden Materie bedeutet, so verhält sich der Stoß wie $B . c^2 . \sin \eta^2 . q$.

XXVIII) Den Gebrauch dieser Vergleichungen Anfängern durch ein Exempel zu erläutern, wird nicht überflüssig seyn. Ein schwacher Wind legt in einer Secunde etwa 14,568 englische Fuß zurück (Alex. Brices Erfahrungen über die Geschwindigkeit des Windes Philos. Trans. Vol. 56. art. 26.) ein langsamer Fluß, etwa 2 Fuß die ich für englische annehmen will (man s. meine Hydrodyn. 284. §.). Ich will setzen gleiche Ebenen werden die eine vom Winde unter einem Winkel von 30 Gr., die andere vom Wasser unter einem Winkel von 10 Gr. gestossen. Ferner sey Luft 800 mahl leichter als Wasser (S. unten Aerom. 62.) So ist für

	c	η	q
Luft	14,568	30 Gr.	1
Wasser	2	10	800

Also B, welches für beyde einerley ist, weggelassen, der Stoß

des Windes $= 14,568^2 . (\sin 30^\circ)^2 . 1$

Wassers $= 4 . (\sin 10^\circ)^2 . 800$

Die Rechnung lässt sich am bequemsten durch Logarithmen führen, so:

$$\begin{array}{rl} \log 14,568 & = 1,1633999 \\ \log \sin 30^\circ & = 0,6989700 - 1 \\ \hline & 0,8623699 \\ \text{verdoppelt} & 1,7247398 \end{array}$$

ist der Logarithme des Stosses des Windes.

Der

Der Stoß des Wassers ist 3200. $(\sin 10^\circ)^2$

$$
\begin{array}{lrl}
\text{also} & \log 3200 = & 3,5051500 \\
& 2 \log \sin 10^\circ = & 0,4793404 - 2 \\
\hline
\text{Log Stoß des Wassers} & = & 1,9844904 \\
\text{abgezogen} & & 1,7247398 \\
\hline
& & 0,2597506
\end{array}
$$

Die Zahl welcher dieser Rest zugehört zeigt an des Wassers Stoß verhalte sich zu des Windes seinem wie 1,8186 : 1, sey also fast noch einmahl so stark, ob er gleich so schief, und mit so geringer Geschwindigkeit geschieht, begreiflich weil so viel dichtere Masse stößt.

XXIX) Wie man die wirkliche Grösse eines Stosses durch Erfahrungen bestimmen könnte, davon liesse sich etwa folgendermassen ein Begriff geben: Man müsste erstlich den Punct auf der Ebene suchen, wo man sich den ganzen Stoß vereinigt vorstellen könnte (135). In diesem Puncte, müsste man ein Gewicht, oder eine Kraft die sich durch ein Gewicht angeben liesse, so anbringen, daß sie ihn hindert, nach der Richtung zu gehen, nach welcher der Stoß ihn treibt. Ist diese Kraft gleich groß genug das zu hindern, so, daß der Punct dem Stosse ausweicht, wenn man sie ein wenig vermindert, so kann man wohl annehmen, sie drücke die Stärke des Stosses aus.

XXX) Versuche dieser Art findet man in meiner Hydrodynamik 321. §. angeführt. Indessen ist die ganze Lehre vom Stosse flüssiger

Mate-

Materien, noch mit vielen Schwierigkeiten verwickelt, von denen ich in erwähntem Buche auch geredet habe. Hie glaubte ich, Lernenden, die bey weitem nicht alle, ihren Fleiß bis zur Hydrodynamik fortsetzen können, müsste doch soviel von einer Sache gesagt werden, die in der Känntniß der Natur, und dem Maschinenwesen von grösster Wichtigkeit ist.

137. Aufg. Unter den bisher erklärten Bestimmungen die Gewalt zu finden mit welcher der ruhende Flügel wird vom Winde in Bewegung gesetzt, und die Richtung nach welcher er wird getrieben werden.

Aufl. I) Der Wind gehe nach der Richtung GH 23. Fig. wo Flügel und Schwerpunct noch wie (132; 135;) verstanden worden. Man kann nähmlich die Menge der Lufttheilchen, die in einer gegebenen Zeit, einer Secunde z. E. anstossen, als ein Prisma voll Luft ansehen, dessen Grundfläche der Flügel ist, die Seitenflächen einander in Linien schneiden die der Linie GH parallel sind. Ferner kann man sich die Kraft mit welcher dieses ganze Prisma stösst, in der Linie GH vereinigt, den Schwerpunct stossend vorstellen.

II) HG, der Axe CA parallel (115) macht mit dem Flügel einen Winkel $= \gamma$ (Geom. 47. S. 8. Zus.) und ist in der Ebene ACH. Setzt man also HI auf des Flügels Ebene senkrecht,

recht, so ist GHI $= 90^\circ - \gamma$ und wenn man GI auf HI senkrecht zieht, so ist

$$GI = HG. \cos\gamma;\ HI = HG. \sin\gamma.$$

III) Des Flügels Fläche (132) sey $= e^2$; der Wind lege in einer Secunde den Weg $= c$ zurück. Man stelle sich also nach (I) ein Prisma vor, dessen Grundfläche der Flügel ist, die Seiten, als mit GH parallel, mit der Grundfläche Winkel $= \gamma$ machen (II) und jede Seite $= c$ ist. Ein Perpendikel, vom Ende einer solchen Seite auf die Grundfläche ist $= c. \sin\gamma$ und giebt des Prisma Höhe. Folglich ist sein Innhalt $= e^2. c. \sin\gamma$ und soviel Lufttheilchen als dieses Prisma enthält, stossen in einer Secunde an.

IV) Diese Luftmassen, kann man sich in GH vereinigt, nach dieser Richtung auf H stossend vorstellen (I). Jedes Theilchens Stoß kann man in einen mit GI, und einen mit IH parallel zerlegen. Der erste ist des Flügels Ebene parallel, wirkt also nicht auf den Flügel, der letzte wirkt senkrecht auf den Flügel, und ist $\frac{c. HI}{GH} = c. \sin\gamma$ (I).

V) Dieser Stoß jedes Theilchens, mit ihrer Menge multiplicirt giebt (III) $(e. c. \sin\gamma)^2$ für den Stoß der Luftmasse, nach IH senkrecht auf den Flügel.

In der That ist dieses, eben was (136; XVIII) ist allgemeiner gefunden worden. Bey einer Untersuchung die Anfängern nicht leicht seyn wird, darf man wohl so was zur Uebung und Erläuterung wiederhohlen.

VI) Bisher ward der Flügel nur als eine Ebene die gestossen wird betrachtet. Nun muß man in Erwägung ziehen, daß diese Ebene nicht anders weichen kann, als wie ihr die Axe verstattet; Nähmlich so, daß H einen Kreis beschreibt dessen Pol C ist, oder: den Umfang der Grundfläche eines senkrechten Kegels, dessen Spitze C, Seite CH ist (134).

VII) Man muß also die Kraft nach IH (V) in zween Theile zerlegen, von denen einer völlig aufgehalten wird, der andere, den Punct H, im nur erwähnten Kreise zu gehen nöthiget. Man denke hiebey daran, welches leicht zu erweisen ist, daß jede Seite eines senkrechten Kegels mit dem Umfange der Grundfläche, an der Stelle wo beyde einander schneiden rechte Winkel macht.

VIII) Indem der Punct H, erwähnten Kreis beschreibt, dreht sich die Ebene ACH um AH als eine Axe. Die beyden Kräfte (VII) werden also, die erste in der genannten Ebene liegen, die andere, auf diese Ebene senkrecht seyn. Man fälle also IL senkrecht auf diese Ebene, so zerlegt sich die Kraft nach IH, in die erste nach LH, und die zweyte nach IL.

IX) Jene strebt, den Punct H nach ihrer Richtung fortzuschieben. Sollte das wirklich

ge-

geschehen, so müsste entweder die Lage der Linie CH gegen CA sich ändern, oder CA auch mit fortgeschoben werden. Jenes findet nicht statt, weil der Flügel an die Axe befestigt ist, dieses nicht, weil die Axe selbst fest liegt, nur der Flügel um sie kann gedreht werden. So wird also diese Kraft durch die Festigkeit der Maschine aufgehoben.

X) Endlich also, bleibt die Kraft nach IL, den Flügel wie (134) lehret zu drehen.

XI) Die Ebene HIL; ist, wegen HI, auf den Flügel, wegen IL auf die Ebene ACH senkrecht. (Geom. 47. S.) Also CH auf die Ebene HIL senkrecht. (Geom. 48. S.) Folglich der Ebenen, HIL und des Flügels Durchschnitt, auf CH senkrecht. Aber auf diese CH, ist auch HL in der Ebene ACH senkrecht (Geom. 46. S. 6. Zus.) Also macht HL mit dem Durchschnitte der Ebene IHL und des Flügels, den Neigungswinkel der Ebene ACH und des Flügels. Folglich macht HI mit IL, den Winkel $90^\circ - \gamma$ (133).

XII) Also ist die Kraft nach $IL = \frac{IL}{IH}$. Kraft nach IH, das ist (V; XI) $e^2 . c^2 . \sin\gamma^2 . \cos\gamma$.

XIII) Dieser Ausdruck dient, wie der (136; XVIII) die Kräfte zu vergleichen, mit denen zweene Flügel gedreht werden, wenn für jeden, Fläche, Winkel mit der Axe, und Geschwinschwindigkeit des Windes gegeben sind. Wie sich Exempel dazu machen lassen sieht man leicht aus (136; XXVII).

138. Zus. Wenn Grösse des Flügels und Geschwindigkeit des Windes eben dieselbe sind, so ändert sich die Kraft mit welcher er gedreht wird nach seiner Stellung gegen die Axe, und verhält sich wie $\cos\gamma.\ \sin\gamma^2$.

139. Anm. I. Diese Bestimmungen gelten schon erwähntermassen nur für den Anfang, wenn der Flügel noch ruhet. Ist er schon in Bewegung, so müsste seine eigne Geschwindigkeit mit betrachtet werden, welches die Untersuchung hier zu weitläuftig macht, die sich überhaupt aus unserer bisherigen Theorie von der Wirkung flüssiger Materien nicht völlig richtig anstellen lässt. Denn die Voraussetzung, daß die Lufttheilchen plötzlich wegkommen (136) ist der Natur nicht gemäß. S. auch Euler de constructione molar. alatar. Comm. nou. Petrop. T. IV. und dessen Recherches sur les moulins à vent. Mem. de l'Ac. de Pr. 1756. Lambert sur les moulins à vent. Nouv. Mem. de l'Ac. de Prusse 1775. p. 92.

II. Indessen haben die meisten Mathematikverständigen die Sache nur unter diesen Umständen betrachtet, und auch dafür die vortheilhafteste Stellung des Flügels gesucht, da er nähmlich von jedem Winde mit der grössten Gewalt gedrehet würde; das ist, (138) wo $\cos\gamma.\ \sin\gamma^2$ am grössten würde. Es sey $\cos\gamma = u$, also soll $u.(1 - u^2)$ am grössten seyn. Die Algebra lehret, daß man in dieser Absicht dieser Grösse $u - u^3$ ihr Differential $du - 3u^2 du = 0$ setzen muß. Dieses gibt $\frac{1}{3} = u^2$ oder $u = 1 : \sqrt{3}$; Man findet daraus γ folgendergestalt.

$$u = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0,5773503 \text{ (Ar. IV. E. 27.)}$$

$$= \sin 35^\circ\ 15' + \text{ also } \gamma = 54^\circ\ 44' +$$

Unter diesem Winkel ACE soll nach der gewöhnlichen Theorie der Flügel an die Axe gesetzt werden; aber wenn die Bewegung des Flügels mit betrachtet wird, muß ACE grösser seyn. S. Colin Mac Laurin Treatise on Fluxions art. 911.

140. Anm. Wegen der Umdrehung des Flügels um die Axe können nicht alle seine Theile gleich geschwinde gehen; und doch stößt der Wind an alle Theile mit gleicher Geschwindigkeit an. Der Flügel muß also eine solche Gestalt bekommen, daß alle seine Theile dem Winde gleichförmig ausweichen, d. i. er muß nach der Art eines Schraubenganges gewunden, oder, wie man sich ausdrückt, windschief werden. Die Theorie dieser Gestalt läßt sich noch viel weniger aus den hie beygebrachten Gründen geben. Man s. Schobers Erfahrungen und Theorie von der Wirkung der Windmühlen; im hamburgischen Magazin 9. B. 2. 3. Stück.

141. Anm. Damit die Axe nach dem Winde kann gedrehet werden, wird bey den **deutschen Windmühlen** das ganze Haus, in dem sie befestiget ist, so angelegt, daß es sich auf einem Zapfen herumdrehen läßt, bey den **holländischen** aber geht die Axe durch das Dach und läßt sich mit demselbigen drehen.

142. Zus. Weil bey den Windmühlen nöthig ist Richtung und Stärke des Windes zu kennen, so füge ich hier etwas von Maschinen bey, die zu diesen Absichten dienen sollen, besonders zur letzten, und Anemometer genannt werden. Man rechnet sie gewöhnlich zur Aerometrie, dahin gehörte aber auch eigentlich die Windmühle: Also kann ich von ihnen auch wohl bey ihr reden. Wolfs und andere ältere Angaben in Leupolds Th. Stat. univ.

P. III.

P. III. Th. Aerostatic. c. 10. In der Herren Lichtenberg und Voigt Magazin für das Neuste aus Physik und Naturgeschichte wird im VI. B. 1. St. 89. S. ein Windmesser vorgeschlagen, über den ich im 3. St. 84. S. Berechnungen gebe. Des Herrn Coadjutor von Dahlberg Anémomètre der erfurt. churf. Akad. der Wiss. 1781. vorgelegt, in Act. Ac. El. Mog. 1781. Woltmann Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels, oder eine zuverlässige Methode die Geschwindigkeit der Winde, und strömenden Gewässer zu beobachten. Hamburg 1790. Wilke Anemobarometer Neue Abhandlungen der Königl. Schwed. Akad. der Wiss. 1782; 85. S. der Uebers.

Allgemeine Begriffe von den Uhrwerken.

143. **Erkl.** Ein Uhrwerk heisst eine Maschine, die durch ihre Bewegung die Theile der Zeit anzeiget.

144. Zus. Wenn man ein Seil mit einem Gewichte dergestalt um eine Welle windet, daß sich die Welle herumdrehen muß, indem das Gewicht sinkt, so wird man durch die Bewegung der Welle, und des Räderwerks, das mit ihr verbunden ist (85) die Zeit abtheilen können. Dieß ist die Beschaffenheit der grossen Uhren, die durch Gewichte getrieben werden.

145. Zus. Aber das Gewicht wird, in so fern ihm das Reiben der Räder an einander

nicht hinderlich ist, mit einer beschleunigten Bewegung fallen. Man muß also eine solche Vorrichtung machen, daß die Geschwindigkeit, welche das Gewicht alle Augenblicke erhält und der Maschine mittheilen würde, alle Augenblicke aufgehoben wird, und das Gewicht jeden Augenblick von neuem zu fallen anfängt. Dieses veranlasst das Steigrad, das aufrechte Steigrad, den englischen Haaken, und das Perpendikel.

146. Zus. Zu den Taschenuhren kann man eine zusammengerollte Feder in einen hohlen Cylinder dergestalt einschliessen, daß sie den Cylinder (die Trummel) herumdrehet, indem sie sich ausbreitet. Nun sey eine Kette mit einem Ende an der Trummel, mit dem andern an einem Kegel, der sich um seine Axe drehen lässt, befestigt, daß sich dieselbe auf den Cylinder aufwindet, so wird sich der Kegel herumdrehen und vermittelst eines an ihm befindlichen Rades andere Räder in Bewegung setzen. Die Gleichförmigkeit der Bewegung zu erhalten, ist eine schwächere zusammengewickelte Feder dergestalt angebracht, daß sie dem letzten Rade alle Augenblicke einmahl hinderlich fällt.

147. I. Uhrwerke hat man zwar schon in ältern Zeiten gehabt, aber einen gleichförmigen Gang haben bey ihnen am meisten die Astronomen vermisst, denen an richtiger Eintheilung der Zeit viel gelegen war, und die auch Mit-

tel

tel wussten zu erkennen, ob die Zeit richtig angegeben sey oder nicht. Diese Vollkommenheit, haben die Uhren zuerst durch gehörige Anbringung des Pendels vom Hugen erhalten. Christiani Hugenii Horologium oscillatorium, Paris 1673. fol. beschreibt seine Erfindung, der viel damahls sehr neue und schwere Untersuchungen aus der höhern Mathematik zur Vorbereitung dienen. Dieses Buch enthält also zugleich eine Menge Proben von der Wichtigkeit tiefer Theorien für den Gebrauch des gemeinen Lebens. Er meldet diese Einrichtung der Uhren gegen das Ende von 1656. erfunden zu haben, und hat sie ganz kurz auf ein Paar Bogen in Quart beschrieben: Chr. H. Horologium. Haag 1658. Indeß, hat ein Sohn vom Galiläus, Vincentius, auf die erste Anbringung des Perpendikels an Uhren Anspruch gemacht. Man s. Musschenbrök, Tentamina Ac. del Cimento; P. I. p. 20.

II. Unter den neuern ausländischen Werken, die vollständig von Uhren handeln, sind vorzüglich bekannt: Traité de l'horlogerie par Mr. le Paute; 1755; Und Essai sur l'horlogerie par Mr. Ferdinand Berthoud. Par. 1763.

Im Deutschen hat man: Dom Jacob Alexanders Abhandlung von Uhren, aus dem Franz. übers. und mit Anmerkungen erläutert von Berger, Lemgo 1738; die zweyte Auflage 1763. ist nicht vermehrt.

Bey Welpers Gnomonik Nürnberg 1708. fol. findet sich: Der kunstreiche Uhrmacher, eine Uebersetzung von W. D. (William Derham) Artificial Clockmaker Lond. 1700. Leutmanns vollständige Nachricht von den Uhren, Halle 1718. Desselben V. N. von Uhren erste Continuation oder zweyter Theil 1722. Der neue englische Uhrmacher, Frankf. und Leipzig 1768. Von Taschenuhren besonders, Wilh. Manleys Unterricht von Sackuhren, Wien 1751; stellt die Beschaffenheit einer Taschenuhr nur kurz aber deutlich vor. Umständlicher sind: Hartmanns Unterricht von Verbesserung der Sackuhren, Jena 1752; Vogel, praktischer Unterricht von Taschenuhren für Verfertiger und Liebhaber, Leipz. 1774; Forstmann, von zeigenden und schlagenden Taschenuhren, zur Känntniß und Ausbesserung aller vorkommenden Arten derselben, für solche die nicht von der Feile sondern von der Feder Profession machen, Halle 1779. Régle artificielle du tems par H. S. (Henry Sully) kann wenigstens wegen des Druckortes Wien 1714; zu den deutschen Producten gerechnet werden. Man findet auch da in einem Briefe Leibnitzens, manches von der Geschichte dieser Erfindungen. Allerley historisches von Uhren, zusammengeschrieben, findet man, in Marpergers Horologiographia oder Beschreibung der Eintheilung und Abmessung der Zeit, Dresd. 1723.

III. Beym Hugen, im hor. osc. regiert die Pendelstange, ein Kronrad, das sich in einer Horizontalfläche dreht. Nachdem hat man besser gefunden, sie an ein Steigrad anzubringen, das sich in einer Verticalfläche dreht. Das womit sie dieses Rad regiert heisst der englische Haaken. Für seinen Erfinder, wird der Uhrmacher William Clement angegeben, von John Smith C. M. (Clock Maker) Horological disquisitions, Lond. 1694; pag. 3. Man braucht auch noch andere Vorrichtungen, durch das Pendel den Gang der Uhr zu regieren. Hugens Pendel schweifte auf jeder Seite von der Verticallinie weit aus. Deßwegen fand er nöthig seinen Gang durch die Cycloide gleich zu machen. Diese krumme Linie hat man bey den neuern Vorrichtungen entbehrlich gefunden, wo das Pendel nicht so weit ausschweift.

IV. Metalle, wie andere Materien, werden von der Wärme ausgedehnt, nehmen kälter, einen kleinern Raum ein (Aerom. 87.). Die Pendelstange wird also in der Wärme länger, in der Kälte kürzer; So geht das Pendel im Sommer langsamer als im Winter. Eine gewöhnliche Pendeluhr macht in einem Tage im Winter ohngefähr eine halbe Minute mehr als im Sommer. Dieser Veränderung hat man durch Arten die Pendelstange aufzuhenken, abzuhelfen gesucht, so, daß die Ausdehnung die ihren Gang langsamer machen würde, durch andere Ausdehnungen aufgehoben wird. Den meisten Beyfall unter diesen Vorrichtungen, hat bisher das rostförmige Pendel, (grid iron pendulum) gefunden. Musschenbroek introd. in phil. nat. §. 675. Ellicot beschreibt zwey dergleichen Phil. Trans. Vol. 47. p. 479.

V. Uhren die durch ein Pendel regiert werden müssen an ihrer Stelle fest stehen. Man kann sie daher auf Schiffen wegen des Schwankens derselben nicht wohl brauchen. Lord Kingkardines 1662. in dieser Absicht unternommene Versuche, findet man in Philosophical Experiments and observations of .. Rob. Hooke publish'd by W. Derham, Lond. 1726; p. 4. Wie man aber Taschenuhren, durch Federn treibt und regiert, so hat man auch diesen Gebrauch von Federn für Seeuhren gemacht, worinn Harrison u. a. neuerlich viel geleistet haben. Vom vorhingenannten Berthoud hat man einen Traité des horloges marines.

Nachdem ich von so künstlichen und vollkommenen Uhren geredet habe, wäre es nicht der Mühe werth, von einer ganz schlechten zu reden, als nur in der Absicht, daß man von ihr nicht mehr erwartet als sie leisten kann. In der Höhlung eines Cylinders, machen durchlöcherte Bleche Abtheilungen; der Cylinder wird vermittelst seiner Axe so daß diese horizontal ist, an ein paar Schnüre aufgehenkt, in einer seiner Abtheilungen ist Wasser, das fliesst durch die Löcher aus einer in die andere, und macht so daß der Cylinder sich an den Schnüren herabwälzt. Von diesen Wasseruhren, hat M. G. H. B. eine Abhandlung zu Halle 1752. herausgegeben. Er ist sehr für sie eingenommen, gesteht aber doch selbst 43. S. daß man durch sie die Stunden nur praeter propter herausbringt, und so ein Ding sollte man wohl jetzo nicht mehr zu den Uhren zählen. Die Art aber, zu machen daß ein Körper durch eine flüssige Materie die in ihm herumläuft etwas regelmässig sinkt, ist allemahl der Mühe werth gekannt zu werden, und diese Wasseruhren beruhen im Wesentlichen auf eben dem Grunde wie die Purzelmännchen (49).

148. Anm. Die Bewegung auch anderer Maschinen gleichförmiger zu machen, nöthigt man die Kraft beständig gewisse Gewichte mit im Kreise herumzutreiben. Man nennet diese Vorrichtung ein Schwungrad.

Vom Reiben.

149. I. Wenn ein Körper auf einer horizontalen Ebene ruhet, so sollte jede Kraft die durch seinen Schwerpunct horizontal wirkt, ihn in Bewegung bringen können: Denn die Wirkung der Schwere auf den Körper wird durch die Ebene getragen, und die erwähnte Kraft, findet also den Körper nur als Materie die nicht schwer wäre, vor sich; Diese Materie, erhält freylich von stärkerer Kraft, schnellere Bewegung, langsamere von schwächerer, aber allemahl wird sie der Kraft ausweichen, der sie

kein Bestreben Bewegung zu machen entgegensetzt, nur das was man Trägheit nennt, die Eigenschaft, daß sie ohne Kraft keine Bewegung bekömmt noch ändert.

Der bekannte Gebrauch von Schlitten, Schrittschuhen u. s. w. zeigt schon wie leicht ein Körper bewegt wird, wenn seine glatte Unterfläche, auf einer glatten Horizontalfläche fortgeht.

II. Daß also ein Körper, dessen rauhe Unterfläche, auf einem rauhen Boden steht, nicht ohne beträchtliche Gewalt horizontal fortgezogen wird, das muß von den Rauhigkeiten der Flächen, die an einander gedrückt werden, herrühren. Diese Hinderniß der Bewegung, nennt man das Reiben.

III. Wieviel es bey einem gegebenen Körper auf gegebenen Boden betrage, liesse sich etwa so untersuchen: Man befestige an den Körper eine Schnur daß sie horizontal kann gezogen werden, führe sie so über eine Rolle und lege in eine Wagschale die an ihrem Ende hängen muß, so lange Gewichte, bis der Körper anfängt fortzurücken. Ehe das geschah, betrugen die Gewichte weniger als das Reiben: Nachdem es geschieht, betragen sie mehr; Eigentlich findet man also nur die Gränzen zwischen welche das Reiben fällt. Aber wenn man die Gewichte nur immer um was weniges vermehrt, so kann man diese Gränzen sehr enge

zu=

zusammen bringen, und dann, eine von ihnen, ohne grossen Fehler für das Reiben annehmen.

IV. Man nehme zu diesem Versuche einen Körper, der auf ein Paar der Grösse nach sehr unterschiedene Flächen auf eine nach der andern kann gelegt werden, z. E. ein Parallelepipedum, das eine sehr breite Seitenfläche, und eine sehr schmahle hat. Man wird finden daß ohngefähr einerley Gewicht nöthig ist, den Körper fortzuziehen, welche von beyden unten liegt. Also richtet sich das Reiben nicht nach der Grösse der Unterfläche sondern nach dem Drucke den der Körper vermöge der Schwere auf den Boden ausübt.

V. Was beym ersten Anblicke in diesem Satze unerwartet scheinet, läßt sich etwa so begreiflicher machen. Man stelle sich die Flächen des Körpers, etwa in Quadratzolle getheilt ein, die schmahle enthalte 5 die breite 50, sein Gewicht sey 6 Pfund, (die Zahlen sind blos Exempel, auf diese bestimmten Zahlen gründet sich nichts in meinem Schlusse.) So trägt ein Quadratzoll, $\frac{6}{5}$ Pf. wenn die schmahle, $\frac{6}{50}$ Pf. wenn die breite Fläche unten liegt. Stellt man sich die rauhen und ungleichen Theilchen der Flächen durch sie gleichförmig verbreitet vor, so werden, soviel solcher Theilchen als ein Quadratzoll enthält, zehnmahl stärker gegen die Rauhigkeiten des Bodens gedruckt wenn die schmahle Seite, als wenn die breite

unten

unten liegt: Dort werden wenig rauhe Theile, stark in einander gedruckt, hie viele, schwach. Das kann sich wohl so vergleichen, daß beydemahl gleiche Hinderniß der Bewegung entsteht.

VI. So hat Amontons gefunden, daß, wenn Eisen, Bley, Kupfer, Holz, eine dieser Materien über der andern, oder über ihres Gleichen geht, die Friction $\frac{1}{3}$ der Last beträgt. Parent setzt $\frac{7}{20}$. Mem. de l'Ac. des Sc. 1699: 1704.

VII. Bekanntlich macht die Friction daß wir auf ebenen rauhen Boden sicher stehen und gehen, welches auf ganz glatten, ohne die Geschicklichkeit des Eyßfahrers nicht statt findet. Eben so daß wir Anhöhen an Bergen hinaufsteigen können. Man kann also die Friction auf einer schiefen Ebene untersuchen, folgendergestalt:

VIII. Soll sich der Körper auf der schiefen Ebene halten können, so muß seine respective Schwere (102) der Friction gleich seyn. Nun entsteht die Friction auf der schiefen Ebene, aus dem Drucke des Körpers auf diese Ebene. Man setze also sie sey $\frac{1}{m}$ des Druckes. So hat man (98) $\frac{1}{m}. Q. \cos D = Q. \sin D$ oder $m = \cot D$.

IX. Nimmt man $m = 3$ (VI) so findet sich $D = 18^\circ 25'$. Macht eine Ebene mit dem Hori-

Horizonte einen grössern Winkel, so wird ein Körper durch die Friction nicht auf ihr erhalten wenn die Friction nicht mehr beträgt als $\frac{1}{3}$ des Drucks.

X. Umgekehrt, wenn man eine schiefe Ebene nach Gefallen neigen kann, und sucht wie groß ihr Winkel mit dem Horizonte werden darf bis ein Körper auf ihr herabzugehen anfängt, so hat man aus dieser Erfahrung D, folglich m.

XI. Belidor, Architecture Hydraulique T. I. Part. I. L. II. chap. 2. handelt umständlich vom Reiben, und art. 223. meldet er, daß er durch das nur erwähnte Verfahren, Amontons Angabe bestätiget habe. Bilfinger Comm. Ac. Petrop. Tom. II. (für 1727.) p. 403 u. f. hat nach eben dem Verfahren, D zwischen 12 und 15 Graden gefunden, welches das Reiben ohngefähr $\frac{1}{4}$ des Drucks gäbe. Er will aber selbst nichts sicher entscheiden. Auser allerley Schwürigkeiten solche Versuche sehr genau zu machen, sind begreiflich selbst nicht alle Stücken Materie die wir mit einem gemeinschaftlichen Nahmen benennen, z. E. Eisen, auf ihrer Fläche ganz von einerley Beschaffenheit und so muß man bey solchen allgemeinen Angaben sehr zufrieden seyn, wenn sie nur nie sehr viel von der Wahrheit abweichen.

XII. v. Musschenbroek Introd. ad Philos. nat. cap. 9., hat sich durch eigne Versuche gleich=

gleichfalls versichert, daß man kein allgemeines Gesetz für das Reiben angeben könne. Unter die ältern Schriften über diesen Gegenstand, wo aber die ersten Begriffe aus einander gesetzt sind gehören Sturms, und Leibnitzens Abhandlungen, Miscellanea Berolinensia (Berl. 1710.) Class. Math. n. 29. 30. Was über das Reiben ist gethan worden, hat mit viel Fleisse gesammlet Matthias Metternich diss. de Frictione, Erford. 1786. Eben der Verf. Professor der Mathem. und Phys. zu Mainz, von dem Widerstande der Reibung, Frankf. 1789.

Zu (VIII) meine Untersuchung über die schiefe Ebene mit Betrachtung der Friction. Leipziger Magazin zur Naturkunde Mathem. und Oekon. 1782; 1. St.

Die jablonowskische Gesellschaft zu Leipzig hatte einen Preis auf die verbesserte Theorie der Schraube gesetzt. Wahrscheinlich war dabey mit an die geometrische Schwürigkeit wegen der Gestalt der Schraube und die statische wegen des Keils und dessen Vergleichung mit ihr gedacht die ich hie 105; 111; erwähnt habe. Denen welche um den Preis arbeiteten fiel so was nicht ein, sie betrachteten nur die Friction. Die Schriften sind: Gulden de Helice; Gerlach de Cochlea Acta Soc. Iablonovianae ab a. 1775 ad 1779; Tom. V.

XIII. BAC 1. Fig. bedeute einen Wagebalken der in A vermittelst des Zapfens in den Aus-

höh-

höhlungen der Scheere ruht, diese Wage sey anfänglich mit gleichen Gewichten $P = Q$ beschwert, des Wagebalkens und der Schaalen Gewicht sey $= W$ so wird der Zapfen in seinen Lagern mit der Last $2P + W$ angedruckt, und aus diesem Drucke entsteht eine Friction, die ich, exempelsweise nach (VI) $= \frac{1}{3}. (2P + W)$ setzen will. Wird also in die eine Schaale etwas mehr Gewicht gelegt, so muß dieses die Friction überwinden wenn die Wage dahin einen Ausschlag geben soll.

XIV. Aber dieses zugelegte Gewicht, das x heissen mag, vermehrt selbst den Druck der nun $2P + W + x$ ist, und von dem nun $\frac{1}{3}$ für das Reiben anzunehmen wäre.

XV. Man nehme den Zapfen für einen Cylinder an, dessen Halbmesser $= e$. Vom Mittelpuncte eines Querschnittes dieses Cylinders, bis an den Punct von dem die Schaale herabhängt, in welche man das Gewicht zulegt, geht der halbe Wagebalken $= a$. Soll der Ausschlag statt finden, so muß sich der Zapfen um seine Axe, in seinem Lager drehen, also die Friction (XIV) welche seine Fläche da leidet überwunden werden. Diese Friction kann man also als eine Last ansehen, die in der Entfernung $= e$ angebracht ist, die Kraft $= x$ aber, in der Entfernung $= a$. Beyder Momente gleich gesetzt, giebt also $\frac{1}{3}. (2. P + W + x). e = a. x$; daraus findet man $\frac{(2P + W). e}{3a - e} = x$.

XVI.

XVI. Exempel. Des Zapfens halbe Dicke $= e = 1$ der halbe Wagebalken $a = 40$; des Wagebalkens Gewicht $W = 20$ Pf. in jeder Schaale $P = 150$ Pf. So ist

$$x = \frac{320}{119} = 2\frac{82}{119} \text{ Pf.}$$

XVII. Belidor a. a. O. 242; 249. stellt sich erstlich vor, man brächte ein Gewicht an den Zapfen selbst an, und sucht wie groß es seyn müsste, wenn es der Friction die Wage und beyde Gewichte schon machen, und der die es selbst beyfügt, gleichen sollte. Das findet er, durch Summirung einer unendlichen Reihe. Und nun setzt er statt desselben, an den Wagebalken ein Gewicht $\frac{e}{a}$ von jenem ist. So findet er in dem Exempel 4 Pf. statt meines x.

Das Gewicht am Zapfen, findet man ohne unendliche Reihe aus XV; $= \frac{1}{2}.(2P + W)$, man darf nähmlich dort nur $a = e$ setzen.

So ist das am Wagebalken nach B. Meynung $(2P + W).\frac{e}{2a}$ grösser als das richtige (XV). Belidor hat nicht daran gedacht, daß dieses Gewicht, einen andern Druck, also andere Friction giebt, als das am Zapfen, und rechnet nun so als sollte das Moment dieses Gewichts soviel betragen, als das Moment der Friction die bey dem Gewichte am Zapfen statt fand.

Brauch-

Brauchte man nach B. Exempel 4 Pf. so wäre die Friction $= \frac{1}{3}$. 324 diese mit 1 multiplicirt giebt nicht das Moment des zugelegten Gewichtes 4. 40.

XVIII. Wenn a ungeändert bleibt, aber e abnimmt, so wächst in dem Bruche $\frac{e}{3a - e}$ der Nenner, und der Zähler nimmt ab, folglich auch der Bruch. Also ist x desto kleiner gegen $2P + W$, je kleiner e gegen a ist, das heisst: je dünner der Zapfen in Vergleichung mit der Länge des Wagebalkens ist. Hieraus übersieht man, warum bey einem dünnern Zapfen die Wage schneller ist, warum man selbst, dieses zu erhalten dem Zapfen wohl eine prismatische Gestalt giebt, daß er mit der Schärfe auf den Lagern ruht. Nicht die Friction wird durch diese Verminderung der Fläche geringer (IV), sondern ihr Moment.

XIX. Das Bisherige lässt sich auch auf die Friction der Zapfen von Rädern in ihren Lagern anwenden.

XX. Eben auf Verminderung des Moments der Friction, kömmt es an, daß man Bewegungen bey Maschinen, durch Rollen, Walzen, u. s. w. erleichtert. So finden sich in Perrault, Recueil de plusieurs Machines, Paris 1700. gleich zu Anfange unterschiedene Maschinen, Lasten, wie es da heisst, ohne Reiben zu erheben.

XXI. Pferde die einen Wagen auf ebenen Wege ziehen, überwältigen eigentlich nur die Friction welche die Last auf dem Wagen, vermittelst der Axen in den Naben der Räder verursacht. Der Ausdruck also ein Pferd könne z. E. zehn Centner ziehen, würde sehr unrichtig so verstanden werden, als könne es soviel, etwa vermittelst eines Seiles, das über eine Rolle ginge erhalten, oder erheben. Unter diesen Umständen, zieht ein Pferd etwa 175 Pfund, mit einer Geschwindigkeit die 10800 Fuß in einer Stunde beträgt, nach le Sauveur Erfahrungen die Hr. Prof. Büsch anführt: Versuch einer Mathematik zum Nutzen und Vergnügen des bürgerl. Lebens, Hamb. 1776. Mechan. §. 59.

XXII. Die Betrachtung der Friction, ist also auch bey Fuhrwerken, Einrichtungen der Räder daran, u. s. w. wichtig. Versuche und Schlüsse über diese Gegenstände, findet man, beym de Camus Traité des forces mouvantes, Paris 1722. Prop. 22 .. auch in Desaguliers Course of experimental philosophy, Vol. I. Lond. 1734; Lect. 4. prop. 24. .. Joh. Nic. Müller Versuch einer systematischen Abhandl. über das Fuhrwesen, Götting. 1787.

XXIII. Bisher, ist das Reiben nur betrachtet worden, in so fern es Bewegung gänzlich hindert. Wenn aber ein Körper wirklich in Bewegung ist, so wird es doch seine Bewegung lang-

langsamer machen, wie eine Kugel, mit gleicher Gewalt gestossen, langsamer über einen rauhen Teppich läuft, als über eine glatte Tafel. Von diesen Folgen aus der Friction handele ich, in meinen Anfangsgründen der höhern Mechanik III. Abschn. 81. u. f. §. Den dort angeführten Schriften, lassen sich noch folgende, neuere, beyfügen: Meister, de aberratione attritus, a lege inertiae Comm. Nou. Soc. Sc. Gott. ad 1769; 1770; p. 181. Lambert, sur le frottement, en tant qu'il rallentit le mouvement, Nouveaux Mem. de l'Ac. de Prusse 1772; p. 9. Desselben zweyte Abhandlung darüber 1776. p. 3.

150. I. Daß Friction die man bey Maschinen so gern vermindert, doch in vielen Vorfällen dienlich ist, habe ich schon erwähnt. Der Gebrauch der Schrauben, sehr genaue und feste Stellungen zu erhalten, beruht gänzlich auf ihr. Durch Seile über Scheiben gezogen, und angedruckt, daß sie eine starke Friction machen, lassen sich Fernröhre, oder chymische Gefässe in willkührlichen Stellungen erhalten, welche Erfindung der jenaische Medicus Wedel, 1730. unter dem Nahmen remora beschrieben hat. Man findet die Schrift, in Adelburners Commerc. litter. ad astronomiae increm. T. I. Nürnb. 1735. p. 186. So braucht Joh. Bernoulli das Reiben, bey der stehenden Welle. Le Cabestan delivré de ses inconveniens Io. Bern. Op. T. 4. n. 172. Hiezu kömmt auch

die Steife der Seile, daß nähmlich Kraft erfodert wird, ein Seil, wo es sich aufwickeln soll zu krümmen, beym Abwickeln gerad zu machen. Noch eine Anwendung hievon sind Räder mit Schnur und Riemen Leupold Th. M. Gen. §. 76. die man bey Spinrädern kann kennen lernen.

II. Ein doppelter Kegel der über den beyden Schenkeln eines Winkels, nach Stellen die höher als des Winkels Spitze liegen, zurollt, scheint so zu steigen, ob er gleich eigentlich sinkt. Von ihm handelt umständlich Kraft; Comm. Nou. Ac. Petrop. T. VI. p. 389.

III. Ein Cylinder der an einer Seite schwerer ist als an der gegenüberstehenden, scheint sich auch auf einer schiefen Ebene aufwärts zu wälzen, sinkt aber gleichfalls eigentlich. Desaguliers Vol. I. Lect. I. annot. 12; hat weitläuftig von ihm gehandelt, und ich habe seine Theorie analytisch untersucht, in den Deutschen Schriften der Königl. Soc. der Wiss. Götting. 1771; 113 Seite.

IV. Diese beyden Versuche, die bey der schiefen Ebene hätten ihre Stelle erhalten können, bringe ich hieher, weil es die Friction ist, die verhindert, daß diese Körper nicht hinabglitschen, indem sie sich aufwärts wälzen.

Von der Ueberwucht.

151. Anm. Wenn die Kraft stärker ist, als sie, blos die Last zu erhalten, nöthig wäre, und also eine

eine wirkliche Bewegung erfolget, so fällt in die Augen, daß bey eben der Last, und eben der Maschine, die Geschwindigkeit der Bewegung anders seyn wird, nachdem die Kraft anders ist. Die Entscheidung dieser Frage, wie geschwind eine gegebene Last von einer gegebenen Kraft bewegt wird, gründet sich auf die höhere Mathematik, und läſſt sich aus den Lehren vom Momente der Trägheit, Mittelpuncte des Schwunges, und solchen Untersuchungen herleiten, wie man beym Joh. Bernoulli Op. T. IV. n. 177. art. VI. VII. findet. Schobers Theorie von der Ueberwucht, Leipz. 1751. Euler de machinar. vſu maxime lucroſo Comm. Petrop. T. X. p. 74. Meine Anfangsgründe der höhern Mechan. III. Abschn. 38. Euleri theoria motus corpor. ſolidor. ſeu rigidor. Roſtoch. 1765. und 1790. Büsch in s. Vers. einer Mathematik zum Nutzen und Vergnügen des bürgerlichen Lebens, Hamb. 1776. II. Abtheilung handelt von der Mechanik auch der höhern sehr brauchbar und macht begreiflich wie Kenntniß der höhern Mathematik Berechnungen lehrt von denen hie nur die Gründe angezeigt werden. Brodhagen, Versuch einer Dynamik zum Gebrauch derjenigen die keine höhere Mathematik verstehen, Hamb. 1787.

Vom Perpetuo mobili.

152. Anm. I. Es ist doch der Mühe werth, etwas von diesem Irrlichte zu sagen, das so viele, besonders ihrer Einbildung nach praktische Mechaniker, in Sümpfe geführt hat.

II. In der höhern Mechanik, lernt man bey dem ersten Gesetze der Bewegung: ein Körper der in Bewegung ist gebracht worden, gehe mit der erhaltenen Geschwindigkeit, in der erhaltenen Richtung, fort, so lange ihn keine äusern Ursachen stören.

III. Ein Faden der an einem Ende fest hängt, am andern ein Gewicht trägt, werde aus der vertiticalen Lage gebracht und nun lasse man das Gewicht frey; Es wird sinken bis der Faden in die verticale Lage kömmt, mit der Geschwindigkeit die ihm der Fall gegeben hat, steigen bis es solche verlohren hat, dann wieder bis in die Verticallinie fallen, und so mit abwechselndem Fallen und Steigen, Schwingungen so lange fortsetzen, bis Wiederstand der Luft, und Reiben am Nagel von welchem der Faden herabhängt, Stillstand verursacht.

IV. Man lasse ein Gewicht auf eine Feder fallen, vertical oder längst einer schiefen Ebene; es wird die Feder spannen, die wird sich wiederum herstellen, und dabey durch ihre elastische Kraft das Gewicht mit der Geschwindigkeit zurücktreiben mit der es angestossen hat. Auch diese abwechselnde Bewegungen dauern, äusere Hindernisse beyseite gesetzt, so lange als die Feder ihre Kraft ungeschwächt behält.

V. Solche immerwährende Bewegungen, meynen aber die Perpetuomobilisten nicht. Ihre Erfindung soll Lasten heben, Pumpen bewegen u. d. gl.

VI. Die Kraft von welcher diese Bewegung herrührt, muß in der Maschine selbst seyn. Die Schraube ohne Ende ist kein Perpetuummobile, wenn gleich ein Ixion sie eine poetische Ewigkeit lang, herumdrehen könnte.

VII. Gewöhnlich hat diese Kraft ein Gewicht seyn sollen, das andre Lasten hebt.

Gewichte die so mit einander verbunden sind, daß eines das andre hebt, können als ein einziger schwerer Körper angesehen werden der einen Schwerpunct hat. Seine Bewegung, die hie blos auf die Schwere ankömmt, wird so lange dauern, bis der Schwerpunct so tief gesunken ist, als er der Verbindung der Gewichte gemäß sinken kann, dann bleibt das Ganze stehen (48).

Soll-

Sollten Federn, die bewegende Kraft darstellen, so müßten sie immer von neuem gespannt werden.

VIII. Ich gebe das bisherige für keinen Beweis aus daß ein P. M. in der Bedeutung (V) unmöglich sey, aber Schwürigkeiten sind das gewiß, und bisher haben die welche nach der Erfindung gestrebt, diese Schwürigkeiten meist nicht einmahl deutlich eingesehen, nicht aus dem Wege geräumt, oft sich selbst unter der verkünstelten Zusammensetzung ihrer Einfälle versteckt.

IX. Viel Aufsehen machte ein Orfyreus. Von ihm ist: das triumphirende Perpetuum Mobile, Cassel 1719. im October, lateinisch und deutsch. Es war ein Rad das in einem verschlossenen Orte, lange Zeit umlief. Landgraf Carl zu Cassel, selbst ein Kenner mathematischer u. a. Wissenschaften, gab ihm ein Zeugniß darüber, und den Titel eines Commercienrathes. Wolf erklärte sich nicht dagegen, ob er gleich auch Bedenklichkeiten dabey anführt. Im mathematischen Lexicon; Art. Perpetuum mobile.

Einen heftigen Gegner fand O. an dem Königl. Modellmeister Gärtner in Dresden; 1717. erschien von demselben auf einem Bogen: Nochmalige Offerte von Eintausend Thlr. dagegen von Herr O. die Probe einer vierwöchentlichen Selbstbewegung verlangt ward. Imgleichen 1716. Borlachs Gegenbericht von dem Perpetuum mobile daß dergleichen in natura keines geben könne.

In einer: neuen Nachricht von der wohlbestandenen Laufprobe des Orffyreischen P. M. wird gemeldet daß es auf dem Weissenstein bey Cassel acht ganzer Wochen lang gegangen, und den Gegnern eine Wette von 10000 Rthlr. angeboten.

Dieses P. M. ist seit seinem Triumphe in Vergessenheit gerathen. In dem zu Leipzig 1722. erschienenen dritten Stücke der Hist. d. Gelehrs. und daraus in Leipz. gel. Zeit. 1722; 508 S. wird gemeldet: O. sey aus Oberlausnitz gebürtig, und in Leipzig unter dem Nahmen Beßler als ein nicht gar glücklicher Mediciner und Orgelbauer bekannt gewesen.

Die Hydrostatik.

1. Erkl. Ein flüssiger Körper heisst, in dem sich keine Theile angeben lassen, die mit einer merklichen Kraft zusammen hingen.

2. Zus. Man kann ihn also als stetig betrachten (Geom. 2. Erkl.) und seine Theile, wo man will, von einander sondern.

3. Anm. Die Kraft, vermittelst welcher die Theilchen flüssiger Körper unter einander und mit festen Körpern einigermassen zusammenhängen, von der Tropfen entstehen, wird hier beyseite gesetzt.

4. Erkl. Wasser bedeutet hier jedes flüssige Wesen, bey dem keine andere innerliche Kraft als die Schwere betrachtet wird.

5. Erkl. Die Hydrostatik handelt von dem Gleichgewichte des Wassers unter sich und mit festen Körpern.

6. Erf. Die Oberfläche jedes in ein Behältniß eingeschlossenen Wassers, macht mit der Richtung schwerer Körper rechte Winkel, oder

sie

sie ist wagrecht. Man kann sich hievon leicht vermittelst einer Bleyschnur versichern.

7. Anm. Abweichungen hievon lassen sich aus (3) erklären.

8. Anm. Beweise dieses Satzes, dergleichen Dan. Bernoulli Hydrodyn. Sect. 2. §. 1. versucht hat, sind d'Alemberts Erinnerungen; Traité des fluides art. 13. unterworfen, daher ich ihn mit Stevin Elem. hydrost. pet. 7. als einen Satz, von dem man sich durch die Erfahrung leicht versichern kann, annehme. Mir kömmt es nicht vor, als ob eine so einfache und leichte Erfahrung den Grundsatz lehrte, welchen d'Alembert; a. a. O. art. 1. und Euler de l'équilibre des fluides art. 9. (Mem. de l'Ac. des Sc. de Prusse 1755.) annehmen. Wenn die grössten Mathematikverständigen bey diesen ersten Gründen der Hydrostatik Schwürigkeiten gefunden haben, so wird man mich entschuldigen, wofern mein Vortrag jemanden nicht vollkommen genug thun sollte, da zumahl mir nicht erlaubt ist die höhere Analysis dabey anzubringen, wie jene gethan haben. Diese Schwürigkeiten rühren ohne Zweifel daher, weil wir der flüssigen Körper eigentliche Beschaffenheit nicht zulänglich kennen, und sie zu heben, würde also mehr für den Naturlehrer als für den Mathematikverständigen gehören, wenn man noch ein Exempel wüsste, daß Naturlehrer Wahrheit gefunden haben wo der Mathematikverständige sie nicht finden konnte.

9. Zus. In dem Gefässe ABC 1. Fig. stehe das Wasser bis an die wagrechte Ebene AB (dergleichen gerade Linien bedeuten hier in den Figuren Flächen.) Man betrachte von diesem Wasser den Theil besonders, der die willkührlichen Gränzen DIH auf einer Seite, EFG auf der andern hat; seine Oberflächen DE; GH,

 sind

sind in der gemeinschaftlichen Oberfläche AB; Man betrachte ein Stückgen der eingebildeten Gränze, welche dieses eingeschlossene innere Wasser von dem äusern Wasser des Gefässes absondert; z. E. Pp; Alles Wasser will vermöge seiner Schwere sinken, und jedes Wassertheilchen muß, wenn es sinken soll, andere aus seiner Stelle treiben, die nicht nur gerade, sondern auch seitwärts unter ihm liegen, ja es muß anderes Wasser zum Steigen nöthigen. Solchergestalt wird Pp ohne Zweifel von dem eingeschlossenen Wasser, und von dem Wasser des Gefässes verschiedentlich gedruckt werden. Man braucht nicht jeden solchen Druck einzeln zu betrachten, man sieht überhaupt, daß er entweder senkrecht auf Pp seyn muß, oder sich in zwo Kräfte zerlegen lässt, deren eine senkrecht auf Pp, die andere mit Pp gleichlaufend wirkt, und also Pp aus seiner Stelle zu treiben nichts vermag. Also kann man annehmen, der Druck des eingeschlossenen Wassers, der Pp aus seiner Stelle zu treiben bemüht ist, gehe nach einer senkrechten Richtung darauf RP und der Druck des Wassers im Gefässe nach derselben Verlängerung aber in entgegengesetzter Richtung QP. Soll aber Pp ruhig bleiben, so muß jener Druck soviel vermögen als dieser, und jedes Element der eingebildeten Gränze des eingeschlossenen Wassers muß also nach einer senkrechten Richtung auf dieses Element, so stark von dem innern Wasser hinauswärts als von dem äusern hineinwärts gedruckt werden.

10. Zus. Bestünde Pp aus einer festen Materie, so würde es auf eben die Art den Druck des Wassers auf beyden Seiten aufhalten, ohne aus seiner Stelle getrieben zu werden, das Wasser aber würde gegeneinander vollkommen auf die vorige Art wirken, ohne daß diese Erdichtung eines festen Elements Pp darinnen die geringste Veränderung machte.

11. Zus. Bestünde die ganze Gränze DIH aus lauter solchen festen Elementen (10) die aber unter sich keine feste Verbindung hätten, so würde dieses in dem Drucke des Wassers gegeneinander nichts ändern, und der gegenseitige Druck des innern und äusern Wassers würde eben die vorige Gestalt dieser Gränze erhalten.

12. Zus. Aber wenn der Druck des äusern Wassers bey Q weggenommen würde, so müsste man Pp durch eine andere Kraft in seiner Stelle erhalten, und diese Kraft würde, wenn sie weiter nichts thäte, als Pp zu erhalten, in dem innern Wasser keine Aenderung machen.

13. Zus. Diese Kraft könnte der Zusammenhang des Elements Pp mit den übrigen Theilen der Gränze DIH seyn, oder, es würde in dem innern Wasser nichts geändert werden, wenn diese Gränze aus einer festen zusammhängenden Materie bestünde.

14. Zus. Da sich alles dieses auch von EFG sagen lässt, so wird in dem innern Wasser nichts geändert werden, wenn es in eine feste Röhre

DIHGFE eingeschlossen ist. Die Wände dieser Röhre nähmlich werden den Druck des innern Wassers aufhalten, wie ihn zuvor der Druck des äusern Wassers aufhielte, und weil das innere Wasser dadurch seine Figur behielte, daß sein Druck nach ausen, mit dem Drucke des äusern Wassers nach innen im Gleichgewichte war, so wird es diese Gestalt noch behalten, wenn sein Druck nach ausen durch die Festigkeit der Wände aufgehoben wird, die zwar selbst keinen Druck nach innen ausüben, aber eben deßwegen hier die Stelle des äusern Wassers vollkommen vertreten können, dessen Druck nach innen, durch des innern Wassers entgegengesetzten Druck aufgehalten wird. Eben wie der Nagel (Mech. 29.).

16. Lehrs. **Wenn sich Wasser in einer Röhre 2. Fig. deren beyde Schenkel DEFI GHIF was für eine Gestalt man will haben, dergestalt befindet, daß es aus einem Schenkel in den andern treten kann, und seine Oberfläche in beyden Schenkeln in einer wagrechten Ebene DEGH stehet, so wird es in dieser Lage ruhig stehen bleiben.**

Bew. Man kann das Wasser in der Röhre der 2. Fig. als einen Theil des Wassers im Gefässe der 1. Fig. ansehen, und die Festigkeit der Röhre 2. Fig. ist dem Drucke des äusern Wassers im Gefässe gleichgültig (14).

17. Anm. Dieser Beweis ist aus Daniel Bernoullis Hydrodynamik Sect. II. §. 3. entlehnt; ich habe aber gesucht ihn etwas umständlicher zu erläutern, und werde solches noch durch die folgenden Betrachtungen thun.

18. Zus. KL sey eine wagrechte Ebene unter GH 2. Fig. Diese Ebene wird von dem Wasser über ihr, welches seiner Schwere wegen sinken will, niederwärts gedruckt; das Wasser in dem andern Schenkel aber will ebenfalls sinken, und wenn dieses sinken soll, muß KL steigen; Also befindet sich KL zwischen zwo Kräften, die sich nach entgegengesetzten Richtungen treiben; und weil Alles, wie angenommen wird, ruhig bleibet, so müssen diese beyden Kräfte auf KL gleichviel vermögen; oder die eine muß diese Ebene so stark niederwärts drücken als die andere aufwärts.

19. Zus. Wäre KLHG ein senkrechter Cylinder oder ein senkrechtes Prisma, so würde KL ohnstreitig mit einem Gewichte gedruckt werden, das der Last der Wassersäule gleich käme, welche dieses Prisma ausfüllte. In diesem Falle also könnte man die Gewalt berechnen, mit welcher KL niedergedruckt würde; d. i. die Gewalt, welche derjenigen entgegengesetzt ist, mit welcher KL von dem Wasser in dem andern oder linken Schenkel aufwärts gedruckt würde; Nun bleibt die letztere Gewalt einerley, wenn die Gestalt dieses andern Schenkels und die Menge des Wassers in ihm einerley

len bleibt, und diese Gewalt, ist der, welche KL niederdrückt, allemahl gleichgültig, wenn das Wasser, das KL niederdrückt, seine Oberfläche in der Ebene DEGH hat, was auch übrigens die Röhre, darinnen es sich befindet, zwischen KL und GH für eine Gestalt hat (18). Folglich ist der Druck des Wassers in dem Schenkel GHLK auf KL allemahl von einer Grösse, so lange die Ebene KL und ihre Tiefe unter der Ebene DEGH ungeändert bleiben; und folglich allemahl so groß als er in dem Falle ist, da man ihn berechnen kann; das ist, die Ebene KL wird von dem Wasser über ihr, was auch die Röhre für eine Gestalt hat, so gedruckt, wie sie von einem Prisma voll Wasser gedruckt würde, das KL zur Grundfläche und die Weite zwischen den Ebenen KL und DEGH zur Höhe hätte.

20. Zus. Hieraus erhellet, daß das Wasser nicht nur unter der Bedingung des Satzes (16) ruhig ist; sondern daß es auch unter keiner andern Bedingung ruhig seyn kann. Man setze, die Röhre über KL 2. Fig. sey leer, und KL selbst eine Ebene von einer festen Materie, die in die Höhlung der Röhre genau passt, und man verhindert diese Ebene durch einen Druck auf sie, zu steigen; So könnte man den andern Schenkel füllen, daß DEKLID voll Wasser wäre; aber sobald der Druck auf KL aufhörte, würde das Wasser diese Ebene in die Höhe stossen, und nicht eher ruhen, bis seine Oberfläche

in beyden Schenkeln wagrecht wäre. Das Wasser nähmlich in dem linken Schenkel, wendet eine Kraft an KL in die Höhe zu treiben, die so groß ist als der Druck eines Wasserprisma, dessen Grundfläche KL ist, die Höhe aber so viel beträgt, so viel KL tiefer ist als die Oberfläche des Wassers im linken Schenkel (19), folglich verschwindet diese Kraft, welche KL zu heben strebt, nicht eher, bis die Höhe des genannten Prisma verschwindet, d. i. bis KL in eine wagrechte Ebene mit der Oberfläche des Wassers im linken Schenkel kömmt. Also ist Wasser in der Röhre der 2. Fig. nie ruhig, als wenn seine Oberflächen in beyden Schenkeln in einer einzigen wagrechten Ebene stehen.

21. Zus. Jeder Wassertropfen wie Z 1. Fig. will, für sich allein betrachtet, mit der Gewalt sinken, die seinem Gewichte gleich ist: Also muß die Summe aller Wirkungen, die das umliegende Wasser in ihn ausübet, seinem Gewichte gleich seyn, oder dieses Wasser erhält ihn in seiner Stelle durch einen Druck, der seinem Gewichte gleich ist. Es erhellt nähmlich, daß von den Wirkungen des umliegenden Wassers verschiedene einander entgegengesetzt sind, und sich gegenseitig aufheben, und unter der Summe also nur das verstanden wird, was von ihnen übrig bleibt, und den Tropfen aufwärts treiben würde, wenn er sich nicht durch sein Gewicht in seiner Stelle erhielte.

22. Aufg. **Das Gewicht einer gegebenen Menge eines flüssigen Wesens, und also dieses flüssigen Wesens eigene Schwere (Mech. 10.) zu erfahren.**

Aufl. Ein Parallelepipedum von einer festen Materie, z. E. überzinntem Bleche, dessen Inhalt man genau ausrechnen kann, wäge man leer, und darauf mit der flüssigen Materie gefüllt. Der Ueberschuß wird das Gewichte eines gegebenen Raums voll dieser Materie anzeigen.

23. Anm. Statt dieses Verfahrens, welches in der Theorie am leichtesten zu verstehen ist, wird in der Folge (43) ein anderes gelehret werden, das in der Ausübung bequemer ist. Uebrigens ist das Gewicht flüssiger Materien, auch die einerley Nahmen führen, z. E. des gemeinen Wassers, nach ihrer verschiedenen Reinigkeit, imgleichen ihrer Wärme unterschieden. Daher geben die Versuche hierinnen sehr viel verschiedenes, wobey auch die Verschiedenheit der Maasse und Gewichte in Betrachtung zu ziehen ist. Wolf nützl. Vers. 1. Th. 7. §. rechnet den rheinländischen Cubikfuß Brunnenwasser zu 64. Pf. 348. Gran; das Pfund 16. Unzen und die Unze 480 Gran Apothekergewicht. Man kann also ohngefähr diesen Cubikfuß 64. Pfund schwer setzen.

24. Aufg. **Die Gewalt zu finden, mit welcher Wasser, das in ein gegebenes Gefässe von willkührlicher Gestalt 3. Fig. eingeschlossen ist, den Boden desselben KL drückt.**

Aufl. Man berechne den Inhalt eines Prisma, das KL zur Grundfläche, und GV, die

Tiefe

Tiefe dieses Bodens unter der Oberfläche des Wassers, zur Höhe hat. Das Gewicht des Wassers, welches in diesem Prisma Raum hat, ist die Kraft, die auf den Boden drückt (20).

25. Zus. Man kann mit einer kleinen Menge Wassers eine grosse Last erhalten oder erheben. Eine Art dieses zu bewerkstelligen ist folgende: DM 4. Fig. sey eine enge hohe Röhre, die mit einer weiten niedrigern FKL zusammenhängt, DS sey die Länge, um wieviel die enge Röhre höher ist als die weite, die weite sey oben mit einem Deckel KL verschlossen, und das Ganze DLIMKFE werde mit Wasser gefüllt; so wird der Deckel von dem Wasser in der engen Röhre mit soviel Gewalt in die Höhe gedruckt als das Gewicht einer Wassersäule betrüge, deren Grundfläche KL und die Höhe DS wäre (20). So schwer muß also ein Gewicht Z seyn, das, auf den Deckel gelegt, den Druck des Wassers in der engen Röhre erhalten soll.

26. Anm. Wenn das Wasser in der engen Röhre um die Höhe Dd sinkt, so wird es in der weiten um Kk steigen, so daß die Cylinder DEed = KLlk; und also Dd : Kk = kl : de (Geom. 60. S. 4. Zus.) welches mit Mech. 53. übereinstimmt.

Von dem Drucke, auf die Seiten des Gefässes.

27. Aufg. ABCD 5. Fig. ist ein Cylinder, dessen Axe gegen den Horizont schief liegt,

die Grundfläche CD aber auf die Axe senkrecht stehet. Man verlangt die Gewalt zu wissen, mit welcher das Wasser, das ihn ausfüllt, die Grundfläche druckt.

Aufl. Wenn die Grundfläche des Cylinders = m heisst, und DE ihre Tiefe unter dem Horizonte durch B ist, so verhält sich das Gewicht des Wassers im Cylinder wie AC. m; (nähmlich dieser cubische Inhalt des Cylinders muß mit dem Gewicht der Menge Wassers multiplicirt werden, deren Maaß hier zur Einheit angenommen ist, z. E. mit dem Gewicht eines Cubikfusses Wasser, wenn AC. m in Cubikfussen ausgedruckt ist). Weil aber dieses Wasser auf einer schiefen Ebene AC liegt, so ist die Gewalt, mit welcher es längst derselben herabsinken will, $= \frac{DE}{AC}$. AC. m (Mechan. 98.) = DE. m; und mit dieser Gewalt also liesse sich der Boden CD zurückhalten, daß kein Wasser herausliefe, oder so stark druckt das Wasser auf den Boden. Der Druck des Wassers auf den Boden also ist so groß als das Gewicht einer Wassersäule, deren Grundfläche der Boden ist, die Höhe aber der Tiefe der Grundfläche unter der Oberfläche des Wassers gleichet.

28. Lehrs. AMB 6. Fig. sey ein Gefässe von willkührlicher Gestalt, in welchem Wasser bis an DE stehet; Ich sage, der Druck, den das Wasser auf jedes Element

der

der Seite des Gefässes ausübet, z. E. bey G, sey so groß als das Gewicht einer Wassersäule, deren Grundfläche das Element und die Höhe so groß ist als die Tiefe des Elements unter der Wasserfläche DE.

Bew. Ein solches Element kann drey Lagen haben. Eine Röhre nähmlich, die senkrecht darauf ausen an das Gefässe gesetzt würde, kann I) aufwärts über den Horizont, II) mit dem Horizonte gleichlaufend, III) hinunterwärts unter den Horizont fallen. Diese drey Lagen werden bey G; L; H; vorgestellt.

I. Fall. Man setze an G die Röhre CG auf des Gefässes Fläche, in G, senkrecht, so wird das Wasser in ihr mit dem Wasser im Gefässe auf eine Höhe treten, und wenn alles im Gleichgewichte ist, die Stelle G von dem Wasser in der Röhre so stark nach dem Gefässe zu gedruckt werden, als von dem Wasser in dem Gefässe nach der Röhre zu; aber das Wasser in der Röhre druckt sie mit der Kraft, die im Lehrsatze bestimmt ist (27) folglich auch das im Gefässe.

II. Fall. Man setze an L eine wagrechte Röhre LV, die also mit des Gefässes Fläche bey L rechte Winkel macht; Ferner an sie eine lothrechte VN, so daß die ganze Röhre NVL durchaus die Weite des Elements bey L habe. Wasser wird im Gefässe und in der Röhre in einem Horizonte NDE stehen.

Man stelle sich die horizontale Grundfläche der Röhre NV, bey V vor. Die wird von dem über ihr stehenden Wasser so stark gedruckt als der Lehrsatz angiebt (24). Soll sie, wie zum Gleichgewichte erfodert wird, stehen bleiben, so muß sie gleich stark aufwärts gedruckt werden. Das horizontale Wasser in LV; kann für sich nicht aufwärts drucken, aber wohl einen Druck den es leidet fortführen. Es wird ohne Zweifel von dem Wasser im Gefässe, bey L gedruckt. Dieser Druck, senkrecht auf die Fläche des Elements bey L, muß also durch das Wasser LV fortgeführt, den Druck aufhalten, der auf die gleiche Fläche bey V, auch senkrecht von oben herunter wirkt. Folglich müssten beyde gleich seyn.

III. Fall. Wird völlig auf eben die Art erhellen. Man darf sich nur die Röhre HSO durchaus so weit vorstellen, als das Element bey H; und in dem Theile SO, eine horizontale Grundfläche in einem Horizonte mit H. Diese Grundfläche wird von einer Wassersäule niederwärts gedruckt die so hoch ist, als das Wasser im Gefässe über H steht, weil des Wassers Oberflächen OP, in der Röhre, DE im Gefässe in einem Horizonte sind. Das Wasser in HS, muß also wiederum von dem Wasser im Gefässe, das auf H druckt, einen gleichen Druck fortzuführen bekommen.

29. Zus. Die Aufgabe (24) lässt sich auf ein kleines Theilchen in der Seite des Gefässes

vermöge des nur Gewiesenen anwenden. Ein beträchtliches Stück von der Seite des Gefässes, verstattet nicht, daß man die Höhe des Wassers darüber durchgängig von gleicher Grösse annehme, und erfoderte also Untersuchungen die nicht wohl ohne Rechnung des Unendlichen anzustellen sind. Belidor Archit. Hydraul. I. B. 3. C. 3. Abth. Meine Anfangsgründe der Hydrodynamik 1. u. f. §. Schleicher Einleit. in die Hydrostatik 34. u. f. §.

