[illegible]

Lehrbuch

der [redacted]

Astronomie,

von

Abel Bürja.

Mit einer Mondkarte.

Dritter Band.

Berlin,

bei Schöne 1798.

An den Leser.

Schon bei dem zweiten Bande dieser Astronomie mußte ich mich wegen Verspätung entschuldigen; noch größere Ursache habe ich jezt dazu, da es schon ins dritte Jahr gehet, seitdem etwas von meiner Arbeit erschienen ist. Ich will hiermit nicht zu verstehen geben, als sehne sich das Publikum nach meinen Werken; ich weiß besser als jeder andere, daß keine merkliche Lücke im Fache der Gelehrsamkeit entstehen würde, wenn meine Schriften fehleten. Indessen da sie einmal angefangen sind, und zusammen ein Ganzes ausmachen sollen, so ist es billig, die Vollendung derselben nicht zu lange aufzuschieben. Diesesmal liegt die Schuld weder an dem Verfasser noch an dem Verleger, sondern lediglich an den Formschneidern, welche die Arbeit so lange verzögert haben.

Diese Verzögerung hat verursachet, daß die Bogen nicht nacheinander, sondern nach beträchtlichen Zeiträumen gedruckt worden sind. Dieses wird man unter andern am Uranus bemerken, bei welchem anfänglich nur zwei Nebenplaneten angegeben werden, und zulezt achte; denn so viel soll er, nach Herschels neuesten Beobachtungen, haben.

Der aufmerksame Leser wird gewahr werden, daß bei vielen Aufgaben Beispiele fehlen, da doch andere dadurch erläutert werden. Diese Ungleichheit ist nicht aus Versehen oder Nachläßigkeit entstanden, sondern aus guten Gründen. Was helfen Beispiele, wenn die Berechnungen dabei noch nicht vollständig ausgeführet werden können. Dieses war aber oft der Fall; es fehleten noch data, die erst in der Folge beigebracht werden können. Wenn meine ganze Astronomie fertig ist, so wird vielleicht ein besonderer Band von Beispielen astronomischer Rechnungen beigefüget werden können: denn darüber klagen die angehenden Astronomen sehr, daß es ihnen an solchen Beispielen ausführlicher Rechnungen mangelt.

Noch

Noch werden Sachverständige, die sich die Mühe geben dieses Buch durchzublättern, bemerken, daß bei verschiedenen Aufgaben nicht die neuesten und bequemsten Auflösungen vorgeschrieben worden. Daran war aber die mathematische Folge der Lehrsätze und Aufgaben Schuld, wo sich alles Folgende immer auf dem Vorhergehenden gründen muß. Unter verschiedenen möglichen Auflösungen wählte ich also jedesmal diejenige, die am natürlichsten aus den schon angeführten Sätzen floß. Die fehlenden zu ersetzen werde ich zum Theil im folgenden Bande noch Gelegenheit finden. Es ist überhaupt in der Astronomie sehr schwer, der mathematischen Ordnung der Gedanken getreu zu bleiben; man kann es kaum vermeiden, sich auf Wahrheiten zu berufen, die man in der Folge erst beweisen wird; die Lehrsätze und Aufgaben sind in dieser Wissenschaft alle so eng mit einander verbunden und ineinander verwickelt, daß es fast unmöglich ist, eine regelmäßige Kette daraus zu bilden. Daher findet man, zum Beispiel, in Lalande's Astronomie, so häufige Anführungen, nicht nur der vorhergehenden Paragraphe, wie es sonst in mathematischen Werken üblich ist, sondern auch der folgenden. Auch mein Buch ist nicht ganz frei von solchen Berufungen auf das Künftige; indessen habe ich es vermieden, so viel mir möglich war.

Dieser Band enthält noch wenig oder nichts von den Säkulargleichungen, und überhaupt von den sehr kleinen Veränderungen, die bei der Bewegung der Planeten Statt haben. Auch werden hier beim Monde nur die vier vornehmsten Ungleichheiten angeführet, und vorläufig fast nur aus der Erfahrung hergeleitet. Was hier noch fehlet, soll im folgenden Theile ersetzet werden.

Ich empfehle mich der ferneren Gewogenheit derer, die bisher von meinen Werken Gebrauch gemacht haben.

Einige in diesem Bande vorkommende Kunstwörter, deutsch und lateinisch.

Abgleichung, aequatio, correctio.
Abweichung, declinatio.
Einschalten, interpolare.
Förderung, argumentum latirudinis.
Gerade Aufsteigung, oder blos Aufsteigung, ascensio recta.
Gleicher, aequator.
Mittagskreis, meridianus.
Nachtgleiche, aequinoctium.
Scheitelkreis, circulus verticalis.
Schiefe Aufsteigung, ascensio obliqua.
Sonnenkreis, Sonnenbahn, ecliptica.
Standhöhe, altitudo.
Standschräge, azimuthum.
Standlänge, longitudo.
Standbreite, latitudo.
Vorlauf, anomalia.

Die übrigen astronomischen Kunstwörter kommen entweder in diesem Bande nicht vor, oder sind schon bekannter, oder werden in der Stelle selbst, wo man sie findet, erkläret.

Inhalt.

XX Hauptstück.

Von der Dämmerung, dem Nordlichte, dem Thierkreislichte und der Sonne am Horizonte.

§. 1.

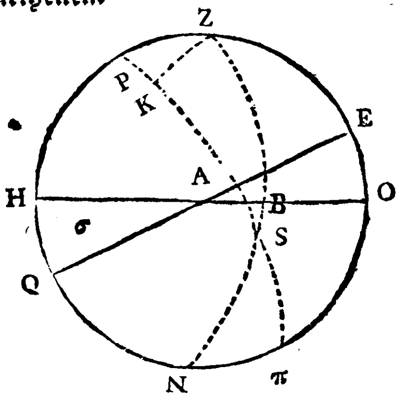
Wann die Sonne für die Bewohner der niedrigeren Erdfläche schon untergegangen ist, so bescheinet sie noch die Thurmspitzen, dann die Berggipfel und zuletzt nur den oberen Theil des Dunstkreises. Dieser erhellete Theil des Dunstkreises verbreitet sein Licht mittelst der Stralenbrechung und der Abprallung (Refrakzion und Reflekzion), so daß der ganze Himmel etwas erleuchtet zu sein scheinet. Und wenn auch die Sonne schon so weit unter dem Horizont ist, daß sie die über uns befindliche Luft nicht mehr bescheinen kann, so bescheinet sie doch die Luft, welche sich nächst über und unter dem abendlichen Horizonte befindet und diese theilet der uns umgebenden, ebenfalls durch Abprallung und Stralenbrechung, einiges Licht mit. Zulezt aber kommt kein solches geborgtes Sonnenlicht mehr aus dem Dunstkreise zu unseren Augen, oder doch keine merkliche Quantität desselben, und es wird finstre Nacht. Eben so gehet es des Morgens, vor Sonnen-Aufgang. Ehe die Sonne den Horizont erreichet hat, bescheinet sie schon einen Theil der Atmosphäre, welcher Helligkeit um uns herum verbreitet. Dieses Licht, welches der Dunstkreis von der Sonne vor ihrem Aufgange und nach ihrem Untergange erhält, heißt die **Dämmerung**. Es giebt also eine Morgen- und Abend-Dämmerung. Sie ist desto stärker, je weniger die Sonne unter dem Gesichtskreise vertiefet ist. Während derselben sind die kleinen Sterne dem bloßen Auge nicht sichtbar, und man rechnet, daß nur alsdann finstre Nacht ist, wann die Sterne bis zur 6ten Größe mit guten Augen gesehen werden können, angenommen, daß sonst kein Hinderniß vorhanden sei.

§. 2.

Aufgabe.

Man soll aus der Erfahrung bestimmen, bis zu welcher Tiefe die Sonne unter dem Horizonte sein kann, ohne daß es finstere Nacht sei.

Hierzu muß die Polhöhe für den Ort wo man ist, bekannt sein, auch muß die Abweichung der Sonne für den Tag der Beobachtung aus den Ephemeriden oder anders gefunden werden. Jedoch ist äusserste Genauigkeit hier überflüßig. Man beobachte des Abends den Zeitpunkt, wann die Sterne 6ter Größe dem bloßen Auge zu erscheinen anfangen; wer kurzsichtig ist, muß die Erscheinung der Sterne nach dem gewöhnlichem Augenglase, was er zu gebrauchen pfleget, beurtheilen.



Es sei nun HZONH der Mittagskreis, HO der Gesichtskreis, EQ der Gleicher, S der Mittelpunkt der Sonne für den Augenblick da die Sterne 6ter Größe sichtbar werden, ZSN der Scheitelkreis, der durch den Mittelpunkt der Sonne gehet, $PS\pi$ der Aufsteigungskreis derselben. Die beobachtete Zeit in Grade verwandelt, giebt den Bogen EA des Gleichers, oder den Winkel ZPS. Ferner ist $PS = 90^g +$ der Abweichung AS, und PZ ist die Ergänzung der Polhöhe HP. Also kennet man im Dreiecke SZP den Winkel P, nebst den anliegenden Seiten. Man fälle ZK senkrecht gegen PS, so hat man, ganz wie bei §. 10 des XIIIten Hauptstückes.

$$R : \text{tang } PZ :: \text{cos } EPA : \text{tang } PK$$

$$SP - PK = SK$$

$$\text{cos } PK : \text{cos } SK :: \text{cos } PZ : \text{cos } ZS$$

Wann ZS gefunden worden, so ist $ZS - ZB = ZS - 90^g = BS$, und dieses ist die verlangte Vertiefung der Sonne unter dem Horizonte. In der Figur ist angenommen, daß die Sonne sich in den südlichen Zeichen befindet; ist sie in den nördlichen, wie bei σ,

 so

so geschiehet weiter keine Veränderung in der Rechnung, als daß man, statt des Stundenwinkels, sein Supplement nimmt, und daß ZK ausserhalb des Dreiecks fällt.

Statt des Abends kann man auch den Morgen wählen, und den Zeitpunkt beobachten, da die Sterne 6ter Größe anfangen zu verschwinden.

Zusatz. Die zum Anfange oder zum Ende der Dämmerung gehörige Vertiefung der Sonne ist nicht immer einerlei; sie hängt viel von dem Zustande der Luft ab, wie auch von der Beschaffenheit der Augen des Zuschauers. Man hat sie von 15 Grad bis 24 gefunden. Gemeiniglich nimmt man sie zu 18^g an.

Anmerkung. Ein Kreis unter dem Horizonte, und mit ihm gleichlaufend, 18^g von ihm abstehend, wird der **Dämmerungskreis** genannt.

§. 3.

Aufgabe.

Mittelst der gegebenen Polhöhe, soll für jeden beliebigen Tag im Jahre die Dauer der Morgen- und Abend-Dämmerung gefunden werden.

Man suche die Abweichung der Sonne in den Ephemeriden, so bekömmt man AS (vorige Fig.) und folglich $PS = 90^g \pm$ Abweichung. Ferner ist PZ das Komplement der Polhöhe, und $ZS = 90^g + BS = 90^g + 18^g = 108^g$. Also sind die drei Seiten des Dreiecks PZS bekannt, und es muß der Winkel ZPS oder EPA, oder der Bogen EA des Gleichers gefunden werden. Hierzu dienet die Proporzion (Einleit. S. LIII.) $\sin PS \times \sin PZ : \sin(\frac{1}{2} ZS + \frac{1}{2} PZ - \frac{1}{2} PS) \times \sin(\frac{1}{2} PS + \frac{1}{2} ZS - \frac{1}{2} PZ) :: R^2 : (\sin \frac{1}{2} P)^2$ oder

$$2 \log \sin \tfrac{1}{2} P = \log \sin (\tfrac{1}{2} ZS + \tfrac{1}{2} PZ - \tfrac{1}{2} PS) + \log \sin (\tfrac{1}{2} PS + \tfrac{1}{2} ZS - \tfrac{1}{2} PZ) + 2 \log R - \log \sin PS - \log \sin PZ.$$

Der Winkel P in Zeit verwandelt, giebt die Anzahl Stunden und Minuten vor oder nach dem Mittage, da die Dämmerung anfängt oder aufhört. Rechnet man die halbe Tageslänge ab, so hat man die Dauer der Dämmerung.

Exempel. Wie lange dauert die Morgen-Dämmerung am 12ten August des Jahres 1796.?

Die Abweichung der Sonne beträgt den 11ten August 1796 Mittags $15^g\ 1'\ 36''$, und den 12ten $14^g\ 43'\ 27''$. Sie nimmt also in 24 Stunden um $18'\ 9''$ ab. Wenn wir nun aus den Ephemeriden als bekannt annehmen, daß die Sonne den 12ten August um 4 Uhr 39 Minuten aufgeht, so können wir, da es hier auf keine große Genauigkeit ankömmt, fürs erste annehmen, daß die Dämmerung etwa um 3 Uhr anfange. Für diese Zeit beträgt die Abweichung der Sonne $14^g\ 50'\ 26''$. Diese $14^g\ 50'\ 26''$ von 90^g abgezogen (denn die Sonne befindet sich am nördlichen Himmel), geben $PS = 75^g\ 9'\ 44''$. Ferner ist $PZ = 37^g\ 28'\ 15''$ und $ZS = 108^g$, folglich:

$$\tfrac{1}{2} PS = 37^g\ 34'\ 52''$$
$$\tfrac{1}{2} PZ = 18^g\ 44'\ 8''$$
$$\tfrac{1}{2} ZS = 54^g, \text{ und}$$
$$\tfrac{1}{2} ZS + \tfrac{1}{2} PZ - \tfrac{1}{2} PS = 35^g\ 9'\ 16''$$
$$\tfrac{1}{2} PS + \tfrac{1}{2} ZS - \tfrac{1}{2} PZ = 72^g\ 50'\ 44''.$$

$$\begin{aligned}
\text{Log} \sin 35^g\ 9'\ 16'' &= 9{,}7602584 \\
\log \sin 72^g\ 50'\ 44'' &= 9{,}9802366 \\
2 \log R &= 20{,} \\
\hline
&\ 39{,}7404951 \\
\log \sin 75^g\ 9'\ 44'' &= 9{,}9852713 \\
\hline
&\ 29{,}7552238
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 29{,}7552238 \\ \log \sin 37^g\,28'\,15'' = {} & 9{,}7841589 \\ \hline 2 \log \sin \tfrac{1}{2} P = {} & 19{,}9710649 \\ \log \sin \tfrac{1}{2} P = {} & 9{,}9855324 = \log \sin \end{aligned}$$

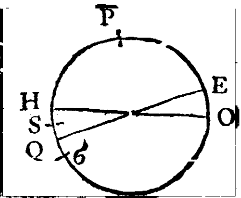
$75^g\,18'$. P ist also $= 150^g\,36'$ in Bogen, und 10 Stunden 2′ in Zeit. Von 10 Stunden 2′ die halbe Tageslänge, nämlich 7 Stunden 21 Minuten abgezogen, giebt 2 Stunden 41 Minuten, als die Dauer der Morgen-Dämmerung am 12ten August, wie sie in den Berliner Ephemeriden für 1796 angegeben ist. Wir hätten nicht einmal nöthig gehabt, so scharf zu rechnen; denn wenn wir die Abweichung der Sonne so in Rechnung gebracht hätten, wie sie Mittags am 12ten August ist, so wäre ohngefähr das nämliche Resultat herausgekommen. Man kann die Abend-Dämmerung der Morgen-Dämmerung gleich annehmen, und beide für alle Jahre periodisch gleich setzen.

Zusatz. Wenn die Sonne um Mitternacht nicht volle 18 Grade unter dem Horizonte ist, so findet keine völlige Nacht statt, sondern es dämmert vom Abend bis zum Morgen.

§. 4.

Aufgabe.

Es soll der Zeitraum gefunden werden, in welchem es während der ganzen Nacht dämmert.



Es sei HO der Horizont, EQ der Gleicher, P der Pol, S der Ort der Sonne um Mitternacht.

Von

Von der Höhe des Gleichers QH (= EO) ziehe ab HS (= 18°), so dämmert es die ganze Nächte hindurch, so lange die Sonne zu Mitternacht sich zwischen S und H befindet, das heißt so lange ihre Abweichung größer ist als QS, oder größer als die um 18° verminderte Höhe des Gleichers.

Zum Exempel. Es werde gefraget, während welcher Zeit im Jahre hier in Berlin keine völlige Nacht ist.

Die Aequatorhöhe für Berlin beträgt 37° 28″ Wenn man hiervon 18° abzieht, so erhält man 19° 28′. So groß ist die nördliche Abweichung der Sonne am 17ten Mai und 25sten Julius. Es dämmert folglich zu Berlin vom 17ten Mai bis zum 25sten Julius die ganze Nacht hindurch.

Zusatz I. Nur von $48\frac{1}{2}$ Grade der Standbreite an, kann die Dämmerung ganze Nächte hindurch dauren. Denn wenn man von 90°, $48\frac{1}{2}$ abziehet so bleibet die Höhe des Gleichers $41\frac{1}{2}$, und wenn man von dieser 18 abziehet, so bleiben $23\frac{1}{2}$, und größer als $23\frac{1}{2}$ Grad kann die Abweichung der Sonne nicht werden; ohne aber, daß sie größer würde, könnte hier keine beständige Dämmerung statt finden.

Zusatz II. An der Gränze der gemäßigten und kalten Zone, unter dem Polarzirkel, ist die Höhe des Gleichers $23\frac{1}{2}$; also dämmert es die ganze Nächte durch, so lange die diesseitige Abweichung der Sonne mehr beträgt als $23\frac{1}{2} - 18 = 5\frac{1}{2}$ Grad, d. h. ohngefähr vom 3ten April bis zum 7ten September.

Zusatz III. In den kalten Zonen dämmert es ebenfalls so lange die Sonne nicht 18 Grad unter den Horizont gehet. Die Standbreite oder Polhöhe ist dort größer als $66\frac{1}{2}$ Grad, folglich die Höhe des Gleichers kleiner als $23\frac{1}{2}$ Grad. Also ist für einen Ort der kalten Zone in der vorigen Figur HQ kleiner als $23\frac{1}{2}$

Grad. So lange HQ zwischen 18 und $23\frac{1}{2}$ Grad ist, gilt die vorhergehende Regel, nämlich es werden von der Höhe HQ des Gleichers 18^g (= HS, abgezogen) um die Standbreite Qσ der Sonne zu erhalten; so lange sie disseits des Gleichers ist, und mehr Standbreite als QS hat, dämmert es beständig; und wenn man von der halben Dauer dieser beständigen Dämmerung die halbe Dauer des längsten Tages abziehet, der hier mehr als 24 Stunden hat, so kommt die Dauer der durchnächtigenden Dämmerung, vor und nach diesem ununterbrochenen Tage.

Wenn HQ kleiner ist als 18 Grad, und folglich die Polhöhe größer als 72, so nehme man Hσ = 18^g, und ziehe davon HQ ab, so bleibet die Qσ, und es dämmert die ganze Nacht, so lange die Sonne entweder disseits des Gleichers ist, oder jenseits in einer Standbreite die kleiner ist als Qσ.

Ist die Höhe des Gleichers 18^g, oder die Polhöhe = 72^g, so ist HS oder Hσ = HQ und es dämmert während der ganzen Nächte, so lange die Sonne in den nördlichen Zeichen ist, d. h. vom 19ten März bis zum 21ten September.

Zusatz IV. Für den Pol fällt der Gesichtskreis mit dem Gleicher zusammen, und die Sonne stehet 18 Grad unter dem Gesichtskreise, wenn sie 18 Grad jenseit des Gleichers stehet. Also dämmert es dort ununterbrochen, den langen 6 monatlichen Tag mit eingerechnet, vom 28ten Januar bis zum 13ten November, und die finstere Nacht dauert nur $2\frac{1}{2}$ Monat.

Zusatz V. Man siehet also, daß die Bewohner der kalten Zone durch die lange Dämmerung für ihre langen Nächte einigermaaßen entschädiget sind, auch haben sie sehr häufige Nordlichter, wovon bald die Rede sein wird.

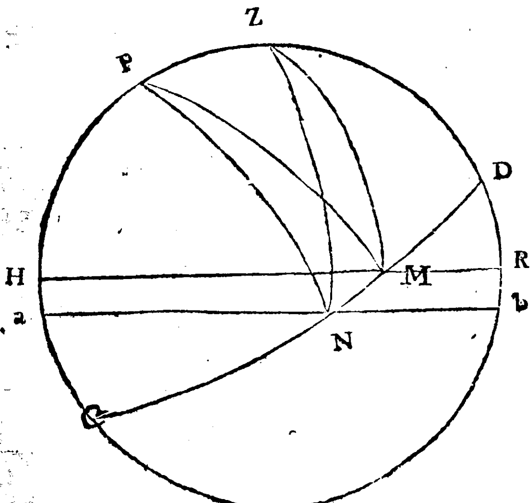
§. 5.

§. 5.

Aufgabe.

Den Tag im Jahre finden, wo die Dämmerungen an einem gegebenen Orte die kürzeste Dauer hat.

Wenn man die Dauer der Dämmerung für einem gewissen Ort und für alle Tage im Jahre berechnet, so findet man, daß sie zwar überhaupt genommen im Sommer am größten ist; allein nicht eben in den kürzesten Tagen ist sie am kürzesten. Unsere Aufgabe ist nicht leicht und hat die größten Mathematiker beschäftiget. Eine der bequemsten Auflösungen ist diejenige, welche Herrn Professor Fuß in Petersburg zum Urheber hat, und in das Berliner astronomische Jahrbuch für 1787, Seite 233 bis 237, eingerücket worden. Hier folget sie mit wenigen Veränderungen im Vortrage.



 Es

Es sey Z das Zenith, P der Nordpol, HR der Horizont, ab der 18^g unter demselben liegende Dämmerungskreis, M die Sonne im Horizonte, ZM ihr Vertikalkreis, PM ihr Aufsteigungskreis, N die Sonne im Dämmerungskreise, ZN ihr Vertikalkreis, PN ihr Aufsteigungskreis. Es kömmt darauf an, zu bestimmen, bei welcher Abweichung der Sonne, der zwischen dem Horizont und dem Dämmerungskreis befindlichen Bogen MN ihres jedesmaligen Parallels CD in Graden gerechnet, ein Minimum ist.

Es werde zu dem Ende die Abweichung der Sonne südlich und $= \varphi$, der Winkel ZPM $= \eta$ und der Winkel MPN, das Maaß von MN, $= \zeta$ gesetzt. In den beyden Dreyecken ZPM und ZPN ist, wenn die Polhöhe α heißt, PZ $= 90^g - \alpha$, ZM $= 90^g$, ZN $= 90^g + 18^g$ und PM $=$ PN $= 90^g + \varphi$.

Nun ist, wenn der Halbmesser der Tafeln $= 1$ gesetzet wird (selbstl. Geom. Th. 2. S. 310)

$$\text{Cos. } \eta = \frac{\text{Cos ZM} - \text{Cos PZ . Cos PM}}{\text{sin PZ . sin PM}}$$

oder mit obigen Werthen

$$\text{Cos } \eta = \frac{-\sin\alpha \,.\, \text{Cos}\,(90^g + \varphi)}{\text{Cos}\,\alpha \,.\, \sin\,(90^g + \varphi)}$$

$$= \frac{(-\sin\alpha) \,.\, -\text{Cos}\,(90^g - \varphi)}{\text{Cos}\,\alpha \,.\, \sin\,(90^g - \varphi)}$$

$$= \frac{\sin\alpha \,.\, \sin\varphi}{\text{Cos}\,\alpha \,.\, \text{Cos}\,\varphi} = \text{tang}\,\alpha \,.\, \text{tang}\,\varphi \,\ldots\ldots \text{A.}$$

Eben so ist in dem Dreiecke ZPN

$$\text{Cos}\,(\zeta + \eta) = \frac{\text{Cos ZN} - \text{Cos PZ . Cos PN}}{\text{sin PZ . sin PN}}$$

$$= \frac{\text{Cos}\,(90^g + 18^g) + \sin\alpha \,.\, \sin\varphi}{\text{Cos}\,\alpha \,.\, \text{Cos}\,\varphi}$$

$=$

$$= \frac{\sin\alpha \,.\, \sin\varphi - \sin 18^g}{\mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\varphi}$$

$$= \mathrm{tang}\,\alpha \,.\, \mathrm{tang}\,\varphi - \frac{\sin 18}{\mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\varphi} \;\ldots\; \mathrm{B.}$$

Man nehme nun, da ζ ein Minimum werden soll, φ und η veränderlich an, und differenzire die beiden Gleichungen A und B.

$d\,\mathrm{Cos}\,\eta = -\,d\eta\,\sin\,\eta$ und

$d\,\mathrm{tang}\,\varphi = \frac{d\varphi}{\mathrm{Cos}\,\varphi^2}$ (selbstl. Geom. Th. 2. S. 194)

die differenzirte Gleichung A ist also

$$-\,d\eta\,\sin\,\eta = \frac{d\varphi \quad \mathrm{tang}\,\alpha}{\mathrm{Cos}\,\varphi^2}$$

Ferner ist
$d\,\mathrm{Cos}\,(\zeta + \eta) = -\,d\,(\zeta + \eta)$, oder, da $d\zeta$, als Differential eines Minimi, $= 0$ ist, $d\,\mathrm{Cos}\,(\zeta + \eta) = -\,d\eta\,\sin\,(\zeta + \eta)$, und da bekanntlich

$$d\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{ydx - xdy}{y^2} \text{ so ist}$$

$$d\left(\frac{-\sin 18^g}{\mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\varphi}\right) \text{ oder } d\left(\frac{-\sin 18^g \,.\, \mathrm{cos}\,\varphi}{\mathrm{Cos}\,\alpha \quad \mathrm{Cos}\,\varphi}\right)$$

$$= \frac{\left[\begin{array}{l}(\mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\varphi^2\, d\,(-\sin 18^g \,.\, \mathrm{Cos}\,\varphi) \\ +\sin 18^g \,.\, \mathrm{Cos}\,\varphi \,.\, d\,(\mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\varphi^2)\end{array}\right]}{\mathrm{Cos}\,\alpha^2\;\mathrm{Cos}\,\varphi^4}$$

$$= \frac{\left[\begin{array}{l}d\varphi \,.\, \sin\varphi \,.\, \sin 18^g \,.\, \mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\varphi^2 \\ -2\,d\varphi \,.\, \sin\varphi \,.\, \sin 18^g \,.\, \mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\varphi^2\end{array}\right]}{\mathrm{Cos}\,\alpha^2\;\mathrm{Cos}\,\varphi^4}$$

$$= -\,\frac{d\varphi \,.\, \sin\varphi \,.\, \sin 18^g}{\mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\varphi^2}$$

die differenziirte Gleichung B lautet demnach also

— dy

$$-d\eta \sin(\zeta+\eta) = \frac{\partial\phi \,.\, \tan\alpha}{\mathrm{Cos}\,\phi} - \frac{d\phi \,.\, \sin\phi \,.\, \sin 18^g}{\mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\phi^2}$$

Man dividire diese Gleichung durch die obig

$$-d\eta \sin\eta = \frac{d\phi \,.\, \tan\alpha}{\mathrm{Cos}\,\phi^2},$$ so hat man

$$\frac{\sin(\zeta+\eta)}{\sin\eta} = 1 - \frac{\sin\phi \,.\, \sin 18^g}{\sin\alpha},$$ oder

$\sin\alpha \,.\, \sin(\zeta+\eta) = \sin\alpha \,.\, \sin\eta - \sin\phi \,.\, \sin\eta \,.\, \sin 18^g$...C.
Aus den 3 Gleichungen A, B und C könnte man nun die drey unbekannte Größen ζ, η und ϕ bestimmen. Dies würde aber zu verwickelten Rechnungen führen. Man gelangt kürzer zum Zweck, wenn man eine Gleichung sucht, worinn bloß die Abweichung der Sonne als unbekannte Größe vorkömmt.

Man leite aus den Gleichungen A und B Werthe für $\sin\eta$ und $\sin(\zeta+\eta)$ her.

$$\sin\eta = \sqrt{(1-\mathrm{Cos}\,\eta^2)} = \sqrt{(1-\tan\alpha^2 \tan\phi^2)}$$

$$= \sqrt{\left[1 - \frac{\sin\alpha^2 \,.\, \sin\phi^2}{\mathrm{Cos}\,\alpha^2 \,.\, \sin\phi^2}\right]} =$$

$$\frac{\sqrt{(\mathrm{Cos}\,\alpha^2\, \mathrm{Cos}\,\phi^2 - \sin\alpha^2 \,.\, \sin\phi^2)}}{\mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\phi} =$$

$$\frac{\sqrt{\left[(1-\sin\alpha^2)(1-\sin\phi^2) - \sin\alpha^2 \sin\phi^2\right]}}{\mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\phi}$$

$$= \frac{\sqrt{(1-\sin\phi^2-\sin\alpha^2)}}{\mathrm{Cos}\,\alpha \,.\, \mathrm{Cos}\,\phi}$$

$$\sin(\zeta+\eta) = \sqrt{(1-\mathrm{Cos}\,[\zeta+\eta]^2)} =$$

$$\sqrt{\left[1 - \frac{\sin\alpha^2 \sin\phi^2 - 2\sin\alpha \sin\phi . \sin 18^g + \sin 18^{g\,2}}{\mathrm{Cos}\,\alpha^2\, \mathrm{Cos}\,\phi^2}\right]}$$

$$=$$

$$= \frac{\left[\sqrt{\left(\text{Cos}\,\alpha^2\,\text{Cos}\,\varphi^2 - \sin\alpha^2 \sin\varphi^2 + 2\sin\alpha\sin\varphi . \sin 18^g - \sin 18^{g\,2}\right)}\right]}{\text{Cos}\,\alpha\,.\,\text{Cos}\,\varphi}$$

$$= \frac{\sqrt{\left(1 - \sin\alpha^2 - \sin\varphi^2 + 2\sin\alpha . \sin\varphi . \sin 18^g - \sin 18^{g\,2}\right)}}{\text{Cos}\,\alpha\,.\,\text{Cos}\,\varphi}$$

diese Werthe substituire man in der Gleichung C, so hat man

$$\sin\alpha\sqrt{(1 - \sin\alpha^2 - \sin\varphi^2 + 2\sin\alpha . \sin\varphi . \sin 18^g - \sin 18^{g\,2})}$$
$$= \sin\alpha\sqrt{(1 - \sin\varphi^2 - \sin\alpha^2)} - \sin\varphi . \sin 18\sqrt{(1 - \sin\varphi^2 - \sin\alpha^2)}$$
$$= (\sin\alpha - \sin\varphi\,\sin 18^g)\sqrt{(1 - \sin\varphi^2 - \sin\alpha^2)}$$

Setzt man, um diese Gleichung leichter übersehen zu können, $\sin 18^g = a$, $\sin\alpha = b$ und $\sin\varphi = y$, so erhält sie diese Gestalt:

$$b\sqrt{(1 - a^2 - b^2 - y^2 + 2aby)} = (b - ay)\sqrt{(1 - b^2 - y^2)}$$

Man erhebe beide Hälften dieser Gleichung zum Quadrat, und ordne die Glieder nach dem Buchstaben y, so hat man folgende Gleichung vom vierten Grade:

$$ay^4 - 2by^3 + (ab^2 - a)y^2 + 2by - ab^2 = 0.$$

Diese Gleichung hat offenbar die Wurzeln $+1$ und -1. Man dividire also durch $y^2 - 1$, so bekömmt man die Gleichung

$$ay^2 - 2by + ab^2 = 0,$$

deren Wurzeln sind

$$y = \frac{b(1 + \sqrt{(1 - a^2)})}{a} = \frac{b(1 - \sqrt{(1 - a^2)})}{a}$$

Man hat also folgende vier Auflösungen obiger biquadratischen Gleichung

$$y = +1,\ y = -1,\ y = \frac{b(1 + \sqrt{(1 - a^2)})}{a}$$

$$y = \frac{b(1 - \sqrt{(1 - a^2)})}{a}\ \text{d. h.}$$

$$\sin\varphi = +1$$
$$\sin\varphi = -1$$
$$\sin\varphi = \frac{\sin\alpha\,(1+\sqrt{(1-\sin 18^{g\,2})})}{\sin 18^g}$$
$$= \frac{\sin\alpha\,(1+\mathrm{Cos}\,18^g)}{\sin 18^g}$$
$$\sin\varphi = \frac{\sin\alpha\,(1-\sqrt{(1-\sin 18^g)})}{\sin 18^g}$$
$$= \frac{\sin\alpha\,(1-\mathrm{Cos}\,18^g)}{\sin 18^g}.$$

die dritte Auflösung kann man sehr einfach durch $\frac{\sin\alpha}{\mathrm{tang}\,9^g}$ und die vierte durch $\sin\alpha\,.\,\mathrm{tang}\,9^g$ ausdrücken.

Denn
$\mathrm{Cos}\,2x = 2\,\mathrm{Cos}\,x^2 - 1$ (selbstl. Geom. Th. 2. S. 213)
folglich $1 + \mathrm{Cos}\,2x = 2\,\mathrm{Cos}\,x^2$, und da
$\sin 2x = 2\sin x\,.\,\mathrm{Cos}\,x$ (ebendas. S. 212.)

folglich $2\,\mathrm{Cos}\,x = \frac{\sin 2x}{\sin x}$, so ist

$$1 + \mathrm{Cos}\,2x = \frac{\mathrm{Cos}\,x\,.\,\sin 2x}{\sin x} = \frac{\sin 2x}{\mathrm{tang}\,x},$$

und $\frac{1}{\mathrm{tang}\,x} = \frac{1+\mathrm{Cos}\,2x}{\sin 2x}$, oder

$$\frac{1}{\mathrm{tang}\,\frac{1}{2}x} = \frac{1+\mathrm{Cos}\,x}{\sin x}, \text{ daher}$$

$$\frac{\sin\alpha\,(1+\mathrm{Cos}\,18^g)}{\sin 18^g} = \frac{\sin\alpha}{\mathrm{tang}\,9^g}.$$

Auf

Auf eine ganz ähnliche Art läßt sich die Verwandlung der vierten Auflösung $\frac{\sin \alpha\,(1 - \mathrm{Cos}\, 18^g)}{\sin 18^g}$ in $\sin \alpha \,.\, \mathrm{tang}\, 9^g$ rechrfertigen.