Beym Wasserbaue druckt das Wasser auf die Flächen die es begränzen, und selbst nicht nur stillstehendes Wasser. Hie nur einige Schriften die zu dieser so weitläuftigen und wichtigen Kenntniß Anleitung geben. Bösens Anleitung zum Wasserbau; II. Ausg. Götting. 1769. Desselben fernere Anleitung zum Wasserbau 1775. Brahms Deich- und Wasserbaukunst, II. Theile, Aurich 1754; 57. Hunrichs praktische Anleitung zum Deich- Siel- und Schlengenbau, II. Theile, Bremen 1770. 1771. Joh. Es. Silberschlag Abhandlung vom Wasserbau an Strömen, Leipz. 1756. erhielt damahls den vom Freyh. v. Hohenthal aufgesetzten Preis; kam von neuem heraus, Leipzig 1766. Die Bedürfniß einer dritten Auflage, veranlasste den Verfasser jetzo K. Pr. Oberconsistorialrath und Oberbaurath zu ausführlicherer Abhandl. der Hydrotechnik oder des Wasserbaues, II. Theile; ich besitze den Abdruck, Wien 1785. Hube: auf was für eine Art kann ein festerer Damm als sonst aufgeführet werden, Danzig 1767; erhielt einen fürstlichen jablonowskischen Preis.

Vom Gleichgewichte flüssiger Materien von verschiedener Art.

30. Lehrs. Wenn sich die eigenthümlichen Schweren, (grauitates specificae; Mech. 10.) zwoer Arten von Materien wie $G:g$; verhalten, und eine gewisse Menge der ersten Materie den Raum V; eine andere Menge der zweyten den Raum v; ausfüllt, endlich ihre Gewichte P; p; heissen, so ist $P:p = G.V : g.v$.

Bew. Die Menge der ersten Materie, welche den Raum v ausfüllt, habe das Gewicht x; so ist vermöge der angenommenen Verhältniß der eigenthümlichen Schweren, $x:p = G:g$ und $P:x = V:v$ (Mech. 11.) also $P:p = G.V : g.v$ (Ar. V. 50.).

31. Zus. I. In sofern man an keine andere Materie denkt als an schwere (9) sind Materien in der Verhältniß dichter, in der sie mehr eigne Schwere haben. Also ist $G:g$ die Verhältniß der Dichten, beyder Materien.

II. Man hat auch $\frac{P}{G} : \frac{p}{g} = V:v$.

III. Und $\frac{P}{V} : \frac{p}{v} = G:g$.

IV.

IV. Das giebt drey Sätze: Es verhalten sich die Gewichte, wie Producte aus Dichten in Räume,

Räume, wie Gewichte mit Dichten dividirt,

Dichten, wie Gewichte mit Räumen dividirt.

V. Man kann diese Sätze auch durch zusammengesetzte, ordentliche und verkehrte Verhältnisse ausdrucken.

VI. Man brauche bey allen Körpern die man so mit einander vergleichen will, einerley Maaß, z. E. pariser oder irgend einen andern, nur immer eben denselben Cubikfuß; So werden V, v, Zahlen die sich auf einerley Einheiten beziehen, z. E. pariser Cubikfuß. Ferner drucke man die Gewichte auch durch einerley Pfunde u. d. gl. aus; Endlich setze man eine gewisse Dichte zum Grunde mit der man alle übrigen vergleicht, z. E. des Wassers seine. So sind P, p, Zahlen von einerley Einheiten, G, g, eben dergleichen.

VII. Alsdann kann man statt angegebener Verhältnisse, Gleichungen brauchen,

$$P = G.\,V;\ V = \frac{P}{G};\ G = \frac{P}{V}.$$

VIII. Ist z. E. ein Stein noch einmahl so schwer als Wasser also $G = 2$; und hält er 3 Cubikfuß, $V = 3$ so ist sein Gewicht $= P = 2.\,3$ Cubikfuß Wasser.

Anm. Wie vielmahl ein Land mehr oder weniger bevölkert ist als ein anderes, das schätzt man aus den Mengen der Menschen in ihnen, mit den Grössen der Länder verglichen. Die Bevölkerung ist die Dichtigkeit der Leute in einem Lande, also können V, v; P, p; G, g; für zwey Länder: die Flächen derselben, die Mengen der Menschen in beyden, und die Bevölkerungen bedeuten. Da ist also

$$G : g = \frac{P}{V} : \frac{p}{v} = P.v : p.V.$$

Nach Krügers tal om folkbristen (S. Gött. gel. Anzeig. 1760. 434. S.) wäre Engelland neunmahl kleiner als Schweden, und enthielte 7. Millionen Einwohner, da Schweden nur 3. hat. Gehören also die grossen Buchstaben Engelland, die kleinen Schweden zu, so ist $V : v = 1 : 9$; $P : p = 7 : 3$ also $G : g = 7.9 : 3.1 = 21 : 1$ oder Engelland 21 mahl stärker bevölkert als Schweden.

32. Lehrs. **Wenn in dem Gefässe ABC 7. F. ein flüssiges Wesen von leichterer Art den Raum DBE und eines von schwererer Art den Raum DEGF anfüllt, so daß beyder Oberflächen DE; FG, wagrecht sind, so wird jenes über diesen stehen bleiben.**

Bew. In der untern, sey KO wagrecht. Man stelle sich diese Fläche in Theile, getheilt vor, von denen KN einer ist, und über KN die verticale Säule zwischen KIH und NML, davon der Theil bis IM aus der leichtern der von IM bis HL aus der schwerern Materie besteht. Ueber jedem Theile von KO nun, der so groß als KN ist, steht völlig eine gleiche eben so aus beyden Materien zusammengesetzte Säule. Gleiche Theile von KO werden also gleich stark gedruckt, und bleiben so stehen. Auf ungleiche

Thei=

Theile verhält sich der Druck, wie ihre Fläche, und sie bleiben also eben so stehen, wie ungleiche Theile der Fläche KO stehen blieben, wenn sich über ihr bis an HG durchaus einerley Materie befände.

So ist bewiesen, daß etwas geschehen muß, welches gleichwohl niemahls geschieht, weil die Voraussetzung unter der es geschehen muß in der Erfahrung nie kann bewerkstelliget werden. Ein Beyspiel, daß man etwas nicht für unmöglich halten soll, wenn es gleich nie geschieht.

33. Zus. Wenn auf die Oberfläche DE das schwerere flüssige Wesen geschüttet wird, so kann dieses nie so geschehen, daß es sich in einem Augenblicke über DE wagrecht ausbreitete; so bald also ein Tropfen z. E. V auf eine gewisse Stelle der Oberfläche DE fällt, so bemüht sich derselbe zu sinken, und weil jeder gleichgrosse Tropfen des leichtern flüssigen Wesens unter V mit einer geringern Gewalt in seiner Stelle erhalten wird, als die Gewalt ist, mit welcher V sinken will (21), so muß jeder dieser Tropfen nach und nach dem V weichen, und solchergestalt sinkt das ganze schwerere flüssige Wesen durch das leichtere zu Boden.

34. Zus. Wäre Gegentheils V ein Tropfen eines flüssigen Wesens von leichterer Art als unter DE ist, so wendete er weniger Gewalt zu sinken an, als jeder Tropfen unter ihm anwendet sich in seiner Stelle zu erhalten, und

also sinkt er nicht, sondern das leichtere flüssige Wesen breitet sich über der schwerern Oberfläche DE aus.

In einer Mischung von Wein und Wasser, setzt sich das Wasser bald zu Boden. Wenn man am Ufer des Meeres gräbt, findet man über dem gesalznen Wasser, das sich aus dem Meere dahin gezogen hat, trinkbares, vom Regen der durch das Erdreich dahin gedrungen ist. Labat Voy. aux Isles françoises de l'Amerique T. V. ch. 13. T. VI. ch. 13. Wenn man eine hohle oben verschlossene Röhre voll schwerer flüssigen Materie, in leichtere steckt, sinkt die schwerere hinunter, und die leichtere steigt statt ihrer hinauf.

35. Aufg. Der Röhre ABCD 8. Fig. linker Schenkel, unter A, enthält ein flüssiges Wesen dessen Dichte = k; Im rechten unter D; ist eins dessen Dichte = m. Beyde zusammen füllen ohne sich zu vermischen den Raum der Röhre aus. Jenes hat seine Oberfläche bey G, dieses bey S. Man fragt: wie hoch jede dieser Oberflächen, über der Grundfläche ihres Schenkels erhoben seyn wird.

Aufl. I. Es sey m grösser als k, so wird die Materie im rechten Schenkel, den untersten Raum, SIBL einnehmen, so daß sie auch im linken Schenkel bis an irgend einen seiner Querschnitte bey L reicht, und von dar die andere im linken Schenkel befindliche über sich stehen hat (33).

II. Die-

II. Dieser Querschnitt sey $= 1^2$. Von der über ihm stehenden Materie, wird er niederwärts gedruckt, mit einer Gewalt, so stark als das Gewicht eines Prisma dieser Materie, das ihn zur Grundfläche, LG zur Höhe hat (24) also mit 1^2 LG k.

III. Eben den Querschnitt druckt die schwere Materie aufwärts, mit so viel Gewalt, als ein Prisma von ihr wiegt, das ihn zur Grundfläche hat, und zur Höhe, wie viel S höher ist als der Horizont des Querschnittes (20; 24).

IV. Der Horizont durch L, schneide den rechten Schenkel bey C; So ist der Druck den der Querschnitt bey L, aufwärts leidet, 1^2. CS. m.

V. Soll er nun, wie das Gleichgewicht erfodert, stehen bleiben, so ist der Druck (II) dem (IV) gleich, das giebt

$$LG : CS := m : k;$$

Oder: die Höhen der flüssigen Materien, jede in ihrem Schenkel, über dem Horizont durch die Fläche die beyden gemein ist, verhalten sich verkehrt wie ihre Dichten.

36. Zus. Man setze, in einem dritten Schenkel, EF, sey eine flüssige Materie, deren Dichte $= r$; auch kleiner als m. In diesem Schenkel, stehe die Materie deren Dichte m ist, bey H, und die deren Dichte r ist bey F. Hie muß man sich wieder den Horizont durch H, im Schenkel CD vorstellen, die Höhe der Stelle S über

S über diesem Horizont, verhält sich zu der Höhe der Stelle F über eben dem Horizont, wie r : m.

Hie darf man nicht etwa schliessen, die Höhe von F über H, würde sich zur Höhe LG verhalten wie k : r; Denn H wird nicht im Horizonte durch L seyn. Man setze E sey im Horizonte durch L; so ist die Materie LG, im Gleichgewichte mit zwo Materien zusammen, der schwerern die sich von E bis H, und der leichtern die sich von H bis F erstreckt.

37. Zus. Wenn man also die Höhen AB; IS misst, so lassen sich dadurch die eigenen Schweren zweyer flüssigen Wesen vergleichen; Nicht mit grosser Schärfe, wegen der Schwürigkeit genau zu messen.

Vom Gleichgewichte flüssiger Körper mit festen, die sich in ihnen befinden.

38. Lehrs. Wenn sich ein fester Körper wie V 9. Fig. in einem flüssigen befindet, so ist die Gewalt, welche der flüssige anwendet, den festen in die Höhe zu treiben, so groß, als das Gewicht derjenigen Menge dieses flüssigen Wesens, welches den Raum ausfüllen könnte, den der feste Körper in ihm einnimmt.

Bew. Wäre der Raum, den V im flüssigen Wesen einnimmt, mit dem flüssigen Wesen selbst ausgefüllt, so erhielte sich die Menge des flüssi-

flüssigen Wesens, welche diesen Raum ausfüllte, durch ihr Gewicht gegen den Druck des flüssigen Wesens, das sie umgibt (21); die Gewalt also, welche aus diesem Drucke entstehet, das, was den Raum von V ausfüllt, in die Höhe zu treiben, muß so stark seyn als das genannte Gewicht, und da sie einerley bleibet, der Raum mag mit etwas Flüssigen oder mit etwas Festen angefüllt seyn, so leidet auch der feste Körper im Raume V eben diese Gewalt.

39. Zus. Ein Körper von schwererer Art als ein flüssiges Wesen sinkt darinnen zu Boden, aber mit geringerer Gewalt als er in einem leeren Raume sinken würde; Es sey sein Gewicht $= p$, das Gewicht eines gleich grossen Raumes mit dem flüssigen Wesen ausgefüllt $= m$, so ist die Gewalt, mit der er sinkt, $= p - m$; mit dieser kann er also im flüssigen Wesen erhalten werden.

40. Zus. Wenn von einem andern flüssigen Wesen, die Menge, welche den Raum des Körpers ausfüllt, das Gewicht n hätte, so würde der Körper darinnen das Gewicht n verlieren oder $p - n$ übrig behalten.

41. Zus. Zweene gleichgrosse und schwere Körper, bleiben nicht im Gleichgewichte, wenn sie an einer Wage in zwey flüssige Wesen von verschiedener Art gehenkt werden, der in dem leichtesten henkt verliert am wenigsten Gewicht, (40) und bekömmt so einen Ausschlag.

42. Aufg.

42. Aufg. Die eigenen Schweren verschiedener flüssigen Wesen mit einander zu vergleichen.

Aufl. Man wiege einerley festen Körper, der aber von schwererer Art als jedes der flüssigen Wesen ist, in allen ab, so verhalten sich die gesuchten eigenen Schweren, wie die Gewichte, welche er in jedem verlieret (39).

Exempel. Ein Klumpen Glas verliert im Wasser 722 Gran; in Milch 744 Gran; in Terpentinöl 628 Gr. (Graves. El. Phys. L. II. c. 4.) also verhalten sich die eigenen Schweren dieser Materien wie 722: 744: 628; d. i. wenn man diese Zahlen halbirt; wie 361; 372; 314; oder wie 1: $\frac{372}{361}$: $\frac{314}{361}$ oder beynahe wie 10000: 10304: 8698.

43. Zus. Wenn man den Körper, der in dem flüssigen Wesen abgewogen wird, ausrechnen kann, so findet man solchergestalt wieviel eine gegebene Menge des flüssigen Wesens wiegt, z. E. ein Cubikzoll, wenn er ein Cubikzoll ist; und wenn man dieses nur bey einem flüssigen gethan hat, so kann man aus (42) durch die Regel Detri berechnen, wieviel jede gegebene Menge der andern flüssigen Wesen wiegt.

Exempel. Ein Cubikfuß Milch wird aus (23) ohngefähr $\frac{10304.\ 64}{10000} = 65,9$ Pfund wiegen.

44. Anm. Die Handgriffe und Vorrichtungen zu diesen Versuchen müssen in der Naturlehre umständlicher gewiesen werden, wo man auch lernt, was die Erfahrung bey verschiedenen flüssigen Wesen dieserwegen gewiesen hat.

45. Anm. Wenn man ein hohes Gefäß mit einem flüssigen Wesen anfüllt, und einerley Körper vermittelst eines langen Fadens oder eines Pferdehaares, unten bey dem Boden des Gefässes, und nachgehends oben bey der Oberfläche abwieget, so müßte er unten mehr als oben verlieren, wofern das flüssige Wesen unten merklich dichter als oben wäre, d. i. wofern die untern Theile von den obern zusammengedrückt würden. Die Erfahrungen, die man bisher davon angestellt hat, zeigen bey Wasser keine merkliche Zusammendrückung. Wolf El. Hydrost. §. 72. Man s. unten Aerom. 63. II.

46. Aufg. **Die eigenen Schweren verschiedener Materien, durch Abwägen im Wasser mit einander zu vergleichen.**

Aufl. Die eignen Schweren zwoer Materien sollen sich wie $A : B$ verhalten; die eigne Schwere des Wassers mag C heissen; In freyer Luft soll die erste Materie das Gewicht a, die zweyte b haben, und jene das Gewicht α, diese das Gewicht β im Wasser verlieren; So ist

$A : C = a : \alpha$ (39) und

$C : B = \beta : b$ also $A : B = a\beta : \alpha b$ (Ar.V. 50.)

47. Exempel.

137 Gran Gold verlieren im Wasser $7\frac{1}{4}$ Gran

248 . . . Silber . . . . 24 Gran

(Graves. Phys. L. II. c. 5.) hier ist $a = 137$; $\alpha = \frac{29}{4}$; $b = 248$; $\beta = 24$; also $A : B =$

$$137 \cdot 24 : \frac{248 \cdot 29}{4} = 137 \cdot 24 : 62 \cdot 29 =$$
$$137 \cdot 12 : 31 \cdot 29 = 1644 : 899 = 10000 : 5462.$$

48. Zus. I. Dieses Verfahren giebt die eignen Schweren $A = \frac{a}{\alpha} \cdot C$; $B = \frac{b}{\beta} \cdot C$. Oder: Wenn man des Wassers eigne Schwere zur Einheit annimmt, so wird jeder andern Materie eigne Schwere, durch den Quotienten ausgedruckt den ihr Gewicht in freyer Luft, mit dem Verluste im Wasser dividirt giebt. In der Bedeutung ist also die eigne Schwere $A = \frac{a}{\alpha}$.

II. Und $\alpha = \frac{a}{A}$; Oder der Materie Gewicht, mit ihrer eignen Schwere dividirt, giebt, was sie im Wasser verliert.

III. Nach (I) lassen sich bequem Verzeichnisse eigner Schweren unterschiedener Materien ordnen, da man Alles auf die eigne Schwere des Wassers bezieht, die man $= 1$ oder $= 1000$ u. s. w. setzt, nach dem man die erwähnten Quotienten, mit in Decimalbrüchen angeben, oder die Decimalbrüche in ganze Zahlen verwandeln will. Solche Verzeichnisse findet man in unterschiedenen Büchern; als: Marini Ghetaldi, Promotus Archimedes Rom. 1603. van Musschenbroek Introduct. ad Phys. §. 1417.

Mar=

Martin Philosophia Britannica I. Th. 347. S. der Deutschen Uebersetzung. Im Anhange zu Henkels Kieshistorie findet man auch eigne Schweren mineralischer Körper.

Pésanteur Spécifique des corps .... par Mr. Brisson ... Par. 1787; enthält eine grosse Menge sorgfältig angestellter Versuche. Im leipzig. Magaz. für Mathematik 1788; I. St. 47. S. habe ich einige Bemerkungen daraus und darüber mitgetheilt. Brisson unterscheidet, welches ich in Schriftstellern vor ihm nicht so gefunden habe, die Dichte geprägter, geschmiedeter u. s. w. bearbeiteter Metalle, von der Dichte solcher die blos nach dem Flusse erhärtet sind. Die Schwere vom destillirten Flußwasser oder Regenwasser = 1 gesetzt, findet er die eigne Schweren folgender gestalt: I bedeutet die Metalle nur geschmolzen, II stark gehämmert, das Kupfer in Drat gezogen

	I	II
Gold	19,2581	19,3617
Silber	10,4743	10,5107
Kupfer	7,7880	8,8785

Ein holländischer Ducaten 19,3519 also da Ducatengold, nicht ganz fein ist, gleichwohl geprägtes Ducatengold, schwerer als gegossenes reines.

Ganz neu ist was Brisson von Zinn und Eisen sagt. Er giebt gegossenes Eisen; 7,2070 Stangeneisen 7,7880 gegossenes Zinn aus Corn-

Cornwallis 7,2914. Alle Naturforscher erklären Zinn für das leichteste unter den sieben alten Metallen. Keiner muß es also mit blos gegoßnem Eisen verglichen haben.

In Romé de l'Isle Métrologie; Par. 1789; finden sich auch specifische Schweren, Brisson wird da zuweilen berichtiget.

IV. Man sieht daß solche Angaben nicht auf das genaueste übereinstimmen können. Es gehört viel Sorgfalt zu richtiger Anstellung dieser Versuche. Auch sind nicht alle Materien denen wir gemeinschaftliche Nahmen beylegen völlig einerley, selbst Wasser, aus Brunnen, Flüssen, u. s. w. ist unterschieden. Daher nennt man soviel als möglich ist die besondere Art, der untersuchten Materie. Endlich nimmt auch eine Materie mehr oder weniger Raum ein, nachdem sie mehr oder weniger warm ist. Man kann sich also befriedigen, wenn solche Angaben, nicht gar zu viel unterschieden sind, und jede dergleichen ist immer zum gewöhnlichen Gebrauche gut genug.

49. Anm. Nur als eine Probe hievon, gebe ich eigne Schweren der Metalle wie sie Boerhave, El. Chym. T. I. p. 39. ed. Lips. mittheilet.

☉	19636	♀	8843
☿	14019	♂	7852
♄	11345	♃	7321
☾	10535	Glas	2805
oder	11087	Wasser	1000

Das

Das Wasser ist durch die Luftpumpe von Luft gereiniget. Das Quecksilber weicht unter den uns bekannten Materien nur dem Golde an Schwere; und der neuerlich entdeckten Platiña del Pinto; wollte man also seine Schwere nach (42) erfahren, so müsste man Gold dazu brauchen: Man kann aber auch einerley Gefäß gleich voll mit Wasser und mit Quecksilber gefüllt wiegen.

50. Anm. Bey den Metallen lässt sich noch eine andere Art anbringen, ihre Schweren zu vergleichen; Man macht nähmlich von ihnen gleich dicke Cylinder, welches sich durch das Drathziehen bewerkstelligen lässt; man macht ferner diese Cylinder genau von gleichem Gewichte, so verhalten sich die eigenen Schweren der Metalle verkehrt wie der Cylinder Länge. Es seyn zweyer solcher Cylinder Längen L; l; die eigenen Schweren ihrer Metalle G; g; weil die Cylinder gleich dicke sind, so verhalten sie sich wie L : l (Geom. 60. S. 4. Zus.) und ihre Gewichte L. G : l. g (30) also ist wegen derselben Gleichheit L : l = g : G.

51. Anm. Wenn man das Gewicht eines Cubikzolles Wasser gefunden hat (43), so kann man das Gewicht eines Cubikzolles oder jeder andern gegebenen Menge der Körper in (49) finden. Dieses liesse sich auch unmittelbar bewerkstelligen, wenn man von diesen Materien Würfel oder andere geometrische Körper machte. Hier sind die Schweren eines Cubikfusses verschiedener Materien aus Bions mathematischer Werkschule II. Buch am Ende; im Pariser Maaß und Gewichte; das Pfund zu 16 Unzen; die Vergleichung des Pariser Gewichts mit andern kann man aus der Tafel anstellen, die von Clausberg demonstrativ. Rechenkunst 1142. §. mitgetheilet hat. In Ozanam Cours de math. T. IV. Hydrost. Ch. 2. p. 170. steht diese Tafel vermehrt. Auch pag. 171. Gewichte von cylindrischen Fussen, 1. F. Durchmesser und 1. F. Höhe.

Gold	1326 Pf.	4 Unz.	weisser Marmor	188 Pf.	12 Unz
Queks.	946	10	gehauener Stein	139	8
Bley	802	2	Gyps	85	
Silber	720	12	Ziegelstein	127	
Kupfer	627	12	Wasser a. d. Seine	69	12
Eisen	558		Seewasser	70	10
Zinn	516	2	Wein	68	6

Auch eine Tafel von pariser Gewichten eines pariser Cubikzolles, allerley flüssiger Materien, giebt Eisenschmidt, de ponderibus et mensuris veterum ...: im App. Tab. p. 174. der Ausg. Strasb. 1708; (man hat auch eine 1737.) Er unterscheidet Sommer und Winter (49; II). Nach dem jetzigen Zustande der Physik fodert man genauere Angabe der Wärme durchs Thermometer; dergleichen Brisson beobachtet hat.

52. Aufg. Zum voraus gesetzt, daß zwey Metalle, die man mit einander vermischt, in der Vermischung einen Raum einnehmen, welcher der Summe der Räume, die sie einzeln einnahmen, gleich ist, soll man aus dem Verluste, den ein gegebenes Gewicht einer Vermischung aus zwey bekannten Metallen im Wasser leidet, finden, wieviel von jedem Metalle in ihr enthalten sey.

Auflösung.

Des Metalles	A	Gewicht a	verliere im Wasser	α
	B	b		β
d. Vermisch.	M	m		μ

Es sey aber in der Vermischung das Gewicht x des Metalles A und also m — x des Metalles B ent=

enthalten. So ist, vermöge der Voraussetzung, der Verlust, den das Gewicht x des Metalles A leidet $= \frac{\alpha x}{a}$, der, welchen das Gewicht $m - x$ des Metalles B leidet $= \frac{(m-x)\beta}{b}$; und $\frac{\alpha x}{a} + \frac{m-x}{b}.\beta = \mu$ oder $\alpha b x + a m \beta - \alpha \beta x = \mu a b$ oder $(\alpha b - a\beta)\, x = (\mu b - m\beta).\, a$ und $x = \frac{\mu b - m\beta}{\alpha b - a\beta}.\, a$.

II. Exempel. Wenn 37 Pfund Zinn im Wasser 5 Pfund; und 23 Pfund Bley im Wasser 2 Pfund verlieren; ferner eine Mischung aus Zinn und Bley von 120 Pfund; im Wasser 14 Pfund verlieret; so ist $a = 37$; $\alpha = 5$; $b = 23$; $\beta = 2$; $m = 120$; $\mu = 14$ also $x = \frac{23.\,14 - 2.\,120}{23.\;5 - 2.\;37}.\,37 = \frac{82}{41}.\,37 = 74$ und die Menge des Bleyes $120 - 74 = 46$.

III. Ich habe diese Untersuchungen in solchen Ausdrückungen vorgetragen, wie man sie bey vielen, zumahl ältern Schriftstellern findet. Es kann nichts schaden, sie auch noch in einer andern Einkleidung zu zeigen. Wenn man des Wassers Dichte zur Einheit annimmt, so sind (48. II.) die Dichten der Metalle, des ersten $\frac{a}{\alpha} = f$; des zweyten $\frac{b}{\beta} = g$ Folglich

 nimmt

nimmt das Gewicht x vom ersten Metalle, den Raum $\frac{x}{f}$ ein (31. II.) und das $m - x$ vom zweyten, den Raum $\frac{m-x}{g}$. Der Mischung eigne Schwere ist $\frac{m}{\mu} = h$; Folglich ihr Raum $\frac{m}{h}$. Also

IV. $\frac{x}{f} + \frac{m-x}{g} = \frac{m}{h}$.

V. Daraus $h.\ g.\ x + m.\ f.\ h - f.\ h.\ x = m.\ f.\ g$ und $x = \frac{m.\ f.\ (g-h)}{h.\ (g-f)}$.

VI. Die Gleichung IV; kann auf mehr Arten gebraucht werden. Aus zwey Metallen, deren Dichten, f, g, bekannt sind, mache man eine Mischung, so daß man ein bekanntes Gewicht x von dem einen, und ein ander bekanntes von dem andern nimmt, beyder Gewichte Summe sey $= m$, und wenn beym Zusammenschmelzen nichts verlohren ging, so ist m auch das Gewicht der Mischung. Diese Mischung wiege man im Wasser so hat man h. Nun kann man aus den angenommenen Grössen berechnen was linker Hand in der Gleichung steht, und sehen ob dieses soviel giebt als $\frac{m}{h}$ das ist; ob die Voraussetzung statt findet.

VII.

VII. Die Gleichung (IV) enthält linker Hand, was jeder Theil der Mischung im Wasser verliert, und rechter Hand, was die Mischung verliert; so ist ihre Uebereinstimmung mit dem Verfahren (I) offenbahr.

53. Anm. Zur Auflösung der Aufgabe selbst, wird erfodert, daß man die eigne Schwere jeder der beyden Materien kennt, also weiß, was für Metalle sich in der Mischung befinden. Ferner, dürfen ihrer nicht mehr als zwey seyn. Enthielte die Mischung drey Metalle, so hätte man zwo unbekannte Grössen, wieviel vom ersten, und wieviel vom zweyten in ihr ist. Aber das Abwägen im Wasser, giebt nur eine Gleichung; und aus einer allein lassen sich zwo unbekannte Grössen nicht finden, die Aufgabe ist unbestimmt. (Anal. endlicher Grössen 179.)

Da Silber mit Kupfer legirt wird, so lässt sich unter der Voraussetzung, der Gehalt einer Silbermünze finden. Dem Golde aber, pflegt man Silber zuzusetzen das schon mit Kupfer vermischt ist. Auf eine solche Goldmünze liesse sich also die Aufgabe wenigstens so wie sie hie steht nicht anwenden.

Diese Erfindung, schreibt Vitruvius 9. B. 3. C. dem Archimedes zu. Das kann wahr seyn, wenn auch das Mährchen das er dabey erzählt, nicht gar zu glaublich ist. Man s. Titius Wittenbergisches Wochenblatt 1775; 45. St.

Man hat vom Archimed zwey Bücher, deren Titel in der lateinischen Uebersetzung de insidentibus humido heisst, Archimedis Opera per Isaac. Barrow, Lond. 1675; p. 245. Griechisch hat sie David Rivaltus a Flurantia herausgegeben, Paris 1615. Sie betreffen schwimmende Körper.

54. Zus. I. Jedes Metall hat Zwischenräume; die wenn es für sich allein ist, ganz leer sind, oder doch nur leichtere Materie als metallische enthalten. Werden nun zwey Metalle zusammengeschmelzt, so lässt sich wenigstens nicht läugnen, daß nicht etwa Theilchen jedes Metalls in Zwischenräume des andern gehen möchten. So würden die beyden Metalle zusammen einen Raum einnehmen, der nicht die Summe beyder einzelnen Räume wäre, und dann fände die Voraussetzung nicht statt.

II. Der erste von dem ich einen Versuch hierüber weiß, ist der deutsche Chymist Glauber. In seinem Buche: Furni novi philosoph. oder Beschreibung einer neuerfundenen Distillirkunst. IV. Th. 97. S. (Amst. 1661.). Er giesst in einer Kugelform 2 Kugeln von Kupfer und 2 von Zinn, schmelzt die zusammen, und findet daß die Mischung, noch soviel wiegt als die Summe der Gewichte beträgt, aber nicht wohl drey Kugeln giebt. Eben den Versuch erwähnt Becher, Chymische Concordanz (Halle 1726.) 109 Seite. Einsporns Untersuchung wie weit durch Wasserwägen der Metalle Reinigkeit könne bestimmt werden, Erlang. 1745. In den Abhandl. der Königl. Schwedischen Akademie 1744; 211 S. hat Brand Abwägen im Wasser auf das Probiren des Zinns anwenden wollen, meine beygefügten Anmerkungen aber zeigen, daß seine Versuche selbst mit der Vorausaussetzung nicht übereinstimmen. Man wird eben die Bemerkung bey Scheffers Versuchen, mit der Platinna del Pinto machen können. Abhandl. der Königl. Schwed. Akad. der Wiss. 1757. meiner Uebers. 19. B. 303. S. Eine ähnliche Begebenheit ist, daß eine Kanne Salzwasser und eine Kanne ungesalzenes, weniger als 2 Kannen ausfüllen, welches schon als eine Bemerkung Römers, Horrebow, in Elem. Phys. anführt.

III. Wenn man aber sich erinnert, daß es Materien giebt, deren kleinste Theilchen einander wegstossen, ohngefähr wie gleichnahmige Pole von Magneten, so kann man auch denken, daß ein Paar solcher Materien die in diesem Zustande verhärten, mehr Raum einnehmen, als die Summe ihrer einzelnen Räume betrug, und so eine Masse geben, die lockerer wird als die archimedische Rechnung annimmt, so wie die in (I) dichter ward.

IV. Daß nun manchmahl das eine, manchmahl das andere statt finde, hat eine Menge Erfahrungen gelehrt, dergleichen man am bequemsten nach (52; VI.) anstellen kann. Hahn, de efficacia mixtionis in mutandis corporum voluminibus, Leid. 1751. Gellert hat Versuche mit Mischungen von Halbmetallen angestellt Comm. Ac. Petrop. T. XIII. p. 382. Kraft mit Metallen das. T. XIV. p. 252. Zeihers Programm mixtionum metallicar. examen

men hydrostaticum, Wittenb. 1764. In einer Abhandl. de mixtorum examine hydrostatico Comm. Nou. Soc. Sc. Gott. ad ann. 1775; p. 102; habe ich was bisher in dieser Sache gethan worden, geprüft, und vorgeschlagen, wie man Reyhen von Versuchen anzustellen hätte, die bey der Abweichung der Natur von Archimeds Voraussetzung, nun den Gehalt der Mischung durch Abwägen im Wasser finden lehrten.

V. Büsch, Versuch einer Mathematik zum Nutzen und Vergnügen des bürgerlichen Lebens; zweyter Theil welcher Hydrostatik, Aerometrie und Hydraulik enthält, Hamb. 1791; giebt auf der 92 S. im Zusatze zum 22 §. der Hydrostatik, Abwägungen von Goldmünzen, wo die hydrostatische Prüfung mit ihrem bekannten Gehalte, genauer zutrifft als man erwarten sollte. Daß also immer das hydrostatische Verfahren, als etwas der Wahrheit nahe kommendes dürfte gebraucht werden.

VI. Ich habe in meiner vorhin angeführten Abhandlung gezeigt, daß Archimeds Voraussetzung keinen sehr grossen Fehler giebt, wenn von den beyden Metallen das eine nur wenig in Vergleichung mit dem andern beträgt.

VII. Selbst bey der Probe im Feuer kömmt es ja auch auf Geschicklichkeit und Fleiß des Probirers an. Bey Erzen ist bekannt daß streitige Proben durch eine Schiedsprobe beurtheilt werden. Man hat also das hydrostatische Verfahren nicht ganz für unbrauchbar zu erklären.

55. Zus. Ein Körper von leichterer Art geht im flüssigen Wesen in die Höhe (38); wenn p und m eben das, wie in (39) bedeuten, so ist die Kraft, die ihn in die Höhe treibt = m — p oder so stark muß eine Gewalt seyn, die ihn zurückhalten soll, daß er nicht steiget.

56. Zus. Für einen Körper von einerley Schwere mit dem Wasser wäre p = m; also wird er weder sinken noch steigen, sondern in jeder Stelle, wo man ihn hingebracht hat, stehen bleiben.

57. Anm. Man kann nähmlich überhaupt die Gewalt, mit welcher jeder Körper im Wasser sinken will, nach (39) = p — m setzen. Sie wird = o in (56) und in (55) verneint; daher sich auch das Sinken alsdenn in ein Steigen verwandelt (Arithm. I. 90.).

58. Aufg. Zu finden, wie tief sich ein Körper AC 10. Fig. der leichter als Wasser ist, im Wasser senkt.

Aufl. I. Das Stück BC, so das sich von ihm im Wasser befindet, muß sich in seiner Stelle durch eine Kraft erhalten, die dem Gewichte des Wassers, das diese Stelle ausfüllen könnte, gleich ist (38). Diese Kraft kann keine andere seyn als das völlige Gewicht des ganzen Körpers; folglich senkt sich der Körper so tief, bis der Raum BC, den er im Wasser einnimmt, mit Wasser ausgefüllt, so viel wiegen würde als der ganze Körper.

II. Des Körpers Gewicht stellt man sich in seinem Schwerpuncte vereinigt vor. Die Wassermasse die er aus ihrer Stelle treibt, hätte auch, wenn sie an ihrer Stelle wäre einen Schwerpunct, wo ihr Gewicht vereinigt wirkte, und durch diesen Schwerpunct müsste aufwärts die vereinigte Wirkung des umliegenden Wassers gehen, das diese Masse erhielte. Diese Wirkung aber, bleibt einerley, der Raum, auf den sie geschieht, mag mit Wasser, oder mit einem Theile des Körpers erfüllt seyn (38). Erhält sie also den Körper schwimmend, so befinden sich sein Schwerpunct, und der Punct durch den die Wirkung des Wassers geht, das ist der Schwerpunct der Wassermasse, deren Raum er einnimmt, in einer und derselben Verticallinie.

Welcher von beyden zu unterst ist, wird hiedurch noch nicht entschieden.

Dieses giebt Rechenschaft, warum ein Körper nicht in jeder Stellung schwimmen kann.

59. Zus. Wenn der Körper durchaus aus einerley Materie besteht, so ist des eingetauchten Theils Gewicht $= \frac{BC}{AC} . p$ des Wassers aber, das den Raum BC einnähme $= p$; Also ver-

verhalten sich die eignen Schweren, der Materie, und des Wassers wie $\frac{BC}{AC} : 1 = BC : AC$; wie der eingetauchte Theil zum Ganzen. So lassen sich eigne Schweren unterschiedener Materien mit einander vergleichen, wenn man diese Theile genau abmessen kann, das freylich nicht allemahl wohl angeht.

60. Zus. Gleichschwere Körper von verschiedener Art, senken sich in einerley schwerern flüssigen Wesen gleichtief.

Bey gleich grossen festen Körpern verhalten sich die eignen Schweren wie die Theile, die sich von ihnen in einerley flüssiges Wesen senken.

61. Aufg. Für ein Paar Körper gelten die Buchstaben (46) in dortigen Bedeutungen, und $C = 1$. Sie sind durch einen Faden oder sonst, so verbunden daß die Summe der beyden Räume die sie einzeln einnehmen, dem Raume gleich ist, den sie verbunden einnehmen: Man sucht den Verlust des Ganzen im Wasser.

Aufl. I) Er heisse h, so ist

$$h = \alpha + \beta = \frac{a}{A} + \frac{b}{B}.$$

II) Dieses Ganze sinkt unter wenn $h < a + b$.

III) Schwimmt, wenn h genau so groß oder grösser ist als $a + b$.

IV)

IV) Dieses dient die eigne Schwere einer Materie die leichter als Wasser ist zu finden. Gesetzt man wollte dieses bey Kork untersuchen: So wöge man ein Stück Kork ab, und verbände es etwa mit einem Stücke Bley, dessen man so viel nehmen müsste, daß Kork und Bley zusammen untersänken. Nun hätte man vom Bley, Gewicht a, eigne Schwere A; vom Korke, Gewicht b: Auch, wie viel man braucht, das Ganze zu erhalten daß es nicht untersinket, oder h; Hieraus findet sich a.

V) Exempel zu (I) Ein Mensch wiege b = 161 Pfund und nehme einen Raum ein, in den 2,573 Cubikfuß oder 160,8 Pf. Wasser gehen. Man kann also für ihn ohngefähr B = 1; setzen. Gesetzt nun, er hat 8 Pfund Kork = a an sich, und Kork ist viermahl leichter als Wasser, oder $A = \frac{1}{4}$; So ist h = 32 + 161 oder er verliert im Wasser 193 Pf. Aber sein und des Korks Gewicht zusammen, ist 161 + 8 = 169 Pf. folglich wird er mit 24 Pf. aufwärts getrieben (55).

VI) Die Zahlen für den Menschen sind in englischem Maaß und Gewichte, aus Robertsons Versuche die eigne Schwere lebender Menschen zu erforschen Philos. Transact. 1757; art. V. Es kommen da andere, ziemlich unterschiedene Zahlen vor, aber immer der Mensch, nur so schwer, meist noch leichter als das Wasser. Wilkinson von eigner Schwere des Korks

und

und des menschlichen Körpers Ph. Tr. Vol. 55. pag. 46.

VII) Daß gleichwohl Schwimmen für den Menschen Kunst ist, rührt unter andern mit daher, weil er dabey eine ihm ungewöhnliche Stellung annehmen muß.

VIII) Der Gebrauch des Korks war vorlängst bekannt, (sine cortice natare) Bachstrohm hat ihn erneuert in s. Art de nager, Amsterd. 1741; Kunst zu schwimmen, Berlin 1742; Er schlägt einen Schnürleib von Kork vor, dergleichen man auch in den Memoires du C. de Forbin, Amsterd. 1730; T. I. p. 363. gebraucht findet. Noch bequemer ist, des la Chapelle Schwimmkleid oder Scaphander, davon die Beschreibung aus dem Französischen, Warschau 1776.

IX) Aeltere Vorschläge über Wasser zu kommen findet man meist in Leupolds Theatr. Pontif. Tab. I–III. Keßlers Schwimmgürtel, ist Leder durch Luft aufgeblasen; Wagenseils Wasserschild, ein angeschnallter hohler Kasten. Wenn so ein Ding ein Loch bekömmt, so geht es mit dem Menschen zu Grunde.

Franz Keßler Conterf. von Wetzlar, unterschiedliche bißhero mehrentheils Secreta, 1617. Wagenseil de Hydraspide, Altdorf 1690. Wilke, über Arten Menschen schwimmend zu erhalten, Neue Abhandl. der Königl. Schwed. Akad. der Wiss. 1781; 317 S. der Uebers.

X) Aufgerichtet im Wasser zu gehen sind noch Vorrichtungen nöthig, deren allgemeiner Grund aus 58; II. begreiflich ist.

62. Aufg. Aus dem Gewichte eines Cubikfusses oder andern Maasses Wasser $= m$ und der Grösse des eingetauchten Theiles eines festen Körpers $= u$ Cubikfuß das Gewicht des ganzen Körpers ($= p$) zu finden.

Aufl. Es ist $p = mu$ (58).

64. Zus. Ein Cubikfuß von der Materie des Körpers wiege $= q$; und der Raum, den der ganze Körper einnimmt, sey $= v$; es wird zum voraus gesetzt, daß er durchgängig aus einerley Materie besteht. So ist $p = qv$ also $qv = mu$ woraus ebenfalls (59) folgt.

65. Zus. Auch $u = \frac{p}{m}$ für die Grösse des eingetauchten Theils, wenn das Gewicht des Ganzen gegeben ist.

66. Zus. I. Eine schwerere Materie als Wasser kann im Wasser schwimmen, wenn sie in eine Gestalt, die inwendig eine Höhlung hat, z. E. einer hohlen Kugel gebracht ist, damit sie im Wasser einen Raum einnimmt, welchen auszufüllen ein grösseres Gewicht von Wasser gehören würde, als der Materie Gewicht ist.

II. Es

II. Es sey ihr Gewicht $= p$; der Raum, in den sie ausgebreitet ist, ihre Höhlung mit gerechnet $= z$; das Gewicht eines Cubikfusses Wasser $= m$; also das Gewicht so viel Wassers als den Raum der Materie ausfüllt, $= mz$; ist dieses also so gegeben, daß die Materie gleich im Wasser schwimmen soll, (56) oder ist $p = mz$ hat man $z = \frac{p}{m}$ für den gesuchten Raum, in den die Materie ausgebreitet werden muß.

III. Exemp. Es sollen 30 Pfund Metall auf dem Wasser zu schwimmen, in die Gestalt einer Kugel gebracht werden. Man setze $m =$ 70 Pf. (nach 51.) $z = \frac{3}{7}$ Cubikf. und (Geom. 66. S. 6. Zus.) $d^3 = \frac{6.\ 3}{7.\ \pi}$ Cubikfuß

$$\begin{array}{rl} \log \frac{18}{7} & = 0{,}4101745 \\ \text{abgezog. } \log \pi & = 0{,}4971499 \\ \hline 3 \log d & = 2{,}9130246 - 3 \\ \log d & = 0{,}9710082 - 1 \\ \text{also } d & = 0{,}93542 \text{ Fuß} \end{array}$$

Nun kann man nach der Dicke der metallischen Schale, welche die hohle Kugel einschliesst, fragen. Dieses kömmt auf die eigene Schwere des Metalles an. Ein Cubikfuß davon habe das Gewicht q, so hält die Masse $\frac{p}{q}$ Cubikfuß, der Durchmesser der Höhlung sey $= e$; Der Raum z, weniger dem Raume der hohlen

Kugel, ist der Raum den die metallische Schale einnimmt. Also $z - \frac{\pi . e^3}{6} = \frac{p}{q}$;

Daher $\left(z - \frac{p}{q}\right) . \frac{6}{\pi} = e^3$.

Das Metall sey Eisen, $q = 558$ (51)

$\frac{p}{q} = \frac{30}{558} = \frac{5}{93}$; $e^3 = (\frac{3}{7} - \frac{5}{93}) . \frac{6}{\pi} = \frac{488}{217 . \pi}$

$$
\begin{aligned}
\log 217 &= 2,3364597 \\
\log \pi &= 0,4971499 \\
\hline
& 0,8336096 \\
\log 488 &= 2,6884198 \\
\hline
3 \log e &= 0,8548102 - 3 \\
\log e &= 0,9516034 - 1 \\
e &= 0,89455 \text{ Fuß} \\
d &= 0,93452 \\
d - e &= 0,04087 \\
\text{Hälfte} &= 0,02043
\end{aligned}
$$

Dieses wäre die Dicke der eisernen Schale.

IV. Man hat sich sonst die Dünste, als hohle Wasserbläschen vorgestellt, mit Luft die durch die Wärme verdünnt wäre erfüllt. Man kann leicht berechnen, daß ein solches Bläschen, in der gewöhnlichen Luft aufsteigen müsse, bis es mit dünnerer ins Gleichgewichte kömmt: (Aer. 22.) Aber bey der mathematischen Richtigkeit hat diese Theorie physische Schwürigkeiten

ten daß man wenigstens nicht alle Dünste für hohle Bläschen erklären darf. Im hamburgischen Magazin I. B. 246 S. (Leipz. 1747.) habe ich nach damaligen Einsichten in die Naturlehre vom Aufsteigen der Dünste gehandelt, bekanntlich, sind die Naturforscher mit Untersuchungen darüber noch jetzo nicht zu Stande.

V. Liesse sich ein hohler Körper von Luft ausleeren und dann verschliessen, so müsste er in der Luft aufsteigen, wofern die Schale die ihn begränzt weniger Gewicht hätte als die Luft welche der hohle Körper samt seiner Schale aus seiner Stelle treibt. Aber die Schale müsste wohl von Metalle seyn, den Druck der äusern Luft auszuhalten. Und da würde bey der auch geringen Dicke welche man der Schale zu dieser Absicht gäbe, der Körper ungeheuer groß werden, die Rechnung lässt sich nach (II) führen, wenn man statt des Wassers Luft nimmt.

VI. Leibnitz hat dergleichen Rechnung geführt, de elevatione vaporum et de corporibus quae ob cavitatem inclusam in aere natare possunt; Miscellanea Berolinensia (Berol. 1710.) p. 123. Leibnitz erzählt 125 S. zu Hannover, bey Herzog Joh. Friedrichs Zeiten sey ein eiserner Topf der an der Küche mit einer Kette befestigt war, auf dem ausgetretenen Flusse geschwommen, und das Volk zusammengelaufen dieses Wunder des schwimmenden Eisens zu sehen. Die Küche war nähmlich ad Peinam fluvium gelegen, so steht es da, und muß Leinam heissen. Ein Sammler von Merkwürdigkeiten der über diese Stelle käme, könnte durch diesen Druckfehler zu einem geographischen Fehler verleitet werden. Freylich brauchen die jetzigen Sammler eben nicht Abhandlungen von Societäten der Wissenschaften, zumahl so alt als 1710.

VII. Solche Rechnungen, sahe man als einen Beweis an, es sey unmöglich in der Luft so zu schwimmen, wie im Wasser. Daß wir gleichwohl jetzo Luftbälle haben, die, wie mehr Erfindungen, aus einem Geschäffte des Naturforschers, Gelderwerb des Gauklers geworden sind, hat man grösstentheils der Chemie zu danken. Sie entdeckte flüssige Materien, leichter als atmosphärische Luft, die durch ihre Elasticität, den dünnern Ueberzug der sie einschliesst, gegen den Druck der Atmosphäre schützen. Auch atmosphärische Luft, durch Wärme verdünnet, leistet so was. Ich führe hie nur Faujas de St. Fond Beschreib. der Versuche mit den aerostatischen Maschinen an, die Hr. Dr. Gehler übersetzt hat, Leipz. 1784. 85. 2 Bände. Eigentlich gehörten IV... VII, insofern sie zur Mathematik gehören, zur Aerometrie, aber wegen der Verbindung mit (II) stehen sie doch besser hie.

IX. Wenn ein fester Körper ohne grosse etwa durch Kunst gemachte Höhlungen im Wasser

ser schwimmt, so folgt deßwegen nicht, daß seiner Materie kleinste Theilchen specifisch leichter als Wasser sind. Sie können schwerer als Wasser seyn, aber Zwischenräume einschliessen in denen etwa nur Luft ist. Holz schwimmt auf dem Wasser, aber, wenn es sich lange im Wasser befunden hat, dringt das Wasser in seine Zwischenräume, treibt die Luft da heraus, und nun sinkt das Holz. Wo Holz geflösst wird, müssen von Zeit zu Zeit gesunkne Scheite wiederum empor gebracht werden. Ein bekannter Versuch mit der Luftpumpe zeigt auch daß Holz aus dessen Zwischenräumen die Luft gegangen, und Wasser hineingedrungen ist untersinkt. Amalgama von Zinn und Quecksilber sinkt in Quecksilber unter, also müssen die Zinntheilchen an sich schwerer seyn als die Quecksilbertheilchen, nur in ihrer Verbindung Zwischenräumchen enthalten, die verursachen, daß Zinn in Masse auf Quecksilber schwimmt. Die hambergerische Physik braucht dieses, ihre Gesetze der Adhäsion zu vertheidigen. Boeckmanns Naturlehre (Carlsruhe 1775.) 87. §.

67. Zus. Ein hohles Gefäß, das viel leichter ist als das Wasser, das seinen Raum ausfüllte, wird nicht nur für sich schwimmen, sondern auch Körper, die daran befestiget werden, erhalten, da sie sonst im Wasser untersinken.

68. Zus. Wenn man in ein solches hohles Gefäß Gewichte werfen kann, daß es sich in ver=

verschiedenen flüssigen Materien auf einerley Tiefe setzet, und also das u (65) für alle einerley ist, so lassen sich dadurch die eigenen Schweren flüssiger Körper mit einander vergleichen. Denn wenn diese eigenen Schweren sich wie m : M und die Gewichte,* des Gefässes nähmlich nebst dem, was man hineingethan hat, wie p : P verhalten, so ist $\frac{p}{m} = \frac{P}{M}$ (65) also m : M = p : P. Hierauf beruhet Leutmanns Verfahren Comm. Ac. Sc. Petrop. T. V. p. 273. In den Abhandl. der Königl. schwed. Akad. der Wiss. 1770; 259; 252 S. meiner Uebers. und 1775; 121 S. stehn Wilkes, Faggots, Bergenstierne, hieher gehörige Werkzeuge.

69. Anm. Die gewöhnlichen Salzproben und andere Werkzeuge, mit denen man die Dichtigkeit flüssiger Wesen untersucht (araeometra), senken sich in leichtern flüssigen Wesen tiefer, und werden insgemein besonders zu dem Gebrauche, zu dem sie bestimmt sind, zugerichtet. Faggot hat beschrieben wie solche Proben zu allerley Getränke eingerichtet werden, und was er damit gefunden hat. Abhandl. der Königl. Schwed. Akad. der Wiss. 1763; 49 S. 1766; 257 S. meiner Uebers. Branders Beschreibung einer neuen hydrostatischen Wage, Augsp. 1771. Sie stellt sich selbst, mit dem was man ins Flüssige hinablässt ins Gleichgewicht, und ist besonders für Solen eingerichtet, dahin auch ein Paar beygefügte Abhandl. Lamberts gehören. Gesner von der Richtigkeit des Maasses und dem Nutzen der Hydroskopien a. d. Latein. Wien 1771.

70. Anm. Wie die Tiefe, auf welche sich ein Schiff ins Wasser senkt, aus 65. 68. zu beurtheilen ist, seine Stellung aus 58; II. so sieht man hier die Verbindung dieser Lehre mit der Schiffbaukunst, deren vollständigere Anwendung aber höhere Kenntnisse erfodert. Die Standhaftigkeit eines schwimmenden Körpers, daß er nähmlich nicht leicht umgeworfen wird, hat schon Stevin Tr. des Aerobariques Oeuvr. Vol. 2. p. 512. betrachtet.

Auf Schwimmen im Wasser, Wiederstand des Wassers, und Wirkung des Windes, kommen Bau und Regierung des Schiffes an. Davon handeln: Euler scientia navalis Petrop. 1749. Bouguer, du navire Par. 1746. Derselbe de la Manoeuvre des vaisseaux Par. 1757. Anfangsgründe der Schiffbaukunst a. d. franz. des H. du Hamel de Monceau übersetzt v. C. G. D. Müller, Capit. d. K. Grbr. Ch. Br. L. Wachtschiffes auf der Elbe, Berl. 1791; 4°. Hr. M. hat viel Zusätze beygefügt, auch ein Verzeichniß hieher gehöriger Schriften.

Eine Verbindung hölzerner Balken die nicht nur selbst schwimmen sondern noch eine Last tragen, heisst ein Floß. Herr Oberconsistorialrath Silberschlag, zeigt daß sich was man von der Arche Noah weiß, durch ein hölzernes Gebäude auf einem Flosse darstellen lässt. Geogenie II. Theil (Berlin 1780.) 90. §.

Die
Aerometrie.

1. Erf. Wenn man die Hand oder eine andere Fläche einigermassen geschwinde gegen das Gesicht zu beweget, so fühlet man, daß etwas an daß Gesicht anstösst, ob man gleich nichts sieht, das das Gesicht berührte. Leichte Körper können durch dergleichen Bewegung fortgetrieben werden, und bewegen sich bekanntermassen durch das, was man den Wind nennet, ohne daß man den Körper sähe, der sie fortstösst.

2. Zus. Der Raum, in dem wir uns befinden, ist mit einer flüssigen (Hydr. 1.) Materie überall, wo wir Versuche anstellen können, erfüllt, die wir daselbst nicht sehen, und die alle Plätze ausfüllt, wo sie von keinem andern Körper ausgeschlossen wird.

3. Erkl. Diese Materie soll die Luft heissen, und die mathematische Kenntniß ihrer Eigenschaften, die Aerometrie.

4. Anm. Der Freyherr von Wolf hat verschiedene mathematische Untersuchungen von der Luft, die vor ihm angestellt worden, nebst eigenen gesammlet und 1709. unter dem Titel Elementa Aerometriae zu Leipzig herausgegeben. Seit dem ist es gewöhnlich worden, diese Wissenschaft als einen besondern Theil der Mathematik anzusehen.

5. Erkl. Eine gegebene Masse wird zusammengedruckt, wenn eine äuserliche Gewalt ihre Theile in einen engern Raum bringt; sie wird verdichtet, wenn dieses von der Kälte geschieht, und sie breitet sich aus, wenn sie, ohne mehr Theile zu bekommen, mehr Raum einnimmt.

6. Erkl. Ein flüssiger Körper heisst elastisch, wenn er sich zusammendrucken lässt, aber in diesem Zustande nicht bleibt, sondern sich ausbreitet, sobald die zusammendrückende Kraft aufhöret, oder sobald er sie überwinden kann.

7. Zus. Es muß also zwischen den Theilen des elastischen Körpers eine gewisse Kraft seyn, die sie auseinander treibt, wenigstens, wenn sie sich einander bis auf gewisse Entfernungen genähert haben. Wird nun diese Kraft grösser, wenn die Theile einander näher kommen, so wird sich der Körper mit stärkerer Gewalt auszubreiten suchen, wenn er mehr, als wenn er weniger zusammengedruckt ist. In der Folge wird gewiesen werden, daß die Erfahrung dieses lehret, und elastische Körper, die mehr zusammengedruckt werden, stärker bemüht sind sich auszubreiten, als wenn sie noch weniger zusammengedruckt waren. Bey festen elastischen Körpern kann man sich leicht davon überzeugen.

8. Zus. Wenn also die ausdehnende Kraft mit der Zusammendrückung wächset; so wird

die Zusammendrückung so lange dauern, bis die ausdehnende Kraft der zusammendrückenden gleich ist, und in diesem Zustande wird sich jeder elastische Körper im Gleichgewichte mit dem, was ihn zusammendruckt, befinden.

9. Erfahr. I. In ein Gefäß, darin man Wasser etwas hoch gegossen hat, z. E. einen hohen Napf stürze man ein leeres Spitzglas so, daß der Rand des Glases ringsherum die Oberfläche des Wassers zugleich berühret. Man drücke es solchergestalt gerade bis auf des Napfes Boden hinunter; so wird eine Kraft nöthig seyn, es in dieser Stellung zu erhalten. Läßt diese Kraft nach, so wankt das Glas und fällt um, wenn es nicht gehalten wird. Zugleich fahren von der Stelle, über der es stand, durch das Wasser Blasen in die Höhe und zerspringen auf des Wassers Oberfläche. Alsdenn steht das Wasser im Glase so hoch als im Napfe, (nach Hydr. 20.) zuvor befand sich zwar etwas Wasser im Glase, aber nicht so hoch wie ausen.

10. Erf. II. Dieses erfolgt nicht, wenn man des Glases Rand schief ins Wasser senket, so daß immer noch ein Theil von ihm auser dem Wasser bleibt, bis alle nach und nach ins Wasser gekommen sind. Alsdenn bleibt das Glas auf dem Boden ruhig stehen, ohne daß man es halten darf, und wenn man es gleich neiget, so fahren doch keine Blasen in die Höhe. Auch stehet das Wasser sogleich im Glase so hoch als im Napfe.

11. Lehrs. Die Luft ist elastisch.

Bew. Im Glase (9. 10.) ist Luft (3), welche also desselben Raum ausfüllt. Wenn man es nach (9) ins Wasser senket, so will Wasser hineindringen (Hydr. 20.), und dringt wirklich hinein (9), die Luft aber kann nicht heraus, weil ihr das Wasser den Weg verschlossen hat: Also befindet sich im Glase soviel Luft als vorhin und noch Wasser dazu. Dieses könnte ohne Zusammendrückung der Luft erfolgen, wenn das Wasser in leere Zwischenräume der Luft, oder diese umgekehrt in leere Zwischenräume des Wassers träte; da aber Luft und Wasser von einander abgesondert bleiben, weil das Wasser nur den untersten Raum zunächst am Rande des Glases einnimmt, so muß die Luft zusammengedruckt werden. Es ist aber nichts, was das Glas zum Wanken bringen könnte, als diese zusammengedrückte Luft; weil es stehen bleibt, nachdem sie unter der Gestalt von Blasen herausgefahren ist (9), oder wenn man sie nach dem Maasse, wie das Wasser hineintrat, herausgelassen hat (10), folglich sucht die zusammengedrückte Luft sich auszubreiten, und ist also elastisch.

12. Anm. I. Dieses lässt sich noch durch andere, eben so einfache Erfahrungen darthun. Wenn man einen metallenen Cylinder, der an einem Ende verschlossen werden kann, hat, und in das andere Ende einen Stempel, welcher genau in den Cylinder passt, hineinschiebt, so daß zwischen dem Stempel und des Cylinders innern Fläche keine Luft heraus

aus kann; so läßt sich der Stempel durch äusere Gewalt hineintreiben; aber er bleibt nicht so stehen, sondern geht zurück, so bald diese Gewalt nachläßt, d. i. die Luft im Cylinder läßt sich durch ihn zusammendrücken, aber sie strebet ihn wieder zurücke zu stossen, und also sich wieder auszubreiten. Wenn sich an diesem Cylinder eine Oeffnung befindet, die man nach Gefallen mit einem Hahne verschliessen kann, so dringt die zusammengepreßte Luft überall heraus, wo auch die Oeffnung befindlich, und wie sie gegen den Horizont gekehrt ist, zum Beweise, daß sie sich nach allen Seiten und Gegenden ausbreitet. Endiget sich der Cylinder in eine enge Röhre, an die man eine Blase binden kann, so wird die Luft, die man zusammenpreßt und in die Blase hineintreibt, die Blase nach allen Seiten zu in eine runde Gestalt ausdehnen, welches eben das vorige darthut.

II. Ob sich gleich die Luft in einen kleinern Raum bringen läßt, so kann sie doch nicht bis auf nichts zusammengedruckt werden. Also, in einer Höhlung ohngefähr wie das Glas gebildet, die man nach (9) auch noch so tief unter Wasser brächte bliebe doch zu oberst immer ein Raum von Wasser leer, voll zusammengepreßter Luft. Können sich in diesem Raume Menschen aufhalten, so sind sie vor dem Ersaufen sicher, freylich nicht vollkommen vor dem Ersticken.

III. Das führt auf Vorrichtungen sich unter dem Wasser aufzuhalten. Bey: Flauii Vegetii Renati, vier Bücher der Ritterschaft ... Augsp. 1529; Fol. finden sich eine Menge Holzschnitte, die nicht zum Texte gehören, aber auch nicht erklärt sind. Auf des Blattes P iii zweyter Seite, ein Mann der vom Kopf bis unter die Arme in Leder eingenäht ist, tief unter dem Wasser, über seinen Scheitel geht ein ledernes Rohr hinauf das auf der Wasserfläche durch eine Blase erhalten wird, und oben eine kegelförgelförmige Röhre hat zum Luftschöpfen. Keßlers (Hydrost. 61. IX.) Wasserharnisch ist ein abgekürzter oben verschlossner unten offner Kegel den der Mensch über sich deckt und darunter im Wasser geht. Borellus de Mot. animal. P. I. cap. 23. Pr. 222; schlägt eine Maschine vor unter dem Wasser Oden zu hohlen, die Jacob Bernoulli im Journ. des Sav. 1683. untersucht hat: Op. Iac. Bern. n. 4. Eine nicht brauchbare Anstalt unter Wasser zu gehen nach alten Nachr. abgebildet beym Robert Fludd Historia vtriusque Cosmi Oppenh. 1617; T. I. p. 419.

IV. Die Taucherglocke, deren Gestalt man aus ihrem Nahmen sich vorstellen kann, beschreibt Georg. Sinclarus, ars nova et magna gravitat. et levitat. Roterod. 1669; L. II. dialog. 5. p. 222. als eine damahls neue Erfindung. Unten hing an ihr ein Fußschemel herab auf dem ein Mann stehen konnte; sein Obertheil befand sich in der Glocke, die von Bley war, etwa 36 Zoll hoch, und unten eben so weit. Im Journ. des Sav. 1678. wird aus eines Prof. zu Lyon Panthot, Nachricht, eine hölzerne Glocke beschrieben 13 bis 14 Fuß hoch, unten 9 weit, ausgepicht, in ihrer Mitte ein Querholz zum Sitze für den Taucher, der Rand unten mit Gewichten beschwert, daß sie lothrecht niedersank, der Taucher begab sich aus ihr ins Meer Sachen daraus zu hohlen, stieg wiederum in sie Luft zu schöpfen, und wenn die Luft in der Glocke nicht mehr dazu tauglich war musste sie mit ihm empor gezogen werden. Sturm bildet ein Modell dieser Art ab, Colleg. experimentale curiosum P. II. (Norimb. 1685) pag. 4.

V. Er senkte auch in einer solchen Glocke auf einem Teller der sich in dem Luftraume befand, Brot, Butter, ein Rindsauge, Blumen, länger als acht Tage unter Wasser, fand diese Sachen meist, in Vergleichung mit ähnlichen die er in freyer Luft verwahrt hatte, wohl erhalten, nur die Butter war etwas ranzich geworden, die Luft aber war häßlich verdorben und stinkend, blos durch ihre Einschliessung, denn das Auge war nicht faul, die glasartige und crystallne Feuchtigkeit durchsichtig und rein, aber die wässrichte schwarz und verdorben.

VI. Vollkommnere Vorrichtungen der Taucherglocke und Anwendungen von ihr lehret Desaguliers, Course of experimental philosophy Vol. II. (Lond. 1744.) Lect. 9. art. 31. .. Halley hat viel Verbesserungen dabey gemacht. Weil diese Vorrichtung kostbar war hat Triewald, eine wohlfeilere angegeben. Desagul. beschreibt beyde. Auch Martin Philos. Britannica; in Wilkens deutscher Uebersetzung die eigentlich 1772. gedruckt worden, aber seit 1778. mit einer Vorrede von mir in den Buchhandel gekommen ist II. B. 224 u. f. S.

VII. In Hrn. Hofr. Beckmanns Beyträgen zur Geschichte der Erfindungen (Leipzig 1782.) sind 523 u. f. S. Nachrichten von der Taucherglocke gesammlet, die man mit gegenwärtigen vergleichen kann. Was er 541. S. bey Gelegenheit eines Aufsatzes im neuen hamburg. Magaz. muthmasset ist richtig. Im alten hamburg. Magaz. III. B. 669 S. (Leipz. 1748.) habe ich schon Keßlers und verwandte Erfindungen erzählt.

VIII. Im historischen Porte feuille Sept. 1783; 338. S. wird ein Taucher Carl Spalding erwähnt. Er war aus Edinburg, verbesserte die Taucherglocke, und kam unter ihr um, 2. Jun. 1783; bey Dublin.

IX. Nach Mariottes Gesetze (unten 64.) lässt sich angeben wieviel die Luft in der Taucherglocke unter Wasser, dichter wird als die in welcher Menschen gewöhnlich leben. Noch einmahl so dicht, wenn die Glocke 32 Fuß unter Wasser ist (28). Unter Meerwasser noch dichter, weil das schwerer ist.

13. Erf.

13. Erf. Man stecke eine Röhre, die an beyden Enden offen ist, in Wasser, welches in sie so weit hineintreten wird, so hoch es auser ihr im Gefässe steht (Hydr. 20.). Man verschliesse die obere Oeffnung der Röhre mit dem Finger und ziehe sie aus dem Wasser heraus, so wird kein Wasser aus ihr fliessen, ob sie gleich unten offen ist. So erfolgt der Versuch allemahl, wenn die Röhre unter 30 Rheinischen Fuß lang ist, und wenn man ihn auf die beschriebene Art anstellen will, wird man ohnedem nie Röhren nehmen, welche dieser Länge nur nahe kommen. So bald man den Finger hinwegnimmt, fällt das Wasser heraus. Oeffnete man die Röhre irgendwo an der Seite, so würde, soviel sich Wasser unter dieser Oeffnung befindet, herabfallen, obgleich der Finger oder etwas anders noch die obere Oeffnung verschlösse.

14. Zus. In dem Finger, oder was sonst die Oeffnung verschliesst, kann so wenig eine Kraft seyn das Wasser zu erhalten, als in der innern Seitenfläche der Röhre. Also muß das Wasser von einer äusern Ursache in der Röhre erhalten werden: diese kann weder oben noch auf der Seite seyn, da es mit nichts äuserm einige Verbindung hat, also muß sie unten seyn, d. i. es muß unten etwas gegen das Wasser, das herabfallen will, in die Höhe drücken.

15. Zus. Da nun unten nichts als Luft ist, so drückt die Luft in die Höhe.

16. Zus. Wäre diese Kraft in die Höhe zu drücken bey der Luft eine ursprüngliche Kraft, und nicht die Folge einer andern; oder hätte die Luft für sich eine Kraft in die Höhe zu gehen, d. i. sich von der Erde zu entfernen, so würde alle Luft, welche sich jetzo um die Erde befindet, den nächsten Augenblick von ihr weggegangen seyn, und wir würden keine Luft mehr um uns haben, wenn nicht beständig, auf eine uns unbegreifliche Art, neue Luft erzeuget würde oder an die Stelle der vorigen aus der Erde empor stiege. Da niemand diese Gedanken hegen kann, so muß man sich gegentheils bey der Luft eine Kraft vorstellen, welche sie bey der Erde erhält, und aus der ein Druck in die Höhe entstehen kann.

17. Lehrs. **Die Luft ist schwer.**

Bew. Die Kraft in die Höhe zu drücken (15) muß bey ihr aus einer Kraft entstehen, die sie um die Erde herum erhält. Wäre die Luft um die Erde herum blos ruhig, ohne von irgend einer Kraft nach der Erde zu oder von ihr weggetrieben zu werden, so könnte daraus kein Druck irgend eines Theiles Luft in die Höhe entstehen. Eben so wenig könnte dieses erfolgen, wenn eine Kraft die Luft horizontal oder mit der Erdfläche parallel triebe. Aber wenn die ganze Luft herabsinken will, d. i. schwer ist, so entstehet daraus in jeder einzelnen Luftsäule, die dem Drucke der Luft um sie ausweichen

weichen will, ein Trieb in die Höhe zu gehen (Hydr. 21.), folglich beweiset dieser Trieb, in die Höhe zu gehen, die Schwere der umliegenden Luft.

18. Zus. Wäre über der Fläche BC, 1. Fig. zwischen den Gränzen AB, DC, Luft eingeschlossen, daß sie dieselben nicht durchbrechen könnte, und wäre BA = CD die ganze Höhe der schweren Luft, so würde sie in dem Raume ABDC so wirken wie schweres Wasser in einem Gefässe (Hydr. 9.) und in jede Stelle V innerhalb dieser Gränzen würde die umliegende Luft zu dringen trachten.

19. Zus. Also ist die Luft in jeder Stelle V zusammengedrückt, und zwar so weit, bis ihre ausdehnende Kraft dem Drucke der äusern Luft gleich geworden ist (8).

20. Zus. Die Luft VQ gerade über V druckt mit ihrer Schwere auf V herab; die unter V wird von einer Kraft, die dem Drucke der Luftsäule VQ über der wagrechten Linie VM gleich ist, in die Höhe getrieben, und die, welche sich unmittelbar an den Seiten von V befindet, wird von Luftsäulen über und neben ihr, die VQ zur Höhe haben, ebenfalls gepresst, und sucht damit sie ihnen ausweichen kann, in den Raum V zu dringen. Also richtet sich die Gewalt, mit welcher die Luft in den Raum V dringen will, überall nach der Höhe der Luftsäule VQ über V.

21. Zus. Ist Z eine Stelle, die niedriger als V ist, so reichet von Z bis an AD eine längere Luftsäule, also sucht die umliegende Luft mit grösserer Gewalt in den Raum Z als in den Raum V zu dringen (20).

22. Zus. Die Luft ist in einer niedrigen Stelle Z mehr zusammengepresst und dichter als in einer höhern V (20) und strebet in der niedrigern stärker sich auszubreiten als in der höhern (19). In verschiedenen gleich hohen Stellen aber ist die Luft, in so fern es nur auf die bisher von ihr erwiesenen Eigenschaften ankömmt, gleich dichte.

23. Anm. Wenn man also Luft, wie sie sich bey der Erde befindet, in einem Gefässe, das einen Hahn hat, verschliesst, solches auf eine Höhe trägt und daselbst öffnet, so muß Luft aus dem Gefässe herausfahren. Otto von Guerike berichtet, daß er diesen Versuch angestellt habe. Exper. nou. Magd. de Spac. vac. cap. 30. l. 3. f. 113.

24. Zus. I. Wäre in V ein von Luft leeres Gefäß, und man öffnete solches, so müsste sogleich Luft hineindringen, so lange, bis die Luft, welche hineingedrungen wäre, so dichte geworden wäre, daß sie dem Drucke der umliegenden Luft wiederstehen könnte. Dieses macht begreiflich, warum sich überall an Stellen, wo unser Auge keine Körper sieht, Luft befindet.

II. In ein Zimmer dringt durch die Oeffnungen der Fenster u. s. w. von ausen Luft hinein,

ein, wenn die innere Luft weniger Gewalt anwendet sich auszubreiten, als die äusere hineinzudringen. Das dauert so lange, bis diese Gewalt von beyden Seiten gleich ist. Man stelle sich also z. E. eine Luftsäule vor, die von einer Stelle etwa eines Tisches im Zimmer, bis an die Decke reicht. Diese Luftsäule ist so stark zusammengedruckt, bis sie dem Drucke einer Luftsäule von gleicher Grundfläche so hoch als die Atmosphäre ist, nicht mehr nachgiebt. Die Stelle der Decke, an der sie sich endigt, oder von oben herunter gerechnet, anfängt, dient ihr zur Unterstützung, von da an sucht sie sich auszubreiten, ohngefähr wie eine Stahlfeder, die da mit einem Ende fest wäre. So thut ihr Druck vermöge der Federkraft soviel als der Luftsäule die bis ans Ende der Atmosphäre reicht, ihr Druck vermöge ihres Gewichts, thäte. Bey dem Versuche (13) muß das Gewicht des Wassers erhalten werden, die Bemühung welche die über ihm in der Röhre befindliche Luft anwendet sich auszubreiten, und dieser Luft Gewicht, das freylich wenig beträchtlich seyn wird. Dieses zusammen nun, erhält unter freyem Himmel, eine Luftsäule die bis ans Ende der Atmosphäre geht, durch ihr Gewicht; in einem Zimmer, die welche sich bis an die Decke erstreckt, durch ihre Federkraft, und auch ihr, meistens geringes Gewicht. So erfolgen Begebenheiten, die auf den Druck der

Luft

Luft ankommen, im Zimmer, wie unter freyem Himmel.

25. Zus. Die Luft muß überall über der Erde gleich hoch stehen; wäre über AD 1. Fig. Luft, welche keine neben sich hätte, so würde dieselbe sich ausbreiten, so lange, bis sie die ganze Fläche AD bedeckt hätte.

26. Zus. I. Wenn die Erdfläche Kugelrund ist, so setzt sich die Luft um sie in Gestalt einer Kugel, die mit ihr einerley Mittelpunct hat, und weil sie sich solchergestalt rings um die Erde zusammenschliesst, so braucht sie keine Gränzen wie AB, DC 1. Fig. oder für jeden Theil der Erdfläche BC; sind die lothrechten Flächen AB; DC, Gränzen, zwischen denen die Luft ABDC durch den Druck der anliegenden Luft eben so gehalten wird, als ob es feste Wände eines Gefässes wären.

II. Wenn sich der Erfahrung gemäß über der Erde, wo wir nur hinkommen, eine schwere, flüssige Materie befindet, so veranlasst dieses schon den Schluß, die Fläche der Erde, sey weder eben, noch, nur nach einer Seite gekrümmt, wie Cylinder oder Kegel, denn rings um eine solche Fläche, kann keine flüssige Materie stehen, die überall lothrecht auf sie druckte, wenn nicht irgendwo Wände wären sie zu halten, und dergleichen Wände halten sicher nirgends die Luft. Also folgt eine kugelförmige Gestalt der Erde schon aus dem anfangs gesagten.

sagten. Nur über einer Fläche von dergleichen Gestalt kann eine schwere flüssige Materie, rings herum stehn.

Omnia pontus erant, deerant quoque litora ponto

ist als eines der Spielwerke getadelt worden, die dem Ovid so gewöhnlich sind. Aber ein Meer das die Erde überall bedeckt, hält sich um sie ohne Ufer. Freylich mag Ovid, eine Vorstellung sich nicht gemacht haben, die neuere Mathematiker zu tiefen Untersuchungen veranlasst hat, eines durchaus flüssigen Körpers, der durch Kräfte der Schwere und des Schwunges in runder Gestalt erhalten wird, von solchen Untersuchungen nenne ich hie nur Clairaut théorie de la Figure de la terre, tirée des principes de l'hydrostatique Par. 1743. Man könnte indessen Ovids Vers so deuten, und dadurch die Beyspiele vermehren wie Ausleger in den Alten Weisheit gefunden haben an welche die Alten nicht dachten.

27. Erf. Eine Röhre, die über 32. Rheinl. Fuß lang ist, sey unten mit einem Hahne versehen. Man fülle sie mit Wasser, verschliesse sie alsdenn oben, und setze sie unten in ein Gefäß mit Wasser. Wenn man den Hahn öffnet, wird das Wasser bis auf die Höhe von ohngefähr 31. Fuß über die Oberfläche des Wassers im Gefässe herabsinken.

28. Zus. Die Luft drückt auf das Wasser im Gefässe (7) und erhält dadurch das in der Röhre. Die ganze Luftsäule also, welche über dem Wasser im Gefässe stehet, und bis an das Ende der Luft reicht, muß so stark drucken als die Wassersäule, deren Grundfläche die Oeffnung der Röhre und die Länge 31. bis 32. Fuß ist. Es sind nähmlich zweyerley flüssige Materien mit einander im Gleichgewichte, ohngefähr wie (Hydr. 35.) nur daß hie die leichtere nicht durchaus einerley Dichte hat. Die Röhre wird oben verschlossen, den Druck der Luft von dieser Seite, abzuhalten.

29. Zus. Der Druck der Luft ist nicht vermögend, das Wasser höher als auf 31. bis 32. Fuß zu erhalten.

30. Anm. Diese Bestimmung des Drucks der Luft hat man dem mißlungenen Versuche eines florentinischen Gärtners zu danken. Er wollte eine Pumpe machen, die das Wasser höher als 18. Ellen heben sollte, und als solches nicht anging, befragte er den Galiläus, welcher bald entdeckte, daß die Gewalt, welche das Wasser in Pumpen hebt, auf diese Art eingeschränkt wäre, gleichwohl aber sich noch von der wirkenden Ursache hiebey falsche Begriffe machte.

31. Anm. Diesen Versuch hat vielleicht Caspar Bertus zu Rom zuerst angestellt. Schotti Mechanica Hydraul. Pneum. p. 308. Der seel. Pr. Hausen in Leipzig, bey dem ich ihn gesehen habe, gebrauchte dazu starke messingene Röhren, die aneinander geschraubt wurden, bis sie die gehörige Länge erreichten. Zwischen sie ward um die Schrauben nasses Leder gelegt, das Eindringen der Luft abzuhalten.

ten. Zu oberst ward eine starke gläserne Röhre angeschraubt, die oben wie eine Glocke gebildet war. Prof. Winkler in Leipzig besaß nachdem diese Maschine. Folgender Versuch zeigt eben das leichter.

32. Zus. Weil Quecksilber ohngefähr 14 mahl so schwer als Wasser ist (Hydr. 49.), so wird es durch eben den Druck der Luft 14 mahl niedriger gehalten werden. Nun ist

$$\frac{32.\ 12''}{14} = \frac{32.\ 6''}{7} = 27''\tfrac{3}{7};$$ also wird

der Druck der Luft; Quecksilber ohngefähr auf 28″ erhalten.

33. Anm. Wollte man zu dieser Absicht eine gläserne Röhre, die über 28 Zoll lang ist, durch Saugen füllen, so müsste man sie sehr schief legen, damit ihr oberes Ende nur wenig über das untere erhoben wäre, denn so brauchte man nur so stark zu saugen, als ob man das Quecksilber so hoch erheben wollte, so viel diese Höhe des obern Endes über das untere beträgt (Hydr. 27.).

34. Anm. Auf diese Art hat des Galiläus Schüler Euangelista Torricellius den Versuch angestellt, daher man dergleichen Röhren mit Quecksilber, torricellianische, und den leeren Raum, der über dem Quecksilber entsteht, vacuum torricellianum genannt hat.

Ge. Sinclari ars noua et magna grauitatis et leuitatis, Roterd. 1669. beschäfftigt sich besonders, die damahls noch neue Lehre vom Drucke der Luft, durch die Röhre mit Quecksilber zu erläutern, enthält aber auch andere physische Untersuchungen. Der Verf. ein Schotte, erzählt, er habe Erfindungen den damaligen Mitgliedern der englischen Societät mitgetheilt, und klagt, Manches Seinige sey ohne ihn zu nennen, herausgegeben worden.

35. Erfahr. Man binde eine Lammsblase, in der etwas weniges Luft ist, fest zu, und nähere sie einem Kohlenfeuer; wobey man sie nach und nach wenden kann, daß sie auf allen Seiten gleich warm wird, ohne auf einer zu verbrennen: Sie wird sich nach und nach ausdehnen, und wenn die Menge der Luft in ihr groß genug seyn und stark erhitzt werden sollte, zerspringen.

36. Zus. Die Luft wird von der Wärme ausgedehnt, oder, eine gegebene Menge Luft nimmt warm einen grössern Raum ein als kalt, und ist, so lange sie warm ist, vermögend, einer dichtern kalten Luft das Gleichgewicht zu halten. Wenn man ein Glas mit engem Halse, erhitzt daß sich die Luft aus ihm ausbreitet, und dann genau etwa mit Wachse verschliesst, und langsam erkalten lässt, so wird es weniger wiegen, als wenn man nachdem Luft wieder hat hineintreten lassen. Dieses schlägt Jac. Bernoulli vor Op. T. I. p. 259. Daß die Luft schwer ist, wird man so darthun, aber nicht wohl ihre eigne Schwere, weil sie so, immer nur mässig verdünnt wird (unten 38.). Man begreift hieraus, wie Luftwechsel in geheizten Zimmern, die nicht aufs genauste verschlossen sind, noch mehr, bey Windöfen und Caminen, entsteht. Auf Schiffen durchs Feuer Luftwechsel zu erhalten, hat Sutton, nach Triewalden angegeben; Abhandl. der königl. Schwed. Ak. der Wissensch. 1757; 77 S. meiner Uebers.

Noch

Noch bequemer ist Venturas Luftkugel, das. 1766. 4. Quart. 5. Abhandl. Vorrichtung in Steinkohlengruben bey Lüttich Phil. Tr. 1665; N. 5.

37. Zus. Gefässe, die sich in eine enge Röhre endigen, und sich also sonst nicht gut mit Wasser füllen lassen, weil Luft und Wasser bey ihnen einander nicht ausweichen können, dient, daß man sie erwärmt, und die Röhre in Wasser stellt. Durch die Wärme ist die Luft im Gefässe verdünnt worden (36), es befindet sich also darinnen weniger Luft, als sonst, in der Gegend, wo sich das Gefässe befindet, die Höhlung des Gefässes ausfüllen würde. Diese wenige Luft hält, so lange sie warm ist, der kältern äusern das Gleichgewicht, und erhält sich dergestalt in dem grössern Raume den sie ausfüllt (36). Wenn sie aber nach und nach kalt wird, vermindert sich ihre ausdehnende Kraft und sie gibt also dem Drucke der äusern Luft nach. Kann die äusere Luft durch die Röhre hineindringen, so wird sie solches thun, bis innen und ausen die Luft gleich dicht ist (24). Steckt aber die Röhre in Wasser, so wird die äusere Luft auf das Wasser drucken, und soviel hineintreiben, als nöthig ist den Raum auszufüllen, den die innere Luft, nachdem sie erkaltet ist, verlässt. Es versteht sich, daß man bey diesem Versuche die Materie des Gefässes in Betrachtung ziehen muß, da erhitztes Glas von der Benetzung springt.

38. Anm. Durch dieses Verfahren lässt sich bestimmen, wie weit die Luft durch die Hitze ausgedehnt wird. So hat Robins gefunden, daß die Luft in der Höhlung eines weißglüenden Eisens viermahl stärker ausgedehnt ist als zuvor, da dieses Eisen kalt war. Eulers erläuterte Artillerie 1. Cap. 5. Satz.

Von der Luftpumpe.

39. Aufg. **Ein Werkzeug anzugeben, damit sich die Luft in einem Gefässe verdünnen lässt.**

Aufl. In den metallenen Cylinder AB bringe man einen Stempel K der genau hineinpasst, und sich vermittelst der Stange IK darinnen hin und her bewegen lässt. An dem Cylinder befinde sich eine engere Röhre CD die in eine andere DE rechtwinklicht gebogen sey; und die Oeffnung E gehe in einen messingenen Teller F; auf den man eine gläserne Glocke G so setze, daß zwischen ihrem Rande und dem Teller keine Luft durch kann. Endlich befinde sich in der Röhre CD ein Hahn H, welcher auf zweyerley Art durchbohrt ist, einmahl daß ein Weg durch ihn aus dem Cylinder in die Röhre nach D und rückwärts, aber keiner in die freye Luft geht, und zweytens, daß ein Weg durch ihn aus dem Cylinder in die freye Luft, aber nicht weiter in die Röhre nach D geht. Nun stelle man den Hahn so, daß der erste Weg offen ist, indem zugleich der Stempel an dem Boden B des Cylinders liegt; Man ziehe den Stempel her-

heraus bis an A; weil dadurch der Raum BA leer wird, so wird sich die Luft in der Glocke und der Röhre ausbreiten, und den Raum BA mit ausfüllen, bis sie durchaus in dem Raume der Glocke, der Röhre und des Cylinders gleich dichte ist (19. 24.). Nun bringe man den Hahn in die Stellung, daß nur der zweyte Weg offen ist, und stosse den Stempel wieder in den Cylinder hinein von A nach B; so wird die Luft aus dem Cylinder in die freye Luft getrieben. Diese Arbeit heisst eine Auspumpung (exantlatio); Wiederhohlt man es also, so wird jedesmahl die Luft, die noch unter der Glocke ist, und in der Röhre mit bis an H reicht, sich mit durch den ganzen Cylinder ausbreiten, und folglich nur ein Theil von ihr unter der Glocke bleiben, der aber, der in den Cylinder getreten war, jedesmahl fortgetrieben werden, daß also der Luft unter der Glocke immer weniger und weniger wird.

40. **Aufg.** **Zum vorausgesetzt, daß die Luft bey jeder Auspumpung, sich, aus der Glocke und der Röhre anliegendem Theile, gleichförmig durch den ganzen Cylinder ausbreitet; und währendes Auspumpens keine neue Luft aus der Atmosphäre, unter Glocke oder in Cylinder kömmt; zu finden, wievielmahl die Luft unter der Glocke nach einer gegebenen Zahl Auspumpungen verdünnt ist.**

Aufl.

Aufl. Die Luft, die, ehe man auszupumpen anfängt, unter der Glocke und dem anliegenden Theile der Röhre, bis H, befindlich ist, die erste Luft, die mit der äusern gleich dichte ist, heisse f, die Luft, die in eben dem Raume nach einer gegebenen Zahl Auspumpungen noch befindlich ist, sey $= p$; und die Luft, die darinnen nach der nächsten Auspumpung, durch welche p genöthiget wurde sich mit in den Cylinder auszubreiten, befindlich ist, sey $= r$; der Raum der Glocke und der Röhre bis H sey $= a$; der Röhre von H bis B, und des Cylinders, so weit ihn der zurückgezogene Stempel leer machen kann $= b$; so ist $p : r = a + b : a$ oder $r = \frac{a\,p}{a+b}$ dafür ich $c.\,p$ schreiben will: folglich bey der ersten Auspumpung $p = f$ und $r = cf$; bey der zweyten; $p = cf$ und $r = c.\,cf = c^2 f$ bey der dritten $p = c^2 f$ und $r = c.\,c^2 f = c^3 f$ und so erhellt, daß bey jeder Auspumpung mit c von neuem muß multiplicirt werden. Also ist nach n Auspumpungen $r = c^n f$; oder $\frac{r}{f} = c^n = \left(\frac{a}{a+b}\right)^n$

41. Zus. Folglich $\frac{f}{r} = \left(\frac{a+b}{a}\right)^n$ und $\log.\frac{f}{r} = n\,l\,\frac{a+b}{a}$.

Exem-

Exempel. Es sey $a = b$ also $a + b = 2a$; ferner $n = 10$ so ist $l\frac{f}{r} = 10 . l2 = l1024$ oder wenn Glocke und Cylinder gleichweit sind, so wäre die Luft nach 10 Arbeiten 1024 mahl dünner als anfangs, unter den Voraussetzungen, die alle zusammen wohl nicht zutreffen.

42. Zus. Die Verdünnung zu beschleunigen, ist nöthig, daß die Glocke in Vergleichung mit dem Cylinder klein ist.

43. Zus. Die Luft wird auf diese Art nicht gänzlich weggenommen, sondern nur verdünnt. Die Verdünnung lässt sich aber so weit treiben, daß die noch übrige Luft für die Absichten des Versuchs keine merkliche Wirkung haben kann, wofern nur die Maschine so beschaffen ist, daß die Luft, so verdünnt sie auch seyn mag, immer noch weggenommen wird.

44. Anm. Die torricellische Leere (34) ist also reiner als die gegenwärtige, die insgemein die Boylische heisst, ob sie gleich eigentlich die Guerikische heissen sollte, weil der magdeburgische Bürgermeister Otto Guerike der erste Erfinder der Luftpumpe ist, die Boyle nach ihm mit einigen Veränderungen weiter bekannt gemacht hat. Ottonis de Guericke, experimenta nova, (ut vocantur) Magdeburgica de Vacuo Spatio; Amst. 1672. Rob. Boyle Nova experimenta physico mechanica. Cont. I. de aëris elaterio et pondere. Genev. 1694.

45. Aufg. Die Luft in einem Gefässe zusammen zu drucken.

Aufl.

Aufl. Man richte ein Gefässe, z. E. eine metallene Kugel, dergestalt zu, daß man es etwa mit einem Halse an das Ende E der Röhre der Luftpumpe anschrauben kann: Man versehe es auch mit einem Hahne; und einem Ventile das der eingepressten Luft den Rückweg verwehrt (47). Nun arbeite man mit der Luftpumpe nur in umgekehrter Ordnung: Nachdem man nähmlich den Hahn der Luftpumpe so gestellt hat, daß der Weg aus dem Cylinder in die freye Luft offen ist, so ziehe man den Stempel von B nach A heraus; Solchergestalt wird sich der Cylinder aus der umher befindlichen Luft anfüllen. Nun stelle man den Hahn so, daß nur der Weg aus dem Cylinder in das Gefäß offen ist, und stosse den Stempel von A nach B hinein, so wird man die Luft aus dem Cylinder in das Gefäß treiben. Durch die Wiederhohlung dieser Arbeit wird sich also die Luft zusammendrucken lassen, und vermittelst des Hahns am Gefässe kann man diese zusammengedruckte Luft darinnen verschliessen, und nach Gefallen herauslassen.

46. Anm. I. Ich habe diese Art von Luftpumpen zuerst beschrieben, weil sie am leichtesten zu verstehen sind, weil man sie noch häufig bey den Naturforschern findet, und sie lange Zeit sind gebraucht worden; Man nennt sie senguerdische; holländische, oder auch mit liegenden Cylindern; Wolferdus Senguerdius; Rationis et experientiae connubium, Roterdam 1715 (die 3. Aufl.) meldet, er habe sie unter dieser Gestalt mit einem Künstler zu Stande gebracht, 1697; wie man kühnlich mit Wol-

Wolfen, Versuche I. Th. 67. lesen kann, obgleich in erwähnter Ausgabe 1679. steht. Beyde genannte Naturforscher beschreiben sie umständlich. Auch: Leupolds Beschreibung der Luftpumpe, Leipz. 1707; Derselben Fortsetzung; u. a. m.

II. Jetzo zieht man ihnen die **englischen** mit stehenden Cylindern vor. Eigentlich kömmt es nicht auf stehen oder **liegen** an, sondern auf **Hahn**, oder **Ventil** (47).

III. Von den englischen, ist Hauksbees seine gewöhnlich; beschrieben, im Anfange seiner physischen Versuche, von denen man eine französische, mit Zusätzen bereicherte Uebersetzung hat: Experiences physico mechaniques, trad. de l' Anglois de Mr. Hauksbee par Mr. de Bremond ... mises au jour par Mr. Desmarest, Par. 1754.

IV. Nollet beschreibt seine Luftpumpe und dazu gehörige Werkzeuge Mem. de l'Acad. des Sc. 1740. Lowitz Sammlung der Versuche wodurch sich die Eigenschaften der Luft begreiflich machen lassen, Nürnb. 1754. Stegmanns Beschreibung einer kleinen Luftpumpe, Cassel 1772; Untersuchungen über Bau und Abmessungen der Luftpumpe, in s'Gravesande Oeuvres philosophiques et mathematiques, Amst. 1774. I. Th. n. 5. Nils Landerbeck Beschreibung einer verbesserten Luftpumpe Abhandl. der Königl. Schwed. Akad. der Wissensch. auf 1774; meiner Uebers. 36. B. 121. S. macht Nollets Luftpumpe, einfacher, eben so vollkommen, nicht so schwer zu verfertigen, und kostbar.

47. **Erkl.** Wenn eine Oeffnung dergestalt verschlossen wird, daß ein flüssiges Wesen nach einer Richtung durch sie durchgehen kann, aber sich selbst den Weg versetzt, wenn es nach der entgegengesetzten Richtung durch die Oeffnung

zurück

zurück will, so heisst man diese Vorrichtung ein Ventil oder eine Klappe.

48. Aufg. Ventile für die Luft zu machen.

Aufl. I. Der metallene Ring EFGH 3. F. der in der Mitte die Oeffnung IK hat, befinde sich an dem Ende eines Cylinders, in welchem ein Stempel oder Kolben, der genau in den Cylinder passt, hin und her kann getrieben werden; die Seite des Ringes, welche nach dem Cylinder zugekehrt ist, will ich die obere nennen. Seine untere gränze an einen eingeschlossenen Raum, in dem sich Luft befindet. Man spanne über die Oeffnung IK ein Stück nasse Blase, das man an dem Rande des Ringes wie A, B, C, D, befestigen kann; so daß es sich mit einiger geringen Gewalt in die Höhe heben lässt. Wenn man nun den Stempel aus dem Cylinder herauszieht und damit in dem Cylinder einen leeren Raum macht, so wird die Luft unter dem Ringe sich ausbreiten, und die Blase etwas in die Höhe heben, so daß sie zwischen ihr und dem Ringe durch die Oeffnung herauf über die Blase in den Cylinder tritt. Wollte man aber gleich diese Luft durch Zurückstossung des Stempels, wenn solcher durchaus dichte wäre, zurücke treiben, so würde sie dadurch nur die Blase stärker auf die Oeffnung andrücken, und sich also den Rückweg verschliessen, wenn sie sich solchen nicht durch Zersprengung der Blase öffnete.

II. So

II. So träte in den Cylinder Luft, die aus ihm, wegen des beschriebenen Ventils, nicht zurück könnte. Aber, sie aus ihm an dem Ende das dem Blasenventile entgegengesetzt ist, zu treiben, ist eine Vorrichtung des Kolbens nöthig, die auch ein Ventil darstellt. Es wird z. E. ein Streifen Leder dergestalt um den Kolben gewunden, daß es sich um ihn anlegt, wenn man den Kolben durch Luft stösst, die sich zwischen ihm und dem Blasenventile befindet. Diese Luft, weil sie nicht ausweichen kann, druckt das Leder rings um den Kolben an, und macht sich so, zwischen Leder und innrer Höhlung des Cylinders soviel Raum, daß sie den Kolben bis an das Blasenventil niedergehen lässt, und ihm durch erwähnten Raum, Platz macht. Zieht man ihn aber zurück, so befindet sich nun diese Luft auf seiner entgegengesetzten Seite, da treibt sie das Leder aus einander, und druckt solches an des Cylinders innre Höhlung dergestalt an, daß sie nicht wieder zurück auf die Seite des Kolbens kommen kann, wo sie anfangs war, sondern sich vom Kolben zur Oeffnung des Cylinders herausschieben lässt.

III. Hie wird von Ventilen für Luft, nur soviel gesagt als den Bau der Luftpumpe zu verstehen nöthig ist. Sie lassen sich auf mehr Arten machen, und zu unterschiedenen Absichten brauchen.

IV. Eine bekannte Anwendung sind die Windbüchsen. Desaguliers Course of Exp. Phil.

Vol. 2. Lect. II. p. 398. Die weniger brauchbare magdeburgische Windbüchse: Guerike de vacuo L. III. cap. 29. p. 112. Wolf Versuche I. Th. 120. §. Man s. auch Kundmann, Seltenheiten der Natur und Kunst, 670. S. Musschenbroek Introd. ad Phil. nat. §. 2091.

V. Auch sind Ventile, in Blasen nöthig, die aufgeblasen werden, Lasten dadurch zu heben. Leupold Theatr. mach. §. 291. Theatr. mach. gener. §. 292. Die Stärke des Einblasens zu bestimmen; Hanov, Abhandl. der Danziger naturforsch. Gesellschaft, I. Th. n. VII. Sturm Coll. Curios. P. II. tentam. 11. p. 187. seqq. beschreibt dergleichen Vorrichtungen umständlich, und sucht dadurch die Kraft der Muskelfasern zu erläutern, (Stat. 65; VII) wenn man sie als Reihen von Bläschen ansähe, die durch Nervensaft aufschwellten. Auch Io. Bernoulli, de motu musculorum. Op. T. I. n. 18.

48. **Anm.** **J. Smeaton** hat verschiedene Verbesserungen bey der Luftpumpe Philos. Transact. Vol. 47. art. 69. angegeben, und ich werde das Vornehmste dieser Luftpumpe hier nach seiner Einrichtung beschreiben, nach welcher der geschickte Künstler allhier Herr **Kampe** die meinige verfertiget hat. Bey dem bekannten beschriebenen Ventile lässt er nicht eine einzige Oeffnung IK, sondern theilt solche in sieben sechseckigte ein, da jede drey Zehntheile eines Zolles zum Durchmesser hat. So kann die empordringende Luft die Blase leicht erheben, und die zurückdrückende die Blase weder so leicht zersprengen, noch so tief in die Oeffnung hinunter drucken,

drucken, als geschehen würde, wenn die Blase über eine einzige grosse Oeffnung gespannt wäre.

Beschreibung von Smeatons Luftpumpe.

50. Die 4. Fig. stellt ihr Aussehen perspectivisch vor.

A ist der stehende Cylinder, welcher hier statt des liegenden AB 2. Fig. ist.

B Ein Behältniß, in dem sich der Hahn C und verschiedene andere unten zu beschreibende Theile befinden. Diese Cisterne wird mit Wasser gefüllt, das Eindringen der äusern Luft abzuhalten. An dem Boden ist ein kleiner Hahn b, dieses Wasser nach Gefallen abzulassen.

C, c, c, Der Griff, vermittelst dessen der Hahn gedrehet wird. Merkmahle, die sich auf seinen Armen befinden, zeigen, wie er zu der verlangten Absicht stehen muß.

DH Eine Röhre, vermittelst deren der Hahn und die Glocke Gemeinschaft haben.

E Eine Röhre, vermittelst welcher der Hahn, und des Cylinders obere Platte Gemeinschaft haben.

F Des Cylinders oder Stiefels obere Platte, an der sich ein lederner Ring d und die Klappe V befindet, die durch das Stück f bedeckt wird.

GI Eine gekrümmte gläserne Röhre mit Quecksilber, welche die Luftpumpe zu prüfen dienet. Sie ist bey c zugeschmelzt und hat in beyden Schenkeln Quecksilber, welches, ehe die Pumpe zu arbeiten anfängt, in der wagrechten Linie ab stehet; der Raum bc ist voll Luft von ordentlicher Dichte. Wenn die Pumpe Luft aus der Glocke wegnimmt, so dehnet sich die Luft in bc aus, und das Quecksilber im andern Schenkel steiget, bis es mit der ausgedehnten Luft im Gleichgewichte ist. Sein Steigen kann an der Scale le abgemessen werden, und dadurch lässt sich die Verdünnung der Luft in der Glocke ziemlich beurtheilen. Wenn die Luftpumpe die Luft zusammendruckt, so steigt das Quecksilber im andern Schenkel, und man kann wiederum aus der Zusammendrückung der Luft in bc beurtheilen, wie viel die Luft unter der Glocke ist zusammengepresst worden. Bey $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ der Länge ba von c an sind Merkmahle gemacht, anzudeuten, wenn die Glocke zwey oder dreymahl soviel Luft enthält als zuvor.

KL sind Schrauben, die Glocke fest zu erhalten, wenn die Luft verdichtet wird; Man kann sie nach Gefallen wegnehmen; sie sind vermögend, eine Glocke zu befestigen, deren Grundfläche 7 Zoll im Durchmesser hat, wenn sie mit der dreyfachen Atmosphäre beschweret ist, da gegen die Schrauben eine Gewalt von ohngefähr 1200 Pfund ausgeübet wird.

M Ei-

M Eine Schraube, die einen Zapfen befestiget, welcher in diesem Theile des Fusses der Luftpumpe auf- und niederwärts gehet, damit man die Maschine auch auf unebenem Grunde fest stellen kann.

51. Die 5. Fig. stellt den senkrechten Durchschnitt des Stiefels und Hahnes u. s. w. vor.

AB ist der Stiefel.

CD die Kolbenstange, welche durch die Platte MN geht, womit der Stiefel oben verschlossen ist.

K ist der lederne Ring, durch welchen die Stange geht. Wenn sich der Stempel am Boden des Stiefels befindet, liegt die Klappe bey D, oben auf K, Staub u. d. gl. abzuhalten.

L ist die Klappe der obern Platte, welche durch das Stück OP bedeckt wird, das mit der Röhre QR zusammen hängt, welche die Gemeinschaft zwischen der Klappe und dem Hahne unterhält.

CE ist der Stempel, und

EFF die Klappe in ihm.

II sind zwo kleine Oeffnungen, dadurch die Luft durch die Stempelklappe in des Stiefels obern Theil geht.

GGK die Hauptklappe am Boden des Stiefels.

HH ein Stück Metall, darein die Hauptklappe GGK eingeschraubet ist. Es verschliesst auch des Stiefels Boden, und enthält zugleich

SS den Hahn und

KTT den Gang vom Hahne an des Stiefels Boden.

WW der Hahn selbst;

X Das cylindrische Stück Metall, dadurch er vermittelst des Griffes VV gedrehet wird.

52. Die 6. Fig. ist ein wagrechter Durchschnitt des Hahnes mitten durch den Gang TT.

AB ist die Grösse der runden Platte, welche den Stiefel unten verschliesst.

CD die innere Höhlung des Stiefels.

EFG der Körper des Hahnes. Er hat zweene Theile: einen dichten Cylinder, dessen Querschnitt LMN ist, und den X in der 2. Fig. andeutet, und einen Ring EFG in dem sich der dichte Cylinder drehet. Der Ring ist mit drey Löchern durchbohret, die in gleichen Entfernungen von einander stehen, und in die drey Gänge HH; II; KK; passen;

LM ist ein Canal, welcher den dichten Cylinder des Hahnes durchbohret.

53. Die 3. Fig. stellt die Hauptklappe vor (48) EFG zeigt, wo das Metall am Rande des Ringes ein wenig erhoben ist, damit der Stempel beym Niedergehen nicht auf die Blase stossen kann.

Gebrauch dieser Maschine.

I. Das Auspumpen.

54. Die drey Arme am Griffe des Hahnes sind einer mit E; der andre mit C, bezeichnet, der dritte ohne Zeichen. Wenn der mit E bezeichnete Arm gerade nach dem Stiefel zu stehet, so ist ein Weg HLMK 6. Fig aus dem Stiefel in die Röhre, die bis unter den Teller geht DH 4. Fig. offen. Der dichte Cylinder des Hahns nähmlich (52) kann so gedrehet werden, daß der Canal LM, welcher ihn durchbohret, bald an diese, bald an jene Oeffnung von den dreyen passt, welche in dem Ringe EFG (52) befindlich sind. Jetzo passt dieser Canal mit dem Ende M an die Oeffnung, welche der Röhre DH 4. Fig. zugehört. Wird also der Stempel in die Höhe gewunden, so dehnet sich die Luft, die in der Glocke und Röhre DH 4. Fig. war, aus und tritt durch die Hauptklappe GGK 5. Fig. in den Stiefel (48). Nun stösst man den Stempel wieder herunter, so kann die Luft, die in den Stiefel getreten ist, nicht wieder durch die Hauptklappe zurück. Sie tritt also, indem der Stempel hinabgehet, durch EFF und II (51) über ihn. Nachdem also der Stempel das erstemahl hinaufgezogen ist, ist Luft in den Stiefel getreten, und nachdem er das erstemahl hinabgegangen ist, befindet sich diese Luft noch im Stiefel aber über dem Stempel.

Nun wird er das zweytemahl hinaufgezogen. Die Luft, welche durch die Klappe in ihm nicht zurücke kann, findet oben am Stiefel die Klappe L (51) welche sich der Luft, die von unten heraufdringet, öffnet. Die Luft also, die der heraufgehende Stempel über sich hertreibet, nimmt ihren Ausweg durch diese Klappe in die kürzere Röhre E (50) oder QR (51). Dieses Rohr hat bey II der 6. Fig. mit dem Hahne Gemeinschaft, und die Luft also, die durch dasselbe herabkömmt, geht durch die Oeffnung bey N im Ringe des Hahnes (6. Fig. 52.) in die freye Luft.

So bestehet das erste Auspumpen aus einem Heraufziehen, Hinabtreiben, und wieder Heraufziehen des Stempels. Indem das letztere geschieht, ist wieder Luft in den Stiefel getreten. Die also bey dem zweyten Hinuntertreiben über den Stempel, und beym dritten Herauftreiben in die freye Luft gehet; u. s. w.

Den Stand des Hahns beym Auspumpen zeigt die 6. Fig. KK ist die Grundfläche der langen Röhre DH 4. Fig. aber II 6. Fig. die Grundfläche der kürzern E 4. Fig. Beym Heraufziehen geht die Luft durch den Weg KMLHH 6. Fig. in den Stiefel und beym Hinabtreiben durch IN in die freye Luft.

Der Nutzen der Klappe L (51) ist, daß die Luft von außen nicht in den Raum des Stiefels

fels dringen kann, der über dem Stempel beym Hinabtreiben bleibet. In diesem Raume befindet sich also nur die Luft, die vorerwähntermassen aus der Glocke hineintritt, und daher geht der Stempel leicht in die Höhe, weil ihn nur verdünnte Luft niederdrückt. Nur auf die Stempelstange drückt die äusere Luft.

II. Die Luft wieder unter die ausgeleerte Glocke zu lassen.

55. Man dreht den Arm des Hahns, auf dem kein Zeichen ist, gerade nach dem Stiefel. Dadurch kömmt der Canal LM (52) in die Lage, welche die 7. Fig. zeigt, wo die Buchstaben eben das, was in der 6. Fig. bedeuten; so daß durch ihn der Stiefel und die kurze Röhre E (50) Gemeinschaft haben; durch das Loch M 7. Fig. aber geht die äusere Luft nun in die lange Röhre DH 4. Fig. und dadurch gleich in die Glocke.

Wenn bey diesem Stande des Hahnes der Stempel heraufgezogen wird, so geht die Luft aus dem kürzern Rohre durch den Canal des Hahnes in den Stiefel, und tritt über den Stempel, wenn man solchen wieder hinunter treibet, wie in (54) wenn man ihn aber wieder herauftreibet, so geht sie durch die Klappe L (51) wieder in das kürzere Rohr, eben wie in (54). Also ist das Heraufziehen und Hinabtreiben des Stempels bey diesem Stande des Hahnes vergeblich, weil es blos die Luft im kurzen Rohre und Stiefel hin und her treibet.

III. Die Luft zusammenzupressen.

56. Der Arm C des Hahnes (54) wird nach dem Stiefel zu gedrehet. Dadurch bekömmt der Canal des Hahnes die Lage, welche die 8. Fig. anzeigt. Wird nun der Stempel heraufgetrieben, so tritt Luft durch L in den Stiefel; und über den Stempel, wenn man ihn hinabtreibet; alsdenn wenn man ihn wieder heraufziehet, durch das kurze Rohr E (50) wie in (54) und ferner den Canal des Hahnes NM, in das lange Rohr bey K und durch dieses unter die Glocke.

57. Anm. I. Wie weit die Luft sich mit dieser Maschine verdünnen lasse, bestimmt Smeaton durch folgendes Werkzeug. Das hohle gläserne Gefäß AB 9. Fig. das unten offen ist, und ohngefähr die Gestalt einer Birne hat, endigt sich in einer gläsernen Röhre BC die oben zugeschmelzt ist. Es hält etwa ein halbes Pfund Quecksilber, und Smeaton untersucht vermittelst einer scharfen Wage, wie sich das Gewicht einer Quecksilbersäule, die im Rohre eine gegebene Länge einnimmt, zu dem Gewichte alles Quecksilbers, das in dem ganzen Gefässe Raum hat, verhält. Dadurch ist er im Stande an dem Rohre Abtheilungen zu machen, deren jede ein Tausendtheilchen des Inhaltes des ganzen Gefässes anzeigt; Eine solche Abtheilung beträgt ohngefähr $\frac{1}{10}$ eines Zolles, und läßt sich also leicht durch Schätzung noch weiter eintheilen. Dieses Werkzeug, welches Smeaton von seiner Gestalt die **Birnprobe** (peargage) nennt, wird vermittelst des Ringes D in der Glocke aufgehenkt: Wenn man mit der Pumpe so

viel

viel gearbeitet hat, als man für nöthig befunden, so stösst man die Probe nieder, bis ihr offenes Ende in ein Gefäß mit Quecksilber kömmt, das sich unter ihr befindet. Alsdann lässt man die Luft hinein, und das Quecksilber wird in die Probe getrieben, bis die Luft, die noch in der Probe rückständig war, (das ist, eben solche Luft wie nach dem Auspumpen noch unter der Glocke rückständig war,) eben so dicht wird als die äusere; Diese Luft setzt sich also oben in die Röhre und aus der Anzahl von Abtheilungen, die sie einnimmt, kann man beurtheilen, wieviel sie dünner als die äusere Luft damahls gewesen seyn muß, da sie die ganze Probe ausfüllte. Der birnförmige Theil der Probe kann von seinem Quecksilber geleeret werden, ohne daß das aus der Röhre, weggenommen wird, und wenn man die Röhre horizontal hält, so wird sich die Luft an ihrem verschlossenen Ende, von der Quecksilbersäule zusammendrücken lassen.

II. Smeaton berichtet, er habe auf diese Art gefunden, daß seine Maschine die Luft ordentlich ohngefähr tausendmahl verdünne, wenn sie rein zusammengesetzt worden ist. Die Feuchtigkeit aber, die in den Stiefel und andere innere Theile mit hineindringet, wenn man die Luft hineinlässt, wird bey den folgenden Versuchen mit dem Oele, das zum Einschmieren dieser Theile nöthig ist, durchgearbeitet, und machet bald alles so schlammicht, daß die Pumpe auf ein so zartes flüssiges Wesen, als die Luft ist, in der vorerwähnten starken Ausdehnung nicht mehr wirkt, doch habe es selten gefehlt, daß diese Wirkung nicht soweit gegangen sey, die Luft 500 mahl zu verdünnen, obgleich die Luftpumpe verschiedene Monathe nacheinander ungereinigt war gebraucht worden.

III. Sonst sind noch ein Paar Proben bekannt, wie stark die Luft verdünnt sey.

IV. Ei-

IV. Eine gläserne Röhre, länger als die Höhe ist, auf welche Quecksilber durch den Druck der Luft erhalten wird, (32) hat ihre oberste Oeffnung an dem Raume, den man durch Auspumpen leer macht, die untere befindet sich in einem Gefässe mit Quecksilber. Aus diesem Gefässe wird durch den Druck der äusern Luft Quecksilber in die Röhre getrieben, desto höher hinauf, je mehr man die Luft verdünnt hat. Man nennt das die **Barometerprobe**.

V. Die (50) beschriebene gekrümmte Röhre, GF. Die Abtheilungen der Scale, werden nach dem Gesetze der Ausdehnung der Luft gemacht, das unten 64; 66; gelehret wird.

VI. Herr Eduard Nairne, erzählt sorgfältig angestellte Versuche, sowohl mit einer smeatonischen, als mit einer gemeinen Luftpumpe, Philosophical Transactions Vol. 67. for 1777. p. 614. Da hat ihm die Birnprobe, die Verdünnung, gar sehr von der Angabe einer der andern, die zugleich mit ihr gebraucht wurde, unterschieden, angezeigt. Hier verstattet der Raum nicht beyzubringen, was sich zu Erklärung dieser Unterschiede sagen lässt, selbst geben ihm nicht alle seine Versuche einerley Folgen. Soviel erhellet daraus, daß die tausendfache Verdünnung (57; II) nicht zuverlässig ist, und wohl auf eine dreyhundertfache, oder etwas stärkere, herabkommen möchte.

VII. Neue Einrichtung der Luftpumpe von Christian Leiste, Wolfenbüttel, enthält Verbesserungen der smeatonischen. Die Geschichte der Luftpumpen verdiente eine eigne Abhandlung. Ich erwähne hie nur noch ein paar Gattungen.

58. Anm. I. Den Raum der Glocke, in welcher die Luft verdünnt werden soll, verbinde man mit einem Behältnisse, das sich mit Quecksilber füllen lässt, auf eine grössere Höhe als Quecksilber von der Luft erhalten wird; (32) Das Behältniß hat unten

unten eine Vorrichtung die man nach Gefallen öffnen oder verschliessen kann, etwa einen Hahn. Oeffnet man nun, so fällt Quecksilber heraus, und in den Raum den es oben verlässt, tritt aus der Glocke Luft.

II. Nun muß man diesen obern Raum gegen die Glocke zu verschliessen können, daß die eingetretne Luft nicht wiederum in die Glocke zurück kann.

Aber gegen die äusere freye Luft muß man diesen Raum öffnen können.

III. Man verschliesst das genannte Behältniß unten, und füllt es von neuem mit Quecksilber, dadurch wird die Luft die den obern Raum eingenommen hatte, in die freye Luft getrieben, (II) und wenn man die Oeffnung gegen die freye verschliesst, aber die gegen die Glocke, aufmacht, so befindet sich alles wiederum in den Umständen (I) auser daß in der Glocke dünnere Luft ist.

IV. Das wäre so was wie bey den gewöhnlichen Luftpumpen, die erste Exantlation, (39) die man also mehrmahl wiederhohlen kann.

V. Wo Quecksilber in der Maschine hinkommen soll, kann man kein Messing brauchen, es ist Eisen, Glas, Elfenbein u. d. gl. nöthig, an das sich Quecksilber nicht anhenkt.

VI. Dergleichen Vorrichtung hat schon Emanuel Swedenborg angegeben, dessen grosse Einsichten in Naturkunde, und besonders Bergwerkswissenschaften, von den Swedenborgianern nicht gefasst werden, die nur seine Schwärmereyen kennen. In s. Miscellanea observata circa res naturales, . . . Leipz. 1722. woraus sie Act. Er. Lips. Mai. 1722; beschrieben und abgebildet wird. Noch vollkommnere Werkzeuge dieser Art, haben Hr. Baader, und Hr. Prof. Hindenburg angegeben. Man s. des letzten Einladungsschrift de antlia Baaderiana, hydrostatico pneumatica und Disputation: Antliae novae hydraul. pneumat. mechanismus, beyde Leipz. 1787.

VII.

VII. Eine neue Einrichtung von Luftpumpen vermittelst Dünste von kochendem Wasser beschreibt Wilke Abhandl. der königl. schwedisch. Akad. 1769. meiner Uebers. 31. B. 31. Seite. Die Dünste breiten sich in einen grossen Raum aus, der durch Abkühlung leer wird. Bey der Feuermaschine geschieht was ähnliches. Auf Felix Fontanas Veranlassung, hat Ingenhouß (vermischte Schriften I. B.) durch plötzliche Erstickung glühender Kohlen, Luft absorbirt und verdünnt.

VIII. In einem Raume die Luft schneller zu verdünnen, als die Luftpumpe unmittelbar angebracht leisten könnte, dient, eine hohle Kugel, so eingerichtet, daß man sie an die Luftpumpe bringen, ausleeren, dann gegen den Eintritt der Luft verschliessen und nun von der Luftpumpe wegnehmen kann, (vacuum portatile) bringt man sie an ein kleiner Gefäß so, daß die Luft in demselben nirgends anders hin kann, als in die nun geöffnete Kugel, so entsteht in dem kleinen Gefässe eine plötzliche Verdünnung.

59. Aufg. Zu finden, wie stark die Luft auf eine gegebene Fläche druckt.

Aufl. Man stelle sich über dieser Fläche eine Säule von Wasser 32 Fuß oder von Quecksilber 28 Zoll hoch vor, und berechne das Gewicht dieser flüssigen Wesen. So stark druckt die Luft auf diese Fläche (29; 32.).

Exempel. Wenn ein Cubikfuß Wasser 70 Pf. wiegt, so druckt die Luft auf einen Quadratfuß mit einer Kraft von 32. 70 = 2240 Pfund.

60. Zus. Die Luft unter der Fläche druckt mit gleicher Gewalt in die Höhe (29) daher ver=

verhält sich die Fläche so, als wenn sie von keiner Seite gedruckt würde, weil sie von allen Seiten gleich stark gedruckt wird. Nimmt man aber unten Luft vermittelst der Luftpumpe weg, so wird die Ueberwucht der obern Luft empfindlich. Eben so verhält es sich mit dem Drucke der äusern Luft auf hohle Gefässe, mit welchem der Druck der innern im Gleichgewichte war (19). Hieraus lassen sich die gewöhnlichen Versuche mit der Luftpumpe leicht begreifen; als: daß der Erfolg dieser Versuche in einem Zimmer und unter freyem Himmel einerley seyn muß; das Zersprengen der Gläser, die Gewalt, mit welcher die Glocken am Teller befestiget werden; die guerikischen Halbkugeln u. s. w. So wird der menschliche Körper von der äusern Luft ringsherum mit einer Kraft gepresst, die über 20000 Pfund beträgt. Nieuwetyt, Gebrauch der Weltbetrachtung XVIII. Betr. 12. §.

61. Aufg. **Das Gewicht der Luft zu finden, die in einer gegebenen Höhe (22) bey einer gegebenen Wärme (36) einen gegebenen Raum ausfüllt.**

Aufl. Man richte ein Gefäß, dessen Gestalt sich durch den Druck der äusern Luft (60) nicht verändert, so zu, daß man es an das Rohr der Luftpumpe, wo sich der Teller befindet, anschrauben und mit einem Hahne öffnen oder verschliessen kann. Man leere es von Luft, soviel sich thun lässt, aus, und wäge es solchergestalt, welches man bewerkstelligen kann, wenn es vor dem Abschrauben vermittelst des Hahnes verschlossen wird. Alsdann lasse man Luft hinein, so wird die Ueberwucht, die es nun bekömmt, anzeigen, wieviel soviel Luft von der beschriebenen Beschaffenheit wieget, als das Gefäß ausfüllt, da also alles nur darauf ankömmt, desselben Inhalt auszurechnen.

62. Erfahr. Wolf hat auf diese Art einen Cubikfuß Luft ohngefähr 585 Gran Apothekergewicht gefunden; welches für den Cubikzoll nicht viel über einen halben Gran gibt. Er folgert daraus, das Wasser sey ohngefähr 846 mahl schwerer als die Luft. Nützl. Vers. 1. Th. 86. §. De Volder hat auf eben die Art das Wasser 970 mahl schwerer gefunden, (quaest. acad. de aer. grau. §. 52.) und Homberg durch wiederhohlte Versuche 800 mahl schwerer, (Mem. de l'Acad. des Sc. 1693) welche Verhältniß man bey der Verschiedenheit der Luft und des Wassers als ohngefähr richtig annehmen kann. Sie gilt also für die Luft nahe bey der Erde, die wir in uns ziehen, und derselben gewöhnliche mittelmässige Wärme.

63. Anm. I. Jacob Bernoulli hat eine Art vorgeschlagen, das Gefäß, das man von Luft ausleeret, im Wasser abzuwägen. Op. Iac. Bern. T. I. n. XI. Gravesande hat eben so verfahren Phys. L. II. c. 15. Eine Art, das Gewicht der Luft zu untersuchen, welche die Alten gebrauchen wollen, prüfet Iac. Bern. Op. T. I. n. XIII.

II. Canton hat gefunden, daß Wasser, und andere flüssige Materien, vom Drucke der Atmosphäre durch die Luftpumpe befreyt, sich etwas ausdehnen. Phil. Transf. for 1762; Vol. 52; p. 640; for 1764; Vol. 54; p. 261. Deutsch, im Neuen hamburgischen Magazin 70. St. 360. S. Wenn man den Raum, den Regenwasser, nicht zusammengedruckt einnimmt, in 1000000 Theile theilt, so werde derselbe durch den Druck der Atmosphäre um 46 solcher Theile vermindert.

III. Lässt sich Wasser durch die Atmosphäre zusammendrucken, so leidet es eben so was durch den Druck einer über ihm stehenden Wassersäule. Und so könnte Hydrostatik (45) nicht ganz richtig seyn. Begreiflich beträgt, selbst nach Cantons Versuchen die Zusammendruckung so wenig, daß das dortige Verfahren sie nicht anzeigt.

IV. Ueberhaupt hat die Frage: Ob sich Wasser, oder andere flüssige Materien zusammendrucken lassen und wieder ausdehnen, wohl nie eine andere Bedeutung gehabt, als: ob sie dieses merklich thun, wie man bey der Luft wahrgenommen hat, so daß man auch bey dem gewöhnlichen Gebrauche dieser Materien darauf Acht zu geben hätte.

V. Diese Frage, erwähne ich erst hie wieder, weil meiner Einsicht nach, Cantons Versuche, zu den vollkommenere Luftpumpen gehörten, die ersten sind, die etwas entscheiden. Gegen ältere lässt sich immer viel einwenden. Neuerlich, hat Herr Abich, Wasser in einem Cylinder durch einen Kolben zusammengedruckt. Herr Professor Zimmermann in Braunschweig hat diese Maschine beschrieben, und eine fast vollständige kritische Geschichte der bey diesem Gegenstande angewandten Bemühungen gegeben: Ueber die Elasticität des Wassers . . . Leipzig 1779.

64. Aufg. Zu finden, ob die Luft nach der Verhältniß der druckenden Kraft zusammengedruckt wird, oder nicht.

Aufl. I. Eine gläserne Röhre ABEC 10. Fig. sey dergestalt gekrümmt, daß ihre beyde Schenkel gleichlaufend sind. Sie müssen auch, wenigstens der kürzere CE, durchaus von einer Weite seyn, welches man daraus beurtheilen kann, wenn eine Masse Quecksilber, die man in der Röhre hin und her beweget, überall gleichlange Stücken in der Höhlung der Röhre einnimmt. Der kurze Schenkel EC sey oben bey C zugeschmelzt ohngefähr 12 Zoll, der lange einige 8 Fuß lang, oben bey A offen.

II. Man stelle die Schenkel lothrecht, und fülle die untere Krümmung mit Quecksilber, welches sich an die wagrechte Linie BE setzt, und in den kurzen Schenkel Luft von einerley Dichte mit der äusern verschliesst, ohne sie zusammenzudrucken. Diese Luft, nähmlich, wie sie eingeschlossen wird, ist nur so stark zusammengedruckt als von der äusern Luft, die sie umgab, geschahe (19). Dieser Druck der äusern Luft mag $= k$ seyn, so ist die eingeschlossene Luft schon von einer Kraft $= k$ zusammengedruckt. Man kann $k = 28''$ hoch Quecksilber setzen (32).

III. Nun schütte man auf B in den langen Schenkel Quecksilber. Wenn es darinnen die Höhe $Bf = a$ erreichet, so wird es zugleich in den kurzen auf die Höhe EF hineingetreten seyn,

und

und die Luft, welche anfangs den Raum CE einnahm, in den Raum CF zusammengepresst haben. Die Gewalt, welche die Luft in diesem Raume CF erhält, besteht also aus dem Drucke der ganzen Atmosphäre, wozu der Druck der Quecksilbersäule Bf weniger der Quecksilbersäule EF kömmt. Nähmlich ein Theil der ersten Säule, der an Höhe der andern gleich ist, wird von dieser andern erhalten, und folglich erhält die zusammengedruckte Luft nur den Ueberschuß der ersten Säule über die zweyte.

IV. Die Kraft also, von welcher die Luft in den Raum CF zusammengepresst wird; ist $= k + a - EF$; alle diese Grössen für Höhen von Quecksilbersäulen angenommen, deren Grundfl. die Weite des kürzern Schenkels ist.

V. Ist nun $k : k + a - EF = CF : CE$ so verhalten sich die Räume, in welche die Luft von den beyden Kräften II; IV; zusammengedruckt wird, verkehrt wie die druckenden Kräfte; oder die Zusammendruckungen der Luft, ordentlich wie diese Kräfte; wo aber nicht, so findet auch diese Verhältniß nicht statt.

65. Erf. Mariotte (Essay sur la nature de l'air, und du Mouvem. des Eaux; II. Part. 2. Disc.) fand, wenn der kürzere Schenkel CE = 12 Zoll war, daß folgende Quecksilbersäulen folgende Räume für die Luft gaben.

Bf = 18; 34; 93;
EF = 4; 6; 9;

Wenn also k =	28	28	28
und a =	18	34	93
so ist k : k + a − EF =	28 : 28 + 14	28 : 28 . 2	28 : 28 + 84
=	2 : 3	1 : 2	1 : 4
=	8 : 12	6 : 12	3 : 12

In allen diesen Fällen verhält sich der Druck der Atmosphäre zu dem grössern Drucke wie CF : CE; daß sich also die Zusammendruckung der Luft wie die zusammendrückende Kraft verhält, wenn solche $1\frac{1}{2}$; 2; 4; mahl so groß als der Druck der Atmosphäre wird.

Anm. Boyle (defens. doctr. de elatere et grauitate aeris p. 2. c. 5.) und Amontons (Mem. de l'Ac. des Sc. 1705. p. 155.) haben den Versuch mit eben dem Erfolge wiederhohlt. Es versteht sich, daß verschiedene Räume voll Luft, die man solchergestalt vergleichen will, gleichwarme Luft enthalten müssen. Wenn man aber auch dieses annimmt, so sind die Versuche doch nur mit schwachen Zusammendrückungen der Luft angestellt worden, und lassen sich auf diese Art mit sehr starken Zusammendrückungen nicht einmahl anstellen; auf diese also darf man aus den Versuchen keinen Schluß machen. Gegentheils hat Jac. Bernoulli de grauitate aetheris Op. T. I. p. 93. 94. und T. II. n. 103. art. 15. Gründe angegeben, warum das erwähnte Gesetze bey starken Zusammendruckungen der Luft nicht statt fände. Was die Wärme hierein für Einfluß hat, weiset Dan. Bernoulli Hydrodyn. Sect. 10. §. 7. Allgemeine Betrachtungen über das noch unbekannte Gesetz der Dichte der Luft bey starken Zusammenpressungen stellt d'Alembert an; Traité des fluides L. I. ch. 6. am Ende. Man sehe auch Eulers Tentamen explicationis phaenomenor. aeris §. 22. sequ. Comm. Acad. Petropol. T. II. ingleichen dessen erläuterte Artillerie 85; 95. S. Sulzer Mem. de l'Ac. R. de Prusse 1753; hat unter der Aufschrift: Neuer Versuch über

über die Messung der Höhen mit dem Barometer, Versuche über Zusammendruckung der Luft gegeben; Sie sind im alten Hamburg. Magaz. 17. B. 6. St. übersetzt. Kraft, noch nicht siebenmahl so stark als der Druck der Atmosphäre, machte die Luft achtmahl dichter als dieser Druck. Mariotte, de la nature de l'air Oeuvres ed. 1740; p. 152. und Jacob Bernoulli Op. T. I. n. 22. haben eine Methode angegeben das Gesetz (64) durch verdünnte Luft zu prüfen, und solches richtig befunden. Bouguer ebenfalls bey sehr grossen Verdünnungen. Man sehe hievon, bey meinen Anmerkungen über die Markscheidekunst, die Abhandl. vom Höhenmessen mit dem Barometer, 7. u. f. §. auch 140. u. f. §.

66. Anm. Wäre die Luft durchaus gleich dicht, so betrüge ihre Höhe 800. 32 Fuß. (28) Fände das Gesetz (64) in völliger Schärfe statt, so erstreckte sie sich ins Unendliche. Nimmt man es an, so kömmt die Höhe bis dahin, wo die Luft nur noch eine Linie Quecksilber erhält, etwa 25105 Toisen Abhandl. vom Höhenmessen 347. In Winklers Untersuchungen der Natur und Kunst, Leipzig 1765; ist die II. sehr ausführliche Abhandlung, von den merkwürdigen Eigenschaften und Wirkungen der elastischen Kraft der Luft. Er fand Mariottes Gesetz bey achtfachem Drucke richtig 88. u. f. S.

Vom Barometer.

67. **Erkl.** Weil die torricellianische Röhre (34) den Druck der Luft zu bestimmen dienet, so hat man sie Barometer genannt.

68. Anm. Wolf nennte sie lieber Baroscopium weil man vermittelst ihrer doch die veränderliche Schwere der Luft nicht eigentlich messen könnte. Sinclair (34) will diesen Nahmen erfunden haben.

69. Erf. Das Queksilber steht an einem Orte, in einerley Barometer, zu verschiedenen Zeiten, auf verschiedener Höhe.

70. Zus. Die Luft muß also bald mehr, bald weniger drucken.

71. Zus. Dieses Umstandes wegen, muß die Röhre, in welcher das Queksilber steigt und fällt, entweder in einem Gefässe stehen, in welches das Queksilber aus der Röhre und wieder daraus in die Röhre treten kann, oder sie muß unten wieder aufwärts gekrümmt und so zugerichtet seyn, daß das Queksilber, wenn es sinkt, nicht verschüttet wird.

72. Zus. Das Queksilber stehe 11. Fig. zu einer gewissen Zeit im Gefässe bey A, im Rohre bey B, so wird die Queksilbersäule AB von der Atmosphäre getragen; zu einer andern Zeit stehe es im Gefässe bey C, im Rohre bey D; es sey nähmlich im Rohre gefallen, und dieserwegen im Gefässe gestiegen; so wird nun die Queksilbersäule CD von der Atmosphäre getragen. Die Veränderung also, wieviel die Atmosphäre jetzo weniger trägt als zuvor, ist eine Queksilbersäule von der Höhe $AB - CD = AC + CD + DB - CD = DB + AC$.

73. Zus. Wenn man das Gefäß und die Röhre, wenigstens für die Höhen AC; DB, cylindrisch annimmt, und den Querschnitt der Röhre $= t$; den Querschnitt des Gefässes weniger dem Querschnitte der Röhre, wo sie im Ge=

Gefässe stehet = v nennt, so ist BD. t = AC. v weil soviel Quecksilber in das Gefässe getreten ist, als sich aus der Röhre gesenkt hat. Also ist die eigentliche Grösse, um welche das Quecksilber gefallen ist (72) BD. $\frac{(v+t)}{v}$.

Exempel. Das Gefäß sey 50 mahl weiter als die Röhre, so beträgt die Senkung BD. $\frac{51}{50}$ = BD. 1,02; Wäre also BD = 1″ so trüge die Atmosphäre wirklich 1″,02 weniger als vorhin.

74. Zus. Man muß t und v (73) wissen, oder v muß gegen t sehr groß seyn, wenn man aus dem verschiedenen Stande der Oberfläche des Quecksilbers im Rohre, die wirklichen Veränderungen des Drucks der Atmosphäre herleiten will.

75. Anm. Welches von beyden vorzuziehen ist, und andere Erinnerungen wegen der Verfertigung und des Gebrauches der Barometer; Erfindungen, ihre Veränderungen empfindlicher zu machen, u. s. w. sind zu weitläuftig, als daß sie hier könnten beygebracht werden. Man sehe Leutmann; Instrumenta meteorognosiae inseruientia; Cap. 2. Bilfinger de Barometris Comm. Ac. Petrop. T. I. Hollmann de mercurii in barometris diuersis eodem tempore eodemque in loco diuersa altitudine. Comm. Soc. R. Sc. Gotting. T. I. Richmann de barom. cuius scala augeri potest, Comm. Nou. Ac. Petr. T. II. Phil. Trans. 427. N. 5. Art. Ludolfs Abhandlung Mem. de l'Ac. de Prusse 1749. u. f. w. Traitez des Barometres, Thermométres et Notiométres Amst. 1688. Vom Verf. Dalencé sehe man Boileaus X. Sat. v. 434.

und die Anmerkung dabey. Deutsch: Neuerfund. mathemat. Curiositäten I. Th. Maynz 1697. Der II. Theil handelt vom Magnete. Pascal traitez de l'equilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air, Par. 1698. Brander Beschreibung zweyer Barometer die sich verschliessen und von einem Orte zum andern bringen lassen und zu Höhenbeobachtungen zu brauchen sind, Augsp. 1772. Magellans Beschreibung neuer Barometer, ... mit einer Beschreibung neuer Thermometer, Leipzig 1782.

76. **Erfahr.** Die Höhe des Barometers ist das ganze Jahr durch verschieden; wenn man aber in einem Jahre die grösste und die kleinste Höhe bemerkt, und das Mittel dazwischen (Ar. V. 13.) nimmt, oder auch dieses Verfahren mit den grössten und kleinsten Höhen verschiedener Jahre anstellt, so bekömmt man eine mittlere Höhe, von welcher die andern auf beyden Seiten nicht allzuviel abweichen. Der Unterschied zwischen der grössten und kleinsten Höhe gibt die Grösse der Veränderung der Barometerhöhen.

Exemp. In Petersburg hat Kraft bey vieljährigen Beobachtungen die grösste Barometerhöhe 30″, 95 die kleinste 28″, 18 des Londner Zolles zwölf auf einen Fuß gerechnet, gefunden. Comm. Acad. Petrop. T. XIV. p. 241. also ist die mittlere Höhe daselbst = 29″, 565. und die grösste Veränderung = 2,77; zu Göttingen giebt diese Grössen; in eben dem Maasse 30; 37; 28, 46; 29, 415; 1, 91; an Hollmann: in Comm. soc. sc. Gotting. T. IV. p. 89.

p. 89. Den mittlern Barometerstand zu Leipzig 27 Zoll 4,6 Linien pariser Maaß giebt Schmiedlein Versuch einer genauen Berichtigung der mittleren Höhe des Barometers in Leipzig; 1780. Für Wittenberg den mittleren Stand 27 Zoll 7 Linien pariser, Titius Wittenberg. Wochenbl. 1768; 418 S. Zur Vergleichung muß man diese Stände auf einerley Maaß bringen.

Uebrigens hat die Erfahrung gelehrt daß die Aenderungen des Barometerstandes mit Aenderungen des Wetters verbunden sind, die Barometer **Wettergläser** sind. Dieß gehört zu sehr in die noch ungewisse Physik, als daß ich mich hie damit einlassen könnte. Ich nenne nur eine ältere Schrift: Gersten tentamina ad mutationes barometri explicandas, acc. dissertatio, roris decidui errorem excutiens. Frf. 1733.

77. Lehrs. **Das Quecksilber im Barometer muß zu gleicher Zeit in höhern Gegenden niedriger stehen als in niedrigern.**

Bew. Die Quecksilbersäule AB 11. Fig. wird von der Luftsäule getragen, die über A bis an das Ende der Dunstkugel reichet. Diese Luftsäule ist kurz; und enthält nur die obere dünnere, und folglich leichtere Luft, wenn A an einer erhabenen Stelle stehet, sie ist lang, und enthält mehr von der untern dichtern Luft, wenn A tief stehet (22).