Die beiden ersten Auflösungen
$$\sin \varphi = \pm 1,$$
können nicht statt finden. Denn da φ nie $23^g\, 28'$ übersteigen kann, so kann $\sin \varphi$ nie ± 1 werden. Die dritte Auflösnng $\sin \varphi = \frac{\sin \alpha}{\mathrm{tang}\, 9^g}$ ist unmöglich, wenn nicht $\sin \alpha < \mathrm{tang}\, 9^g$, also α kleiner als $9^g\, 7'$ ist. Ja es muß, da φ nicht größer als $23^g\, 28'$ seyn kann, $\alpha < 3^g\, 27'$ seyn, wie man findet, wenn man $\sin 23^g\, 28'$ mit $\mathrm{tang}\, 9^g$ multiplicirt, so dyß diese Auflösung nur für Oerter von sehr geringen Breiten statt findet.

Die vierte Auflösung $\sin \varphi = \sin \alpha \,.\, \mathrm{tang}\, 9^g$ endlich ist überall brauchbar, indem, wenn selbst $\alpha = 90^g$ wäre, φ nur $9^g\, 7'$ werden würde, wie man aus den trigonometrischen Tafeln ersehen kann. Wir haben also nunmehr eine bequeme Formel zur Berechnung der Epochen der kleinsten Dämmerung. Ist $\alpha = 52^g 32'$, so ist $\varphi = 7^g\, 13'$. Die Dämmerung ist also zu Berlin am kürzesten, wann die Sonne $7^g\, 13'$ südliche Abweichung hat, d. h. den 1ten März und 11ten October. Da die Sonne eine jede Abweichung jährlich 2 mal hat, so muß die kürzeste Dämmerung jährlich 2 mal statt finden. Unter einer nördlichen Breite ereignet sie sich bei einer südlichen, unter einer südlichen bei einer nordlichen Abweichung der Sonne.

Was

Was die Dauer der kürzesten Dämmerung betrifft, so brauchet man nur aus der Gleichung A und B die Winkel η und $\zeta + \eta$ bestimmen, da ihre Differenz ζ in Zeit verwandelt, die verlangte Dämmerung giebt; oder, nachdem der Zeitpunkt der kürzesten Dämmerung gefunden worden, verfährt man nach §. 3. In Berlin findet man die kleinste Dämmerung = 1 Stunde 59 Minuten.

§. 6.

Die bisher betrachtete Dämmerung ist nicht die einzige Helligkeit die wir im Dunstkreise oder über demselben bemerken. Er wird auch durch Nordlichte erhellet, hauptsächlich im Winter und in den nördlichen Gegenden, wo sie dem Menschen, während der langen Winternächte eine Art von Entschädigung gewähren. Die meisten Nordlichte stralen aus einer dunkelen Wolke, die am Horizonte stehet, und zwar am öftesten, jedoch nicht immer, in der nördlichen Gegend des Himmels. Diese Wolke wirft röthliche und weißliche Stralen nach allen Seiten, am meisten aber nach dem Zenith hin; es siehet aus als wenn die Wolke mit angezündetem Weingeist angefüllet wäre, und daher solche Flammen von sich gäbe. Die Helligkeit ist manchmal groß genug, um zu verursachen, daß die irdischen Körper Schatten werfen. Jedoch ist diese Erscheinung nicht allemal ganz einerlei. Manchmal fehlet die dunkele Wolke; manchmal ist sie da, und nur mit einem Lichtsaume umgeben; in Petersburg habe ich einmal bei Nacht den ganzen Himmel mit einem zitternden wellenförmigen und röthlichem Lichte bedecket gesehen, und zwar ohne Wolke noch eigentliche Stralen. Nach dem Ende des Nordlichts pfleget immer noch etwas Helligkeit davon im Dunstkreise übrig zu bleiben. Den 17ten Februar 1795 beobachtete ich

hier

hier in Berlin ein merkwürdiges Phänomen dieser Art. Ich wurde Morgens um $1\frac{1}{2}$ Uhr durch ungestümes Wetter aufgewecket; es regnete und war sehr windig, der Wind kam ohngefähr von Ost-Nord-Osten. Kurz vorher mußte es geschneiet haben; denn die Straßen und Dächer waren noch ganz weiß. Ich schlief wieder ein, erwachte abermals um $4\frac{1}{4}$ Uhr, und sahe bei stillem Wetter in Ost-Nord-Osten das Ende eines gewöhnlichen Nordlichtes, dessen weißliche Stralen noch das Zenith fast erreicheten. Ohngefähr um 4 Uhr 25 Minuten hörte das Stralen auf, und es entstanden weißliche und schwach schimmernde Lichtwolken, welche bald verschwanden, bald wieder entstanden, ohne vom Winde getrieben zu werden, und überhaupt ohne sich von einem Orte zum andern zu bewegen. Jezt fingen die Sterne an zu erscheinen, die bis dahin verborgen gewesen waren; denn jedesmal, wenn eine solche helle Wolke verschwand, war an ihrer Stelle eine beträchtliche Oefnung, durch welche ich manchmal ein ganzes Sternbild sehen konnte. Dieses Phönomen, welches in Ost-Nord-Osten angefangen hatte, erstreckte sich bei wenigem bis nach Norden, und ich sahe nach und nach die Leier, den Schwan, Kassiopea, Zefeus, (Cepheus) einen Theil der Andromede und des Perseus, wie auch einen Theil des Fuhrmanns, mit der Ziege. Jedoch wenn eines von diesen Sternbildern sich gezeiget hatte, so blieb es nicht in eins fort sichtbar, sondern es erschien und verschwand wechselsweise, in Zeiträumen, die ich bald zu einer Minute, bald zu zweien oder mehreren schätzete. Während einer Erscheinung der Kassiopea, entstand vor diesem Sternbilde ein sehr heller Sternschuß (Sternputze). Die Zeiten der Sichtbarkeit wurden bei wenigem immer länger, und die durchsichtigen Stellen des Himmels immer größer. Um $4\frac{3}{4}$ Uhr war derjenige Theil des Himmels, den ich aus meinen gegen Ost-Nord-Ost gelegenen Fenstern sehen konnte, ganz rein, und die Sterne blitzten. Dann aber kam es mir vor, als sähe ich schon den Anfang der Morgendämmerung, obgleich dieselbe nach den Ephemeriden erst um 5 Uhr 4 Minuten entstehen sollte; es konnte diese Helligkeit vielleicht ein Ueberrest vom Nordlichte sein, jedoch mochte auch wohl die nun eingetretene große Durchsichtigkeit der Luft, den Anfang der Dämmerung etwas beschleuniget haben. Während des Regens und Windes stand das Barometer auf 28 Zoll 2 Linien, Pariser Maaß; während des Nordlichtes war es bis 28 Zoll $2\frac{1}{2}$ Linien gestiegen, und nachher kurz vor Sonnen-Aufgang stand es auf 28 Zoll 3 Linien. Das Thermometer hatte ich nicht Gelegenheit zu beobachten; jedoch weiß ich soviel, daß die Kälte seit meinem ersten Erwachen bis zum Sonnen-Aufgang immer zunahm, und daß das Thermometer zuletzt einige Grade unter dem Gefrierpunkte stand. Diese Erscheinung habe ich deswegen etwas umständlich beschrieben, weil sie mir in der That bei der Theorie der Nordlichte wichtig zu sein scheinet.

Sonst wird ein jeder, der den Himmel beobachtet oft genug Lichtsäume an den Wolken, helle Streifen, und andere dergleichen Phänomene bemerken, die mit den Nordlichten etwas ähnliches haben.

Der Pater Hell hat die Nordlichte zu Wardhus fleißig beobachtet, und bemerket, daß sie dort oft die Gestalt eines flachen Regenbogens, jedoch ohne Farben und bloß mit weißem Lichte haben. Siehe den zweiten Band der Beiträge zur praktischen Astronomie rc. aus den astronomischen Ephemeriden des Herrn Abbé Maximilian Hell.

§. 7.

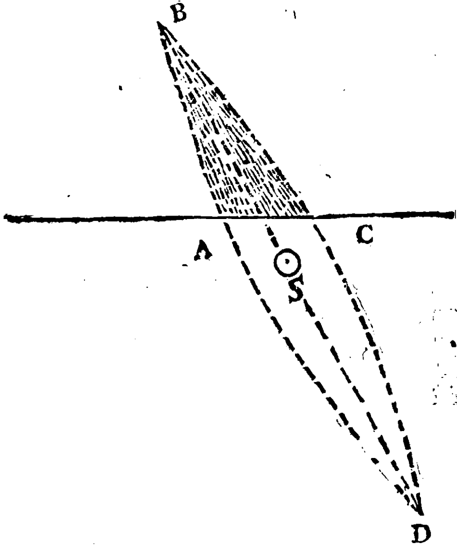
§. 7.

Die Meinungen der Gelehrten sind über die Ursache des Nordlichtes sehr getheilet. Mairan suchte es dadurch zu erklären, daß er annahm, die Atmosphäre der Sonne erstrecke sich bis zur Erde, vermische sich manchmal mit unserem Dunstkreise, und es entstehe daraus eine gewisse leuchtende Gährung. Andere halten die Nordlichte für eine elektrische Erscheinung, eine Art eines unreifen Gewitters. Andere für ein Licht von phosphorischer Art. Andere sehen darinn die aus den magnetischen Polen der Erde strömende magnetische Materie. Andere halten sie für schwefelige und salpetrige Dünste, die sich durch Reibung oder sonstige Ursachen in der Luft entzünden. Andere meinen, sie laßen sich hinlänglich erklären, wenn man annimt, sie seien der von der Luft und den Wolken zurückgeworfene Wiederschein der brennenden isländischen Vulkane, oder der Widerschein vom Eise der grönländischen Küsten. Andere glauben es sei bloß eine optische Erscheinung, welche ohngefähr wie die Dämmerung, von gewissen atmosphärischen Dünsten herrühret, die sehr hoch schweben, und folglich noch erleuchtet werden können, wann die Sonne schon tief unter dem Horizonte ist. Der Pater Hell glaubet mit dem gemeinen Lapländer, die Materie des Nordlichtes bestehe eigentlich aus Schnee, oder vielmehr aus den feinen Eistheilchen, woraus sich nachher der Schnee bildet; diese werden von dem Winde beweget, und zugleich durch mancherlei Refrakzionen und Reflexionen, von der Sonne die sich unter dem Horizonte befindet, erleuchtet; wann die Sonne nicht hinreicht, gebraucht der Pater Hell auch das Mondlicht zur Erklärung der beim Nordlichte sich ereignenden Erscheinungen.

Zufolge meiner oben angeführten Beobachtung und vieler die ich in Büchern gefunden habe, scheinet mir zu erhellen, daß bei einem Nordlichte in der That gewisse körperliche Theilchen im Dunstkreise vorhanden sind, welche den eigentlichen Stoff des Phänomens abgeben; daß es Eistheilchen sein sollten, kann ich kaum glauben, weil sie bei meiner Beobachtung wechselsweise durchsichtig und undurchsichtig wurden; sie müssen also eher wässeriger Art sein, und sich bald mit der Luft innig verbinden, bald sich wieder von derselben absondern; oder sie müssen so beschaffen sein, daß sie bald in Gestalt wässeriger wenig durchsichtiger Dünste, bald in Gestalt der hellen Luft erscheinen, welches sich zufolge der neuen Chemie ganz wohl gedenken läßt. Da nun diese Dünste leuchtend werden, so ist zu vermuthen, daß sich zugleich mit ihnen in der Atmosphäre viel elektrische Materie befindet, welche sie durchdringet, und zwar mit der ihr eigenthümlichen Geschwindigkeit; daher die schnellen Stralen. Daß die Dünste beim Nordlichte bloß von der Sonne oder vom Monde auf eine mittelbare Art erleuchtet sein sollten, ist gar nicht wahrscheinlich, indem der bloße Anblick eines Nordlichtes von keiner ruhigen Erleuchtung, sondern vielmehr von der blitzschnellen Wirkung elektrischer Stralen zeuget. Dieses wird durch die Beobachtung der Magnetnadel bestätiget, welche beim Nordlichte ihre Abweichung ein wenig zu verändern pfleget, wie sie es auch bei andern elektrischen Erscheinungen thut.

§. 8.

Ausser der gewöhnlichen Dämmerung und dem Nordlichte, giebt es noch eine Erscheinung, die etwas ähnliches mit beiden hat, nämlich das Thierkreislicht (Zodiakal-Licht). Man bemerket oft, kurz vor und nach dem Anfange der Morgendämmerung, oder dem Ende der Abenddämmerung, in der Gegend wo die Sonne auf- oder untergehet, über dem Horizonte einen zugespitzten Lichtstreif ABC, der an Hellig-



keit und Farbe der Milchstraße nicht unähnlich, obgleich etwas blasser ist. Diese Gestalt ist die gewöhnlichste, obgleich sie manchmal durch die Dünste der Atmosphäre etwas abgestumpft oder auch gekrümmet wird. Die Axe BD dieser Figur hat allemal eine Richtung, die nicht viel vom Sonnenkreise (der Ekliptik) abweichet. Diese Erscheinung ist sich übrigens nicht allemal gleich. Der Winkel den die Spitze bei B machet ist zwischen 10 und 26 Graden. Die Länge SB, von der unter dem Horizonte befindlichen Sonne an gerechnet, ist zwischen 45 und 120 Grad. Einige behaupten, in der heißen Zone betrage diese Länge allemal volle 120 Grad, wovon man jedoch keine Gewißheit hat Die Breite AC am Horizonte beträgt 18 bis 30 Grad. Das Thierkreislicht ist am leichtesten zu bemerken, wenn die Ekliptik vor Aufgang oder nach Untergang der Sonne einen großen Winkel mit dem Horizonte machet, welches gegen Frühlings Anfang des Abends und gegen Herbstes Anfang des Morgens geschiehet. Oft suchet man diese Erscheinung ganz umsonst am Himmel.

§. 9.

Vom Zodiakallichte hat man nur eine Erklärung, die allgemein angenommen wird; nämlich man hält dafür, daß es nichts anders als ein Theil der Sonnen-Atmosphäre sey. Man glaubet, die Sonne habe eine sehr große linsenförmige Atmosphäre: diese Gestalt kann sie daher bekommen haben, weil die Sonne sich (wie wir in der Folge ersehen werden) um ihre eigene Axe drehet, da dann die Theile, die ihrem Aequator am nächsten liegen mehr Schwungkraft bekommen, und sich mehr als die übrigen vom Mittelpunkte entfernen. Der Aequator der Sonne (wie ebenfalls weiter unten gezeiget werden soll) ist nur um einige Grade gegen die Ekliptik geneiget, also ist der größte Durchschnitt der Sonnenatmosphäre nicht sehr gegen die Ekliptik geneiget, und da die Erde in der Ebene der Ekliptik gehet, so sehen wir ohngefähr das Profil der Linse: daß sie aber oft nur klein, oft gar nicht gesehen wird, rühret zum Theil von der unvollkommenen Durchsichtigkeit unserer Atmosphäre her, zum Theil von der zu hellen Morgen- oder Abenddämmerung, zum Theil von der schiefen Lage der Ekliptik gegen den Horizont, welche verursachet, daß das Zodiakallicht in den Dünsten des Horizonts verstecket bleibet, und sich nicht so hoch über den Horizont erhebet.

Der Umstand, daß das Zodiakallicht immer ohngefähr die Richtung des Sonnenkreises (Ekliptik) hat, giebt dieser Erklärung einen hohen Grad der Wahrscheinscheinlichkeit; nur die erstaunende Veränderung in der Größe dieser Erscheinung, und die öftere Unsichtbarkeit derselben, wenn doch sonst die Umstände günstig zu sein scheinen, erregen hier Zweifel, die nicht unerheblich sind, und nicht ganz durch die angeführten Gründe gehoben werden. Mairan, ein Frankreicher, hat am ersten die Sonnen-Atmosphäre zur Erklärung des Zodiakallichtes eingeführet, er hat, obgleich mit wenigerem Glücke versuchet, die Nordlichte ebenfalls aus derselbigen Ursache herzuleiten (Siehe §. 7.)

§. 10.

Da wir von allerlei Erscheinungen sprechen, die sich auf Licht und Sonne beziehen, so können wir eine nicht übergehen, die täglich vorkommt, und eben nicht leicht zu erklären ist. Es ist diese, daß Sonne und Mond, wann sie nahe am Horizonte sind, nicht rund, sondern elliptisch erscheinen, und daß sie daselbst viel größer aussehen, als wann sie höher am Himmel stehen.

Die elliptische Gestalt erkläret man durch die verschiedene Stralenbrechung in verschiedenen Höhen; sie ist desto beträchtlicher, je näher man dem Horizonte kommt; da nun der untere Rand der Sonne oder des Mondes dem Horizonte näher ist als der obere, so wird jener mehr als dieser durch die Stralenbrechung in die Höhe gebracht, und eben dadurch wird der lothrechte Durchmesser dem Scheine nach verkürzet. Die beträchtliche Größe der Sonne und des Mondes am Horizonte, scheinet wohl nur ein Spiel der Einbildungskraft zu sein; diese Himmelskörper erscheinen natürlicher Weise weniger hell am Horizonte, weil ihr Licht durch einen größeren Theil des Dunstkreises zu uns kommt, als wann sie höher stehen. Da nun eine geringere Helligkeit eines Gegenstandes eine größere Entfernung vorauszusetzen pfleget, so kommt es uns vor als wenn Sonne und Mond entfernter wären; und da ihre Bilder dennoch von gewöhnlicher Größe im Auge sind, so können wir uns nicht enthalten zu folgern, daß die Körper selbst größer geworden sind, eben darum, daß sie nicht kleiner scheinen. Aus einer ganz ähnlichen Ursache scheinen bey Nachtzeit, wenn man reiset, die Bäume, Häuser und andere Gegenstände entfernt und groß zu sein. Ferner ist es keine andere Ursache als diese, welche machet, daß uns der Himmel wie ein niedergedrücktes Gewölbe erscheinet; am Horizonte ist die Luft nicht so hell als gegen das Zenith, darum scheinen uns die Halbmesser der eingebildeten Himmelskugel am Horizonte länger zu sein als höher hinauf, welches dem Himmel eine abgeplettete Gestalt giebet.

XXI Hauptstück.

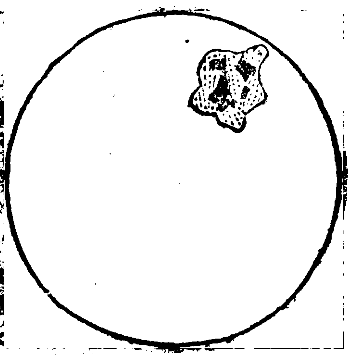
Von der Beschaffenheit der Himmelskörper.

§. 1.

Wir nehmen uns vor, in diesem Hauptstücke, so viel als sich thun läßt und in einer so großen Entfernung möglich ist, die Natur und den wirklichen Zustand der Himmelskörper zu erforschen oder vielmehr zu errathen. Wir machen mit der Sonne den Anfang. Wenn man sie kennen lernen will, so muß man sie durch gute Fernröhre betrachten. Zu diesem Ende hat man Fernröhre, welche außer den gewöhnlichen Glaslinsen noch dunkle haben, die man an deren Stelle einsetzen kann, oder sie sind mit einer dunklen Glasscheibe begleitet, die sich entweder auf die Seite des Auges oder auf die Seite der Sonne vorschieben läßt. In Ermangelung solcher künstlichen Vorrichtungen kann man sich begnügen eine gewöhnliche Glasscheibe auf der einen Seite stark vom Rauche einer Lampe oder eines Kienstückes anlaufen zu lassen. Man kann allenfalls noch ein Stück Papier mit einer äußerst kleinen Oefnung dagegen kleben, um die Sonnenstralen noch mehr abzuhalten. Oder man leget ein solches Papier zwischen zwei Glasscheiben, wovon die eine angelaufen ist, die aber nicht. Eine solche einfache oder doppelte Scheibe mit oder ohne Papier befestiget man so gut es sich thun läßt an eines der beiden Enden des Fernrohrs, wodurch die Augen hinlänglich gesichert werden.

§. 2.

Wenn man auf diese Art die Sonne betrachtet, so siehet man solche als eine runde helle Fläche, die oft etwas uneben und runzelig erscheinet, oft hier und da mit schwarzbraunen oder schwarzgrauen Flecken (wie in folgender Figur) besetzet ist, auch oft einige außerordentlich leuchtende Stellen hat, welche man Fackeln zu nennen pfleget.



Die Flecken und Fackeln sind nicht immerwährend, sondern entstehen und verschwinden. Wenn die Flecken viele Tage nach einander dauern, so bewegen sie sich, von der Erde betrachtet, von Morgen gegen

gegen Abend und beschreiben halbe Ellipsen, die indessen wenig Krümmung haben und der geraden Linie ziemlich Nahe kommen; sie verstecken sich nachher und kommen nach einiger Zeit wieder am andern Sonnenrande zum Vorschein; ihre scheinbare Umlaufszeit beträgt ohngefähr $27\frac{1}{2}$ Tag.

Indessen dauren sie selten während einer ganzen Umlaufszeit, sondern kaum während einer halben. Merkwürdig ist es, daß öfters an denselbigen Stellen der Sonne, wo ein Fleck gewesen ist, wieder einer zum Vorschein kommt, nämlich an derjenigen Stelle, wo sich der ältere Fleck befinden müßte, wenn er nicht verschwunden wäre, sondern seinen Lauf fortgesetzet hätte.

§. 3.

Ausser diesen Flecken und Fakkeln der Sonne, und der Eigenschaft des Leuchtens und Erwärmens, haben wir nichts Gegebenes, woraus ihre wirkliche Beschaffenheit gefolgert werden könne. Wir sind also genöthiget Hypothesen zu machen, wodurch sich dieses Wenige, was wir kennen, erklären lasse.

In uralten Zeiten mag man wohl die Sonne für weiter nichts, als eine leichte in der obern Luft schwebende Flamme angesehen haben. Denn überhaupt war man der Meinung, daß die Himmelskörper bei der Entstehung der Welt eben deswegen in die Höhe gestiegen wären, weil sie von der leichten Natur des Feuers wären, welches aufwärts zu gehen pfleget. Thales gab schon der Sonne mehr Dichtigkeit, indem er sie für einen Klumpen brennender Materie hielt. Andere haben sie für einem Klumpen geschmolzener und glühender Materie angesehen. Herr Bode und Herr Herschel glauben, sie sei ein fester und an sich dunkeler Körper, wie die Erde und die Planeten, jedoch mit einer leuchtenden Atmosphäre.

Die Alten, welche die Sonne für ein bloßes leichtes Feuer hielten, wusten noch nichts von ihren Flecken, und brauchten also keine Ursache davon aufzusuchen. Sie hielten die große Tagesleuchte für ein vollkommen reines und unbeflecktes Licht. Diejenigen, welche die Sonne als brennende Materie betrachten, können die Flecken für nichts anders, als Rauch oder Ausdünstung halten. Wer es wahrscheinlich findet, daß die Sonne sich in einem flüßigen und geschmolzenen Zustande befindet, muß die Flecken für Schlacken oder Unreinigkeiten halten, die auf ihrer Oberfläche schwimmen, oder für feste Massen, die bald untertauchet sind, bald sich auf der Oberfläche befinden. Endlich wer die Sonne für einen festen und dunkeln Körper ansiehet, muß ihr eine glänzende Atmosphäre geben und annehmen, daß diese sich manchmal an gewissen Stellen öffnet oder sehr verdünnet, so daß sich der dunkele Sonnenkörper sehen läßt. Die Stellen, wo die Flecken östers wieder zu erscheinen pflegen, müssen hohe Berge seyn, die am leichtesten von Lichtmaterie entblößet werden können. Diese letztere Meinung erhält dadurch einen gewissen Grad der Wahrscheinlichkeit, weil die Sonnenflecken dem Herrn Herschel immer als Vertiefungen vorgekommen sind. Indessen, so sinnreich auch diese Hypothese ist, so deucht mir, sie habe doch auch ihre Schwierigkeiten. Da die Sonnenatmosphäre so glänzend ist, daß sie sogar den Planeten ein feuriges Ansehen giebt, wie könnte sie den Sonnenkörper so wenig erleuchten, daß er an den durchschimmerten Stellen fast schwarz aussähe. Ferner wenn die Sonnenatmosphäre so groß ist, daß sie fast oder ganz bis an die Erde reichet, welches man aus dem Zodiakal-Lichte schließet, wie kann in derselben eine Oefnung entstehen die nicht sogleich durch die von allen Seiten zuströmende helle Materie

ange-

angefüllet würde? Ferner, die glänzende Sonnenatmosphäre, wenn eine vorhanden ist, verdünnet sich doch aller Wahrscheinlichkeit nach bei wenigem, so wie sie sich vom Körper entfernet, und es ist daher schwer zu glauben, daß sie in der Ferne eine ziemlich scharf begränzte Kugel vorstellen könnte; die Sonne sollte vielmehr, wie in einem hellen Dunste eingehüllet erscheinen. Das hohle Ansehen der Flecken entscheidet nichts, weil wohl sonst dunkele Stellen an einem Körper für Vertiefungen angesehen werden. Wegen der angeführten Schwierigkeiten, sollte man fast eher mit andern Gelehrten vermuthen, daß die leuchtende Materie keine bloße Atmosphäre ist, sondern eine ziemliche Dichtigkeit hat, und die Sonne ohngefähr so umgiebt, wie das Wasser die Erde, daß sie durch ihre Beweglichkeit manchmal gewisse Stellen des Sonnenkörpers bloß läßt, und daß diese als Flecken erscheinen. Da aber auch diese Hypotheke ihre Schwierigkeiten hat, so mag ich lieber bei dem bleiben, was der bloße Anblick anzuzeigen scheinet. Nämlich ich halte die Sonne für einen festen Körper, dessen Oberfläche leuchtend ist, vermuthe aber, daß gewisse Stellen derselben aus unbekannten Ursachen die Kraft zu leuchten auf einige Zeit verlieren, oder so zu sagen erlöschen, und daß diese uns in Gestalt der Flecken erscheinen. Vielleicht sind es Vertiefungen, wo sich manchmal eine Flüssigkeit sammlet die das Licht nicht durch läßt. In diesem Falle ließe sich der etwas helle Rand den die Flecken alle haben, leicht erklären; nämlich am Rande ist die Flüßigkeit weniger tief und sie läßt daher etwas Licht durch.

§. 4.

Die Fackeln der Sonne machen nicht so viel Schwierigkeit als die Flecken; denn was es auch seyn mag,

mag, das an der Sonne leuchtend ist, entweder ihre Oberfläche selbst, oder eine flüßige Materie, die sie wie Wasser umziebet, oder eine Atmosphäre, so läßt sich leicht denken, daß an einigen Stellen, vorzüglich viel glänzende Materie angehäufet sein kann, oder daß einige Theile des Sonnenkörpers von Natur einen stärkern Glanz von sich werfen können als andre. Die Runzeln die Herr Herschel an der Oberfläche der Sonne bemerket hat, scheinen mir einen festen Körper anzudeuten, dessen Oberfläche uneben ist.

§. 5.

Die Sonne verbreitet zugleich Licht und Wärme um uns her, deswegen hat man von jeher geglaubet, daß sie nicht nur leuchtend, sondern auch heiß ist. Indessen ist dieser Schluß etwas übereilet. Licht und Wärme sind nicht nothwendig mit einander verbunden. Vielleicht ist die Sonne bloß leuchtend ohne Wärme, wenigstens ohne außerordentliche Hitze, und vielleicht entstehet die Wärme die wir empfinden, wenn sie scheinet, nur dadurch, daß ihr Licht den in der Nähe der Erde befindlichen Wärmestoff thätig machet. Diese Meinung hat den Umstand für sich, daß es auf hohen Bergen immer kalt ist, so gar im heissesten Sommer; daher scheinet es, daß die Sonnenstralen nicht unter allen Umständen Wärme verursachen, sondern nur wann sie nicht weit von der Erdfläche ihre Wirkung mit derjenigen einer gewissen andern Materie vereinigen. Daß die Sonne, wie ein großer Ofen, seine Wärme bis zur Erde und zu den übrigen Planeten verbreiten sollte, ist wohl kaum zu vermuthen. Womit sollte dieser Ofen geheitzet sein, wodurch sollte sein Feuer unterhalten werden?

Es wäre der Mühe werth mit Brennspiegeln oder Brenngläsern Versuche auf hohen Bergen zu machen

um

um zu erfahren, ob dort die Sonnenstralen dieselbige brennende Eigenschaft haben, wie hier unten, und ob die Kälte die der Mensch in der Höhe empfindet von der angeführten Ursache, oder von Nebenumständen herrühre. Mir ist nicht bekannt, daß solche Versuche gemacht worden seien.

§. 6.

So lange man noch keine weitere Thatsachen hat, kann man also annehmen, daß die Hitze, die wir im Sommer empfinden, nicht von der Sonne ausströmet. Aber wie gehet es mit dem Lichte? fließt denn dieses aus der Sonne oder nicht? auch hierüber sind die Meinung getheilet. Einige halten dafür, das Licht bestehe aus lauter erstaunend kleinen Körperchen, die von der Sonne ausströmen, an die Gegenstände die uns umgeben anstoßen, von denselben zurück prallen, und wenn sie in unsere Augen fallen, daselbst eine Empfindung verursachen, wodurch wir die Gegenwart äusserer Gegenstände erkennen. Andere glauben die Lichtmaterie sei im ganzen Weltall vorhanden, sie werde durch die Sonne oder andere leuchtende Körper in eine zitternde Bewegung gesetzet, die sich ohngefähr wie der Schall fortpflanzet, und dann auf die Netzhaut unseres Auges wirket, fast so, wie die schwingende Luft auf die Ohrtrommel. Gegen beide Meinungen läßt sich manches einwenden. Die leztere hat den Vorzug, daß sie am besten erkläret, wie die Sonne beständig leuchten kann, ohne abzunehmen. Zwar hat das Licht, wie wir in der Folge sehen werden, eine fortschreitende Bewegung, so daß es eine gewisse, obgleich sehr kurze Zeit gebrauchet, um von einem Orte zum andern zu gelangen; aber der Schall hat eine ähnliche weit merklichere Bewegung, obgleich er kein

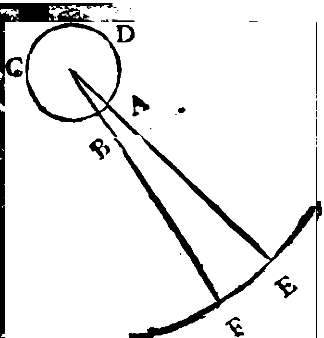
Ausfluß der tönenden Körper, sondern nur eine Bewegung der Luft ist.

In dieser Hypothese muß die Entstehung der Wärme an der Erdfläche bei dem Sonnenscheine, so erklärt werden, daß die allenthalben befindliche Lichtmaterie, wann sie in Ruhe ist, auf den Wärmestoff gar nicht würken kann, wohl aber, wann sie diejenige Bewegung bekömmt, die sie leuchtend machet.

§. 7.

Aus der meistens regelmäßigen Bewegung der Sonnenflecken schließt man, daß die Sonne sich um ihre Axe drehet, und zwar so, daß diese Axe gegen die Ekliptik bis auf wenige Grade senkrecht ist, oder daß der Gleicher der Sonne mit der Ekliptik einen Winkel von nur wenigen Graden machet. Die näheren Bestimmungen werden wir in der Folge sehen. Was die Dauer jeder Umwälzung der Sonne betrifft, so haben wir schon bemerket, daß die Flecken in $27\frac{1}{2}$ Tagen ihren scheinbaren Umlauf vollenden; daraus läßt sich ihre und der Sonne Revoluzionszeit folgern.

Nämlich ein Sonnenfleck sei in A mitten auf der Sonnenscheibe gesehen worden; so ist nach $27\frac{1}{2}$



Tagen

Tagen die Erde, welche sich jährlich um die Sonne herum, und zwar in derselbigen Richtung, wie die Flecken beweget, nicht mehr in E, sondern etwa in F, und der Fleck muß nicht mehr in A, sondern in B sein, damit er von der Erde aus, wieder mitten auf der Sonnenscheibe gesehen werde. Der Bogen AB hat eben so viel Grade als der Bogen EF. Um EF zu finden, sage man in $365\frac{1}{4}$ Tagen durchläuft die Erde 360 Grad um die Sonne herum, wie viel in $27\frac{1}{2}$ Tagen? Man findet $27\ 6'$. Also ist auch $AB = 27^g\ 6'$. Der Weg ABCDAB des Fleckes in $27\frac{1}{2}$ Tagen, beträgt also $360^g + 27^g\ 6' = 387^g\ 6'$. Der Weg während eines wirklichen Umlaufes des Fleckes, beträgt nun $ABCDA = 360^g$. Man sage also $387^g\ 6'$ geben $27\frac{1}{2}$ Tage, was geben 360^g? Es kommen 25 Tage 13 Stunden 40 Minuten. Da die Sonnenflecken nicht genau begränzet und dabei veränderlich sind, so sind die Beobachtungen und die daraus gezogenen Folgerungen nicht ganz sicher. Einige haben die Dauer der Umdrehung der Sonne um ihre Axe etwas größer gefunden, andere etwas kleiner. Man kann wohl im Durchschnitte $25\frac{1}{2}$ Tag annehmen.