Exemp. Feuillee fand auf der Spitze des Pic. von Teneriffa, den er 13158 pariser Fuß über die Fläche des Meeres hoch angiebt, das Quecksilber bey 17 Zoll 5 Linien stehen, da es am Meere bey 27 Zoll 10 Linien stand: (Dan. Bern. Hydrodyn. Sect. 10. §. 23.). Den Satz erläutert das Exempel zulänglich und ist wegen des Berges merkwürdig. Sonst wird bey Feuillees Barometerbeobachtungen u. Messung allerley erinnert, Abhandl. vom Höhenmessen mit dem Barometer 173. §. In Voyage fait par ordre du Roy en 1771; 72; par Mss.; de Verdun de la Crenne; Chev. de Borda; Pingré; 1. B. wird nach einer sorgfältigen geometrischen Messung, des Berges Höhe 1742 Toisen über das Meer gesetzt.

78. Zus. Also wird die mittlere Barometerhöhe auf bergichten Gegenden geringer seyn als in der Ebene, und die Vergleichung der mittlern Barometerhöhen kann zeigen, welche Oerter höher liegen als andere. So ist die mittlere Barometerhöhe zu Zürch 26 Zoll $6\frac{1}{4}$ L. pariser zwölftheilichtes Maaß, und zu Paris 27 Z. $9\frac{1}{2}$ L. (Dan. Bern. Hydrodyn. Sect. 10. § 22.) zu Clausthal ist die Barometerhöhe immer ohngefähr 1″, 5 Londner Maaß geringer als zu Göttingen (Hollmann Comm. soc. sc. Gotting. Vol. IV. p. 92.).

79. Zus. I. Hierauf beruhen Methoden, Höhen der Berge aus dem Stande des Queck-

silbers zu berechnen, die aber Känntniß der höhern Analysis voraussetzen. Ich habe fast Alles was hierinn gethan war, mit Prüfung und Vergleichung gesammlet, in Abhandl. vom Höhenmessen mit dem Barometer. Herr de Luc, sur les modifications de l'atmosphère, Genf 1772; hat diesen Gegenstand, und verwandte, ausführlich abgehandelt, und mit neuen Entdeckungen bereichert. Herr Dr. Gehler hat es deutsch übersetzt, und lehrreiche Anmerkungen beygefügt: Untersuchungen über die Atmosphäre, Leipz. 1776. Herrn de Luc Regel, habe ich in erwähnter Abhandlung vollständig vorgetragen. In der Connoiss. des Tems 1764; ist sie anders dargestellt. Darnach hat sich Herr Hofr. Zimmermann gerichtet: Beobachtungen auf einer Harzreise, Braunschw. 1775. Neuer sind Herr de Luc Barometrische Beobachtungen auf dem Harz und Brocken. Phil. Trans. vol. 67. for 1777; p. 401. Sir Shuckburg Beobachtungen in Savoyen, das. 513 S. Er findet einiges in Herrn de Luc Regel zu berichtigen. Herr de Luc hat etwas dieserwegen in seinem (88) angeführten Aufsatze erinnert. Im angeführten Bande der Trans. 653 S. hat Hauptm. Will. Roy, Untersuchungen dieser Höhenmessung wegen angestellt, die vornähmlich die Ausdehnung des Quecksilbers durch die Wärme betreffen.

Beantwortung einer Preisfrage die ich hiebey der Königl. Soc. der Wissensch. veranlasst

hatte,

hatte, ist: J. F. Hennert Commentatio, de altitudinum mensuratione ope barometri Traj. ad Rhen. 1786. Auch gehört hieher Damen, de montium altitudine barometro mensuranda acced. refractionis astron. theoria, Hag 1783. Joh. Tob. Mayer, über das Ausmessen der Wärme in Anwendung auf das Höhenmessen vermittelst des Barometers, Frf. u. Leipz. 1786. Derselbe über Gesetze und Modificationen des Wärmestoffs, Erlang. 1791. gehört zur Chemie. Sehr viel hat über diesen Gegenstand Herr Gottfr. Erich Rosenthal gearbeitet. Hie nur seine Beyträge zu Verfertigung, wissenschaftlicher Kenntniß und Gebrauche, meteorologischer Werkzeuge; 2 Bände, Gotha 1782; 1784.

II. Ich bringe hie nur eine Vorschrift bey, die Tobias Mayer gebraucht hat, und von der ich in meiner Abhandlung vom Höhenmessen 374. §. gezeigt habe, daß die übrigen nur durch die kleinen und noch nicht ganz berichtigten Verbesserungen wegen der Wärme von ihr unterschieden sind. An einer Stelle sey der Barometerstand = f; an einer höhern = y; so ist 10000. log (y : f) die Menge von Toisen für die Höhe, wobey freylich die Rechnung auf einzelne Toisen, oder gar Theile von ihnen nicht sicher seyn dürfte.

III. Am Ufer des Meeres nimmt man den mittlern Barometerstand = 28 pariser Zoll = 336

= 336 Linien. Setzt man diesen statt f, so giebt sich jeden Ortes Höhe über dem Meere aus seinem Barometerstande.

Zum Exempel für Leipzig (76) sind 27 Zoll 4,6 Linien = 328,6 = y; Also

$$\begin{array}{ll} \log 336 & = 2,5263393 \\ \log 328,6 & = \underline{2,5166676} \\ & 0,0096717 \end{array}$$

gäbe die Höhe über das Meer = 96,7 Toisen = 580,2 Fuß.

IV. Den Barometerstand am Meere nimmt man überall gleich groß, weil nach der Hydrostatik, die Meere, welche überall um die Erde ihr Gewässer einander mittheilen können, eine Kugelfläche bilden würden, wenn die Erde eine Kugel wäre, und sich nicht um ihre Axe drehete. Da diese beyden Voraussetzungen nicht richtig sind, so ist der Barometerstand am Meere nicht überall 28 Zoll, wie er auch an einem Orte veränderlich ist. (76) Eine solche Rechnung giebt also nur etwas der Wahrheit nahe kommendes. Indessen hat man kein andres Mittel Höhen auf der Erdfläche mit einander zu vergleichen, wo Nivelliren unser Vermögen übersteigt. So findet sich bey Herr Bergr. von Charpentier mineralischer Geographie der Chursächsischen Lande, (Leipz. 1778.) eine petrographische Charte, die nach dem hie gelehrten Verfahren, Höhen über Wittenberg angiebt. Im physikalischen Taschenbuche von

Joh.

Joh. Ge. Tralles, Götting. 1786. zeigt die II. Taf. Höhen unterschiedner Berge.

80. Anm. Eben so muß das Quecksilber steigen, wenn man tiefer, in die Erde hineinkömmt. Abhandl. der Königl. schwedisch. Akademie der Wissenschaften 1741. 133 S. meiner Uebersetzung, und meine Vorrede zu diesem Jahre der Abhandlungen. Meine Abhandl. vom Höhenmessen 241. .. 275; 376 u. f.

Vom Thermometer.

81. Erfahr. Man fülle eine gläserne Röhre, an welcher unten eine Kugel ist, mit Wasser, mit Weingeiste, mit Quecksilber oder jedem andern flüssigen Wesen, bis an eine gewisse Stelle der Röhre. Man erwärme alsdenn die Kugel, so wird das flüssige Wesen über die Stelle der Röhre, welche es zuvor einnahm, hinauf steigen; wenn aber die Erwärmung nachlässt, wieder fallen.

82. Zus. Flüssige Körper werden von der Wärme ausgedehnt, und von der Kälte dichter. Daher auch ihre eigene Schwere nach diesen Umständen verschieden ist. Man sehe hievon Versuche beym Eisenschmid de ponderibus et mensuris p. 174. 175.

83. Zus. Wenn man also die beschriebene Röhre (81) oben zuschmelzet, nachdem man zuvor die Luft, soviel als möglich, aus ihr gebracht hat, so hat man ein Werkzeug, in welchem das flüssige Wesen durch sein Steigen und Fallen die Veränderungen der Wärme und Kälte anzeigt.

84. Anm.

84. Anm. Aber die Grössen dieser Veränderungen mit einander zu vergleichen; zu bestimmen, ob die Wärme zu einer Zeit zwey, dreymahl u. s. w. so groß sey, als zu der andern, ist durch diese Werkzeuge noch nicht in unserer Gewalt, daher sie auch den Nahmen Thermometer sehr unrecht führen.

85. Anm. I. Verschiedene flüssige Wesen dehnen sich von einerley Wärme verschiedentlich aus; daher lassen sich die Thermometer nach der Beschaffenheit der flüssigen Wesen, die sie enthalten, abtheilen. Das älteste, das **drebbelische**, gründet sich auf die Ausdehnung der Luft, ist aber unrichtig, weil es zugleich ein Barometer ist. Ihm folgte das **florentinische**, zu dem Weingeist gebraucht wurde. Man suchte Thermometer zu machen, die wenigstens einerley Wärme auf einerley Art anzeigten, und verfiel dieserwegen auf das Quecksilber. Diese **Quecksilber-Thermometer** haben Fahrenheit, de l'Isle, Reaumur, u. a. verschiedentlich zuzurichten gesucht, um ein vollkommeneres Maaß der Wärme an ihnen zu haben. Die Beschreibungen hievon sind zu weitläuftig, und die ganze Sache gehöret eigentlich in die Naturlehre. Boerhaavens Chymie T. I. Art. de igne. Wolfs Vers. II. Th. 5. Cap. Bilfinger de Thermometris, Comm. Ac. Petrop. T. III. Leutmanns Instrum. meteorogn. inserv. de l'Isle Memoires pour servir à l'histoire et aux progrés de l'Astronomie etc. Reaumurs Beschreibungen seines Thermometers; Memoires de l'Ac. des sc. 1730. 1731. u. s. w. Die Ausdehnung des Quecksilbers ist auch bey seinen Veränderungen im Barometer zu beobachten. Wolf El. Aer. Prop. 77. sequ.

II. Eine Röhre die an einem Ende eine hohle Kugel hat, am andern offen ist, beuge man daß sie zweene ohngefähr parallele Schenkel bekömmt, und bringe in sie, etwa nach (37) oder auch durch ordentliches Einfüllen, wenn sie weit genug ist, eine flüssige Materie, die aber die Kugel, und den angränzenden Theil der Röhre nicht ausfüllt, sondern Luft darinnen lässt, so hat man das drebbelische Thermometer.

Man stelle die beyden Schenkel vertical, an des einen Ende die Kugel, an des andern die Oeffnung zu oberst. Ueber der Oeffnung befestige man eine Rolle, über welche ein Faden geht, der an beyden Enden gleiche Gewichte hat, das eine hängt auf die Oberfläche der Feuchtigkeit im offenen Schenkel herab. Weil die Wärme sich immer ändert, und dieses Thermometer durch Ausdehnung oder Zusammengehen der Luft in der Kugel und dem angränzenden Theile der Röhre fast in beständiger Bewegung ist, so könnte es ein perpetuum mobile physico mechanicum heissen. Diesen Nahmen giebt ihm J. J. Becher, de nova temporis dimetiendi ratione et accurata horologiorum constructione, ad Soc. Reg. Anglican. Jan. 1680. Londini 28 Quartſ. 1. Kupfert. Becher braucht Quecksilber, und verbindet den Theil des Fadens den ich als mit dem Gegengewichte beschwert vorgestellt habe mit der Pendellinse einer Uhr. Was zur Richtigkeit einer Uhr gehört, verstand er nicht. Er hat Kaiser Ferdinand III; 1656. Bild auf Glas gemahlt vor welchem durch die Kunst gemachte Wolken waren, das Bild zeigte sich bey Sonnenscheine, verbarg sich aber hinter den Wolken bey Sturme. Das Kunststück wird durch die Wirkung des Sonnenscheins auf das drebbelische Thermometer begreiflich. Unter Drebbels Künsten, werden ähnliche erzählt. Die Sammler zur natürlichen Magie haben soviel ich mich erinnere dieses noch nicht gebraucht.

Das drebbelische Thermometer ist zugleich Barometer. Man begreift also wie sich so was wie Becher verrichtete auch durch ein weites Barometer bewerkstelligen lässt, dessen Bewegungen in so fern sie blos vom Drucke der Atmosphäre herrühren, werden doch immer häufig genug seyn. So was ward, unter andern Kunstwerken von einem Herrn Cox; 1774. in London gezeigt. Herr Hofr. Lichtenberg ertheilte mir von daher eine Nachricht deßwegen, die sich in den göttingischen gelehrten Anzeigen 1775; 97 S. findet. Daselbst 223 S. habe ich Bechers frühere Darstellung dieses Kunststücks angeführt.

III. Bey den Barometern endigt sich der offne Schenkel oft in eine bauchichte Höhlung. Man schmelze diese Höhlung zu, und schliesse solchergestalt Luft ein, die in ihr über dem Quecksilber stand. Diese Luft wird erwärmt sich ausdehnen und das Quecksilber im verschlossenen langen Schenkel erheben, gegentheils auch wiederum sinken lassen. So was nennt man **Luftthermometer.** Titius de thermometro aëreo Viteb. 1765.

86. **Anm.** I. Thermometer zu machen, die sich mit einander vergleichen lassen, hat man vornehmlich Achtung gegeben, wo das Thermometer stehet, wenn es sich im gefrierenden, und wenn es sich im kochenden Wasser befindet. Man hat dieses für bestimmte Grade der Kälte und Wärme angenommen, und die Einrichtungen der Thermometer, die von ihren Erfindern verschiedentlich benennet werden, unterscheiden sich vornehmlich darinnen, daß der Raum zwischen diesen beyden Graden verschiedentlich abgetheilet wird. Für den ersten kann man den annehmen, wo das Thermometer stehet, wenn es sich in zusammengedrücktem Schnee befindet. Siehe Celsius von zween beständigen Graden auf dem Thermometer; Abhandl. der Königl. Schwed. Akademie der Wissenschaften 1742; 197. S. meiner Uebersetzung. Bey dem andern, eigentlich bey beyden, muß man den Stand des Barometers wissen; das Thermometer steigt höher im siedenden Wasser, wenn dieses Wassers Oberfläche von einer grössern Last der Atmosphäre, als wenn sie von einer geringern

gedruckt wird. Boerhaave Chym. T. I. p. 153. ed. Lipſ. welches auch durch Verſuche beſtätiget wird, die Secondat de Montesquieu auf hohen Bergen in Gaſcogne angeſtellt hat; Philoſ. Tranſact. n. 472. art. 6. p. 33.

II. Fahrenheit ſtellte ſich irrig, als den geringſten Grad der Wärme, oder die ſtrengſte Kälte, den vor wo er ſein o hinſetzte. Dieſen Raum in 11124 Theile getheilt, fand er, daß das Queckſilber im ſiedenden Waſſer dergleichen Theile 11124 + 212 einnahm, des Glaſes Ausdehnung durch die Wärme beyſeite geſetzt (Boerhaave Chym. T. I. p. 156. ed. Lipſ. 1732.) So erhellt, warum Fahrenheit von ſeinem o bis zum ſiedenden Waſſer 212 Grade zählt. De l'Isle, Reaumur u. a. haben bey ihren Theilungen ähnliche Abſichten gehabt, den Raum, den die flüſſige Materie, die das Thermometer füllt, bey einem gewiſſen Grade der Wärme einnimmt, mit dem zu vergleichen, den ſie bey einem andern ausfüllt. Wie richtig dieſe Abſicht bey den gewöhnlichen Arten Thermometer zu verfertigen und zu graduiren erreicht wird, muß man aus vollſtändigern Känntniſſen davon als hie Raum haben, beurtheilen lernen. In Herrn de Luc Buche (79) handelt der II. Abth. 2. Cap. ausführlich vom Thermometer, Hennert des Thermométres, Haag 1758. redet auch von einem neuen Geſetze der Wärme, bey Ausbreitung flüſſiger Materien. Du Creſt von Thermometern und Barometern, aus dem franzöſiſchen überſetzt mit Anmerkungen von M. Thenn, Augſp. 1770. Vollſtändige Anweiſung zu Verfertigung der Wettergläſer, nach dem engliſch. G. Martin und der vermehrten franzöſiſchen Ausgabe überſetzt 1775. Kurze Beſchreibung der Barometer, Thermometer, und anderer zur Meteorologie gehörigen Inſtrumente, 1776. Van Swinden ſur la Comparaiſon des Thermomètres; Amſterd. 1778. Ueber die Beſtimmung des Siedpuncts und Eyßpuncts, und andere Vorsichtigkeiten, bey Verfertigung und Gebrauche der Thermometer, Phil. Trans. Vol. 67. for 1777. p. 816. Ueber die Abtheilungen des Thermometers, wo es unter andern mit auf die Weiten der Röhre ankömmt (64; VI) Meister de emendatiori scalae thermometri inter puncta ex observationibus definita interpolatione. Novi Comment. S. Sc. Gotting. T. III. ad 1782. Luz, Anweisung die Thermometer zu verfertigen, Nürnb. 1781.

87. **Erfahr.** Auch feste Körper, besonders die Metalle dehnen sich von der Wärme aus, und nehmen erkaltet einen geringen Raum ein. Siehe Boerhaave Chym. T. I. p. 126.

88. **Anm.** Dieses hat die **Pyrometer** und **metallene Thermometer** veranlasst, wo kleine Veränderungen der Wärme durch Räderwerk sehr empfindlich gemacht werden. Die letztern besonders sind von den Engelländern weit getrieben worden; sie wurden aber auch zu Reinharz in Obersachsen bey dem damahligen chursächsischen geheimen Rathe Herrn Grafen von Löser in grosser Vollkommenheit verfertiget. Thermometri metallici ab inuentione Com. Loeseri descriptio auct. Titio, Lips. 1765. Metallene Thermometer, beschrieben vom Cromwell Mortimer Phil. Trans. n. 484; app. art. 3. auch n. 485; p. 129. Fitzgeralds Vol. 51. p. 823. Zeihers Comm. nou. Petrop. T. IX. p. 305. Ueber die Ausdehnung der Körper durch Wärme: Tentamina experim. captor. in Academia del Cimento aus dem italienischen übersetzt von Musschenbrök P. II. In den Zusätzen pag. 12. beschreibt Musschenbrök das von ihm erfundene Pyrometer. Ein neues Smeaton Philos. Trans. Vol. 48. p. 598. Bouguer beschreibt seine in der heissen Zone unternommene Vorrichtungen und Versuche Mem. de l'Ac. 1745. Vom Maasse des Feuers und der Wärme ist nun ein Hauptbuch, Lamberts Pyrometrie, Berlin 1779.

Herr de Luc Aufsatz über Pyrometrie und Aerometrie Philos. Transact. für 1778; 419 S. enthält eine neue Methode, durch die Wärme, Ausdehnungen von Materien mit einander zu vergleichen, und Anwendungen derselben. Sie ist ohngefähr eben der Gedanke, nach dem man die unveränderlichen Pendelstangen (Stat. 147; IV) vorrichtet.

89. Anm. Diese Veränderungen, welche feste Körper von der Wärme leiden, sind bey verschiedenen Vorfällen in der ausübenden Mathematik nicht aus den Augen zu setzen, z. E. bey geometrischen und astronomischen Werkzeugen; bey Uhrwerken, selbst bey Versuchen mit den gewöhnlichen Thermometern, bey Abmessungen, wo eine sehr grosse Schärfe erfodert wird. Herr von Maupertuis muthmasset, daß wider die Natur des Metalls, hölzerne Stangen in der Kälte eher länger als kürzer würden, weil die Feuchtigkeit in ihnen gefröre, daß Eiß aber mehr Raum als das flüssige Wesen, aus dem es entstanden ist, einnimmt. Siehe mesure de la terre etc. Oeuvres de Mr. de Maupertuis ed. de Lyon 1756. T. III. p. 144. Lowitz Erinnerungen von Ausdehnung der Metalle bey Maaßstäben im Staatsgeographus II. Beylage.

Die Hydraulick.

1. Erkl. Die Hydraulick handelt von der Bewegung des Wassers.

2. Anm. Da die Gesetze der Bewegung fester Körper aus diesen Anfangsgründen wegbleiben müssen, weil sie Kenntnisse der Algebra und höhern Geometrie zum voraussetzen, so wird man ebenfalls nicht erwarten, daß diese Gesetze bey flüssigen Wesen hier sollen abgehandelt werden. Ueberdem sind die letztern viel schwerer zu entdecken als die erstern, und vielleicht noch nicht einmahl weder durch Theorie noch durch Erfahrungen zu einer vollkommenen und zuverlässigen Richtigkeit gebracht. Die vornehmsten neuern theoretischen Schriften hievon sind Daniel Bernoullis Hydrodynamica; Johann Bernoullis Hydraulica Op. T. IV. D'Alembert de l'equilibre et du mouvement des fluides. Euler de l'equilibre et du mouvement des fluides Mem. de l'Ac. de Prusse 1755. und mehr Abhandlungen desselben in den Schriften dieser und der petersburgischen Akademie. Lehrbücher: Hennert Elementa Hydrostat. et Hydraulices tam theoreticae quam practicae, Utrecht 1769. ist der II. Theil seines Cursus matheseos applicatae. Man sehe auch unten (18).

3. Anm. Dieserwegen begnügt man sich, hier einige Werkzeuge zu beschreiben, mit denen Wasser in Bewegung kann gesetzt werden: Aber die Wirkungen dieser Werkzeuge zu berechnen, ist man aus der bisherigen Anleitung nicht im Stande. Diese Werkzeuge dienen theils zum wirklichen Nutzen in der Oeconomie, im Bergbaue, in verschiedenen Kün-

sten, u. s. w. theils zum Vergnügen, wohin besonders die Springbrunnen gehören. Meine Absicht verstattet nur weniges hievon zu sagen.

Anwendungen der Luft das Wasser zu bewegen.

4. Aufg. ABC 1. Fig. sey ein Heber, eine bey B gebogene Röhre, die an beyden Enden A, C, offen ist; das eine Ende A stehe höher als das andere, die Röhre aber sey durchaus mit Wasser gefüllt; es fragt sich, zu welchem Ende das Wasser herauslaufen wird; wenn die senkrechten Höhen BD; BE; über die wagrechten Linien durch A; C; nicht grösser sind, als die Höhe k auf welche das Wasser von der Luft gehalten wird (Aerom. 29.).

Aufl. Es wird angenommen, daß die Gewalt, welche die Luft für sich allein anwendet das Wasser in jeden Schenkel zu treiben, bey A so groß ist als bey C. In der That muß sie bey C etwas grösser seyn (Aereom. 77.); aber dieser Unterschied ist hier gar nicht beträchtlich, weil er nur auf das Gewichte eine Luftsäule von der Dichte, wie die Luft zwischen D und E ist, und von der geringen Höhe DE ankömmt (Aereom. 61.); Man kann also, die Gewalt der Luft für sich betrachtet, so wohl bey A als bey C; $=$ k setzen. Aber diese Gewalt hat bey A eine Wassersäule von der Höhe BD; und der Grundfläche A zu tragen (Hydrost. 27.), weil

weil es nun hier blos auf die Höhe ankömmt (Hydrost. 24.), so kann man die Gewalt, mit welcher das Wasser wirklich bey A in den Schenkel AB getrieben wird, = k — BD setzen; und für den andern Schenkel in die ähnliche Gewalt = k — BE; da nun die Wirkungen der ersten und der andern Gewalt einander entgegengesetzt sind, so wird die grösste, d. i. die bey A überwiegen, und das Wasser da stärker hineingetrieben als bey C, folglich bey C herauslaufen.

5. Zus. Wenn A unter Wasser steht, so wird immer neues Wasser da hineingetrieben werden (Aerom.), und durch den Heber so lange fortfliessen, bis die Luft an die Oeffnung A unmittelbar kommen kann.

6. Anm. I. Dieses muß erfolgen, auf was für Art auch der Heber gefällt ist. Im kleinen geschieht solches insgemein durch Saugen; Lowitz hat in seiner Schrift von den Eigenschaften der Luft einen Heber angegeben, der sich ohne Saugen füllen lässt, das ist auch mit einem gemeinen Heber leicht zu bewerkstelligen.

II. Befände sich in A ein Sumpf, den man in C, über einen Berg zwischen beyden leiten wollte, so könnte man den Heber über den Berg führen; bey A und C müsste er Hähne haben, und in B einen Trichter und Hahn. So würden die Hähne bey A und C anfangs verschlossen, und der Heber bey B gefüllt, alsdann da verschlossen und unten an beyden Seiten geöffnet. Den Vorschlag thut Porta Io. Bapt. Portae Pneumaticorum libri 3. Neap. 1601. Lib. 3. cap. 1. Bewerkstelliget hat ihn Büchner, breslauische Samml. 1720. Ian. Cl. V. Der Berg darf nicht 30 Fuß hoch seyn.

III. Allerley Heber beschreibt Lehmann disp. de Siphonibus, Lips. 1710. Ehe man die Ursache vom Flusse des Hebers verstand, hat man ihn auf viel ungereimte Arten brauchen wollen, z. E. in Zeisings Theatr. machinar. (Leipz. 1763 u. f.) II. Th. 51. S. Selbst sein Nahme, scheint nach einem falschen Begriffe gemacht. Er hebt das Wasser, so wenig, als eine Röhre, in der es blos der Schwere gehorsam, von A nach C flösse.

Nachricht von den besondern Wirkungen und Nutzen einer Wassermaschine welche von aller Bewegung frey ist, erfunden und beschrieben zu Braunschweig 1751; von Joh. Heinr. Gravenhorst, Helmstädt. Ich ward noch in Leipzig über diese Maschine befragt: Mit Verwahrung daß ich sie nicht beurtheilen könne weil sie nicht beschrieben war, muthmaasste ich auf einen Heber. Der Erfinder gestand das auch zu, nur sey es einer von viel vollkommner Art. Ich habe nichts weiter von der Maschine erfahren.

7. Anm. Hierauf gründet sich eine Art vom Vexirbecher, der allemahl, und nur alsdenn ausläuft, wenn er ganz gefüllt wird. (Diabetes Heronis; Tantalus) ABC 2. Fig. sey ein Gefäß, in dem die Röhre DE, die an beyden Enden offen ist, durch die Oeffnung B geht. Sie ist mit einer andern Röhre FGH bedeckt, welche nirgends offen ist als bey H. Wenn man also das Gefäß füllt, so tritt das Wasser, dem die Luft durch ED ausweicht, zugleich in den Raum zwischen beyde Röhren eben so hoch, als aussen im Gefässe. Wenn es also der innern Röhre obere Oeffnung E erreicht hat, wird es durch ED herauslaufen, und die Luft immer neues Wasser aus dem Gefässe durch H nachtreiben; die beyden Röhren stellen nähmlich einen Heber vor, da ein Schenkel in dem andern steckt; die Stellen A; B; C; der 1. Fig. sind hier H; E; D; Aus eben dem Grunde lässt sich begreiflich machen, wie Brunnen

bey

bey trockner Zeit Wasser haben, und bey Regenwetter trocken werden können. Der Freyherr von Valvasor hat solche natürliche Heber in Höhlen gefunden. Ehre des Herzogthums Crain I. Th. 4. B. 12. C. 556 S. Anwendungen davon auf den Cirknitzer See, das. 688 u. f. S.

8. Anm. Der Heber muß also im luftleeren Raume zu fliessen aufhören, welches auch die Erfahrung bestätiget, wenn er nicht so klein und die Luftpumpe so unvollkommen ist, daß die verdünnte Luft, die noch zurücke geblieben ist, das Wasser durch ihn treibet.

9. Aufg. Das Wasser durch Zusammendrückung der Luft springend zu machen.

Aufl. Das Gefäß AD 3. Fig. sey überall verschlossen, bis auf eine Oeffnung bey G, die man aber ebenfalls nach Gefallen verschliessen kann, und eine Röhre FE, deren untere Oeffnung fast des Gefässes Boden erreicht, die obere F sich mit einem Hahne verschliessen lässt. Man verschliesse diese obere, nachdem man das Gefäß ohngefähr halb mit Wasser gefüllt hat, und presse durch G Luft hinein; Wenn nun G verschlossen, und F geöffnet wird, so muß diese Luft, sich auszubreiten, das Wasser durch die Röhre heraustreiben, welches hoch springet, nachdem viel Luft ist zusammengepresst worden, und die Oeffnung F enge ist. Man kann auch G ersparen, wenn man die Röhre bey F so zurichtet, daß sie sich an ein Werkzeug, mit dem man die Luft zusammenpresst, eine Luftpumpe, z. E. (Aerom. 45.) anschrauben lässt. Wenn das Gefäſſe erhitzt wird, wird das Waſſer auch durch F herausgetrieben, ohne daß man mehr Luft hineinzupreſſen nöthig hat (Aer. 37.).

10. Anm. Heronis Alexandrini, Spiritalium liber, von Commandino aus dem Griechiſchen überſetzt, Urbin 1575; erklärt unter andern eine Menge artiger Springbrunnen, aus der Vermeidung des leeren Raums, die freylich meiſt auf der Luft Eigenſchaften beruhen. Durch ſeinen eignen Druck, ſpringt Waſſer aus einer niedrigen engen Oeffnung, wenn es in einem höhern Behältniſſe geſammlet iſt. Schotti Mechanica Hydraulico Pneumatica, 1657. und unzähliche andere Bücher beſchreiben dergleichen Erfindungen. Manchmahl läſſt ſich eine die anfangs nur Beluſtigung zur Abſicht zu haben ſchien, zum Nutzen anwenden: So dient etwas, wie der ſo genannte Heronsbrunnen, zu Schemnitz, Waſſer aus der Grube zu fördern. Nic. Poda Berechnung der Luftmaſchine, welche zu Schemnitz von Joſ. Carl Höll erfunden, und 1753. erbaut worden, Wien 1771. Meiſters Abhandl. davon Comm. Nou. Soc. Sc. Gotting. T. IV. 1773; p. 169. Herr D. C. Silberſchlag, ſtellt ſich ſo was wie einen Heronsbrunnen, bey der Sündfluth vor. Geogenie II. Th. 5. Abſchn. Allerley Springbrunnen, auch Betrachtungen über Lauf des Waſſers, in Carlo Fontana dell' Acque Correnti Rom. 1696. Bökler, Bau- und Waſſerkunſt, Nürnb. Heronis Alexandrini von Luft- und Waſſerkünſten . . . durch Agathum Carionem, Frankf. 1688.

Von Maſchinen das Waſſer zu erheben.

11. Aufg. **Eine Klappe für Waſſer zu machen** (Aerom. 47.).

Aufl. Unter verschiedenen Arten, dieses zu bewerkstelligen, verdient folgende bemerkt zu werden: ABCD sey eine Höhlung in der Gestalt eines abgekürzten Kegels, dessen kleinere Grundfläche zu unterst stehet. EFGH, sey ein dichter abgekürzter Kegel in eben der Lage, aus einer schweren Materie; der die Oeffnung BC verschliesst, wenn er tief genug hinunter fällt. Dringt also Wasser durch die Oeffnung BC aufwärts, so stösst es ihn in die Höhe, und dringt zwischen ihm und der Höhlung hinauf. Er senkt sich aber vermöge seines eigenen Gewichtes wieder, und verschliesst die Oeffnung dem Wasser, das zurück will. Damit ihn das hinaufdringende Wasser nicht etwa umkehret, kann bey I ein Nagel quer vorgeschlagen werden. Andere Arten findet man beym Leupold, Theatr. Machinar. Hydraulic. Tom. I. 172. u. f. §. Tab. 38.

12. **Beschreibung der gewöhnlichen Wasserplumpen** 5. Fig. ABDC ist eine Röhre, die unten im Wasser stehet, oder an der Seite eine Oeffnung hat, daß Wasser hineintreten kann. Sie hat bey I eine Klappe, die das Wasser hinauflässt, der Kolben L, welcher vermittelst der Kolbenstange E in ihr auf- und nieder- kann getrieben werden, ist ebenfalls mit einer Klappe versehen, die das Wasser hinauflässt, bey M ist eine Oeffnung; Wenn man also den Kolben hinaufzieht, so druckt die äussere Luft das Wasser durch das Ventil I in die

Röhre,

Röhre, welches, wenn der Kolben niedergeht, durch die Kolbenklappe über ihn tritt, und wenn man ihn zum zweytenmahle erhebt, durch die Oeffnung M herausgestossen wird.

13. Anm. Man sieht leicht, wieviel ähnliches diese Vorrichtung mit dem Stiefel der Luftpumpe (Aerom. 54.) hat. Indessen treten dorten Luft und hier Wasser nicht auf einerley Art in den Stiefel und die Röhre; die Luft thut solches, weil sie sich ausdehnet (Aerom. 39.), das Wasser, weil es von dem Drucke der äusern Luft hineingetrieben wird, daher es auch dadurch nicht höher als ohngefähr 31 Fuß oder 18 Ellen kann gehoben werden (Aerom. 29.).

14. Anm. Stünde das Wasser unten so weit in der Röhre, daß es den Kolben auf eine merkliche Höhe bedeckte, wenn er da hinunter getrieben wird, so liesse sich dieses Wasser durch M herausstossen, ohne daß der Druck der Luft nöthig wäre es zu heben. Dieses pflegt man eigentlich **Pumpen** zu nennen, **Saugwerke** aber, bey denen der Druck der Luft auf die beschriebene Art wirken muß. Leupold Theatr. Mach. Hydraul. 148. §.

15. Anm. Hätte man die Pumpe so angelegt, daß sie das Wasser bey DC hübe, und wollte sie alsdenn brauchen, Wasser nicht da, sondern aus einer tiefern Gegend gerade darunter zu heben, so könnte man in DC eine Röhre, die hinunter bis in dieses tiefere Wasser reichte, stecken, die Luft würde alsdenn das Wasser durch diese Röhre über I herauftreiben, daß es sich bey M ausgiessen liesse. Man pflegt bey Bergwerken so zu verfahren, und dergleichen Röhre einen Ansteckelkiel, die ganze Vorrichtung aber einen **niedrigen Satz** zu nennen; Wollte man aber das Wasser nicht bey M, sondern höher über AB ausgiessen, so könnte man auf AB noch andere Röhren, **Auffatzröhren** setzen, in de-

nen

nen das Wasser über dem Kolben bis an den verlangten Ort des Ausgusses gehoben würde. Dieses heisst ein hoher Satz. Leupold Theatr. Machin. Gener. 24. Cap. und Theatr. Mach. Hydraul. 159. §. Uebrigens sehe man von den Wasserplumpen auch Belidor Archit. Hydraul. I. Th. III. Buch 3. Cap.

16. **Beschreibung eines Druckwerks.** 6. Fig. ABCD sind zwo hohle Röhren, oder Stiefel, am Boden mit Klappen versehen. In jeder geht ein Kolben, der keine Klappe hat, sondern durchaus dicht ist, auf und nieder; die Kolbenstangen sind vermittelst eines gleicharmichten Hebels, an dessen beyden Enden sie sich befinden, dergestalt verbunden, daß allemahl wechselsweise eine hinauf, die andere hinab geht. Vom Boden jedes Stiefels geht in einen Cylinder eine Röhre MH, die oben mit einer Klappe I versehen ist. Der Cylinder endiget sich bey N in eine Röhre, die man so lang, als nöthig ist, machen, und wenn sie von Leder ist, nach Gefallen beugen kann.

Stehen also die Stiefel unten bey DC im Wasser, so füllt sich allemahl derjenige, in welchem der Kolben in die Höhe geht, und wenn sein Kolben niedergedruckt wird, sprützt er das Wasser durch die Röhren MH in den Cylinder und weiter durch die Röhre bey N; daß also allemahl wechselsweise beständig ein Stiefel sprützt, und der andere indessen sich füllt.

17. Anm. Vollständigere Nachrichten von Druckwerken siehe in Leupolds Theatr. Machin. Hydraul. Tom. I. 12. Cap. Tom. II. 9. Cap. Von ihrem

Ge-

Gebrauche als Feuersprützen; Karsten über die vortheilhafteste Anordnung der Feuersprützen, Greifsw. 1773. Klügel von der besten Anordnung der Feuersprützen zum Gebrauche des platten Landes, Berl. 1774. Helfenzrieder von Verbesserung der Feuersprützen, Münch. 1778; Hesse, practische Abhandl. zu Verbesserung der Feuersprützen, Gotha 1778.

18. Anm. Von den übrigen hieher gehörigen Maschinen als Schöpfwerken, Paternosterwerken, auch Mühlen, Schleusen u. d. gl. muß man sich aus grössern Büchern unterrichten, als: Leupolds Theatr. Belidor Architectura Hydraulica, Deutsch zu Augspurg 1740 .. 1771. I. II. Th. jeder in 12 Ausgaben. Das französische Original 4 Quartbände ist in Deutschland selten. Karsten, Lehrbegriff der Mathematik, V. und VI. Th. Greifsw. 1770; 1771; handelt Hydraulik und Pneumatik, so ab, daß einzelne Maschinen umständlich berechnet werden. In meiner Hydrodynamik Götting. 1769. habe ich mich mehr auf allgemeine Gründe eingeschränkt, und Schriften angeführt, weil jede Maschine fast ein eigen Buch erfodert, wenn ihr Gerechtigkeit wiederfahren soll. Davon nur ein Beyspiel: Die archimedische Wasserschraube ist was Altes, wie schon ihr Beywort zeigt, das sich vielleicht nicht vollkommen rechtfertigen lässt, auch ist die Maschine nicht sehr zusammengesetzt. Blos die geometrische Untersuchung der Lage ihrer Gänge u. d. gl. gab einen kleinen Folianten Guidi Vbaldi e Marchionib. Montis de Cochlea Lib. 4. Venet. 1615. Euler untersuchte das mechanische bey ihr, de cochlea Archimedis, comm. nov. Ac. Petrop. Tom. V. p. 259. die königl. preussische Akademie setzte einen Preis auf diese Untersuchung, den Herr Hennert erhielt. Dissertations qui ont remporté les prix ... en 1766. Sur la nutrition, et sur la vis d'Archimède, Berl. 1767. Bey Herr Hennerts Schrift, noch eine die das Accessit bekommen hat. Karsten, VI. Th.

37.

37. Abschn. macht dagegen Erinnerungen und führt nur dem Titel nach Iac. Bellogradi Theor. cochl. Archim. Parm. 1767. an.

Büschens Hydrost. 54. V. angeführtes Buch, ist zur ersten Anleitung, auch wegen praktischer Bemerkungen sehr zu empfehlen.

Die Optik.

1. Erkl. Die Optik im allgemeinen Verstande, betrachtet dasjenige, was bey dem Lichte auf die Grösse ankömmt: In einer engern Bedeutung rechnet man zu ihr nur dasjenige, was die Lichtstrahlen betrifft, in so fern man sie als gerade Linien ansehen kann (Perspect. 2.), ohne daß sie ihre Richtung irgend auf eine Art ändern. Daß man unter dem Lichte dasjenige verstehet, was uns die Körper sichtbar macht, ist bekannt. Licht, das nach einer geraden Linie von einem sichtbaren oder leuchtenden Puncte ausgeht, heisst ein Lichtstrahl; Man betrachtet aber hier jeden Körper oder jedes kleine körperliche Theilchen als einen physischen Punct, in so fern man auf seine Grösse nicht acht hat; und weil man jeden leuchtenden oder erleuchteten Punct überall sehen kann, wo sich aus ihm in das Auge gerade Linien ziehen lassen, so schliesst man, er schicke nach allen Seiten Licht aus, das ihn um-

umgibt, wie die Halbmesser einer Kugel ihren Mittelpunct umgeben.

2. Lehrs. Wenn Licht von einem leuchtenden Puncte A 1. Fig. ausgeht, so breitet es sich dergestalt aus; daß die ebenen Flächen, welche von gleichviel Lichte erleuchtet werden, sich wie die Quadrate ihrer Entfernungen von dem leuchtenden Puncte verhalten.

Bew. Man fange eine gewisse Menge Lichtstrahlen mit einer Ebene, von welcher Gestalt und Lage man will BCDE auf; alles Licht also, das auf diese Ebene fällt, ist in einer Pyramide enthalten, deren Spitze der leuchtende Punct, die Grundfläche die genannte Ebene ist. Verlängert man diese Lichtstrahlen weiter, so müssen sie alle auf jede Ebene fallen, die wie bcde jener gleichlaufend liegt und ähnlich ist (Geom. 61. Satz). Beyde Ebenen aber verhalten sich wie die Quadrate ihrer Entfernungen von A (Geom. 61. S. 2. Zus.).

3. Zus. Weil sich die Menge Lichtes, die auf einen gegebenen Theil der Ebene bcde fällt, zu der welche auf bcde fällt verhält wie der Theil zum Ganzen; so wird sich die Menge des Lichtes, die auf einen Theil dieser Ebene fällt, welcher = BCDE ist, zu der Menge, welche auf BCDE fällt, verhalten, wie der Ebene BCDE Entfernung von A Quadrat, zum Quadrate der Entfernung der Ebene bcde von A;

oder

oder die Mengen Licht, die auf Ebenen von einerley Grösse fallen, verhalten sich verkehrt wie Quadrate der Entfernungen dieser Ebenen vom leuchtenden Puncte. Es sey nähmlich die Ebene $BCDE = M$; $bcde = m$; der ersten Entfernung vom leuchtenden Puncte $= Z$; der andern $= z$; die Menge des Lichtes, die auf die erste fällt $= L =$ der Menge, die auf die andere fällt, und die Menge des Lichtes, die auf einen Theil der andern fällt, welcher der ersten gleich ist $= \lambda$; so ist $\lambda : L = M : m$; aber $M : m = Z^2 : z^2$ also $\lambda : L = Z^2 : z^2$.

4. Anm. Man kann dieses durch Versuche auf verschiedene Arten sinnlich machen. Wenn BCDE ein Quadrat ist, das z. E. senkrecht gehalten wird, und also auf eine Wand den Schatten bcde wirft, so wird dieser Schatten viermahl, neunmahl u. s. w. so groß seyn als das Quadrat selbst, nachdem er zweymahl, dreymahl u. s. f. so weit vom Lichte entfernt ist, welches aus (2) folgt; wenn man die Bestimmung des Schattens (Perspect. 30. u. f.) überlegt. Geht man Abends von einem angezündeten Lichte so weit weg, bis es z. E. ein Blatt in einem Buche gleich noch so stark erleuchtet, daß man es lesen kann, so wird man zu eben der Absicht an der Stelle dieses Lichtes nicht zwey, sondern vier Lichter anzünden müssen, wenn man noch einmahl so weit davon gegangen ist, und neun, wenn man sich dreymahl so weit entfernet hat, u. s. w. wie (3) erfodert.

II. Bey dieser Untersuchung wird zum voraus gesetzt, daß das Licht durch keine andere Ursache, als weil es sich ausbreitet, geschwächt wird. Es leidet aber in der Luft, durch die es gehen muß, Abgang, wie aus vielerley Erfahrungen erhellt,

z. E. einerley Sache sieht, auf einerley Art erleuchtet, dunkler aus, wenn sie weit, als wenn sie nahe ist; wenn die Sonne in ein Zimmer zwischen den zugezogenen Vorhängen durchscheinet, so sieht derjenige, der seitwärts stehet, einen hellen Strich, in welchem glänzende Sonnenstäubchen spielen, zum Beweise, daß das Licht, welches gerade fortgehen sollte, von diesen Körperchen aufgehalten, und nach den Seiten zu gebracht wird. Man kann ohngeblendet in die untergehende Sonne sehen, weil ihr Licht alsdann durch sehr viel dichte und mit Dünsten erfüllte Luft gehen muß, u. s. w.

5. Anm. Vorhergehendes ist eine Probe, wie sich die Stärken von unterschiedenem Lichte mit einander vergleichen lassen. Man kann solche Vergleichungen mehr anstellen, untersuchen wie Licht geschwächt wird, wenn es von allerley Körpern zurückgeworfen wird, durch allerley Materien durchgeht u. s. w. Solche Untersuchungen, welche auf Abmessungen der Stärke des Lichtes abzielen, machen eine eigne Wissenschaft, die Photometrie aus, an die man natürlich nicht eher denken konnte, bis sehr viel andere Lehren, vom Lichte, Aenderungen seiner Richtung u. s. w ausgemacht waren. Daher ist auch, das erste ausführliche Originalwerk hierüber: Bouguer, sur la gradation de la lumiere, Par. 1760; das zweyte: Lambert Photometria, Augsp. 1760. Herr Hofr. Karsten hat: Untersuchungen über die ersten Gründe der Photometrie, zum 9. B. der Abhandl. der Churf. Bairischen Akademie (München 1775.) beygetragen, und die Wissenschaft im 8. Theile seines Lehrbegriffs (Greifsw. 1777.) ausgeführt. Auch vom Bouguer, Remarques sur les moyens de mesurer la lumiere, Mem. de l' Ac. des Sc. 1757. p. I.

6. Anm. I. Im Dreyecke HKI, wo bey K der rechte Winkel ist, sey H = 1′; so ist aus den trigonometrischen Tafeln IK = 0,0002909. HI; Auch ist

$10 - \log \sin 1' = 3,5362738$, oder der Sinus einer Minute ist im Halbmesser noch nicht 3438 mahl enthalten. Ist also IH mehr als 3500. IK; so ist der Winkel I von einem rechten schon nicht mehr um 1' unterschieden, und da würde man, wenn nicht grosse Schärfe gesucht wird, schon sagen, die Linien, von I und K nach H lägen bey KI, so, als wenn sie parallel wären.

II. Je grösser IH gegen IK ist, desto näher kömmt dieser Ausspruch der Wahrheit. Der Logarithme des Sinus einer Secunde, ist 4,6855749, und giebt von 10 abgezogen 5,3144250 die zugehörige Zahl fällt zwischen 206260 und 206270. Ist also HI grösser als 206270. IK so ist der Winkel H noch nicht um 1'' von einem rechten unterschieden.

III. Wenn HI sehr groß gegen IK ist, so ist HK sehr wenig von HI unterschieden, und man kann, als der Wahrheit nahe, gleichgültig IHK für ein Dreyeck annehmen, das bey K rechtwinklicht wäre, oder für ein gleichschenklichtes da jeder der Winkel I = K um $\frac{1}{2}$H, von einem rechten unterschieden wäre. Wegen dieses geringen Unterschiedes, liegen auch noch IH, KH bey I und K, beynahe so gegen IK, als ob sie parallel wären.

IV. In der 6. Fig. wo bey M, O, rechte Winkel sind, stelle man sich durch P eine Parallele mit QM vor, so hat man NQ : NP = NM : NM — PO. Ist also NP sehr klein gegen NQ; so ist beynahe PO = NM oder die Linie NP nähert sich der MO nicht merklich.

V. Das findet also statt, wenn NQ, MQ, sehr groß gegen NM sind, NP aber nicht sehr groß dagegen ist.

VI. Dieß wird zeigen, in welcher Bedeutung man Lichtstrahlen als parallel annimmt, die von H auf IK; oder von Q auf NM fallen.

7. Zus. Wenn zweene leuchtende Puncte L; l; über A 3. Fig. stehen, und gleiche Ebenen bey B; C; bescheinen, deren jede von einem Puncte so weit entfernt ist als von dem andern, so verhalten sich die Mengen Lichtes, die auf jede Ebene fallen, auch verkehrt wie die Quadrate der Entfernungen; denn B bekomme das Licht M von L und m von l; so bekömmt C das Licht $\frac{AB^2}{AC^2}$. M von L; und $\frac{AB^2}{AC^2}$. m von l (3); also ist die Menge Lichtes, die B von beyden Puncten bekömmt $= M + m$; und die C von beyden bekömmt $= \frac{AB^2}{AC^2} . (M + m)$.

8. Zus. Der Satz (3) findet noch statt, auch wenn ein ganzer leuchtender Körper zwo verschiedentlich von ihm entfernte Ebenen bescheinet (7).

9. Anm. Man setze, in A und C 3. Fig. stehen zwey gleich starke Lichter; die Erleuchtung, die jedes in der Mitte E hervorbringt, sey $= l$; also die von beyden zusammen daselbst hervorgebracht wird $= 2l$; Es sey $AE = EC = a$; $EB = x$; also $AB = a - x$; $BC = a + x$; so ist die Erleuchtung, welche das Licht bey A in B verursacht $= \frac{a^2 l}{(a-x)^2}$ und die welche das bey C ebenfalls in B verursacht $= \frac{a^2 l}{(a+x)^2}$ also die völlige Erleuchtung daselbst $= a^2 l. \left(\frac{1}{(a-x)^2} + \frac{1}{(a+x)^2}\right)$. Man bringe die beyden Brüche welche den letzten Factor ausma-

machen, auf eine Benennung, und addire sie zusammen, so ist der Zähler der Summe $= (a+x)^2 + (a-x)^2 = 2\,(a^2+x^2)$ (Ar. II. Cap. 5. I. II. Ex.) und der Nenner $= (a-x)^2 . (a+x)^2 = [(a-x).(a+x)]^2$ (Ar. II. Cap. 14) $= (a^2-x^2)^2$ (Ar. II. Cap. 5. III. Exemp.). Also die Erleuchtung $= 2l. \frac{a^2.(a^2+x^2)}{(a^2-x^2).(a^2-x^2)}$ Nun ist a^2-x^2 kleiner als a^2 und auch kleiner als a^2+x^2. Also ist des Bruches, der in $2.l$ multiplicirt wird, Nenner, kleiner als sein Zähler, und folglich der Bruch > 1 oder die Erleuchtung sonst überall grösser als $2l$, als die in der Mitte.

10. **Lehns. Aufgabe. Die Mittelpuncte zweener Kreise A; B; 4. Fig. und ihre Halbmesser AF $= p$; BG $= q$; sind gegeben, man soll eine Linie ziehen, die beyde auf einer Seite der Linie AB berühret.**

Aufl. CD sey diese Tangente, welche der verlängerten AB in E begegnet. Die Halbmesser AC; BD, stehen auf ihr senkrecht (Geom. 19. S. 2. Zus.). Mit ihr sey BN gleichlaufend, die AC in N schneidet, und auf beyden genannten Halbmessern senkrecht stehet (Geom. 12. Satz), könnte man nun BN in die gehörige Lage legen, d. i. wüsste man nur den Winkel ABN; so könnte man auf sie ANC, BD, senkrecht setzen, und also gäben sich die gesuchten Berührungspuncte C; D.

Es ist aber für den Sinustotus $= r$; Sin ABN $= \frac{AN}{AB}. r = \frac{(p-q).r}{a}$ daß man also diesen Winkel, welcher = E ist (Geom. 12. Satz 2. Zus.), trigonometrisch berechnen kann. Eine geometrische Verzeichnung gibt sich folgendergestalt: Man beschreibe über AB einen halben Kreis, und trage in ihn eine Sehne = p − q von A aus; so wird diese die Lage der Linie AN und den Punct N geben (Geom. 21. Satz 1. Zus.), nach dem man BN ziehen kann.

11. Zus. CAF = 2R − GBD (Geometrie 12. S. 2. Zus.) = R − ABN (10).

12. Zus. I. AN: AB = AC: AE (Geom. 25. Satz) also ist $AE = \frac{pa}{p-q}$; Wenn man diese vierte Proportionallinie gefunden hat, so kann man über ihr einen halben Kreis beschreiben, und in ihn eine Sehne = p tragen, welche der Linie AC gleich seyn, und derselben Lage geben wird.

II. $BE = AE - AB = \frac{aq}{p-q}$ und es lässt sich damit und mit q eben das nur gewiesene Verfahren anstellen, der Linie BD Lage zu finden.

13. Zus. I. Man setze, der Berührungspunct am grössern Kreise soll unter AB, der am kleinern, darüber liegen; Sie sollen noch wie vorhin, C und D heissen, und die Tangente soll AB in einem Puncte schneiden, der noch E heisst.

heisst. Man wird sich die Figur dazu leicht entwerfen.

Dieses E muß zwischen A und B fallen; Also ist nun $AE + EB = a$. Noch ist $AE : EB = p : q$. Daher $AE = \frac{p.\,a}{p+q}$; $BE = \frac{q.\,a}{p+q}$ und die Tangente macht mit AB einen Winkel, dessen Sinus $= \frac{r.\,(p+q)}{a}$.

II. In der Aufgabe selbst, giebt es ein Paar zusammengehörige Berührungspuncte, auf jeder Seite von AB; und hie; für ein C unter oder über AB ein D darüber oder darunter. Jede dieser Fragen, hat also zwo Antworten, die sich nur durch entgegengesetzte Lagen der Puncte unterscheiden.

14. Aufg. **Wenn die Lagen der Mittelpuncte A; B; 4. Fig. zwoer Kugeln, von denen eine leuchtend, die andere dunkel ist, und ihre Halbmesser $AC = p$; $BD = q$; gegeben sind, zu finden, wie groß das erleuchtende und das erleuchtete Stück ist.**

Aufl. Auf der Linie $AB = a$; beschreibe man mit den gegebenen Halbmessern die halben Kreise FCH, KDG; und ziehe eine Tangente CD welche beyde berühret (10). Wenn sich nun die ganze Figur, wie sie auf dem Papiere stehet, um HE als eine Axe drehet, so beschreiben die Halbkreise Kugeln, und die Tangente einen Kegel. Ist nun die Kugel um A die helle und die um B die dunkle, so werden, der erleuchtende Theil und der erleuchtete, zwey Stücken der beschriebenen Kugelflächen seyn, da das erste von F an bis an einen Kreis geht, der F zum Pole hat, und um den Bogen FC von F absteht, das andere aber von G bis an einen Kreis geht, der G zum Pole hat, und um den Bogen GD von G absteht. Verwechselt man die leuchtende und die dunkele Kugel, so verwechseln sich auch diese Stücken; von keinem Puncte des Bogens FC nähmlich kann Licht anders wohin auf den andern Halbkreis fallen, als auf Puncte des Bogens GD, und so umgekehrt. Folglich berechnet man die Bogen GD; FC; in Graden, wovon hier die Rede ist, aus 10. 11.

Ex. Es sey $p = 100$; $q = 1$; $a = 22000$ wie sich dieses ohngefähr für die Sonne und die Erde verhält; so ist aus (10)

$$\begin{array}{lcl} l\,r + l\,(p-q) & = & 11{,}9956352 \\ l\,a & = & 4{,}3424227 \\ \hline l\,\sin ABN & = & 7{,}6532125 \end{array}$$

also $ABN = 15' \, 28''$ und, die Secunden weggelassen, der Bogen $GD = 90^\circ \, 15'$ der Bogen $CF = 89^\circ \, 45'$ (11).

15. Zus. Weil allemahl GD über 90 Grad ist, so bescheint eine grössere helle Kugel allemahl

mahl mehr als die Hälfte der kleinern dunkeln; welches aber desto weniger beträgt, je geringer p — q in Vergleichung mit a ist (10).

16. Zus. In diesem Falle ist der Schatten ein Kegel, dessen Axe BE sich aus 13. berechnen lässt.

Exempel. So wäre die Länge des kegelförmigen Erdschattens (14) vom Mittelpuncte der Erde an gerechnet $= \frac{22000}{99} = 222 + \frac{22}{99}$.

Gebrauch hievon sehe man Astron. 296. Aus 13. I. folgt der Halbschatten Astron. 298.

17. Zus. Wäre die grössere Kugel dunkel, so fiele der Schatten hinter ihr nach der Gegend L und M zu; und ginge da unbegränzt fort; er wäre nähmlich das untere Stück eines Kegels, dem die Spitze E fehlt. Man nennt ihn alsdann korbförmig oder becherförmig. Wären beyde Kugeln gleich, so würde der Schatten cylindrisch (Geom. 61. S. 4. Zus.).

18. Aufg. Aus der Länge eines Körpers ST 5. Fig. und dem Winkel V welchen der Lichtstrahl durch seine Gränze S mit dem Horizonte macht, die Länge des Schattens auf dem Horizonte TV zu finden.

Aufl. tang V : rad = ST : TV.

19. **Anm.** Wenn die Sonne als ein leuchtender Punct angesehen wird, der in der verlängerten VS stehet, so heisst V ihre **Höhe**. Wegen der grossen Entfernung der Sonne von uns, werden alle Strahlen, die von ihr aus einem Puncte kommen, als gleichlaufend angesehen. Also kann man hier auch

einen bestimmten Punct, z. E. den Mittelpunct von ihr, für den leuchtenden Punct annehmen. Ginge VSL nach dem obersten Puncte der Sonne, und vSl nach dem untersten, beyde nähmlich in der lothrechten Ebene durch der Sonne Mittelpunct und ST verstanden, so wären TVS; TvS, Höhen des obern, und des untern Randes, und Vv der Halbschatten (Perspect. 33.), dessen Länge man also berechnen würde, wenn man nebst den vorigen gegebenen Dingen noch den Winkel LSl = VSv, der Sonne scheinbaren Durchmesser wüsste, der ohngefähr 32 Min. ist. Alsdann nähmlich wäre v = SVT − VSv und man fände Tv wie vorhin TV.

II. Für den Sinustotus = 1, sind der Winkel TSv; TSV, Tangenten, $\frac{Sv}{ST}$; $\frac{SV}{ST}$. Dieser Winkel Unterschied, ist der Durchmesser der Sonne, den man als unveränderlich ansehen kann, wenn sich den Tag über die Sonnenhöhe ändert. Steht die Sonne niedrig, so sind diese Winkel groß, berührt der untere Sonnenrand den Horizont, so ist TSv = 90°. Für grössre Sonnenhöhen, sind diese Winkel kleiner. Wenn nun ein paar grosse Winkel, um eben so viel unterschieden sind als ein paar kleinere, so sind jener, beyde Tangenten, vielmehr unterschieden, als dieser beyde. Das zeigt warum $\frac{Vv}{ST}$, folglich der Halbschatten, bey kleinern Sonnenhöhen sehr groß ist.

III. Es wird nicht unnütz seyn, die Rechnung nach Trig. 19. S. 3. Zus. darzustellen. Der Sonne scheinbarer Durchmesser sey = β, unveränderlich, wenigstens den Tag über, TSV = α veränderlich; Also tang TSv = $\frac{\tang \alpha + \tang \beta}{1 - \tang \alpha . \tang \beta}$

Folglich

Folglich $\tan TSv - \tan TSV =$

$$\frac{\tan\alpha + \tan\beta - \tan\alpha + \tan\alpha^2 . \tan\beta}{1 - \tan\alpha . \tan\beta} =$$

$$\frac{\tan\beta . \sec\alpha^2}{1 - \tan\alpha . \tan\beta}$$ (Trigon. 4. Erkl. 5. Zus.)

Einem grössern α, gehören grössere Secante, und Tangente, also im nur angegebenen Werthe des Unterschiedes beyder Tangenten, grösserer Zähler, kleinerer Nenner, daher grösserer Werth, weil β ungeändert bleibt.

IV. Wird $\alpha = 90^\circ - \beta$; so wird der Zähler $= \tan\beta . \operatorname{cosec}\beta^2$ der Nenner aber $= 0$ (Trigon. 5. Erkl. 2. Zus.) also der Tangenten Unterschied unendlich (Trig. 4. Erkl. 4. Zus.)

V. Nähmlich wenn TSV = 90 Grad weniger dem Durchmesser der Sonne ist, so ist die Höhe des obern Sonnenrandes SVT, so groß als genannter Durchmesser, folglich berührt der untre Rand den Horizont, und Sv ist horizontal also Vv unendlich.

VI. Wird α grösser als die Ergänzung von β, so ist des obern Sonnenrandes Höhe geringer als der Durchmesser; der untere ist folglich schon unter dem Horizonte und die gerade Linie IS, muß den Horizont in einem Puncte schneiden der von T nach der Gegend zu fällt wo sich l befindet. Nennt man diesen Punct v, so ist dieses Tv verneint, TV bleibt noch bejaht so lange L noch über dem Horizonte ist, also wird Vv verneint. Auch wird der Werth des Unterschiedes der Tangenten verneint wenn $\tan\alpha$ grösser ist als $\cot\beta$.

VII. Wird selbst $\alpha = 90^\circ$, oder: ist der obere Sonnenrand im Horizonte so wird TV bejaht unendlich, und Vv verneint unendlich.

VIII. Eigentlich ist in (VI) Tv kein Schatten, weil es gegen die Sonne fällt. Aber die geometrische Betrachtung versteht unter Tv wie weit der geraden

raden Linie IS Durchschnitt mit der Horizontallinie durch T von T fällt. Ob dieser Abstand Schatten ist oder nicht, das ist eine physische Betrachtung. Eben so ist der **wirkliche** Schatten, wenn er sehr lang wird, auf der krummen Erdfläche, keine gerade Linie.

IX. Die Formel (III) gehört überhaupt in die analytische Trigonometrie. Die unterschiednen Fälle durch welche ich sie geführt habe, zeigen, was Folgerungen die wenigstens dem Anfänger unerwartet sind, Unendlich, Verneint, bedeuten.

X. Wie man bey einem Körper, den die Sonne bescheint, die Dunkelheiten des Halbschattens, mit der Dunkelheit des völligen vergleichen könne; de la Hire Mem. de l'Ac. des sc. 1711; p. 205. der Holländischen Ausgabe.

20. Zus. Von jedem der drey Dinge V; TV; ST; kann eines gefunden werden, wenn die andern beyden gegeben sind.

21. Aufg. **Eine Höhe MN 6. Fig. deren Schatten MQ auf dem Horizonte man messen kann, zu messen.**

Aufl. Man stecke einen Stab von bekannter Länge OP lothrecht dergestalt ein, daß sein Schatten und der Höhe Schatten an einem Puncte Q aufhören; so ist QO : OP = QM : MN, wo die drey ersten Glieder bekannt sind.

22. Anm. Weil die Sonnenstrahlen parallel sind (19), so geht dieses auch an, wenn man den Stab auser der Höhe Schatten einsteckt, und beyde Schatten nur so genau, als möglich ist, zu einer Zeit misst. Der Halbschatten macht dieses Verfahren unsicher, es lässt sich daher am besten anstellen,

wenn

wenn er am kürzesten ist, d. i. um Mittag, wenn die Sonne am höchsten stehet.

23. Anm. Der bisher betrachtete wagrechte Schatten (18) wird vmbra recta genannt. Vmbra versa heisst der lothrechte Schatten, den ein wagrechter Körper auf eine lothrechte Ebene wirft, z. E. ein Stift, der auf die Ebene einer Mauer senkrecht eingesteckt wäre, auf diese Mauer.

24. Anm. HI 2. Fig. sey der Sonnenstrahl, der Winkel den er mit dem Horizonte macht, oder die Sonnenhöhe = h.

Ist nun der Stab KI vertical, der Schatten KH horizontal, also H = h; so ist $\frac{IK}{KH} = \text{tang } h.$

Ist aber KI ein horizontaler Stab, KH sein verticaler Schatten, so ist I = h; und $\frac{IK}{KH} = \text{cot } h.$

So hängen Tangente und Cotangente der Sonnenhöhe mit vmbra recta und versa zusammen. Wenn man nun einen Quadranten beschreibt, und an seine beyden Gränzen Linien zieht, die ihn berühren, so kann man für Winkel bis 45° Tangenten auf eine dieser Linien tragen, und für die grössern Contangenten. So getheilte Linien mit den Nahmen der beyden Schatten findet man an dem geometrischen Quadrate das zur practischen Geometrie und Astronomie, im 16. Jahrh. sehr gebräuchlich war. Seinen Gebrauch, wenn man eins zu sehen bekömmt, versteht man leicht aus Angeführtem. Wolf El. Opt. §. 172. sequ. Meine Trigonometrie 7. S. XI.

25. Erfahr. Man verwahre ein Zimmer dergestalt, daß kein Sonnenlicht als nur an einem Orte durch eine sehr kleine Oeffnung hinein kommen kann. Der Theil des Bodens des

Zim-

Zimmers, welcher solchergestalt erleuchtet wird, liegt in einer geraden Linie mit dem Loche und der Sonne; weil die Lichtstrahlen gerade Linien sind.

26. Anm. Wäre das Loch ein einziger Punct, wie etwa S 5. Fig. vorstellt, so gäbe es die Spitze von zween Lichtkegeln ab, deren einer ISL den scheinbaren Sonnenteller zur Grundfläche hätte, der andere VSv in das Zimmer ginge. Dieser letztere würde von dem Boden des Zimmers schief geschnitten, und würde also darauf einen Theil helle machen, welcher die Gestalt eines Kegelschnittes, nähmlich einer Ellipse hätte. Ist aber das Loch ein Kreis von einiger, obwohl geringen Grösse, so stelle man sich eine Linie durch seinen Mittelpunct und der Sonne ihren Mittelpunct vor. Man nehme einen willkührlichen Punct im Rande der Sonne an, und lege durch diesen Punct und die nur genannte Linie eine Ebene (Geom. 2. Th. Grundf.), so wird diese Ebene den Rand des Loches in einem gewissen Puncte schneiden; die Linie durch die beyden zusammengehörigen Puncte im Umfange der Sonne und im Umfange des Loches wird ein Lichtstrahl seyn, der in das Zimmer verlängert auf den Boden fällt, und diese Lichtstrahlen so ringsherum genommen, werden auf dem Boden ebenfalls eine helle Ellipse geben, deren Mittelpunct eigentlich mit den Mittelpuncten der Sonne und des Loches in einer geraden Linie seyn wird.

26. **Erf.** Wenn vor der Oeffnung dieses **verfinsterten Zimmers** (camera obscura) Gegenstände stehen, welche die Sonne stark erleuchtet, die Sonne selbst aber nicht gerade zu hineinscheinet, so mahlen sich diese Gegenstände auf der Wand des Zimmers, oder auf einem

Papie-

Papiere, das man hinter das Loch hält, ab, aber umgekehrt.

27. Zus. Die Begebenheit wird daraus begreiflich: Weil das Loch klein ist, und fast für einen Punct, angenommen werden kann; so fällt von jedem Puncte des Gegenstandes ein Lichtstrahl auf einen eigenen Punct der Wand. Da nun jeder Punct, der Licht bekömmt, vermöge der Erfahrung wieder Licht von sich sendet, so wird ein Auge, das die Wand betrachtet, von jedem Puncte der Wand Licht bekommen, das dieser Punct von einem Puncte des Gegenstandes bekam. Es wird also einerley Empfindung haben, ob ihm diese Lichtstrahlen von Puncten des Gegenstandes, oder ob sie ihm in eben der Ordnung von Puncten der Wand zugesendet werden, eben wie in (Persp. 4.). Nun sey LS 5. Fig. ein solcher Lichtstrahl, welcher die Wand in M treffe; kömmt ein anderer lS von einem niedrigern Puncte her, so muß er die Wand in einem höhern m treffen, weil sich die Strahlen im Loche durchkreuzen müssen; Eben so erhellt, daß rechte und linke Seite im Gegenstande und im Bilde sich verwechseln müssen.