§. 8.

Wir haben bisher stillschweigend angenommen, daß die Sonne kugelrund ist. In der That siehet man sie so durch sehr gute Fernröhre, obgleich sie dem bloßen Auge nur wie eine platte Scheibe vorkommt. Indessen hat man nach genaueren Beobachtungen gefunden, daß sie doch keine vollkommene Kugel ausmachet, sondern daß sie in der Gegend ihres Aequators etwas dicker, und in der Gegend ihrer Pole etwas eingedrücket ist. Jedoch beträgt beides nur wenig. Man hat bis jezt diese Gestalt nebst der Umdrehung um eine Achse bei allen Himmelskörpern gefunden, die man genau genug hat beobachten können. Dieses scheinet anzuzeigen, daß alle diese Körper im Anfange nicht ganz fest, sondern mehr oder weniger flüßig gewesen sind; denn ein flüßiger Körper, der sich um seine Achse drehet, muß eine solche Gestalt bekommen, wie schon oben (Hauptst. XX. §. 9.) bei Gelegenheit der Sonnenatmosphäre bemerket worden ist.

§. 9.

Die Sonnenatmosphäre, die uns, wie es wahrscheinlich ist, in Gestalt des Zodiakal-Lichts, sichtbar wird (Hauptst. XX. §. 9.), muß wohl nicht eigentlich dasjenige sein, was an der Sonne leuchtend ist (§. 3.), sondern eine feine und durchsichtige Ausdünstung des Sonnenkörpers, die durch die Sonne selbst erleuchtet und uns dadurch sichtbar wird. Weil solche Ausdünstungen wahrscheinlich sehr bewegbar sind, so kann die Sonnenatmosphäre eine so sehr abgeplattete und linsenförmige Gestalt durch ihre Rotazion bekommen haben; denn es muß angenommen werden, daß diese Atmosphäre sich mit ihrem Hauptkörper drehet, wie es auch bei der Erde geschiehet.

§. 10.

Man hat die Frage aufgeworfen: ob wohl die Sonne von lebendigen Geschöpfen bewohnet sein mag? — Wenigstens hindert nichts, daß sie es sei, falls man sie nur nicht für ein wirkliches Feuer hält; denn da das Feuer alles zerstöret, verglaset, verkalket, so läßt sich nicht wohl gedenken, daß organisirte Geschöpfe in der heftigsten Glut leben können. Ist aber die Oberfläche der Sonne oder nur ihre Atmosphäre bloß leuchtend, ohne besondere Hitze, so kann man leicht annehmen, daß es dort lebendige Wesen gebe.

Hier

Hier kommt uns eine optische Bemerkung zu statten, die zwar sehr parador ist, aber doch wahr; nämlich ich habe in der Anleitung zur Optik, Katoptrik, und Dioptrik (Hauptst. I. §. 26. Zusatz I.) bewiesen, daß, wenn ein Mensch von der Erde zur Sonne reisen könnte, die Sonne ihm zwar immer größer und größer, aber dagegen auch immer weniger und weniger hell vorkommen würde. Denn erstens, gesetzet seine Pupille bliebe von unveränderter Größe, so würden zwar die Lichtstralen immer dichter und dichter zur Pupille gereichen, hingegen würde das Sonnenbild auf der Nezhaut zu gleicher Zeit größer, und die Stralen dadurch in einen größeren Raum vertheilet werden, so daß ein Umstand die Wirkung des andern aufhöbe, und die Helligkeit dieselbige bliebe. Wenn sich aber zugleich, mit zunehmender Dichtigkeit des einfallenden Lichtes, die Pupille verengerte, wie es immer geschiehet, so müste die Helligkeit nothwendig abnehmen. Folglich ist es gar nicht unbegreiflich, daß lebendige Geschöpfe, auch mit Augen, auf der Oberfläche der Sonne leben können, ohne von übermäßigem Lichte geblendet oder sonst belästiget zu werden.

§. 11.

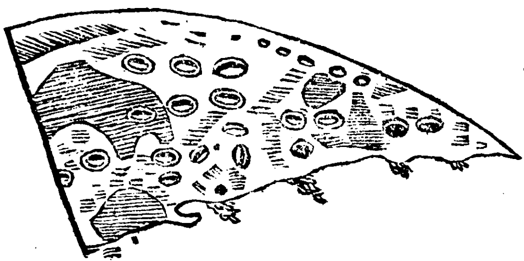
Nach der Sonne sehen wir an Himmel nichts glänzenderes als den Mond. Es ist bekannt, daß seine helle Scheibe in Zeit von ohngefähr 29½ Tagen zunimmt, ganz voll oder rund wird, wieder abnimmt und zulezt ganz unsichtbar wird, dann aber diese Abwechselungen immer von vorne wieder anfängt. Wann der Mond noch ganz unsichtbar ist, heißt er der **Neumond** oder das **Neulicht**; wann er die Gestalt einer halben Scheibe bekommen hat, so haben wir das **erste Viertel** des Mondlaufes; wann die Scheibe ganz ist, so nennen wir sie den **Vollmond**; wann sie wieder halb ist, so haben wir das **lezte Viertel** des Mondlaufes. Der Mond ist überhaupt während $14\frac{3}{4}$ Tagen zunehmend und eben so lange abnehmend. Während daß er zunimmt ist seine Rundung gegen Abend gekehret, während aber daß er aber abnimmt gegen Morgen. Beim Zunehmen folgt er der Sonne, beim Abnehmen gehet er ihr vor. Anfänglich, wann er zunimmt, so erscheinet er des Abends nach Sonnen-Untergang; im ersten Viertel scheinet er ohngefähr bis Mitternacht; wann er voll ist, die ganze Nacht; dann gehet er immer später auf; im letzten Viertel ohngefähr um Mitternacht; weiter hin scheinet er nur noch des Morgens vor Sonnen-Aufgang; und zuletzt verschwindet er ganz, theils weil er der Sonne zu nahe ist, theils auch weil er wirklich für uns kein Licht mehr hat. Wann der Mond am Himmel weder zu nahe bei der Sonne stehet, noch unter dem Horizonte ist, so ist er auch bei Tage sichtbar. Wann er voll ist, so gehet er ohngefähr mit Sonnen-Untergang auf, und mit Sonnen-Aufgang unter. Im Sommer, wann die Sonne hoch am Himmel stehet, so stehet der Mond, gegen die Zeit da er voll ist, niedrig, und in Winter ist der Fall umgekehrt; der Mond steiget alsdann hoch über den Horizont, die Sonne aber ist niedrig.

§. 12.

Wenn man den Mond mit bloßen Augen betrachtet, so siehet man, daß er nicht durchgängig von gleicher Helligkeit ist, sondern daß einige Stellen dunkler, andre heller sind. Vielen kommt es vor, als wenn der volle Mond, mit seinen Schattirungen etwas vorstellte, was einem Gesichte ähnlich sei; andere glauben ohngefähr die Gestalt eines Mannes darin zu bemerken. Nimmt man aber gute Fernröhre zur Hülfe, so verschwinden diese vermeinten Gestalten

und

und man siehet nichts als eine Kugel mit großer Abwechselung von dunklen und hellen Flecken, worunter sich verschiedene durch eine größere Dunkelheit oder Helligkeit auszeichnen. Uebrigens zeiget uns der Mond immer beinahe dieselbigen Flecken; nur am Rande giebt es einige die nicht zu allen Zeiten zum Vorschein kommen. Die Astronomen, welche sich vorzüglich mit dem Monde beschäftiget haben, fanden es für nöthig, seinen verschiedenen Flecken uud Theilen gewisse Namen beizulegen. In der diesem Bande beigefügten Abbildung sind die gewöhnlichen Namen angegeben. Wann der Mond nicht voll ist, so erscheinet seine hohle Seite durch Ferngläser nicht scharf abgeschnitten, sondern höckericht, und man siehet sogar einige kleine helle Flecken die ganz abgesondert zu sein scheinen, wie in dieser Figur, die eine Spitze, oder, wie man zu sagen pfleget, ein Horn des zunehmenden Mondes vorstellet.



Unter den dunkelen Flecken des Mondes giebt es einige kleinere, die sich in Betrachtung anderer hellerer bald auf dieser bald auf jener Seite befinden, und immer von der Sonne abgewendet sind. Obgleich man gewöhnlich den Mond, nur wann er voll ist, in Gestalt einer ganzen runden Scheibe siehet, so ereignet es sich doch auch oft genug, daß er beim Abnehmen und Zunehmen ebenfalls, hauptsächlich mit Fern-

 röhren

röhren, ganz rund zu sehen ist, jedoch so, daß der Theil, welcher nicht eigentlich scheinet, äußerst wenig Licht hat. Dennoch schimmern in diesem dunkelen Theile einige hellere Stellen manchmal merklich hervor, so daß es aussiehet, als wenn der Mond dort brennete. Einige behaupten auch im dunkelen Theile des Mondes Blitze gesehen zu haben. Uebrigens erkennet man im dunkelen Theile dieselbigeu Flecken die daselbst erscheinen, wann der Mond voll ist. Im hellen Theile des Mondes hat man bemerket, daß dieselbigen Flecken manchmal etwas heller, manchmal dunkeler zu sein scheinen.

§. 13.

Zur Zeit des Neumondes trifft es sich manchmal, daß die Sonne für einen Theil der Erdbewohner verfinstert wird, und es scheinet, als wenn eine unsichtbare und undurchsichtige runde Scheibe allmählig zwischen uns und die Sonne vorbei gienge, nnd uns auf eine kurze Zeit ihr Licht ganz oder zum Theil beraubete. Dieses geschiehet allemal, wenn der Mond mittelst seines bekannten Laufes sich an derselbigen Stelle des Himmels befindet, wo die Sonne ist. Ferner, wenn der Mond, in welcher Zeit seines Laufes es auch sei, einen Fixstern oder Planeten antrift, so verschwindet der Stern oder Planet an dem einen Rande des Mondes, und kömmt nach kurzer Zeit am andern Rande wieder hervor: unter beiden Rändern verstehet man hier die Gränzen der ganzen Mondscheibe, so wie sie im Vollmonde erscheinet. Der Mond selbst scheinet manchmal, wann er voll ist, ganz oder zum Theil zu verschwinden, und zwar auf dieselbige Art, wie bei der Sonne erwähnet worden. Diese Verschwindung des Mondes heißt **Mondfinsterniß**, jene der Sonne **Sonnenfinsterniß**, jene eines Planeten

oder

oder Fixsterns eine Bedeckung. Bei Sonnenfinsternissen hat man öfters ein Zittern an demjenigen Rande der Sonne bemerket, der im Begriffe war verfinstert zu werden, oder der eben aufhörte es zu sein. Bei Bedeckungen hat man ebenfalls manchmal bemerket, daß der Fixstern unmittelbar vor oder nach seiner Bedeckung zittert, oder daß der Planet in demselbigen Zeitpunkte merklich oval wird, so daß die dem Monde zugekehrte Seite desselben abgeplattet ist.

§. 14.

Die in den vorigen Paragraphen erzählten Erscheinungen und Beobachtungen müssen uns zur Richtschnur dienen, wenn wir uns von der wahren Beschaffenheit des Mondes einen Begriff machen wollen.

Vor allen Dingen erhellet daraus, daß der Mond ein bleibender fester Körper ist, der nicht seine Gestalt mit seinem Lichte verändert, wie es etwa ganz unwissende Menschen glauben möchten; denn auch wenn er nicht voll ist, kann man oft den dunkeln Theil sehen; und die ganze sichtbare Oberfläche desselben, sie sei dunkel oder hell, gewähret immer ohngefähr den nämlichen Anblick: gesetzt also es geschehen Veränderungen im Monde, so können sie nur einzelne nicht gar zu große Theile seiner Oberfläche betreffen; sonst würden wir ihrer gewahr werden.

§. 15.

Der Anblick des Mondes durch gute Fernröhre zeiget schon, daß er kugelförmig ist, aber auch zugleich, daß seine Oberfläche nichts weniger als glatt ist. Denn

 die

die kleineren dunkelen Flecken, die sich bei helleren bald rechts bald links befinden, können doch wohl nichts anders sein als Schatten von Bergen, die von der Sonne beschienen werden, zumal da diese Flecken immer von der Sonne abgewandt sind. Und die Unebenheiten, die abgerissenen hellen Theile, die sich am Rande des ab- oder zunehmenden Mondes befinden, können ebenfalls nichts anders sein als Berge, die von der Sonne länger beschienen werden, als die niedrigeren Stellen. Auch giebt es in der Mondfläche sehr viele Stellen, die nichts anders als Vertiefungen oder, so zu sagen, Kessel sein können, indem sie inwendig einen Schatten geben, der allemal auf der Sonnenseite ist. Die dunkelen Stellen, welche sich weit ausdehnen und nicht Schatten sind, können keine Meere sein, wie man es sonst glaubte, weil sie, genau betrachtet, sehr uneben sind; sondern sie sind vermuthlich an sich von dunkeler Farbe, und folglich in der Ferne weniger sichtbar.

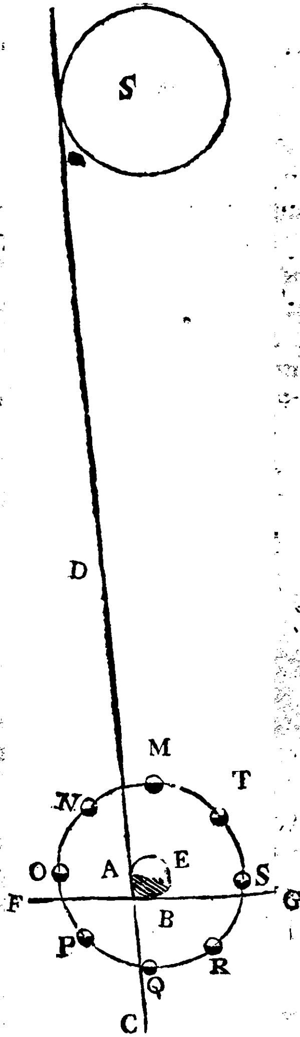
§. 16.

Aus dem vorigen Paragraph erhellet schon genugsam, daß der Mond sein Licht von der Sonne erborget, das heißt, daß er nur in so fern scheinet, als er von der Sonne beschienen wird. Dieses ergiebt sich noch mehr dadurch, daß nur immer derjenige Theil scheinet, welcher der Sonne zugekehret ist.

Man muß nämlich annehmen, daß der Mond der Erde viel näher ist als die Sonne; daß er sich um die Erde herum drehet, während daß diese sich um die Sonne drehet, und daß die Bahn des Mondes keinen großen Winkel mit der Sonnen- oder Erdbahn machet.

Es

Es sei E die Erde, S die Sonne, M der Mond, welcher sich ganz oder beinahe in einer gerad n Linie mit der Erde und der Sonne befindet, so wird diejenige



C 5 Hälfte

Hälfte des Mondes die von der Erde abgewendet ist, von der Sonne beschienen, und die uns zugekehrte Hälfte ist dunkel; also sehen wir nichts vom Monde, und diese Zeit heißt die Zeit des Neumondes, weil er gleich darauf wiederum in unsern Augen neu zu entstehen scheinet. Ist nun der Mond in seiner Bahn von M bis N gekommen, so können wir schon ein Stück von seiner erleuchteten Fläche sehen; in O sehen wir die Hälfte derselben, und dann haben wir das erste Viertel des Mondlaufes; in P zeiget uns der Mond schon mehr als die Hälfte seiner erleuchteten Fläche; in Q kehret er sie uns ganz zu, und es ist Vollmond. In R sehen wir schon nicht mehr die ganze helle Seite; in S nur noch die Hälfte derselben, und wir haben das letzte Viertel; in T weniger als die Hälfte; in M wiederum gar nichts: und ein Mondeslauf ist zu Ende.

Wir haben bei dieser Erklärung die Bewegung der Erde in ihrer Bahn aus der Acht gelassen, weil sie in der Hauptsache nichts ändert.

§. 17.

Das tägliche Auf- und Untergehen des Mondes wird durch die tägliche Umwälzung der Erde, (H. I. Seite 27) erkläret. Es wird angenommen, daß die Erde E sich in der Wendung EAB, vom Abend gegen Morgen, alle 24 Stunden umwälzet. Ist nun jemand in A, so ist CD sein Horizont; ist jetzt der Mond in N, so siehet der Zuschauer ihn dem Horizonte und folglich dem Untergange nahe. Wäre hingegen der Mond in Q, so würde er aus A noch nicht gesehen, wäre aber seinem Aufgange sehr nahe. Wäre der Mond in O, so stünde er mitten am Himmel; wäre er in P, so wäre er seit einigen Stunden aufgegangen.

Laßt uns nun annehmen, der Mond sei in N, so drehet sich der Horizont CD mit dem Zuschauer A und kömmt allmählig bis in die Lage FG; dann ist der Mond N schon längst untergegangen. Und so läßt sich die scheinbare tägliche Bewegung des Mondes am Himmel sehr gut erklären.

§. 18.

Eben so leicht läßt sich erklären, warum der zunehmende Mond der Sonne zu folgen scheinet, und ihr seine helle Seite zukehret, der Abnehmende ihr aber seine dunkele Seite zukehret und ihr vorgehet. Wann der Mond in M ist, so befindet er sich in einer Linie mit uns und der Sonne, folglich gehet er mit ihr auf und unter. Wann er schon in N ist, so ist für den Zuschauer A die Sonne S schon unter dem Horizonte, während daß der Mond N noch darüber ist, er wird aber auch bald untergehen, und folget also gleichsam der Sonne. Aus A siehet man nur denjenigen Theil des Mondes erleuchtet, der dem westlichen Horizonte und also der Sonne zugekehret ist. Im ersten Viertel bei O ist ebenfalls die helle Seite der Sonne zugekehret; aber der Horizont hat noch weit zu gehen ehe er den Mond O trift, also gehet der Mond spät in der Nacht unter; in P noch später, aber man siehet, daß die helle Seite immer nach der Sonne zugekehret ist, und daß der Mond nach der Sonne untergehet. In Q, nämlich im Vollmonde, ist keine helle Seite mehr, weil die ganze Scheibe hell ist, und der Mond gehet ohngefähr auf, wann die Sonne untergehet. Also kann man nicht mehr sagen, daß er der Sonne folge. In R ist der Mond sichtbar und ziemlich hoch, wann der Horizont des angenommenen Zuschauers in FG gelanget ist; dann aber verfließt noch eine geraume Zeit bis daß der Horizont wiederum die Sonne erreichet, oder bis daß die Sonne aufgehet; also gehet der Mond vor der Sonne auf, oder er gehet der Sonne vor; der helle Theil aber ist derjenigen Seite des Horizonts, wo man die Sonne erwartet, oder der Sonne selbst, zugekehret; und so kann man die Erklärung weiter fortsetzen.

§. 19.

Meistens findet sich weder im Neumonde, noch im Vollmonde der Mond ganz in einer geraden Linie mit der Erde und der Sonne, sondern man muß sich bei der Figur vorstellen, daß M oder Q über das Papier etwas erhaben oder unter demselben vertiefet ist.

Indessen trifft es sich doch dann und wann, daß er würklich gerade zwischen Erde und Sonne, oder die Erde gerade zwischen ihm und der Sonne zu stehen kommt. Im ersten Falle also ist der Mond M gerade zwischen S und E. Dann verhindert uns der Mond M einen Theil der Sonne oder die ganze Sonne zu sehen; dieses giebt eine Sonnenfinsterniß; und obgleich der Mond in Vergleich mit der Sonne sehr klein ist (welches in der Folge bewiesen werden soll) so weiß man doch, daß ein kleiner Körper, der dem Auge nahe ist, einen viel größeren aber entfernteren verstecken kann. Hieraus siehet man, warum die Sonnenfinsternisse nie anders als zur Zeit des Neumondes eintreten. Im Vollmonde hingegen kann es Mondfinsternisse geben. Wenn die Erde E sich gerade zwischen der Sonne S und dem Monde Q befindet, so fällt der Schatten der Erde auf den Mond, und verdunkelt ihn entweder ganz oder zum Theil, so lange bis daß der Mond aus dem Erdschatten fortgerücket ist.

Dieses sei fürs erste genug zur Erklärung der Finsternisse, wovon in der Folge ein mehreres.

§. 20.

Der Mond ziehet am meisten unsere Aufmerksamkeit auf sich, wann er voll ist; alsdann ist er aber am Himmel 180 Grade von der Sonne entfernet; und da der Mond sich nicht weit von der Ekliptik entfernet, so befindet er sich, gegen die Zeit da er voll ist, in denjenigen Zeichen der Ekliptik, wo die Sonne ein halb Jahr vorher war, oder ein halb Jahr nachher sein wird; also ist er im Winter niedrig, im Sommer aber hoch über dem Horizonte. Indessen gilt dieses nur eigentlich für die Zeit des Vollmondes; denn kurz vor und nach den Neumonde ist der Mond in der Ekliptik nicht weit von der Sonne entfernet, und in dem ersten Viertel hat er ohngefähr 90^{g} mehr Länge in der Ekliptik als die Sonne, und im letzten Viertel 90^{g} weniger.

§. 21.

Da der Mond an sich ein dunkeler Körper ist, der nur von der Sonne erleuchtet wird (§. 15.) so möchte es manchem sonderbar scheinen, daß ein nicht leuchtender Körper uns so hell vorkommen, und unsere Nächte so schön erleuchten könne. Man muß aber bedenken, daß wir so weit vom Monde sind, daß es uns unmöglich ist, die einzelnen Gegenstände und Farben auf seiner Oberfläche zu unterscheiden; wenn er also von der Sonne beleuchtet wird, so sehen wir nichts als daß er hell ist, und zwar scheinet er uns um desto heller zu sein, je weiter wir uns von ihm befinden, wie schon bei der Sonne bemerket worden. Durch gute Fernröhre siehet man schon mehr einzelne Theile der Mondfläche, und die blendende Helligkeit fällt weg. Daß bei Nachtzeit das Sonnenlicht, welches uns der Mond zurück wirft, im Stande ist die Erde zu erleuchten und Schatten zu verursachen, muß niemanden wundern, weil in der Dunkelheit der Nacht ein geringer Schein schon Helligkeit

und

und Schatten verursachet; überdem ist die Fläche des Mondes groß genug, um uns eine ziemliche Menge Licht zurück zu werfen. Der Mond selbst wird auf eine ähnliche Art von der Erde erleuchtet; denn es ist wahrscheinlich, daß das wenige Licht, welches manchmal die nicht von der Sonne erleuchtete Seite des Mondes sichtbar machet, nichts anders ist als das von der Erde auf den Mond zurückgeworfene Sonnenlicht, welches ziemlich stark sein muß, da es von der Erde selbst im Monde bemerket werden kann, und also in ansehnlicher Menge wieder zurückprallen muß.

§. 22.

Der Mond hat einen Dunstkreis, welches daraus zu erkennen ist, daß das Licht der Sonne und der Sterne am Rande des Mondes zittert, wie in unserem Dunstkreise zu geschehen pfleget; und auch daran, daß die Planeten nahe am Monde abgeplattet erscheinen, ohngefähr wie bei uns Sonne und Mond am Horizonte. Dieser Dunstkreis enthält aber keine Wolken, wie der unsrige, wenigstens keine großen; denn sonst würden sie auf seiner Oberfläche wie bewegte Flecken erscheinen. Er muß aber doch an einigen Stellen bald trüber bald heller werden, da die Mondflecken unter sonst gleichen Umständen nicht allemal gleich hell oder dunkel sind. Es mag auch wohl feurige, dem Blitze ähnliche Erscheinungen dort geben, auch vielleicht andere, welche phosphorischer Art sind; dieses leztere vermuthet Herschel, wegen der mehr als gewöhnlich hellen Stellen, die manchmal im nicht von der Sonne erleuchteten Theile des Mondes beobachtet werden, und die fast wie Feuer aussehen (§. 11.). Andere haben diese Stellen für feuerspeiende Berge gehalten; noch andere halten sie bloß für Mondberge, die an sich selbst von weisser Farbe sind, von der Erde

stark

stark erleuchtet werden, und dann, wegen des Abstichs gegen die Dunkelheit der umliegenden Gegenden sehr hell erscheinen. Diese letzte Meinung kommt mir um desto wahrscheinlicher vor, da diese hellen Flecken nicht mit bloßen Augen, sondern nur mit Fernröhren gesehen werden können. Wie hell übrigens ein weißer, auch nur wenig erleuchteter Gegenstand im dunkelen aussiehet, kann ein jeder Versuchen: man glaubet wirklich etwas brennendes zu sehen.

§. 23.

Da der Mond uns immer ohngefähr denselbigen Theil seiner Oberfläche zukehret, so folget daraus, daß er sich in eben so viel Zeit um seine Axe drehet, als er gebrauchet seinen Lauf um die Erde herum zu vollenden. Denn gesetzet es gehet einer rund um mich herum, aber er drehet sich nicht zugleich auf sich selbst, sondern siehet immer nach einerlei Weltgegend hin, z. B. immer nach Norden, so bekomme ich nach und nach die ganze Oberfläche seines Körpers, vorne und hinten, zu sehen; wenn er mir also immer das Gesicht zukehret, so muß er es bei wenigem nach allen Punkten des Horizontes hinrichten; also drehet er sich wirklich auf sich selbst, so gut als wäre er stehen geblieben, und hätte sich auf demselbigen Fleck rund umgekehret. Dieser Umstand bei dem Monde machet, daß wir nicht viel mehr als die Hälfte seiner Oberfläche zu sehen bekommen; indessen hat er eine kleine Schwankung, mittelst welcher er uns doch etwas über die Hälfte davon zeiget. Gesetzt es gäbe lebendige und sehende Geschöpfe auf der Mondfläche, so könnten nur diejenigen, die sich auf der uns zugekehrten Seite befinden, die Erde sehen und deren Schein benutzen; die anderen müßten sich mit dem Sonnenschein allein begnügen; nämlich da der Mond sich um seine Axe drehet, so zeiget er nach und

nach

nach der Sonne alle Theile seiner Oberfläche, und zwar in 27½ Tagen, wie am gehörigen Orte bewiesen werden soll, da es hingegen bei uns auf der Erde alle 24 Stunden geschiehet.

§. 24.

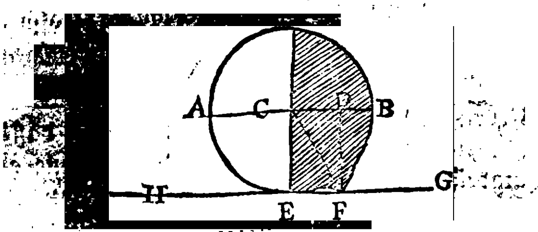
Viele von den Gelehrten alter Zeiten, hielten den Mond für bewohnet. Die orphischen Verse, die zwar nicht ächt aber doch ziemlich alt sind, sagen vom Monde, daß er viel Berge, Städte und Wohnplätze enthält (*), und Plutarch versichert ausdrücklich, daß die Pythagoräer den Mond und alle Sterne für bewohnt hielten. (Plut. de placitis philosophorum: idem de facie in orbe lunae). Dieselbige Meinung ist heut zu Tage ziemlich allgemein. Man kann in der That nicht leugnen, daß zwischen der Erde und dem Monde viel Aehnlichkeit ist; beide sind von Natur dunkel, und werden von der Sonne erleuchtet, beide haben Ebenen, Berge und Tiefen, beide haben einen Dunstkreis, beide drehen sich um ihre Axe, so daß jede Stelle ihrer Oberfläche wechselsweise Tag und Nacht hat. Da nun die Erde bewohnet ist, so ist es nicht unwahrscheinlich, daß auch der Mond für lebende Geschöpfe eingerichtet ist; wie sie aber aussehen mögen, und wie sie beschaffen sind, davon läßt sich nicht das geringste vermuthen.

§. 25.

Ehe wir weiter gehen, wollen wir noch ein paar Worte von den Mondbergen sprechen, und von der Art ihre Höhe zu messen. Gelilläus und Hevelius bedienten sich ohngefähr folgender Methode. Es sei

AEB

(*) ἡ πόλλ' οὔρε' ἔχει, πόλλ' ἄστεα, πολλὰ μέλαθρα.



AEB die uns zugekehrte Seite des Mondes im ersten oder letzten Viertel, wovon wir nur den Theil AE erhellet sehen. Zwar scheinet die Sonne nur bis E; inzwischen können Sonnenstralen, die in der Richtung HG mit AB parallel kommen, auch den Gipfel F irgend eines in der dunkelen Seite liegenden Berges erreichen. Solche Berge, deren Gipfel anfangen oder aufhören beschienen zu werden giebt es immer genug; nun beobachte man, durch mikrometrische Vorrichtungen, der wievielte Theil EF oder CD von dem Mondhalbmesser AC = CE ist. Alsdann hat man im rechtwinkeligen Dreiecke CEF, CE (= 1) und EF (welche in Theilen von CE gemessen worden); daraus läßt sich CF finden, und wenn man den Halbmesser (= 1) davon abziehet, so hat man die Höhe des Berges F, in Theilen des Mondhalbmessers. Galiläus und Hevel haben gefunden, daß die Linien wie EF zwischen dem 40ten und dem 10ten Theile des Mondhalbmessers betragen. Daraus findet man die Höhen der Berge, in Theilen des Halbmessers, von 0,0003130 bis 0,0049982, das heißt ohngefähr von $\frac{3}{10000}$ bis $\frac{5}{1000}$ oder $\frac{1}{200}$ des Halbmessers. Unsere höchsten Berge auf der Erde betragen nicht 1 deutsche Meile, also nicht den 850ten Theil des Erdhalbmessers, also sind die Mondberge verhältnißmäßig viel größer. Gesetzt nun es habe die Erde ohngefähr einen viermal größern Halbmesser als der Mond, so beträgt $\frac{1}{200}$ des Mondhalbmessers, so viel als $\frac{1}{800}$ des Erdhalbmessers; folglich ohngefähr so viel als die größte Höhe der Erdberge; also wäre die absolute Höhe der Mondberge von derjenigen der Erdberge nicht sehr verschieden.

Uebrigens wird ein jeder leicht einsehen, daß diese Methode nur ein ohngefähres Resultat, ohne große Genauigkeit, geben kann; denn sie setzet voraus, daß die Mondfläche in E ohne merkliche Erhöhungen noch Vertiefungen ist, welches fast an keinem Orte der Mondfläche ganz der Fall ist; daß die erste oder letzte Beleuchtung des Gipfels F genau beobachtet werden kann, welches äußerst schwer ist; und daß der Mond aus einer unendlichen Ferne gesehen wird, so daß FD und CE für gleichlaufend angesehen werden können, welches nicht der Wahrheit gemäß ist. Indessen ist es genug, daß wir nur ohngefähr die Höhe der Berge des Mondes mit den unsrigen vergleichen können. Herr Ober-Amtmann Schröter hat in seinen selenotopographischen Fragmenten künstlichere und schärfere Verfahrungs-Arten angebracht; er hat aber doch gefunden, daß die durch die alte Methode herausgebrachten Höhen so ziemlich mit denen, die er selbst berechnet hat, stimmen; seine Methode hat den Vorzug, daß sie zu allen Zeiten wann der Mond sichtbar ist, und an allen erleuchteten Stellen seiner Oberfläche anwendbar ist; sie beruhet auf der Länge des Schattens, den ein Mondberg wirft, und kann auch zur Ausmessung der Vertiefungen im Monde gebrauchet werden.

§. 26.

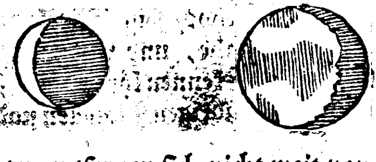
Dem Monde ist nichts ähnlicher als die Planeten. Diese Aehnlichkeit bestehet in folgenden Stücken.

I) Der Mond behält nicht immer einerlei Lage gegen die Fixsterne, sondern er verrichtet ausser seiner täglichen Bewegung, die er mit allen Himmelskörpern gemein

gemein hat, zugleich eine Wanderung durch alle Bilder des Thierkreises; das nämliche thun alle Planeten, und daran sind sie hauptsächlich zu erkennen; denn wenn man an einer Stelle des Himmels, wo kein Fixstern ist, dennoch einen Stern siehet, der mit bloßen Augen betrachtet, einem Fixstern ähnlich scheinet, und wenn er dabei seinen Weg im Thierkreise bei wenigen fortsetzet, so ist er ein Planet.

II) Der Mond ist ein dunkeler undurchsichtiger Körper, durch welchen die Sonne nicht durchscheinen kann, so daß er die Sonne verfinstert, wenn er vor ihr zu stehen kommt. Eben so gehet es mit den Planeten; zwei derselben sind mehr als einmal wie schwarze Flecken auf der Sonnenscheibe gesehen worden, nämlich Merkur und Venus.

III) Der Mond wird von der Sonne erleuchtet, und hat seine Lichtwechsel; das nämliche siehet man deutlich durch Ferngläser an der Venus, auch an dem Merkur, wie die Figuren zeigen. Die kleinere stellet den Merkur vor, die größere die Venus. Diese bei-



den Planeten entfernen sich nicht weit von der Sonne, sondern stehen ihr bald östlich, bald westlich, kommen auch, wie schon erinnert, gerade vor die Sonnenscheibe; Merkur entfernt sich nie über 28^g 20′ von der Sonne, und Venus nie mehr als 47^g 48′. Merkur machet seinen Gang hin und her in 115 Tagen; Venus in 584 Tagen. In den größten Entfernungen von der Sonne erscheinen diese Planeten einem hellen Halbkreise ähnlich; näher an der Sonne beträgt ihre helle Fläche entweder mehr oder weniger als einen halben Kreis. Dieses läßt sich am besten erklären, wenn man annimmt, daß Merkur und Venus sich um die Sonne drehen, und zwar in einer Ebene, die nicht viel von dem Sonnenkreise (Ekliptik) abweichet; denn so ist klar, daß wir bald ihre helle, bald ihre dunkele Seite ganz oder zum Theil wie am Monde sehen müssen.

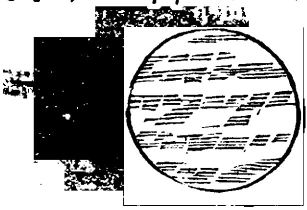
Bei den übrigen Planeten bemerket man keine so merkliche Lichtwechsel; jedoch erscheinet Mars zu gewissen Zeiten länglich wie der Mond vor und nach dem vollen Lichte. Sie haben alle dieses mit Merkur und Venus gemein, daß sie bald vorwärts, bald rückwärts zu gehen scheinen; jedoch endigen sie nach gewissen Zeiten ihren Lauf durch alle Zeichen der Ekliptik.

IV) Der Mond hat Berge, Thäler und Vertiefungen, welches man unter andern an der höckerichten Gestalt des inneren Lichtrandes erkennet; eben das nämliche läßt sich an der Venus mit Fernröhren deutlich bemerken, und zwar müssen die Venusberge, den Beobachtungen zufolge, sehr hoch sein. Merkur ist zu klein, der Sonne meistens zu nahe, und von uns zu weit, als daß man deutlich genug erkennen könne, wie seine Oberfläche beschaffen ist. Die übrigen Planeten sind ebenfalls zu weit von uns.

V) Der Mond hat hellere und dunkelere Stellen, woraus sich schließen läßt, daß die Materie, woraus er bestehet, ungleichartig ist. Bei Merkur laßen sich keine Flecken bemerken, weil er überhaupt schwer zu beobachten ist; bei der Venus hat man auch bisher keine Flecken recht deutlich bemerken können. Im Mars hat man ganz deutlich Flecken gesehen, und zwar

solche,

solche, die sich periodisch wie die Sonnenflecken umdrehen. Jupiter hat etwas dunkele Streifen, die ohngefähr in gerader Linie, jedoch mit Zacken, durch seine Scheibe gehen, und fast mit der Ekliptik gleichlaufend



sind. Man hat bemerket, daß sie eine periodische Bewegung haben, indessen verändern sie sich fast wie Wolken. Im Saturn hat man ebenfalls einige dunkele Streifen bemerket. Uranus erscheinet uns so klein, daß gar nicht daran zu denken ist, seine etwanigen Flecken zu erkennen. Indessen, wenn man von den Planeten, die man am deutlichsten sehen kann, auf die übrigen schließet, so läßt sich annehmen, daß sie alle Flecken haben; und da die meisten dieser Flecken bleibend zu sein scheinen, so läßt sich nicht anders denken, als daß sie zur Oberfläche selbst des Planeten gehören; und daß diese nicht durchaus von einerlei Farbe, noch von einerlei Beschaffenheit ist.

VI. Der Mond drehet sich um seine Axe; das nämliche gilt von den Planeten, so weit die Beobachtungen reichen. Herr Schröter hat bemerket, daß die Hörner der Venus nicht lange Zeit vor oder nach ihrem neuen Lichte, nicht allemal ganz einerlei Gestalt haben, daß aber dieselbige Gestalt nach gewissen Zeiten wieder zum Vorschein kömmt; daraus hat er die Umwendungszeit der Venus zu 23 Stunden 21 Minuten hergeleitet, welches mit älteren Versuchen diese Zeit festzusetzen, ziemlich einstimmet. Herr Herrschel hat mit Hülfe der Flecken am Mars gefunden, daß dieser Planet sich in 24 Stunden 39′ $21\frac{2}{3}$″ um seine Axe drehet; welches mit früheren Beobachtnngen ebenfalls bis auf eine Sekunde stimmet. Jupiters Flecken geben die Zeit seiner Umwälzung ohngefähr zu 9 Stunden und 52 bis 56 Minuten; denn da hier die Flecken zum Theil veränderlich und beweglich zu sein scheinen, so läßt sich aus ihnen nichts ganz gewisses bestimmen. Herrschel hat durch verschiedene Beobachtungen die Umwälzungszeit des Saturns zu 10 Stunden 16 Minuten bestimmet. Am Uranus hat man; weil er uns nur sehr klein erscheinet, keine Flecken und keine Umwälzung entdecken können. Indessen scheinet doch die Regel allgemein zu sein, daß die Planeten sich um ihre Axen drehen.

VII) Der Mond hat einen Dunstkreis; die übrigen Planeten haben wahrscheinlich auch jeder den seinigen, die veränderlichen Flecken in einigen scheinen dieses anzudeuten; und bei der Venus hat Herr Schröter in der Nachtseite derselben eine Dämmerung deutlich wahrgenommen, welche ohne Dunstkreis nicht statt finden könnte.

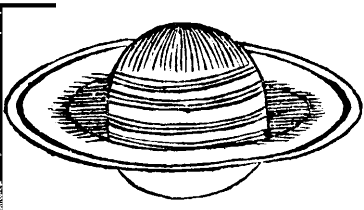
Aus allen diesen Aehnlichkeiten der Planeten mit dem Monde, und aus der Aehnlichkeit des Mondes mit der Erde, folget, daß die Planeten mit der Erde viel Aehnlichkeit haben; und da diese mit mancherlei lebendigen Geschöpfen besetzet ist, so können es dle Planeten auch sein.

§. 27.

So wie der Mond die Erde beständig begleitet, während daß sie ihren jährlichen Lauf um die Sonne vollendet, so hat man bei Jupiter, Saturn und Uranus durch gute Fernröhre ebenfalls kleinere Weltkörper bemerket, die sich beständig in ihrer Nähe bald rechts bald links befinden, und sich also ohne Zweifel um dieselben herum drehen. Man nennet sie ebenfalls Monde, oder Trabanten, oder Satelliten, oder Nebenplaneten. So weit die Beobachtungen bis jetzt reichen, hat Jupiter vier solche Monde, Saturn sieben, und Uranus zwei; bei Merkur, Venus und Mars hat man bis jetzt keine Monde entdecken können. Ein mehreres von diesen Monden in der Folge.

§. 28.

Saturn hat ausser seinen sieben Nebenplaneten noch näher an seiner Kugel einen hellen Ring, der durch die besten Teleskope so aussiehet, wie die hier beigefügte Abbildung zeiget. Man siehet hier zugleich



die Streifen auf der Oberfläche des Saturns. So wie der Saturn mit seinem Ringe hier vorgestellet ist hat ihn Herschel mit seinen vortrefflichen kotoptrischen Fernröhren beobachtet. Der Ring scheinet eigentlich aus zwei konzentrischen Ringen zu bestehen. De-la-Lande in seiner Astronomie führet an, daß Short statt eines doppelten Ringes sogar einen vierfachen gesehen hat. Es scheinet, daß der Ring mit der Kugel des Saturns

Saturns nicht zusammen hänget, sondern frei schwebet, und rund herum von ihr abgesondert ist; um sich davon noch mehr zu versichern, wäre zu wünschen, daß man Sterne durch die Oefnung zwischen dem Ringe und der Kugel beobachten könnte; man hat keine ganz sichere Nachricht, daß dieses schon geschehen sei. Uebrigens zeiget sich der Ring des Saturns uns immer in elliptischer Gestalt, wie es die Perspektive mit sich bringet, welche lehret, daß kreisrunde Gegenstände elliptisch gesehen werden, wenn der Zuschauer sich nicht gerade in der Linie befindet, die man sich senkrecht durch den Mittelpunkt des Kreises gehend vorstellet. Der Ring des Saturns bleibet immer mit sich selbst parallel; nun kommt es auf die Lage der Erde und des Saturns an, ob wir den Ring mehr oder weniger offen sehen; wenn wir uns in seiner verlängerten Ebene befinden, so ist keine Oefnung mehr zu bemerken, und das Dasein des Ringes erkennet man nur noch durch die allerbesten Fernröhre an einem sehr dünnen hellen Streifen. Der Ring scheinet ebenfalls ganz oder fast zu verschwinden, wenn seine Lage so beschaffen ist, daß die Sonne nur den äußersten Rand desselben oder auch seine von uns abgewendete Fläche erleuchtet. Der Ring muß sehr dünn sein, weil er manchmal so schwer zu beobachten ist, nämlich zur Zeit, da nur sein äußerer Rand sichtbar ist. Ob der Ring oder die Ringe sich mit den Saturn umwälzen, oder ob sie ihre eigene Umdrehungs-Zeit haben, oder ob sie gar unbeweglich bleiben; darüber läßt sich nichts entscheiden; das natürlichste scheinet wohl zu sein, daß man sie als eine Art von ringförmigen Nebenplaneten ansehe, die ihre eignen Umdrehungs-Perioden haben.

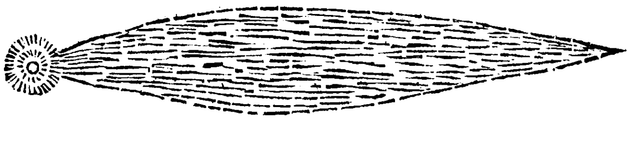
§. 29.

Das feurige Ansehen der Fixsterne, und ihr heller glanz in einer erstaunenden Entfernung (H. I. §. 4.) läßt

läßt vermuthen, daß sie der Sonne ähnlich sind. Diese hat aber Flecken, und drehet sich um ihre Axe; also kann auch wohl der nämliche Fall mit jenen sein. Wenn man annimmt, daß diese Flecken auf einer Seite des Sterns stärker sind, als auf der andern, so läßt sich dadurch das abwechselnde bald stärkere, bald schwächere Licht vieler Fixsterne erklären, und die Lichtperioden derselben wären den Umwälzungs-Perioden gleich; wenn man ferner annimmt, daß die Flecken zum Theil veränderlich sind, so läßt sich auch erklären, warum manche Fixsterne in ihren Lichtveränderungen keine richtige Perioden halten.

§. 30.

Außer Sonne, Mond, Planeten und Fixsternen, bemerket man dann und wann am Himmel noch andere Sterne, nämlich Kometen, die sich von den Fixsternen darinn unterscheiden, daß sie ihre eigene Bewegung haben; von dem Planeten aber dadurch, daß sie nur einige Tage, Wochen, oder Monate sichtbar sind, dann aber wieder verschwinden. Bei ihrem Entstehen und vor ihrem Verschwinden sind sie dem Anscheine nach klein und von sehr schwachem Lichte. Ueberhaupt pflegen die Kometen nicht so hell zu sein als die Planeten, und wenn sie klein sind, sehen sie oft wie Nebelsterne aus. Einige sind wie die Planeten scharf begränzet, die meisten aber sind es nicht, sondern sie scheinen in einen hellen Dunstkreis eingehüllet zu sein,



und viele haben einem langen Schweif von weißem Lichte, der meistens heller ist als die Milchstraße, und durch den man die Sterne sehen kann. Dieser Schweif ist manchmal in mehrere Theile gespaltet, oder hat sonst eine auffallende Gestalt; er ist aber allemal von der Sonne abgewendet, und ihr fast gerade entgegen gesetzet. Der eigentliche Körper des Kometen, den man in seinem Dunstkreise siehet, heißt der Kern: man glaubet an dem Kern eines gewissen Kometen deutlich genug, die Gestalt des ab- oder zunehmenden Mondes bemerket zu haben. An einigen Kometen hat man gar keinen Kern bemerket, sondern sie sahen bloß wie ein heller Dunst aus. Es giebt bis jetzt ohngefähr 90 Kometen, deren Lauf man genau beobachtet hat. Unter diesen hat man einige gefunden, deren Lauf ganz oder fast einerlei war; daraus hat man geschlossen, daß derselbe Komet zwei oder mehrmal wieder erschienen ist. Zum Beispiel die Kometen von 1531, 1607, und 1682 hatten ganz denselbigen Lauf genommen, daher schloß Halley, daß sie nur ein und derselbige Komet wären, der allemal nach 75 bis 76 Jahren wiederkäme; er kündigte ihn also für das Jahr 1759 wieder an, und er kam würklich. Jetzt erwartet man ihn wieder im Jahre 1834. Es giebt noch einige andere Kometen, von denen man vermuthet, daß sie schon mehrmal erschienen sind, und daß sie nach hundert und mehr Jahren wieder kommen; allein bis jetzt hat man darüber nichts zuverläßiges, und oft sind die Astronomen, die einen Kometen erwarteten, in ihrer Hoffnung getäuschet worden. Es ist wahrscheinlich, daß die Sterne dieser Art in ihren Perioden nicht ganz unwandelbar sind, indem der oben erwähnte selbst bald einige Monathe früher, bald später zurück kommt.

Aus den angeführten Umständen erhellet, daß die Kometen, wo nicht alle, doch die meisten, feste und dunkele Körper, wie die Planeten sind; daß die meisten

ganz

ganz gewaltig ausdünsten, daß ihre Ausdünstungen von der Sonne erleuchtet werden, daß diese Ausdünstungen leicht sind, und bloß durch das Sonnenlicht vom Kern abwärts getrieben werden; oder man muß annehmen, daß, wie bei uns leichtere Dünste sich mehr von der Erde entfernen, ebenfalls die leichteren Ausdünstungen der Kometen sich in der schwerern Atmosphäre der Sonne, von dieser abwärts kehren. Daß die Kometen so lange wegbleiben ehe sie wieder erscheinen, giebt uns zu erkennen, daß sie eine Bahn haben, in welcher sie sich sehr weit von uns und der Sonne entfernen, dann aber wieder zurück kommen.

XXII. Hauptstück.

Von der Einrichtung des Weltgebäudes.

§. 1.

Von jeher sind die Menschen neugierig gewesen zu erforschen, wie das Weltgebäude eigentlich eingerichtet ist, und aus welchen wirklichen Bewegungen die scheinbaren, die wir sehen, entstehen mögen. Hierüber sind verschiedene Lehrmeinungen entstanden.

§. 2.

In den aller ältesten Zeiten hielt man dafür, die Erde schwämme auf einem Ozean von unergründlicher Tiefe; ihre Oberfläche wäre platt und zirkelrund; sie wäre mit einem festen blauen Gewölbe bedecket, das man die Feste des Himmels nannte; an dieser Decke flatterten Sonne, Mond und Sterne als leichte Flammen; sie erhöben sich alle 24 Stunden aus dem Ozean, und tauchten sich wieder in denselben, wobei unbestimmt blieb, ob dieselbigen Flammen unter der Erde

Erde durch den Ozean bis zur Morgenseite des Himmels durchgingen, oder ob jedesmal neue entstünden.

Die jüdischen Propheten und die ältesten griechischen Dichter, sprechen allemal diesen Meinungen zufolge, welches wenigstens beweiset, daß solche sehr gangbar gewesen sind.

§. 3.

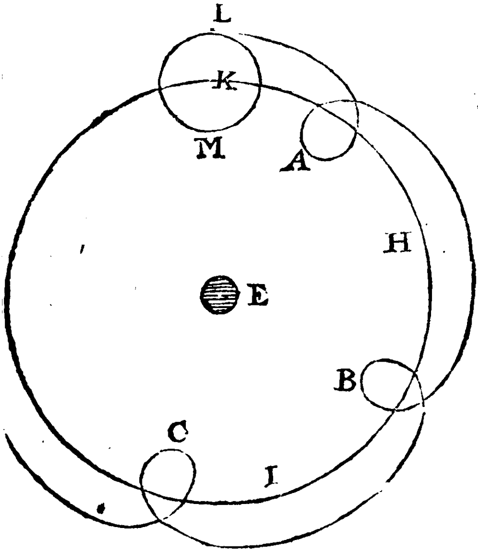
Nachdem sich die Schiffarth mehr ausgebreitet, und man zu deren Behuf die Sterne genauer beobachtet hatte, so bemerkte man bald, daß sich bei langen Reisen die scheinbare Lage des Polarsterns und der anderen Sterne veränderte, und zwar nach gewissen Verhältnissen, die nicht anders statt finden können, als wenn die Erde kugelrund angenommen wird. Man erkannte sie also für eine Kugel, sie schwebte demnach nicht mehr auf dem Ozean, sondern blieb ganz frei an ihrem Orte stehen, weil ihr Mittelpunkt zugleich der Mittelpunkt aller Schwere war. Jetzt brauchte man also nicht anzunehmen, daß die Himmelslichter sich in den Ozean tauchten, sondern es wurde von allen denen, die etwas Kenntnisse erworben hatten, angenommen, daß Sonne, Mond und Sterne sich in 24 Stunden um die Erde herum dreheten; daß aber dabei die Planeten, worunter Sonne und Mond mitgerechnet wurden, ihre eigene Bewegung im Thierkreise hätten. Jenseit der Planeten setzte man den Himmel der Fixsterne, wovon man glaubte daß er fest wäre, daß die Fixsterne an ihm geheftet wären, und daß er sich mit ihnen drehete. Was die Planeten betrifft, so scheinet man geglaubet zu haben, daß jeder derselben an einem durchsichtigen Himmel geheftet wäre mit welchen er sich drehete, und daß alle diese Himmel wie die Häute der Zwiebeln in einander gefüget wären.

§. 4.

Was dabei am meisten Schwierigkeiten machete, das! waren die unregelmäßigen Bewegungeu der Planeten; denn bald sind sie rechtläufig, bald rückläufig, bald stillstehend, daß heißt, sie scheinen bald vorwärts nach Ordnung der Zeichen in der Ekliptik, bald rückwärts, bald gar nicht zu gehen, wenigstens in Betrachtung ihrer eigenen Bewegung, ohne Rücksicht auf die tägliche. Um diese Schwierigkeit zu heben, wurde späterhin die Hypothese der Epizyklen erdacht; es wurde angenommen, daß die Planeten im Himmel ohngefähr so herumkreiseln, wie es ein Nagel am Wagenrade thut, während daß der Wagen über einen Berg fährt; nämlich man setzte voraus, jeder Planet beschreibe zwar einem Kreis um einen gewissen Mittelpunkt herum, dieser Mittelpunkt aber selbst beschreibe einen Kreis um die Erde. In dieser Voraussetzung läßt sich leicht begreifen, daß der Planet von der Erde betrachtet, in einem Theile seines Epizykels oder beweglichen Kreises rückläufig, in einem andern hingegen rechtläufig scheinen kann, und daß er zur Zeit da er seine Richtung ändert, still zu stehen scheinen muß. Uebrigens wurde der Himmel der Firsterne beibehalten; die besondern Himmel der Planeten fielen aber weg. Dieses war eigentlich das System des Ptolemäus. Gewöhnlich wird es ganz fehlerhaft dargestellet. Es heißt, Ptolemäus behaupte, es bewegen sich die Planeten um die Erde herum in folgender Ordnung, von unten anfangend, Mond, Merkur, Venus, Sonne, Mars, Jupiter, Saturn; und man pfleget die Bahnen der Planeten im Ptolemäischen Systeme als Kreise vorzustellen, die ihren Mittelpunkt im Mittelpunkte der Erde haben; dieses ist zwar dem im vorigen Paragraph erwähnten älteren System gemäß; nicht aber dem Ptolemäischen. Nicht die Planeten, sondern

die

die Mittelpunkte ihrer Epizykeln bewegen sich kreisförmig um die Erde herum. Uebrigens hat diese Hypothese bei dem Ptolemäus weiter keine Folgen. Er bestimmet nicht die Lage der epizyklischen Mittelpunkte, er ist in der Ordnung der Planeten ungewiß, und die angeführte ist ihm eher von späteren Schriftstellern zugeschrieben als von ihm als zuverlässig angenommen worden; er begnüget sich, die Bewegungen der Planeten und ihre Perioden aus der Erfahrung und den vorhandenen Beobachtungen zu bestimmen. Folgende Figur stellet den Weg eines Planeten vor, der sich nach der Vorstellungs-Art des Ptolemäus um die Erde herum



beweget. E ist die Erde; LM ist der Kreis den der Planet beschreibet, K der Mittelpunkt, KHI ist der Kreis den der Punkt K um die Erde E herum durchläuft. Aus dieser zusammengesetzten Bewegung entstehet die krumme Linie, die in der Figur vorgestellet ist,

ist, und die aus Epizykloiden bestehet. Aus E gesehen erscheinet der Planet rückläufig jedesmal wenn er in A, B, C, u. s. w. ist.

§. 5.

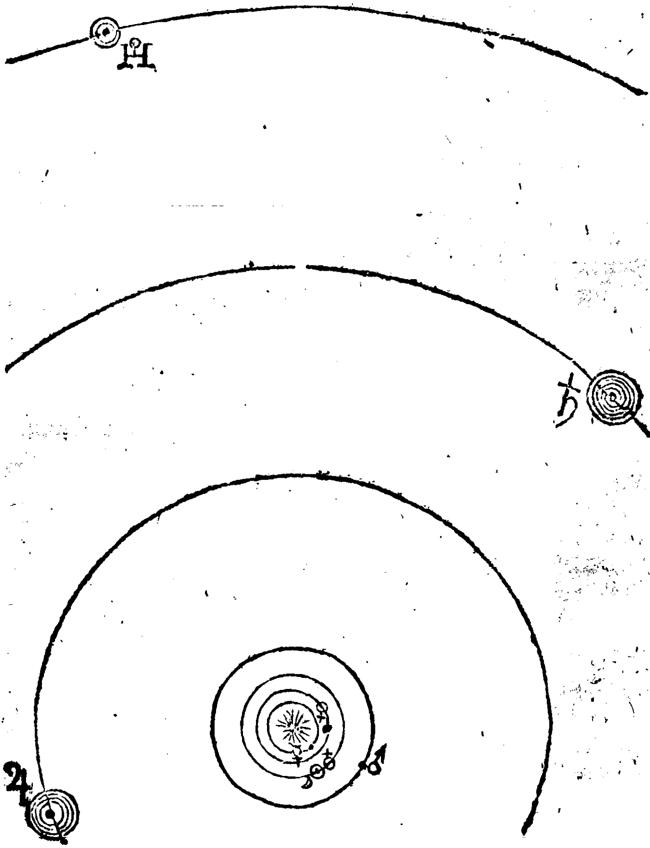
Nachdem die Geometrie der Sternkunde zur Hülfe gekommen war, hatte man entdecket, daß die Himmelskörper zum Theil größer als die Erde sein müßten. Man hielt sie auch schon nicht mehr für leichte Flammen, sondern für feste Körper. Man fand unnatürlich, daß sie sich alle um die kleine Erde, als um einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt, drehen sollten. Man fand es also weit vernünftiger anzunehmen, daß die Erde und die Planeten sich um die Sonne drehen, da doch die nämlichen Erscheinungen erfolgen, es mag die Bewegung der Erde oder der Sonne angenommen werden. Diese Meinung wurde schon lange Zeit vor Ptolemäus von verschiedenen Pythagoräern behauptet, fand aber dazumal keinen allgemeinen Beifall, gerieth fast in Vergessenheit, und wurde in neueren Zeiten durch Kopernik wieder vorgetragen.

§. 6.

Nach Koperniks Meinung bleibet die Sonne an ihrer Stelle; um sie herum drehen sich in Kreisen Merkur, Venus, Erde (auch ein Planet), Mars, Jupiter, Saturn, wozu man noch den zu Koperniks Zeiten unbekannten Planeten Uranus setzen muß, der damals wegen seiner scheinbaren Kleinheit entweder ganz unbemerket blieb, oder für einen unbedeutenden Fixstern gehalten wurde. Die Erde führet den Mond mit sich als einen Trabanten oder Nebenplaneten, der sich um seinen Hauptplaneten drehet, während daß dieser seinen Kreislauf um die Sonne herum verrichtet. Man hatte dazumal noch nicht bemerket, daß andere

Pla-

Planeten ebenfalls Nebenplaneten oder Monde bei sich haben. Folgende Zeichnung giebt einen deutlichen Begriff von der Anordnung des Weltgebäudes nach Koperniks Meinung, wobei jedoch die neu entdeckten Himmelskörper mit angebracht sind.



Der Stern in der Figur bedeutet die Sonne, die aus dem Mittelpunkte der Sonne gezeichneten Kreise

sind

sind die Laufbahnen der hier durch Punkte angedeuteten Hauptplaneten. Die kleinen Kreise um einige dieser Punkte herum, sind die Laufbahnen der Nebenplaneten. Eigentlich rücken diese Kreise fort, während daß sie von den Nebenplaneten durchlaufen werden. Die Nebenplaneten beschreiben also in der That Epizykloiden, nämlich krumme Linien von der Art, wie sie die Hauptplaneten im ptolemäischen System beschreiben (§. 5.) Die Kreise dieser Nebenplaneten sind eigentlich nach Verhältniß viel enger als sie hier gezeichnet werden konnten. Von den Kreisen einiger Hauptplaneten haben aus Mangel an Raum nur Bogen angebracht werden können und Uranus müßte verhältnißmäßig von der Sonne viel weiter abstehen.

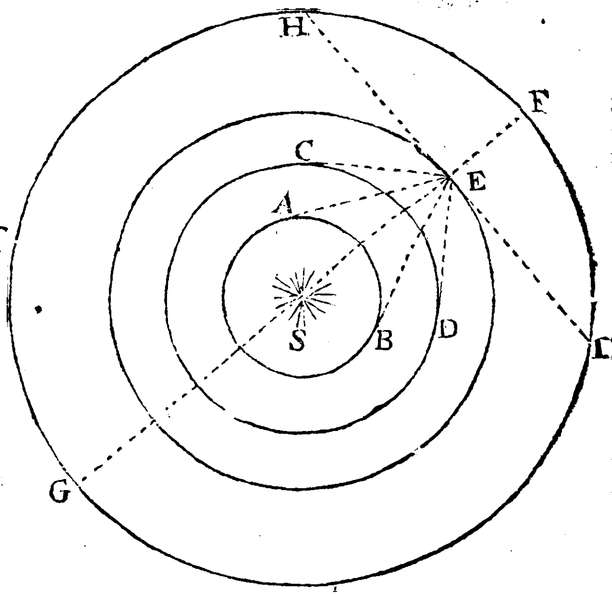
Anmerkung I. Die gewöhnlichen Zeichen der Sonne und der Planeten sind folgende, die ich hier anführe, weil sie größtentheils in der Figur vorkommen.

☉ Sonne	☿ Merkur	♁ Erde	♃ Jupiter
☾ Mond	♀ Venus	♂ Mars	♄ Saturn
			♅ oder ⛢ Uranus.

Anmerkung II. Im Kopernikanischen Systeme werden diejenigen Planeten, welche der Sonne näher sind als die Erde, nämlich Merkur und Venus, **untere Planeten** genannt, eben weil sie aus der Sonne betrachtet derselben näher sind als die Erde; aus der entgegengesetzten Ursache werden Mars, Jupiter, Saturn und Uranus, die weiter als wir von der Sonne abstehen, **obere Planeten** genannt. Nämlich, so wie wir sagen, ein Ding sei **oben** oder **unten**, je nachdem es mehr oder weniger vom Erdboden absteht, so würde jemand der sich auf der Oberfläche der Sonne befände sich auf eine ähnliche Art in Betrachtung der Sonne ausdrücken.

§. 7.

Koperniks System erkläret sehr gut die Erscheinungen, die wir an den Himmelskörpern bemerken. Man siehet zum Beispiel daraus, warum wir Merkur und Venus nie weit von der Sonne erblicken (H. XXI. §. 26. N. III.), während daß die oberen Planeten in allen Entfernungen von der Sonne, bis 180°, von ihr gesehen werden.

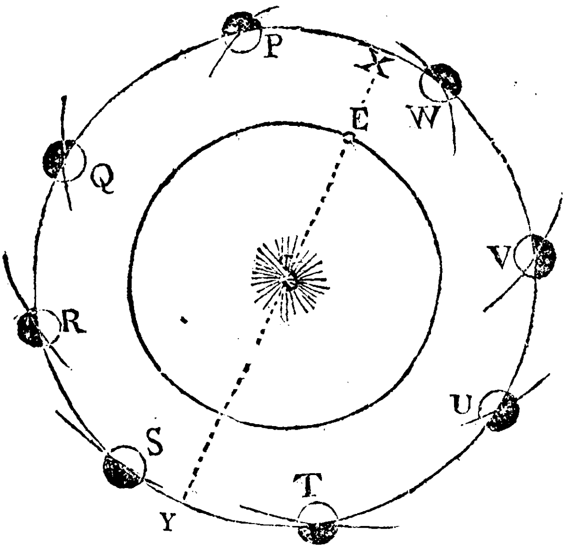


Es sei S die Sonne, E die Erde; die vier abgebildeten Kreise seien die Laufbahnen des Merkurs, der Venus, der Erde, und des Mars. Aus einem Punkte der Erde ziehe man die Berührungslinien EA, EB, EC, ED der Kreise des Merkurs und der Venus; so ist klar, daß wir den Merkur und die Venus von der Sonne nie entfernter sehen können, als um so viel Grade als der Winkel AFS oder BES für den einen, und der CES oder DES für die andere beträgt. Ganz anders ist es mit Mars. Er kann zwar der Sonne sehr nahe scheinen, sogar mit ihr an einer Stelle des Himmels stehen, nämlich wenn er in der Gegend G seiner Bahn ist; während daß die Erde sich in E befindet, so daß E, S und G in einer geraden Linie liegen, und Mars für uns jenseit der Sonne stehet. Verlängert man aber GE nach F, so ist F der Ort wo Mars 180^g von der Sonne entfernet, oder ihr gerade entgegengesetzet, erscheinen kann. Ziehet man durch E eine gegen FG senkrechte Linie; so bekömmt man die Orte H und I wo Mars von der Sonne um 90^g entfernet gesehen wird, immer angenommen, daß die Erde in E ist. Für jede andere Stelle ihrer Bahn lassen sich eben solche Linien wie FG und HI ziehen. Was vom Mars gesaget worden, gilt auch vom Jupiter, Saturn und Uranus.

§. 8.

Koperniks System erkläret sehr gut warum die Planeten, wie der Mond, ab- und zunehmen, und warum diese Lichtwechsel nur bei Merkur und Venus vom vollen Scheine bis zum Verschwinden bemerket werden. (H. XXI. §. 26 N. III.) Für Merkur und Venus ist die Erklärung ohngefähr wie für den Mond. Man sehe die Figur bei §. 16. im vorigen Hauptstücke, und stelle sich statt der Erde E die Sonne vor, statt des Mondes M den Merkur, statt der Sonne S die Erde, so ist klar, daß ein in S befindlicher Zuschauer den Merkur in M ganz dunkel sehen muß, in Q ganz erleuchtet, in O und in G halb erleuchtet, u. s. w. Was diejenigen Planeten betrifft, die von der Sonne entfernter sind als die Erde, so sei S der Mittelpunkt der Sonne,

E



E der Mittelpunkt der Erde, und P sei einer der oberen Planeten, der sich nach und nach in P, Q, R, S, T, U, V, W befindet. Man ziehe in Gedanken durch seinen Mittelpunkt in jeder Lage eine Kugelfläche, die ihren Mittelpunkt in E hat, und die hier durch einen Kreisbogen vorgestellet wird, so wird der Planet dadurch ohngefähr halbiret, und ohngefähr die Hälfte, die dem Punkte E zugekehret ist, wird von der Erdfläche gesehen; daß aber diese gesehene Hälfte mit der beleuchteten nicht ganz einerlei ist, zeiget schon die Figur. In X und Y muß der Planet ganz erleuchtet erscheinen. Je weiter der Planet von der Sonne ist, desto weniger ist der Lichtwechsel desselben zu merken; denn wenn die Entfernung der Erde von der Sonne nur ein kleiner Theil der Entfernung des Planeten von der Sonne ist, so sind die Erscheinungen fast so als wenn der Zuschauer in der Sonne wäre, und von dort aus würde nichts als die helle Seite des Planeten gesehen werden.

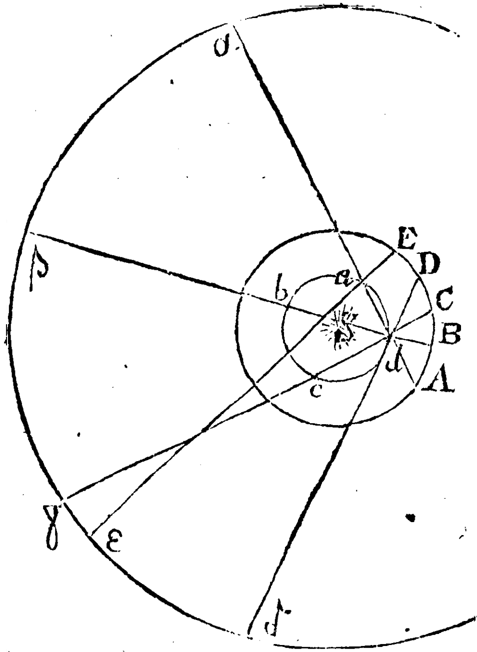
§. 9.

Die Durchmesser der Planeten sind, dem scheine nach veränderlich, indem man denselbigen Planeten bald grösser bald kleiner siehet. Dieses erkläret sich sehr gut durch Koperniks System. Da wir nicht im Mittelpunkte der Kreise sind, die von dem Planeten durchlaufen werden, so sind sie uns bald näher bald entfernter, und werden also bald unter einem grösseren, bald unter einem kleineren Winkel gesehen. Merkur und Venus sind uns am nächsten in den Zeiten ihres neuen Lichtes, und am entferntesten während ihres vollen Lichtes (§. 8.) also müssen sie in diesem Zeitpunkte kleiner, in jenem aber grösser erscheinen. Die übrigen Planeten haben volles Licht wenn sie entweder bei der Sonne oder 180^{g} von ihr stehen; und sind im ersten Falle von uns am entferntesten, im letzteren aber uns am nächsten.