28. Zus. Alle Gegenstände, die z. E. vor den Fenstern eines Zimmers stehen, als Häuser u. d. gl. mahlen sich an seiner Wand ab. Aber diese Bilder sind nicht erkenntlich, weil durch solche weite Oeffnungen des Zimmers, auf einen

und

und denselben Punct der Wand Licht von verschiedenen äusern Puncten fällt, und so kein Grund vorhanden ist, warum ein Auge nach diesem Puncte der Wand gerichtet, mehr einen, der Puncte die Licht dahin senden, als den andern, empfinden sollte. Nach dem allgemeinen Gesetze der Empfindungen nähmlich, ist sich die Seele einer Sache nur alsdenn bewusst, wenn sie sich diese Sache allein, oder wenigstens mit einem Vorzuge vor andern vorstellt: Aus einer grossen Menge Vorstellungen, welche die Seele zugleich hat, entstehet wegen ihrer eingeschränkten Kraft eine neue Vorstellung, welche die vorigen alle enthält, aber so, daß sich die Seele keiner davon einzeln recht bewusst ist. Viel dunkle Vorstellungen machen zusammen eine klare, in welcher die Theile, die dunkeln, unerkenntlich sind. So empfindet die Seele nur Licht auf einem Puncte, wo sie Licht von verschiedenen Gegenständen vermischt empfindet.

29. Anm. Diese Bilder werden lebhafter, wenn man in das Loch ein erhaben geschliffenes Glas setzet. Die Ursache wird sich in der Dioptrik geben lassen.

30. **Erkl.** Wenn in Q 6. Fig. ein Auge stehet, das ich hier als einen Punct betrachte, und von den beyden Enden M, N, eines Gegenstandes MN, nach Q Linien gezogen werden, so heisst der Winkel Q; die scheinbare Grösse (magnitudo apparens), der scheinbare

Durch=

Durchmesser dieses Gegenstandes; auch der Sehewinkel (angulus opticus).

31. Wenn von zween Gegenständen MN, OP, die Gränzen M, O, mit Q in einer geraden Linie sind, und auch die Gränzen N, P, so haben beyde Gegenstände gleiche scheinbare Grösse, wie es sich auch mit ihren wahren Grössen, und den Lagen ihrer Gränzpuncte in den geraden Linien durch Q verhält.

32. Zus. Wenn bey M, O, rechte Winkel sind, so verhält sich die Tangente der scheinbaren Grösse zum Sinustotus wie die wahre Grösse MN; zur Entfernung MQ; oder den Sinustotus = 1 gesetzt, ist die Tangente der scheinbaren Grösse $\frac{MN}{MQ}$, und $\frac{TS}{TV}$ für die scheinbare Grösse V 5. Fig. eines Gegenstandes TS, den ein Auge V betrachtet.

33. Zus. Also stehen die Tangenten der scheinbaren Grössen der beyden Gegenstände 6; 5; Fig. in der Verhältniß MN. TV: TS. MQ welche aus der ordentlichen der wahren Grössen, und der verkehrten der Entfernungen zusammengesetzt ist (Arithm. VI. 3.).

34. Zus. Diese Verhältniß wird TV: MQ für MN = TS und MN: TS für TV = MQ; d. i. die verkehrte der Entfernungen bey gleichen Gegenständen, und die ordentliche der Gegenstände bey gleichen Entfernungen. Sollen

aber beyde Gegenstände einerley scheinbare Grösse haben, so ist MN : TS = MQ : TV (Arithm V 33.) oder sie müssen sich wie die Entfernungen verhalten.

35. Zus. Weil kleine Winkel sich beynah wie ihre Tangenten verhalten, so gelten 33; 34; auch von den scheinbaren Grössen selbst, wenn solche klein sind.

36. Zus. I. Wenn von den drey Dingen MN; MQ; Q; (6. Fig. 32.) zwey gegeben sind, ist das dritte vermöge des rechtwinklichten Dreyecks NMQ gegeben.

II. Dabey stellt man sich aus dem Auge ein Perpendikel QM auf den Gegenstand vor. Nun könnte vielleicht der Gegenstand nicht ganz zwischen diesem Perpendikel und QN enthalten seyn; Alsdann müsste man eben so für den Theil von ihm rechnen welcher zwischen dem Perpendikel und der Linie aus dem Auge nach seinem andern Ende enthalten ist.

III. Aber nicht allemahl wird man bey einem Gegenstande den man etwa in der Ferne vor sich sieht, wissen, auf welchen Punct von ihm das Perpendikel aus dem Auge trifft, also liessen sich auch die Rechnungen für diese beyden Theile nicht wohl anstellen.

IV. Gegentheils wenn man weiß der Gegenstand sey klein in Vergleichung mit der Weite jeder seiner beyden Gränzen vom Auge, und MN die beyden Gränzen sind, so kann man das

Drey-

Dreyeck QMN für gleichschenklicht annehmen, weil der beyden Schenkel Unterschied, kleiner als MN ist (Geom. 9 Satz 7. Zus.) Man setze also QM = QN = c; MN = f; so ist (Trigon. 8. Satz); $\sin \frac{1}{2} Q = \frac{\frac{1}{2} f}{c}$.

V. Nun ist in diesem Falle auch der Winkel klein, und daher beynahe der Sinus des ganzen Winkels das Doppelte vom Sinus des halben; Und, weil man einen kleinen Winkel mit seinem Sinus verwechseln darf, $Q = \frac{f}{c}$.

VI. Bey dieser Verwechslung aber, muß man sich erinnern, daß $\frac{f}{c}$ angiebt, wie viel ein Bogen mit dem Halbmesser = 1 beschrieben, in Theilen dieses Halbmessers beträgt, wenn ihm am Mittelpuncte der Winkel Q gehört.

Nähmlich eigentlich giebt $\frac{f}{c}$ wieviel Theile vom Sinustotus = 1 gesetzt, sin Q beträgt; Also wird hie die Menge dieser Theile für den Bogen selbst genommen welcher den Winkel misst.

VII. Verlangt man also den Winkel Q in Secunden zu wissen, so setze man er sey m Secunden. Eine Secunde in Theilen des Halbmessers = 1 heisse e; ihr Ausdruck findet sich

Geom. 44. S. 7. Zus. V. und ihr Logarithme das. IX. So heisst die Gleichung (V) $m.e = \frac{f}{c}$ und die Zahl von Secunden ist $m = \frac{f}{e.c}$.

VIII. Exempel. Von einem Gegenstande 86 Fuß = f lang, sey jede Gränze vom Auge 34080 Fuß = c entfernt, wie viel beträgt seine scheinbare Grösse?

$$\begin{array}{rl} \log c & = 4,5324996 \\ \log e & = 0,6855749 - 6 \\ \hline & 0,2180745 - 1 \\ \log f & = 1,9344985 \\ \hline \log m & = 2,7164240 \end{array}$$

giebt m = 520,50

Soviel Secunden betragen 8 M. 40,5 Sec.

Das Exempel steht in meiner geometrischen Abhandlungen I. Samml. 48. Abh. 7. Da ist es nach der Formel (IV) berechnet, und kömmt genau eben der Winkel. Zu (IV) muß man Tafeln haben die durch einzelne Secunden gehn, welches bey (VII) nicht nöthig ist.

IX. In erwähnter Abhandlung und der ihr folgenden, findet man was zu erinnern ist, wenn der Winkel wie hie Q klein ist, aber die Seite ihm gegen über, wie hie MN, so gegen die Schenkel stünde, daß sie mit ihnen sehr ungleiche Winkel bey M und N machte. Nähmlich, Vergleichungen zwischen scheinbarer Grös-

se,

se, wahrer, und Entfernung, kommen überall in der praktischen Geometrie vor, nur denkt man bey scheinbarer Grösse gewöhnlich an einen Gegenstand den das Auge auf einmahl übersieht, und braucht das Wort daher eben nicht von einem grossen Winkel, nach dessen jedem Schenkel der Feldmesser besonders visirt.

X. Misst man im finstern Zimmer (26) die Grösse des Bildes, und die Entfernungen seiner beyden Gränzen vom Loche, so berechnet man aus diesen drey Seiten, den Winkel dem Bilde gegen über. Dieser Winkel aber, ist die scheinbare Grösse der Sache die sich abbildet, für ein Auge das sich an der Stelle des Loches befände.

XI. Bettinus, Apiaria Philosophiae Mathematicae (Bonon. 1645.) T. II. p. 48 fängt das Sonnenbild im finstern Zimmer auf. Um die Frühlingsnachtgleiche, fand einer seiner Zuhörer daß der Durchmesser des Bildes fast 104 mahl in der Entfernung jeder Gränze dieses Durchmessers vom Loche enthalten war. So ist nach (IV.) der Sinus des halben Winkels am Loche $= \frac{1}{208}$ daraus findet sich der halbe Winkel = 16 M. 32 S. der ganze zwischen 33 M. und 2 oder 4 Sec.

XII. Dieses nur einen Begriff zu geben wie man etwas vom scheinbaren Durchmesser der Sonne erforschen könnte. Das hie angegebene beträgt etwa 25 Secunden mehr als der

 grösste

grösste scheinbare Durchmesser der Sonne (Astron. 230.). Um die Nachtgleichen ist die Sonne in ihrer mittlern Entfernung von der Erde und ihr Durchmesser etwa 32 Minuten. Also die Angabe fast eine Minute zu groß. Begreiflich fielen kleine Unrichtigkeiten in der Abmessung vor, auch waren vielleicht die Gränzen des Bildes nicht scharf abgeschnitten.

37. Zus. Da die Erfahrung lehret, daß Gegenstände uns unsichtbar werden, wenn wir uns zu weit von ihnen entfernen, d. i. wenn ihr Sehewinkel allzuklein wird, so lässt sich folgendermassen bestimmen, wie klein dieser Sehewinkel werden muß, wenn solches erfolgen soll: Einen Gegenstand von bekannter Grösse, eine Scheibe, z. E. deren Durchmesser man weiß, rücke man immer weiter und weiter von dem Auge weg, bis sie zu verschwinden anfängt. Diese Weite mit der wahren Grösse verglichen, gibt den gesuchten Sehewinkel.

38. Anm. I. Eine gemeine Erfahrung lehrt, daß von ihrer zweenen die neben einander stehn, einer eine entlegne Sache erkennt, der andre nicht. — Daß selbst ein Mensch mit einem Auge eine entlegene Sache erkennt, mit dem andern nicht. Diese Kurzsichtigkeit (Dioptr. 77.) kömmt also nicht auf den Sehewinkel an, der ist gewiß für eine entlegne Sache bey einem Auge so groß als bey dem andern. Bey dem kurzsichtigen Auge muß eine Empfindung entstehen, vermöge welcher die Sache nicht kenntlich gemacht wird, obgleich das Licht auf selbiges eben so einfällt, wie auf das welches in die Ferne gut sieht.

II. Die

II. Die Erfahrung (37) müsste also wohl von einem Auge der letztern Art angestellt werden; Oder, giebt es Mittel für das kurzsichtige Auge eine entlegne Sache zu erkennen, so müsste man wenigstens erwegen, ob, und wiefern solche Mittel den Sehewinkel änderten.

III. Smith, Lehrbegriff der Optik, nach meiner deutschen Ausgabe (Altenb. 1755.) meldet: Eine weisse Scheibe auf schwarzen Boden, oder eine schwarze auf weissen, werden von einem Auge das gut in die Ferne sieht, schwerlich mehr erkannt, wenn des Auges Entfernung 5156 mahl den **Durchmesser** der Scheibe beträgt.

Es sey 6. Fig. OP, der Scheibe **Halbmesser** und $OQ = 10312.\ OP$; Nun ist $\tang Q = \frac{OP}{OQ} = \frac{1}{10312}$; also $10 - \log 10312 = 10 - 4{,}0133429 = 5{,}9866575 = \log \tang Q$. Dieser Winkel fällt zwischen 19 und 20 Sec. also sein doppelter die scheinbare Grösse des Durchmessers, bey welcher selbiger kaum mehr zu erkennen war, zwischen 38 und 40 Sec.

IV. Wie es hie auf die Beschaffenheit des Auges ankömmt, so werden auch andere Umstände den Erfolg ändern. und die Bestimmung gilt nur von Gegenständen wie wir sie gewöhnlich im Tageslichte sehen in welchem sich das Auge selbst befindet.

V. Wenn roth und blau, gleich erleuchtet werden, sieht ein und dasselbe Auge, roth auf grössere Entfernung als blau. Ein vergoldeter Thurmknopf wird im Sonnenscheine seinen Glanz auf grössere Entfernung zeigen als in trüber Witterung. Eine Lichtflamme die man bey Nacht sehr weit erkennt, verliert sich im Sonnenscheine in mässiger Entfernung. Befindet sich das Auge im Dunkeln, so erkennt es Gegenstände, die es nicht wahrnimmt, wenn es selbst von andern Lichte getroffen wird.

VI. Tobias Mayer, hat der götting. Societät Experimenta circa visus aciem vorgelegt Commentarii Soc. Sc. Gotting. ad 1754. Er betrachtete Flächen wo weisse und schwarze Streifen oder Quadrate abwechselten, mit einem Hohlglase, weil er kurzsichtig war, und fand der Sehewinkel müsse grösser als 34 Secunden seyn.

VII. Christian Heinrich Wilke, Neue Grundsätze der praktischen Geometrie, Halle 1758. will im 15. §. die Schärfe des Gesichts untersuchen, oder finden, wie weit man in die Ferne deutlich sehen kann. Schwarze Quadrate auf weissen Papiere die Seite einen Zoll, konnte er auf die Weite von 2000 Zoll erkennen.

Ist hie OP 6. Fig. des Quadrats halbe Seite $= \frac{1}{2}$ und $OQ = 2000$ also tang $Q = \frac{1}{4000}$ so giebt $10 - \log 4000 = 6,3979300$; $Q = 51$ Sec.; den Sehewinkel 1 M. 42 S.

VIII. Das ist nun ziemlich viel von Mayers Angabe unterschieden. Es mag auf die Verschiedenheit der Augen und andere Umstände ankommen. Wilke hat das Verfahren ohnstreitig von Mayern gelernt, dessen Schüler er war, einiges herausgab, das Mayer sich zueignete, und darüber in Zwist mit M. gerieth. Man sehe davon die VI. Seite meiner Vorrede zu Wilkens Uebersetzung von Martins Philos. Britannica, Leipz. 1778. Ohne Zweifel ist Wilke auch durch die Nothwendigkeit seinen Unterhalt mühsam zu erwerben an Erlangung mehrerer Kenntnisse gehindert, und zu Uebereilung veranlasst worden. Sein Ausdruck: in die Ferne deutlich sehen, scheint zu zeigen daß er die Erinnerung (I) nicht recht überdacht hat.

IX. Ein Mensch sey 5 Fuß lang, wie weit muß man von ihm seyn daß er unter einem Winkel von 4 Minuten erscheint?

Weil $OP = OP. \cot Q$, und hie $OP = 2,5$ Fuß, $Q = 2$ M. so hat man

log

$$
\begin{aligned}
\log\cot 2' &= 13,2352438\\
\log 2,5 &= 0,3979400\\
\hline
\log OP &= 3,6331838
\end{aligned}
$$

giebt OP = 4297 Fuß.

In dieser Weite würde einem Auge das in die Ferne gut sieht noch der ganze Mensch groß genug erscheinen. Ist die Länge des Kopfs $\frac{1}{8}$ der Länge des Körpers wie Zeichner annehmen; so erscheint der Kopf unter einem Winkel von $\frac{2}{3}$ Minuten; Also genau noch merklich. (III) Aber Theile des Angesichts, Stirne, Nase, u. s. w. unter Winkeln die zu klein sind als daß diese Theile einzeln könnten wahrgenommen werden. Also erkennt das Auge die Gesichtszüge des Menschen nicht, so gut es auch in die Ferne sieht.

X. Dieses Beyspiel zeigt, daß eine entlegne Sache im ganzen kenntlich seyn kann, ihre einzelnen Theile aber nicht wahrgenommen werden. So ist ihre Vorstellung, nach Wolfs Sprache klar, aber undeutlich. Und eben so druckt sich der Zeichner aus. Stellt er in eine Landschaft einen entfernten Menschen, so wird er zulänglich andeuten daß es ein Mensch und kein Tanzbär ist, aber nicht ob der Mensch lacht oder weint. Die Perspectiv, wird das Bild auch so bestimmen, daß einzelne Theile zu klein werden sich angeben zu lassen

XI. Wenn der Feldmesser mit seiner gewöhnlichen Diopter, nach einem Stabe visirt, so muß des Stabes Dicke an seinem Auge einen Winkel, wenigstens von einer Minute machen, wenn ihm der Stab recht kenntlich seyn soll: Und dann, ist der Stab für ihn nicht was dickes, sondern blos ein Punct; Das heisst er nimmt ein Paar Linien die an seinem Auge einen Winkel von einer Minute machen, für eine einzige an. Eben das geschieht wenn er nach einem andern Stabe visirt. Stellt er sich also die beyden Stäbe als Puncte vor, und will den Winkel messen den Linien von ihm an seinem Auge machen, so ist er bey jedem Schenkel um eine Minute unsicher.

XII. Das machte also die Messung eines Winkels mit blossen Diopter um 2 Minuten unsicher. Aber die Unsicherheit ist noch grösser, weil bey jedem Schenkel nur um eine Minute unsicher zu seyn, grosse Aufmerksamkeit, Schärfe des Gesichts, und vortheilhafte Umstände erfodert. Marinoni sagt; in der Richtung der Regel mit Diopter könne ein Geübter mit gehöriger Aufmerksamkeit, schwerlich um 2 Minuten fehlen. De re ichnographica p. 149. Das heisst der Schenkel eines Winkels liege nicht um 2 Minuten unsicher. Wie sorgfältig seine Erfahrungen dieserwegen angestellt sind, findet man am angeführten Orte. Er behält freylich die gewöhnliche Diopter bey und macht Einwendungen gegen das Fernrohr 250 Seite. Aber solche Unsicherheit selbst von 5 Minuten bey einem Schenkel hält er für unbeträchtlich.

XIII. Wem bey dieser Veranlassung einfällt daß Hevel doch bey seinen Winkelmessungen am Himmel nur gewöhnliche Dioptern gebraucht hat, der kann nachlesen was ich hierüber in meiner geometrischen Abhandlungen II. Samml. 38. Abhandl. 101; geschrieben habe.

Indessen, wenn aus (V) begreiflich wird das himmlische Körper unter viel kleinern Sehewinkeln empfindlich sind als (III) so folgt dergleichen doch nicht von ihrem Abstande von einander. Hooke behauptet mit blossen Dioptern lasse sich am Himmel keine Weite erkennen die kleiner als eine halbe Minute ist, und unter Hunderten werde kaum einer eine Minute wahrnehmen. Animadversions on the first part of the machina coelestis . . Lond. 1674; p. 7. Wenn also Sterne am Himmel nur etwa eine Minute von einander stehn, wird das blosse Auge sie

für

für einen einzigen halten, nur das Fernrohr sie trennen, wie unten 41. angemerkt ist.

39. Zus. Die Sehne eines Kreises erscheinet allen Augen gleich groß, die sich zusammen im Umfange eines von den beyden Abschnitten, welche sie macht, befinden (Geom. 21. Satz 3. Zus.), worauf sich die von den Alten beliebte runde Gestalt der Schauplätze (amphitheatra), gründet.

Ein schwererers Beyspiel giebt Anton Julius Häseler, Untersuchung der krummen Linie in welcher zwo Seiten eines gegebenen Dreyecks unter gleichen Winkeln erscheinen, Helmstädt 1785.

40. Anm. Ich rede hier nur von der scheinbaren Grösse, in sofern sie auf den Sehewinkel ankömmt. Unser Urtheil aber von der Grösse einer Sache richtet sich nicht allemahl nach dem Sehewinkel. Denn eben weil uns die Erfahrung gelehrt hat, daß uns einerley Sache in verschiedenen Entfernungen, nach diesem Sehewinkel gerechnet, verschiedentlich groß vorkommen kann, so mengen wir auch oft uns unbewusst, unsere Gedanken von der Entfernung in die Gründe, durch welche jenes Urtheil bestimmt wird. Wir schätzen aber die Entfernung auf vielerley Art; z. E. aus der Menge von Dingen, die wir zwischen uns und dem Gegenstande sehen, aus der Undeutlichkeit, mit welcher wir ihn sehen, u. s. w. Eines der merkwürdigsten Exempel hievon ist: daß uns der Vollmond beym Aufgehen viel grösser vorkömmt, als wenn er höher am Himmel steht. Siehe den Lehrbegriff der Optik 1. B. 160. §. und die Anmerkungen darüber. So scheinen parallele Reihen von Bäumen in der Ferne sich zu nähern. Wie die Bäume stehen müssten, daß sie dem Auge im=

immer in gleicher Weite von einander vorkämen, hat nach Fabry, und Tacquet, Varignon untersucht; Lignes suivant lesquelles des arbres doivent être plantés. . . . Mem. de l'Ac. des sc. 1717. 111. S. d. h. A. Einiges in diesem Aufsatze berichtiget Bouguer sur la grandeur apparente des objets; Mem. 1755, 145. S. d. h. A.

41. Zus. Zwey Dinge, deren Entfernung unter einem allzukleinen Winkel erscheinet, scheinen beysammen zu stehen.

42. Zus. Die Erscheinung der Gestalt einer Sache kömmt auf die Erscheinung der Grösse ihrer Gränzen, und der Lage und Entfernung dieser Gränzen an, und lässt sich also aus dem Angeführten herleiten, wozu man auch das, was in der Perspectiv davon gesagt ist, setzen kann. Die optischen Schriftsteller gehen verschiedene einzelne Fälle hievon durch.

43. Zus. Mit der Erscheinung der Bewegung verhält es sich eben so. Sie kömmt auf die scheinbare Grösse des Weges an, den ein Körper wirklich zurücke legt.

44. Zus. Zweene Körper E; B, 7. Fig. welche sich mit dem Auge O in der geraden Linie EBO befinden, bewegen sich gleichförmig in senkrechten Linien auf EBO, der eine durch EG, der andere durch BC in einerley Zeit. Ihre wahren Geschwindigkeiten verhalten sich also wie die Linien EG; BC; ihre scheinbaren aber wie die Winkel EOG; BOC; unter denen dem unbewegten Auge ihre Wege erscheinen. Der

erste nähmlich erscheinet dem Auge in der Linie OG, der andere in OC; und folglich des ersten Weg kleiner oder grösser als des andern seiner, nachdem der erste Winkel kleiner oder grösser als der andere ist (30), die wahren Wege mögen sich verhalten wie sie wollen, wobey angenommen wird, das Auge wisse von der Entfernungen Unterschiede BE nichts (Persp. 3.); also könnte EG wirklich grösser als BC seyn, und doch dem Auge kleiner aussehen; d. i. die wahre Geschwindigkeit des entfernten Körpers könnte grösser seyn, als des nahen seine, und doch könnte jener langsamer scheinen als dieser.

45. Zus. Es verhalten sich nähmlich die Tangenten dieser scheinbaren Geschwindigkeiten wie $\frac{EG}{EO} : \frac{BC}{BO}$ und sind also gleich, wenn $EG : EO = BC : BO$; da G und C beständig in einer geraden Linie bleiben; Ist aber $EG = BC$; oder sind die wahren Geschwindigkeiten gleich, so verhalten sich diese Tangenten wie $BO : EO$ oder verkehrt wie die Entfernungen.

46. Zus. Wenn der Raum EG, den der Körper in einer kurzen Zeit, z. E. einer Secunde, durchläuft, unter einem unempfindlichen Winkel ins Auge fällt (38), so bemerkt das Auge keine Veränderung des Ortes, wenn es diesen Körper eine solche kürze Zeit nacheinander ansieht; es empfinder also die Bewegung des Körpers nicht, sondern es schliesst sie nur daraus,

aus, wenn es nach einer längern Zeit diesen Körper merklich wo anders sieht als zuvor, oder eigentlich zu reden, es kann diesen Schluß nicht so geschwind machen, als es ihn machen könnte, wenn der Sehewinkel unter dem EG erscheinet, in einer kürzern Zeit merklich würde.

47. Zus. Wenn man also aus der Erfahrung weiß, wie groß ein Weg EG in einer gegebenen Entfernung OE ist, den das Auge in der kurzen Zeit, darinnen er zurückegelegt wird, nicht empfindet, so kann man den Winkel EOG bestimmen; und umgekehrt die Verhältniß EO: EG wenn man den Winkel aus der Erfahrung weiß.

Exemp. Niemand bemerkt, daß ein Stern im Aequator fortrückt, wenn er solchen eine Secunde lang betrachtet; gleichwohl rückt dieser Stern innerhalb solcher Zeit um einen Winkel von 15 Secunden fort. Also wird ein Gegenstand dem Auge stille zu stehen scheinen, wenn sein Weg, den er in einer Secunde Zeit durchläuft, im Auge den Winkel EOG von 15 Secunden macht, d. i. wie aus der Berechnung der Tangenten erhellt, wenn sich EG: EO, sein wahrer Weg zu seiner Entfernung wie 727: 10000000 oder fast wie 1: 1375 verhält. Man vergleiche hiemit auch (38).

48. Zus. In der 8. Fig. bewege sich das Auge sich unbewusst aus O in H indem ein Körper aus B in D kömmt. Der Körper sey vom

Auge

Auge soweit entfernt, daß es ihn an einen gewissen äusersten Strich, welcher das Gesicht begränzt, setzet, z. E. an P in der Linie PQ; wenn er wirklich in B ist. So wird es ihn an d setzen, wenn er in D ist, oder er scheinet dem Auge um Pd zurücke gegangen zu seyn, wenn er wirklich um BD vorwärts gegangen ist.

49. Zus. Bey eben der Bewegung des Auges werden von zween Körpern die Räume BC; EL, in gleichen Zeiten durchlaufen; so setzt das Auge jenen an c; diesen an l; und hält den letztern also für langsamer, ob er gleich in der That schneller seyn kann, wie die Figur zeigt.

50. Anm. Exempel hierzu geben die scheinbaren Bewegungen der himmlischen Körper; die Erscheinung der Dinge, die man auf einem Wege sieht, wo man geschwinde fortfährt, u. d. gl.

51. Anm. I. Den Bau des Auges und so viel als wir daraus von der Art, wie es mit dem Sehen zugeht, schliessen können, betrachtet die Dioptrik 55.

II. Solche Begebenheiten wie 44; u. a. betrachtet worden, hat man: Betrug des Gesichts, fallacias opticas genannt, und bey der logischen Untersuchung gebraucht: Ob die Sinne betrügen. Die ganze Untersuchung beruht auf einem Misverstande des Worts betrügen, und auf einem ganz unlogischen Begriffe von der sinnlichen Wahrheit, über die ich meine Gedanken in meinen vermischten Schriften II. Th. XI. gesagt habe. Da das Gesicht einer der beyden Sinne ist, durch welche wir die meisten, lebhaftesten, deutlichsten Begriffe, erlangen, so giebt die Aufmerksamkeit auf dasselbe viel Licht in die Wirkungen unsrer Seele die zu Vorstellungen gehören.

ren. Wie wir durch das Gesicht Begriffe bekommen, Smith Lehrbegriff der Optik I. B. 5. Cap. Meine Betrachtungen über den Einfluß der Naturlehre in die Metaphysik; Hamb. Magaz. IV. Band (1749) 306. S. In meinen vermischten Schriften; II. Theil XI. über sinnliche Wahrheit und Erscheinungen, XIII. Ueber Blinde die ihr Gesicht bekommen haben. Nachricht von dem blinden Professor der Mathematik zu Cambridge Saunderson, Thümmig Erläuter. der merkw. Beg. in der Nat. 88. S. Wie sich derselbe beym Rechnen geholfen, erzählt Clemm, mathemat. Lehrbuch 367. §.

Die Katoptrik.

1. Erkl. Ein ebener Spiegel heisst eine ebene undurchsichtige Fläche, die dergestalt polirt und glatt gemacht ist, daß man auf ihr keine merkliche Rauhigkeiten und Ungleichheiten wahrnehmen kann.

2. Zus. Die Materie des Spiegels muß eine Festigkeit und zusammenhängende Theile haben, wenn sie ihre Politur erst durch Menschenhände und die hiebey gebräuchlichen scharfen Pulver, als Sand, Schmergel, Trippel u. s. w. bekommen soll. So schicken sich Glas, Metalle, hartes Holz und dichte und harte Steine, eines mehr, das andere weniger zu Spiegeln. Stillstehendes helles Wasser bekömmt diese

ebene

ebene Oberfläche von sich selbst (Hydrost. 6.), und ist also ein natürlicher Spiegel.

3. Anm. Man begreift leicht, daß unsere Kunst bey solchen Flächen sich begnügen muß, wenn sie nur für unser Auge eben sind, und da stellen sie denn unsern Sinnen grösstentheils die Eigenschaften dar, die in dem folgenden aus der mathematischen Voraussetzung werden hergeleitet werden: dergleichen Spiegel sey eine vollkommene ebene Fläche.

4. Erf. I. Eine leuchtende Sache steht vor einem Spiegel, und unser Auge ist gegen ihn gewandt, so, daß es von der Sache gerade zu, keine Strahlen bekäme, z. E. die Sache steht hinter uns: Alsdann, erhält das Auge vermittelst des Spiegels eine Empfindung, die mehr oder weniger, der ähnlich ist, welche es erhielte, wenn ihm von der Sache Licht gerade zu gesandt würde.

II. Dieses nennt man: der Spiegel mache ein Bild der Sache; und man sehe sie im Spiegel abgebildet.

5. Zus. Lichtstrahlen, die von einem Gegenstande auf den Spiegel fallen, müssen vom Spiegel ins Auge geschickt werden.

6. Zus. Sie müssen in eben der Ordnung vom Spiegel in das Auge kommen, wie sie von der Sache selbst gekommen wären, um das Auge in beyden Fällen auf einerley Art zu rühren; und ein Punct des Spiegels muß dem Auge nur Licht von einem Puncte eines einzigen Gegenstandes zuschicken (Opt. 27.).

Anm. Des letzten Umstandes wegen soll der Spiegel undurchsichtig seyn; Sonst ginge durch eben die Stellen, welche Licht zurücksenden, auch welches von noch andern Gegenständen hinter ihm, das die Empfindung undeutlich machte. Man kann sich hievon leicht bey einer glatten Fensterscheibe versichern, die zum Spiegel wird, so bald man sie in die Umstände bringt, daß kein Licht von hinten zu durch sie fallen kann.

8. **Erkl.** Diese Wirkung des Spiegels auf die Lichtstrahlen (5), heisst die Zurückwerfung oder Reflexion und die Lehre davon die Spiegelkunst oder Katoptrik.

9. **Erfahr.** PQ 1. Fig. sey eine gerade Linie auf einem ebenen Spiegel; MN eine Ebene, auf deren Grundlinie MO gleiche Perpendikel MA = OB aufgerichtet sind, und MC = CO gemacht ist, daß also MCA = OCB. Man setze diese Ebene senkrecht auf den Spiegel, daß MO in die Linie PQ fällt. Bringt man nun einen glänzenden Gegenstand, z. E. eine Stecknadel in B; so wird ein Auge, das sich in der Linie AC befindet, ihr Bild in der verlängerten AC sehen, und es nicht mehr sehen, wenn ihm der Punct C verdeckt wird, wie geschehen kann, wenn entweder der Spiegel an selbigem Orte bedeckt wird, oder wenn eine Nadel in der Linie AC steckt, so daß das Auge vor ihr C nicht sehen kann.

10. **Zus.** Die Nadel wird durch Licht gesehen, das sie auf den Spiegel, und er in das Auge sendet. Weil sie nun nicht gesehen wird,

wenn

wenn kein Licht gerade zu von C nach A kommen kann, so muß es vom Spiegel nach dem Auge den Weg CA, und also von der Nadel nach dem Spiegel den Weg BC nehmen, also ist sein völliger Weg BCA, wo BC der einfallende, CA der **zurückgeworfene Strahl** heisst.

11. Zus. Diese beyde Strahlen machen gleiche Winkel mit dem Spiegel (Geom. 2. Th. 1. Erklär.), (angulus incidentiae s. inclinationis aequatur angulo reflexionis).

12. Zus. Und sie befinden sich beyde in einer Ebene, die durch den Punct der Zurückstrahlung C und sie beyde auf den Spiegel senkrecht gesetzt wird; welche daher die Ebene der Zurückstrahlung (planum reflexionis) heisst. Und wenn DC auf den ebenen Spiegel senkrecht, also in der Ebene der Zurückstrahlung ist (aus Geom. 47. S.), so ist ACD = BCD.

13. Anm. I. Von diesen beyden Grundgesetzen der Zurückstrahlung (6. 7.) kann man sich auch durch verschiedene andere einfache Erfahrungen versichern. In dem verfinsterten Zimmer (Opt. 25.), wo man den Weg des Lichtstrahles sieht (Opt. 5.), lässt es sich noch sinnlicher zeigen, und alle Schlüsse, die aus dieser Voraussetzung hergeleitet werden, stimmen in allen auch noch so sehr zusammengesetzten Fällen mit der Erfahrung auf das vollkommenste überein.

II. Wenn A und B ein paar gegebne Puncte sind, (1. Fig.) PQ eine gerade Linie deren Lage gegeben ist, so kann man von A nach unzähliche geraden Linien an die PQ kommen, und von dem Puncte wohin man da in PQ gekommen ist, in einer nun bestimmten geraden Linie nach B. Das heisst: Es giebt unzähliche Wege aus A nach B so zu kommen, daß man dazwischen, an die gerade Linie PQ kömmt. Unter allen diesen Wegen deren jeder AC + CB vorstellen mag, ist der kürzeste, oder die Summe genannter beyden Linien, am kleinsten, wenn die Winkel ACM = BCO. Licht also das aus A auf den Spiegel PQ fällt und von ihm nach B zurückgeworfen wird, nimmt den **kürzesten** Weg den es nehmen kann von A an den Spiegel und von dem nach B zu kommen.

III. Das beweist schon aus der gemeinen Geometrie, freylich etwas weitläuftig Vitellio Opticae Lib. V. prop. 19. Prop. 18. druckt er eben den Satz mit andern Worten aus: Omnis res visa per speculum quodcunque sub breuissimis lineis comprehenditur. Ptolemaeus 4. th. 1. catoptr.

IV. So allgemein von andern Spiegeln als ebenen, ist der Satz nicht wahr. Auch gründet sich Vitellio im 18. Satz nur darauf; die Natur wirke allezeit durch die kürzern Linien.

V. Leibnitz hatte Act. Erud. 1682; p. 185. diesen Satz so ausgedruckt: Das Licht gehe vom leuchtenden Puncte zu dem welcher soll erleuchtet werden, den leichtesten Weg; via omnium facillima. Aus diesem einzigen Grundsatze, glaubte er Optik, Katoptrik, Dioptrik, herzuleiten.

VI. Rob. Smith meynt Leibnitzen dadurch zu wiederlegen, daß der Weg des Lichtes bey der Reflexion nicht allemahl der kürzeste ist. Compleat system of Optiks Rem. 418. In meiner deutschen Ausgabe: Lehrbegriff der Optik, habe ich 85. S. Smith sagen lassen: der Weg sey nicht allemahl ein grösstes oder kleinstes. Das hat Smith nicht gesagt sondern nur das vorhin angeführte. Vielmehr zeigt er, daß in manchen Fällen, der Weg ein grösstes

ist.

ist. In der 2. Fig. sey PCQ ein Hohlspiegel, (unten 16.) a, b, sind zweene Puncte, in einem Perpendikel auf den Durchmesser CK, einer so weit vom Durchmesser als der andre. Begreiflich, wird Licht das von a auf C fällt, nach b zurückgeworfen. Hat nun das Perpendikel durch ab, des Hohlspiegels Mittelpunct zwischen sich, und C, so ist der Weg aC + Cb, der längste den man nehmen kann, von a an den Spiegel und dann vom Spiegel an b zu kommen. Allemahl ist bey der Reflexion, der Weg des Lichtes, entweder der kürzeste oder der längste. Dieß habe ich am angeführten Orte des Lehrbegriffs der Optik gezeigt auch in einer Abhandlung de minimo in reflexione a curvis in meinen dissert. math. et phys. n. III.

VII. Aus den Lehren vom Grössten und Kleinsten, (Anal. des Unendl. 152 ...) ist bekannt daß beyde oft mit einander abwechseln, nach Verschiedenheit der Umstände, bald ein Grösstes, bald ein Kleinstes vorhanden ist ... ohngefähr, wie unser längster Tag, für die Leute jenseit des Aequators, der kürzeste ist ... Wer also etwa den kürzesten Weg des Lichtes, aus der Weisheit des Schöpfers herleiten wollte, oder ihn als eine Probe derselben ansähe, der müsste freylich bey (VI) gewahr werden, daß er die Weisheit des Schöpfers schlecht kennt. Nicht das Kürzeste, gehört nothwendig zu ihr, aber Ordnung, deren Grund Menschen freylich selten verstehen, und diese Ordnung zeigt sich im Kürzesten oder Längsten.

VIII. Für Leser welche Rechnung des Unendlichem verstehen, füge ich bey wie man (II) findet. Man setze 1. Fig. MO = 2. c, AC = a; BO = b Diese Grössen sind durch die Lagen der Puncte A, B, und der geraden Linie PQ, gegeben.

C sey ein willkührlicher Punct in der Linie MO, sein Abstand von ihrem Mittel heisse = x, und er liege näher bey M als bey O; welches darf ange-

 nom=

nommen werden, weil M und O einerley Verhalten zu der Frage haben.

So ist

$MC = c - x$; $CO = c + x$

$AC = \sqrt{(a^2 + (c-x)^2)}$; $BC = \sqrt{(b^2 + (c+x)^2)}$

Aus Anal. des Unendl. (27) findet man

$$dAC = \frac{-(c-x).\,dx}{AC};$$

$$dBC = \frac{+(c+x).\,dx}{BC}$$

IX. Die Summe dieser Differentiale, als das Differential von $AC + BC$; nach Anal. Unendl. 155; $= 0$ gesetzt giebt $\frac{c+x}{BC} = \frac{c-x}{AC}$ das ist $AC : CM = BC : CO$; also die Winkel $ACM = BCO$.

X. Folglich auch $a : CM = b : CO$ oder $a.(c+x) = b.(c-x)$ daher $b.c - a.c = (a+b).x$ oder $\frac{b-a}{b+a}.\,c = x$. Daher $c + x = \frac{2.\,bc}{b+a}$; $c - x = \frac{2.\,ac}{b+a}$.

XI. Ferner wenn $ACB = BCO = \gamma$ ist $\frac{a}{c-x} = \frac{b}{c+x} = \frac{b+a}{2.\,c} = \text{tang}\,\gamma$. Und nun $AC = \frac{a}{\sin\gamma}$; $CB = \frac{b}{\sin\gamma}$ also $AC + BC = \frac{a+b}{\sin\gamma} = (a+b).\,\text{cosec}\,\gamma$.

XII. Aus $\frac{b+a}{2.\,c} = \frac{\sin\gamma}{\cos\gamma}$ findet sich $\left(\frac{b+a}{2c}\right)^2.\,(1 - \sin\gamma^2) = \sin\gamma^2$; daher

$\frac{b + a}{\surd(4c^2 + (b + a)^2)} = \sin\gamma$, und $AC + BC = \surd(4c^2 + a^2 + b^2 + 2.a.b)$.

XIII. $AM + BM = a + \surd(b^2 + 4c^2)$
$AO + BO = b + \surd(a^2 + 4c^2)$

Die Quadrate jeder dieser beyden Summen sind

$a^2 + b^2 + 4c^2 + 2a.\surd(b^2 + 4c^2)$
$a^2 + b^2 + 4c^2 + 2b.\surd(a^2 + 4c^2)$

Jedes dieser beyden Quadrate ist grösser als das Quadrat von $AC + BC$ (XII) weil das Product in jedem der genannten beyden Quadrate das die Wurzelgrösse enthält, grösser ist als $2.a.b$.

XIV. Wäre die Summe (XII) ein Grösstes, so müsste der Weg von A an PQ und von PQ bis an B; für Puncte zwischen M und C, abnehmen bis auf ein Kleinstes und von dar wiederum bis an die Summe welche die grösste seyn soll wachsen, von da wiederum bis an ein Kleinstes abnehmen, um von demselben ferner bis an $AO + OB$ zu wachsen. Es müssten also um dieses angenommne Grösste, auf beyden Seiten, nach M und nach O zu Kleinste liegen.

XV. Das in (IX) gebrauchte Verfahren, giebt zwar zugleich Grösste und Kleinste, ohne zu entscheiden ob es Grösste oder Kleinste sind, aber es giebt sie doch alle zusammen. Fände also (XIV) statt, so müsste es drey Werthe für x geben, und es giebt nur einen. Dieser einzige muß also einem Kleinsten zugehören, nicht einem Grössten.

XVI. Und folglich dem kürzesten Wege unter allen, die sich aus A an PQ und von dar nach B nehmen lassen.

XVII. Ich habe zeigen wollen, wie man aus den Umständen der Frage entscheidet, ob das Gefundne, ein Grösstes oder Kleinstes ist. Die Analysis

lysis lehret das durch fortgesetztes Differentiiren (Anal. Unendl. 155; III).

XVIII. Wenn man besonders diese Entscheidung überzeugend darstellen will, so wird freylich das Verfahren durch analytische Rechnung nicht kürzer als der geometrische Beweis (III). Dergleichen giebt auch Herr Lhuilier, in seinem Buche de Relatione mutua capacitatis et terminorum figurarum ... Warschau 1782; und in dem Auszuge daraus, bey seiner Polygonometrie, Genf 1789. pag. 104; aus einem allgemeinen Satze hergeleitet.

XIX. Es ist wahr, wenn man schon etwa **muthmaasst**, der Weg dessen beyde Theile gleiche Winkel mit der geraden macht sey der kürzeste, so ist es nicht so gar schwer, diese Muthmassung blos aus der gemeinen Geometrie zur **Gewißheit** zu bringen. Aber wenn man gar noch nicht **gerathen** hat, welcher Weg der kürzeste seyn möchte, so **entdeckt** ihn die analytische Rechnung.

14. Anm. I. Hieraus läßt sich begreifen, warum nicht jede rauhe Fläche Bilder macht. Eine rauhe Fläche kann angesehen werden, als bestünde sie aus verschiedenen Ebenen in verschiedenen Lagen. Wenn also auf ein kleines Theilchen von ihr Strahlen von verschiedenen Gegenständen fallen, so findet jeder dieser Strahlen auf diesem Theilchen eine gewisse Ebene, die ihn in eben das Auge schickt, in welches eine andere Ebene auf diesem Theilchen einen Strahl von einem andern Gegenstande bringt; und so erhält ein Auge von einem Theilchen der rauhen Fläche Licht, das verschiedene Gegenstände auf dieses Theilchen gesendet hatten, folglich empfindet das Auge da nur Licht und kein Bild (Opt. 28.), wie denn auch offenbahr ist, daß die Strahlen von einer rauhen Fläche nicht so ordentlich zurücke geworfen werden als von der ebenen.

II. Auch

II. Auch erhellt daraus, warum eine rauhe Fläche und ein Spiegel, einerley Sonnenlichte ausgesetzt, nicht auf einerley Art hell aussehen. Steht man in der Richtung, nach welcher der Spiegel das Licht zurücksendet (12) so bekömmt man von einer seiner Stellen einen lebhaften Glanz; tritt man seitwärts der Ebene der Zurückstrahlung, so scheint der Spiegel nicht so hell als die rauhe Fläche.

III. Eigentlich müsste der Spiegel seitwärts gar kein Licht senden, man müsste ihn also gar nicht sehen; Begreiflich aber nimmt unser Schleifen und Poliren, nur die grössten Ungleichheiten weg, und der Spiegel ist eine rauhe Fläche, deren Rauhigkeiten von unserm Auge nicht wahrgenommen werden.

IV. Jede feste Materie, die hart genug ist eine Politur anzunehmen, und aus so feinen Theilen besteht, daß solche einzeln dem blossen Auge unkenntlich sind, lässt sich zu einem Spiegel machen, und wird wieder blos dunkler Körper, wenn man ihre Oberfläche rauh macht. Selbst bey Wasser zeigen sich diese Aenderungen, nachdem es still steht oder Wellen wirft. Ich finde also keine Ursache Spiegel als eine eigne Art von Materie anzusehen, die anders in das Licht wirkte als sonst rauhe dunkle Körper, wie Euler thut. Lettres à une Princesse d'Allemagne (St. Petersb. 1768.) T. I. lettre 24. 25. Die Steinchen zu mosaischer Arbeit müssen nicht polirt seyn, sonst würde sich ihre Farbe nicht zeigen. De la Hire, de la prat. de la peinture, in Mem. de l'Ac. R. des Sc. depuis 1669 .. 1699. T. 9; p. 703. Par. 1730.

15. **Erkl.** Eine undurchsichtige polirte Fläche die nach der Krümmung der Fläche eines gewissen geometrischen Körpers gebogen ist, giebt einen krummen Spiegel; den man nach Beschaffenheit dieses Körpers sphärisch, cy-

lindrisch, konisch, parabolisch, u. s. w. nennt. Er heisst ein Hohlspiegel oder ein erhabener Spiegel (cauum vel conuexum) nachdem es die hohle oder die erhabene Seite der Fläche ist, welche zum Spiegel dienet.

16. Zus. Ein Lichtstrahl, der auf einen krummen Spiegel fällt, wird von ihm so zurückegeworfen, wie ihn ein ebener zurückwürfe, der den krummen in der Stelle, wo die Zurückwerfung geschieht, berührte. Es ist nähmlich klar, daß die Zurückwerfung sich blos nach dieser Stelle richtet, und ungeändert bleiben würde, wie sich auch die übrige Gestalt des Spiegels ändern möchte. Der berührende ebene Spiegel aber hat diese Stelle mit dem krummen gemein (Geom. 49. S. 10. Zus.).

17. Zus. Die Ebene der Zurückstrahlung (9) für den ebenen Spiegel (16) wird auch auf den krummen Spiegel senkrecht stehen. Ihr Durchschnitt mit der krummen Spiegelfläche sey PCQ 2. Fig. mit dem berührenden ebenen Spiegel MCO; DCK ein Perpendikel auf den ebenen, und also zugleich auf den krummen Spiegel, welches sich auch in der Ebene der Zurückstrahlung befindet (12) AC; CB, der einfallende und zurückgeworfene Strahl, so ist ACM = BCO (11), ACD = BCD (12) imgleichen aCM = bCD; aCK = bCK wenn die Zurückstrahlung von der hohlen Seite geschieht.

18. Zus. Ist der Spiegel sphärisch, so geht die Ebene der Zurückstrahlung durch der Kugel Mittelpunct (Geom. 49. S. 10. Zus.), und also ist PCQ ein grösster Kreis (Geom. 48. S. 1. Zus.) dessen Mittelpunct so wie der Kugel ihrer K seyn mag. Also machen beyde Strahlen AC, CB, oder aC; Cb; bey dem Kugelspiegel mit dem Halbmesser KC, der durch den Punct gezogen wird, wo die Zurückstrahlung geschiehet, einerley Winkel, welches dienet, aus einem dieser beyden Strahlen den andern zu finden, ohne daß man die Tangente MO zu ziehen nöthig hat.

19. Anm. I. Aus (18; 12;) erhellet, warum man bey den katoptrischen Figuren die Spiegel durch Linien vorstellen kann.

II. Uebrigens betrachtet man bey einem Spiegel eigentlich nur seine vordere Fläche, die das Licht zuerst bekömmt. Besteht er aus einer Materie die Licht durchlässt, ist aber doch auf der Hinterseite belegt, wie gläserne Spiegel sind, so geht Licht durch seine Vorderfläche auf die hintere, aber gebrochen, die hintere sendet es wiederum zurück, und wenn das Zurückgesandte durch die Vorderfläche in die Luft fährt, bricht es sich von neuem. So macht ein solcher Spiegel ein doppeltes Bild, bey dem hintersten aber kommen zwo Brechungen vor. Man nimmt dieses leicht bey jedem ebenen Spiegel wahr. Bey dem gemeinen Gebrauche ebener Spiegel ist das unschädlich, zumahl da die Glasplatten meist dünn sind.

III. Aber zu feinern Anwendungen, z. E. im Polemoskope (Dioptr. 101.) Spiegelteleskopen (Daselbst 97.) würde das Irrungen machen, und man braucht deßwegen da metallene Spiegel.

IV. Gebrauch der Reflexion mit beyden Refractionen erwähnt Dioptr. 29; VIII.

Vom ebenen Spiegel.

20. Lehrs. MQ 3. Fig. sey ein ebener Spiegel, A ein strahlender Punct, von welchem AM auf den Spiegel senkrecht falle. AC ein einfallender Strahl. Ich sage, sein zurückgeworfener CB wird rückwärts in Ca verlängert, das verlängerte Perpendikel AM so schneiden, daß Ma = MA.

Bew. MCA = QCB (11) = MCa (Geom. 8. Satz 4. Zus.) da nun CMa = R = CMA und CM den Dreyecken CMA; CMa; gemein ist, so ist Ma = MA (Geom. 2. Satz).

21. Zus. Für jeden Strahl AC, der aus einem gegebenen Puncte A auf einen gegebenen Spiegel fällt, zieht man den zurückgeworfenen so: Von A fälle man auf den Spiegel das Einfallsloth (cathetum incidentiae) AM, in dessen Verlängerung man Ma = MA nehme, und ziehe aCB als den zurückgeworfenen Strahl.

22. Zus. Strahlen, die aus einem Puncte A auf einen Spiegel einfallen, als AC; Ac; werden dergestalt zurückgeworfen, daß ihre zurückgeworfenen alle rückwärts verlängert, durch den Punct a gehen, welcher A gerade gegenüber, so weit hinter dem Spiegel liegt, als A vor demselben.

23. Zus.

23. Zus. Alle diese zurückgeworfenen Strahlen liegen also dergestalt, als kämen sie von dem Puncte a her; oder die zurückgeworfenen Strahlen liegen dergestalt in Absicht auf den Punct a; wie die einfallenden in Absicht auf A liegen. Jede Art nähmlich scheint von ihrem Puncte auszugehen, und bey der letztern findet solches wirklich statt, bey der erstern ist die Lage der Strahlen eben so, als ob sie wirklich von a ausgingen.

24. Anm. Man kann also einen Unterschied unter geometrischen und physischen Strahlen machen; jene sind Linien, welche den Gang des Lichtes vorstellen, diese wirkliches Licht, das diesen Gang nimmt. So ist aC der geometrische, und CB der physische Theil des zurückgeworfenen Strahles.

25. Zus. Das zurückgeworfene Licht erregt in einem Auge B, das nach dem Spiegel zugekehrt ist, eben die Empfindung vom Puncte a; welche dieses Auge vom Puncte A haben würde, wenn es nach selbigem gekehrt wäre (Persp. 4.), und dieserwegen nennt man a ein Bild von A, (4).

26. Zus. Dieses Bild befindet sich im Scheitel des Kegels, den die zurückgeworfenen Strahlen machen (23) (in vertice coni reflexi).

27. Zus. Ein anderes Auge b, bekömmt auch einen andern zurückgeworfenen Strahl cb; von einer andern Stelle des Spiegels c; aber so daß selbiger auch von a herzukommen scheinet. Folglich scheinet allen Augen das

Bild

Bild an einerley Stelle zu stehen, oder alle Augen sehen einerley Bild.

28. Zus. Eines Perpendikels auf den Spiegel MA Bild, Ma, muß mit ihm in einer geraden Linie fortgehen, wovon man sich leicht durch Versuche versichern kann.

29. Zus. Vor dem ebenen Spiegel PQ 4. Fig. stehe ein Gegenstand FG; So hat jeder Punct desselben gegen des Spiegels vordere Seite vollkommen die Lage, welche das Bild dieses Punctes gegen des Spiegels hintere Seite hat. Wie man also in dem Gegenstande selbst eine Reihe von Puncten annehmen kann, so findet sich vollkommen eben die Reihe von Puncten im Bilde fg; oder das Bild ist dem Gegenstande gleich und ähnlich, und liegt gegen des Spiegels hintere Seite vollkommen so, wie der Gegenstand gegen die vordere, die Figuren MFGN; Mfgn, würden einander decken.

30. Anm. Die Anwendung dieser Lehren auf die Erscheinungen, welche ein einziger ebener Spiegel darstellt, sind zu zahlreich, als daß sie hier Platz fänden. Nur ein paar Proben. I) FG 4. Fig. sey die ganze Länge eines Menschen, der gerade vor einem lothrechten Spiegel MN steht; O sein Auge. Man fragt, wie lang der Spiegel seyn muß, wenn sich der ganze Mensch darinnen sehen soll. Die Linien fO; gO; werden den Spiegel in den Puncten D; E; schneiden, welche die Strahlen, die von den beyden äusersten Enden des Körpers einfallen, ins Auge senken (21), also sieht sich der Mensch ganz, auch wenn nichts weiter vom Spiegel als das Stück DE vorhanden ist. Es ist aber

fg oder FG: DE = FO: DO = fF: MF = 2: 1; oder der Spiegel braucht nur halb so lang, als der Körper zu seyn. Für andere Lagen des Spiegels lässt sich diese Frage ebenfalls leicht durch Zeichnung beantworten. II) Wenn eine gerade Linie mit dem Spiegel einen Winkel von 45° macht, so macht ihr Bild, mit ihr einen rechten Winkel.

31. Anm. Die Verbindung mehrerer Spiegel gibt ebenfalls eine Menge merkwürdiger und das Auge ergötzender Erscheinungen. Schon bey zween Spiegeln vervielfältigen sich die Bilder eines einzigen Gegenstandes nach Gesetzen, welche denenjenigen, die hievon geschrieben und sich darinnen viel Mühe gegeben haben, z. E. Trabern Neru. Opt. L. II. c. 4. 5. nur sehr unvollkommen bekannt gewesen sind. Ich habe, diese Gesetze kurz und allgemein zu finden, gelehret, in meinen diss. math. et phys. n. 2.

Von hohlen Kugelspiegeln.

32. Aufgabe. **Auf eine gegebene Stelle M; eines hohlen Kugelspiegels MA 5. Fig. dessen Mittelpunct L ist; falle ein Lichtstrahl CM mit einem willkührlich gezogenen Durchmesser des Spiegels LA, den man seine Axe nennt, gleichlaufend ein. Man sucht den Ort O wo der zurückgeworfene Strahl MO die Axe schneidet.**

Aufl. I. Weil CM, LA, gleichlaufend sind, so ist CML = MLA; Und wegen der Reflexion (18) CML = OML; Also sind im Dreyecke LOM, die Winkel bey L und M gleich, und folglich LO = OM.

II. Soll

II. Soll nun der Punct M gegeben seyn, so muß der Bogen AM, oder der Winkel L, dessen Maaß er ist gegeben seyn. Der Kugel Halbmesser LM aber ist auch gegeben. Also hat man im gleichschenklichten Dreyecke LOM Grundlinie und Winkel, woraus sich der Schenkel LO berechnen lässt.

III. Am bequemsten bringt man dieses auf trigonometrische Formeln. Es sey LM $= a$; Winkel L $= \lambda$; der Sinustotus $= 1$.

IV. Man fälle OQ senkrecht auf LM, so ist LQ $= \frac{1}{2} a =$ LO. $\cos \lambda$; Also LO $=$

$$\frac{a}{2 . \cos \lambda} = \tfrac{1}{2} a . \sec \lambda .$$

V. Man nehme LV $= \frac{1}{2} a$; so ist VO $= \frac{1}{2} a .$

$$\left(\frac{1}{\cos \lambda} - 1 \right) = \tfrac{1}{2} a . \left(\frac{1 - \cos \lambda}{\cos \lambda} \right).$$

Des Bruches Zähler aus Trig. 19. S. 2. Zus. ausgedruckt, kömmt VO $= a . \frac{\sin \frac{1}{2} \lambda^2}{\cos \lambda}$.

33. Zus. Allemahl liegt O von V gegen A zu. Wenn λ wächst, nimmt sein Cosinus ab, und seiner Hälfte Sinus wächst, also wächst auch VO.

34. Zus. Für L $= 60^\circ$ ist $\sin \frac{1}{2}$ L $= \sin 30^\circ$ $= \cos$ L $= \frac{1}{2}$. Also VO $= \frac{1}{2}$ a. Da würde CM nach MA zurückgeworfen.

Ist L grösser, so wird VO grösser als $\frac{1}{2}a$ (33) das ist: CM wird so zurückgeworfen, daß O in der Verlängerung von LA läge, folglich trifft der zurückgeworfene Strahl den Spiegel zwischen M und A. Für L = 90° wird VO unendlich, und eigentlich geschieht da keine Zurückwerfung.

35. Zus. Wenn L bis auf nichts abnimmt, nimmt sein Cosinus bis an 1 zu, der Sinus seiner Hälfte aber bis an nichts ab, also nimmt auch VO bis an Nichts ab. Das heisst: Je kleiner L ist, desto näher fällt O bey V. Und da man keine Gränze angeben kann, wie weit L abnehmen, wie nahe M an A rücken könnte, so sagt man: Strahlen die der Axe LA, unendlich nahe einfallen, schneiden sie bey der Zurückwerfung in V.

36. Zus. Ist die Axe AL nach einem gewissen Puncte der Sonne, z. E. ihrem Mittelpuncte gerichtet, so fallen alle Strahlen von diesem Puncte mit der Axe parallel ein. Ist also PM = Pm des Spiegels halbe Breite, so gehen alle Strahlen, die auf MP fallen, nach der Zurückwerfung durch OV (33); und sind also da so viel dichter beysammen, so viel OV kleiner als PM ist.

37. Zus. Man richte durch V ein Perpendikel auf die Axe auf, das von MO in S geschnitten wird. So werden alle Strahlen, die auf den Spiegel zwischen A und M fallen, nach der Zurückwerfung zwischen V und S durchgehen.

38. Zus. I. Man stelle sich vor, die Figur, wie sie auf dem Papiere steht, drehe sich um die Axe LH, so wird ein Kugelspiegel beschrieben, dessen halbe Breite PM ist, und derselbe bringt alle Strahlen, die auf ihn fallen, in einen Kreis zusammen, dessen Halbmesser VS ist; Aber die auffallenden Strahlen nahmen einen Kreis ein, dessen Halbmesser PM war. Also verhalten sich die Räume, welche von den auffallenden und von den zurückgeworfenen Strahlen ausgefüllt werden, wie $PM^2 : VS^2$ d. i. die zurückgeworfenen sind so viel dichter beysammen als die einfallenden, so vielmahl das erste Quadrat grösser ist als das letzte.

II. $PM = a. \sin\lambda$; $LP = a. \cos\lambda$, und (32; IV) $OP = \frac{1}{2} a. \left(2. \cos\lambda - \frac{1}{\cos\lambda}\right)$.

Im letzten Factor, Alles auf eine Benennung gebracht, kömmt der Zähler $2. \cos\lambda^2 - 1 = \cos 2\lambda$ (Trig. 19. S. 5. Zus.) also $OP = \frac{1}{2} a. \frac{\cos 2\lambda}{\cos\lambda}$. Des Spiegels Tiefe $AP = a. (1 - \cos\lambda) = 2a. \sin\frac{1}{2}\lambda^2$.

III. Aus (32; V) $\frac{OP}{OV} = \frac{\cos 2\lambda}{2. \sin\frac{1}{2}\lambda^2} = \frac{PM}{VS}$.

39. Anm. Man kann noch einen kleinern Kreis bestimmen, der alle zurückgeworfene Strahlen enthält.

hält. Sein Halbmesser ist ohngefähr $\frac{1}{4}$ VS; Siehe meiner analyt. Katoptr. 1. Cap. 2. S. 14. Zus.

40. Zus. Durch diese Verdichtung werden die Lichtstrahlen vermögend gemacht bey V zu brennen; daher V der Brennpunct (focus), so wie AV die Brennweite (distantia focalis), des Spiegels heisst, welche letztere also den vierten Theil des Durchmessers beträgt (35).

41. Exemp. I. Es sey $\lambda = 5^\circ$; die Hälfte $= 2^\circ\ 30'$ das Doppelte $= 10^\circ$. Also die Rechnung für Sinustotus $= 1$ geführt (Vorerinnerungen vor der Trigon. 19. Satze).

$$
\begin{array}{llll}
\text{II.} & \log \sin \tfrac{1}{2}\lambda & = & 0{,}6396796 - 2 \\
 & \text{verdoppelt} & = & 0{,}2793592 - 3 \\
 & \text{addirt } \log 2 & = & 0{,}3010300 \\
\hline
 & & & 0{,}5803892 - 3 \\
 & \text{abgez. von } \log \cos 2\lambda & = & 0{,}9933515 - 1 \\
\hline
 & \log \left(\dfrac{PM}{VS}\right) & = & 2{,}4129623 \\
 & \text{verdoppelt} & = & 4{,}8259246
\end{array}
$$

Diese Logarithmen geben;

der einfache; $\dfrac{PM}{VS} = 258{,}79$

der doppelte $\left(\dfrac{PM}{VS}\right)^2 = 66977$

III. Dieses ist zulänglich zu berechnen, wie vielmahl das Licht im Kreise mit VS beschrieben,

ben, dichter beysammen ist, als in dem mit PM beschriebenen (38; III).

IV. Für $a = 1$; ist $VO = 0,0019099$ (32; V) $PM = 0,0871557$; Daher (II) $VS = 0,0033677$. Des Spiegels Tiefe (38; II) $= 0,0038052$; Alles dieses findet man leicht durch die Logarithmen, oder, wie PM, unmittelbar.

V. Wird a in Fussen, Zollen u. s. w. gegeben, so darf man nur mit dieser Angabe die Zahlen (II) multipliciren, oder die Logarithmen addiren.

VI. Zweytes Exempel. Für $\lambda = 18°$, findet man eben so $\frac{PM}{VS} = 16,529$ und das Quadrat davon $= 273,22$.

VII. Bey eben dem Spiegel also, wäre das zurückgeworfene Licht 273 mahl oder 66977 mahl dichter als das einfallende, nachdem man auf ihm einen Bogen von 18 oder 5 Graden betrachtete.

VIII. Begreiflich heisst dieses soviel: Das einfallende Licht ist im Kreise in PM, durchaus gleich dicht, denn es besteht aus Parallelstrahlen. Aber die zurückgeworfenen Strahlen sind nicht parallel. Sie sind im Kreise um VS, in Stellen nahe bey dessen Mittelpuncte, dichter beysammen, als näher beym Umfange.

42. Zus. Daher brennen sie nahe um V am stärksten, welches die Bestimmung (40) rechtfertiget. Die weiter von V abgehen, dienen doch den Gegenstand mit zu erwärmen; Offenbahr aber wäre es unnütz, dem Spiegel viel Grade zu geben.

43. Anm. Uebrigens wird hiebey zum voraus gesetzt, daß alles Licht, welches auf den Spiegel fällt, nach dem Gesetze der Reflexion gegen die Axe zu geworfen wird. Allein aus der Art, wie Spiegel polirt werden, erhellt, daß sie nur von den gröbsten Ungleichheiten, die unser Auge empfinden könnte, frey, in der That aber für die zarten Lichttheilchen rauh, und so zu reden bergicht sind: Folglich wird das Licht, das auf eine Stelle des Spiegels von den verschiedenen Ebenen, die es da antrifft, auf verschiedene Seiten geworfen. Dieses bestätiget auch die Erfahrung. Fände nichts weiter als die bisher vorausgesetzte Zurückwerfung statt, so müßte man von der Fläche eines Spiegels, den die Sonne beschiene, nichts sehen, wenn man seitwärts desselben stünde, denn es könnte von ihm kein Licht in das Auge kommen.

44. Anm. Weil die Sonne kein Punct ist, so gilt das Gelehrte nicht von der ganzen Menge aller Sonnenstrahlen. Wenn die Axe nach der Sonne Mittelpuncte gerichtet ist, so fallen die Strahlen von dem Rande der Sonne nicht mit ihr parallel ein, sondern sie schneiden sie unter einem Winkel von ohngefähr 16 Minuten. Man ziehe durch L eine gerade Linie, die mit LA einen Winkel von 16 Min. macht. Ihr parallel fallen alle Strahlen von dem Puncte des Randes ein, der sich in der Ebene durch sie und die Axe befindet, und werden zurückgeworfen, sie nach eben solchen Regeln schneiden, wie die der Axe parallelen, die Axe, in der Weite des hal-

ben Halbmessers vom Spiegel am dichtesten beysammen seyn. Da wäre also ihr Brennpunct. In jeder Linie durch L, die einen kleinern Winkel als 16 Min. mit der Axe macht, ist so, ein Brennpunct ihr parallel einfallender Strahlen, die von dem Punct der Sonne herkommen, welcher sich in dieser Linie befindet. Die Reihe dieser Brennpuncte macht das runde Sonnenbild aus, das sich zeigt, wenn die Axe gegen der Sonne Mittelpunct gerichtet ist, und eben durch seine Rundung das Merkmahl angiebt, daß die Axe diese Richtung habe.

45. **Anm.** Von zween Spiegeln, die einerley Halbmesser haben, fängt der breitere mehr Strahlen auf als der schmählere, aber er bringt sie nicht so dicht zusammen (41): Bey der sphärischen Gestalt des Spiegels nähmlich, ist es unvermeidlich, daß ein Strahl, der in einiger Entfernung von der Axe einfällt, zurückgeworfen durch einen Punct O gehet, der von V unterschieden ist. Gäbe es eine Krümmung, die alle Strahlen genau in einen Punct zurückwürfe, so würde diese **Abweichung wegen der Gestalt** (aberratio ex figura) bey ihr wegfallen, und diese Krümmung am besten zu Spiegeln taugen, wenigstens in Absicht auf die Strahlen, welche mit der Axe parallel einfallen. Die Geometrie zeigt, daß diese Krümmung die parabolische ist. Man sehe hievon und von der ganzen bisherigen Theorie, meine analytische Katoptrik 1. Cap. im vollständigen Lehrbegriff der Optik 81. Seite.