§. 10.

Daß die Planeten bald rechtläufig, bald rückläufig, bald stillstehend zu sein scheinen (H. XXI. §. 26. N. III.) ist eine nothwendige Folge von Koperniks System.

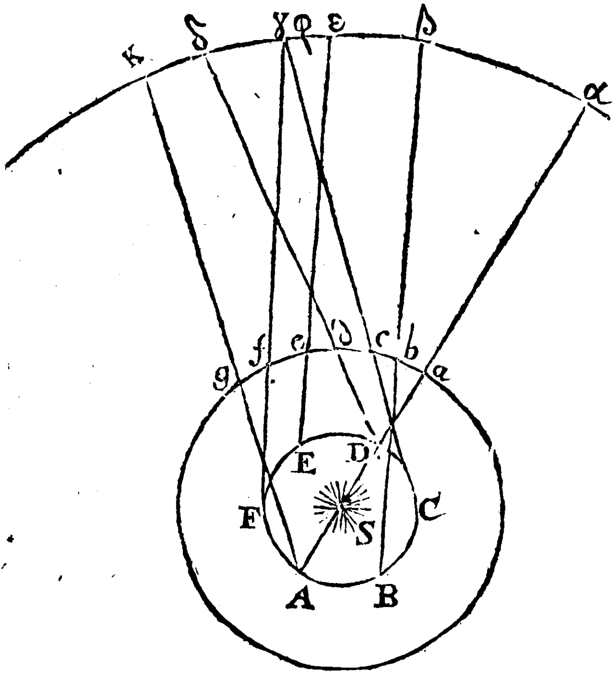
Es sei S die Sonne, der nächste Kreis um dieselbe stelle die Bahn des Merkurs oder der Venus vor, der folgende die Bahn der Erde, der äusserste das eingebildete Firmament oder der Himmel der Fixsterne. Gesetzt nun die Erde bewege sich von A bis E, während daß der andere Planet seinen ganzen Kreis durchläuft. Man theile sowohl den Bogen AE als den kleineren Kreis in gleichviel Theile, z. B. in viere, so ist z. B. die



die Erde in A, während daß der Planet sich in *a* befindet, und auf den Punkt α des Himmels bezogen wird. Wenn die Erde in B ist, so ist der Planet in *b* und scheinet in β zu seyn. Wenn die Erde in C ist, so ist der Planet in *c* und scheinet in γ zu sein. Wenn die Erde in D ist, so ist der Planet in *d* und scheinet in δ zu sein. Wenn die Erde in E ist, so ist der Planet wiederum in *a*, und scheinet in ε zu sein. Also hat der Planet erst als rechtläufig den scheinbaren Weg αβγδ zurück geleget, dann aber als rückläufig den Weg δε. In der Gegend δ muß er eine Zeitlang stille zu stehen scheinen, weil er dort ein Maximum des Vorrückens erreichet hat, und die Veränderungen in der Nähe eines Maximum allemal sehr klein sind. Also ist hier die scheinbare Bewegung sehr langsam, und fast unmerklich.

 Jetzt

Jetzt stelle der kleinere Kreis die Bahn der Erde, der mittlere die Bahn eines von der Sonne entfernteren



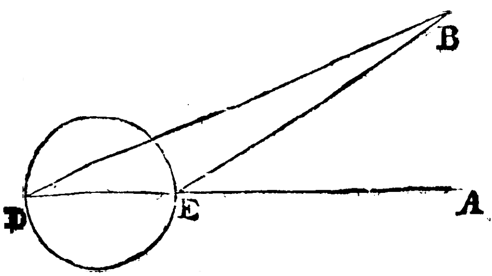
Planeten vor, und die Erde befinde sich nach und nach in A, B, C, D, E, F, A, während daß der Planet sich in *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g* befindet, und in α, β, γ, δ, ε, φ, γ, k, zu sein scheinet, so ist dieser scheinbare Weg von α zu β, β zu γ, und γ zu δ rechtläufig, von δ zu ε rückläufig, von ε zu φ, und φ zu k wiederum rechtläufig, in der Gegend δ und ε muß der Planet still zu stehen scheinen. Wenn man die Erde noch mehrmal herum gehen, und den Planeten weiter fortrücken läßt, so wird man bald gewahr werden, daß der

der Planet in seinem scheinbaren Wege am Himmel allemal mehr vorwärts als rückwärts gehet, so daß er doch zuletzt den ganzen Umfang des Thierkreises durchlaufen muß.

Zugleich siehet man hieraus, warum die Planeten sich im Thierkreise bald langsamer bald geschwinder bewegen; es fällt z. B. in die Augen, daß die Geschwindigkeit im Bogen εφ geringer ist als in φk. Alles kömmt hier auf die jedesmalige Lage beider Körper gegen einander, auf die jedesmalige Richtung ihres Laufes, und die daher entstehende relative Geschwindigkeit an. Wer sich hiervon noch mehr unterrichten will, der kann das erste Hauptstück meiner Dynamik lesen, welches von der relativen und scheinbaren Bewegung handelt. Einige Sätze daraus sind in der Einleitung zu dieser Astronomie (Seite LXI. u. LXII.) angeführet.

§. 11.

In Koperniks System muß angenommen werden, daß die Fixsterne so weit von uns entfernet sind, daß der Durchmesser der Erdbahn gegen die Entfernung des nächsten Fixsternes für nichts zu achten sei. Denn wenn dieses nicht wäre so müßte die scheinbare Lage der Sterne gegen einander sich alle Jahre periodisch verändern. Zum Beispiel es sei ED der Durchmesser der Erdbahn.



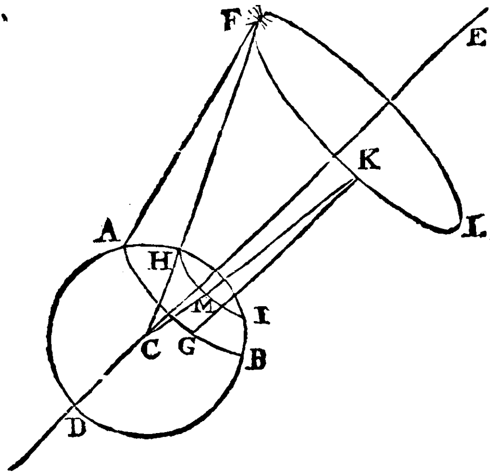
A und B seien zwei Sterne, die sich in der verlängerten Ebene der Erdbahn befinden. Aus A ziehe man in Gedanken eine gerade Linie AED mitten durch die Erdbahn. Ist die Erde in E, so wird der Abstand der Sterne A und B durch den Winkel BEA gemessen; in D aber durch den Winkel BDA; welcher inwendige Winkel des Dreiecks DBE kleiner ist als der auswendige BEA. Ihr Unterschied beträgt so viel als der Winkel DBE, indem die Winkel B und D zusammen genommen so groß sind als $\angle$BEA. Ist nun B unermeßlich weit von D und E entfernet, so werden die Linien DB und EB fast parallel, die Winkel BDE und BED machen zusammen fast 180^g und es bleibet fast nichts für den Winkel B, oder für den Unterschied zwischen den Winkeln BDA und BEA. Dieser Unterschied heißt die jährliche Parallaxe oder die Parallaxe der Fixsterne. Bis jetzt hat man sie nicht bemerken können. Wenn wir also Koperniks System annehmen, so muß der ganze Durchmesser der Erdbahn gegen die Entfernung von der Erde bis zu den Fixsternen, so viel als nichts betragen.

§. 12.

Zum Kopernikanischen Systeme gehöret, daß die Erde während ihres jährlichen Laufes sich zugleich täglich um ihre Axe drehet; welche Axe dabei immer mit sich selbst gleichlaufend bleibet. Diese Umdrehung erkläret sehr gut die scheinbare Umdrehung des ganzen Himmels in 24 Stunden.

Es sei ADB die Erde, DE ihre Axe, C ihr Mittelpunkt, F ein Stern, A der Ort eines Zuschauers auf der Erde, FC eine gerade Linie vom Stern bis zum Mittelpunkte der Erde gezogen, AF eine gerade Linie

Linie vom Zuschauer bis zum Stern. Während daß sich die Erde um ihre Axe DE drehet, so beschreibet



der Ort A den Kreis AB, wovon hier nur die Hälfte gezeichnet ist. Stellet man sich nun vor, daß die Linien AF, CF in Betrachtung der Erdkugel unverrücket bleiben, so beschreibet auch der Punkt H, wo FC die Erdfläche schneidet einen Kreis HMI, und das Ende F der Linie CHF beschreibet im Himmelsraume einen Kreis FKL. Ginge der Stern mit dem Ende F der Linie CHF herum, das heißt, beschriebe er den Kreis FL, so würde er dem Zuschauer A unbewegt scheinen, weil er immer an der Spitze des Winkels AFC wäre, wo man ihn vorher sahe. Zum Beispiel, gesetzt es sei der Winkel AFC in die Lage GKC gekommen, der Punkt A sei also jetzt in G, und der Punkt H in M; wäre nun der Stern in K, so würde man keine Veränderung bemerken. Nun aber ist der Stern nicht in

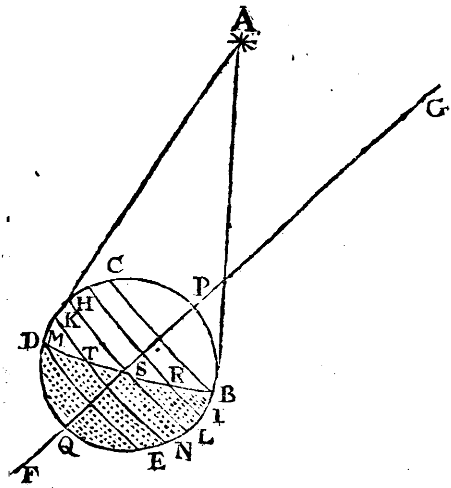
K

K gekommen, sondern er ist in F geblieben. Der Zuschauer, der ihn in K suchet und ihn in F siehet, kann sich also nicht anders vorstellen, als daß der Stern von K bis F zurück gegangen ist. Man wird einsehen, daß der Stern um eben soviel Grade zurück zu gehen scheinet als der Zuschauer vorwärts gehet, daß nämlich der Bogen FK so viel Grade hat als HM und als AG. In der Figur ist mit Vorsatz angenommen, daß die Winkel ECF und CFA nicht in einer Ebene liegen, damit der Beweis um desto allgemeiner werde.

Wenn also angenommen wird, daß wir vom Abend gegen Morgen um die Axe der Erde gedrehet werden; so ist natürlich, daß die Sterne uns vom Morgen gegen Abend Kreise zu beschreiben scheinen.

§. 13.

Das kopernikanische System erkläret sehr gut den Auf- und Untergang der Himmelskörper.



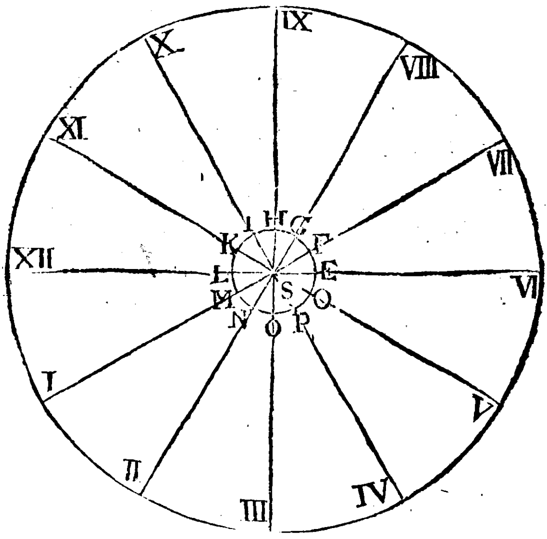
Es sei A ein Stern, CE die Erde, FG ihre verlängerte Achse, so bescheinet der Stern A einen Theil DCBD der Erde, welcher wegen der großen Entfernung des Sterns für eine Halbkugel gerechnet werden kann; die andere Halbkugel DCBD wird nicht vom Stern beschienen, und bleibt im dunkeln in so fern ihre Erleuchtung bloß vom Stern A abhängt. Man stelle sich über diesen leztern Theil eine hohle halbkugelige Kapsel vor, durch welche die halbe Erde bedecket wird, so werden alle unter dieser Kapsel befindlichen Punkte der Erdfläche vom Stern A nicht beschienen, und folglich auch von einem Auge, was sich an einem solchen Punkt befindet, nicht gesehen. Es sei DCPBEQD derjenige Mittagskreis der Erde, dessen verlängerte Ebene durch den Mittelpunkt des Sterns gehet, und der in D und in B von demjenigen Kreise geschnitten wird, welcher Schatten und Licht trennet. Man ziehe in Gedanken auf der Erdfläche die Kreise BC und ED mit dem Gleicher KL parallel, und ausser diesem Gleicher ziehe man noch zwischen ihm und BC und DE ein Paar mit diesen geichlaufende Kreise HI und MN. Nun stelle man sich vor die Erde fange an sich zu drehen, die dunkle Hülse bleibe aber über der Schattenseite unbeweget, so ist wohl einzusehen, daß die Punkte H, K, M so lange vom Stern A erleuchtet bleiben, bis daß sie in R, S, T die dunkele Hülle erreichet haben; dann höret ein Zuschauer der sich in diesen Punkten befindet auf, den Stern A zu sehen, und saget, der Stern gehe unter. Die Stralen, die von A bis R, S, T reichen, streifen oder berühren nur die Erdkugel, und sind folglich im Horizonte des Orts R oder S oder T; deswegen scheinet es als wenn der verschwindende Stern sich unter den Horizont verbärge. Anf der andern Seite der Kugel geschiehet das Aufgehen oder Erscheinen über dem Horizonte auf eine ganz ähnliche Art. Für die Bewohner des Gleichers sind die Sterne so lange über dem Horizonte als darunter; denn da DB und KL beide zu den größten Kreisen der Erdkugel gehören, so halbiren sie einander (Einleitung S. XLVII.), also ist KS = SL. Für die Bewohner eines parallelen Kreises HI, welcher den Stern näher am Zenith hat als der Bewohner des Gleichers, ist HR größer als RI, und folglich die Erscheinung über dem Horizonte länger als die Verbergung unter demselben. Für die Bewohner eines Parallels MN, wo der Stern vom Scheitel entfernter ist als unter dem Aequator, ist MT kleiner als TN, also die Zeit der Erscheinung über dem Horizonte kürzer als die Zeit der Nichterscheinung. Endlich giebt es einen Theil der Erde um den Pol P herum, nämlich CPBC der immer vom Stern beschienen und wo er also immer gesehen wird, ein anderer hingegen um den Pol Q, nämlich DQED, wo er niemals gesehen wird. Und zwar erstrecken sich diese Stellen so viel Grade vom Erdpole abwärts als der Stern vom himmlischen Gleicher absteht oder als seine Abweichung beträgt. Denn man bringe in Gedanken den Stern in G, nämlich in die verlängerte Erd-Axe, so beleuchtet er beständig die Hälfte KPL der Erde, so daß die Gränze des Lichtes und des Schattens 90^g vom Pole abstehet, dann aber ist auch die Abweichung des Sterns $= 90^g$. Schiebet man nun in Gedanken den Stern von G nach A, so drehet sich der Kreis DB mit ihm, und um eben so viel Grade. Es sei z. B. GA $= 40^g$, so ist auch $\angle$LSB und der Bogen LB $= 40^g$, folglich PB $= 90^g - 40^g$, dieses ist aber auch die Abweichung des Sterns, nämlich das Komplement seines Abstandes vom Pol. Brächte man den Stern in den himmlischen Gleicher, so wäre er in der verlängerten Ebene des irrdischen Gleichers, und die erleuchtete Halbkugel würde von einem Pol zum andern reichen, z. B. QDCPQ würde er-

erleuchtet, QEBPQ aber dunkel sein. Alsdann würde unter allen parallelen die Zeit vom Untergange bis zum Aufgange des Sterns, der Zeit vom Aufgange bis zum Untergange gleich sein.

Wenn man statt des Sterns der Mond oder die Sonne in A versetzet, so läßt sich ihr Auf- und Untergehen, und zugleich die Erleuchtung die die Erde von diesen beiden Weltkörpern erhält auf eine ganz ähnliche Art erklären; nur daß sie ihre Abweichung verändern, ohne sich jedoch sehr weit vom Gleicher entfernen.

§. 14.

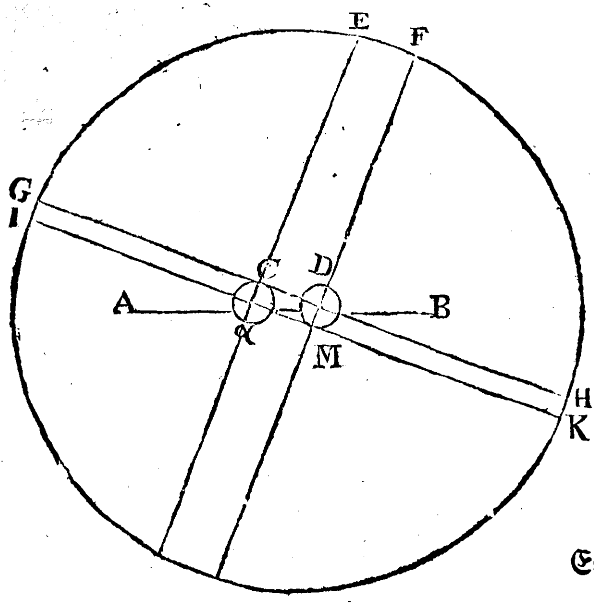
Koperniks System erkläret sehr gut den scheinbaren Lauf der Sonne durch die 12 Himmelszeichen.



Es sei S die Sonne, L die Erde, welche jährlich um die Sonne ihre Laufbahn LOGL beschreibet. Der äußere Kreis stelle den Durchschnitt der verlängerten Ebene der Erdbahn und der eingebildeten hohlen Fläche des Himmels vor, so bedecket die Sonne für den in L befindlichen Erdbewohner den Punkt XII des Himmels, oder sie scheinet sich in diesen Punkte zu befinden. Aus F wird sie in I gesehen, aus G in II, aus H in III, aus I in IV, K aus in V, aus L in VI, aus M in VII, aus N in VIII, aus O, in IX, aus P in X, aus Q in XI, endlich aus E wiederum in XII. Wenn ein Zuschauer in der Sonne wäre, so würde er die Erde immer sechs Zeichen von der Stelle sehen, wo der Erdbewohner die Sonne siehet, z. B. wenn die Erde in E ist, wird sie aus S in VI gesehen; während daß sie die Sonne S in XII siehet. Eben so, wenn die Erde in F ist, so wird sie aus der Sonne in VII gesehen, siehet aber die Sonne in I u. s. w.

§. 15.

Das Kopernikanische System erkläret sehr gut, warum der Gleicher und sein Pol am Himmel ihre Stelle nicht in jedem Jahre periodisch verändern.

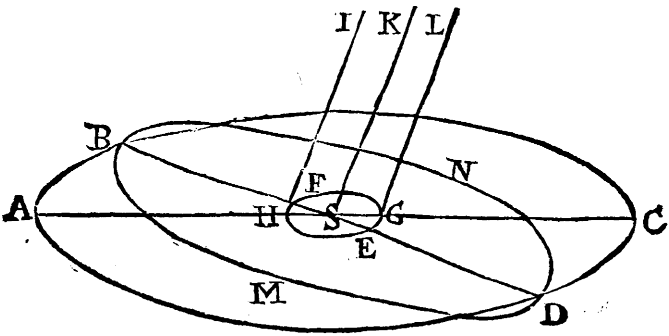


Es

Es sei AB ein Theil der Laufbahn der Erde, welche sich einmal in C, das andere mal in D befindet; CL, DM sei ihre Axe, die sich immer selbst parallel bleibet; CE, DF die Verlängerung derselben bis zu den Sternen, so wäre eigentlich der himmlische Pol einmal in E das andere mal in F. Ziehe in Gedanken ED. Ist nun die Entfernung CE oder DF so groß, daß CD unmerklich dagegen sei, so begegnen sich die Linien CE, DE in einer Entfernung, die man für unendlich halten kann, also müssen sie für gleichlaufend gehalten werden, und DE kann nicht von DF unterschieden werden. Nun aber wird in Koperniks Systeme angenommen, daß die ganze Erdbahn gegen die Entfernung von der Erde bis zu den Fixsternen unmerklich wenig beträgt, (§. 11.) also ist die Ortsveränderung EF des himmlischen Poles, von der Erde betrachtet, so klein, daß sie nicht bemerket werden kann. Es stelle ferner IK eine gerade Linie vor die gegen LE senkrecht ist, und durch den Mittelpunkt der Erde gehet, so lieget sie im irdischen Gleicher und erreichet in I und K den himmlischen Gleicher. Ist nun die Erde von C bis D fortgerücket, und die Linie IK mit ihr, so befindet sich diese jezt in GH, der Punkt I des himmlischen Gleichers ist jezt in G, und K ist in H. Aus derselbigen Ursache aber, warum die Ortsveränderung EF des Poles unmerklich war, ist auch die Ortsveränderung IG, KH unmerklich; also bleiben überhaupt, dem Anscheine nach der Pol und der Gleicher am Himmel immer in derselbigen Lage, und man hat in der That bis jezt nicht die geringste periodische Veränderung darinn wahrnehmen können, in so fern eine solche Veränderung von der jährlichen Bewegung der Erde herrühren sollte.

§. 16.

Koperniks System erkläret sehr gut, warum die Sonne bald im Gleicher, bald über, bald unter demselben erscheinet.



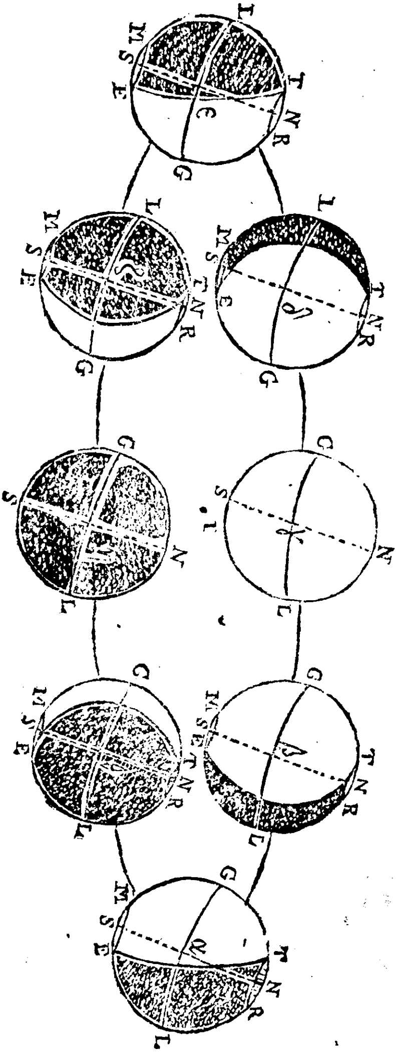
Es sei S die Sonne, FGEHF die Erdbahn, die hier perspektivisch wie eine ziemlich abgeplattete Ellipse vorgestellet wird; es sei DABCD der scheinbare Weg der Sonne am Himmel oder die Ekliptik. Es sei HI, GL die Richtung der Erdachse. Man hat im vorigen Paragraph gesehen, daß die Punkte I und L am Himmel nicht zu unterscheiden sind, und wenn man SK mit FL uud GL parallel, durch die Sonne ziehet, so kann man K ebenfalls für den Himmelspol annehmen. Man gedenke sich durch den Mittelpunkt der Sonne einen Kreis gegen SK senkrecht, dessen verlängerte Ebene den Himmel in BMDNB schneidet, so ist dieser leztere Kreis der himmlische Gleicher, oder wenigstens ist er von der Erde aus nicht von demjenigen Kreise zu unterscheiden, den die verlängerte Ebene des Erdgleichers am Himmel machet. (§. 15.) Beide Kreise DABCD und DMBND sind größte Kreise des Himmels; sie halbiren sich demnach, und ihre Ebenen schneiden sich in B und D, so

daß

daß BCD, BND, DAB, DMB halbe Peripherien sind. Beide Kreise haben eine gewisse Neigung gegen einander, welche gemessen wird durch den Winkel den zwei gerade Linien machen, die beide durch S oder einen anderen Punkt der Durchschnittslinie BD gehen, gegen diese BD senkrecht sind, und deren eine in der Ebene der Ekliptik, die andere aber in der Ebene des Gleichers lieget. In der Figur wird angenommen, daß die Ekliptik in der Ebene des Papieres lieget, der Aequator aber schief gegen dieselbe, so daß die Hälfte BND unter der Ebene des Papieres befindlich sei, die andere Hälfte DMB aber darüber. Gesetzt nun die Erde sei in F, so siehet sie die Sonne in D, also im Durchschnittspunkte des Aequators und der Ekliptik, oder im Frühlingspunkte. Ist die Erde in H gekommen, so siehet sie die Sonne in C, also über dem Gleicher BND. Sie steiget dem Anscheine nach immer höher über den Gleicher, bis daß sie die größte Höhe über demselben erreichet hat, welche in Graden gemessen, der Neigung beider Ebenen BND und BCD gegen einander gleich ist. Dann nähert sich die Sonne dem Scheine nach wieder dem Gleicher, bis daß die Erde in E kommt und die Sonne in B oder im Herbstpunkte siehet. Ist die Erde in G, so wird die Sonne in A unter dem Gleicher BMD gesehen; sie scheinet sich je mehr und mehr unter den Gleicher zu vertiefen, bis daß sie eine Tiefe erreichet hat, die, in Graden gerechnet wiederum der Neigung des Gleichers gegen die Ekliptik gleich ist. Dann erhebet sie sich dem Scheine nach wieder, bis daß die Erde wieder in F ist, und die Sonne wieder in D siehet. Dann hat das Jahr ein Ende, und der Lauf der Sonne in der Ekliptik fängt wieder von vorne an.

§. 17.

Koperniks System erkläret sehr gut die Jahreszeiten, nebst der Länge und Kürze der Tage. Zwar haben wir schon vorläufig (H. IV. §. 14.) eine Erläuterung hierüber gegeben; allein, wegen der Wichtigkeit des Sache, wollen wir sie hier noch umständlicher beleuchten.



Es

Es sei I der Mittelpunkt der Sonne. Die acht Kreise mögen die Erde in verschiedenen Stellungen in Betrachtung der Sonne vorstellen. Die elliptische Linie, welche dieselben verbindet, sei die perspektivische Abbildung der Erdbahn. Der Zuschauer muß sich außerhalb derselben versetzen, und zwar seitwärts, jedoch nicht in der Verlängerung ihrer Ebene. SN ist allenthalben die Achse der Erde, welche sich selbst gleichlaufend bleibet, und gegen die Erdbahn schief gestellet ist, GL ist der Gleicher, GNL ist die nördliche Halbkugel, GSL die südliche, TE ist der Gränzkreis zwischen Licht und Schatten, TGE ist die Tagseite, in so fern sie vom angenommenen Zuschauer gesehen wird, TLE aber derjenige Theil der Nachtseite, welchen derselbige Zuschauer sehen kann. TR und ME sind zwei mit dem Gleicher parallelen Kreise, so weit vom Pole N oder S entfernet, als jedesmal die Abweichung der Sonne beträgt. Laßt uns nun die Erde in ihrem jährlichen Umlaufe um die Sonne verfolgen.

Erstlich sei die Erde in α, und zwar in solcher Lage, daß eine gerade Linie, die man sich von I bis α vorstellet, senkrecht sei gegen die Durchschnittslinie des irdischen Gleichers und der Erdbahn. In dieser Lage machet die Iα mit dem irdischen Gleicher denselbigen Winkel, den der Gleicher mit der Erdbahn machet, dieser Winkel beträgt bekannter maaßen ohngefähr $23\frac{1}{2}$ Grad. Die eingebildete Linie Iα schneidet also die Oberfläche der Erde an einem Orte der $23\frac{1}{2}$ Grad südlich vom Gleicher lieget. In dieser Lage drehet sich die Erde um ihre Achse, und alle Oerter, deren südliche Standbreite $23\frac{1}{2}$ Grad beträgt, gehen durch die Linie Iα, und bekommen die Sonne gerade im Scheitelpunkte zu sehen. Der Kreis auf der Erdfläche, worinn alle gedachte Oerter liegen, oder welcher $23\frac{1}{2}$ Grad südlich vom Gleicher abstehet, ist der südliche irdische Wendekreis. Wenn man nun in Gedanken durch I eine Ebene mit den irdischen Gleicher parallel leget, so schneidet sie den Himmel in einem Kreise, welcher der himmlische Gleicher ist (§. 16.), und die Sonne I aus α betrachtet scheinet an einem Punkte des Himmels zu stehen, der $23\frac{1}{2}$ Grad vom himmlischen Gleicher entfernet ist; und der scheinbare Kreis, den sie an diesem Tage am Himmel beschreibet, ist der südliche himmlische Wendekreis. Das Wort Wendekreis zeiget an, daß die Sonne sich nicht weiter vom Gleicher entfernet, sondern sich zurück zu wenden scheinet. Sie tritt alsdann in das zehnte Zeichen des Sonnenkreises, und dieses geschiehet am 21ten December. Für uns Bewohner der nördlichen Halbkugel GNL steiget alsdann die Sonne nicht hoch über den Horizont; denn da ihre Stralen senkrecht auf solche Punkte der Erde fallen, die $23\frac{1}{2}$ Grad jenseit des irdischen Gleichers liegen, so kann sie uns ihr Licht nur in sehr schiefer Richtung zuschicken. An diesem Tage bleibet der Grenzkreis TE zwischen Licht und Schatten um $23\frac{1}{2}$ Grad von dem Pole entfernet, weil dieses die Abweichung der Sonne ist. Und da die Kreise TR, ME in solchen Abständen von den Polen gezogen sind, die der Abweichung der Sonne gleich sind, nämlich in der Lage α, $23\frac{1}{2}$ Grad von den Polen, so reichet der Kreis TE an die Kreise TR, ME und berühret sie. Bei der täglichen Umwälzung der Erde bleiben diejenigen Oerter, welche zwischen dem Nordpole N und dem Kreise TR liegen, in beständiger Dunkelheit und bekommen die Sonne nicht zu sehen. Diejenigen Oerter hingegen, die zwischen dem Südpole S und dem Kreise ME liegen, haben einen beständigen Tag. In der Lage α der Erde, sind TR und ME die Polarkreise. Die Oerter, die im Gleicher GL liegen, haben nicht nur in der Lage α der Erde, sondern in jeder andern

immer

immer 12 Sunden Tag und 12 Stunden Nacht. Denn da die Kreise GL und TE beide zu den größten Kreisen der Erdkugel gehören, so halbiren sie einander. Jeder Ort aber, der zwischen dem Gleicher und dem nördlichen Polarkreise TR lieget, bleibet, wenn die Erde in α ist, bei der täglichen Umwälzung länger in der Schattenseite als in der Lichtseite, weil diese hier kleiner ist; also sind die Nächte länger als die Tage. Und da diese Ungleichheit desto größer wird, je weiter die Sonne jenseit des Gleichers stehet, so ist am 21 December, da die Sonne am weitesten jenseit des Gleichers stehet, für jeden Bewohner der Erde, der sich zwischen dem Gleicher und dem nördlichen Polarkreise befindet, die Nacht am längsten und der Tag am kürzesten. Ferner, da die Wärme der Luft und aller uns umgebenden Gegenstände größtentheils von den Sonnenstralen abhängen, und da jetzt die Sonne für die Erdbewohner zwischen GL und TR nur in sehr schiefer Richtung ihre Stralen wirft, da sie auch in 24 Stunden länger verborgen bleibet als sie über dem Horizonte sichtbar ist, so ist für die erwähnten Erdbewohner die Zeit der südlichen Sonnenwende eine kalte Jahreszeit, und zwar fängt jetzt die Kälte erst recht an empfindlich zu werden, weil der Ueberrest von Wärme der noch in der Luft vorräthig war, jetzt ganz verschwunden ist. Deswegen rechnet man den Anfang des Winters vom Tage der südlichen Sonnenwende an.

Nun sei die Erde bis β gekommen, und habe etwa den 8ten Theil ihres Umlaufes vollendet, welches in $6\frac{1}{2}$ Woche geschiehet. Jetzt ist die Linie Iβ nicht mehr gegen den Durchschnitt des Gleichers und der Erdbahn senkrecht. Die Linie Iβ liegt in der Fläche der Erdbahn. Da sie nun gegen den gemeldeten Durchschnitt nicht senkrecht ist, so ist ihre Neigung gegen den Gleicher nicht der Neigung beider Ebenen gegen einander gleich, sondern viel kleiner. Wenn man in Gedanken die Ebenen der Erdbahn und des irdischen Gleichers nebst der Linie Iβ bis zum Himmel verlängert, so bekommt man den Sonnenkreis, den himmlischen Gleicher und dem Ort der Sonne im Sonnenkreise. Wenn man nun vom Orte der Sonne einen Bogen eines größten Kreises senkrecht gegen den himmlischen Gleicher fället, so zeigen die Grade dieses Bogens an, um wieviel die verlängerte βI gegen den verlängerten Erdgleicher, also auch βI selbst gegen den Erdgleicher selbst geneigt sei. Man muß sich immer hierbei erinnern, daß alle himmlischen Gleicher, die aus der Verlängerung des irdischen in seinen verschiedenen Lagen entstehen können, sich mit einander vermengen und nur einen einzigen ausmachen. Da jetzt die Neigung der Linie Iβ gegen den Erdgleicher kleiner ist als $23\frac{1}{2}$ Grad, so schneidet diese Linie die Erdfläche, in einer südlichen geographischen Breite die kleiner ist als $23\frac{1}{2}$ Grad; bei der täglichen Umwälzung der Erde gehen alle diejenigen Oerter, welche diese geographische Breite haben unter der Sonne durch, so daß sie ihnen im Scheitel stehet. Die Sonne selbst aber scheinet den Erdbewohner am Himmel einen Kreis zu beschreiben, der eben so viel Abweichung hat als die eben erwähnte geographische Breite beträgt. Da jetzt die Sonne ihre Stralen senkrecht auf Oerter wirft, die dem Gleicher näher sind als da die Erde in α war, so fallen sie nicht mehr so sehr schief für die Bewohner der nördlichen Halbkugel. Der Grenzkreis TR zwischen Licht und Schatten reichet schon näher an die Pole und die Kreise TR und ME wo es in eins fort dunkel oder hell ist, stehen jetzt weniger als $23\frac{1}{3}$ Grad von den Polen ab, weil die Abweichung der Sonne weniger beträgt. (§. 13.) Da der Kreis TE nicht mehr so schief gegen den Gleicher und folglich gegen dessen Parallelen stehet, so werden diejenigen

Pa-

Parallelen, die zwischen TR und ME sind, nicht mehr vom Kreise TE in so sehr ungleiche Theile geschnitten. Zwischen GL und TR ist zwar derjenige Theil eines Parallels der im Schatten lieget größer als der erhellete, aber der Unterschied ist kleiner als in α. Bei der täglichen Umwälzung sind demnach die Nächte noch länger als die Tage, aber die Ungleichheit ist nicht mehr so merklich. Zwischen GL und ME sind die Tage länger als die Nächte, aber ebenfalls mit einem Unterschiede der weniger beträgt als in α. Man siehet also, daß in der nördlichen Hälfte der Erdkugel seit dem 21ten December die Tage zu, und die Nächte abnehmen. Wegen der längeren Verweilung der Sonne über dem Horizonte und der weniger schieferen Richtung ihrer Stralen, sollte sie nun mehr wirken; indessen ist diese Wirkung noch wenig oder gar nicht zu merken, weil Luft, Erde und alles was uns umgiebt, sich sobald nicht wieder erwärmen lassen, wenn sie einmal erkältet sind. Man ist also noch mitten im Winter, nämlich im Anfange des Februars.

Am 19ten März ist die Erde in γ. Hier gehet die verlängerte Durchschnittslinie des irdischen Gleichers mit der Erdbahn durch den Mittelpunkt der Sonne. Die Linie γI lieget demnach zugleich in den beiden Ebenen, oder wenn man solche nebst γI verlängert, so wird die Sonne aus der Erde im Durchschnitte des himmlischen Gleichers und des Sonnenkreises also am Ende des XIIten oder im Anfange des Iten Zeichens gesehen. Da die bemeldete Durchschnittslinie in der Ebene des irdischen Gleichers lieget, und durch dessen Mittelpunkt gehet, so schneidet sie die Erdaxe und zwar senkrecht. Wenn man aus dem Punkte des Gleichers, der von der Linie Iγ geschnitten wird, einen Kreis durch die beiden Pole ziehet, so ist dieser ein größter Kreis der Erdkugel und ist zugleich der Grenzkreis zwischen

 Licht

Licht und Schatten. Die Erde wird demnach jetzt bis an beide Pole erleuchtet, die Kreise TR und ME verschwinden. Der Grenzkreis zwischen Licht und Schatten halbiret jetzt alle Parallelen, und bei der täglichen Umwälzung bleibet jeder Erdbewohner gleich lange Zeit im Lichte und im Schatten; das heißt, auf der ganzen Erde sind Tag und Nacht gleich. Da die Sonne jetzt den Bewohnern des irdischen Gleichers gerade über dem Kopfe stehet, so sehen wir Bewohner des nördlichen Halbkugel sie nicht mehr in so schiefer Richtung, sondern sie erhebt sich beträchtlich über unseren Horizont. Sie wirket nun schon merklich, die Kälte des Winters verschwindet, und der Frühling fängt an.

Ohngefähr 6 Wochen später, also in den ersten Tagen des Maimonats befindet sich die Erde in δ, nachdem sie wiederum von γ aus den 8ten Theil ihrer Laufbahn vollendet hat. Wenn man in Gedanken Iδ ziehet, so schneidet diese Linie die Erdfläche in einem Punkte, der vom Gleicher an gerechnet nördlich lieget. Die Sonne kommt also uns Bewohnern der nördlichen Halbkugel immer näher, in so fern sie uns ihre Stralen weniger schief zuwirft, und sich unserem Scheitelpunkte zu nähern scheinet. Bei der täglichen Umwälzung sind wir jetzt längere Zeit in der Lichtseite als in der Schattenseite, das heißt, die Tage nehmen bei uns zu, und die Nächte nehmen ab. Der Nordpol N ist der Sonne mehr zugewandt als der Südpol S, oder die Abweichung der Sonne in Betrachtung des irdischen, folglich auch des himmlischen Gleichers ist nördlich geworden. Also werden nicht nur die Tage in der nördlichen Halbkugel länger, sondern da die Erleuchtung bis über dem Nordpol reichet, so herrschet innerhalb eines Kreises TR eine beständige Erleuchtung, hingegen innerhalb des entgegengesetzten Kreises ME eine beständige Dunkelheit. Diese Kreise stehen von den Polen um so viel

Grade

Grade ab, als jetzt die nördliche Abweichung der Sonne beträgt, daß heißt, weniger als $23\frac{1}{2}$ Grad. Wegen der Annäherung der Sonne zum Scheitelpunkte, und ihres längeren Verweilens über dem Horizonte nimmt die Wärme zu, und der Frühling dauret fort.

Am 20ten Junius gelanget die Erde in ε, und hat nun von α aus 180^s zurück geleget: die Sonne von ε aus betrachtet, verläßt das dritte Zeichen der Ekliptik, und tritt in das vierte. Die Erde befindet sich jetzt wiederum in einer ähnlichen Lage, wie sie in α hatte; nur daß alles, was in α von der nördlichen Halbkugel galt, jetzt für die südliche eintritt. In α erreichet die Sonne ihre größte südliche Abweichung, in ε ihre größte nördliche, jede beträgt $23\frac{1}{2}$ Grad. In α haben wir Einwohner der nördlichen Halbkugel den kürzesten Tag, in ε den längsten. In α fängt für uns der Winter an, in ε der Sommer. In α war der Kreis TR in fortdaurender Dunkelheit, in E in beständiger Helligkeit, in α ist der Kreis ME erhellet, in ε ist er verdunkelt; beide Kreise in beiden Lagen stehen $23\frac{1}{2}$ Grade von den Polen ab. In α beschreibt die Sonne in ihren scheinbaren täglichen Laufe den südlichen Wendekreis, in ε den nördlichen. In α fängt der Winter an, in ε der Sommer. Alles dieses läßt sich für die Stelle ε auf gleiche Art erklären, wie oben für die Stelle α geschehen ist.

Nach 6 Wochen, also in den ersten Tage des Augusts ist die Sonne in ζ, in einer Lage, die der Lage β gerade entgegengesetzet, hingegen der Lage δ vollkommen ähnlich ist. So viel die Sonne von δ bis ε an nördlicher Abweichung zugenommen hatte, so viel hat sie jetzt von ε bis ζ wieder abgenommen; die Tage sind wieder eben so lang als in δ. Der beständig erleuchtete Kreis TR und der beständig dunkele ME sind wieder eben so groß wie in δ. Jedoch haben wir in ζ mehr

mehr Wärme als in δ, weil jetzt alles um uns herum sehr erwärmet werden. Ja es pfleget gegen diese Zeit die größte Hitze für uns Nordleute einzutreten; die sogenannten Hundstage werden nämlich vom 22ten Julius bis zum 22ten August gerechnet.

In η ist die Lage der Erde wiederum wie in γ. An beiden Stellen gehet die Durchschnittslinie des irdischen Gleichers und der Ekliptik durch die Sonne; an beiden sind Tag und Nacht gleich, an beiden gehet die Erleuchtung bis an die Pole. In γ fieng der Frühling an, in η der Herbst, und zwar pfleget dieses den 22ten September zu geschehen.

Sechs Wochen später, also in den ersten Tagen des Novembers ist die Erde in θ, und ihre Lage ist derjenigen in β gleich; an beiden Orten ist die Abweichung der Sonne südlich, jedoch geringer als $23\frac{1}{2}$ Grad, an beiden Stellen sind für die nördliche Halbkugel die Tage kürzer als die Nächte. An beiden Stellen ist der Kreis TR dunkel und der Kreis ML hell; diese Kreise erstrecken sich nicht bis $23\frac{1}{2}$ Grad, von den Polen an gerechnet. Jedoch ist es für uns Nordbewohner in θ nicht so kalt als in β, weil wir in θ noch etwas von der Sommerwärme in der Erde und in allen uns umgebenden Gegenständen übrig haben, welches in β der Fall nicht ist.

Endlich gelanget am 21ten December die Erde wiederum in α, und die ganze jährliche Periode fängt von vorne wieder an.

Wenn man sich eine rechte sinnliche Vorstellung von diesen jährlichen Abwechselungen machen will, so stelle man des Abends ein einzelnes Licht auf einen Tisch, die Sonne vorzustellen; nun nehme man eine künstliche Erdkugel sammt ihrem Gestelle; man stelle sie so, daß der Gleicher um $23\frac{1}{2}$ Grad über dem hölzernen Horizonte erhöhet sei, welcher hier einem Theil der

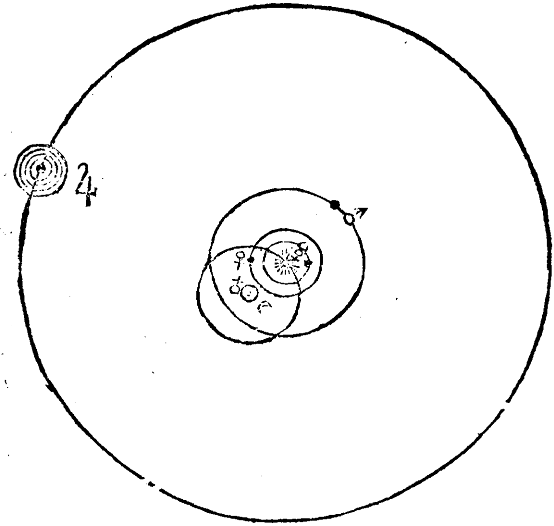
Fläche

Fläche der Ekliptik vorstellen soll. Man halte sie in einer solchen Höhe, daß die Lichtstralen eben längs dem hölzernen Horizonte streifen. Nun gehe man mit der Weltkugel in den Händen um den Tisch herum, und sorge dafür, daß die Erdachse immer mit sich selbst parallel bleibe, das heißt, daß ihre Verlängerung so viel als möglich immer denselbigen Punkt des Himmels treffe, man drehe dabei wann man will die Kugel um ihre Axe, so hat man eine lebhafte Vorstellung vom jährlichen Umlaufe der Erde, von der Länge und Kürze der Tage, u. s. w. Noch besser ist es, wenn man auf dem Fußboden einen großen Kreis zeichnet, das Licht in den Mittelpunkt stellet die künstliche Erdkugel aber nach und nach in verschiedene Punkte des Umkreises bringet, und sie mittelst der Bussole jedesmal orientiret: dann kann man sie in jeder Lage nach Bequemlichkeit etwas stehen lassen, und sie um ihre Axe drehen, um den Erfolg zu beobachten.

Anmerkung. Da viele Leute klagen, daß sie sich die wirkliche jährliche Bewegung der Erde und die scheinbare der Sonne, ohnerachtet aller Anstrengung ihrer Einbildungskraft, nicht recht vorstellen können, so bin ich in diesem Stücke etwas weitläuftig gewesen, zumal da das ganze kopernikanische System davon abhänget.

§. 18.

So befriedigend nun auch das kopernikanische System war, so gab es doch viele Sternkundigen die es nicht recht überwinden konnten eine Meinung anzunehmen, welche dem Scheine gerade zuwider ist. Dazu kam noch, daß manche es für eine Religions-Lehre hielten, daß die Erde unbeweglich sei, weil einige poetische Stellen in der Bibel diesen Glauben zu begünstigen scheinen. Um also einen jeden zu befriedigen, erdachte Tycho-Brahe eine neue Anordnung des Weltgebäudes. Er nahm die Unbeweglichkeit der Erde nebst der 24stündigen Umwälzung des Himmels an. Dabei nahm er ferner an, daß Sonne und Mond ihre eigene Bewegung im Thierkreise haben. Die Planeten aber drehen sich in Kreisen um die Sonne herum. Nach Tycho-Brahe's Meinung also müßte das Weltgebäude ohngefähr wie die hier gezeichnete Figur aussehen. Hier siehet man die Erde bei ♁ wie



ein Pünktchen abgebildet, den sehr kleinen Umlaufskreis des Mondes und der größere der Sonne um dieselbe herum, und wiederum um die Sonne herum die Umlaufskreise des Merkurs, der Venus, des Mars und des Jupiters; aus Mangel an Raum habe ich den Saturn und Uranus weggelassen. Dieses System ist im Grunde eine Vereinigung des Ptolemäischen mit dem Kopernikanischen. Ptolemäus sahe wohl ein, daß die Planeten Kreise beschreiben, die ihre Mittelpunkte nicht in der Erde haben, und er nahm an, daß diese

Mittel-

Mittelpunkte selbst sich kreisförmig um die Erde drehen. Er wußte aber nicht, wo er diese Mittelpunkte hinsetzen sollte. Tycho-Brahe entschied, daß die Mittelpunkte der Planetenkreise alle in der Sonne wären; und also ist das Tychonische System eigentlich eine Verbesserung des Ptolemäischen. Es stimmet aber auch zugleich mit dem Kopernikanischen, und erkläret die Erscheinungen so gut als dieses. In der beigefügten Figur stecke man eine Nadel an die Stelle, wo die Erde vorgestellet ist, und drehe das Blatt um dieselbe herum, so hat man eigentlich nach Tycho's Meinung die Vorstellung seines Systems. Nun nehme man die Nadel weg, stecke sie an die Stelle wo die Sonne abgebildet ist, und drehe ebenfalls das Blatt um die Nadel herum, so verwandelt sich sogleich das tychonische System in das Kopernikanische, und die relative Bewegung bleibet die nämliche. Es kann also ein Zuschauer, der sich auf der Erde befindet gar nicht wissen, welche von beiden Bewegungen die wirkliche ist. Wenn es in den andern Planeten Astronomen giebt, so kann ein jeder seinen Planeten zum vornehmsten Mittelpunkte der Bewegung annehmen, in der Voraussetzung, daß sich die Sonne um ihn drehet, und alle übrigen Planeten um die Sonne. Aber eben darum, weil das tychonische System so willkührlich ist, und den vornehmsten Mittelpunkt der himmlischen Bewegungen ohne hinreichenden Grund in der Erde eher als in einem anderen Planeten annimmt, hat es wenig Beifall gefunden.

§. 19.

Longomontanus, ein Anhänger der tychonischen Vorstellungs-Art vom Weltgebäude, suchte jedoch dasselbe in etwas zu verbessern. Es mußte ihm

ihm wohl die Schnelligkeit der 24stündigen Bewegung des Himmels um die Erde herum unbegreiflich scheinen, auch mochte er diese Bewegung aller Himmelskörper um die Erde herum mit der Bewegung der Planeten um die Sonne herum nicht gut zur reimen wissen. Er nahm also eine tägliche Umwälzung der Erde um ihre Achse an, weil jeder Punkt der Erde doch mit weit wenigerer Schnelligkeit in 24 Stunden herum kommen kann, als jeder zustimmende Punkt des Himmels. Die tägliche Bewegung war also bei dem Longomontanus nur scheinbar. Hingegen die Bewegung der Sonne in der Ekliptik war nach seiner Meinung eine wirkliche Bewegung, und die Planeten dreheten sich wie beim Tycho um die Sonne herum. Auch hier kann die bloße Erfahrung nichts entscheiden. Die Erscheinungen sind die nämlichen, es mag Kopernik, Tycho oder Longomontanus Recht haben. Indessen scheinet es doch immer unnatürlich, die kleine Erde zum Haupt-Gegenstande in der Anordnung der Welt zu machen, so, daß sich das ganze Planeten-System auf dieselbe beziehe; denn wenn die Planeten sich um die Sonne bewegen, die Sonne aber um die Erde, so ist doch im Grunde die Erde immer der vornehmste Mittelpunkt aller Bewegung. Longomontanus fand daher wenig oder gar keine Anhänger.

§. 20.

Kepler, der so wohl als Longomontanus ein Schüler des Tycho war, kehrte zum kopernikanischen Systeme zurück. Dieses hatte aber noch eine große Unbequemlichkeit: wenn man nämlich für jede Zeit die Lage eines Planeten mittelst seiner Umlaufszeit um die Sonne bestimmen wollte, so wich die Erfahrung immer beträchtlich von der Rechnung ab, und man wurde genöthiget anzunehmen, daß der

Mittel-

Mittelpunkt des von jeden Planeten beschriebenen Kreises nicht in der Sonne selbst, sondern in einiger Entfernung von ihr befindlich wäre. Der Abstand dieses Mittelpunktes von der Sonne wurde Ekzentrizität, und der vom Planeten beschriebene Kreis, ekzentrischer Kreis genannt. Die Wirklichkeit solcher ekzentrischen Bahnen schloß man unter andern aus der Bahn der Erde. Denn da der scheinbare Durchmesser der Sonne jedes Jahr ab- und zunimmt, so schloß man daraus, daß die Erde ihr bald näher bald ferner ist, und also die Erdbahn ekzentrisch sein müsse. Kepler fand, daß alles noch besser mit der Erfahrung stimmet, wenn die Bahnen der Planeten elliptisch angenommen werden, und wenn dabei vorausgesetzet wird, daß die Sonne sich in einem gemeinschaftlichen Brennpunkte aller dieser Ellipsen befinde. Er zog ferner aus vielen Beobachtungen die Folgerung, daß, wenn man sich beständig vom Mittelpunkte der Sonne bis zum Mittelpunkte eines Planeten eine gerade Linie oder einen sogenannten Radius Vektor gedenket, diese Linie solche Ellipsen-Ausschnitte beschreibet, welche sich jedesmal verhalten, wie die dazu verbrauchten Zeiten. Ebenfalls schloß er durch fleißige Vergleichung der Beobachtungen, daß die Würfelzahlen der mittleren Entfernungen der Planeten von der Sonne sich verhalten, wie die gevierten Zahlen ihrer Umlaufszeiten. Diese beiden Regeln werden Keplers Gesetze genannt.

§. 21.

Newton hatte bei Gelegenheit einiger Untersuchungen über die Bewegung fallender und geworfener Körper die Entdeckung gemacht, daß wenn man sich den Dunstkreis und jeden Widerstand wegdenket, ein Körper in der Nähe der Erde und in einer Richtung, die nicht geradezu nach dem Mittelpunkte der Erde ginge, mit solcher Geschwindigkeit geworfen werden könnte, daß er nie herunter käme, sondern ewig um die Erde herum laufen müßte. Dazu ist nur nöthig, daß die ihm einmal mitgetheilte Kraft hinlänglich sei um der Kraft der Schwere so zu sagen das Gleichgewicht zu halten. Der Körper würde unter diesen Umständen entweder eine Kreislinie oder eine Ellipse beschreiben, je nachdem die Richtung des anfänglichen Stoßes und dessen Kraft gewesen wäre. In der Luft ist solches ewige herumlaufen eines geworfenen oder genoßenen Körpers nicht möglich, weil der beständige Widerstand derselben die Bewegung bald hemmet, und der Körper, sich selbst oder vielmehr der Kraft der Schwere überlassen, zur Erde nieder fällt. Im leeren Raume aber würde die Sache gewiß erfolgen. Diese Entdeckung wandte Newton zuerst vermuthlich auf den Mond an, und erklärte dadurch, warum der Mond sich beständig um die Erde herum drehet ohne zu fallen. Weiter ist es wahrscheinlich, daß Newton vom Monde zu den Sateliten der übrigen Planeten überging, die damals anfingen entdecket zu werden, und annahm, daß sie ebenfalls eine Schwere gegen ihre Hauptplaneten hätten, daß sie aber durch einen anfänglichen Stoß oder Wurf eine hinlängliche Geschwindigkeit erhalten hätten, damit sie nicht gegen den Hauptplaneten fielen. Von dem Nebenplaneten war der Uebergang zu dem Hauptplaneten nicht schwer. Da sich diese nach Koperniks System eben so um die Sonne drehen, wie die Monde um ihre Hauptplaneten, so nahm Newton an, daß die Hauptplaneten eine Schwere gegen die Sonne hätten, und daß ihr Umlauf wie

bei

bei den Nebenplaneten durch einen anfänglichen Stoß oder Wurf verursachet wäre, durch dessen fortdaurende Wirkung sie abgehalten würden in die Sonne zu fallen. Daraus ließ sich nun leicht erklären, warum die Planeten lauter Ellipsen beschreiben, nämlich weil es unzählige Verhältnisse der Kraft des Wurfes zur Kraft der Schwere und unzählige Richtungen giebt, die eine elliptische Bahn verursachen können, aber nur ein Verhältniß und eine Richtung welche eine zirkelrunde Bahn veranlassen können. Die von Kepler entdeckten Gesetze für die Bewegung der Planeten waren eine nothwendige Folge von Newtons neuer Theorie. Die Kraft der Schwere, welche die Nebenplaneten zu ihren Hauptplaneten hintreibet, und die Hauptplaneten zur Sonne, nannte Newton die anziehende Kraft oder die mittelsuchende Kraft; die Kraft hingegen, welche aus dem ursprünglichen Stoße herrühret, und mittelst welcher der Haupt- oder Nebenplanet, wenn die anziehende Kraft aufhören sollte, in der Tangente des allerletzten Theilchens seiner krummen Bahn fortlaufen würde, nannte er die eingeprägte Kraft, die Tangential-Kraft, oder die mittelfliegende Kraft. Newtons Theorie fand zwar anfänglich manchen Widerspruch; indessen da sie die Erscheinungen so gut erkläret, so wurde sie nach und nach angenommen, und ist jetzt ganz herrschend geworden. Die Lehre von den Zentralkräften, worauf sie beruhet, findet man unter andern in meinen Grundlehren der Dynamik, im VIIten Hauptstücke. Auch sind die vornehmsten Resultate davon in der Einleitung zu dieser Astronomie Seite LXVII bis LXIX kürzlich wiederholet. Deswegen werde ich in der Folge die hierher gehörenden Lehrsätze als bekannt annehmen, und auf die Einleitung oder auf meine

Dynamik zurück weisen. Sonst müßte ich mich selbst zu viel wiederholen, und das nämliche zweimal drucken lassen. Da die ganze Dynamik dem Astronomen unentbehrlich ist, so wird sich doch der Leser, der es ernsthaft meinet, meine oder eine andere Dynamik anschaffen müssen.

§. 22.

Nach Newtons Zeiten hat man bemerket, daß die Planeten sich auch einander anziehen, und daß überhaupt alle himmlische Körper eine Schwere gegen einander haben; wenigstens stimmen die Rechnungen weit genauer mit der Erfahrung, wenn man diese allerseitige Anziehung so viel als möglich und nöthig ist, mit in Anschlag bringet.

§. 23.

Da unsere Sonne von Planeten begleitet wird, die sie anziehet, so hält man es für wahrscheinlich, daß die übrigen Sonnen, das heißt die Fixsterne, ebenfalls ihre Wirkungskreise haben, worinn Planeten befindlich sind, die sich um diese Sonnen herum drehen, oder wenigstens, daß noch einige andere Sonnen ausser der unserigen von Planeten umgeben sind. Diese Sonnen scheinen an einigen Stellen sehr dicht an einander zu stehen, z. B. in der Milchstraße und in den Nebelsternen. Wenn ein Zuschauer ohngefähr mitten in einem solchen Nebelstern wäre, so würde er sich allerseits von Fixsternen oder Sonnen umgeben sehen. Wäre nun die ganze Sammlung von Fixsternen, worinn er sich befindet viel länger und breiter als tief, so würde er um sich herum wie eine dichte Milchstraße erblicken, nämlich in der Richtung der Länge und Breite, hingegen seitswärts in der Höhe oder Tiefe würden

ihm

ihm die Sterne nur so zu sagen dünn gesäet oder sehr zerstreuet erscheinen. Daher hat Herschel zu unseren Zeiten gemuthmaßet, daß die Welt aus lauter Nebelsternen bestehet, wovon jeder viel tausend Fixsterne sammt ihren Planeten enthält, daß wir ebenfalls in einem solchen Nebelsterne wohnen, welcher platt ist, daß unsere Sonne nebst ihren Planeten sich ohngefähr in der Mitte des Nebelsterns befindet, und daß die Milchstraße weiter nichts ist als die kurz vorher erwähnte Erscheinung, mittelst welcher die in der Länge und Breite zerstreueten Sterne dichter gesäet scheinen, als diejenigen, die in der Richtung der Dicke oder Tiefe gesehen werden.

Soweit ohngefähr gehet dasjenige, was man bisher von der Einrichtung des Weltgebäudes hat vermuthen können. Vielleicht ist es unsere Nachkommen vorbehalten, dem Ziele noch näher zu kommen, und das Geheimniß der Natur noch besser als wir zu errathen.

XXIII. Hauptstück.

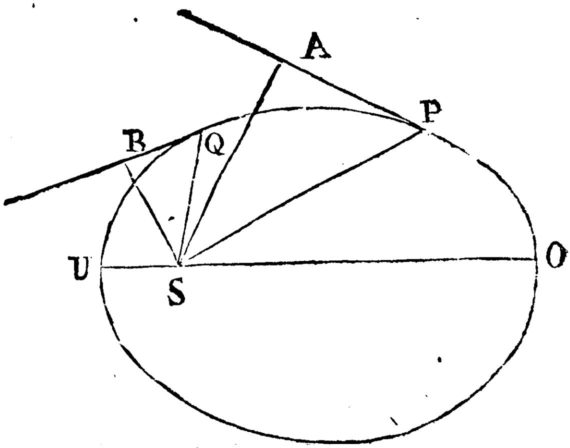
Von der Bewegung der Erde um die Sonne.

§. 1.

Es ist schon bemerket worden, daß alle scheinbaren Bewegungen der Sonne und der Planeten sich am besten erklären lassen, wenn man annimmt, daß die Erde und die Planeten Ellipsen um die Sonne herum beschreiben, daß ein Brennpunkt jeder dieser Ellipsen im Mittelpunkte der Sonne selbst befindlich ist (H. XXII. §. 20.) und daß diese Bewegung von zwei Kräften herrühret, nämlich einer **anziehenden** oder **mittelsuchenden** und einer **tangentialen** Kraft. (H. XXII. §. 21.) Bevor wir also zur näheren Untersuchung der Theorie der Erde und der übrigen Planeten schreiten, wollen wir dasjenige, was uns die Dynamik von solchen Bewegungen überhaupt lehret hier auf die Erde und

und die Planeten insbesondere anwenden Die folgenden Sätze sind also schon im Allgemeinen durch die Dynamik bewiesen, und man findet die Beweise unter andern im VII Hauptstücke meiner Grundlehren der Dynamik, auch sind sie in der Einleitung dieser Astronomie, Seite LXVII. u. s. w. kürzlich, jedoch ohne Beweis, wiederholet worden.

§. 2.



Wenn man sich beständig eine gerade Linie einbildet, die vom Mittelpunkte der Sonne bis zum Mittelpunkte der Erde oder überhaupt eines Planeten gehet, so beschreibet diese Linie solche Ebenen, die sich wie die verflossenen Zeiten verhalten. Zum Beispiel. Es sei S die Sonne, der Planet befinde sich nach und nach in U, in Q, in P, so verhält sich der Raum USQ zum Raume USP, wie die Zeit in welcher der Planet von U bis Q gekommen ist, sich verhält zur Zeit in welcher er von U bis P gekommen ist. Denn dieses Verhältniß gilt von allen

Körpern die sich mittelst einer anziehenden Kraft und einer tangentialen Kraft um einen gewissen Kraftpunkt bewegen, also auch von der Erde und von jedem Planeten. Siehe Einleitung Seite LXVII. §. 46.)

Anmerkung. Die gerade Linie SU, oder SQ, oder SP, welche beständig durch die Mittelpunkte der Sonne und des Planeten gehet, heißt der **Vektor** oder **Radius = Vektor** des Planeten; also kann man mit andern Worten sagen; **die vom Vektor beschriebenen Räume oder Ellipsen = Ausschnitte, verhalten sich wie die dazu gebrauchten Zeiten.**

§. 3.

Wenn man für zwey beliebige Punkte P und Q der Bahn, die Tangenten PA, QB ziehet, und gegen dieselben aus dem Mittelpunkte S der Sonne senkrechte Linien SA, SB fället, so verhalten sich diese umgekehrt, wie die Geschwindigkeiten in den bemeldeten Punkten P und Q; das heißt, die Geschwindigkeit in P verhält sich zur Geschwindigkeit in Q, wie SB zu SA. Hier ist nicht die Rede von den Winkelgeschwindigkeiten, sondern von den Geschwindigkeiten die nach durchlaufenen Räumen geschätzet werden. (Einleitung, Seite LXVII. §. 47.)

§. 4.

Die Winkelgeschwindigkeiten der Erde oder eines andern Hauptplaneten in verschiedenen Punkten seiner Bahn, verhalten sich umgekehrt wie der Quadrate der Vektoren oder der Entfernungen vom Mittelpunkte der Sonne. Das heißt, der vom Vektor SP in einer kurzen Zeit beschriebene Winkel, verhält sich zu dem vom Vektor SQ in eben

eben so viel Zeit beschriebenen Winkel, wie SQ^2 zu SP^2. (Einleitung, Seite LXVII. §. 48.)

§. 5.

Die eigentliche Geschwindigkeit, die nach den durchlaufenen Räumen gerechnet wird, und auch die Winkelgeschwindigkeit, sind in der größten Entfernung SO von der Sonne am kleinsten und in der kleinsten Entfernung SU am größten. (Einleitung, Seite LXVIII. §. 49.)

Anmerkung. Die Punkte der kleinsten und größten Entfernung heißen die Apsiden; nämlich in der größten Entfernung, oder am Orte O der kleinsten Geschwindigkeit befindet sich die obere Apside oder die Sonnenferne, oder das Aphelium; hingegen in der kleinsten Entfernung, oder am Orte U der größten Geschwindigkeit ist die untere Apside, oder die Sonnennähe oder das Periphelium. Die Wörter untere und obere beziehen sich hier auf einem Zuschauer, den man sich in der Sonne gedenket. (H. XXII. §. 6. Anmerk. II.) Wenn die Erde am weitesten von der Sonne oder ihr am nächsten ist, so ist ebenfalls die Sonne am weitesten von uns oder uns am nächsten. Also wann die Erde in O ist, so sagen wir auch die Sonne sei in ihrer Erdferne oder im apogaeo; und wenn die Erde in U ist, so saget man die Sonne sei in der Erdnähe oder im perigaeo. Man merke noch, daß die große Axe UO der Bahn des Planeten auch die Apsiden-Linie genannt wird, und daß die halbe Apsiden-Linie oder Haupt-Axe, nämlich $\frac{1}{2}$UO die mittlere Entfernung des Planeten oder der Erde von der Sonne ist. Denn diese beträgt $\frac{US+SO}{2} = \frac{1}{2}UO$.

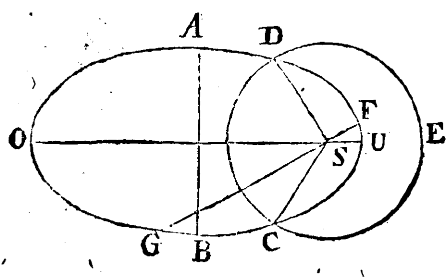
 §. 6.

§. 6.

Wenn man aus dem Mittelpunkte der Sonne einen Kreis beschreibet, der an Flächen-Innhalt eben so groß ist als die Ebene der elliptischen Erdbahn, oder der Bahn eines andern Planeten, so schneidet der Umkreis den Umfang der Bahn an zwei Stellen, wo die mittlere Winkelgeschwindigkeit der wahren gleich ist. (Einleitung, Seite LXVIII. §. 50.)

Anmerkung I. Unter wahrer Winkelgeschwindigkeit verstehen wir, wie bei §. 4. den in einer gegebenen kurzen Zeit, welche überhaupt als Einheit der Zeit angenommen wird, vom Vektor beschriebenen Winkel. Mittlere Winkelgeschwindigkeit ist diejenige, welche heraus kommt, wenn man 360 Grade durch die Anzahl der Zeiteinheiten dividiret, die während eines ganzen Umlaufs verstreichen. Es ist diejenige Winkelgeschwindigkeit, die der Planet haben müßte, um mit einförmiger Winkelbewegung seinen Umlauf in eben so viel Zeit zu vollenden, als er wirklich dazu brauchet.

Anmerkung II. Einen Kreis zu beschreiben der einer gegebenen Ellipse gleich sei, muß man zwischen beiden halben Axen der Ellipse die mittlere



Pro-

Proporzional-Größe suchen, und diese zum Halbmesser des Kreises nehmen. (Man sehe unter andern meine höhere Meßkunst, 2ten Band, Seite 23)

Es sei also S die Sonne, UAOBU die Erdbahn oder die Bahn eines andern Hauptplaneten, UO ihre große Axe oder Apsiden-Linie, AB die kleine Axe, DCED sei ein Kreis dessen Mittelpunkt in S ist, und dessen Halbmesser SD die mittlere Proporzional-Linie ist zwischen $\frac{1}{2}$UO und $\frac{1}{2}$AB, so sind die Durchschnitts-Punkte D und C diejenigen, wo die aus S beobachtete wahre Winkelgeschwindigkeit der mittleren gleich ist.