46. **Anm.** Daß Archimed, mit Brennspiegeln Schiffe der Römer angezündet habe, findet man nicht bey den ältern Schriftstellern, welche die Geschichte wohin das gehört, und selbst vieles den Archimed betreffendes umständlich erzählen. Indeß hat dieses Vorgeben lehrreiche Untersuchungen veranlasst, selbst Kirchern darauf gebracht, aus ebenen Spiegeln einen mit dem man weit brennen kann, zusammen zu setzen, welches Herr Graf von Büffon und

Herr

Herr Marquis v. Courtivron vollkommner gemacht. Mem. de l'Ac. des Sc. 1747; p. 82. und 449. Mir hat das nicht die grösste Schwierigkeit geschienen, ob sich so weit brennen lasse? sondern: Ob Archimed gegen den Feind solche Anstalten werde gemacht haben, die eine Wolke vereiteln konnte? Ob er einen so plötzlichen Brand habe erregen können? oder ob die Römer nicht so klug gewesen sind, als es zu brennen anfing von der gefährlichen Stelle wegzufahren? Eben solche und noch andere Erinnerungen, macht Herr Joly de Maizeroy Traité sur l'art des Sieges et les machines des anciens ... Par. 1778. Man sehe hierüber Priestleys Geschichte der Optik, nach Klügels Uebersetzung (Leipzig 1776.) 9. S. 99. S. Schotti Magia optica p. 413. Oetinger disp. de Speculo Archimedis praesid. Bilfinger, Tub. 1725; Knutzen von den Brennspiegeln des Archimedis, Königsb. 1747. Fragment d'un ouvrage grec d'Anthemius, sur les Paradoxes de Mecanique .. par Mr. Dupuy Secr. perp. de l'Ac. R. des Inscr. et B. L. 1777; enthält im II. Problem wie Anthemius was vom Archimed erzählt wird, zu bewerkstelligen geglaubt, auch lehrreiche Erinnerungen vom Herrn Dupuy. Allerley merkwürdige Brennspiegel werden beym Priestley 99. S. erwähnt.

Vom Proklus der Schiffe vor Byzant soll angezündet haben, Fabricius in prolegom. zu Procli vita script. Marino, Hamb. 1700.

47. Zus. I. Wenn ein Licht im Brennpuncte des Hohlspiegels stehet, so werden die Strahlen, die es auf den Spiegel sendet, von demselben beynahe parallel mit der Axe zurückgeworfen werden. Dieses dienet, den Glanz von einem Lichte weiter fortzuwerfen, als er sonst empfindlich seyn würde, wenn er sich nach Optik (2) ausbreitete. Er wird aber doch

von der Luft (Optik 5.) nach und nach geschwächt.

II. Zweene Brennspiegel einander gegenüber gestellt, und in des einen Brennpunct eine glühende Kohle gelegt, entsteht in des andern seinem Hitze, die selbst zünden kann. Du Fay sur quelques experiences de Catoptrique, Mem. de l'Ac. des Sc. 1726; Cassini Mem. 1747; p. 25. schlägt vor: dem Brennspiegel einen ebenen, oder kleinern Hohlspiegel gegenüber zu stellen, da sich in dem nunmehrigen Brennpuncte, Metalle im Schmelztiegel im Flusse erhalten lassen.

III. Von einer fast unbekannten Art von Brennspiegeln, giebt die Theorie, Herr Friedrich Adam Widder Prof. zu Gröningen: de peculiari Speculor. caustic. genere; in Act. Academ. Theodoro-Palatinae Vol. 4. Physic. (Manh. 1780.) 385. S. Strahlen, die in eines gleichseitigen Kegels Höhlung seiner Axe parallel, auf einen Querschnitt fallen, gehen zurückgeworfen, alle durch einen Punct der Axe, des Querschnitts Mittelpunct, wenn es ein rechtwinklichter Kegel ist. So entsteht längst der Axe, eine Reihe Vereinigungspuncte, wo brennbare Sachen können entzündet werden. Nach Plutarchs Berichte im Numa, haben die Vestalinnen das Feuer mit Scaphiis angezündet, welches ohne Zweifel hohle Stücken rechtwinklichter Kegel gewesen. Lipsius hat sich

die

die Sache ganz falsch vorgestellt, de Vesta et Vestalibus c. 8. in notis Op. T. III. p. 1091.

IV. Umgekehrt, wenn man vor die kleinere Grundfläche eines hohlen Kegelstückes, eine Lampe stellt, entsteht von den zurückgeworfenen Strahlen eine starke Erleuchtung. Diese Vorrichtung empfiehlt Lambert Nouv. Mem. de l'Ac. de Prusse 1770; p. 51. Er hat auch mit einem solchen Kegel Zunder angezündet.

V. Hohle Pyramiden braucht man über Lampen, das Licht das die Flamme aufwärts sendet wiederum nach Gegenständen unter ihr zu bringen. D. J. A. S. G. P. (Segners) Beschreibung einer bequemen Lampe, Göttingen 1744.

47. Anm. Wie Gegenstände in hohlen Spiegeln erscheinen, davon ist die Theorie zu schwer und zu weitläuftig, als daß ich sie hier vortragen könnte. Ja die Gründe, auf denen sie beruhet, sind noch nicht völlig zur überzeugenden Richtigkeit gebracht. Man sehe hievon den Lehrbegriff der Optik 2. B. 8. C. und die Anmerkungen darüber 473. u. f. Seiten meiner Ausgabe. Auch von mir: Problematis Alhazeni Analysis Trigonometrica Comm. Nou. Soc. Sc. Gott. Tom. 7. 1776. De obiecti in Speculo Sphaer. visi magnitudine apparente, Tom. 8. 1777. Ich habe in der letzten Abhandlung unter andern gewiesen, daß es in krummen Spiegeln eigentlich kein Bild giebt. Die vorigen Optiker, haben sich so was vorgestellt, wie das Bild hinter einem ebenen Spiegel (25) den Ort dieses Bildes gesucht, und geglaubt, daraus liessen sich die Erscheinungen erklären, eine ganz vergebene Arbeit.

48. Anm. Auch vom erhabenen Spiegel, kann nur überhaupt gemerkt werden, daß er die Gegenstände aufgerichtet, aber kleiner darstellt, als ein ebner, an seiner Stelle thun würde. Diese Verkleinerung geht desto weiter, je kleiner des Spiegels Halbmesser ist.

49. Anm. Weil sich auf einem cylindrischen Spiegel der Länge nach mit der Axe parallel lauter gerade Linien, und der Quere nach mit der Grundfläche parallel lauter Kreise ziehen lassen, so wird er die Gegenstände der Länge nach in ihrer wahren Gestalt und Grösse lassen (29), der Quere nach aber verkleinern (48). Ein konischer Spiegel wird ohngefähr eben das thun; er ist der Länge nach als eine Menge ebener Spiegel, und der Quere nach als eine Menge erhabener von immer kleinern und kleinern Durchmessern anzusehen. Hierauf gründen sich sowohl die Erscheinungen dieser Spiegel als auch die Vorschriften Bilder zu entwerfen, die vom Auge unmittelbar betrachtet sehr verzogen aussehen, im Spiegel aber eine ordentliche Gestalt bekommen. Siehe Lehrbegriff der Optik 2. B. 1. Th. 2. Cap. Leupolds Anamorphosis mechanica noua, Leipzig 1713; Deutsch, beschreibt Maschinen, solche Bilder zu verziehen. Findet sich auch im Supplemente zu Leupolds Theatr. Machinar. 55 Seite.

Die
Dioptrik.

1. Erf. Man messe 1. Fig. den horizontalen Schatten DT eines undurchsichtigen Körpers DC, den die Sonne von der Seite S her bescheinet. Man bringe nachgehends an die Seite des Körpers, nach welcher sein Schatten zu fällt, ein gläsern Gefäß von der Gestalt eines hohlen Würfels mit Wasser oder einem andern flüssigen Wesen; dergestalt, daß der Strahl CT welcher den vorigen Schatten begränzte, bey C in das Wasser gehen muß; So wird der Schatten allemahl kürzer werden, und z. E. nun DV seyn; ABCD stellt den verticalen Durchschnitt des Gefässes durch den Strahl vor; und CB die Oberfläche des Wassers, welche horizontal seyn wird. Eben das erfolgt, wenn man einen dichten gläsernen Würfel nimmt, oder ein Stück Glas, da wenigstens zwo einander gegenüberstehende Ebenen, mit der dritten zwischen ihnen, rechte Winkel machen, damit ABCD ebenfalls dergleichen Durchschnitt von ihm seyn kann.

2. Zus. Die Lichtstrahlen, welche aus einer dünnern Materie in eine dichtere kommen (wie jede Materie, mit der man diesen Versuch anstellen

stellen kann, in Absicht auf die Luft ist), werden aus ihrem vorigen Wege gebracht.

3. Zus. Sie leiden diese Aenderung aber nur in der Fläche, welche des dünnern und des dichtern Mittels gemeinschaftliche Gränze ist, in jedem Mittel von einförmiger Dichte gehen sie gerade fort.

4. Zus. Eben dergleichen Aenderung des Weges muß ihnen wiederfahren, wenn sie aus dem Dichtern ins Dünnere gehen, nur daß diese Aenderung der vorigen entgegengesetzt ist. Wenn nähmlich im ersten Falle der Strahl SC die Lage CV bekömmt, so muß im andern VC die Lage CS bekommen.

5. Anm. Diese Schlüsse (3. 4.) lassen sich durch mehr Erfahrungen bestätigen. Und wenn man sie auch jetzo nur als Muthmassungen annehmen will, so wird ihre Richtigkeit dadurch dargethan, daß alle Folgerungen daraus mit der Erfahrung auf das genaueste übereinstimmen.

6. **Erkl.** Diese Aenderung des Weges der Lichtstrahlen heisst die **Brechung** (refractio); die Wissenschaft, welche davon handelt, die Dioptrik. Die Fläche, wo zweyerley Mittel an einander gränzen, wie CB 1. Fig. die brechende Fläche; Ein Perpendikel darauf wie CD; das **Neigungsloth** (cathetus incidentiae vel inclinationis) des einfallenden Strahls Winkel damit TCD; der **Neigungswinkel** (angulus inclinationis) des gebrochenen Strahles Winkel damit VCD der gebrochene **Winkel**

(an-

(angulus refractus) beyder Strahlen Winkel TCV; der Brechungswinkel (refractionis).

7. Zus. Weil D; V; T; in einer einzigen geraden Linie sind, wie die Erfahrung lehret, so liegen beyde Strahlen und das Loth CD in einer einzigen Ebene, welche auf der brechenden Fläche senkrecht stehet (Geom. 47. S.), und die Brechungsebene (planum refractionis) heisst, wie dergleichen Ebene auch bey der Reflexion vorkam. Dieses zeigt wiederum, warum man die Brechung der Strahlen auf körperlichen Flächen vorzustellen, nur diese Ebene, und was in ihr geschieht, entwerfen darf.

8. Zus. Weil man CD; DT; DV; messen kann, so lassen sich die genannten Winkel berechnen, und also mit einander vergleichen.

9. **Erf.** Wenn ein Strahl SC aus Luft in Glas fährt, so wird er aus der Lage CT nach dem Perpendikel CD zu gebrochen, so daß der Sinus des Neigungswinkels zum Sinus des gebrochenen Winkels ohngefähr die Verhältniß wie 3: 2. hat; fährt er aber aus Luft in Wasser, so findet sich diese Verhältniß = 4: 3. Dieses lässt sich vermöge (8) versuchen. Man nennt dergleichen Verhältniß; die **Verhältniß der Refraction.**

10. Aufg. **Aus der Lage des einfallenden Strahls SCT 2. Fig. die Lage des gebrochnen CV bey Glase (9) zu finden.**

Aufl.

Aufl. I. Durch Zeichnung. Man beschreibe aus dem Einfallspuncte mit einem willkührlichen Halbmesser CT einen Kreis und ziehe darinnen des Neigungswinkels TCD Sinus Tt; Man nehme $tu = \frac{2}{3}$ Tt und ziehe uV mit CD gleichlaufend, so wird $Vv = tu$ des gebrochenen Winkels Sinus und also VC der gebrochne Strahl seyn.

II. Durch Rechnung. Man ziehe $l\frac{3}{2}$ von $l \sin TCD$ ab, so gibt sich $l \sin VCD$.

Exempel. Es sey $TCD = 70°$; So ist

$$\begin{array}{rl} l\,3 - l\,2 = l\frac{3}{2} = & 0,1760912 \\ l \sin 70° = & 9,9729858 \\ \hline l \sin VCD = & 9,7968946 \end{array}$$

Gibt $VCD = 38° \, 47'$. Zahn berichtet, er habe durch ein Werkzeug, das er statt des Verfahrens (1) brauchet, diesen Winkel $= 38° \, 50'$ gefunden Oc. Fund. II. Synt. 1. cap. 2. Sein Werkzeug ist so wenig, als das hier beschriebene Verfahren, auf einige Minuten zuverlässig, auch ist nicht alles Glas einerley.

11. Zus. Wenn ein Strahl CV 1. Fig. nach Q zu aus Glas in Luft fähret, so wird er von dem Lothe VW dergestalt weggebrochen, daß der Sinus des Neigungswinkels QVW zum Sinus des gebrochnen ZVW sich verhält wie 2 : 3 (4); also findet man des leztern Sinus Logarithmen, wenn man zum Logarithmen des ersten, den Logarithmen von $\frac{3}{2}$ addirt.

12. Zus.

12. Zus. Wenn sich die Winkel beynahe wie ihre Sinus verhalten, so kann man die Winkel VCD $= \frac{2}{3}$ TCD und ZVW $= \frac{3}{2}$ QVW nehmen. Diese Voraussetzung findet aber nur bey sehr kleinen Winkeln in einiger Schärfe statt; und weicht von der Wahrheit immer mehr und mehr ab, je grösser die Winkel werden. Man erstreckt sie bis auf den Fall, da der grösste Winkel $= 30$ Grad wird; aber da gibt sie schon einen Fehler, der mehr als einen halben Grad beträgt, den $\frac{2}{3} \sin 30^\circ = \sin 19^\circ 28'$.

13. Zus. Es ist $\frac{2}{3} . 10000000 = 6666666 = \sin 41^\circ 48'$. Ist also QVW 1. Fig. grösser als dieser Winkel oder CVD kleiner als $48^\circ 12'$ seine Ergänzung, so gibt die Rechnung sin ZVW grösser als den Sinustotus. Diese Ungereimtheit zeigt an, daß es hier dem Gesetze (9) gemäß, keinen gebrochnen Winkel geben kann. Die Erfahrung lehrt auch, daß Strahlen, die so schief auffallen, nicht aus dem Glase in die Luft gehen, sondern zurücke geworfen werden.

14. Anm. I. Kepler hat dieses schon bemerkt Dioptr. Propr. 13. die Art die Grösse der Brechung zu messen (8), rührt auch von ihm her. Das Gesetz der Brechung aber (9) soll Snellius zuerst entdeckt und Cartesius ohne Nennung des Erfinders aus ihm genommen haben. Hugen. Dioptr. im Anfange.

II. Das Verfahren (1) musste zum Anfange erklärt werden, weil es am leichtesten zu verstehen ist, und gar keine dioptrischen Gründe voraus setzt.

Auch so eins, dessen Ausübung doch etwas unbequemer seyn möchte, lehrt Cartes, Dioptr. cap. 10. Nimmt man nun durch solche Erfahrungen veranlasst, an: Die Sinus des Neigungs- und des gebrochnen Winkels, haben bey jedem Paar Materien eine unveränderliche Verhältniß, so kann man alsdann Verfahren erdenken, die nur diese Verhältniß suchen, sich dabey dessen bedienen, was aus dieser Voraussetzung bey krummen Flächen erfolgt, und so, für die Brechung bey allerley Materien, Vorschriften geben, die erst aus solchen dioptrischen Lehren, die in der Folge vorkommen, verständlich sind. Dergleichen findet man beym Hugen a. a. O. Martin Philos. Britannic. achte Vorlesung 447. S. der Deutschen Uebersetzung. Hauksbee Experiences Physico Mechaniques, trad. par de Bremond. Paris 1754; II. B. 4. Cap. 439. S. wo sich auch 445. S. ein Verzeichniß der Brechungen in allerley Materien findet. Auch beym Newton Opt. Lib. II. Part. III. pr. 10.

III. In diesen Verzeichnissen ist auch der Materien eigne Schwere mit angegeben, und ziemlich allgemein, weicht der Strahl, der aus einerley Materie, wie z. E. Luft, in zwo unterschiedene jede Dichten als Luft kömmt, am meisten von seinem vorigen Wege in der dichtern unter diesen beyden ab. Oder: **die dichtere Materie, bricht das Licht stärker.**

IV. An ein Gesetz, wie sich die Brechung, nach der Dichte richte, dürfte destoweniger zu denken seyn, da selbst die angeführte Regel, besonders bey harzigen, öhlichten, kurz: Brennbares enthaltenden, Materien, starke Ausnahmen leidet. Sie brechen das Licht viel stärker, als man von ihrer Dichte erwarten sollte.

V. Wenn für einen aus Luft einfallenden Strahl, die Verhältniß der Refraction 1 : v heisst, und die für Glas (9) angenommen wird; so ist ferner nach Hauksbee

v für

	v für	eigne Schwere
Glas	0, 66667	2200, 1 (Hydrostat. 49.)
Wasser	0, 78453	820
Terpentinöl	0, 67418	713, 5

Terpentinöl viel leichter als Wasser, bricht also das Licht, beynahe so stark als Glas, viel stärker als Wasser. Wenn man den Neigungswinkel an diesen drey Materien = 70 Grad setzt, findet sich

	gebrochner	Brechungsw.
Wasser	44° 42′	25° 18′
Terpentinöl	39 18	30 42
Glas	38 47	31 13

VI. Wenn Licht aus luftleerem Raume in Luft fährt, ist die Verhältniß der Brechung = 1 : 0,99736. Wie Hauksbee dieses gefunden hat, beschreibt Martin Philos. Britannic. 8. Vorlesung 449. S. der Uebersetzung. Man sehe auch: Detail de l'Experience de la refraction de l'air dans le vuide par Mr. de l'Isle le Cadet Mem. de l'Ac. des Sc. 1719; p. 436. des holländ. Drucks.

VII. Eine ungewöhnliche Refraction, zeigt der sogenannte isländische Crystall, (Spatum pellucidum obiecta duplicans Waller.) durch den die Sachen doppelt erscheinen. Zuerst, hat von ihm Erasmus Bartholinus gehandelt, Experimenta crystalli Islandici disdiaclastici, Kopenhagen 1670. Hugen, de la lumiere (Leiden 1690.) chap. 5. Newton, Optic. in der 17. der am Ende beygefügten Fragen. Rechnungen über seine Gestalt, meine Geometrischen Abhandlungen, II. Samml. 28. Seite. De la Hire Mem. de l'Ac. des Sc. 1710; 454. S. der holländ. Ausgabe, handelt von einer Art Talc, die man bey Paris findet, und vergleicht solche mit dem isländischen Steine.

VIII. Das Angeführte, kann von allerley Brechungen genug seyn, da im Folgenden, fast allein, die zwischen Luft und Glas betrachtet wird.

15. Zus. Bey krummen Flächen sind die Neigungslothe Perpendikel auf Ebenen, die sich in den Einfallspuncten berühren, und folglich bey Kugelflächen Halbmesser, wie in der Katoptrik.

16. Zus. Wenn über BC und unter AD 1. Fig. einerley Materie ist, die Flächen BC; AD, aber parallel sind; (z. E. wenn BCDA ein dichtes würfelichtes Stück Glas wäre, über und unter dem sich Luft befände;) so ist der ausfahrende Strahl VZ dem einfallenden SCT parallel, was auch für eine Verhältniß der Refraction statt findet. Denn aus (4) ist allemahl sin TCD : sin VCD = sin ZVW : sin QVW und QVW = VCD.

Die verschiedenen Arten der Gläser.

17. Erkl. In der 3. ... 8. Fig. haben die Kreisbogen, die durch A; B; gehen, C; K; zu Mittelpuncten, und stellen die Durchschnitte kugelförmig geschliffener Gläser durch ihrer Kugeln Mittelpuncte vor; die Linie durch die Mittelpuncte heisst die Axe. Wenn sich jede Figur, wie sie da gezeichnet ist, um ihre Axe drehet, so beschreibt sie das Glas, dessen Durchschnitt sie ist; diese Gläser haben folgende Nahmen: 3. Fig. Convexconvex oder auf beyden Seiten erhaben; 4. Fig. Planconvex auf einer Seite erhaben, auf der andern eben; 5. Fig. Concavconcav auf beyden Seiten

hohl;

hohl; 6. Fig. Meniskus der erhabenen Seite Halbmesser kleiner als der hohlen, daher beyde eine Sehne haben können (Geom. 20. Satz 1. Zus.); 7. Fig. Concavconvex, der erhabenen Seite Halbmesser grösser als der hohlen; 8. Fig. Planconcav; Man begreift, daß dieses alle mögliche Arten von Gläsern sind, die sich in ebene und kugelförmige Flächen einschliessen lassen.

18. Zus. Die ebene Fläche eines Glases kann angesehen werden, als wäre ihr Halbmesser unendlich; und die Axe steht auf sie senkrecht (Geom. 20. S. 2. Zus.), eine hohle aber, als würde der Halbmesser, der ihr in der 3. Fig. zugehörte, verneint (Arithm. I. 90.); so ist der Fläche NAM 5. Fig. Halbmesser der Halbmesser der Fläche NAM 3. Fig. verneint genommen.

19. Aufg. **Aus der gegebenen Gestalt des Glases, zu finden, wie ein gegebener einfallender Strahl in demselbigen gebrochen wird.**

Aufl. AMB 9. Fig. sey die Hälfte eines Glases, wie in der 3. Fig. vorgestellt wird; AM, welche die einfallenden Strahlen auffängt, ist die Vorderfläche, BM; wo die gebrochnen herausfahren, die Hinterfläche. EP sey ein einfallender Strahl, der so liegt, als käme er von einem Puncte D der Axe her; oder wirklich daher kömmt, wenn D ein strahlender Punct ist. Dieser Strahl würde verlängert nach PV gehen. Man ziehe sein Neigungsloth CP (15) und den gebrochnen Strahl PQ (9. oder 12.) der die Axe in φ schneide; dieses Neigungsloth ist KQT; und sein gebrochner QF lässt sich aus 9. oder 12. ziehen; daß man also sowohl die Lage desselben als seinen Durchschnitt mit der Axe F bestimmen, und solchergestalt den völligen Weg des zweymahl gebrochnen Strahls DPQF ziehen kann. Aus diesem Exempel des Glases, das auf beyden Seiten erhaben ist, wird man leicht sehen, wie man in den andern Fällen zu verfahren hat. Es kömmt alles darauf an, die Neigungslothe gehörig zu ziehen, und die gebrochnen Strahlen nach vorhergehender Anweisung zu legen. Meistens kann solches nach (12) geschehen.

20. Anm. Rechnungen die man über diese Zeichnungen anstellen, und dadurch des gebrochnen Strahls Lage finden kann, setzen in der That nichts voraus, als was ich in den Anfangsgründen der reinen Mathematik gelehrt habe. Ich bringe dergleichen im Anhange gegenwärtigen Buches bey. Hier setze ich nur Folgerungen aus ihnen her, die man mir indessen glauben muß, die sich auch grossentheils durch leichte Erfahrungen bestätigen lassen. Man muß sie wissen, um die Beschaffenheit der optischen Werkzeuge zu verstehen.

21. Strahlen, die mit der Axe parallel, und unendlich nahe bey ihr einfallen, werden vom Converglase; Planconverglase; und Meniskus; beynahe in einen Punct der Axe, hinter dem

Glase

Glase vereinigt. Man heisst ihn den Brennpunct, und seine Weite hinter dem Glase die Brennweite; aus eben den Ursachen, aus welchen man diese Nahmen bey Hohlspiegeln (Katoptr. 41.) gebraucht. Diese Gläser können also zusammen unter dem Nahmen erhabener begriffen werden. Die Dicke des Glases wird hier in Vergleichung mit den Halbmessern als nichts angenommen, daß man also die Brennweite, von welcher Fläche man will, rechnen mag, die Verhältniß (9) $= 3 : 2$.

22. Wenn bey dem Converglase 3. Fig. die beyden Halbmesser, der Vorderfläche $CA = r$, der Hinterfläche $KB = \varrho$ heissen; so ist die Brennweite $= 2r\varrho : (r + \varrho)$ und bleibt also einerley, wenn gleich das Glas umgewandt, und die vorige Vorderfläche nun zur Hinterfläche gemacht wird.

Exemp. Es sey $r = 7'$; $\varrho = 9'$ so ist die Brennweite $= \frac{2.7.9}{7+9} = \frac{126'}{16} = 7' \frac{7}{8}$.

23. Also bey einem Glase, das auf beyden Seiten gleichviel erhoben ist oder $r = \varrho$ hat, die Brennweite $= \frac{2r^2}{2r} = r$.

24. Und bey einem Planconcavglase $= \frac{2r\varrho}{\varrho} = 2r$; oder $\frac{2r\varrho}{r} = \varrho$ nachdem r oder ϱ unendlich ist, d. i. nachdem die ebene oder die

erhabene Seite vorwärts gekehret ist (18), allemahl nähmlich so groß als der erhabenen Seite Durchmesser, und folglich noch einmahl so groß als des Glases (23), wenn beyde Gläser zu einerley Kugeln gehören.

25. Wenn beym Meniskus die erhabene Fläche vorgekehrt ist, so ist ϱ verneint (18), und so groß, daß $r + \varrho$ wo ϱ verneint ist, eine verneinte Grösse gibt (17), und $2r\varrho$ ist verneint; weil der Factor ϱ verneint ist, also ist die Brennweite, wie sie in 22. ausgedruckt wird, ein Quotient zwoer verneinten Grössen, und bejaht.

Exemp. Bey diesem Meniskus habe die Vorderfläche 6. Fig. den Halbmesser $CA = 4$; die hintere $KB = 6$; so ist $r = 4$; $\varrho = -6$ und die Brennweite $= \frac{2.4.-6}{4-6} = \frac{-2.4.6}{-2}$ $= +24$. Findet man es bequemer, so kann man gleich aus dem Ausdrucke 22 den Ausdruck für diesen Meniskus machen, wenn man $-\varrho$ statt $+\varrho$ schreibt, da also die Brennweite $= \frac{-2r\varrho}{r-\varrho}$ und positiv wird, weil der Divisor negativ ist, wie man sie denn durch $\frac{+2r\varrho}{\varrho - r}$ ausdrücken kann. Im Exempel wäre nun $r = 4$, $\varrho = 6$; und die Brennweite $=$ $\frac{2.4.6}{6-4}$. Kehrte man die hohle Seite vor, so wäre r verneint, und also in (22) $-r$ statt $+r$ geschrieben die Brennweite $= \frac{-2r\varrho}{\varrho - r}$ wieder bejaht, weil wieder der verneinte Halbmesser grösser als der bejahte ist.

26. Eine ganze Kugel, wo man die Dicke (21) nicht beyseite setzen darf; vereinigt unendlich nahe Parallelstrahlen mit der Axe in einem Puncte, der um den vierten Theil ihres Durchmessers hinter ihrer Hinterfläche liegt.

27. Für ein Glas, das auf beyden Seiten hohl ist, wie 5. Fig. kann man in dem Ausdrucke der Brennweite (22) $-r$; $-\varrho$; statt dieser positiven Grössen schreiben (18. 25.). Sie wird also $= \frac{-2r. -\varrho}{-r-\varrho} = \frac{+2r\varrho}{-(r+\varrho)}$ verneint, und also der Brennweite (22) gleich und entgegengesetzt, wenn beyde Gläser 3. Fig. 5. Fig. mit Flächen von einerley Halbmessern, nur jenes mit erhabenen, dieses mit hohlen begränzt sind. Wie nähmlich in der 9. Fig. der Brennpunct F hinter dem Glase lag, so liegt er in der 11. Fig. vor dem Glase, d. i. die gebrochnen Strahlen wie Qq fahren hinter dem Glase so aus einander als kämen sie von F vor dem Glase her, wie bey dem ebenen Spiegel (Katoptr. 22.). Daher heisst F 9. Fig. ein wirklicher physischer Brennpunct; ein Sammlungspunct (punct. concursus), aber 11. Fig. ein geometrischer (virtualis), ein Zerstreuungs-

 punct

punct (punctum dispersus); Seine Weite wird auch oft die Brennweite genannt.

28. Für ein Glas, das auf beyden Seiten gleichviel hohl ist, beträgt die Weite dieses Zerstreuungspunctes AF 11. Fig. soviel als der Halbmesser jeder seiner Flächen; für ein Planconcavglas aber soviel als der Durchmesser der hohlen Fläche; eben wie (23; 24). Für ein Concavconvexglas 7. Fig. wird aus (22) die Brennweite $= \frac{-2r\rho}{\rho - r}$ oder $= \frac{-2\rho r}{r - \rho}$ verneint, weil (17) der verneinte Halbmesser jedesmahl kleiner als der positive ist, oder F ist allemahl ein Zerstreuungspunct vor dem Glase.

29. Wenn D 9. Fig. ein Punct der Axe in einer endlichen Entfernung $= b$ vor einem Glase wie 22. 23. 24. 25. ist; die Brennweite dieses Glases $= l$ und $b > l$ ist; so werden die Strahlen, die aus D auf das Glas unendlich nahe bey der Axe einfallen, hinter ihm in einem Puncte der Axe F, so vereinigt, daß $BF = \frac{bl}{b - l}$ welche Weite ich f nennen will. Die 10. Fig. stellt eine Menge solcher Strahlen, die auf des Glases Vorderfläche fallen; einen auffallenden Strahlenkegel, dessen Spitze D ist, vor; von dem der Kegel der gebrochnen Strahlen entsteht, dessen Spitze F ist. In 22. war statt des auffallenden Strahlenkegels ein Cylinder.

Exemp.

Exempel. Die Brennweite eines solchen Glases sey $l = 10'$ und $AD = b = 50$ so ist $f = \frac{500}{40} = 12' \frac{1}{2}$.

30. I. F kann das Bild von D genannt werden.

II. Sein Abstand hinter des Glases Brennpuncte, ist $f - l = \frac{l^2}{b - l}$.

III. Dieser Abstand nimmt ab, je grösser b wird. Rückt also Gegenstand vom Glase oder Glas vom Gegenstande weg, so rückt das Bild immer näher nach dem Brennpuncte, und fällt in ihn, wenn der Gegenstand unendlich entfernt ist.

IV. Der Brennpunct ist also das Bild eines unendlich entfernten Gegenstandes, und das nächste Bild hinter dem Glase.

V. Nähern sich aber Glas und Gegenstand einander, so rücket das Bild vom Brennpuncte, immer weiter weg, bis ins Unendliche, wenn $b = l$ wird, oder des Gegenstandes Entfernung, der Brennweite gleich wird. Da wäre der Gegenstand G, 12 Fig. in der Stelle, wo Strahlen, die wie qQ von der andern Seite mit der Axe parallel einfielen, vereinigt würden. Wie also, solche einfallende Strahlen qQ, nach G gebrochen würden, so werden umgekehrt von G einfallende Strahlen, in Qq gebrochen.

VI. Ueberhaupt nähmlich ist verstattet einfallende Strahlen zu gebrochnen, und umgekehrt, zu machen, wenn man nur das Licht nach entgegengesetzten Richtungen gehen lässt (4). Werden also 9. Fig. einfallende Strahlen DP nach F gebrochen, so werden eben so, einfallende FQ nach D gebrochen, (P und Q gehen zusammen 21). Und so ist D das Bild von F. VII. Das zeigt auch die Formel (29) aus der sich $b = \frac{f.\, l}{b - l}$ findet, durch f und l völlig so gegeben, wie vorhin f durch b und l.

VII. Befindet sich der Gegenstand, zwischen G und dem Glase 12. Fig. oder: ist b kleiner als l; so wird f verneint (29) die gebrochnen Strahlen, gehen so, als wenn sie aus einem Puncte kämen, der vor dem Glase läge, dieses F wäre ein Zerstreuungspunct, wie (26).

VIII. Eines Glases hintere Fläche, reflectirt auch etwas von dem auf sie fallenden Lichte, dieses zurückgeworfene Licht geht wieder durch die Vorderfläche aus, und wird da zum zweytenmahle gebrochen.

Das kann gebraucht werden die beyden Halbmesser eines Glases durch Versuche zu finden. Meine astronomischen Abhandlungen II. Samml. 6. Abhandl. 9.

Metallene Hohlspiegel (Katoptr. 32.) sind etwas kostbar. Man braucht daher oft statt

ihrer

ihrer Gläser die auf einer Seite belegt sind. Wie diese eigentlich zu betrachten wären, erhellt aus dem jetzt gesagten. Häseler, über die Theorie der sphärischen gläsernen Spiegel, Wolfenbüttel 1775.

31. Erkl. Erhabener heisst ein Glas, welches eine kürzere Brennweite hat, als das flächere. Von des letzten beyden Flächen, kann allerdings eine erhabener seyn, als eine Fläche des ersten, aber, die andere des letzten Glases, hat alsdann so viel weniger Krümmung, als die andere des ersten, daß doch im Ganzen, das flächere, welches die längste Brennweite hat, die Strahlen weniger bricht. Weniger werden nähmlich, der Axe parallel einfallende Strahlen gebrochen, wenn sie in grösserer Entfernung hinter dem Glase in die Axe kommen.

32. Zus. I. Für ein flächeres Glas, sey L die Brennweite, grösser als l, des Gegenstandes Entfernung von ihm auch $= b$. So ist des Bildes Abstand hinter des Glases Brennpuncte $= \frac{L^2}{b - L}$ (30; II) grösser, als des Bildes das das erhabnere Glas (30; II) macht, Abstand hinter desselben Brennpuncte, weil der Zähler L^2 grösser als der Zähler l^2; und der Nenner $b - L$ kleiner als der $b - l$ ist.

II. Aber

II. Aber des flächern Glases Brennpunct selbst, ist weiter hinter ihm als des erhabenern hinter demselben.

III. Folglich ist das Bild weiter hinter dem flächern, als hinter dem erhabenern, den Gegenstand in gleichen Entfernungen vor beyden gesetzt.

IV. Wären aber B, F, Entfernungen des Gegenstandes und des Bildes, vom flächern Glase so könnte $F = \frac{B.\,L}{B - L}$ wohl $= f$ (29) seyn, aber B müsste grösser seyn als b. Nähmlich, wenn der Gegenstand von dem flächern Glase wegrückt, so rückt sein Bild nach dem Glase zu, kann also diesem Glase so nahe kommen, als dem erhabenern Glase, das Bild des nähern Gegenstandes.

33. Zus. Ohne unendlich zu seyn, kann b doch gegen l so groß seyn daß $f - l$ unbeträchtlich wird (30; II). Oder: Von einem Gegenstande, dessen Entfernung nur sehr vielmahl grösser ist als die Brennweite, fällt das Bild schon so nahe beym Brennpuncte, daß man es in demselben annehmen darf.

34. Ein strahlender Punct mag vor einem der hohlen Gläser (26; 27) in der Axe liegen wo er will, so hat er statt seines Bildes allemahl einen Zerstreuungspunct.

35. Auf das Glas 13. Fig. falle ein Strahl EP, sein gebrochner sey PQ, und die Tangenten

oder Elemente beyder Flächen bey P; Q; seyen parallel; so wird der ausfahrende Strahl Qq mit dem einfallenden EP gleichlaufend seyn (16); Man kann für jedes Glas den Punct der Axe O finden; durch den der Strahl nach der ersten Brechung durchgehen muß, daß dieses erfolget. Wenn die Dicke des Glases beyseite gesetzet wird, so fällt O mit A oder B, des Glases Mittelpuncte zusammen, und EPQq kann als eine gerade Linie angesehen werden.

36. Wenn also E die Spitze eines auffallenden Strahlenkegels ist, so wird EPQq seine Axe seyn; und die auffallenden Strahlen werden alle nach einem Puncte dieser Axe, als einer Spitze des gebrochnen Strahlenkegels, gebracht werden. Dieser Punct sey e; so ist e das Bild von E wie (29).

37. Wenn DE eine gerade Linie ist, welche auf des Glases Axe senkrecht steht, und der Winkel EAD klein ist, so werden die Strahlen, die von E auf das Glas fallen, kleine Neigungswinkel machen, und also nach (12) gebrochen werden. In diesem Falle wird das Bild e ohngefähr so weit hinter dem Glase liegen als das Bild F (29). Befindet sich also D im Brennpuncte (33) so muß e auch unendlich entfernt seyn, oder die Strahlen, die von E auf das Glas fallen, gehen nach der Brechung parallel, unter sich, nicht mit der Axe.

38. Da

38. Da nun eben das von allen leuchtenden Puncten gilt, die sich in DE befinden können, so wird denselben eine Reihe von Bildern zugehören, die der ganzen Linie DE Bild Fe ausmachen.

39. Dieses Bild ist verkehrt, wenn das Glas zwischen ihm und dem Gegenstande liegt, d. i. wenn es ein wirkliches Bild ist; denn eben diese Schlüsse geben bey hohlen Gläsern (34) ein blos geometrisches Bild.

40. I. In der Voraussetzung (35) ist Fe: DE = FO: OD, oder Bild und Gegenstand, verhalten sich wie ihre Weiten vom Glase.

II. So ist in der 16. Fig. pq des Gegenstandes PQ Bild, wo der Dreyecke pAq; PAQ, Aehnlichkeit in die Augen fällt. Da vergleicht man also mit einander, Theil des Gegenstandes auf einer Seite der Axe, und Theil des Bildes auf der andern. Woraus erhellt, daß eben die Vergleichung zwischen qr. QR, statt findet, und so die Ganzen pr, PR, sich auch wie ihre Weiten vom Glase verhalten.

III. PAQ = μ; wäre des Gegenstandes PQ scheinbare Grösse, wenn ihn ein Auge betrachtete, das statt des Glases in A stünde. (Opt. 30.). Weil nun pAq eben so groß ist, so ist $\frac{pq}{Aq} = \tang \mu$ oder Bild mit Entfernung dividirt, giebt Tangente der scheinbaren Grösse.

IV. Wird PR durch die Axe in Q senkrecht halbirt, so ist die scheinbare Grösse (III) die Hälfte der die PR hätte. Sonst müsste man aus dem Bilde qr; des Theils QR scheinbare Grösse besonders suchen.

V. Der ganze Winkel, den Linien von P und R, an A machen, wird immer so klein seyn, daß man für ihn Tangente und Bogen verwechseln kann, und also die wahre Grösse des Bildes qr, mit seiner Entfernung qA dividirt, für Tangente, oder für Winkel selbst der scheinbaren Grösse annehmen darf.

VI. Exempel. QP sey der wahre Halbmesser der Sonne; Für ihn $\mu = 16'$. Wegen der grossen Entfernung, fällt das Bild in des Glases Brennpunct (33). So sey die Brennweite $Aq = 10$ Fuß $= 120$ Zoll. Wie groß ist das Bild?

$$\begin{array}{rl} \log 120 & = 2{,}0791812 \\ \log \operatorname{tang} 16' & = \underline{0{,}6678492 - 3} \\ \log pq & = 0{,}7470304 - 1 \end{array}$$

giebt $pq = 0{,}55851$ Zoll, welches verdoppelt das ganze Sonnenbild gäbe.

VII. Hätte man des Sonnenbildes Durchmesser gemessen, so fände man daraus und aus des Glases Brennweite, der Sonne scheinbare Grösse.

41. Wenn in der 16. Fig. der Gegenstand PQ dem Glase näher rückt, wächst PAQ; zugleich

gleich Aq (30; V) Folglich pq (41; III) Oder: Eines entlegenen Gegenstandes Bild ist nahe hinter dem Glase, und klein, eben des, nahen, entfernt und groß.

42. I. MN 13. Fig. heisst die Breite des Glases, und MO ist ihre Hälfte, dafür man gewöhnlich MA annehmen darf (35) einen Bogen, der so wenig krumm ist, daß er für eine gerade Linie darf angesehen werden.

II. Alles Licht nun, das vom Gegenstande aufs Glas fällt, ist in der Fläche eines Kreises enthalten, dessen Mittelpunct, des Glases seiner (35) der Halbmesser seine halbe Breite ist.

III. Man setze, dieses Licht gehe alles durch, und vereinige sich im Bilde. Beydes ist freylich wohl von der Richtigkeit sehr entfernt.

IV. Bey dieser Voraussetzung nun, ist das Licht im Bilde, so vielmahl dichter als auf dem Glase, sovielmahl des Bildes Fläche kleiner ist als des Glases seine.

V. So erhellt die Wirkung eines Brennglases, von dessen Fläche, die Strahlen in die viel kleinere des Sonnenbildes vereinigt werden. Rechnungen hierüber liessen sich aus (40) anstellen, wie (Katoptr. 32.).

43. Alle Sätze von 21 bis 42 sind in völliger Schärfe nur für Strahlen wahr, die der Axe unendlich nahe einfallen, und also unendlich kleine Neigungswinkel machen, bey denen

(12) statt findet. Sie gelten aber auch noch beynahe für Strahlen, die in sehr kleinen Weiten von der Axe, also unter sehr kleinen Neigungswinkeln einfallen. Je grösser diese Weiten und Winkel werden, desto unrichtiger werden diese Sätze. Ein Parallelstrahl, der in einer bestimmten Weite von der Axe einfällt, wird von einem erhabenen Glase (21) nach einem Puncte der Axe gebrochen, welcher dem Glase näher liegt, als die (22) gefundene Brennweite angiebt, und dieser Unterschied, welchen man die Abweichung wegen der Gestalt des Glases nennt, ist desto grösser, je weiter der Strahl von der Axe einfällt. Mit dem Bilde (29) verhält es sich eben so. Siehe meine analytische Dioptrik im Lehrbegriff der Optik 2. B. 2. Th. 1. Cap. Ordentlich sind die Gläser so schmahl, daß diese Fehler für unbeträchtlich gehalten werden.

Von den Farben.

44. Erf. Die Sonnenstrahlen SF, 14. Fig. welche durch die Oeffnung F eines verfinsterten Zimmers (Optik 25.) einfallen, und gerade nach Y auf den Boden gehen wollen, fange man mit einem gläsernen dreyeckichten Prisma ABC auf: das Loch mag etwa $\frac{1}{3}$ Zoll im Durchmesser haben, und die Seitenlinien des Prisma (Geom. 53. S.) machen mit den einfallenden Strahlen rechte Winkel. So zeigt sich hinter dem Prisma ein farbichtes Bild PT; das

längst herunter ohngefähr mit zwo parallelen geraden Linien, oben und unten mit Halbkreisen begränzt ist. Man sieht, daß dieses Bild von farbichten Strahlen gemacht wird, die hinter dem Prisma fortgehen und von der Wand aufgefangen werden. Diese Strahlen sind gebrochne von dem Lichte, das auf das Prisma fällt. Die Farben halten allezeit einerley gewisse Ordnung, und man unterscheidet besonders folgende sieben von T nach P zu: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indig, Violet.

45. Zus. Wenn man sich den Sonnenstrahl oder Strahlencylinder, SF als aus einer Menge parallel aneinander liegender Strahlen zusammengesetzt vorstellt, so machen diese alle einerley Winkel mit der Ebene des Prisma BC auf welche sie fallen. Sie werden in dieser Ebene, und zum zweytenmahle in der Ebene AC, wo sie ausgehen, gebrochen. Wäre die Verhältniß der Refraction (9) für jeden dieser Strahlen so groß als für den andern, so würde einer so viel beym Eingange gebrochen als der andere, des einen gebrochner fiele also auf AC eben so schief auf, als der gebrochne des andern, und folglich würden beyde beym Ausgange wieder gleichviel gebrochen. Die Wirkung des Prisma wäre also blos den Strahlencylinder aus der Lage FC in eine andere zu bringen, übrigens aber seine Gestalt ungeändert zu lassen, weil die ausfahrenden Strahlen

so

so gut unter sich parallel seyn müßten als die einfallenden. Da nun das Bild PT viel länger ist als dem Durchmesser des Strahlencylinders gemäß wäre, so müssen die ausfahrenden Strahlen nicht mit einander parallel seyn, folglich nicht alle gleichviel gebrochen werden, ob sie gleich unter einerley Winkel auf FC einfallen.

46. Zus. Dieses muß mit den Farben zusammenhängen. Der Theil des Sonnenlichtes, welcher die Empfindung der rothen Farbe macht, der rothe Strahl, wird durch die Brechung weniger aus seinem Wege gebracht als der Violetstrahl, welcher die Empfindung der Violetfarbe verursacht (44), also kann man sagen, das rothe Licht breche sich bey einerley Art des Einfallens weniger, es sey weniger brechbar als das Violetlicht, und so unterscheiden sich die verschiedenen Farben an den Graden der Brechbarkeit (refrangibilitatis) wenn nähmlich der rothe Strahl beym Eingange in AC weniger gebrochen wird als der Violetstrahl, und wenn sich dieses beym Ausgange eben so verhält, so kann man sich leicht durch eine Zeichnung begreiflich machen, daß beyde Strahlen hinter dem Prisma aus einander fahren müssen.

47. Erf. Wenn man die Farbenstrahlen, wie sie nach PT zu gehen, mit einem erhabenen Glase auffängt, so stellen sie in ihrem Ver-

einigungspuncte wieder weißlichtes Sonnenlicht von der Farbe dar, wie das einfallende war.

48. Erf. I. Wenn man einen einzigen Farbenstrahl durch ein anderes Prisma von neuem bricht, so wird er zwar aus seinem Wege gebracht, aber er zeigt keine neue Farbe.

II. Das Sonnenlicht besteht aus farbichten Lichte das kenntlich wird wenn man es von einander sondert, (44; 47) und die (44) erzählten Farben sind Theile des Sonnenlichts, die wir als einfach ansehen müssen weil wir sie nicht weiter zergliedern können, (48).

III. An einander gränzende Farben (44) z. E. Indig, Violet, sind verwandt; Es ist also glaublich daß eine in die andre durch unmerkliche dazwischen fallende Schattirungen übergeht. So wären vielleicht mehr einfache Farben als die genannten sieben, aber wir können nur diese bestimmt unterschieden darstellen.

49. Erf. I. Körper die vom Tageslichte erleuchtet gewisse Farben darstellen, z. E. Zinnober, Indig, zeigen im versinsterten Zimmer, die Farbe des Strahles in welchen man sie bringt, Zinnober blau, Indig roth.

II. Die gewöhnliche Farbe eines Körpers, muß also daher rühren, daß er, von dem vermischten Tageslichte erleuchtet, Strahlen gewisser Art am häufigsten nach unserm Auge sendet, unter denen sich die übrigen verliehren.

Be-

Bekömmt der Körper nicht diese vermischten Strahlen, sondern nur Licht von einer gewissen Farbe, so kann er das Auge auch nur mit dieser Farbe rühren. Daß also Zinnober im blauen Strahle blau aussieht, ist so wenig zu bewundern, als daß Zinnober im Dunkeln gar keine Farbe zeigt.

III. Bringt man aber Zinnober in den rothen Strahl, so bestätigt die Erfahrung, was man schon erwarten wird, daß er sich sehr lebhaft roth zeigt, lebhafter als ein andrer rother Körper, der im Tageslichte nicht so lebhaft roth als Zinnober aussähe.

IV. Wenn eine Materie die einen Körper überzieht oder ihn durchdringt, verursacht daß er nun eine gewisse Farbe darstellt, so pflegt man diese färbende Materie auch Farbe zu nennen, aber nicht in der Bedeutung (44). Lateinisch könnte man, Farben des Lichtstrahles, wie sie das Prisma darstellt, colores nennen, und färbende Materien pigmenta.

50. Anm. I. Newton hat diese Entdeckungen 1666. zu machen angefangen. Seine Lectiones Opticae zu Cambridge 1669; 70; 71; gehalten, lehren schon Unterschiedenes davon, mit mehr zu den Anfangsgründen Gehörigem verbunden. Sie sind das XVIII. Opusculum in Joh. Castilioneus aus 3 Quartbänden bestehenden Sammlung: If. Newtoni, Opuscula, Mathem. Philos. Philol. Genf 1744; Blos dieser Farbenlehre ist seine Optik bestimmt, die Sam. Clark lateinisch übersetzt hat. Optice... Londin. 1706.

II. Daselbst Lib. II. Part. I. Prop. 7. und Part. II. Prop. 3. giebt er, die Verhältniß der Refraction für rothes Licht = 77 : 50; violettes 78 : 50; grünes, $77\frac{1}{3}$ oder $77\frac{1}{2}$: 50. Dieses Brechung fällt ohngefähr ins Mittel zwischen jene äusersten. Man hat also für eine mittlere Verhältniß überhaupt 77, 5 : 50 welches = 31 : 20 ist, von (9) nicht sehr unterschieden.

51. Zus. Wenn die Sache DE 13. Fig. (38) vermischtes Licht, wie das natürliche ist, auf das Glas sendet, so entstehen von ihr so viel Bilder, so vielerley Farben dieses Licht enthält, und das rothe und Violet-Bild sind am weitesten von einander. Jenes wird weiter hinter dem Glase, dieses näher stehen, die Strahlen nähmlich, die weniger gebrochen werden, machen ein entlegener Bild. Dieses nennt man die **Abweichung der Strahlen wegen der Farben** (aberratio ob diuersam refrangibilitatem). Meine Abhandlungen de aberrationibus lentium sphaericar. Comm. Soc. Gott. Tom. I. et II. 1751; 52.

52. Zus. Wären die Strahlen, welche von der Sache DE kommen, alle von einerley Art, daß nur ein einziges Bild entstünde wie 38, so würde dieses Bild kenntlich seyn, wenn man es mit einem Papiere in Fe auffinge: Alsdenn fiele nähmlich auf jeden Punct des Papieres Licht von einem einzigen Puncte des Gegenstandes. Hielte man aber das Papier zwischen Fe und das Glas; und finge das Licht, das erst nach dem Bilde zu gehen will, auf; so durchschnit-

schnitte man die Kegel des gebrochnen Lichtes, dergleichen NMe einer ist, zwischen ihrer Grundfläche und ihrer Spitze; weil kein solcher Durchschnitt ein Punct ist, so wäre das Licht, das von einem Puncte der Sache wie E kömmt, auf dem Papiere nicht in einem Puncte beysammen, sondern es füllte da einen Kreis aus, wenn das Papier mit Fe parallel gehalten wird. Stellt man sich nun einen andern Punct der Sache unweit E vor, dessen Licht das Glas nach einem Puncte des Bildes unweit e brechen wird; so werden diese beyden Kegel des gebrochnen Lichtes, die ihre Spitzen nahe beysammen, und beyde das Glas zur Grundfläche haben, einander nothwendig schneiden; und wenn man also ihr Licht zwischen dem Glase und Fe auffängt so bekömmt man auf einer Stelle des Papiers Licht von beyden Puncten der Sache. Es erhellt, daß dieses von mehrern Puncten der Sache gilt, die nahe bey E liegen. Das Licht von jedem Puncte nähmlich ist auf dem Papiere in einen kleinen Kreis ausgebreitet, und verschiedene solcher Kreise schneiden einander; daher auf die Stellen, die sie mit einander gemein haben, Licht von verschiedenen Puncten fällt. So wird also auf dem Papiere nicht jeder Punct der Sache einzeln, sondern nur Licht empfindlich seyn (Opt. 28.), oder es wird eine Undeutlichkeit entstehen, die sich immer vergrössern wird, je weiter man das Papier von Fe entfernt. Eben dieses erfolgt auch, wenn das Papier weiter vom Glase als Fe gehalten wird, und die auseinander fahrenden Strahlen auffängt.

53. Zus. Diese Undeutlichkeit wird nun bey Strahlen von verschiedener Art noch grösser werden Denn wenn auch das Bild von einer Farbe auf das Papier fällt, und für sich allein deutlich seyn würde, so ist das Papier doch weiter vom Glase oder näher dabey, als es seyn müsste, das Bild von den andern Farben aufzufangen (51), daher jedes dieser Bilder eine Undeutlichkeit auf die vorhin (52) beschriebene Art verursacht.

Anm. Diese Undeutlichkeit kömmt auf die Brennweite und auf die Breite oder Oeffnung des Glases an; und in Vergleichung mit ihr ist die Abweichung wegen der Gestalt (43) geringe.

54. Anm. I. Ein Farbenstrahl mit einem andern vermischt giebt begreiflich eine neue Farbe.

II. Etwas ähnliches kann man dem Auge so darstellen: Eine kleine Scheibe die sich um eine senkrecht durch ihre Ebene gesetzte Spindel schnell drehen lässt, theile man aus dem Mittelpuncte in Ausschnitte, und überstreiche jeden mit einem andern Pigmente; Wenn sich nun die Scheibe dreht, wird man keine der einzelnen Farben gewahr, die Empfindung der die man gewahr wird muß so entstehen, daß das Auge, in Zeiten nach einander welche die Seele nicht unterscheiden kann, bald von dieser, bald von jener einzelnen Farbe gerührt wird.

III. Eben so, wenn kleine Theile eines Pigments, mit kleinen Theilen eines andern so vermischt werden, daß jedes einzelne Theile von des andern seinen

nen nicht zu unterscheiden sind, geben sie eine neue Farbe.

IV. Bey dieser Farbenmischung der Mahler, müssen die Theilchen der Pigmente, nicht etwa chemisch auf einander wirken, wie wenn man Galläpfeltinctur, und Vitriolsolution zusammengösse; Sie findet also nur statt wenn die Theilchen trocken untereinander gebracht, oder vermittelst einer Feuchtigkeit vereinigt werden die keine solche Wirkungen veranlasst, wie bey Pastelfarben; Günther, praktische Anweisung zur Pastellmahlerey, Nürnb. 1762. Auch bey Muschelfarben.

V. Tobias Mayer, legte 1758. der Göttingischen Societät der Wissenschaften eine Abhandlung de affinitate colorum vor, Tob. Maieri Opera (Gott. 1775.) n. IV. Er nimmt drey Grundfarben an, gelb, blau, roth. stellt sich jede dieser Farben wenn sie rein ist, in zwölf Theile getheilt vor, und setzt, jedes Zwölftheil einer andern Farbe, mache dem Auge was Neues empfindlich; z. E. 11 Theile blau, und 1 Theil roth, oder 10 Theile blau, 1 Theil roth 1 Theil gelb.

VI. So setze man zu

roth	12	11	10	...	2	1	0
gelb	0	1	2	...	10	11	12

das giebt alle Mischungen aus roth und gelb welche das Auge unterscheidet, die beyden äusersten sind reine Farben.

VII. In einer Mischung aus drey Farben, setze man soll ein Theil roth seyn, so giebt es dazu folgende Abänderungen

gelb	1	2	3	...	8	9	10
blau	10	9	8	...	3	2	1

VIII. Man begreift daß die Frage wie vielerley Farben es giebt, sich daraus beantwortet: Auf wie vielerley Arten 12 sich aus zween, oder drey Theilen zusammensetzen lässt. Ohne tiefe Arithmetik, blos mit der Mühe diese Zusammensetzungen zu machen finden sich einfache 3

Mischungen aus zweyen	33
aus dreyen	55
	91

IX. Man setze die drey einfachen in gleiche Weiten von einander, wie in Winkel eines gleichseitigen Dreyecks. Von jeder zur andern lasse man die Mischungen aus ihnen beyden gehn. Das giebt auf jeder Seite 13, die einfache an beyden Seiten denen sie gemeinschaftlich ist, gezählt. Mischungen aus dreyen lassen sich alsdann den Seiten parallel stellen, z. E. die nur einen Theil roth haben, gleich längst der Seite hin, die von Blau nach Gelb geht. So stellte Mayer seine Farben in ein Dreyeck.

Weil nähmlich 91 eine Trigonalzahl ist, deren Seite = 13. (In meiner Analys. 727; der dritten Columne 15 Glied oder das 13te wirkliche das. 733.) In erwähnter Ausgabe von Mayers Werken findet sich dieses Dreyeck, die Farben mit Zahlen angegeben, Tab. II. eine Art von Auszuge daraus illuminirt, jede Seite nur 7 Farben, das Dreyeck 28.

X. Herr Hofr. Lichtenberg verfertigte ihn bey Besorgung der Ausgabe. Die reinen Farben sind: Bergzinnober, Hellberlinerblau, und Gummi Guttä. Man sehe seine Anmerkungen über diese Abhandlung 93 u. f. S.

XI. Mayer gab nicht an, was seine Grundfarben für Pigmente waren, auch nicht, wie er die Verhältniß in den Mischungen bestimmte, ob durch Gewicht der Ingredientien, oder durch Maaß wie Erxleben that. Göttingische gelehrte Anzeigen 1775; 145 Seite.

Erxleben erinnerte auch man solle die eignen Schweren imgleichen die Intensität der Farben bey den Pigmenten, bemerken.

XII. Lambert, Beschreibung einer mit dem calauischen Wachse ausgemahlten Farbenpyramide, Berl. 1772. giebt auch auf mehr Umstände bey diesen Berechnungen acht. Eigentlich stellt er dreyeckichte Querschnitte mit Farben, in einer Pyramide, über einander.

XIII. Aug. Ludw. Pfannenschmids Versuch einer Anleitung zum Mischen aller Farben aus blau gelb und roth, herausgegeben von Ernst Rud. Schulz; Hannov. 1781; Jede Farbe wird da in 18 Theile getheilt, wie bey Mayern in 12; Indessen werden in einem Dreyecke nur 64 Fächer vorgestellt, also nicht alle Mischungen, deren begreiflich mehr als bey Mayern wären.

XIV. Bey diesen Untersuchungen, hat man sich manchmahl ausgedruckt, als würden die newtonischen sieben Hauptfarben, auf drey gebracht. Mayer selbst thut so was am Anfange seiner Abhandlung. Darüber behalte ich zum Andenken des damahligen hiesigen Lehrers der Arzneykunst, Röderers, das sehr richtige Urtheil auf, das er mir bey der Versammlung wo diese Abhandlung vorgelesen wurde sagte; Er saß neben mir: Mayer verwechselt pigmenta und colores. Aus dem beygebrachten erhellt, daß diese Untersuchungen, färbende Materien betreffen, die man zu ihrer Brauchbarkeit angeben muß; Auch der Grund auf welchen die Mischungen getragen werden hat Einfluß.

XV. So kömmt aus China roth Papier mit schwarzen Zügen, die grün scheinen.

Heinrich der IV. hat erzählt daß sich ihm und andern beym Würfelspielen Blutstropfen gezeigt hätten. Voltaire versichert als eine bekannte Sache: Schwarze Puncte wenn sie einen gegebenen Winkel mit den Sonnenstrahlen machten schienen roth. Herrn Beguelin war dieses gleichwohl nicht bekannt; Nouv. Mem. de l'Ac. de Pr. 1771. p. 8. Er konnte den gegebenen Winkel nicht finden, aber wenn

wenn das Sonnenlicht ihm einige Zeit auf die Augen geschienen hatte, kamen ihm gedruckte Buchstaben auf einem Papiere im Schatten, roth vor; Das Licht fiel also unter keinem Winkel auf das Papier. Einer von den häufigen Fällen, wo Voltaire in einem erhabenen Tone grosse Ungereimtheit sagt, die seine Anbeter als grosse Weisheit anstaunen. Daß Sonnenlicht welches eine Zeitlang aufs Auge geschienen hat, auch im geschlossenen Auge Empfindung von Farben hinterlässt, ist bekannt; Diese Erscheinung mag damit verwandt seyn, Herr Beguelin macht darüber lehrreiche Betrachtungen auch in Beziehung auf Heinrichs Erzählung.

Das Auge.

55. Der Bau des Auges braucht hier nur so weit beschrieben zu werden als nöthig ist, aus den bisher vorgetragenen Lehren zu begreifen, wie es mit dem Sehen zugehen mag. Und auch diese Beschreibung kann hier gar nicht vollständig seyn.

56. Der **Augapfel** (bulbus oculi) besteht aus festen Theilen, die **Häute** (tunicae) und aus flüssigen, die **Feuchtigkeiten** (humores) heissen. Drey Häute machen das Gehäuse des Augapfels aus. Die äuserste, welche den ganzen Augapfel von ausen umgiebt, heisst die **harte** (sclerotica); ihr vorderer Theil von seiner Durchsichtigkeit die **Hornhaut** (cornea). An der innern Fläche der harten Haut liegt unmittelbar die **aderichte** (choroidea) und an ihr zu innerst im Auge das **Netzhäutchen** (retina). Das Weisse im Auge wird von der

flech=

flechsichten oder weissen Haut (tendinea s. albuginea), ausgemacht, auf welcher die gemeinschaftliche Haut des Auges (adnata s. coniunctiua) liegt.

57. Die wässerichte Feuchtigkeit befindet sich gleich hinter der Hornhaut; hinter ihr liegt die crystallene und hinter dieser die glasartige. Die beyden letztern sind in eigene Häutchen als in Behältnisse eingeschlossen.

58. Die Hornhaut ist etwas erhabener als die fortgesetzte runde Fläche der harten Haut seyn würde; ohngefähr als wenn die harte Haut ein Stück einer Kugelfläche ausmachte, an welches vorn ein Stück einer Kugelfläche von einem kleinern Durchmesser angesetzt wäre.

59. Die Aderhaut ist schwärzlich und hänget an der harten Haut vermittelst einer Menge kleiner Adern, vom Hintertheile des Auges an, bis an die gemeinschaftliche Gränze der Hornhaut und der harten; da verlässt sie den Umfang des Augapfels und macht eine durchsichtige Scheidewand, welche die Abschnitte der kleinen und der grossen Kugel (55) von einander sondert. Dieses Stück heisst die Traubenhaut (vuea) oder auch der Regenbogen (iris) die Oeffnung in ihm der Stern (pupilla).

60. Im Hintertheile des Auges seitwärts, nicht gerade hinter dem Sterne, aber senkrecht auf die Fläche des Augapfels, tritt der Gesichtsnerve (neruus opticus) hinein. Von

ihm breitet sich die Netzhaut bis fast vor an die crystallene Feuchtigkeit aus.

61. Der Crystall ist auf beyden Seiten erhaben; wenn man ihn aus dem Auge herausnimmt, so macht er ein Bild wie ein erhabenes Glas (38), welches sehr nahe hinter ihm liegt. Man kann also schliessen, er werde eben dergleichen Bild im Auge machen, und die Erfahrung rechtfertiget diesen Schluß; denn wenn man am Hintertheile eines Auges die harte Haut geschickt ablöset, daß man hineinsehen kann, so zeigt sich dergleichen Bild auf dem Boden des Auges (Carteſ. Dioptr. cap. 5.); Dieses Bild ist weiter von der Crystallenlinse entfernt als das vorige, weil der Crystall im Auge die Strahlen von der wässerichten Feuchtigkeit empfängt, und in die glasartige sendet. Die Dichte dieser Materien ist von des Crystalls Dichte nicht so weit unterschieden als die Dichte der Luft, daher werden die Strahlen, die aus der wässerichten Feuchtigkeit in den Crystall, und aus ihm in die glasartige Feuchtigkeit fahren, nicht so stark gebrochen, als die, welche aus Luft in den Crystall und aus ihm in Luft fahren (15), und machen also ein entlegener Bild (51).

62. In der vorhergehenden anatomischen Beschreibung habe ich Winslows Anat. IV. B. 202. u. f. gefolgt. Zinn Deſcript. anatom. oculi humani. Abmessungen von den Theilen des

des Auges gibt Jurin vom deutlichen Sehen; 44. §. bey meiner Ausgabe von Smiths Lehrbegriff der Optik. Häselers Betrachtung des menschlichen Auges, Hamburg 1772; enthält auser der Beschreibung des natürlichen, und Vielem zur Optik gehörigen, auch Nachricht von einer künstlichen Vorstellung des Auges, noch vollkommner als man sie sonst, unter den Kunststücken der Drechsler, z. E. in Teubers Drehkunst, findet. Einfacher, und doch das Hauptsächliche vom Sehen zu erläutern zulänglich, ist ein erhabenes Glas, das die Sachen hinter sich auf einem mattgeschliffnen Glase abbildet. Durch Veränderung der Weiten beyder Gläser, macht man das Bild undeutlich und bringt es durch Gläser wie unten (78; 83) wieder zur Deutlichkeit.

63. Wir sehen also, indem sich die Sachen auf dem Boden des Auges abmahlen. In den Streit, ob die Netzhaut oder die aderichte das Werkzeug der Empfindung sey, kann ich mich hier nicht einlassen. Siehe den Lehrbegriff der Optik 25. u. f. Anmerk. über das I. B.

64. Man kann das Auge mit einem verfinsterten Zimmer (Opt. 25.) und seinen Boden mit desselben Wand vergleichen. Aber so weit muß man die Vergleichung nicht treiben, daß die Seele der Zuschauer seyn sollte. Denn sie sieht das Bild im Auge ihres Körpers, nicht wieder mit andern Augen an, wie der Zuschauer

thut.

thut. Wir können also nur so viel sagen, daß dieses Bild und ihre Empfindung, mit einander nach Gesetzen übereinstimmen, deren Ursachen uns so lange unbekannt bleiben, so lange wir nicht wissen,

— — Wie Wesen fremder Art
Der Seele Werkzeug sind.

v. Haller.

65. Aus dieser Ursache finde ich keine Schwürigkeit darinne, daß wir die Sache aufgerichtet sehen, obgleich ihr Bild von Allen verkehrt angenommen wird. Siehe Hamburgisches Magazin 8. B. 4 St. 8. Art. und 9. B. 1. St. 4. Art. Daß wir aber mit zwey Augen nur eine Sache sehen, rührt ohne Zweifel daher, weil zwar jedes Auge eine Empfindung veranlasset, aber beyde Empfindungen einander völlig ähnlich sind, und die Sache an einem Orte vorstellen; denn sobald wir die Augen dergestalt verdrehen, daß das letzte nicht mehr statt findet, sobald sehen wir die Sachen doppelt; Lehrbegriff der Optik 1. B. 137. §. In der That ist auch die doppelte Empfindung durch zwey Augen von der einfachen durch ein Auge an Lebhaftigkeit unterschieden. Lehrbegriff der Optik 196. Anmerk. über den 1. B. und Anmerk. über den 187... 190. Abs. das III. B. Porterfields Abhandlung von den Bewegungen der Augen. Edinburg. Vers. III. Th. 12. Art. Sömering, über die Durchkreuzung der Sehener=

henerven. Hessische Beyträge, 1. B. 1785; 1. und 4. Stück.

66. Der Crystall im Auge hat wie das erhabene Glas im finstern Zimmer (Opt. 29.) den Nutzen, vieles Licht, das von den Sachen auffällt, in den engen Raum eines Bildes zu sammlen (42), und dadurch ein helles und lebhaftes Bild zu machen. Ein Bild überhaupt, das nur mätter und vielleicht nicht so deutlich wäre, könnte ohne beyde entstehen. So verhält es sich mit Augen, welche den Crystall durch Staarstechen verlohren haben. Boerhaave; de morb. ocul. p. 144; 148. ed. Paris. 1748. und mit dem Exempel beym Thümmig Erklärung merkwürdig. Begebenh. XV. Art.