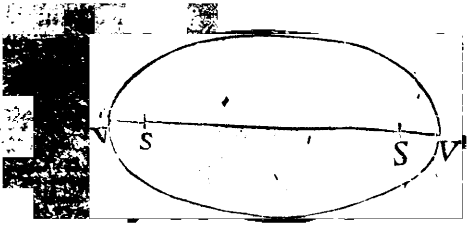
§. 7.

Die Zeit, während welcher die Erde oder der Planet von der oberen Apside O zur unteren U längs der Linie OCU gehet, ist gleich der Zeit von dem Durchgange durch die unter Apside U bis zum Durchgange durch die obere O, während welcher Zeit die andere Hälfte UDO der Bahn durchlaufen wird. Und wenn man nach Belieben durch den Mittelpunkt der Sonne eine gerade Linie FG ziehet, welche den Umfang der Ellipse in F und G schneidet, so brauchet die Erde oder der Planet mehr als die halbe Umlaufszeit um von F nach G durch die obere Apside O zu gelangen, als von G nach F durch die untere Apside. (Einleitung, Seite LXVIII. §. 51.)

§. 8.

Wenn man sich einen Zuschauer gedenket, der sich im leeren Brennpunkte der Erd- oder Planeten-Bahn befindet, nämlich in demjenigen, wo die Sonne nicht ist, so muß ihm zur Zeit bei der Absiden, die Winkelgeschwindigkeit der Erde oder des Planeten gleich groß vorkommen.

Es



Es seien S und s die beiden Brennpunkte in deren einem S die Sonne sich befindet, Vv sei die Apsiden-Linie, V die Winkelgeschwindigkeit in der unteren Apside, v die Winkelgeschwindigkeit in der oberen Apside. Es sei Vs oder vS = D, VS oder vs = d; so ist erstlich vermöge des 4ten Paragraphs

$$v : V :: VS^2 : vS^2$$

oder $v : V :: d^2 : D^2$

daher $v = \frac{V.d^2}{D^2}$

Ferner, da bei Gleichen wirklichen Geschwindigkeiten, die Winkelgeschwindigkeiten sich umgekehrt verhalten wie die Entfernungen (Einleitung, Seite LXI §. 17.), so ist, wenn wir mit V′ diejenige Winkelgeschwindigkeit bezeichnen, mit welcher der Zuschauer in s die Erde oder den Planeten sich in V bewegen siehet,

$$V' : V :: VS : Vs$$

oder $V' : V :: d : D$

daher $V' = \frac{V.d}{D}$

ferner, wenn wir diejenige Geschwindigkeit mit welcher der Zuschauer in s die Erde oder den Planeten in v sich bewegen siehet, mit v′ bezeichnen, so ist

$$v' : v :: vS : vs$$

oder $v' : v :: D : d$

daher $v' = \frac{v.D}{d}$

oder

oder, wenn man hierin den Werth von v nämlich $\frac{V.d^2}{D^2}$ setzet,

$$v' = \frac{V \cdot d^2 \cdot D}{D^2 . d} = \frac{V \cdot d}{D}$$

Dieses war aber auch der Werth von V', also ist v' = V', das heißt, der Zuschauer in s siehet die Erde oder den Planeten in V und in v mit gleicher Geschwindigkeit gehen.

Anmerkung. Da die Winkelgeschwindigkeit für den leeren Nabel oder Brennpunkt der Ellipse in beiden Apsiden gleich ist, so hatten einige Astronomen daraus gefolgert, daß überhaupt die aus dem leeren Nabel beobachtete Winkelgeschwindigkeit während des ganzen Umlaufes des Planeten gleich oder beinahe gleich sei. Träfe dieses ein, so wäre dieser Umstand ein herrliches Hülfsmittel zur Berechnung des Laufes der Himmelskörper. Allein diese Hypothese, welche man die einfache elliptische Methode nannte, ist im Grunde unrichtig, wie man erfährt, wenn man die Oerter eines Planeten nach dieser und nach anderen besseren Methoden berechnet. Sie weichet zwar bei solchen Bahnen, die fast kreisförmig sind, wenig von der Wahrheit ab, bei länglicheren Ellipsen hingegen sind die daraus entstehenden Fehler beträchtlich.

§. 9.

Aufgabe.

Es soll durch Beobachtungen der Augenblick der Sonnenwende nebst der Schiefe der Ekliptik gefunden werden.

Vor

Vor allen Dingen suche man sich der Polhöhe des Ortes wo man ist zu versichern. (H. XII. §. 6. H. XVI. §. 1.) Nun beobachte man fleißig die mittäglichen Sonnenhöhen (H. XII §. 5.) zwei, drei oder vier Tage vor und nach der Zeit der Sonnenwende, welche Zeit allemal schon ohngefähr bekannt ist. Von der beobachteten Höhe ziehe man die Höhe des Gleichers oder das Komplement der Polhöhe ab, um die Abweichungen zu erhalten. Wann dieses geschehen ist, so findet man, mittelst der Einschaltungs-Methode und der Differenzial-Rechnung, sowohl den Zeitpunkt in welcher die größte Abweichung, folglich die Sonnenwende statt gefunden hat, als auch die Quantität dieser größten Abweichung oder die Schiefe der Ekliptik (H. XVII. §. 21.)

Anmerkung I. Da die Abweichung der Sonne sich um den Zeitpunkt der Sonnenwende äußerst wenig verändert, so ist dieser Zeitpunkt sehr schwer zu bestimmen. Die angeführte Methode ist wohl die bequemste; man muß aber mehr als vier mittägliche Höhen beobachten; denn wir haben im angeführten Orte (H. XVII. §. 21.) gesehen, daß viere derselben in der Bestimmung der Sonnenwende eine Ungewißheit von beinahe einer halben Stunde lassen können.

Anmerkung II. Uebrigens ist heut zu Tage der Zeitpunkt der Sonnenwende in den astronomischen Kalendern für jedes Jahr schon angegeben; und die Beobachtungen, die man deswegen anstellet, dienen nur um sich zu vergewissern, ob die Theorie, nach welcher die Kalender gemacht sind, genau mit der Erfahrung übereinstimmen, oder ob vielleicht ein Irrthum zu bemerken ist, welcher jedoch nicht viel betragen kann.

Anmer-

Anmerkung III. Es verstehet sich von selbst, daß die beobachteten Sonnenhöhen jedesmal durch die Stralenbrechung und durch die Parallaxe korrigiret werden müssen. Nämlich von der beobachteten Höhe muß die zustimmende Stralenbrechung abgezogen, die zustimmende Parallaxe hingegen muß hinzugethan werden. Was die Stralenbrechung anbetrifft, so kann man sie aus den Tabellen (H. XIX. § 6.) nehmen; und was die Parallaxe betrifft, so merke man vorläufig, daß die horizontale Parallaxe der Sonne ohngefähr $8\frac{1}{2}$ Sekunden beträgt, woraus die Parallaxe für jede Höhe berechnet werden kann. (H. XIX. §. 18.)

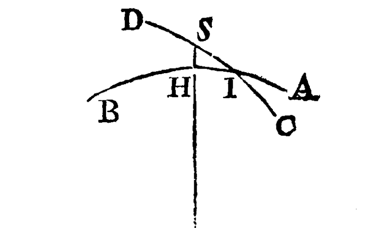
Anmerkung IV. Wenn die Bahn der Erde wirklich, wie angenommen wird, in einer Ebene lieget, so muß auch die scheinbare Bahn der Sonne am Himmel in einer Ebene liegen, die Ekliptik muß also eine wahre Kreislinie ohne doppelte Krümmung sein, und so wird sie auch wirklich gefunden; wenigstens kann die Krümmung der Ebene der Ekliptik, falls eine statt findet, nur äußerst wenig betragen. Wir haben schon gesehen, wie man auf eine mechanische Art erfahren könnte, daß die Ekliptik einen wirklichen Kreis und zwar einen größten Kreis der Himmelskugel bildet. Allein man kann sich am besten dieser Wahrheit überzeugen, wenn man bedenket, daß alle trigonometrische Rechnungen, welche in der Voraussetzung gemacht werden, daß die Ekliptik eine wirkliche einfache gekrümmte Kreislinie ist (H. XIII. §. 4. 5. 6. 7.) richtig mit den Beobachtungen einstimmen, welches nicht sein würde, wenn die Hypothese falsch wäre.

§. 10.

Aufgabe.

Es soll durch Beobachtungen der Augenblick der Nachtgleiche gefunden werden, das heißt, der Augenblick da sich der Mittelpunkt der Sonne im Gleicher befindet.

Die Polhöhe des Ortes, wo man sich befindet, muß genau ausgemittelt werden (H. XII. §. 6. H. XVI. §. 1.). Hat man diese, so hat man auch ihre Ergänzung zu 90 Graden, als die Höhe des Gleichers (H. XII. §. 6. Zus. II.). Wenn die Sonne im Gleicher ist, so muß am Mittage ihre Standhöhe mit der Höhe des Gleichers einerlei sein. Man beobachte demnach fleißig die mittäglichen Sonnenhöhen (H. XII. §. 5.). Träfe es sich nun, daß eine derselben mit der Gleichershöhe vollkommen einerlei wäre, so müßte man daraus schliessen, daß sich der Mittelpunkt der Sonne gerade am Mittage im Gleicher befunden hätte. Ist dieses aber nicht der Fall so mag AB ein Stück des Gleichers vorstellen, CD ein Stück des Sonnenkreises (Ekliptik), EG ein Stück des Horizonts S den Ort der Sonne am Mittage, SF ihre Standhöhe,



FH die Höhe des Gleichers. Man subtrahire entweder

weder GH von SG oder SG von GH ab, je nachdem die Sonne sich über oder unter dem Gleicher befindet, so bekömmt man die Abweichung HS der Sonne. Aus dieser und der Schiefe SIH der Ekliptik, die man aus anderen Beobachtungen als bekannt annimmt (§. 9.) läßt sich im rechtwinkeligen kugelichten Dreiecke IHS die Standlänge IS bestimmen. Da diese hier nur wenig beträgt, so kann man annehmen, daß die Sonne den Bogen SI vermöge ihrer mittleren Bewegung durchläuft. Man sage demnach: 360^{g} geben 365 Tage 6 Stunden (ohngefähr) was geben die Gradtheile des Bogens IS. Die herauskommende Zeit muß zum Mittage der Beobachtung addiret oder davon subtrahiret werden, je nachdem man findet, daß die Sonne noch nicht im Gleicher ist, oder schon durch ihn gegangen ist.

Anders. Man beobachte die Sonnenhöhen zwei oder drei Tage vor und nach der schon ohngefähr bekannten Nachtgleiche. Daraus schließe man die Abweichungen, die theils als positiv, theils als negativ betrachtet werden müssen. Die Zeitpunkte folgen in arithmetischer Progression. Man hat also hier den Fall, wo eine arithmetische Progression und eine andere Reihe gegeben sind; es soll der Satz der arithmetischen Progression gefunden werden, der zu einen gegebenen Satze der anderen Reihe gehöret (H. XVII. §. 14.) Hier müssen die Mittage der Beobachtungen durch 0, 1, 2, 3 bezeichnet werden, die beobachteten Abweichungen aber durch + und − unterschieden werden, es wird alsdann in der Reihe 0, 1, 2, 3 die Zahl gesuchet, die zu 0 in der Reihe der Abweichungen gehöret.

Anmerkung. Da der Zeitpunkt des Eintritts der Sonne in dem Gleicher jetzt schon jedesmal durch die Ephemeriden bekannt ist, so kömmt es nur darauf an, durch Beobachtungen ausfindig zu machen, ob die Theorie ganz mit der Erfahrung übereinstimmet oder nicht.

Anmerkung II. Man muß nicht unterlassen die beobachteten Sonnenhöhen durch die Stralenbrechung und durch die Parallaxe zu korrigiren (§. 9. Anmerkung III.)

Anmerkung III. Wenn man die Zeitpunkte der Sonnenwenden und der Nachtgleichen gegen einander hält, so findet man, daß die Sonne nicht gleich lange Zeit in den vier Vierteln der Ekliptik verweilet, wie auch schon aus den Eintrittstagen in jedes Zeichen (H. I. §. 18.) zu sehen ist: nämlich, wenn wir nur in ganzen Tagen zählen, so verweilet die Sonne in den drei ersten Zeichen ohngefähr 94 Tage, in den drei folgenden 93, in den drei folgenden 89, und in den drei letzten auch ohngefähr 89 (H. VIII §. 7.). Ferner verweilet die Sonne in den 6 ersten Zeichen 187 Tage, und in den 6 letzten nur 178 Tage, also 9 Tage weniger. Aus dem ersten Umstande läßt sich schließen, daß wir im Herbste und Winter der Sonne näher sind als im Frühling und Sommer; denn da die Sonne sich weniger in den Herbst- und Winterzeichen verweilet, so scheinet sie dann geschwinder zu gehen, und die Erde gehet also wirklich geschwinder, woraus folget, daß sie der Sonne näher ist (§. 4.). Das nämliche folget aus der längeren Verweilung in den sechs mitternächtlichen Zeichen, nämlich man muß daraus schließen, daß die Erde während der Zeit, daß sich die Sonne darinn befindet, durch ihre obere Apside gehet, und also von der Sonne am entferntesten ist. Die wahre Lage der Apsiden-Linie soll bald näher bestimmet werden.

Anmer-

Anmerkung IV. Es muß keinen befremden, daß wir im Winter der Sonne näher sind als im Sommer; der Unterschied der Entfernung ist, wie man weiter unten sehen wird, nicht sehr groß; und die Wärme des Sommers rühret hauptsächlich von der mehr senkrechten Richtung der Stralen der Sonne und von ihrem längeren Verweilen über dem Horizonte her. Die Bewohner der südlichen Halbkugel der Erde haben Sommer, wann die Erde der Sonne am nächsten ist, und Winter, wann sie von ihr am entferntesten ist (Siehe H. XXII. §. 17).

§. 11.

Aufgabe.

Es soll die Dauer des tropischen Jahres gefunden werden, das heißt, die Zeit welche die Erde gebrauchet, um wieder völlig in Betrachtung der Sonne in dieselbige Lage zu kommen.

Zu diesem Ende nimmt man irgend eine alte Beobachtung der Nachtgleiche und eine neuere. Man reduziret sie auf denselbigen Ort; man reduziret ebenfalls die Zeitpunkte der Beobachtungen auf denselbigen Kalender, z. B. auf dem Julianischen. Nun siehet man um wieviel die zwischen beiden Beobachtungen verflossenen julianischen Jahre von eben so viel Tropischen unterschieden sind, und schließet daraus, wie groß der Unterschied zwischen einem tropischen und einem julianischen Jahre ist, woraus die Länge des tropischen erhellet.

Auf solche Art berechnete Hevelius (oder Hövelke) die Dauer des Jahres. Aus alten Nachrichten weiß man, daß nach des Hipparchus Beobachtungen die herbstliche Nachtgleiche im Jahre 158 vor Christi Geburth gerade am 27ten September um 24 Uhr, das mit Gewißheit bestimmet worden ist, so können auch fürs erste diese Verbesserungen weggelassen werden, und das tropische Jahr zu 365 Tage 5 Stunden 49 Minuten festgesetzet werden.

Anmerkung IV. Die Alten in den Zeiten des Hipparchus hatten die Dauer des Jahres um etwa 6 Minuten größer gefunden als es jetzt angenommen wird. Daher wollen einige folgern, daß die Jahre in der That etwas kürzer geworden sind, und daß sich folglich die jährliche Bewegung der Erde beschleuniget hat. Allein die Beobachtungen der Alten waren nicht so genau, daß man sich darauf verlassen, und Hypothesen darauf bauen könne.

Anmerkung V. Man könnte auch statt der Nachtgleichen die Sonnenwenden zur Erforschung der Jahreslänge gebrauchen; allein die Gewißheit würde geringer sein, weil es schwer ist, den Zeitpunkt der Sonnenwende genau anzugeben (§. 9. Anmerk. I.).

Zusatz. Wenn die Länge des Jahres bestimmet ist, so läßt sich sehr leicht die mittlere scheinbare Bewegung der Sonne in der Ekliptik (H. VIII §. 7.) für so viel Zeit als man will, berechnen: zum Beispiel für ein Schaltjahr von 366 Tagen, für ein gemeines Jahr von 365 Tagen, für einen Tag, für eine Stunde u. s. w. Nämlich man saget vermöge der Regel Detri: 365 Tage 5 Stunden 49 Minuten geben 360 Grade, was geben 366 Tage, oder 365 Tage, oder 1 Tag, oder 1 Stunde u. s. w. Man findet nämlich die Bewegung in einem Schaltjahre XII Zeichen $0^g\ 44'\ 48''$ in einem gemeinen Jahre XI Zeichen $29^g\ 45'\ 40''$; in einem Tage $0^g\ 59'\ 8''$, in einer Stunde $0^g\ 2'\ 28''$, in einer Zeitminute $0^g\ 0'\ 2''\ 28'''$ u. s. w. Hiernach ist nichts leichter als Tafeln für die mittlere Bewegung

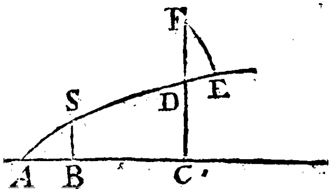
der

der Sonne für jede Anzahl von Tagen, Stunden, Minuten und Sekunden zu verfertigen.

§. 12.

Aufgabe, als Lehnsatz.

Es soll die Standlänge und Stadbreite (longitudo & latitudo) eines Sterns, mittelst Beobachtung desselben und der Sonne gefunden werden.



Es sei AC ein Theil des Gleichers, AE ein Theil des Sonnenkreises (Ekliptik), S die Sonne, SB ihre Abweichung, F ein Stern, FC seine Abweichung, FE seine Standlänge oder Entfernung von der Ekliptik. Man gebrauche eine Uhr, welche Sternzeit zeiget, und beobachte was sie zeiget im Augenblicke da der Mittelpunkt der Sonne kulminiret (H. VIII. §. 3.). Man beobachte zugleich ihre Standhöhe, und ziehe von derselben die Höhe des Gleichers oder das Komplement der Polhöhe ab, so hat man ihre Abweichung SB. Aus dieser und der Schiefe A der Ekliptik berechne man ihre gerade Aufsteigung AB (Einleit. Seite LI.). Man warte bis daß der Stern F ebenfalls durch den Mittagskreis gehet, und beobachte an der Uhr den Zeitpunkt da dieses geschiehet; zugleich beobachte man die Standhöhe des Sterns. Von dieser ziehe man wiederum die Höhe des Gleichers ab, so hat man die Abweichung FC. Die zwischen der Beobachtung der

Sonne und des Sterns verflossene Stern-Zeit verwandele man in Grade, 24 Stunden auf 360 Grade gerechnet, so bekömmt man die Grade des Bogens BC. Hierzu addire man AB, so hat man AC. Mittelst der AC und des Winkels A, berechne man AD, DC und ∠D (Einleitung, Seite L). Von FC ziehe man DC ab, so bleibet FD. Nun hat man im rechtwinkeligen Dreiecke FED, die Seite FD nebst dem Winkel FDE (= CDA). Daraus lassen sich FE und DE berechnen (Einleitung, Seite L). FE ist die Standbreite (latitudo) des Sterns; AE (= AD + DE) ist die Standlänge (longitudo).

Anmerkung I. Die verschiedene Lage des Sterns F in Betrachtung des Gleichers, des Sonnenkreises, und der Sonne selbst, kann einige kleine Veränderungen in der Rechnung verursachen; allein ein jeder wird sie bei vorkommendem Falle mit Hülfe einer neuen Zeichnung schon selbst finden; ohne daß es nöthig sei die Sache weitläuftiger auseinander zu setzen.

Anmerkung II. Es ist zwar schon einmal gelehret worden, wie die Standlänge eines Sterns gefunden werden kann, nämlich mittelst der bekannten Aufsteigung und Abweichung (H. XIV. §. 2.) Die gerade Aufsteigung wurde aber dort nur in Vergleich mit anderen Sternen bestimmet, oder es wurde eigentlich nur der Unterschied der geraden Aufsteigungen gefunden (H. XII §. 8.). Deswegen war es nöthig diese Aufgabe hier noch einmal vorzunehmen, und schärfer aufzulösen, hauptsächlich da sie als Einleitung zur folgenden Aufgabe dienet.

§. 13.

Aufgabe.

Die Vorrückung der Nachtgleichen und die Dauer des Sternjahres finden.

Man

Man vergleiche die älteren Sternverzeichnisse mit neueren, so wird man finden, daß die Standlänge aller Fixsterne zunimmt, indem sie ihre Standbreite und auch ihre gegenseitige Lage behalten, oder doch nicht merklich verändern. Da nun die Standlänge vom Punkte der Nachtgleiche des Frühlings gerechnet wird, so folget, daß dieser Punkt zurück gehet, das heißt, daß er der Ordnung der 12 Zeichen zuwider, nämlich von Osten nach Westen, fortschreitet. Um nun die Quantität dieser Fortschreitung angeben zu können, muß man die ältere Standlänge von der neueren abziehen, und den Rest durch die Anzahl der verflossenen Jahre dividiren, wodurch man die jährliche Veränderung findet, eben so leicht berechnet man sie für hundert Jahre, oder man suchet in wie viel Jahren sie einen Grad beträgt. Zum Beispiel Hipparchus fand 128 Jahre vor Christi Geburt (das Jahr der Geburt selbst = 0 gesetzet. Siehe §. 11. Anmerk. I.), daß die Standlänge der Kornähre 5 Zeichen 24^g 0′ betrug; im Jahr 1750 hat man statt dessen gefunden 6 Zeichen 20′ 21″. Der Unterschied beträgt in 1878 Jahren 26^g 21′, und also jährlich nächstens 50½ Sekunden, oder in 100 Jahren 1^g 24′ 11′ oder ohngefähr alle 71 Jahre einen Grad. Andere Vergleichungen geben Resultate, die von diesem um einige Sekunden für 100 Jahre unterschieden sind.

Es ist schon an einem anderen Orte erkläret worden, wie die Dauer des Sternjahres von dieser Bewegung der Nachtgleichen abhänget (H. VIII. §. 6. Anmerk.). Nämlich die Sonne gereichet, den Beobachtungen zu folge, in 365 Tagen 5 Stunden 49 Minuten vom Frühlingspunkte bis wieder zum Frühlingspunkte; in der Zwischenzeit ist aber der Frühlingspunkt um 50½″ zurück gewichen, und die Sonne, wenn sie ihn erreichet, hat noch nicht die vollen 360^g der als unbeweglich betrachteten Ekliptik durchlaufen; sie ist noch nicht wieder zum selbigen Stern gelanget den sie vor einem Jahre bedeckte, sie muß also noch während $50\frac{1}{2}''$ Sekunde laufen. Nun sage man $360^g - 50\frac{1}{2}$ Sekunden werden durchlaufen in 365 Tagen 5 Stunden 49 Minuten, in wie viel Zeit $50\frac{1}{2}$ Gradsekunden; man findet 20 Zeitminuten und ohngefähr 13 Sekunden als den Ueberschuß des Sternjahres über das Tropische.

Zu	365	Tagen	5	Stunden	49	Minute
addire	—	—	—	—	20	—
kommen	365	Tage	6	Stunden	9	Minuten

für die Dauer des Sternjahres. Die Zeitsekunden sind weggelassen worden, weil sie an sich selbst ungewiß sind, und auch die Sekunden des tropischen Jahres nicht mit Gewißheit bestimmet sind.

Anmerkung I. Das Wort **Vorrückung** oder **Voreilung der Nachtgleichen** beziehet sich auf den Lauf der Sonne, welche die Punkte der Nachtgleichen immer früher erreichet als den Stern den sie vor einem Jahre bedecket hat. Dieselbige Begebenheit könnte man auch **Rückgang der Nachtgleichen** nennen, wenn man die rückläufige Bewegung des Punktes der Nachtgleichen betrachtet. Uebrigens bewegen sich beide Punkte der Nachtgleichen um gleich viel, weil der Gleicher immer durch dieselben gehet, und beide Kreise, Ekliptik und Gleicher, als größte Kreise der Himmelskugel, sich nothwendig an Stellen schneiden, die immer 180^g von einander abstehen.

Anmerkung II. Wir werden noch ferner Gelegenheit haben von der Voreilung der Nachtgleichen zu reden; indessen können wir hier doch schon die Ursache derselben anzugeben suchen. Gegen die Durch-

schnitts-

schnittslinie der Ebenen des irdischen Gleichers und der Erdbahn ist die Erdaxe senkrecht. Denn die Erdaxe ist gegen die Ebene des Gleichers senkrecht, folglich gegen jede Linie die in dieser Ebene lieget und durch den Mittelpunkt der Erde gehet, folglich gegen gedachte Durchschnittslinie. Nun nehme man an, daß die Erdaxe nicht immer vollkommen mit sich selbst parallel bleibet, sondern daß ihre Verlängerung am Himmel bei wenigem einen Kreis um den Pol der Ekliptik herum beschreibet, und zwar in rückläufiger Ordnung, so drehet sich zugleich die gedachte Durchschnittslinie, welche immer gegen die Erdachse senkrecht bleibet, ebenfalls in rückläufiger Richtung, so daß der Frühlingspunkt und der Herbstpunkt, in welchen diese Linie die Ekliptik schneidet, der Ordnung der Zeichen zuwider gehen, und daß die Sonne, welche immer rechtläufig ist, den Frühlingspunkt eher erreichet, als denjenigen Punkt der unbewegten Ekliptik, von welchem sie im Augenblicke der letzten Nachtgleiche des Frühlings ausgegangen war. Man sehe auch das VIII. Hauptstück dieses Werkes §. 6.

Anmerkung VI. Wenn die Voreilung der Nachtgleichen auf demselbigen Fuße fortführe als seitdem sie beobachtet worden, so müßte der Frühlingspunkt nach und nach die ganze Ekliptik durchlaufen. Die Alten glaubten, daß dieses wirklich geschehen werde, obgleich sie wegen ihrer ungewissen Beobachtungen die Dauer eines solchen Umlaufs sehr verschieden angaben. Diesen Zeitraum nannten sie das große platonische Jahr, und einige wähnten es müßten überhaupt nach Ende desselben alle Ereignisse in der physischen, politischen und moralischen Welt wieder ihren Kreislauf von vorne anfangen. Allein man glaubet bemerket zu haben, daß die Voreilung der

Nacht=

Nachtgleichen schon etwas geringer geworden ist. Sie könnte also wohl mit der Zeit null und zulezt gar negativ werden, so daß alsdann der Frühlingspunkt nach einem scheinbaren Stillstande rechtläufig, und das Sternjahr kürzer als das Tropische würde. Nach den neueren Beobachtungen müßte das große platonische Jahr, wenn eines statt fände, nämlich wenn der Frühlingspunkt sich immer gleichförmig bewegte, beinahe 26000 tropische Jahre dauren.

Anmerkung IV. Man hat noch häufig genug die Gewohnheit dem ersten Zeichen der Ekliptik den Namen des Widders, den zweiten des Stieres u. s. w. beizulegen, da doch jezt das erste Zeichen größtentheils mit den Fischen, das zweite mit dem Widder, u. s. w. zusammen trifft. Es ist Zeit diese unschicklichen Benennungen ganz abzuschaffen, und die Zeichen bloß mit Zahlen anzudeuten. Anstatt zu sagen, daß die Sonne mit Anfang des Frühlings in den Widder, des Sommers in den Krebs, des Herbstes in die Wage, und des Winters in den Steinbock tritt; muß man sagen, daß sie an diesen Zeitpunkten ins Ite, IVte, VIIte, Xte Zeichen tritt, und unter Zeichen keine Sternbilder, sondern bloß Theile der Ekliptik von 30 Graden verstehen.

Anmerkung V. Aus der Voreilung der Nachtgleichen und der Bewegung der Erdaxe folget, daß der nördliche Pol dem lezten Stern im Schweife des kleinen Bären nicht immer so nahe gewesen ist als jezt; er muß dem Schwanze des Drachens und also auch dem großen Bären etwas näher gewesen sein. Auch wird der Pol sich noch weiter vom großen Bären entfernen, und sich den Füßen des Zefeus (Cepheus) nähern. Dieses wird man leicht begreifen, wenn man in Gedanken auf der künstlichen Himmelskugel einen

Kreis

Kreis um den Pol der Ekliptik herum, durch den jetzigen Nordpol, beschreibet.

§. 14.

Aufgabe.

Den Ort der Apsiden der Erde oder der Sonne am Himmel finden, nebst der Bewegung der Apsiden, und dem anomalistischen Jahre.

Wann die Erde in der Sonnenferne ist, gehet sie am langsamsten, und dann ist auch die scheinbare Bewegung der Sonne in der Ekliptik am langsamsten; wann die Erde hingegen in der Sonnennähe ist, gehet sie am geschwindesten, und die Sonne scheinet alsdann ebenfalls am geschwindesten zu gehen (§. 5.). Man beobachte demnach fleißig die mittäglichen Sonnenhöhen, entweder das ganze Jahr durch, oder nur gegen die schon ohngefähr bekannte Zeit, da die Sonne sich in der Erdferne oder Erdnähe befinden soll. Von diesen ziehe man die Höhe des Gleichers ab, so hat man die Abweichungen der Sonne an jedem Mittage. Aus den Abweichungen und der bekannten Schiefe der Ekliptik folgere man die Standlängen der Sonne (H. XIII. §. 4.). Man ziehe jede von der folgenden ab, so hat man die Winkelgeschwindigkeiten der Sonne für jede 24 Stunden. Man nehme einige der größten oder kleinsten von diesen Geschwindigkeiten, und suche den Zeitpunkt der allergrößten oder der allerkleinsten nebst dem zustimmenden Orte der Sonne (H. XVII. §. 7.), so hat man was man verlangte, nämlich den Ort der Sonne für den Zeitpunkt, da sie durch die untere oder obere Apside gieng. Man könnte auch, statt der größten und kleinsten Geschwindigkeit, den größten oder kleinsten scheinbaren Durchmesser der Sonne suchen, weil die nähere Sonne größer scheinet

als

als die entferntere; allein die Geschwindigkeiten gewähren mehr Sicherheit. Jedoch erfordert auch diese Methode die äußerste Behutsamkeit, weil der Unterschied der Geschwindigkeiten nur klein ist.

Wenn man nun ältere Beobachtungen der Sonnenferne oder Sonnennähe mit neueren vergleichet, so findet man, daß die Punkte der Apsiden nach der Ordnung der Zeichen langsam fortrücken. Aus der Quantität der Fortrückung von der älteren bis zur neueren Beobachtung, und aus der Anzahl der verflossenen Jahre läßt sich leicht berechnen, wie viel diese Fortrückung in 100 Jahren oder in 1 Jahre beträgt, oder in wie viel Jahren sie 1 Grad beträgt.

Hipparchus fand 139 Jahre vor Christi Geburt (das Jahr der Geburt selbst = 0 gerechnet), die Erdferne der Sonne in II. Zeichen $5^g\ 30'$. Riccioli im Jahre 1646 fand III Zeichen $7^g\ 36'\ 15''$. Der Unterschied beträgt $31^g\ 56'\ 15''$. Diese durch 1785 Jahr dividiret, gaben jährlich $1'\ 4''$ für die Bewegung der Apsiden. Andere Astronomen haben einige Sekunden mehr oder weniger herausgebracht; die neuesten Beobachtungen und Berechnungen geben ohngefähr $0^g\ 1'\ 2''$.

Da die Apsiden vorwärts nach Ordnung der Zeichen gehen, die Punkte der Nachtgleichen aber rückwärts, so ist das anomalistische Jahr länger als das tropische Jahr (H. VIII. §. 6.). Und da die Bewegung der Apsiden in einem tropischen Jahre $0^g\ 1'\ 2''$ beträgt, die Sonne aber in der Ekliptik zu einem Wege von $0^g\ 1'\ 2''$ ohngefähr 25 Zeitminuten gebrauchet, so ist das anomalistische Jahr 25 Minuten länger als das Tropische, also beträgt es 365 Tage 5 Stunden (49 + 25) Minuten, oder 365 Tage 6 Stunden 15 Minuten. Es ist also etwas länger als das Sternjahr.

Anmer-

Anmerkung I. Wir können also folgende Längen des Jahres annehmen.

Tropisches Jahr : :	365 Tage	5 St.	49 Min.
Sternjahr : : :	365 :	6 :	9 :
anomalistisches Jahr :	365 :	6 :	15 :

welche nicht viel von der Wahrheit abweichen werden; die Sekunden zu bestimmen, scheinet bis jetzt nicht möglich zu sein. Es haben zwar einige die Sekunden und so gar Brüche der Sekunden angegeben, allein dieses beweiset nur die Pünktlichkeit ihrer Rechnungen, nicht aber die vollkommene Richtigkeit der Beobachtungen.

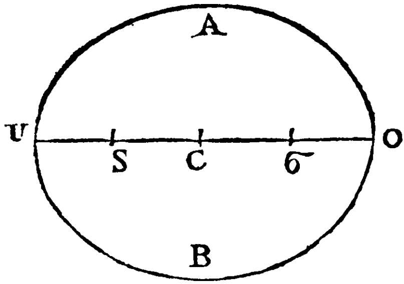
Anmerkung II. Die Ursache der Bewegung der Apsidenlinie muß in der anziehenden Kraft der anderen Planeten gesuchet werden, welche auf die Erde wirken. Unterdessen kann man sich vorstellen, daß die Ellipse, worin sich die Erde beweget, sich allmählig ein wenig um denjenigen Brennpunkt drehet der in der Sonne ist, jedoch so, daß sie in derselbigen Ebene bleibet, oder doch nicht merklich davon abweichet.