67. Die bisher beschriebenen Gesetze des Sehens, hat Kepler in paralipomenis ad Vitellionem p. 205. zuerst entdeckt.

68. Wir sehen deutlich oder undeutlich, nachdem das Bild auf dem Boden des Auges, in dem Verstande wie beym Glase (52), deutlich oder undeutlich ist. In dem ersten Falle nähmlich, wird eine gegebene Stelle auf dem Boden des Auges nur von Lichte, das von einem einzigen Puncte der Sache herkömmt, gerührt, in dem andern Falle, kömmt auf diese Stelle Licht von verschiedenen Puncten der Sache. Wenn es also die Veranlassung zu einer Empfindung der Seele ist, daß eine gewisse Stelle auf dem Boden des Auges von Lichte ge-

rühret wird; so wird diese Empfindung die klare Empfindung eines einzigen Punctes im ersten Falle; und die undeutliche Empfindung des Lichtes von vielen Puncten zugleich, im zweyten seyn. Die Empfindung der ganzen Sache ist aus diesen einzelnen Empfindungen als aus Theilen zusammengesetzt.

69. Wenn man also eine nahe Sache deutlich sieht, so muß das Bild weiter hinter dem Crystalle liegen, als das Bild einer entfernten Sache läge, die man auch deutlich sähe; wofern Crystall und alles übrige im Auge ungeändert bliebe (31).

70. Nun lehret uns die Erfahrung, daß wir in kurzer Zeit nach einander, nahe und entlegene Sachen deutlich sehen können. Folglich muß sich unser Auge zu beyden Absichten so ändern können, daß das Bild einmahl wie das andere deutlich auf den Boden des Auges fällt. Man kann sich zweyerley Arten vorstellen, wie es mit dieser Veränderung zugehen könnte. Bleibt die Gestalt des Crystalls, wie die Dichtigkeit der Feuchtigkeiten ungeändert; so muß er nahe bey dem Boden des Auges seyn, wenn das Auge eine entlegene Sache deutlich siehet, und weiter davon, wenn es eine nahe Sache deutlich siehet. So müsste also das Auge seine Gestalt ändern und sich verlängern, wenn es nach einer entlegenen Sache eine nahe betrachten wollte. Mit dieser Aenderung wäre zugleich

gleich eine Aenderung wenigstens der vordern Fläche der Hornhaut und der wässerichten Feuchtigkeit verbunden, welches auch die Brechungen ändern müsste. Aber die Gestalt des Auges könnte auch ungeändert bleiben und der Crystall für die entlegene Sache erhabener, für die nahe flächer werden (32). Welche von beyden Aenderungen geschieht, oder ob von jeder etwas geschieht, die ganze nöthige Aenderung hervorzubringen, lässt sich meines Wissens aus unserer bisherigen Kenntniß nicht ausmachen, doch sehe man den Lehrbegr. der Opt. 5. Anm. über das I. B. Vielleicht könnte man noch andere Arten, obgleich mit geringer Wahrscheinlichkeit, erdenken; z. E. Veränderungen in der Dichte der Flüssigkeiten. Olbers de oculi mutationibus internis, Gotting. 1780.

71. Der Stern im Auge zieht sich bey starkem Lichte zusammen, und öffnet sich bey schwachem. Wie dieses zugehe, ist auch noch nicht völlig ausgemacht. Weitbrecht hat eine Hypothese solches zu erklären angegeben; Comment. Ac. Sc. Petrop. T. XIII. p. 349. Wünsch, Abhandl. quae Visus phaenomena quaedam explicat, Leipzig 1774.

72. Die Erfahrung bestimmt eine gewisse Gränze, wie weit Sachen zum wenigsten von uns seyn müssen, wenn wir sie recht deutlich sehen wollen. Huygens Dioptr. Pr. 59. setzt sie auf 8 rheinl. Zolle. Man nimmt überhaupt

8 Zoll an, weil es nicht möglich ist, bey der Verschiedenheit der Augen ein bestimmteres Maaß anzugeben. Sachen, die dem Auge sehr viel näher gerückt werden, erscheinen dem Auge immer undeutlicher und undeutlicher, und werden ganz und gar undeutlich, wenn man sie dem Auge ganz nahe bringen wollte.

73. Da ihr Sehewinkel aber immer zunimmt (Opt. 34.), so muß man die scheinbare Grösse von der Deutlichkeit unterscheiden. Eine Sache kann dem Auge groß aussehen, d. i. unter einem grossen Winkel einfallen, und doch der Undeutlichkeit wegen unerkenntlich seyn.

74. In der angeführten Stelle der Optik ward das Auge als ein Punct betrachtet. Hier kann man für diesen Punct, den Mittelpunct des Sternes im Auge, oder vielleicht richtiger den Mittelpunct des Crystalls nehmen, wenn man den Crystall mit dem Glase (35) vergleicht. Aus eben dieser Vergleichung folgt vermöge (40) daß das Bild klein oder groß ist, nachdem der Sehewinkel klein oder groß ist.

75. Wie weit entlegene Sachen von uns entfernt seyn müssen, wenn sie uns undeutlich erscheinen sollen, lässt sich nicht einmahl so ohngefähr bestimmen, wie es mit nahen Sachen (72) geschehen ist. So viel weiß man nur, daß entlegene Sachen uns undeutlich und unerkenntlich werden, auch wenn ihr Sehewinkel noch groß genug wäre (Opt. 38.).

76. Daß

76. Daß Sachen, deren Sehewinkel allzuklein wird, uns verschwinden, rühret vermuthlich daher, weil ihr Bildchen in dem Auge zu klein wird, weil es eine zu kleine Stelle im Auge rührt, als daß die Empfindung, die dadurch veranlasst wird, merklich seyn könnte. Dieses bestätiget sich dadurch, weil Sachen, die unter einem sehr kleinen Winkel einfallen, doch von uns noch empfunden werden, wenn sie sehr stark leuchten, und daher die kleine Stelle im Auge lebhaft rühren, z. E. Lichtflammen bey Nacht; Fixsterne.

Fehler der Augen; und wie man ihnen durch einfache Gläser hilft.

77. Ein Auge heisst kurzsichtig (myops) wenn es nur nahe Sachen deutlich siehet. Man kann sich die Ursache dieses Fehlers folgendermassen vorstellen:

Q P O q F

Q sey ein Punct in der Axe des Auges; in der Linie, welche die Axe des Crystalls wie in (17) vorstellen möchte, und durch des Sterns im Auge Mittelpunct geht; Diese Axe selbst sey QOqF und sie schneide das Auge vorn an der Hornhaut in O; hinten am Boden in F, daß OF das Stück ist, das im Auge liegt, und so zu reden die Länge des Auges ausmacht. Wenn nun das Bild einer nahen Sache P auf des Auges Boden in F fällt, so wird das Bild ei-

 ner

ner entlegenen Q in eben demselben völlig ungeänderten Auge zwischen O und F, z. E. in q fallen (33), folglich die Empfindung undeutlich seyn (68). Das Auge kann nähmlich nicht die gehörige Veränderung (70) vornehmen, damit beyde Bilder sowohl von P als von Q auf seinen Boden fielen.

Die Benennung ist von μύω abgeleitet, weil kurzsichtige beym Sehen das Auge fast schliessen. Alex. Aphrodisaeus Probl. 74. L. I. Io. Chph. Sturm, disp. resp. Io. Iac. Scheuchzero de Presbytis et Myopibus. Alt. 1693.

78. Soll ein solches Auge die Sache Q, die ich weit entlegen setze, deutlich sehen; so muß es von ihr die Strahlen so bekommen, als kämen sie von der nahen Sache P her. Dieses kann bewerkstelliget werden, wenn gleich vor das Auge ein Hohlglas gehalten wird. Die Strahlen, welche auf dieses Hohlglas aus dem entlegenen Q mit der Axe fast parallel einfallen, werden in ihm so gebrochen werden, als kämen sie aus seinem Zerstreuungspuncte her (27. 28). Ist also OP die Weite dieses Zerstreuungspunctes vom Glase, oder fällt er gleich in P, so wird das Auge vermittelst des Glases die Strahlen so bekommen, als kämen sie von P her. Da nun Strahlen, die von P kämen, in ihm ein deutliches Bild in F machen würden, so müssen Strahlen, die von Q kommen, vermittelst des Glases eben das thun. Wenn

Wenn bey Q eine ganze Sache steht, von welcher nur der Punct Q in der Axe ist, und die andern Puncte auf beyden Seiten der Axe liegen, so erhellt aus (39) daß diese ganze Sache auf eben die Art deutlich gesehen wird.

79. Weil von verschiedenen Augen eines kurzsichtiger ist, als das andere, so muß jedes die grösste Weite OP auf welche eine Sache, die es noch deutlich sehen soll, von ihm entfernt werden mag, messen, und ein Hohlglas, dessen Zerstreuungspunct eben diese Weite hat, wählen. Wählte es sich ein Hohlglas, das den Zerstreuungspunct näher bey sich hätte, das mehr vertieft wäre, so würde es sich dadurch gewöhnen, durch Strahlen deutlich zu sehen, die von nähern Puncten herkämen als die Weite OP beträgt, d. i. es würde sich kurzsichtiger machen.

80. In diesen Schlüssen ist Q unendlich entfernt angenommen; und sie bleiben noch ohne merklichen Fehler richtig, wenn Q nur ziemlich weit, z. E. auch nur 10; 20; u. s. f. Fuß entfernt ist, weil schon alsdenn die Weite OQ in Vergleichung mit OP ziemlich groß seyn wird.

81. Man sucht hiebey nur die Deutlichkeit. Uebrigens sehen die Sachen durch ein solches Hohlglas kleiner aus; oder ihr Sehewinkel wird vermindert, man wählt (79) das welches am wenigsten verkleinert.

82. Ein Auge heisst weitsichtig (presbyta) wenn es nur entlegene Sachen deutlich sieht; die Linie und die Buchstaben bedeuten wieder eben das Vorige, so wird bey diesem

P Q O F q

Auge das Bild der entlegenen Sache P auf seinen Boden in F; und folglich, wenn sich nichts im Auge ändert, das Bild der nahen Sache Q hinter den Boden, in q fallen.

83. I. Das Bild von Q auf den Boden zu bringen, halte dieses Auge ein erhabenes Glas gleich an sich, dessen Brennweite OQ ist (21), dieses wird die Strahlen, die aus Q auffallen, so brechen, daß sie auf das Auge mit der Axe parallel (33) also dergestalt kommen, als kämen sie von dem weit entlegenen Puncte P her; folglich wird das Auge Q vermittelst des Glases eben so empfinden, wie es P ohne Glas empfände.

II. Sieht das Auge wirklich sehr weit entlegene Sachen, oder solche, die ihm Parallelstrahlen zuschicken, deutlich, so kann es jedes erhabene Glas gebrauchen, denn es darf sich nur von der Sache Q so weit entfernen, als die Brennweite seines Glases beträgt. Mit dem Kurzsichtigen verhielt es sich anders (79). Diese Gleichgültigkeit fände statt, wenn der Weitsichtige die Strahlen allemahl parallel bekommen wollte. Weil aber ein Weitsichtiger doch allezeit Sachen in einer gewissen endlichen, obgleich vielleicht etwas grossen Entfernung vor sich deutlich sieht, so sey OP die geringste dieser Entfernungen, so daß eine Sache in P dem Auge in O schon etwas undeutlich aussieht, und immer undeutlicher wird, je näher sie kömmt. Nun will dieses Auge doch eine nähere Sache Q deutlich sehen. Ich sage, es müsse zu dieser Absicht ein Glas wählen, das ans Auge gehalten die Strahlen, die aus Q auffallen, so bricht, als kämen sie aus P. Wählte es ein Glas, das diese Strahlen so bräche, als kämen sie von einem Puncte, der entlegener ist als P, so würde es sich dadurch gewöhnen durch Strahlen deutlich zu sehen, die noch von entlegenern Puncten, als die Weite OP beträgt, herkämen; d. i. es würde seinen Fehler der Weitsichtigkeit immer vergrössern.

III. Wie man die Brennweite dieses Glases, das sich für dergleichen Auge am besten schickt, finden soll, habe ich im Lehrbegriff der Optik 43. Anmerk. über das 1. B. gewiesen. Die Regel, welche daraus folgt, ist diese: Ein Weitsichtiger muß von Gläsern von verschiedener Brennweite, durch die er eine nahe Sache (mit gehöriger Veränderung der Entfernungen, die ihn die Erfahrung bald lehren wird) gleich deutlich siehet, dasjenige wählen, das die längste Brennweite hat, d. i. das am wenigsten erhaben ist, oder am wenigsten vergrössert. Denn die Absicht geht hier wieder nicht auf die Vergrösserung, sondern auf die Deutlichkeit.

IV. An den gewöhnlichen Brillen setzt Martin Philos. Britannic. im II. Anh. III. Th. 425. S. Deutsch. Uebers. zweene Fehler aus; Daß sie zu viel Licht auf die Augen senden, und ihre Axen nicht mit der Augen ihren zusammen fallen, und weist wie man solchen abhelfen könne.

84. I. In so fern beyde Augenfehler darauf ankommen, daß auf der Netzhaut kein deutliches Bild entsteht, liesse sich ihnen abhelfen, wenn der Gegenstand sein Licht nur durch eine kleine Oeffnung ins Auge sendet, wie durch das enge Loch im finstern Zimmer (Opt. 27.).

II. So glauben Kurzsichtige durch die hohle Hand etwas besser in die Ferne zu sehen. Büffon fand daß man Gegenstände in der Ferne erkennte wenn man längst eines langen schmalen Saales hinsah, welches er lunettes sans verre nennte Journal de lecture Tom. II. p. 103.

III. Einen Saal zum Fernrohre zu bauen, wäre wohl etwas weitläuftig. In einem alten Manuscripte des bairischen Klosters Scheyern, ist Ptolemäus abgebildet, der vor dem Auge etwas wie ein Fernrohr mit vier Auszügen nach Sternen richtet. Mabillonii Iter germanicum ed. Hamb. 1717. p. 54. Ein Rohr wie der Mahler gekannt hat ist gewiß ohne Gläser gewesen, und hat keine Absicht haben können, als deutlicher zu sehen, oder die Richtung nach der

man

man sähe genauer anzugeben. Vom Gerbert, nachmaligen Pabst Sylvester II. (dessen Geometrie ich in meiner geometrisch. Abhandlungen I. Samml. 1. Abh. beschrieben habe) meldet Dithmar, Bischof zu Merseburg, in seinem Chronico, lib. 6. p. 399. ed. Leibnit. 1707; fol. er habe zu Magdeburg eine Uhr gemacht, und solche richtig gestellt considerata per fistulam stella nautarum duce. Das Rohr hat also für Diopter gedient. Man braucht noch jetzo Röhre bey Feldmesserwerkzeugen zum Absehen, wo etwa Löcher in Querblechen die Gesichtslinie angeben.

IV. Ein Mann dem die Augen trübe wurden daß er selbst grobe Schrift nicht mehr erkennen konnte, brauchte lederne oder papierne Röhre, inwendig geschwärzt, und vorne enger zugehend, wodurch er kleine undeutliche Schrift so gut als in seiner Jugend wiederum las, auch Farben besser als zuvor unterschied. Phil. Trans. n. 37. (1668.) Die Eskimaux verwahren ihre Augen mit Röhren vor dem Schnee wodurch sie zugleich besser in die Ferne sehen. Ellis Reise nach der Hudsonsbay.

85. Ein dritter Fehler des Auges lässt sich wenigstens nicht für unmöglich erklären, vermöge dessen es nur durch Strahlen deutlich sähe, die nach Puncten hinter ihm zusammen gingen. Da aber bisher keine Exempel davon bekannt sind, so halte ich mich dabey nicht auf.

Siehe

Siehe Lehrbegriff der Optik 43. Anmerk. über das 1. Buch.

Einige Sätze in Boerhaave de morb. ocular. und Hallers Physiologie, das Auge betreffend, berichtiget Kaestner, in Optica quaedam Boerhaauii et Halleri, Lips. 1785.

Die Fernröhre.

86. Bey sehr entlegenen Sachen sucht man nicht nur sie deutlich zu sehen, sondern auch den Sehewinkel zu vergrössern, damit sie nicht ganz oder Theile von ihnen wegen dessen Kleinigkeit unempfindlich werden. Werkzeuge, die dieses verrichten, heissen Fernröhre. Ich kann so viel hier davon sagen, als zu ihrem gemeinsten Gebrauche nöthig ist, aber Beweise davon zu geben, wäre zu weitläuftig.

87. Das galiläische oder holländische Fernrohr 15. Fig. bestehet aus einem erhabenen Vorderglase (Objective) A und hohlen Augenglase (Oculare) B. Eine entlegene Sache PQR würde im Brennpuncte des Vorderglases ihr Bild pqr machen, wenn dieses Glas allein vorhanden wäre. Die Strahlen aber, welche nach diesem Bilde zugehen, werden vom Augenglase aufgefangen. Dasselbe steht so, daß sein Zerstreuungspunct in die Stelle des Bildes q fällt, oder seine Brennweite Bq ist, wie Aq des Augenglases seine. So bricht es die Strahlen, die nach q zu wollten der Axe paral-

parallel; die Strahlen, die von einem andern Puncte des Gegenstandes, z. E. P nach dem zugehörigen Puncte des Bildes p wollten, werden ebenfalls im Hohlglase so gebrochen, daß sie unter sich parallel gehen (wie 37). Ein Auge also, das hinter das Hohlglas gehalten wird, bekömmt von jedem Puncte der Sache Strahlen, die unter sich parallel sind. Sieht es also gut in die Ferne, d. i. sieht es jeden Punct deutlich, von dem es Parallelstrahlen bekömmt, so wird es auch durch dieses Werkzeug deutlich sehen. In so weit hilft ihm also das Werkzeug nichts, denn es würde auch blos die Sache deutlich sehen. Aber diese Verbindung der Gläser vergrössert den Sehewinkel. Die Sache erscheint nähmlich dadurch dem Auge unter einem Winkel, der so vielmahl grösser ist als derjenige, unter welchem sie ohne Gläser erscheinen würde, so vielmahl die Brennweite des Augenglases in der Brennweite des Vorderglases oder Bq in Aq enthalten ist. Einen Begriff von dieser Sache zu geben, so stelle man sich den Strahl PA vor, der durch des Vorderglases Mittelpunct gehet. In ihm wird das Bild des Punctes P seyn, das vom Vorderglase gemacht wird (35). Das Augenglas aber fängt ihn in G auf und bricht ihn in die Richtung Gγ, deren Verlängerung rückwärts GOH ist; daß er mit der Axe den Winkel AOH macht. Ein Auge nun, das den Punct P vermittelst dieses Strahles Gγ empfindet,

det, wird den Theil QP der Sache unter dem Winkel AOH sehen; ohne Gläser aber sähe es diesen Theil unter dem Winkel PAQ; weil die Sache nähmlich ungemein entfernt ist, so ist es gleich viel, ob das Auge sie aus der Stelle A, oder aus einer Stelle, die hinter den Gläsern liegt, ansähe. Nun kann man zeigen, daß sich die Winkel PAQ; AOH; wie Bq: Aq verhalten. Man berechnet also die Vergrösserung so, daß man des Vorderglases Brennweite mit der Brennweite des Augenglases dividirt; der Quotient gibt die Vergrösserung. Endlich erscheinet die Sache aufgerichtet; denn man sieht den Punct P vermittelst des Strahles HO und also nach einer Richtung, die nach eben der Seite der Axe zugehet, nach welcher man den Punct P ohne Gläser sähe.

88. Dieses Fernrohr ist im Anfange des vorigen Jahrhunderts von ohngefähr in Holland erfunden worden. Galiläus aber hat durch eigenes Nachdenken, ohne es gesehen zu haben, herausgebracht, wie es beschaffen seyn müsse, die Wirkungen zu thun, die er von ihm gehört hatte (Nunc. sider. p. 9. ed. Francof. 1610.). Die ersten teleskopischen Entdeckungen am Himmel sind dadurch gemacht worden. Sein Gebrauch ist aber unangenehm, weil man wenig auf einmahl dadurch übersehen kann, und das Auge zu dieser Absicht noch ganz an das Augenglas halten muß. Man gebraucht

es

es daher jetzt nur auf der Erde zu den gemeinen Perspectiven. Bald nach seiner Erfindung ward es im Kriege gebraucht, zuerst wohl vom Prinz Moriz von Nassau, in der Gegend wo es erfunden war. Dieses hat ein mir Unbekannter, in ein unterhaltendes Gedicht eingekleidet: Das erste Sehrohr; Altona 1787.

89. Das Sternrohr (Tubus astronomicus) 16. Fig. hat zwey erhabene Gläser; das Vorderglas von einer langen Brennweite Aq, das Augenglas von einer kürzern Bq, werden so zusammengefügt, daß ihre Brennpuncte in q auf einander zwischen beyde Gläser fallen, und also ihre Entfernung AB, die Summe der Brennweiten ist. Der Punct P wird sich in p abbilden, und das Augenglas, dessen Mittelpunct B ist, wird die Strahlen, die es von p empfängt, mit pB (36) parallel brechen (37). Bekömmt also das Auge hinter dem Augenglase einen dieser Strahlen GV; so sieht es P nach der Richtung VG, die verlängert unter die Axe geht, wenn P darüber liegt. Die Sache erscheinet ihm also verkehrt; Uebrigens wenn es in der Ferne gut sieht, deutlich, und sovielmahl vergrössert, sovielmahl des Augenglases Brennweite in des Vorderglases Brennweite, oder Bq in Aq enthalten ist.

90. Das Erdrohr. Man bringe hinter die beyden

A B C D

Gläser der 16. Fig. noch ein paar erhabene C; D, die mit B einerley Brennweiten haben mögen, und so stehen, daß ihre Entfernung CD die Summe ihrer Brennweiten ist. Diese Zusammenfügung stellt ein doppeltes Sternrohr vor; Nähmlich von dem Bilde der 16. Fig. das zwischen den Gläsern A und B gemacht wurde, kommen vermittelst des Glases B; die Strahlen dergestalt auf das Glas C, wie sie auf dieses Glas unmittelbar von einem weit entlegenen Gegenstande kommen würden. Ein Auge also, das hinter das Glas D gehalten wird, sieht dieses Bild durch die Gläser C; D; so wie es einen unendlich entlegenen Gegenstand durch diese Gläser sehen würde. Es sieht also dieses Bild verkehrt (89), d. i. die Sache, in deren Absicht das Bild verkehrt war, aufgerichtet. Uebrigens sieht es das Bild nicht grösser, als es solches ohne die Gläser C; D; sehen würde, wenn beyder Brennweiten einerley sind. Ihr Endzweck ist nähmlich, nur die Erscheinung der Sache aufgerichtet darzustellen, die Vergrösserung sucht man durch die beyden vordersten Gläser A; B; Man kann aber auch C, D, von ungleichen Brennweiten nehmen, und also einige Vergrösserung auch durch sie erhalten.

91. Die Regeln der Vergrösserungen sind für Augen, die gut in die Ferne sehen, gegeben. Kurzsichtige müssen bey allen diesen Werkzeugen, das Augenglas näher zum Vorderglase bringen,

um

um die Sache dadurch deutlich zu sehen. Wie weit jeder solches für sein Auge thun muß, lehrt ihn die Erfahrung. Es bekömmt also auch jeder nach dem Grade seiner Kurzsichtigkeit eine andere Vergrösserung.

92. Wenn die Gläser viel Licht auffangen sollen, so müssen sie breit werden, und alsdann verursachen sie beträchtliche Abweichungen wegen ihrer Gestalt, und noch mehr wegen der Farben (51). Man hat gefunden, daß besonders die letztere Abweichung vermindert wird, wenn man an statt eines Glases von einer kurzen Brennweite, zwey, jedes von einer etwas längern Brennweite, gebraucht, die zusammen die Strahlen eben so brechen, wie jenes allein gethan hätte, und doch weniger Undeutlichkeit wegen der Farben verursachen. So hat Hugen Dioptr. Pr. 51. ein Sternrohr mit zwey Augengläsern angegeben, dadurch man mehr mit grösserer Deutlichkeit übersehen kann als durch eines, das mit einem Augenglase eben so viel vergrössern sollte. Herr Euler hat die Theorie solcher Fernröhre mit drey Gläsern sehr ausführlich untersucht, Mem. de l'Ac. de Pr. 1757. p. 323. Man macht in ähnlicher Absicht und zum Gebrauche auf der Erde Fernröhre mit 5 Augengläsern.

93. Die Weite der Bilder von verschiedenen Farben von einander (53), ist bey jedem Glase durch seine Brennweite bestimmt. Man

kann also in (89) nie ein Augenglas so hinter das Vorderglas stellen, daß jedes Bild, das vom Vorderglase gemacht wird, in des Augenglases Brennpuncte, der ihm zugehört, stünde: befindet sich das rothe Bild in dem Brennpuncte der rothen Strahlen, d. i. steht es so weit von dem Augenglase, daß das Augenglas die Strahlen, die es von diesem Bilde bekömmt, parallel bricht (33), so kann das blaue Bild nicht in des Augenglases Brennpuncte der blauen Strahlen stehen. Denn das blaue Bild liegt näher beym Vorderglase als das rothe Bild, und des Augenglases blauer Brennpunct näher beym Augenglase als der rothe (51). Solchergestalt kann das Augenglas nie alle Strahlen, die es von einem Puncte des Gegenstandes vermittelst des Vorderglases bekömmt, parallel brechen, oder dergestalt in das Auge bringen, daß das Auge durch sie diesen Punct vollkommen deutlich sähe. Vielmehr muß das Auge allezeit wegen dieser Farbenstrahlen, die von den Gläsern von einander gesondert, und ihm auf verschiedene Art zugeschickt werden, die Sachen gefärbt sehen. Nur auf die Erfahrung kömmt es an, wie groß diese nothwendige Undeutlichkeit werden darf, daß sie doch unschädlich bleibt. Diese hat also gelehrt, was für ein Augenglas man zu einem gegebenen Vorderglase nehmen darf, wenn man die Sache dadurch deutlich genug sehen will; das heisst, wie groß die Brennweite des Augengenglases seyn muß, wenn in Vergleichung mit ihr der Abstand der verschiedenen Farbenbilder von einander nicht so gar viel zu bedeuten hat, und keine allzugrosse Undeutlichkeit verursacht. Nähme man nun zu diesem Vorderglase ein Augenglas von kürzerer Brennweite; so würde in Vergleichung mit derselben, der vorige Abstand der Farbenbilder von einander beträchtlicher seyn, und also die Undeutlichkeit grösser werden, die also dergestalt wachsen könnte, daß bey einem sehr kurzen Augenglase, die Sache gar unerkenntlich werden dürfte.

94. Dieses macht begreiflich, warum man nicht zu jedem Vorderglase jedes Augenglas nehmen, und also mit einem gegebenen Vorderglase soviel Vergrösserung man will (89) erhalten kann.

95. I. Zugleich rühret aber auch die Undeutlichkeit, welche das Sternrohr verursacht, von der Breite des Vorderglases her. Da man nun, dem Glase durch Schleifen seine gehörige Gestalt zu geben, Stücken Glas von einer gewissen Breite nehmen muß, so pflegt man den Vordergläsern Bedeckungen zu geben, die in der Mitte nur eine Oeffnung von der Weite haben, welche, den Gegenstand deutlich und hell genug zu sehen, erfodert wird. Huygens hat gelehret, die Durchmesser dieser Oeffnungen, imgleichen die Verhältnisse der Vordergläser zu den Augengläsern nach gewissen Er-

fahrungen zu bestimmen. Dioptr. Pr. 56. Siehe den Lehrbegriff der Optik 2. B. 2. Th. 3. C. 8. S. Den Augengläsern werden ihre gehörigen Oeffnungen durch Blendungen in den Röhren gegeben. In der Ausübung pflegt man nicht zu einem gegebenen Objective ein Ocular von so kurzer Brennweite zu nehmen, als Huygens lehrt. Man bekömmt also auch nicht völlig so starke Vergrösserung als er angiebt.

II. Ueberhaupt aber kann man merken, welches auch aus Huygens Vorschrift folgt, daß sich die Vergrösserungen astronomischer Fernröhre wie die Quadratwurzeln der Brennweiten des Objectivs verhalten, also, weil man hie des Oculars seine, nicht sehr in Betrachtung zieht, ohngefähr wie die Quadratwurzeln der Längen des Fernrohrs.

III. Die Längen der Fernröhre, wachsen also, wie die Quadrate der Vergrösserungen, folglich, sind zu starken Vergrösserungen, sehr lange Fernröhre nöthig. Herr le Gentil (Mem. de l'Ac. d. Sc. 1755. p. 462.) giebt einem Fernrohre dessen Objectiv 18 pariser Fuß Brennweite hat, ein Ocular von 41 Linien. Dieses Vergrösserung ist $\frac{18.\ 144}{41} = 63\frac{9}{41}$ mahl. So nimmt er 9 Fuß Objectiv und 29 Linien Ocular zusammen, die Vergrösserung $44\frac{20}{29}$ ist viel mehr als die Hälfte von jener. Nähmlich etwa 88 mahl zu vergrössern, wäre ein Fernrohr

rohr von 36 Fuß nöthig. Hugen, giebt dem Objective von 9 rheinl. Fuß, ein Ocular von 1, 8 Zoll, also 60 mahl Vergrösserung, viel stärker als le Gentil (I).

IV. Will man also starke Vergrösserungen erhalten, so muß man lange Fernröhre gebrauchen. Das erfodert viel Platz, und andre Weitläuftigkeit wegen der Gestelle auf denen sie liegen, und regiert werden. Hugen hat ein Mittel angegeben, Objectiv und Ocular, ohne Röhren, mit einander zu verbinden. Astroscopia compendiaria, tubi optici molimine liberata, Haag 1684. H. Opera varia, Leiden 1724. Vol. I. p. 261. Da die Röhren auch dienen, anderes Licht als was vom betrachteten Gegenstande herkömmt, vom Ocularglase abzuhalten, so ist Hugens Erfindung bey Tage, oder bey hellem Mondscheine, nicht so brauchbar, als bey dunkler heiterer Nacht.

96. Nahe Gegenstände durch ein Fernrohr deutlich zu sehen, muß man die Gläser weiter von einander entfernen, als vorhin nöthig war.

97. Wenn man statt der Vordergläser Hohlspiegel gebraucht, die in ihren Brennpuncten eben solche Bilder entlegener Sachen machen, wie die erhabenen Gläser in den ihrigen, so kann man kürzere Augengläser mit ihnen verbinden, als bey den Vordergläsern verstattet war. Denn dergleichen Spiegel macht

nur ein Bild, weil die Farben durch die Reflexion nicht von einander gesondert werden, und also hier keine andere Unrichtigkeit vorkömmt, als die, daß der Spiegel wegen seiner Kugelgestalt nicht alle Strahlen genau in einen Punct sammlet (Katoptr 45). Hierauf gründen sich die Spiegelteleskope, die solchergestalt bey einer geringen Länge eben so starke Vergrösserungen verursachen als längere dioptrische.

98. Das newtonische besteht aus einem Hohlspiegel A 17. Fig. der einer entlegenen Sache PQ Bild pq in seinem Brennpuncte machen würde. Die Strahlen aber, welche er dahin zurücksendet, werden unterwegens von einem ebenen Spiegel BC aufgefangen, der mit der Axe einen Winkel von 45 Grad macht, und geben ein neues Bild $\pi\varkappa$, das sich in des Augenglases D Brennpuncte befinden muß. Newt. Opt. L. I. P. 1. pr. 8.

Bekanntlich hat Herr Herschel dieses Teleskop zu einer grossen Vollkommenheit gebracht, und damit eine Menge ganz unerwarteter wichtiger Entdeckungen am Himmel gemacht. Eines von zehn Fuß befindet sich aus des Königs Freygebigkeit auf der göttingischen Sternwarte. Der Herr Oberamtmann Schröter zu Lilienthal im Bremischen, besitzt eines von 7 und eines von 4 Fuß, und beschreibt das grössere mit allerley praktischen Bemerkungen, in seinen

nen Beyträgen zu den neusten astronomischen Entdeckungen, Berlin 1788; 154 u. f. S.

99. I. Das gregorische 18. Fig. hat einen Hohlspiegel BB der in der Mitte CC durchlöchert ist. Er macht einer entlegenen Sache Bild in seinem Brennpuncte, und ein kleinerer Hohlspiegel FF, in dessen Brennpuncte dieses Bild sich gleichfalls befindet, schickt die Strahlen, die davon auf ihn fallen, parallel durch die Oeffnung des grossen Spiegels auf ein erhabenes Glas N das sie noch einem andern S zusendet, hinter welchem sich das Auge befindet. Durch dieses Werkzeug sieht man die Sachen aufgerichtet, durch das newtonische verkehrt. Wenn der kleine Spiegel FF ein erhabener ist, so verwandelt sich dieses Teleskop in das cassegränische. Construction d'un Telesc. par reflexion (der Verfasser ein Opticus, Passement) und Hertels Uebersetzung dieser Schrift: Richtige Anweisung reflectirende Telescopia zu verfertigen. Halle 1747.

II. Das gregorische, beschreibt sein Erfinder Jacob Gregorius (Bruder des bekannten David Gregorius) ein Schottländer, Optica promota (Lond. 1663.) Prop. 9. pag. 94. Newtons Farbenlehre war damahls noch nicht bekannt. Es ist im gemeinen Gebrauche besonders auf der Erde; immer dem spätern, newtonischen, vorgezogen worden, vermuthlich weil man dadurch gerade nach den Sachen hin sieht.

III. Von einem mittelmässig guten Spiegelteleskope, erwartet man, daß es die Stelle eines ohngefähr zwölfmahl längern gemeinen dioptrischen Fernrohrs vertrete. Ein newtonisches von $5\frac{1}{4}$ Fuß das Hadley verfertigt hatte, ist durch Versuche, an Vergrösserung und Deutlichkeit, einem von 123 Fuß also 23 mahl längern, da Huygens selbst das Objectiv verfertigt hatte, gleich geschätzt worden. Philos. Transact. n. 378. Lehrbegr. der Optik 445 S.

IV. Bey diesem Spiegelteleskope, ist wahrgenommen worden, was man meines Wissens bey allen wahrnimmt, daß sie die Sachen nicht so helle darstellen, als gemeine dioptrische, die gleichviel Vergrösserung und Deutlichkeit haben.

V. Noch übler ist, daß die Spiegel sehr leicht nur von Dünsten, wie in der Luft schweben, verderben, und nicht wieder zur vorigen Vollkommenheit zu bringen sind.

VI. Neuerlich hat Herr Mudge wegen Verbesserungen des Spiegelteleskops von der königlich englischen Gesellschaft einen Preiß erhalten. Sie betreffen Materie, Schleifen, Politur, auch Gestalt die er parabolisch macht. So versicherte der Graf Löser von dessen Spiegelteleskopen die Vorrede meines Lehrbegriffs der Optik Nachricht giebt, auch, daß die seinigen gestaltet wären. Dadurch wird die Abweichung wegen der Gestalt wenigstens vermindert

(97; Katoptr. 45.). Sir John Pringle hat bey Uebergebung 30. Nov. 1777; des Preisses in einem Discourse on the invention and Improvements of the reflecting Telescope, gute historische Nachrichten gegeben.

100. I. Wenn man das Vorderglas aus zweyerley Materien zusammensetzen könnte, da von der zweyten die Farbenstrahlen wieder vereiniget würden, welche die erste von einander sondert (93), so liesse sich statt des grossen Hohlspiegels der Spiegelteleskope ein solches doppeltes Glas gebrauchen, und so hätte man Fernröhre ohne Spiegel die, wie Spiegelteleskope, kurz seyn, und doch stark vergrössern könnten. Herr Euler hat zu dieser Absicht Glas und Wasser zu vereinigen vorgeschlagen Mem. de l'Ac. de Pr. 1747. p. 274. wozu ihn die Verbindung der verschiedenen Materien in unserm Auge (57) veranlasst hat, da ohne Zweifel die Farbenstrahlen durch alle wieder vereinigt werden, die von einzelnen aus einander gesondert würden. Sein Vorschlag gelang nicht. Durch diese Veranlassung, entstanden über die Gesetze der Brechung, die hiebey müssen beobachtet werden, verschiedene Streitigkeiten, von den der Raum und meine Absicht, hier nur den Erfolg anzuführen verstattet, daß ein englischer mathematikverständiger Künstler Dollond, Fernröhre, die das Erwähnte leisten, zusammengesetzt, wo das Vorderglas aus zweyerley Gattungen Glas besteht.

II. Diese beyden Arten Glas, sind, eines etwas dichter als das andere, wovon eine andere Brechung eben der Strahlen herrührt, (14; III) das dichtere, nennen die Engelländer Flintglas, das weniger dichte, Kronglas. Statt des letztern haben die Künstler, welche dergleichen Objective in Deutschland verfertigen, auch deutsches Glas brauchen können, das erste hat man bisher immer aus Engelland gehohlt, wo es doch (um 1779.) nach der Klage der englischen Künstler selbst, schon lange nicht mehr, häufig in voriger Vollkommenheit verfertiget wird.

III. Begreiflich, wird es durch einen Zusatz von etwas metallischem dichter. So hat Herr Zeiher, jetziger Professor zu Wittenberg, dazu dienliche Compositionen noch in Rußland erfunden. Abhandlung von denjenigen Glasarten, welche eine verschiedene Kraft die Farben zu zerstreuen besitzen. . . . St. Petersburg 1763. im neuen Hamburg. Magazin I. St. 81. S.

IV. Ein Sohn des verstorbenen Erfinders, dieser dollondischen oder achromatischen Fernröhre, hat, seit 1765; aus drey Theilen, zweenen von Kronglase, einem von Flintglase, dreyfache Objective zusammengesetzt. Sie thun noch bessere Dienste als die vorigen doppelten. Mit beyden Arten sind Fernröhre in grosser Vollkommenheit, hie, vormahls von Baumann

mann und nachdem von Gotthard verfertigt worden.

V. Diese Fernröhre werden für den Gebrauch auf der Erde mit fünf Augengläsern versehen (92). Man kann die Röhre mit diesen Augengläsern wegnehmen, und eine andere, mit einem, oder zwey Augengläsern brauchen, so dient eben das Objectiv zu einem astronomischen Fernrohre.

VI. Klingenstjerna bediente sich (Abhandl. der Königl. Schwed. Akad. der Wissenschaften 1761; 151 S. meiner Uebers.) eines dollondischen Fernrohrs von 10 Fuß, das einem gewöhnlichen von 50 Fuß gleich geschätzt wird. So schätzt man immer die Fernröhre mit doppeltem Objective, gewöhnlichen gleich, die höchstens fünf bis sechsmahl so lang wären, worinn sie also den Spiegelteleskopen noch nicht gleich kommen (99. III).

VII. Herr de la Lande, Astron. ed. 2. L. 13. art. 2307. besitzt ein dollondisches Fernrohr mit dreyfachem Objective, etwa 43 Zoll Brennweite, das mehr vergrössert als ein gewöhnliches von 20 Fuß; (das etwas über $5\frac{1}{2}$ mahl so lang wäre).

VIII. Herr Darquier (Observations astronomiques, faites à Toulouse, par Mr. Darquier .. Avignon 177; préf. p. V) hat ein Fernrohr mit dreyfachem Objective vom Lord Bute, zum Geschenke bekommen, dessen Vergrössegrösserung auf der Erde er 90 mahl, am Himmel, nicht über 100 mahl schätzt, überhaupt aber die Berechnung der Vergrösserung für unsicher hält, und des Fernrohrs Wirkung, aus dem, was man dadurch sehen kann, beurtheilt. Hundertmahl zu vergrössern, verlangt Hugen ein Fernrohr von 25 Fuß, also $7\frac{1}{2}$ mahl so lang, als Herrn Darquier seines. Aber eins nach Hrn. le Gentil (95; III) müsste viel länger seyn. Herr Messier brauchte 1775; ein achromatisches Fernrohr, das 40 Zoll Brennweite hat, 40 Linien Oeffnung verträgt, und fast 120 mahl vergrössert. Mem. de l'Ac. des Sc. 1775. p. 213. und gar, gab er ihm 150 fache Vergrösserung p. 477.

IX. Von den vielen eignen Schriften über die Theorie der achromatischen Fernröhre nur einige. Sam. Klingenstierna, Tentamen de definiendis et corrigendis aberrationibus radior. luminis ... hat 1762. bey der Kaiserl. Petersburgischen Akad. der Wissensch. den Preis erhalten. Boscowich, von den verbesserten dioptrischen Fernröhren, aus dem lateinisch. übers. Wien 1765. Aus vielen akademischen Abhandlungen Eulers, erwuchs seine Dioptrica; 3 Quartbände, Petersb. 1769 .. 71. Fuß, Anweisung wie alle Arten von Fernröhren, in der grössten möglichen Vollkommenheit zu verfertigen sind, aus dem französischen übersetzt und vermehrt von Klügel, Leipzig 1778; enthält

Berechnungen von solchen Fernröhren nach eulerischen Formeln. Die Geschichte der Erfindung erzählt Priestley, Geschichte der Optik; 339. u. f. S. von Klügels Uebersetzung.

101. Das Polemoskop, der Operngucker 19. Fig. besteht aus einem erhabenen Objective A, das die Strahlen, welche es von einer entlegenen Sache bekömmt, einem ebenen Spiegel B zusendet, der gegen die Axe des Objectivs in 45 Grad geneigt ist; und diese Strahlen dem Augenglase C wieder zuschickt. Heuel. Selenograph. prolegom. p. 24. Lehrbegriff der Optik 3. B. 12. C.

102. Ein doppeltes Fernrohr, dadurch zugleich mit zwey Augen zu sehen, giebt P. Cherubin an, de la vision parfaite; Par. 1678.

103. Man kann durch ein Sternrohr 16. Fig. Dinge sehen, die nicht in seiner Axe liegen. Will man also genau die Richtung seiner Axe haben, so spanne man in ihm ein Paar Fäden aus, die einander im gemeinschaftlichen Brennpuncte beyder Gläser durchkreuzen. Dieses heisst ein **Fadenkreuz**, und wird statt der Absehen oder Diopteren der gemeinen Feldmesserwerkzeuge gebraucht, wo daran gelegen ist, die Richtung einer Linie besonders nach einer entlegenen Sache sehr genau zu haben, als bey grossen Feldmesserarbeiten, beym Wasserwägen, bey astronomischen Beobachtungen. Statt seiner dient auch ein ebenes Glas, auf dem Linien statt der Fäden gerissen sind.

104. Von zween, weit entfernten Gegenständen, fallen die Bilder beyde in des Objectivs Brennpunct (33), und verhalten sich, wie der Gegenstände scheinbare Grössen (40; V). Weiß man also irgend woher, eines dieser Gegenstände scheinbare Grösse, so kann man des andern seine finden, wenn man die Verhältniß ihrer Bilder zu finden im Stande ist. Werkzeuge dazu, nennt man Mikrometer. Siehe unten Astronom. 227; Meiner astronomischen Abhandlung. II. Samml. 7. Abhandl.

Mikroskope.

105. Wenn man eine kleine Sache dem Auge sehr nahe bringen will, um einen grossen Sehewinkel für sie zu erhalten, so erscheinet sie undeutlich (72).

Hielte man vor das Auge etwa ein Chartenblatt mit einer dünnen Stecknadel durchstochen, so bekäme man von jedem Puncte der Sache gleichsam nur einen Strahl, könnte die Sache also näher bringen, so noch deutlich sehen und doch grösser (84; I).

Aber weil man so von jedem Puncte nur wenig Licht bekömmt, erscheint die Sache dunkel.

Mehr Licht von jedem ihrer Puncte zu bekommen, und sie doch deutlich zu sehen, bringe man zwischen sie und das Auge ein erhabenes Glas dergestalt, daß sie in seinem Brennpuncte liegt: So empfängt das Auge von ihm vermittelst des Glases Parallelstrahlen, und sieht sie also deutlich, wenn es sonst gewohnt ist entlegene Sachen deutlich zu sehen. Die Sache stehe in P; das Auge in O;

Q P O

und OQ sey die kleinste Entfernung, auf die es deutlich sieht (72). Befindet sich nun das Glas gleich vor O, so daß man OP für seine Brennweite annehmen darf; so wird die Sache dem Auge unter eben dem Sehewinkel erscheinen, unter welchem sie ihm in P ohne Glas erschiene. Das Glas vermehrt also die scheinbare Grösse an sich selbst nicht. Aber das Auge würde ohne Glas die Sache in P nicht deutlich sehen, und hat also vom Glase den Vortheil, daß es die Sache so nahe vor sich, folglich unter einem grossen Sehewinkel, und doch deutlich siehet. Da es sie nun ohne Glas, in Q deutlich sähe, so ist die grösste scheinbare Grösse, die das Auge bey einer deutlichen Empfindung von der Sache ohne Glas haben kann, die, unter welcher sie ihm in Q erscheinet. Diese aber verhält sich zu der scheinbaren Grösse der Sache in P wie OP : OQ (Opt. 34.) d. i. wie des Glases Brennweite zu der Weite OQ die man = 8″ setzt (72). Man sagt daher: das Glas vergrössere so vielmahl, so vielmahl seine Brennweite in 8 Zollen enthalten ist. Die Meinung ist: das Glas verstattet die

Sache

Sache so vielmahl näher zu rücken, und doch deutlich zu sehen.

106. Dergleichen Mikroskop heisst ein einfaches. Es vergrössert desto mehr, je kürzer seines Glases Brennweite ist. Und da man Gläser von sehr kurzen Brennweiten nicht gut schleifen kann, so bedient man sich dazu gläserner Kügelchen, die man an der Lampe schmelzt.

107. Zusammengesetzte Vergrösserer heissen, wo mehr als ein Glas gebraucht wird. Man kann verschiedene Arten von ihnen erdenken. Hier ist eine mit drey Gläsern.

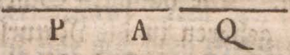
P C B R A Q

C; B; A; sind drey erhabene Gläser, von denen C das vordere ist. Die Sache steht in P so, daß CP etwas weniges mehr beträgt als des Glases C Brennweite. Solchergestalt würde das Glas C allein das Bild der Sache in Q sehr weit hinter sich machen. Aber diese Strahlen, die nach dem Bilde in Q zu fahren, werden vom Glase B aufgefangen, und machen ein neues Bild bey R; Dieses muß in des Glases A Brennpuncte stehen, so sieht ein Auge, das gut in die Ferne sieht, dasselbe deutlich, und die Sache vermittelst seiner vergrössert. Lehrbegriff der Optik 2. B. 2. Th. 4. C. 4. Abs. Hiebey lässt sich auch ein Mikrometer (104) anbringen, wodurch man die wahre Grösse sehr kleiner Sachen angeben kann. Kurzsichtige müssen sich die Mikroskope nach ihrem Gesichte stellen.

stellen. Man hat auch bey Mikroskopen Hohlspiegel statt der (97) Gläser gebraucht; imgleichen Mikroskope für beyde Augen (102) gemacht. Baker, das zum Gebrauch leicht gemachte Mikroskopium, aus dem englischen übersetzt v. J. L. Steiner; Zürich 1753. Eben desselben Beyträge zum Gebrauch und Verbesserung des Mikroskopii, aus dem Englischen, Augsp. 1754. enthalten, nebst Beschreibungen von Mikroskopen, auch mikroskopische Beobachtungen. Die häufigen Schriftsteller von den letzten, gehören in die Naturlehre. Nur einige der wichtigsten: Rob. Hooke Micrographia, englisch, Lond. 1667. Anton. v. Leeuwenhoek Ontledingen en Ontdekkingen ... einzeln, Leiden 1686. .. Lateinisch: Arcana naturae detecta. Griendel von Ach Micrographia nova, deutsch, Nürnb. 1687. Ledermüllers Mikroskopische Ergötzlichkeiten, Nürnb. 1760. Desselben letzte Beobachtungen, als der Schluß seines dritten Theils, nebst Burucker Beschreib. eines Universalmikroskops, Nürnb. 1776. Adams Micrographia illustrata, or: the Microscope explained ... Vierte Ausg. 1771; beschreibt ein zusammengesetztes Mikroskop, eine Camera obscura, in der auch ein Sonnenmikroskop anzubringen ist, die man auch bey Nacht, die Erleuchtung durch eine Lampe bewerkstelligt, brauchen kann. Bey allen diesen Werkzeugen, sind eine Menge nicht gemeiner Vorrichtungen, zum bequemern und mannichfaltigern Gebrauche dienlich. Auserdem enthält der grösste Theil dieses Buchs noch eine starke Sammlung mikroskopischer Beobachtungen, in vielen Abbildungen dargestellt. Ist seitdem noch vermehrt in 4° erschienen.

Werzeuge die Bilder machen.

108. Wenn sich ein Gegenstand in P etwas weiter als der



Brennpunct vom Glase A entfernt befindet, so wird er, weit von diesem Glase, in Q, ein grosses Bild machen (40). Dieses Bild aber hat nicht mehr Licht, als er auf das Glas sendet; soll es also nicht dunkel seyn, so muß der Gegenstand stark erleuchtet seyn, und am kenntlichsten wird es werden, wenn der Platz, auf dem es sich befindet, sonst kein anderes Licht bekömmt. Also schickt sich hiezu ein verfinstertes Zimmer, da der Gegenstand in P stark von der Sonne erleuchtet wird. Dieses ist das Sonnenmikroskop, von dem ich die älteste Nachricht in Sam. Reyheri Mathesi Mosaica gefunden habe, Kiel 1679. p. 171; n. 23. Die Erleuchtung erhält man durch ein erhabenes Glas, und durch einen Spiegel, vermittelst dessen die Sonnenstrahlen allemahl so können auf das Erleuchtungsglas gesendet werden, als ob die Sonne in seiner Axe stünde. Wiededeburg, Beschreibung eines verbesserten Sonnenmikroskops, Nürnb. 1775. Verbesserung des Sonnenmikroskops und der Zauberlaterne, in den Commentar. nou. Petropol. von Euler T. III. p. 363; von Aepin T. IX. p. 316; von Zeiher T. X. p. 299. Häseler Verbesserung der Sonnenmikroskope, der Zauberlaterne, oder C. O. nach Euler, Holzminden 1779.

109. Macht man diese Vorrichtung des Abends in einem dunkeln Zimmer, so kann man den Gegenstand durch eine Lichtflamme erleuchten. Dieses ist die gewöhnliche Zauberlaterne, wo man statt des Gegenstandes gemahlte Bilder braucht, und statt des einzigen Glases A, zwey zu nehmen für besser befunden hat.

110. Da Lichtflamme nie so stark erleuchtet als Sonnenlicht, so kann man mit der Zauberlaterne die Vergrösserung nicht so weit treiben, als mit dem Sonnenmikroskop. Daher braucht man auch bey ihr Gläser von längern Brennweiten. In den Bildern Bewegungen darzustellen, z. E. eine Windmühle, die sich umdreht, hat Ehrenberger ein Professor zu Coburg gewiesen. Es kömmt darauf an, daß die Theile eines Bildes auf verschiedene Glasscheiben gemahlt werden, die man gegen einander bewegt.

111. Grosse Gegenstände bequem abzuzeichnen, bedienet man sich des verfinsterten Zimmers;

mers; statt dessen man auch einen Kasten gebrauchen kann, aus dem so viel als möglich alles Licht ausgeschlossen ist, das nicht das Bild der Sache mit sich bringet. Man kann hiervon verschiedene Arten angeben. Lehrbegriff der Optik 2. B. 13. C. Branders Beschreibung einer neuen Camera obscura, Augsp. 1767; lehrt zugleich derselben Anwendung zum Sonnenmikroskop. Adams hat die seinige auch dazu eingerichtet, und eine eigne Vorrichtung am Spiegel angebracht, den Gegenstand beym Fortrücken der Sonne bequem immer erleuchtet zu erhalten.

112. Durch ein Glas, an dem verschiedene ebene Flächen, die stumpfe Winkel mit einander machen, geschliffen sind, ein Rautenglas (polyhedrum) erscheinen die Gegenstände vielfach; und man kann ihm nach gewissen Vorschriften verzeichnete Bilder vorsetzen, die durch das Glas etwas ganz anders darstellen. Leutmann Comm. Petrop. T. IV. p. 194.

113. Ich habe hier nur soviel beygebracht, als, die bekanntesten optischen Werkzeuge auch nur einigermassen gebrauchen zu lernen, unumgänglich erfodert wird. Vollkommne Theorie davon lässt sich aus so wenig Kenntniß der reinen Mathematik, als ich hier voraussetze, nicht herleiten: Ihre Verfertigung aber muß aus besondern Büchern und durch eigene Handanle-

legung erlernet werden. Gegenwärtiger Unterricht kann als eine Vorbereitung zu beyden dienen: Man wird dadurch in den Stand gesetzt werden, beyde besser im Zusammenhange zu übersehen, und die Würkungen der optischen Werkzeuge nebst den Ursachen ihrer Zusammensetzung richtiger zu beurtheilen, als selbst von vielen Schriftstellern in dieser Wissenschaft, auch von solchen, die für Naturforscher und Mathematikverständige gelten wollen, geschehen ist. Auser den schon angeführten Schriften über einzelne Gegenstände, nenne ich noch folgende die Optik überhaupt betreffende.

Euclidis Optica et Catoptrica; gr. et lat. per Io. Penam Par. 1557. Opticae Thesaurus; Alhazeni libri 7; Vitellionis libri 10. a Feder. Risnero Basil. 1572. Risneri Optica Cassell. 1606. Kepleri Dioptrice: Augspurg 1611. Desselben Paralipomena ad Vitellionem, Erf. 1604. Cartesii Dioptrica, in seiner Op. Philosoph. Hugenii opuscula posthuma, Leiden 1703. darinn seine Dioptrice. Rob. Smith, compleat system of Optiks, Cambridge 1738. Vollständiger Lehrbegriff der Optik, nach Rob. Smith mit Zusätzen, von A. G. Kästner, Altenburg 1755. Klügels analytische Dioptrik, Leipz. 1778. Spengler, Optik, Katoptrik und Dioptrik, Augsp. 1775. Io. Pisani Perspectiva, Nürnb. 1542. ist Optik. Boscovich de lumine, Rom. 1749. Benvenuti de lumine; Vienn.

 1761.

1761. Von optischen Werkzeugen, und deren Verfertigung handelt Smiths drittes Buch. Zahn, Oculus artificialis s. Telescopium, Würzburg 1685. Traber, Nervus opticus; Vienn. 1675. Casp. Schotti Magia Optica, der 1. Th. seiner Magiae vniuers. Würzb. 1657. Deutsch, Bamb. 1671. Hertels Anweisung zum Glasschleifen, Halle 1716. Leutmann, Anmerkungen vom Glasschleifen, Wittenb. 1728. Priestley, Geschichte der Optik, aus dem Englischen, vermehrt von G. S Klügel, Leipzig 1775. Von Herrn Prof. Scheibels Einleitung zur mathematischen Bücherkänntniß, erzählt das Neunte Stück, Breslau 1777, die optischen Schriften chronologisch.

114. I. Die Kürze fodert von mir, Untersuchungen wegzulassen, die, so wichtig und angenehm sie auch sind, dennoch in Anfangsgründen keinen Platz haben, und zum Theil auch mehr in die Naturlehre gehören.

II. Dergleichen ist die Lehre von der Beugung des Lichtes, vermöge der es sich aus seinem Wege an festen Körpern lenket, bey denen es vorbey fährt, ob es gleich immer in einerley Mittel zu bleiben scheint. Grimaldi Physico Mathesis de Lumine, Bon. 1665. Prop. I. hat zuerst davon geredet, Newton Opt. L. 3. Maraldi Mem. de l'Ac. 1723; de l'Isle, Memoires pour servir à l'histoire et aux progrès de l'Astrol'Astronomie .. p. 205 .. haben sie untersucht. Der Duc de Chaulnes rechnet dahin einen von Newton beschriebenen Versuch, den er umständlicher bewerkstelligt Mem. de l'Ac. 1755. Co. Simone Stratico, intorno ad un fenomeno della diffrazione della luce, saggi scientif. e litter. dell' Acc. di Padova T. II. p. 185.

Die Königl. Societät der Wissenschaften zu Göttingen gab: Forschung nach den Gesetzen der Beugung, als eine Preißfrage auf. Den Preiß erhielt 1779. Herr Joh. Nepomuk Fischer, damahls adjungirter Astronom, und Professor der Mathematik zu Ingolstadt.

III. Cartesius stellte sich vor, durch Druck einer Materie, die leuchtende Körper umgiebt, pflanze sich das Licht fort. Dioptr. Cap. 1. Wie Licht vermittelst einer flüssigen Materie fortgeführt werden könne, und, wie sich einer solchen Vorstellung gemäß, Zurückwerfungen und Brechungen ereignen, hat Hugen zu zeigen gesucht Traité de la lumière, Leid. 1690; Am vollkommensten Herr Euler, Noua theoria lucis et colorum Opusc. T. I. (Berol. 1746.) Priestley Geschichte der Optik 258. S. von Klügels Uebersetzung.

IV. Licht als eine Materie anzusehen, die von den leuchtenden Körpern ausgeht, wie man sich Theilchen, die Geruch erregen, aus riechenden Körpern ausgehend, vorstellt, ist die Voraussetzung, die man für Newtons seine hält. Alsdann, ziehen dichtere Körper das Licht an, und wie daraus die Gesetze der Brechung und Zurückwerfung folgen, zeigt Newton Princ. L. I. prop. 94. .. 96; welche Theorie Clairaut ausführt, Sur les explications, Cartesienne, et Newtonienne de la refraction; Mem. de l'Ac. des Sc. 1739.

V. Wie man zwischen beyden Hypothesen durch Versuche entscheiden könne, untersucht Hr. Beguelin, Mem. de l'Ac. de Prusse 1772; p. 152. doch ohne etwas fest zu setzen.

VI. Die Anwendung der optischen Lehren, Naturbegebenheiten, z. E. Regenbogen, Höfe um Sonne und Mond, Nebensonnen u. d. gl. zu erklären, ist ohnedem den Naturforschern zu überlassen, ob sich gleich nicht bey allen Lehrern der Experimentalphysik so viel Känntniß der Mathematik findet, daß sie nur verstehen könnten, worauf diese Erklärungen ankommen. Auch wollen die gewöhnlichen Zuhörer oder eigentlich Zuschauer der Physik sich mit solchen Erklärungen nicht den Kopf zerbrechen.

VII. Ich erwähne hie eine Art nicht vollkommen erklärter Erscheinungen, die wohl auf Reflexionen und Refractionen ankömmt: Darstellung irrdischer Gegenstände in der Luft. Ein längst bekanntes Beyspiel hievon ist die so genannte Morgana, bey Reggio in der sicilischen Meerenge, Kircher Ars magna lucis et umbrae L. X. P. II. c. 1. aus ihm Casp. Schott Magia optica IV. B. im Anfange. Pilati Voyage en diff. pays de l'Europe, Haag 1777; 220. S. Brydone, I. Th. 4. Brief. Sestini Briefe aus Sicilien, Leipz. 1781; 2. Band 22. S. Er sah solche Luftbilder auf dem Aetna. P. Minasi sucht sie aus optischen Gründen zu erklären, einen Auszug aus seiner Abhandlung giebt die italiänische Bibliothek, Leipz. 1781. 1. B. 124. S. Erscheinungen von Gegenden der Erde, in der Luft. Io. Ge. Büsch Pr. Hamb. Tractatus duo optici argumenti, Hamb. 1783. n. I. Herr Büsch hatte einiges dabey anders erklärt als der kaiserl. königl. Baudirector Herr Gruber, dieser vertheidigt seine Meinung in: Abhandlung über die Strahlenbrechung und Abprellung auf erwärmten Flächen, Dresden 1787. Aehnliche Begebenheiten heissen an den schwedischen Küsten: Erhebung und Seegesicht. Wetterling, Neue Abhandlungen der Königl. Schwed. Akad. der Wissenschaften für 1788. 3. Seite. Niebuhr sah einen Araber auf einem Camele in freyer Luft reiten, Reisebeschreibung nach Arabien, Kopenhagen 1774; I. Th. 253. S. Die französischen Erdmesser in Peru sahen ihre Gestalten durch Spiegelung in der Luft, Herr Silberschlag auf dem Brocken, den Berg, mit Haus und Personen; Geogenie I. Th. 182. S. Herr Jetze giebt ähnliche Erscheinungen im Leipziger Magazin für Mathematik I. Stück 1786. Ich selbst erinnere mich noch von meiner Jugend her das Obere des leipziger Nicolaithurms in der Luft abgebildet gesehen zu haben.

Zugaben.

Weitere Ausführung
einiger
mechanischen und optischen Lehren.

I.
Unterschied der wahren und scheinbaren Horizontallinie Stat. 122.

1) Es sey Stat. 21. Fig. HK = KL = a;
Der Winkel HKL = K;
Man sucht HG = x.

2) Der Winkel wird so klein angenommen, daß für ihn Bogen LH, und Tangente LG nicht merklich unterschieden sind.

3) Es sey also in irgend einem Maasse, z. E. Toisen, des Bogens LH Länge = c.

4) So setzt man auch LG = a. tang K = c.

5) Ein Grad auf der Erde, betrage von eben dem gebrauchten Maasse, n;

6) So ist $K = \frac{c}{n} . 1^\circ$, und wird allemahl nur ein kleiner Bruch von einem Grade seyn.

7) Nun ist $LG^2 = x . (2a + x)$ oder wie hie angenommen wird $= 2ax$.

8) Da-

8) Daher $x = \frac{c^2}{2a} = \frac{1}{2} c. \frac{c}{a} = \frac{1}{2} c.$

$\text{tang}\, K = \frac{1}{2} c. \frac{c}{n}. 1^\circ$; Oder

9) $x = \frac{c^2}{n}. \frac{1}{2}. 1^\circ.$

10) Da kann man Alles bequem durch Logarithmen berechnen, und hat den beständigen Logarithmen von $\frac{1}{2}. 1^\circ$ oder von $30'$ in Decimaltheilen des Halbmessers ausgedruckt.

11) Auch, nach dem man für einen Grad auf der Erde, diese oder jene Grösse annimmt, den beständigen Logarithmen von n;

12) Und so den beständigen von $\frac{30'}{n}$; für jedes c.

13) Exemp. Man nehme Picards Grad an (Traité du nivellement p. 199) und $c = 4000$

$$\begin{aligned} \log 30' &= 0,9408474 - 3 \\ \log 57060 &= 4,7563318 = \log n \\ \hline \log \frac{30'}{n} &= 0,1845156 - 7 \ (12) \\ \log c^2 &= 7,2041200 \\ \hline \log x &= 0,3886356 \end{aligned}$$

giebt $x = 2,4470$ Toisen $= 14$ F. $8,184$ Z.

14) Das

14) Das Exempel ist das letztere Glied von Picards Tafel 8. S. der ersten Ausgabe, (die zweyte ist nur mit einigen, wenig beträchtlichen Anmerkungen vermehrt.) Es steht da 14 Fuß 8 Zoll 0 Linie. Picard hat nach der gemeinen Regel gerechnet, mühsamer und nicht so scharf.

15) Wer differentiiren kann, wird verstehen wie $dx = -\frac{x.\, dn}{n}$ die Aenderung des Werthes von x bedeutet, wenn man statt des angenommenen Werthes n vom Grade, einen nimmt, der nur wenig davon unterschieden ist.

16) Nähme man aber einen Grad, in einer weit unterschiedenen Breite, so wäre der Unterschied zu beträchtlich, als für ein Differential angesehen zu werden, und man berechnete eben so leicht x für diesen Grad und voriges c unmittelbar.

17) Als für den lappländischen (Geogr. 18).

$$\begin{array}{rl} \log 30' & = 0{,}9408474 - 3 \\ \log 57438 & = 4{,}7591993 \\ \hline & \ 0{,}1816481 - 7 \\ \log c^2 & = 7{,}2041200 \\ \hline \log x & = 0{,}3857681 \end{array}$$

giebt $x = 2{,}4309$ Toisen.

18) Weil bey einerley n, x sich verhält, wie das Quadrat von c (9) so dient eine Rechnung wie (13) für das grösste c, das man etwa anneh=

nehmen will, daraus x für kleinere zu berechnen;

19) Für c = 2000 käme so x = 0,61175 Toisen = 44,046 Zoll.

20) Hieraus erhellt, wie sich eine Tafel machen liesse, welche x für willkührlich angenommene c enthielte, ohne daß man jedes Glied von ihr unmittelbar nach (13) berechnen dürfte.

21) Für ein Land, wo man anders Maaß als Toisen braucht, darf man nur den Grad der Erde, in dem gebräuchlichen Maasse ausdrucken. So liesse sich die Tafel in rheinländischem Maasse, am Ende von Passavants Uebersetzung von Picards Buche berechnen.

22) Gegenwärtiges Verfahren nun setzt blos den gemessenen Grad voraus, und ist also sicherer, als das Stat. 123; wo man den Halbmesser braucht, der erst aus dem gemessenen Grade, vielleicht nicht mit grösster Schärfe ist berechnet worden. Auch durch die leichte Anwendung der Logarithmen wird es bequemer.

23) Nimmt man die Figur der Erde, aus gemessenen Graden bestimmt, an, so hat man ihr gemäß Tafeln, welche Grade, nicht des grössten Kreises, dergleichen so nicht mehr statt findet, sondern des Meridians, in unterschiedenen Breiten angeben, und könnte so aus einer solchen Tafel, den Grad nehmen, welcher der

geogra-

geographischen Breite, in der man misst, am nächsten läge.

24) Hiebey kann der Zweifel vorfallen, daß alsdann die Erde keine Kugel ist, und doch in diesen Rechnungen dafür angenommen wird. Da aber ihre Abweichung von der Kugelgestalt wenig beträgt, (Geogr. 20;) so giebt das Unrichtige dieser Voraussetzung hie keinen beträchtlichen Fehler.

25) Verfährt man, wie ich hie gelehrt habe, so sieht man bey dem Gebrauche jeder andern Grösse für einen Grad, die Erde als eine andere Kugel an, jedesmahl von einem Halbmesser, den der angenommene Grad erfoderte. Die beyden Grade 13; 14; sind um 400 Toisen unterschieden, die beyden Werthe für x aber, nicht sehr beträchtlich.

II.
Wie weit man von einer Höhe sehen kann.

1) Wenn die Höhe (Stat. 21. Fig.); HG $= x$ der Halbmesser der Erdkugel KH $= a$; So ist $\frac{a+x}{a} = 1 + \frac{x}{a} = \sec K$. Daraus hat man den Winkel K; und folglich den Bogen auf der Erde LH $= a. K$.

2) Exemp. Es sey HG $=$ dem Halbmesser der Erde, also $\sec K = 2$; $K = 60°$. Ein

Auge um den Halbmesser der Erde über sie erhoben, übersähe ringsherum 60 Grade.

Man setze, die Höhe sey gegen den Halbmesser klein.

3) Für jemand, der sich in L befände, und den Gipfel der Höhe im Horizonte sähe, wäre die Höhe, der Unterschied zwischen scheinbarer und wahrer Horizontallinie.

4) Nun hat man diesen Unterschied, für Fälle wo er gering ist, finden gelernt, und kann die dortigen Formeln zum hiesigen Gebrauche einrichten.

5) Also, wenn man die Höhe, in dem Maasse angiebt, in dem man den Grad ausdruckt, und wie weit man sehen kann, in eben solchem Maasse, so ist

6) $c = \sqrt{\frac{n.\,x}{30'}}$.

7) Und der Winkel $K = \frac{c}{n}$ in Graden, $= \frac{60.\,c}{n}$ in Minuten. Dieser Werth ist $\frac{60}{n}$.

$$\sqrt{\frac{n.\,x}{30.\,1'}} = \sqrt{\frac{3600.\,n.\,x}{n^2.\,30.\,1'}} = \sqrt{\frac{120.\,x}{n.\,1'}}.$$

8) Exemp. Es sey $x = 5$ Fuß $= \frac{5}{6}$ Toisen n, Picards Grad. (I; 13)

log

$$\log x = 0,9208188 - 1$$
$$-\log \frac{30'}{n} = 0,1845156 + 7$$
$$2 \log c = 6,7363032$$
$$\log c = 3,3681516$$
$$\log \frac{60}{n} = 0,0218194 - 3$$
$$\log K = 0,3899710$$

Die Logarithmen geben

$$c = 2334,2 \text{ Toisen}$$
$$K = 2,4545$$

welches mit Anal. endl. Gr. 17; übereinstimmt. Wenn man 5 Fuß, für die Höhe eines Menschen annimmt, so folgt, daß ein Mensch rings um sich einen Bogen auf der Erde HL von etwa $2\frac{1}{2}$ Minute übersieht. Auf einen Grad 15 geographische Meilen gerechnet, (Geogr. 41.) beträgt dieses etwa $\frac{5}{8}$ Meile.

8) Wie hoch muß man stehen, sich auf eine gegebene Weite umzusehn? Das giebt aus (6)

$$\frac{30'. c^2}{n} = x.$$

Exemp. Picards Grad angenommen, wie hoch muß man stehen, daß man sich eine geographische Meile weit umsehen kann? Da ist

$$c = \frac{n}{15} \text{ also } x = \frac{30'. n}{15.15};$$

$$\log 30'.n = 2,6971792$$
$$\log 225 = 2,3521825$$
$$\log x = 0,3449967$$

Giebt diese Höhe 2,2130 Toisen.

Neigung der Linie GL unter den scheinbaren Horizont durch G.

9) Der letzte wäre eine Linie durch G in der Ebene KGL, senkrecht auf KG. Diese Linie macht mit GL einen Winkel = K; Also ist K die genannte Neigung.

10) Höhen himmlischer Körper auf der See zu nehmen, visirt der Beobachter in G. nach der äusersten ihm sichtbaren Gränze des Meeres, und nimmt die dahin gehende gerade Linie, GL, für horizontal an. Weil er nun im Schiffe, über die Oberfläche des Meeres, um HG erhoben ist, so macht was er für horizontal annimmt, mit der Horizontallinie (9) einen Winkel = K.

11) Bouguer, Nouv. Traité de Navigation, L. IV. art. 70; setzt den Halbmesser der Erde ohngefähr 3306000; daraus folgt ein Grad 57700 Toisen.

12) Für diese Zahlen und HG = 214 Fuß = $\frac{214}{6}$ Toisen, dient die letzte Formel in (7) so:

$$
\begin{aligned}
\log x = \log \tfrac{214}{6} &= 1{,}5522626 \\
\log 120 &= 2{,}0791812 \\
-\log 1' &= 3{,}5362739 \\
\hline
&\ 7{,}1677177 \\
\log n &= 4{,}7611758 \\
\hline
2 \log K &= 2{,}4065419 \\
\log K &= 1{,}2032709
\end{aligned}
$$

giebt $K = 15', 969 = 15' \, 58'', 14.$

13) Bouguer könnte nach etwas unterschiedenen Zahlen gerechnet haben (11), Er betrachtet aber über dieß die Krümmung des Lichtstrahls. Der Beobachter bekömmt nähmlich, nicht Licht von L, nach der geraden Linie LG, sondern von einem Puncte, der etwas über L hinausliegt, nach einer gegen LG hohlen krummen Linie, die also sein Auge in G so trifft, daß ihre dasige Tangente mit dem Perpendikel durch G (9) einen kleineren Winkel macht als GL. Die eigentlichen Voraussetzungen nach denen Bouguer diese Krümmung in Rechnung gezogen hat, meldet er nicht.

14) Hieraus wird obenhin erhellen, warum Bouguer in seiner Tafel a. a. O. für 214 Fuß Höhe, die grösste der Tafel, die Neigung nur 15′ setzt.

III.
Vergleichung der Grade unterschiedener Thermometer.

Zu Aerometrie 86.

I. Fahrenheit hat zuerst, bestimmte Grade beym Thermometer angegeben, und dadurch, auch durch den Gebrauch des Quecksilbers, dieses Werkzeug im Wesentlichen so eingerichtet, wie es noch jetzo gebraucht wird. Auch sind, eine Menge Beobachtungen z. E. von Boerhaave, Musschenbroek und anderen nach seinen Graden angegeben. Es wäre zu wünschen, daß man in einer ziemlich willkührlichen Sache, bey den Ausdrückungen dessen geblieben wäre, der sie zuerst in Ordnung gebracht hat. Da indessen, nach dem andere Thermometerverfertiger geglaubt haben, sie hätten Ursache, was man hie Grade nennt, anders abzutheilen, so ist nöthig, daß man diese Abtheilungen mit einander vergleichen, eigentlich eine in die andere übersetzen lernt.

II. Die Frage kömmt darauf an: Zwischen ein Paar bestimmten Graden der Wärme, am gewöhnlichsten wählt man dazu: Eyßpunkt und Siedepunkt, ändert die flüssige Materie des Thermometers ihren Stand um eine gewisse Länge der Röhre. Diese Länge theilt einer in so viel Theile, der andere in eine andere Menge Theile: So hat einer mehr, der andere weniger Grade zwischen Eyßpunkte und

Sied-

Siedpunkte. Wenn nun das Thermometer bey einer Stelle steht, wo der erste eine gewisse Zahl seiner Grade hinschreibt, so fragt sich, wie viel Grade der andere an eben die Stelle schreiben würde?

III. Das Fahrenheitische Thermometer, steht in Eyß bey 32 Graden. Es sind also daran vom Eyßpunkte bis zum siedenden Wasser 180 Grade. Sie werden von unten hinauf, vom Fahrenheitischen 0 nach dem siedenden Wasser 212, gezählt.

IV. Die man de l'Islische Grade nennt, haben 0 beym siedenden Wasser, werden von herunterwärts gezählt, beym Eyßpunkte 150.

V. Also betragen 150 de l'Islische soviel als 180 Fahrenheitische, oder 5 de l'Islische $=$ 6 Fahrenheitische.

VI. Wo an einem Thermometer der Fahrenheitische Grad p steht, soll der de l'Islische n stehn; Man sucht zwischen beyden die Vergleichung?

VII. Die Stelle ist also $212 - p$ Fahrenheitische Grade $= n$ de l'Islische, unter dem Siedpunkte; Folglich $(212 - p)$. Fahrenheitische $= \frac{n.\,6}{5}$ Fahr. (V) also $212 - p = \frac{6}{5}.\,n.$ Diese Gleichung dient, Fahrenheitische Grade in de l'Islische, und umgekehrt zu verwandeln.

VIII. Nähmlich p Fahrenheitische sind $\frac{5}{6}$. 212 — $\frac{5}{6}$ p de l'Islische.

Das ist $176\frac{2}{3}$ — $\frac{5}{6}$. p de l'Islische. Und n de l'Islische, sind 212 — 1,2. n Fahrenheitische.

IX. Exemp. Man setzt gewöhnliche gelinde Sommerwärme, 120 = n de l'Islische Grad. Nun ist 120. 1,2 = 144; also sind das 68 Fahrenheitische.

X. In Winklers Physik (Leipzig 1754;) 125. u. f. §. finden sich Formeln, für solche Verwandlungen, die Heinsius Winklern mitgetheilt hat, auch Beobachtungen merkwürdiger Wärme oder Kälte in de l'Islischen Graden. Diese hat Erxleben in Fahrenheitische übersetzt. Naturlehre 761. §.

XI. Ich lehre übrigens diese Verwandlungen nach den gewöhnlichen Angaben, ohne zu sagen, daß die Zahl 150 vom de l'Isle selbst herrühre, die sich in seinen Aerom. 85. angeführten Memoires nicht findet. Man schreibt sie Weitbrechten zu. Eben das erinnere ich von nachfolgender Rechnung über das reaumurische Thermometer.

XII. Man nennt reaumurische Grade, 90 vom Eyßpunkte bis an den Siedpunkt aufwärts. Also 1 reaum. = 2 Fahr., und wenn das Thermometer bey m reaumurischen und bey p Fahrenheitischen steht, so ist diese Stelle p — 32 Fahrenheitische Grade über dem Eyßpunkte,

punkte, das ist $\frac{1}{2}$ p — 16 = m reaumurischen. Und steht es bey m reaumurischen Graden, so ist dieses bey 32 + 2 m = p Fahrenheitischen.

XIII. Es ist übrigens bey dem reaumurischen Thermometer eine grosse Sprachverwirrung, unter andern auch deßwegen, weil es bald von Weingeist, bald von Quecksilber verstanden wird. Herr de Luc in dem Aerom. 79. angeführten Buche §. 448. a; vergleicht es mit einem Quecksilberthermometer, da zwischen Eyß und Sieden 80 Grade sind; Man könnte das mit Herrn van Swinden Observations sur le froid rigoureux du Janv. 1776. (Amst. 1778.) Herrn de Luc Thermometer nennen, ob er wohl gar vielerley andere Abtheilungen an Thermometern zu anderm Gebrauche macht; Man sehe meine Abhandl. vom Höhenmessen mit dem Barometer 324. §.

XIV. Celsius (Aer. 86; I) zählt vom Eyßpunkte bis ans siedende Wasser 100 Grad. Die Schweden brauchen diese Abtheilung durchgängig. Einer dieser Grade ist $\frac{9}{5}$ Fahrenheitische und wenn ein Thermometer zugleich bey s schwedischen und p Fahrenheitischen steht, so ist $\frac{9}{5}$. s = p — 32, oder es gehören zusammen

$$s = \frac{5.(p - 32)}{9} \text{ und } p = 32 + \frac{9}{5}. s.$$

XV. Wie ich andere Thermometer unmittelbar mit dem Fahrenheitischen verglichen habe, so kann man sie auch unter sich vergleichen, nach ähnlichen Verfahren, unmittelbar, oder vermittelst der gefundenen Formeln.

XVI. Zum Beyspiele des letzten Verfahrens suche man die Vergleichung zwischen schwedischen und de l'Islischen Graden. Also (VII) $212 - p = \frac{6}{5}.n$. und (XIV) $p = 32 + \frac{9}{5}.s$. Diesen Werth von p in die erste beyder Gleichungen gesetzt, kömmt

$$180 - \frac{9}{5}.s = \frac{6}{5}.n \quad \text{Also}$$

$$150 - \frac{3}{2}.s = n \text{ und } 100 - \frac{2}{3}n = s.$$

XVII. Exemp. Braun, de admirando frigore artificiali, quo Mercurius est congelatus, (Petersb. 1760.) setzt die Kälte, bey der Quecksilber gefriert, 650 de l'Islische Grade (28 Seite): Will man diese $= n$ in Schwedische verwandeln, so ist $\frac{2}{3}n = 433\frac{1}{3}$ und $s = 100 - 433\frac{1}{3} = - 133\frac{1}{3}$; oder: diese Kälte beträgt $133\frac{1}{3}$ solche Grad, unter dem schwedischen 0; dem Eyßpunkte.

XVIII. Eben nur daran zu erinnern, was ein verneinter Werth bey solchen Rechnungen bedeutet, habe ich unter andern dieses Exempel gewählt. Das Verneinte zu vermeiden, hat vermuthlich de l'Isle vom siedenden Wasser heruntergezählt. Wollte man aber grössere Hitze als des siedenden Wassers seine, in de l'Islischen Graden angeben, so wären dann diese verneint. Nach Braun am angeführten Orte 27 S. ist die Hitze, bey der Quecksilber zu sieden anfängt 414 de l'Islischer Grade über 0. Wollte man diese in Fahrenheitischen ausdrucken, so wäre in (VIII); $n = -414$; und die Zahl der Fahrenheitischen $= 212 + 496,8$ also fast 709 wie B. auch angiebt.

XIX. Man wird hieraus verstehn, wie sich Tafeln zu Vergleichung der Thermometer machen lassen, dergleichen man viel, gedruckt und in Kupfer gestochen findet, z. E. in Herr Hells Ephem. Vienn. 1764; 164 und 243 S. bey Strohmeyer, Anleitung übereinstimmende Thermometer zu verfertigen, Götting. 1775; und anderswo. Hr. Prof. Hindenburg gab zu Leipzig 1791. ein Programm heraus: Orationes in memoriam Heinrician. Ridelian. et Seyfertianam indicit ... Formulae comparandis gradibus thermometricis idoneae proponuntur.

XX. Mayer hat in einer den 13. Sept. 1755. in der hiesigen Königl. Gesellschaft der Wissensch. gehaltenen Vorlesung gewiesen, wie man thermometrische Beobachtungen gebrauchen könnte, allgemeine Sätze aus ihnen zu machen; man könnte nähmlich dadurch an einem gegebenen Orte eine mittlere Wärme überhaupt, imgleichen die mittlere Wärme für jeden Monat, und selbst für Stunden gegebener Tage bestimmen, zu welcher Absicht aus verschiedenen Beobachtungen arithmetische Mittel zu nehmen wären. Der Gebrauch hievon würde seyn, die Gesetze, nach denen sich die Wärme verändert, genauer kennen zu lernen. Wenn man dergleichen Gesetze auch bey den übrigen Veränderungen der Luft, bey denen die das Barometer anzeigt, bey den Winden u. s. w. ausmachen könnte, so würde diese Anleitung die Witterungen im voraus zu sagen dienen. Dieses wäre ohne Zweifel höchstwichtig, aber der ungeheure Haufen schon vorhandener Witterungsbeobachtungen hilft bisher dazu gar nichts, da es doch scheint, wir sollten unsere Atmosphäre, bey der wir so vielerley wahrzunehmen im Stande sind, wenigstens so gut kennen, als die so entfernten Himmelskörper, von denen wir Begebenheiten auf Jahrhunderte vorauszusagen wissen. Die Astronomen suchen bey einem Weltkörper zuerst die mittlere Bewegung zu lernen, der sie nach und nach Verbesserungen beyfügen, bis sie seine Stellen genau anzugeben wissen. Etwas ähnliches schlägt Mayer in dieser Schrift bey den Witterungsbeobachtungen vor. Sie ist in Tob Mayeri Operibus Vol. I. Gott. 1775; n. I. Der Herausgeber Herr Hofr. Lichtenberg, hat einige Erläuterungen beygefügt.

IV. Analytische Beweise der vornehmsten dioptrischen Sätze.

Zur Dioptrik 20. u. f.

Aufg. In Dioptrik 19. BF zu berechnen, wenn der Strahl DP der Axe sehr nahe einfällt.

Aufl.

Aufl. I. Es sey, wie dorten angenommen wird, $CA = r$; $KB = \varrho$; $AD = b$; die Dicke des Glases $AB = t$; die Verhältniß der Refraction (Dioptr. 9.) $m : n$. Man setzt den Winkel welchen der Bogen AP misst sehr klein, auch so die Winkel PDC; PCB, und ihre Summe CPV, den Neigungswinkel an der Vorderfläche. Auch beynahe $DP = b$. Folglich ist

$$CP\varphi = \frac{n}{m} CPV \text{ (Dioptr. 12.)}.$$

II. In jedem Dreyecke verhalten sich die Seiten wie die Sinus der ihnen gegenüberstehenden Winkel, also, wenn diese Winkel klein sind, wie die Winkel selbst. Das wird sich von $DP : CP$ sagen lassen, deren Verhältniß $=$ $BCP : D$ seyn wird, also ist $BCP = \frac{b.\,D}{r}$,

daher $CPV = D + \frac{b.\,D}{r} = \frac{b+r}{r} D$ und

$$CP\varphi = \frac{n.\,(b+r)}{m.\,r}.\,D.$$

Auch im Dreyecke $CP\varphi$; $CP : C\varphi = \varphi : CP\varphi$

und $\varphi = PCD - CP\varphi = \left(\frac{b}{r} - \frac{n.\,(b+r)}{m.\,r}\right)$.

$D = \frac{(m-n)\,b - nr}{mr}.\,D$ also $\frac{r.\,CP\varphi}{\varphi}$ oder

$$C\varphi = \frac{n.\,(b+r).\,r}{(m-n)\,b - nr}.$$

Daher

Daher

$$C\varphi + CA - AB \text{ oder } B\varphi = \frac{n.(b+r).r}{(m-n)\,b - nr}$$

$$+ r - t = \frac{mbr}{(m-n)\,b-nr} - t.$$ Wenn t in Vergleichung mit b und r klein ist, wird der erste dieser beyden Theile schon den Werth von $B\varphi$ ziemlich genau geben.

III. Wenn Q wo der Strahl ausfährt, wie hier angenommen wird, nahe bey der Axe liegt, so läſſt sich beynahe $Q\varphi = B\varphi$ setzen. Auch ist im Dreyecke $QK\varphi$, wie vorhin $Q\varphi : KQ = K : \varphi$ oder $K = \frac{\varphi.\,Q\varphi}{\varrho}$ daher $K + \varphi$ oder des ausfahrenden Strahles Neigungswinkel $TQ\varphi$ $= \frac{Q\varphi+\varrho}{\varrho}.\,\varphi$, und $\frac{m}{n}.\,TQ\varphi$ oder TQF $= \frac{m.\,(Q\varphi+\varrho)}{n.\,\varrho}.\,\varphi$, und $TQF - K$ oder $QFK = \frac{(m-n).\,Q\varphi + m\varrho}{n\varrho}.\,\varphi$. Also im Dreyecke QFK; $F : K = QK : QF$, also $QF = \varrho.$ $\frac{n.\,Q\varphi}{(m-n)\,Q\varphi + m\varrho}$, welcher Werth auch für BF angenommen wird, für das man also nur $Q\varphi$ oder $B\varphi$ aus (II) brauchen darf.

IV. Um nicht Anfänger mit einem sehr zusammengesetzten Ausdrucke, der nur selten brauch-

brauchbar wäre zu erschrecken, will ich, wie meistens verstattet wird, in II; $t = o$ setzen. So wird $n. Q\varphi = \frac{mnbr}{(m-n)\,b - nr}$ und $(m-n)$.

$$Q\varphi + m\varrho = \frac{m.\,(m-n)\,b.\,(r+\varrho) - mnr\varrho}{(m-n)\,b - nr}.$$

Daher endlich $BF = \frac{nbr\varrho}{(m-n)\,b.\,(r+\varrho) - nr\varrho}$.

Man kann diesen Werth von BF auch so ausdrücken $\frac{nr\varrho}{(m-n).\,(r+\varrho) - nr\varrho : b}$. Wenn nun das Glas ungeändert bleibt, aber D immer weiter wegrückt, also b wächst, so wird hier des Nenners zweyter Theil immer kleiner, und kann kleiner als jede angegebene Grösse werden, weil b über alle Grössen wachsen kann. Wenn also b unendlich wächst, oder der einfallende Strahl der Axe parallel wird, so verschwindet dieser zweyte Theil, und es ist die Brennweite (Dioptr. 21.) $l = \frac{nr\varrho}{(m-n).\,(r+\varrho)}$

$= \frac{2r\varrho}{r+\varrho}$ für $m : n = 3 : 2$ wie Dioptr. 22.

V. Folglich $(m-n).\,(r+\varrho)\,l = nr\varrho$ und daher in IV. die unbestimmte Weite $BF =$

$$\frac{(m-n).\,(r+\varrho)\,bl}{(m-n).\,b.\,(r+\varrho) - (m-n).\,(r+\varrho).\,l}$$

oder

oder diese Weite $f = \frac{bl}{b-l}$ (Dioptr. 29.).

VI. Für ein Hohlglas ist l verneint (Dioptrik 27.), also, wenn b bejaht bleibt, bl verneint, und $b - l$ bejaht, weil da von b eine verneinte Grösse abgezogen, das ist, eine bejahte addirt wird. Daher f verneint, welches den Zerstreuungspunkt (Dioptr. 34.) anzeigt. Es ist also dieses verneinte f allemahl kleiner als b und kleiner als l, weil $b - l$ hier eine Summe, und daher grösser als b und grösser als l, jedes alleine genommen, ist, daher $b . \frac{l}{b-l} < b$ und $l . \frac{b}{b-l} < l$. Wenn

A B H F G

also hier in B ein Hohlglas, und dessen Axe BHFG, der Zerstreuungspunkt für Parallelstrahlen (Dioptr. 27.) F ist, aus G aber ein Strahl auf dieses Glas fällt, so wird er so gebrochen, daß er liegt als führe er von dem Punkte H aus; der Punkt H liegt näher bey B, als G und als F. Je kleiner BG ist, desto klei ner ist BH, daher gehört die grösste $BH = BF$ zu der grössten $BG = \infty$ wenn nähmlich der einfallende Strahl der Axe parallel ist.

Ein Strahl könnte von der Seite wo A liegt, von der linken Seite, dergestalt auf das Glas fallen, daß er nach H zu gerichtet wäre. Dieses geschähe, wenn ein erhabenes

Glas,

Glas, das vor dem hohlen stünde, Strahlen so bräche, daß sie nach H zu führen, und wenn alsdenn das Hohlglas zwischen H und das erhabene gesetzt würde. So verhält es sich bey dem holländischen Fernrohre. Die Strahlen, die 15. Fig. aus Q auf das erhabene Glas A fallen, gehen vermöge der Brechung, die sie hier in ihm leiden, nach q zu, und das Hohlglas B fängt sie unterwegens auf.

Ein solcher Strahl also, der nach H zu fahrend vom Hohlglase B aufgefangen würde, würde von ihm nach G gebrochen werden. Dieses erhellt aus der Verwechselung der einfallenden und gebrochnen Strahlen, die schon Dioptrik 4. angenommen worden. Wenn nähmlich des aus G einfallenden, gebrochner aus H geht, so stelle man sich nur vor, das Licht nehme eben den Weg rückwärts, da wird der einfallende nach H, der gebrochne nach G zu gehen müssen.

Fiele von der linken Hand her, ein Strahl dergestalt auf das Hohlglas, daß er nach G zu ginge, so müsste man, bey der nur gebrauchten Voraussetzung, daß das Licht rückwärts gehen sollte, diesen Strahl als einen gebrochnen ansehen, der nach der linken Hand zu von G ausführe. Sein einfallender, wäre alsdenn hier der gebrochne. Aber wenn $BG > BF$, so kann von der rechten Hand her kein Strahl einfallen, dessen gebrochner durch G ginge; folglich kann auch kein Strahl, der von der linken Hand her nach G zu fahrend einfiele, so gebrochen werden, daß er durch einen Punct rechter Hand von B, durchginge, sondern er wird nach der Brechung die Axe linker Hand von B schneiden.

Wenn nähmlich BH dem einfallenden Strahle, und BG dem gebrochnen zugehört, und für $BH = BF$; $BG = \infty$ wird; so wird für $BH > BF$; HG verneint (Geom. 12 S. 14. Zus.) oder es fällt auf die entgegengesetzte Seite. Ein Hohlglas also, vereinigt Strahlen, oder macht ein Bild, in G, wenn es diese Strahlen nach H zu fahrend, so empfängt, daß $BH > BF$.

VII. Bedeutete AMB Dioptrik 9. Fig. eine halbe Kugel, so fielen K, C, mitten in AB zusammen. Man dürfte also t im Werthe von $B\varphi$ (11) nicht weglassen, sondern es wäre $t = 2r$ weil $\varrho = r$. Man suche hier nur die Brennweite, und setze also b unendlich. Dieses nebst $t = 2r$ giebt in II. wie vorhin in V;

$$B\varphi = \frac{mr}{m-n} - 2r = \frac{2n-m}{m-n}.\, r.$$ Dieses statt $Q\varphi$ in III. gebraucht, auch $\varrho = r$ gesetzt, giebt in dem Werthe von QF, den Zähler

$$= \frac{(2n-m).\, nr^2}{m-n}$$ und den Nenner $= 2nr$;

also die Brennweite $\frac{(2n-m).\, r}{2\,(m-n)}$. Für die Verhältniß (V) wird sie $\frac{1}{2}r$ wie Dioptr. 26.

Zu

Zu Dioptr. 35.

VIII. Wenn DAB; 9. und 13. Fig. des Glases Axe ist, so steht sie auf beyden Flächen bey A und B senkrecht, also sind beyde Flächen bey A und B parallel. Ein Strahl also, der zugleich auf A einfiele, und durch B ausführe, bliebe sich parallel. Wenn nun das Glas sehr dünn ist, also A und B sehr nahe beysammen sind, so wird ein Strahl der bey A einfällt, nothwendig beym Ausfahren die Hinterfläche bey B treffen. Bey einem solchen dünnen Glase also, fährt der Strahl sich parallel durch B aus, welcher auf A einfällt, und weil A und B so nahe bey einander sind, so sind diese beyden parallelen Linien des einfallenden und des ausfahrenden Strahles als einer anzusehen, oder der Strahl geht ungebrochen durch, der auf das Mittel A eines dünnen Glases auffällt.

Auf einen Punct auser der Axe, Dioptr. 35. u. f. wird das bisherige folgendergestalt angewandt.

IX. CΦ (II) wird blos durch die Verhältniß der Refraction, b, und r, bestimmt. Es bleibt also einerley wenn ein Punct wie E 13. Fig. auser der Axe des Glases, nur um die Weite b von der Vorderfläche entfernt läge. Man stelle sich nähmlich durch der Vorderfläche Mittelpunkt (C der 9. Fig.) und E eine Linie gezogen vor, von der ein Stück = b zwischen E und der Vorderfläche fällt. Diese Linie wird so zu reden, eine Axe der allein betrachteten Vorderfläche seyn, und das Licht, das nahe um sie von E auf die Vorderfläche fällt, wird von dieser Fläche allein, wenn es sonst keine Brechung weiter litte, so gebrochen werden, daß es nach einem Puncte zu fährt, der in dieser Axe, soweit von C liegt als φ.

X. Nun sey NAMB 13. Fig. ein schmahles und dünnes Glas, DE ein Gegenstand von dem D in des Glases Axe, E auser ihr liegt, der Winkel EAD aber, wenn man sich die Linie EA gezogen vorstellt, soll sehr klein seyn, welches voraussetzt, daß $\frac{ED}{EA}$ klein, und also der Gegenstand entweder sehr weit vom Glase weg ist, wenn er eine beträchtliche Grösse hat, oder sehr klein ist, wenn er nahe beym Glase seyn soll, daher dieses sich sowohl auf Objective von Fernröhren, als auf Vergrösserungsgläser anwenden lässt. Solchergestalt ist EA, und jede andere Linie von E bis an die Vorderfläche, nicht viel länger als b, und von dem aus E auf die Vorderfläche fallenden Lichte gilt (IX).

XI. Weil auch das Glas schmahl ist, so ist der Mittelpunct der Vorderfläche, von jeder Stelle der Hinterfläche nicht viel weiter entfernt, als von B, wie die 9. Fig. erläutern wird, da Linien aus C nach Q oder M gezogen der

CB können gleichgeschätzt werden, wenn das Glas schmahl ist. Da nun der Vereinigungspunct des auf E auffallenden Lichts, wenn es von der Vorderfläche allein gebrochen würde, so weit als Cφ 9. Fig. von derselben Mittelpuncte liegt, so wird man seine Weite von der Hinterfläche finden, wenn man zu Cφ addirt, wie weit in der Axe der Vorderfläche, von der Vorderfläche Mittelpunct bis an die Hinterfläche ist, und das ist, vermöge des gewiesenen, CB; also, wird das Licht, das von E auffällt, dergestalt von der Vorderfläche allein gebrochen, daß es nach einem Puncte in der vorhin genannten Axe der Vorderfläche, zu fährt, der um die Weite Bφ von der Hinterfläche entfernt ist.

XII. Licht das in der 9. Fig. nach einem Puncte der Axe des Glases zu fuhr, der um die Weite Bφ, hinter dem Glase liegt, vereinigte sich durch die Brechung der Hinterfläche, in einem Puncte der Axe, dessen Weite vom Glase BF war. Diese Weite BF, ward (II) nur durch die Verhältniß der Refraction, durch ϱ, und durch Bφ bestimmt, und bleibt also einerley, so lange sich hierinn nichts ändert. Folglich wird das aus E auffallende Licht, welches vermöge der ersten Brechung, nach einem Puncte, der die Weite Bφ hinter dem Glase hat, zu fährt, durch die zweyte Brechung in einem Puncte vereiniget werden, der die Weite BF hinter dem Glase hat. Nur in der Axe des

Glases kann dieser Punct nicht liegen, man muß also die Linie suchen, in der er liegt.

XIII. Diese Linie muß der Strahl, der von E auf des Glases Mittel fällt, verlängert, seyn, denn dieser Strahl geht ungebrochen durch (VIII), da er also seine Richtung nicht ändert, so muß sich das übrige Licht in ihm sammlen.

Also ist 13. Fig. des Punctes E Bild e, in der verlängerten Linie EA so weit hinter dem Glase, als F des Punctes D Bild. Und wenn nach Dioptr. 38; Fe eine Reihe von Bildern ist, die den Puncten in DE zugehören, so ist Fe ein kleiner Kreisbogen, für dessen Mittelpunct man ohne merklichen Irrthum B oder A, welche hier als eins angesehen werden, annimmt, eben wie man AE = AD setzte (X). Ein solcher kleiner Kreisbogen wird wieder ohne merklichen Irrthum mit einem Perpendikel auf FB verwechselt. Also ist das Bild von DE, ein Perpendikel durch F auf BF, das zwischen BF, und der verlängerten EA fällt. Hieraus folgen Dioptr. 36. . . . 42.

XIV. Der Gegenstand stehe in des Glases Brennpuncte, sein Bild Fe also unendlich weit hinter dem Glase. Das Licht, das von E auf das Glas fällt, geht folglich vermöge der doppelten Brechung nach einem Puncte e zu, der in EA (XIII) unendlich weit entfernt liegt, das

ist,

ist, es geht mit EA parallel. Dies ist am Ende von Dioptr. 37. angezeigt, aber die Linie mit der es parallel geht, nicht angegeben.

Vergrösserungen optischer Werkzeuge.

XV. Ein Auge in A, sähe ohne Glas den Gegenstand DE unter dem Winkel EAD. Befindet es sich hinter dem Glase, in dessen Brennpuncte der Gegenstand ist, so bekömmt es das Licht von D, mit DA, und das Licht von E mit EA parallel (XIV). Und also machen die Strahlen von D und E, die das Auge durch das Glas bekömmt, einen Winkel = EAD mit einander. Das Auge sieht also diesen Gegenstand ohne Glas, und mit dem Glase gleich groß, dieß wird bey Erklärung der einfachen Mikroskope Dioptr. 104. angenommen.

XVI. Bey dem Sternrohre (Dioptr. 89.) kann man jeden der beyden Theile des Bildes pq, qr, für einen Gegenstand annehmen, den das Auge durch das Glas B betrachtete. Ein solcher Theil also, z. E. pq, erscheint dem Auge durch das Glas unter dem Winkel pBq (XV). Von der Sache selbst aber, erschiene, wegen ihrer Entlegenheit, dem blossen Auge, ohne Gläser, der Theil PQ, welchem des Bildes Theil pq zugehört, aus B oder aus A, unter einerley Winkel PAQ = pAq (XIII), die scheinbaren Grössen des Gegenstandes und des Bildes, das ist des Gegenstandes ohne Gläser und durch die Gläser, verhalten sich also wie pAq: pBq. Es ist aber tang pAq : tang bBq $= \frac{pq}{qA} : \frac{pq}{qB} = qB : qA$, und diese kleinen Winkel verhalten sich wie ihre Tangenten selbst, also wie qB: qA. Folglich ist $\frac{qA}{qB}$ $= \frac{pBq}{pAq}$ oder die Brennweite des Vorderglases mit der Brennweite des Augenglases dividirt, giebt so viel als die scheinbare Grösse durch die Gläser mit der scheinbaren Grösse für das blosse Auge dividirt. Welches die Regel (Dioptr. 89.) die Vergrösserung zu berechnen ist. Bey starken Vergrösserungen, oder wenn die scheinbare Grösse fürs blosse Auge nicht gar gering ist, doch würden die Quotienten, der Winkel und ihrer Tangenten, der Gleichheit nicht so gar nahe seyn. Wäre des Oculars Brennweite, in des Objectivs seiner 100 mahl enthalten, so gäbe diese Regel, für einen Gegenstand der dem blossen Auge 15′ groß erschiene, durchs Fernrohr eine scheinbare Grösse von 25°; Die Tangente von 15′ hundertmahl genommen, gehört zu 23° 24′ +.

Aber mit einem solchen Fernrohre, würde man einen so grossen Gegenstand, ohngefähr halb so groß als der Vollmond, auf einmahl nicht übersehen wollen. Man wird selbst mit

dem

dem blossen Auge etwas das 20 Grad einnimmt, nicht mit unverwandtem Blicke betrachten. Das Fernrohr würde also eigentlich für viel kleinere Gegenstände gebraucht werden. Wäre ein solcher für das blosse Auge 1′ so gehörte die hundertfache Tangente zu 1° 40′ +, zum hundertfachen Winkel.

XVII. Aus dem was Dioptr. 27. von den Hohlgläsern gesagt ist, mit hiesigem XIV. verglichen, wird folgendes erhellen. In dem holländischen Fernrohre (Dioptr. 87.) geht das Licht, das aus P auf das Vorderglas fällt, so wie es von diesem Glase allein gebrochen wird, nach p zu, wird aber, ehe es dahin kömmt, von dem hohlen Augenglase aufgefangen, und so gebrochen, daß es hinter dem Augenglase mit pB parallel geht. Das Auge bekömmt also hinter dem Augenglase, die Strahlen von P und Q, mit pB und qB parallel, oder sie machen ihm den Winkel pBq, der also die scheinbare Grösse durch die Gläser ist, und sich zu PAQ oder pAq der scheinbaren Grösse ohne Gläser, ebenfalls wie qA: qB verhält, welches hier die Regel der Vergrösserung wie Dioptr. a. a. O. giebt.

Wie ein Kurzsichtiger diese Werkzeuge ändern muß.

XVIII. Die Weiten Aq 15; 16. Fig. sind des Vorderglases Brennweiten, also bey einem

 gege-

gegebenen Fernrohre unveränderlich. Ein Kurzsichtiger muß beym holländischen 15. Fig. vom Hohlglase die Strahlen, die es nach q zu fahrend auffängt, dergestalt zugesandt bekommen, als kämen sie von einem Puncte her, der nicht weit vor ihm, und vor dem Glase läge (Dioptr. 77.), dazu muß also q weiter vom Glase weg liegen, als des Glases Zerstreuungspunct (VI). In der bisher angenommenen Stellung fällt des Glases Zerstreuungspunct gleich auf q. Also muß der Kurzsichtige das hohle Augenglas näher ans vordere rücken.

Beym Sternrohre 16. Fig. befindet sich in der bisher angenommenen Stellung q in des Augenglases Brennpuncte. Soll der Kurzsichtige den Gegenstand pr deutlich sehen, so muß er die Strahlen, die q auf das Augenglas sendet, vom Augenglase so bekommen, als kämen sie von einem Puncte her, der unweit vor dem Augenglase läge; q muß also zwischen dem Augenglase und desselben Brennpuncte liegen, und daher wieder das Augenglas näher ans Vorderglas geschoben werden, daß also der Kurzsichtige sich beyde Werkzeuge verkürzen muß, wie Dioptr. 91.

Gebrauch dieser beyden Fernröhre Bilder zu machen.

XIX. Wenn die beyden jetzo untersuchten Fernröhre, für Augen die gut in die Ferne

sehen,

sehen, gestellt sind, so macht keines ein Bild, denn die zu P oder p gehörigen Strahlen, gehen hinter jedem Augenglase unter sich parallel, das Bild, das beyde Gläser zusammen machten, wäre also unendlich entlegen. Rückte man beym Sternrohre 16. Fig. das Augenglas näher ans Bild pr, daß q zwischen das Augenglas und dessen Brennpunct fiele, so würden die Strahlen, die aus q auffallen, hinter dem Augenglase zerstreut (Dioptr. 33.), und geben also noch weniger ein Bild, als vorhin. Bey dem holländischen, muß das Augenglas B 15. Fig. näher bey q liegen, als sein Zerstreuungspunct (Dioptr. 27.) ihm liegt, wenn es ein Bild vermöge der Strahlen machen soll, die es nach q zu fahrend auffängt (VI). Es muß also wiederum weiter vom Vorderglase abgerückt werden, als zum Gebrauche für Augen, die in die Ferne gut sähen, nöthig wäre.

Soll also eines dieser beyden Fernröhre ein Bild machen, so müssen die Gläser weiter auseinander stehen, als sie für gute Augen oder für kurzsichtige gestellt werden; oder: das Bild erfodert eine Stellung, bey welcher kein gewöhnliches Auge (Siehe Dioptr. 85.) deutlich sähe.

Alsdann aber ist klar, daß das Hohlglas 15. Fig. die nach p zu fahrenden Strahlen in einer Stelle sammlen wird, die auf eben der

Seite

Seite der Axe liegt, auf welcher ſich p befindet. Es wird alſo die Sache verkehrt abbilden, wie pr ſie abbildete.

Das erhabene Augenglas 16. Fig. wird das Bild pr, als einen Gegenſtand und folglich umgekehrt (Dioptr. 39.) abbilden. Weil alſo das erſte Bild die Sache verkehrt darſtellte, wird das zweyte ſie aufgerichtet zeigen.

Die Sache bildet ſich alſo durch eines dieſer beyden Fernröhre verkehrt, oder aufgerichtet ab; nachdem man ſie durch das Fernrohr ſelbſt aufgerichtet oder verkehrt ſähe.

Man braucht dieß beſonders, das Sonnenbild in einem verfinſterten Orte aufzufangen (Aſtron. 164). Scheiner hat ſich, die Sonnenflecken auf dieſe Art wahrzunehmen, des holländiſchen Fernrohrs bedient. Jetzo iſt das Sternrohr dazu gewöhnlicher, das doch Scheiner auch gebraucht hat, Roſ. Vrſ. Lib. III. pag. 347. Man ſehe hievon mehreres im Lehrbegriff der Optik III. B. Anmerkungen zum 185. Art. Aſtronomiſche Abhandlungen II. Samml. 7. Abhandl. 318.

Wie die Weiten der farbichten Bilder von einander (Dioptrik 51.) berechnet werden.

XX. Ein Glas befinde ſich in B, V ſey

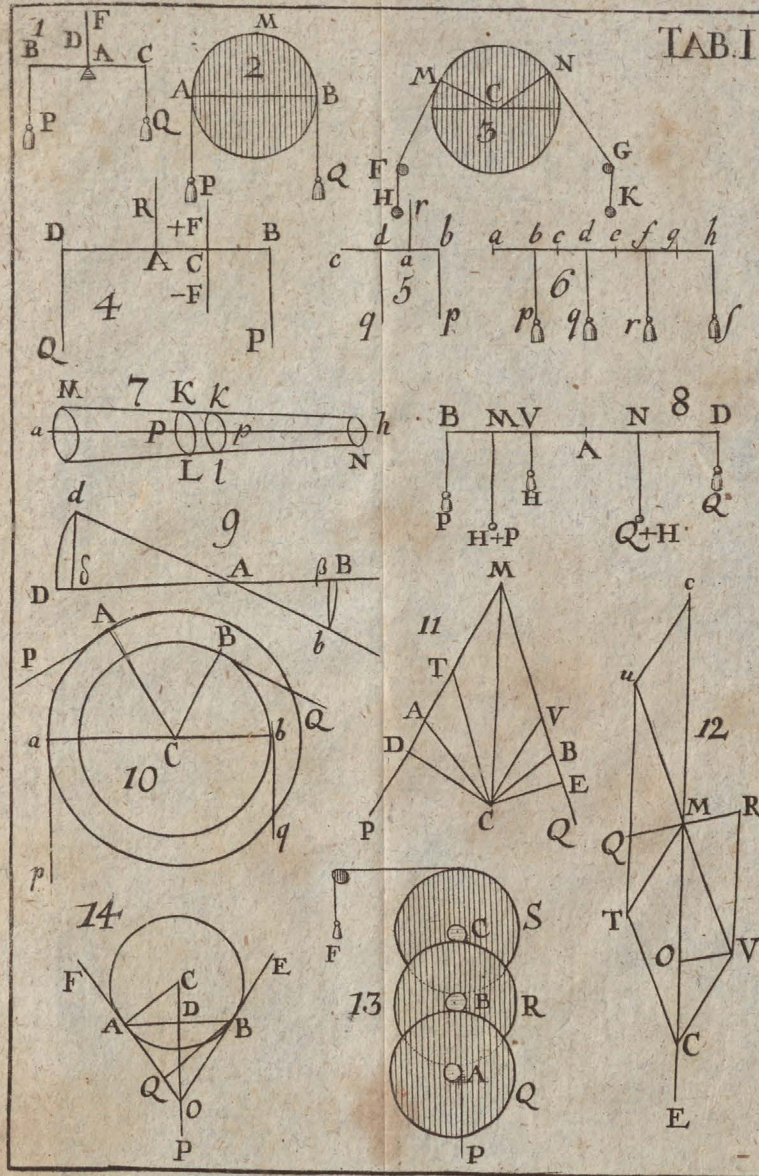
B V R

der

der Brennpunct für violette, R für rothe Strahlen. Man setze in dem Werthe von l (IV) $n = 50$; und m zuerst $= 78$, darnach $= 77$ (Dioptr. 50.), auch $\frac{r\varrho}{r + \varrho} = k$, so ist $BV = \frac{50}{28}k$ und $BR = \frac{50}{27}k$ also $VR = \frac{50}{28.27}k = \frac{25}{14.27}k$. Hiebey muß man sich aber erinnern, daß in IV; die Dicke des Glases ist beyseite gesetzt worden. Diese nun kann in Vergleichung mit r und ϱ wenig bedeuten, aber doch in Vergleichung mit VR beträchtlich seyn. Will man also die dortige Formel von l hier sicher anwenden, so muß man ein Planconvexglas annehmen, dessen ebene Seite vorwärts gekehrt ist (Dioptr. 4. F.), denn das bricht Strahlen, die mit seiner Axe parallel einfallen, nur in der Hinterfläche, und also kömmt seine Dicke hier nicht in Betrachtung. Wenn man also r unendlich setzt (Dioptrik 24.), so wird $VR = \frac{25}{24.27}$. $\varrho = 0{,}066137.\ \varrho$. Wäre $\varrho = 6$ Fuß $= 72$ Zoll, so käme $VR = 4{,}7619$ Zoll.

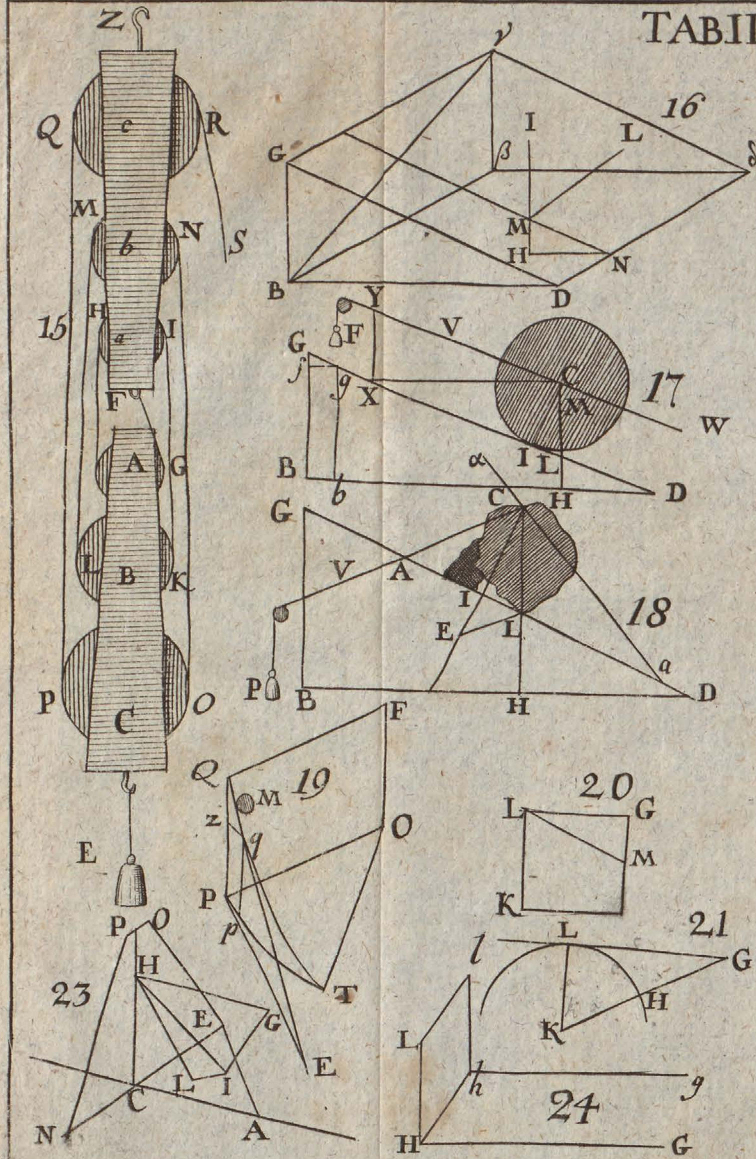
XXI. Dieser Anfang dioptrischer Rechnungen lehrt wenigstens die Gründe von den gemeinsten optischen Werkzeugen. Vollständige Ausführung erfodert eigne Werke, da in Absicht auf die Berechnung, unter den Dioptrik 112. angeführten, besonders Klügels analytische Dioptrik zu empfehlen ist.

TAB. I



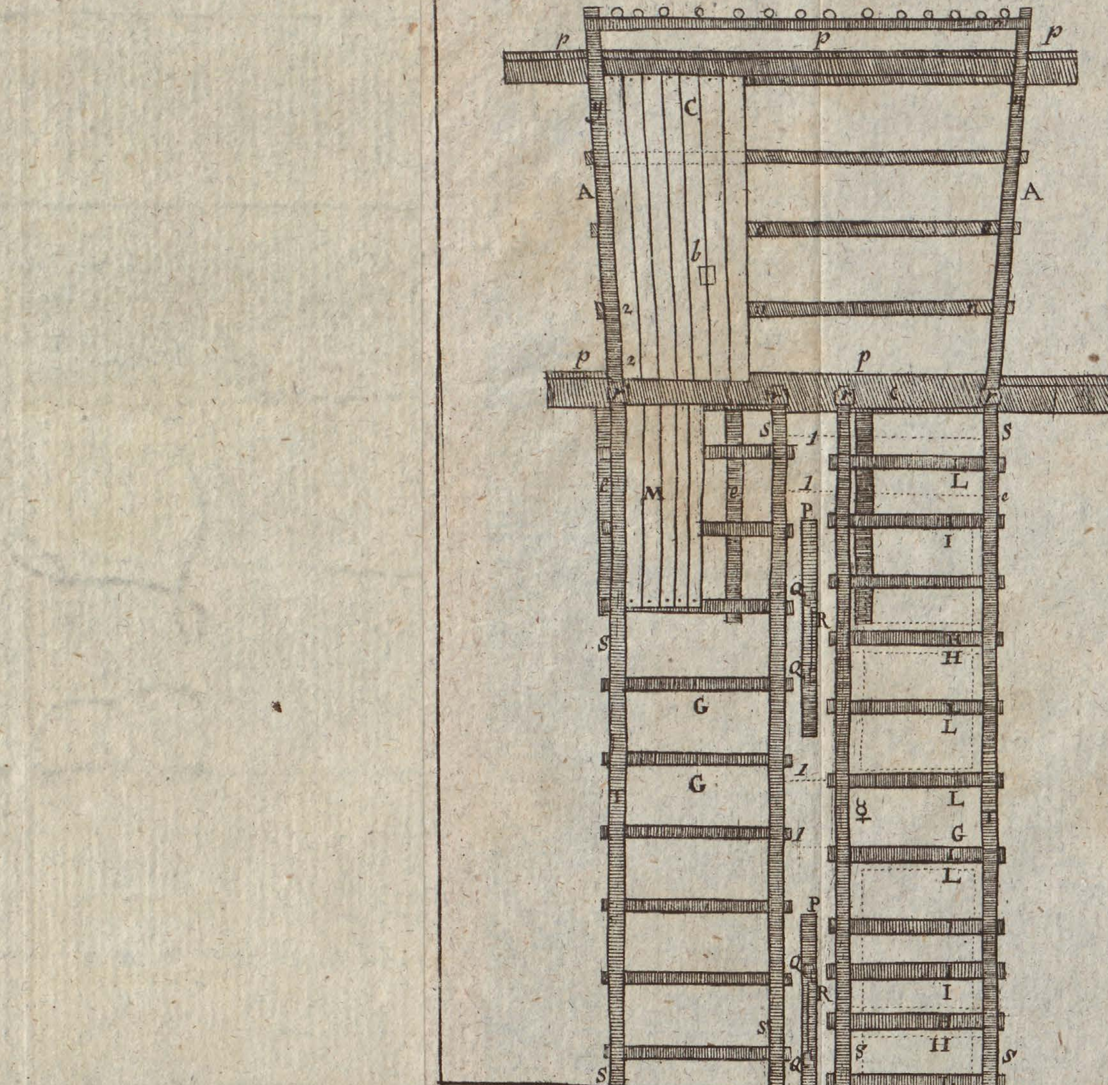
1
B D A C F
P Q
2
M A B
P Q
3
M N C
F G H K
4
R +F D B A C −F
Q P
5
r d b c a
q p
6
a b c d e f g h
p q r s
7
M K k a P p h L l N
8
B M V N D A
P H+P H Q+H Q
9
d δ D A β B b
10
A B P Q a C b p q
11
M T A D V B E C P Q
12
c u M R Q T O V C E
13
F S C B R A Q P
14
F E C D A B Q O P

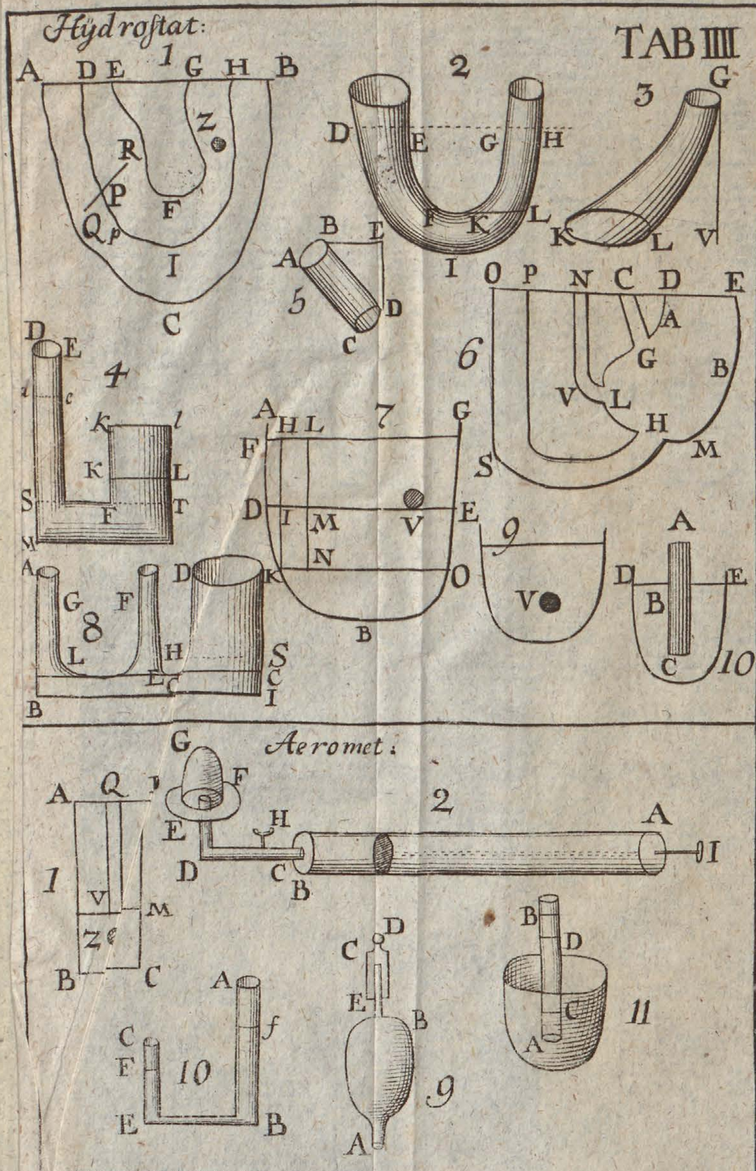
TAB. II



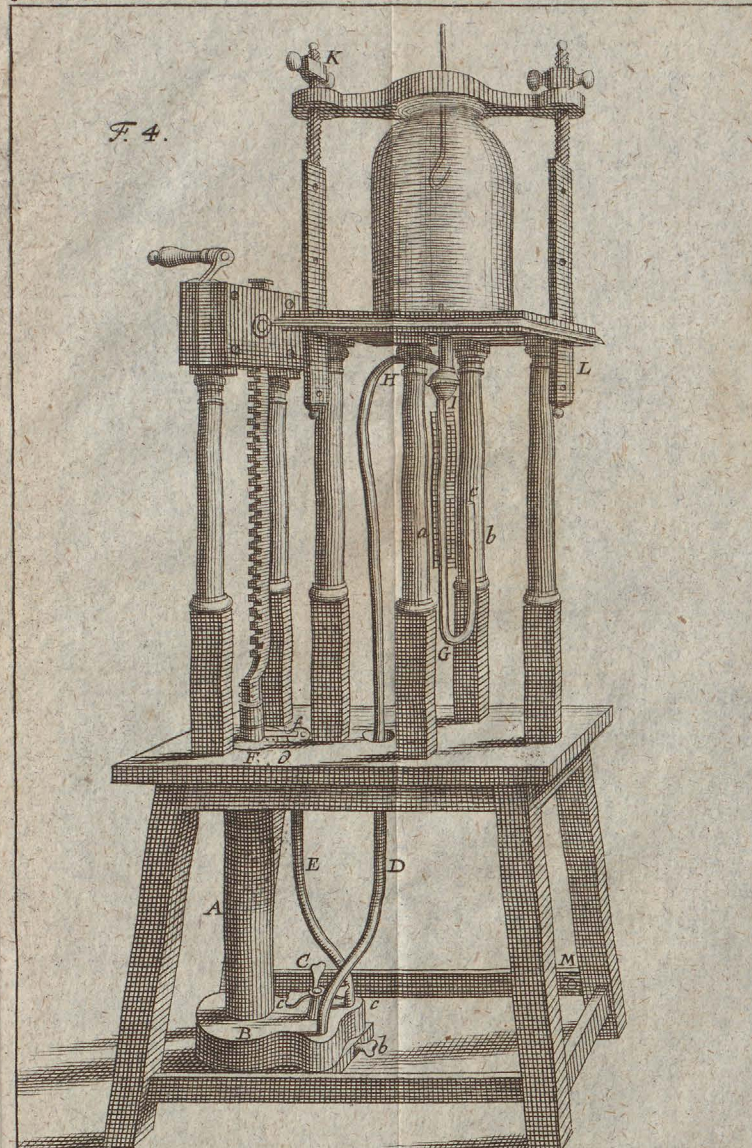
TAB III

Fig 22




Hydrostat:
TAB IIII
Aeromet:

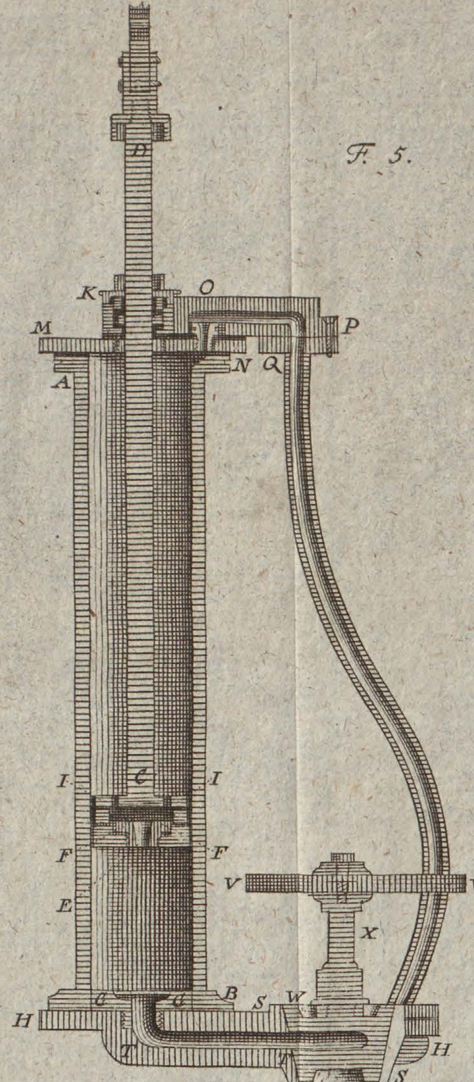
Tab. V.



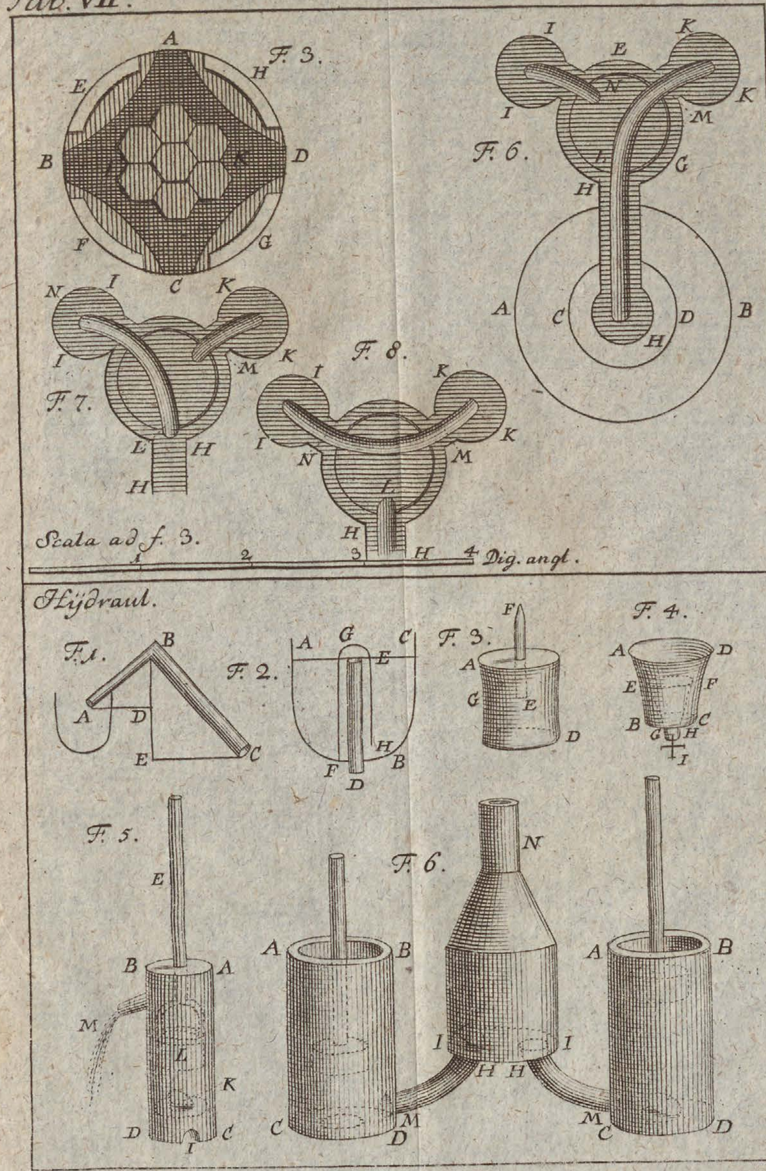
Tom

Tab. VI.

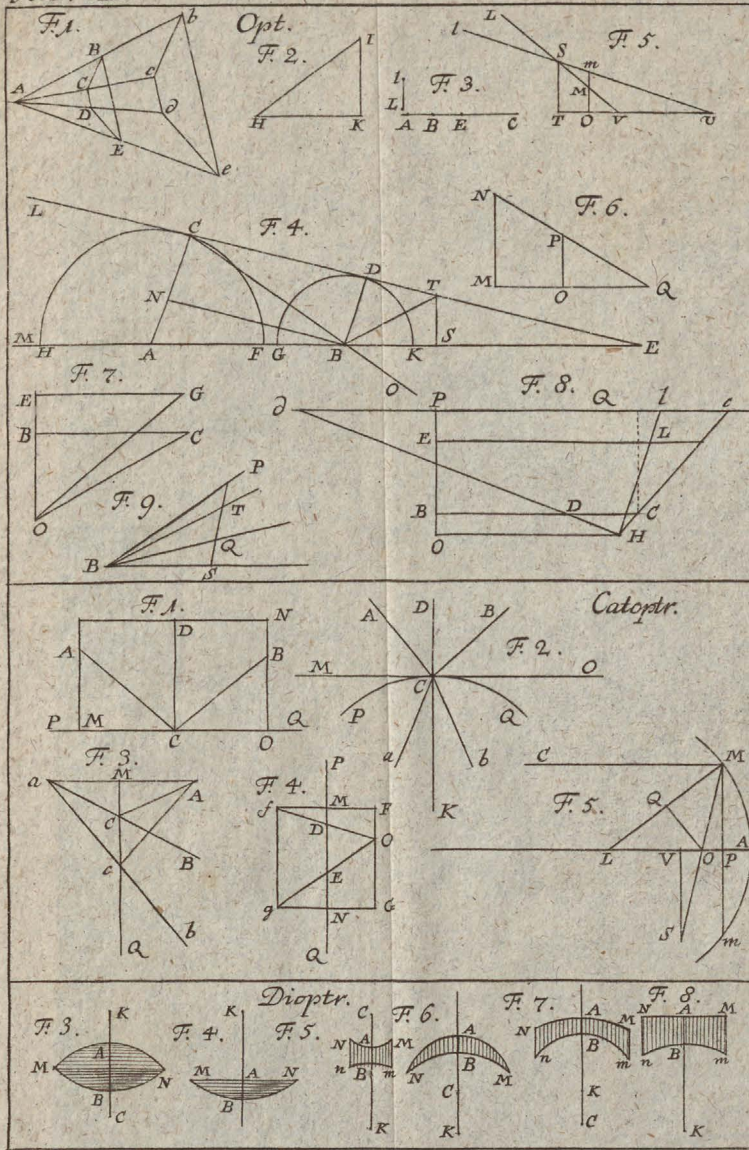
F. 5.

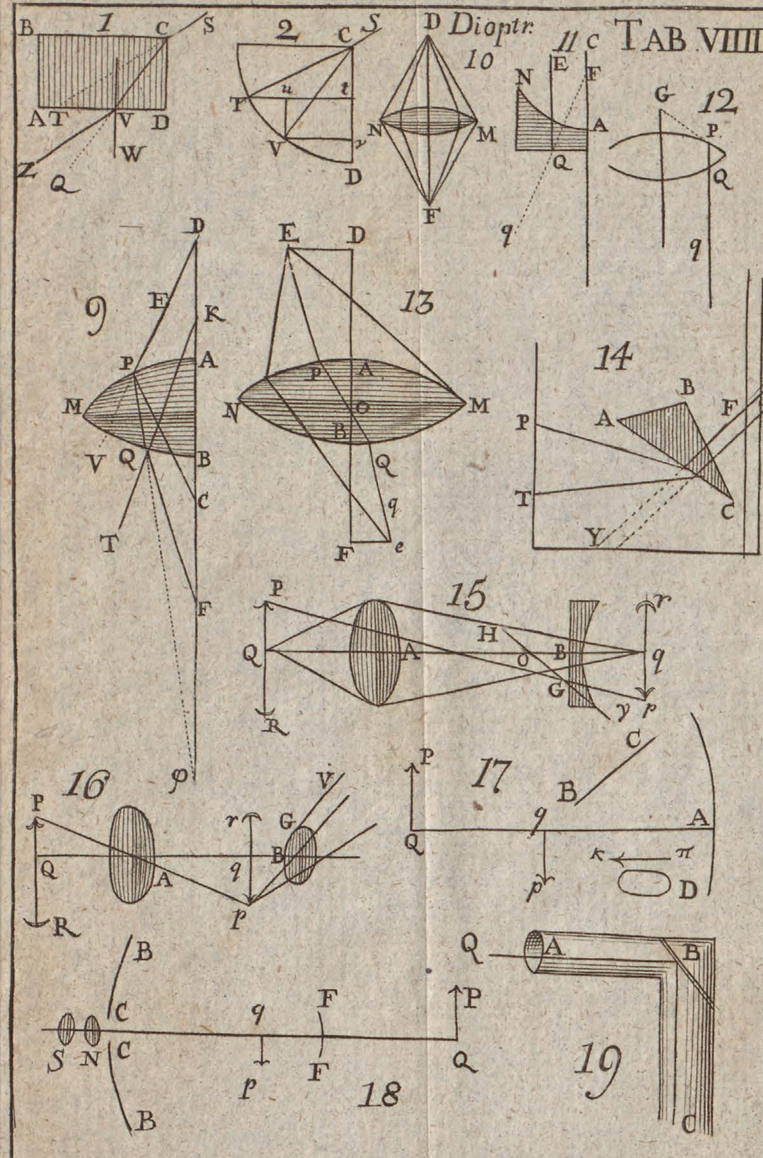


Tab. VII.



Tab. VIII.


Opt.
F. 1.
F. 2.
F. 3.
F. 4.
F. 5.
F. 6.
F. 7.
F. 8.
F. 9.
Catoptr.
F. 1.
F. 2.
F. 3.
F. 4.
F. 5.
Dioptr.
F. 3.
F. 4.
F. 5.
F. 6.
F. 7.
F. 8.


Dioptr.
TAB VIIII