Zusatz. Nachdem die jährliche Bewegung der Apsiden gefunden worden, so brauchet man nur zu wissen, wo der Punkt der Sonnenferne in einem gewissen Jahre gewesen ist, um sie für jedes gegebene Jahr zu finden. Gesetzt wir nehmen die angeführte Beobachtung des Riccioli für richtig an, so sind seit der Zeit bis 1796, 150 Jahre verflossen, also ist die Sonnenferne nach Ricciolis Angabe fortgerücket um 150 mal 1′ 4″ oder um 2° 30′ 40″ also müßte sie im Jahre 1795 gewesen sein in III Zeichen 10° 2′ 55″. Die neueste Tafel von Delambre und Zach geben statt dessen nur III Zeichen 9° 24′ und bei Delambre 55″ bei Zach 12″.

§. 15.

Aufgabe.

Es soll die Ekzentrizität der Erdbahn gefunden werden, das heißt die Entfernung der Sonne vom Mittelpunkte der Ellipse.



Es sei OAUBO die Erdbahn, S der Mittelpunkt der Sonne oder der eine Brennpunkt der Ellipse, σ der andere Brennpunkt, C der Mittelpunkt der Ellipse. Man suche durch Beobachtungen, wie in der vorhergehenden Aufgabe, den Zeitpunkt der kleinsten Geschwindigkeit, und daraus die kleinste Geschwindigkeit selbst. Eben so suche man die größte Geschwindigkeit. Diese sei in U, $= V$; und die kleinste, nämlich in O, $= v$, so ist (§. 4.)

$$V : v :: OS^2 : US^2$$

Es sei die halbe große Axe UC oder OC $= a$, die Ekzentrizität SC oder $\sigma C = e$, so ist $OS = a + e$ und $US = a - e$, also

$$V : v :: (a + e)^2 : (a - e)^2$$
$$\sqrt{V} : \sqrt{v} : (a + e) : (a - e)$$
$$(a + e) \sqrt{v} = (a - e) \sqrt{V}$$
$$a\sqrt{v} + e \sqrt{v} = a \sqrt{V} - e \sqrt{V}$$
$$e\sqrt{v} + e \sqrt{V} = a \sqrt{V} - a \sqrt{v}$$
$$e (\sqrt{v} + \sqrt{V}) = a \sqrt{} (V - \sqrt{v})$$
$$e = \frac{a (\sqrt{V} - \sqrt{v})}{\sqrt{v} + \sqrt{V}}$$

Diese

Diese Formel giebt also e oder die Ekzentrizität. Man kann sie auch durch die scheinbaren Größen der Sonne in O und in U finden. Denn es sei in U der scheinbare Durchmesser der Sonne $= D$ und in $O = d$, so ist zufolge der optischen Lehrsätze (Einl. Seite LXXIII.)

$$D : d :: OS : US$$
$$D : d :: (a + e) : (a - e)$$
daher
$$ad + de = aD - De$$
$$de + De = aD - ad$$
$$(d + D)\,e = (D - d)\,a$$
$$e = \frac{a\,(D - d)}{D + d}$$

Diese Formel giebt ebenfalls die Ekzentrizität der Erdbahn.

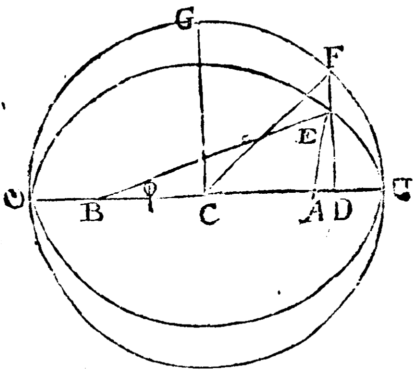
Uebrigens ist es bei der Erforschung der Ekzentrizität gar nicht nöthig den Halbmesser a der Ellipse zu kennen. Wir werden ihn in der Folge zu bestimmen suchen; unterdessen nimmt man für die halbe Axe a oder für die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne eine willkührliche Zahl an, bloß um ein Verhältniß in Zahlen zwischen a und e zu finden. Nach verschiedenen Beobachtungen nnd daraus gezogenen Folgerungen ist die Ekzentrizität zwischen 0,01681 und 0,01692, wenn die halbe Axe 1,00000 gesetzet wird. Die Ekzentrizität beträgt also nicht viel mehr als den 59ten Theil der mittleren Entfernung der Erde von der Sonne; woraus zu ersehen ist, daß die elliptische Erdbahn nicht sehr von der Kreisgestalt abweichet. Dieses erkennet man, wenn man die halbe kleine Axe suchet. Diese ist die mittlere Proporzional-Linie zwischen a + e und a — e oder zwischen 1,00000 + 0,01681 und 1,00000 — 0,01681 (höhere Geom. H. I. §. 16. Zus. I. S. 26). Im gegenwärtigen Falle findet man 0,999859. Es verhält sich demnach die große Axe zur kleinen wie 1,00000 zu 0,999859. Der Unterschied beträgt $\frac{141}{1000000}$ der großen Axe.

§. 16.

Aufgabe, als Lehnsatz.

Es ist in einer Ellipse die Haupt-Axe gegeben, nebst der Ekzentrizität, und ein beliebiger Winkel den ein Vektor mit der Haupt Axe machet; es soll der Flächen-Inhalt desjenigen Ausschrittes gefunden werden, der zwischen den Schenkeln des gegebenen Winkels lieget.

Vorbereitung.



Es sei OEU eine Ellipse, OU = (2 a) ihre Hauptaxe, CG = b die halbe kleine Axe, C der Mittelpunkt, A und B die beiden Brennpunkte, AC oder CB (= e) die Ekzentrizität, BE (= v) ein beliebiger Vektor, ∠EBU (= φ) der Winkel den er mit der Hauptaxe machet, OFU eine halbe Kreislinie mit dem Halbmesser CO oder CU (= a) beschrieben, FD eine gegen OU senkrechte Linie, die durch das Ende E des Vek-

tors

tors gehet, FC ($= a$) ein Halbmesser des Kreises, CG mit DF gleichlaufend oder über OU in C senkrecht.

Wenn nun ein Winkel φ zwischen dem Vektor BE und dem kürzeren Theile BO der Axe genommen wird, so hat man (Einleitung, Seite LVIII. und höhere Geometrie H. XVI §. 12.)

$$v = \frac{a^2 - e^2}{a + e \operatorname{Cos} \varphi}$$

In unserer Figur aber ist der Winkel φ zwischen dem Vektor und dem größeren Stücke der Haupt-Axe begriffen. Dieses ändert ein wenig die Formel für v. Nämlich es wird

$$v = \frac{a^2 - e^2}{a - e \operatorname{Cos.} \varphi}$$

um dieses zu beweisen, ziehe man AE, so ist $BE + AE = 2a$, und da $BE = v$, so ist $AE = 2a - v$. Es sei ferner für einen Augenblick $CD = x$, so ist $AD = x - e$, und $BD = x + e$. Nun ist

$$ED^2 = BE^2 - BD^2$$
$$ED^2 = AE^2 - AD^2$$
$$\text{also } BE^2 - BD^2 = AE^2 - AD^2$$
$$\text{oder } BE^2 + AD^2 = BD^2 + AE^2$$
$$v^2 + (x - e)^2 = (x + e)^2 + (2a - v)^2$$

Hieraus kömmt

$$v = \frac{a^2 + ex}{a}$$

Es ist $BD = x + e$, und auch $BD = BE. \operatorname{Cos} \varphi = v \operatorname{Cos.} \varphi$, also $x + e = v \operatorname{Cos.} \varphi$, oder $x = - e + v \operatorname{Cos} \varphi$. Setzet man diesen Werth in die letzte Gleichung, und sondert man wiederum v ab, so kommt

$$v = \frac{a^2 - e^2}{a - e \operatorname{Cos} \varphi.}$$

Dieſe Veränderung hätte man freilich ſogleich aus der veränderten Lage des Winkels ſchließen können; indeſſen iſt es doch beſſer, daß man ſich von deren Nothwendigkeit vollkommen überzeuge. Daß wir hier den Winkel nach der Seite der entfernteren Apſide genommen haben, iſt deswegen geſchehen, weil die meiſten Aſtronomen ihn von da an zu rechnen pflegen. Man merke unterdeſſen daß, wann φ über 90^g ſteiget, alsdann $e \operatorname{Cos} \varphi$ negativ wird, und die angedeutete Subtrakzion ſich wieder in eine Addizion verwandelt. Anſtatt $a^2 - e^2$ oder $(a + e)(a - e)$ kann man auch ſchreiben b^2 (höhere Geom. Hauptſt. I. §. 16. Zuſ. I.) alſo iſt

$$BE = \frac{b^2}{a - e \operatorname{Cos} \varphi}$$

Wir wollen zur Bequemlichkeit der Rechnung fürs erſte annehmen, daß die Figur nach einem anderen Maaßſtabe gezeichnet ſei, und daß UC oder CO $= 1$ ſei, anſtatt a, ſo iſt $CG = \frac{b}{a}$ anſtatt b, und $BC = \frac{e}{a}$ anſtatt e, $CD = \frac{x}{a}$ anſtatt x. Alsdann wird

$$BE = \frac{\frac{b^2}{a^2}}{1 - \frac{e}{a} \operatorname{Cos.} \varphi}.$$

Laßt uns der Kürze wegen ſetzen $\frac{b}{a} = \beta$, $\frac{e}{a} = \varepsilon$, $\frac{x}{a} = \xi$, ſo iſt

$$BE = \frac{\beta^2}{1 - \varepsilon \operatorname{Cos} \varphi}$$

Fer-

Ferner ist $DE = BE \sin \varphi$

$$\text{oder } DE = \frac{\beta^2 \sin \varphi}{1 - \varepsilon \operatorname{Cos} \varphi}$$

Nun ist $DE : DF :: \beta : 1$ (höhere Geom. H. I. §. 19. Zus. II), also

$$DF = \frac{DE}{\beta} = \frac{\beta \sin \varphi}{1 - \varepsilon \operatorname{Cos} \varphi}$$

Es ist $FU = \operatorname{Arc} \sin DF$

$$\text{also } FU = \operatorname{Arc} \sin \frac{\beta \sin \varphi}{1 - \varepsilon \operatorname{Cos} \varphi}$$

Der Kreisausschnitt

$$\begin{aligned} FCU &= \tfrac{1}{2} FU \times CU \\ &= \tfrac{1}{2} \operatorname{Arc} \sin \frac{\beta \sin \varphi}{1 - \varepsilon \operatorname{Cos.} \varphi}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Es ist } \triangle FDC &= \tfrac{1}{2} FD \times CD \\ &= \frac{\xi\beta \sin \varphi}{2(1 - \varepsilon \operatorname{Cos} \varphi)} \end{aligned}$$

Dieses vom Ausschnitte FCU abgezogen, so bleibet

$$\text{Abschnitt } FDU = \tfrac{1}{2} \operatorname{Arc.} \sin \frac{\beta \sin \varphi}{1 - \varepsilon \operatorname{Cos.} \varphi} - \frac{\xi\beta \sin \varphi}{2(1 - \varepsilon \operatorname{Cos.} \varphi)}$$

Nun ist $FDU : EDU :: 1 : \beta$ (höhere Geom. H. XI. §. 4), daher

$$\begin{aligned} EDU &= \beta . FDU \\ &= \tfrac{1}{2} \beta \operatorname{Arc} \sin \frac{\beta \sin \varphi}{1 = \epsilon \operatorname{Cos.} \varphi} - \frac{\xi\beta^2 \sin \varphi}{2(1 - \varepsilon \operatorname{Cos.} \varphi)} \end{aligned}$$

Ferner ist $\triangle BDE = \frac{1}{2} BD \times DE$

$$= \frac{1}{2}(\varepsilon + \xi)\frac{\beta^2 \sin\varphi}{1 - \varepsilon \operatorname{Cos}\varphi}$$

$$= \frac{\varepsilon\beta^2 \sin\varphi}{2(1 - \varepsilon \operatorname{Cos}\varphi)} + \frac{\xi\beta^2 \sin\varphi}{2(1 - \varepsilon \operatorname{Cos}\varphi)}$$

Diesen Werth des Dreiecks DEB addire man zum Werthe des Ausschnittes EDU, so kommt

$$\text{Ausschn. } EBU = \frac{1}{2}\beta \operatorname{Arc}\sin\frac{\beta\sin\varphi}{1 - \varepsilon\operatorname{Cos}\varphi} + \frac{\varepsilon\beta^2\sin\varphi}{2(1 - \varepsilon\operatorname{Cos}\varphi)}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{b}{a}\operatorname{Arc.}\sin\frac{\frac{b}{a}\sin\varphi}{1 - \frac{e}{a}\operatorname{Cos}\varphi} + \frac{\frac{e}{a}\,\frac{b^2}{a^2}\sin\varphi}{2\left(1 - \frac{e}{b}\operatorname{Cos}\varphi\right)}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{b}{a}\operatorname{Arc}\sin\frac{b\sin\varphi}{a - e\operatorname{Cos}\varphi} + \frac{e\frac{b^2}{a}\sin\varphi}{2(a - e\operatorname{Cos}\varphi)}$$

Alles dieses in der Voraussetzung, daß die halbe große Axe $= 1$, da sie aber $= a$, so muß die Fläche des Ausschnittes mit a^2 multipliziret werden, also ist endlich

$$EBU = \frac{1}{2} ab \operatorname{Arc}\sin\frac{b\sin\varphi}{a - e\operatorname{Cos}\varphi} + \frac{eb^2\sin\varphi}{2(a - e\operatorname{Cos}\varphi)}$$

Auflösung. Man gebrauche die letzte Formel; nämlich es sei die halbe Hauptaxe $= a$, die halbe kleine Axe $= b$, die Exzentrizität $= e$, und der verlangte Ausschnitt $= S$, so ist

$$S = \frac{1}{2} ab \operatorname{Arc}\sin\frac{b\sin\varphi}{a - e\operatorname{Cos}\varphi} + \frac{1}{2} eb\,\frac{b\sin\varphi}{a - e\operatorname{Cos}\varphi}$$

Diese Formel ist sehr bequem. Die halbe kleine Axe

b

b ist nur zur Abkürzung des Ausdrucks angebracht worden. Sie gilt, wie schon oben erinnert worden $\sqrt{(a^2 - e^2)}$. Nachdem $\frac{b \sin \varphi}{a - e \operatorname{Cos} \varphi}$ berechnet worden, so wird dazu der Bogen in den Tafeln gesuchet, in der Voraussetzung, daß der Halbmesser $= 1$. Wann man den Bogen in Graden hat, so wird er in Theile des Halbmessers verwandelt, entweder mittelst besonderer Tafeln, die in Schulzens Sammlung stehen, oder mittelst der Proporzion 180 Grad geben 3,141592653 was geben die gefundenen Grade und Gradtheile? Was heraus kommt, wird mit $\frac{1}{2}ab$ multipliziret, und so erhält man den ersten Theil der Formel. Der zweite hat gar keine Schwierigkeit.

Anmerkung. Die Formel ist genommen aus Vega's Vorlesungen über die Mathematik, dritter Band, welcher die Mechanik der festen Körper enthält. Sie stehet aber dort ohne Beweis.

Bei den Bewegungen der Planeten pfleget man, wie schon bemerket worden, den Winkel den der Vektor beschreibet allemal vom Punkte der Sonnenferne an zu rechnen. Man könnte ebenfalls von der Sonnennähe anfangen, wie auch de la Caille in seinen Eléments d'Astronomie gethan hat, und zwar um der Einförmigkeit willen, weil man den Lauf der Kometen nicht anders als von der Sonnennähe an berechnen kann. Allein, da alle astronomische Tafeln auf die Sonnenferne gerichtet sind, so möchte es etwas unbequem sein, eine andere Zählungsart als die gewöhnlichste zu gebrauchen; wir wollen uns demnach daran halten. Die Astronomen nehmen also fürs erste, statt der beweglichen Ellipse (§. 114. Anmerk. II.), worin Erde oder sonst ein Planet läuft, eine unbewegliche an. Der Winkel, den der Vektor seit der letzten Sonnenferne beschrieben hat, heißt die Anomalie. Es hätte sich wohl nicht leicht ein unschicklicheres Wort erdenken lassen; denn Anomalie bedeutet etwas Gesetzwidriges, da doch eben der Lauf des Planeten in einer Ellipse vollkommen gesetzmäßig ist. Wir wollen auf deutsch denselbigen Winkel durch das Wort Vorlauf andeuten, weil er angiebt um wieviel der Planet vorwärts gelaufen, und dem Punkte der Sonnenferne vorgekommen ist. Jeder Vorlauf (Anomalie) erfordert eine gewisse Zeit, das heißt jeder vom Vektor seit der als unbeweglich angenommenen Sonnenferne beschriebene Winkel ist in einer gewissen Zeit beschrieben worden. Wenn man sich nun den Fall gedenket, daß der Planet seine Bahn zwar in der wirklichen Umlaufszeit durchliefe, jedoch mit einförmiger Winkelgeschwindigkeit, so würde der Vektor statt des wirklichen Vorlaufswinkels einen anderen entweder größeren oder kleineren beschrieben haben; und diesen eingebildeten Winkel nennet man den mittleren Vorlauf (mittlere Anomalie) zum Unterschiede des wirklichen Winkels, welcher der wahre Vorlauf (wahre Anomalie) genannt wird. Man darf sich nur zwei Planeten vorstellen, die zugleich aus demselbigen Punkte der Sonnenferne abgehen, auch zugleich wieder dahin angelangen, wovon der eine eine veränderliche Winkelgeschwindigkeit hat, der andere aber eine einförmige, so ist der Winkelweg des ersteren der wahre Vorlauf (die wahre Anomalie), des anderen aber der mittlere Vorlauf (die mittlere Anomalie). Hierbei wird, wie schon erinnert worden, auf die Bewegung der Apsidenlinie keine Rücksicht genommen. Wie diese Bewegung in Anschlag gebracht wird, soll der Leser bald erfahren.

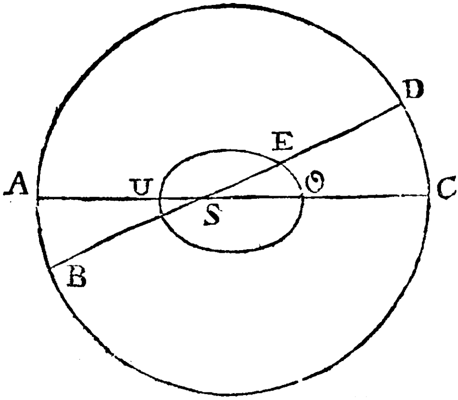
§. 18.

§. 18.

Aufgabe.

Aus dem wahren Vorlaufe (Anomalie) den mittleren finden.

Vorbereitung.



Es sei S die Sonne, OEU die Erdbahn, CDAB der Sonnenkreis (Ekliptik), die Absidenlinie oder die Hauptachse der Erdbahn sei jetzt in UO oder deren Verlängerung in AC, so daß ein in der Sonne befindliches Auge den Punkt O der Sonnenferne jetzt in C, oder ein im Punkte O befindliches Auge die Sonne in A sehen würde. Es sei die Erde in E, so daß sie die Sonne in B siehet, von ihr aber in D gesehen wird.

Da die scheinbaren Orte A und B gegeben sind, so ist auch der Winkel ASB gegeben; dieser hat so viel Grade als der Bogen AB, weil, wegen der unermeßlichen Größe des Himmels, sowohl S als jeder andere Punkt im Raume der Ellipse OEU als Mittelpunkt der Ekliptik angesehen werden kann.

Dem Winkel ASB ist sein Scheitelwinkel DSC oder ESO gleich.

Mittelst des bekannten Winkels ESO berechne man den elliptischen Ausschnitt ESOE (§. 16.). Dieses sezet voraus, daß man die Hauptaxe und die Ekzentrizität kennet. Allein zum jezigen Zwecke ist es hinlänglich das Verhältniß dieser beiden Größen zu wissen. Man nehme also die halbe Hauptaxe = 1 an; und folglich die Ekzentrizität = 0,01681, oder überhaupt so groß als sie aus den zuverläßigsten Beobachtungen und Berechnungen zu entspringen scheinet.

Man gedenke sich einen halben Kreis über der Axe UO, so ist dessen Halbmesser = 1, der halbe Umkreis = π, der Flächen-Inhalt also = $\frac{1}{2}\pi$ Nun verhält sich dieser halbe Kreis zur halben Ellipse, wie die halbe große Axe zur halben kleinen, also wie 1 zu $\sqrt{(1 - e^2)}$, wo e die Ekzentrizität ist (Siehe oben §. 16.). Es sei der halbe Kreis = K, die halbe Ellipse = OEUO, so ist demnach

$$K : OEUO :: 1 : \sqrt{(1 - e^2)}$$
$$\text{also } OEUO = K \sqrt{(1 - e^2)}$$
$$OEUO = \tfrac{1}{2}\pi \sqrt{(1 - e^2)}$$

Nun verhalten sich bei der Erde und den Planeten die vom Vektor beschriebenen Ausschnitte wie die Zeiten. Es sei Z das halbe anomalistische Jahr (§. 14.), und z die seit der lezten Sonnenferne verflossene Zeit, so ist

$$OEUO : OESO :: Z : z$$

Nun nehme man die eingebildete Erde oder den eingebildeten Planeten zur Hülfe. Da dieser einförmig läuft, so verhalten sich seine Vorläufe (Anomalien) allemal wie die zustimmenden Zeiten, und in der Zeit Z oder der halben Umlaufszeit durchläuft er die Hälfte von 360 Graden, oder 180^{g}: ferner seien g die

Grade

Grade die er in der Zeit z durchlaufen haben würde, so ist

$$Z : z :: 180^g : g$$

$$\text{also } OEUO : OESO :: 180^g : g$$

$$\text{oder } \tfrac{1}{2}\pi \sqrt{(1 - e^2)} : OESO :: 180^g : g$$

$$\text{oder } \pi\sqrt{(1 - e^2)} : OESO :: 360^g : g$$

$$\text{oder } g = \frac{360^g}{\pi\sqrt{(1 - e^2)}} OESO.$$

Auflösung.

I. Aus dem gegebenen wahren Vorlaufe (Anomalie) berechne man (§. 16.) das Stück der Ellipse, welches durch den Vorlaufswinkel bestimmet wird, wobei die halbe Hauptaxe = 1, und die Exzentrizität als ein Bruch derselben angenommen wird.

II. Man berechne ein für allemal den Bruch $\frac{360^g}{\pi\sqrt{(1 - a^2)}}$ wo e die Exzentrizität, und π = 3,14159 ꝛc. ist, und multiplizire jedesmal das berechnete Ellipsenstück damit, so bekommt man die mittleren Vorlauf (Anomalie) in Graden und Brüchen eines Grades. Will man sie in solchen Graden haben, deren 100 auf den Viertelkreis gehen, so setzet man 400 statt 360 in die Formel.

III. In der Auflösung wurde angenommen, daß der wahre Vorlauf (Anomalie) weniger als zwei rechte Winkel beträgt; ist er größer als zwei rechte, so ziehe man ihn von zwei rechten ab, mit dem übrig gebliebenen Winkel verfahre man als wenn er der gegebene wäre, so bekommt man den Weg, den der eingebildete Planet noch bis zur nächsten Sonnenferne zu durchlaufen hat; ziehet man diesen von vier rechten Winkeln ab, so hat man den verlangten mittleren Vorlauf (Anomalie).

Anmer-

Anmerkung I. Man hat ausser dem wahren und mittleren Vorlaufe noch den exzentrischen Vorlauf (anomalia eccentrica). Dieser ist nichts anders als der bei der Rechnung vorkommende Winkel FCD (§. 16.) und der aus C beschriebene Kreis UFGO heißt der exzentrische Kreis (circulus eccentricus). Diese Ausdrücke haben nach geschehener Rechnung weiter keinen Gebrauch, und können auch ganz entbehret werden.

Anmerkung II. Der Unterschied zwischen dem wahren und dem mittleren Vorlaufe (Anomalie) wird **Abgleichung der Bahn**, oder **des Mittelpunktes**, oder **Prosthaphäresis** genannt, eben so wie den Unterschied der wahren und mittleren Zeit in so fern er von der Abgleichung der Bahn abhängt (H. VIII. §. 7.). Der Name Abgleichung des Mittelpunktes (aequatio centri) ist in so fern schicklich, da beide Winkel, nämlich des wahren und des mittleren Vorlaufes, nebst ihrem Unterschiede sich an der Sonne befinden, die als Mittelpunkt nicht der Erdbahn, sondern der anziehenden Kraft betrachtet wird.

§. 19.

Aufgabe.

Es soll die Abgleichung des Mittelpunktes gefunden werden.

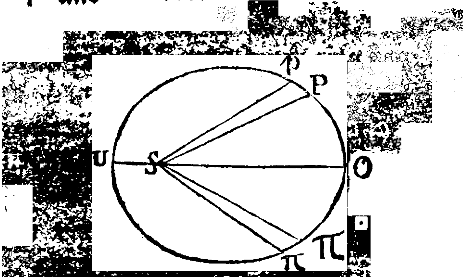
Vorbereitung.

Hierzu ist es am dienlichsten ein für allemal eine Tafel zu verfertigen, weil die Rechnung bei jeder einzelnen Gelegenheit zu mühsam wäre.

Man nehme demnach den wahren Vorlauf (Anomalie) nach und nach zu 1 Minute, 2 Minuten, 3 Minuten

nuten an, und so fahre man fort bis 180^g. Man suche jedesmal den zustimmenden mittleren Vorlauf (§. 18.). Wann dieses geschehen ist, so nehme man den mittleren Vorlauf ebenfalls von Minute zu Minute, und suche mit Hülfe der schon fertigen Tafel durch Einschaltungen jedesmal den zustimmenden wahren Vorlauf. Man suche den Unterschied zwischen jedem mittleren und den zustimmenden wahren Vorlauf, so hat man von Minute zu Minute des mittleren Vorlaufs die Abgleichung des Mittelpunktes. Für einzelne Sekunden kann man ohne alle Gefahr Proporzionaltheile gebrauchen.

Die Rechnung wird nur bis 180^g fortgesetzet. Denn über 180^g kommen dieselbigen Abgleichungen wieder in umgekehrter Ordnung und mit veränderten Zeichen + und — vor.



Denn es sei OSp der mittlere Vorlauf, und OSP der zustimmende wahre, so ist PSp die Abgleichung für den Winkel OSp. Man mache $\angle$ USΠ = $\angle$ USP, und $\angle$ USπ = $\angle$ USp. So wie die Vektoren von SP bis SU abnehmen, so nehmen sie von US bis SΠ zu und folglich nehmen die Geschwindigkeiten von US bis SΠ so ab, wie sie von SP bis US zugenommen haben. Folglich wird der Winkel USΠ in eben so viel Zeit beschrieben als der gleiche Winkel USP; diese Zeit entspricht, nach dem mittleren Vorlaufe gerechrechnet dem Winkel pSU, also auch seinem Gleichen USπ. Wenn also der wirkliche Planet in п angekommen ist, so ist der eingebildete einförmiggehende (§. 17. in π, und die Abgleichung ist пSπ = PSp.

Wenn wir also den Winkel USπ oder USp mit x bezeichnen, so ist die Abgleichung für 180^g + x eben so groß als für 180^g — x Oder wenn wir den Winkel OSp mit z bezeichnen, so hat der eingebildete Planet bei π, 360^g — z zurück geleget, und die Abgleichung für z ist eben so groß als für 360^g — z.

Jedoch, da man immer in der Richtung OPUHO, nicht umgekehrt zählet, so gehet п vor π falls p vor P gehet, das heißt die Abgleichung PSp oder пSπ muß in der einen Hälfte der Ellipse addiret werden, wenn sie in der anderen subtrahiret wird.

Auflösung.

Man muß also eine fertige Tabelle für die Abgleichungen haben; oder sich selbst eine nach der in den Vorbereit ng angegebenen Methode verfertigen. Dann sucht man bloß den mittleren Vorlauf und findet die Abgleichung dabei.

Zusatz. Für die ersten 180 Grade ist die Abgleichung immer negativ, das heißt, sie muß von dem mittleren Vorlaufe abgenommen werden, wenn der wahre heraus kommen soll. Von 180^g bis 360 ist sie positiv, das heißt, sie muß zum mittleren Vorlaufe hinzugethan werden, damit der wahre heraus komme. Denn da die Winkelgeschwindigkeiten im umgekehrten Verhältnisse der Vektoren stehen, so nimmt die Geschwindigkeit des wirklichen Planeten von O bis P und von dort bis U beständig zu. Am Ende seiner halben Umlaufszeit ist er in U. Der eingebildete einförmig gehende Planet ist alsdann ebenfalls in U. Wir haben also den Fall, wo zwei Körper den nämlichen Weg in

glei=

gleicher Zeit machen; der eine gehet einförmig, der andere gehet anfänglich langsamer als der erstere, vermehret aber seine Geschwindigkeit bei wenigem, so daß sie zugleich ans Ziel kommen. Bei solchen Umständen bleibet der erste bis zum letzten Augenblick vor. Denn wäre der andere schon vorgekommen, so müßte er wieder langsamer gehen, damit der erste ihn wieder einholte; dieses kann aber hier nicht statt finden, da die Geschwindigkeit in eins fort beschleuniget wird. Bleibet nun der wirkliche Planet in der ersten Hälfte der Bahn dem eingebildeten immer nach, so ist in der Vorbereitung gezeiget worden, daß er in der zweiten Hälfte immer vorgehen muß, welches sich auch auf eine ähnliche Art wie für die erste Hälfte erklären läßt.

Anmerkung. Man verwechsele hier den Vorlauf oder den zurückgelegten Winkelweg nicht mit der an jeder Stelle der Bahn statt findenden Winkelgeschwindigkeit. Diese muß freilich, da sie in der Sonnenferne kleiner war als die mittlere, noch in der ersten Hälfte der Bahn erst der mittleren gleich, und dann größer als sie werden; sonst könnte der wahre Planet den eingebildeten nicht einholen. Diese größere Geschwindigkeit dienet aber nur die vorige Verspätung zu ersetzen, hindert aber nicht, daß der wahre Planet immer noch dem mittleren nachbleibet, obgleich er sich ihm nähert, bis daß er ihn in der Sonnennähe gänzlich eingeholet hat. Von der Sonnennähe bis wieder zur Sonnenferne gehet der wahre Planet erst geschwinder als der eingebildete, nachher mit gleicher Geschwindigkeit wie er, zuletzt mit geringerer Geschwindigkeit, damit der andere ihn in der Sonnenferne einholen könne. Er bleibet aber dennoch immer vor; denn bliebe er nach, so müßte er seinen verspäteten Lauf wieder beschleunigen, damit er zu rechter Zeit in die Sonnen-

ferne

ferne einträfe; dieses kann aber nicht sein, weil die Bewegung während der ganzen Zeit von der Sonnennähe bis zur Sonnenferne immer langsamer gehet, da die Vektoren immer zunehmen (§. 4.).

Zusatz II. Die Abgleichung ist am größten, da wo die mittlere Winkelgeschwindigkeit der wahren gleich ist. Wir haben eben gesehen, daß in der ersten Hälfte der Bahn der eingebildete einförmige Planet immer den wahren vorgehet, obgleich sie zusammen die halbe Bahn anfangen und vollenden; und daß die Winkelgeschwindigkeit des wahren Planeten anfänglich kleiner ist als die des eingebildeten dann gleich wird, und zuletzt größer. So lange sie kleiner ist, nimmt der Vorsprung des eingebildeten Planeten zu, wann sie größer wird nimmt der Vorsprung ab, wenn sie also gleich ist, ist der Vorsprung am größten, und dieser Vorsprung ist weiter nichts als die Abgleichung der Bahn oder des Mittelpunktes.

Da nun die mittlere und die wahre Geschwindigkeit im Punkte D (§. 6. Anmerk. II.) gleich sind, wo die elliptische Bahn von einem Kreise geschnitten wird, dessen Halbmesser zwischen der halben großen und der halben kleinen Axe die mittlere Proporzionallinie ist, so kömmt es nur darauf an, den Winkel DSO zu finden, um dadurch den Punkt D zu bestimmen. Es ist (§. 16.)

$$v = \frac{b^2}{a - e \operatorname{Cos} \varphi}$$

wo v der Vektor ist, b die halbe kleine, a die halbe große Axe und e die Ekzentrizität. Setzet man $v = \sqrt{ab}$, gleich der mittleren Proporzionallinie zwischen a und b, so hat man

$$\sqrt{ab} = \frac{b^2}{a - e \operatorname{Cos.} \varphi}$$

oder

$$\text{oder } \sqrt{a} = \frac{b\sqrt{b}}{a - e\,\mathrm{Cos.}\,\varphi}$$

und hieraus erhält man

$$\mathrm{Cos.}\,\varphi = \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{e\sqrt{a}}$$

$$\text{oder } \mathrm{Cos.}\,\varphi = \frac{a}{e} - \frac{b}{e}\sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$\text{und } \varphi = \text{arc Cos.}\left(\frac{a}{e} - \frac{b}{c}\sqrt{\frac{b}{a}}\right)$$

als den wahren Vorlauf (wahre Anomalie) bei welchem die größte Abgleichung statt findet.

§. 20.

Aufgabe.

Aus dem gegebenen mittleren Vorlaufe den wahren finden.

Es kann hierzu die Formel des §. 16. (Seite 134) gebrauchet werden. Man berechnet nämlich den ganzen Flächen-Inhalt der Ellipse, und saget: wie sich 360^g zum mittleren Vorlaufe verhalten, so verhält sich der ganze Inhalt der Ellipse zum Ausschnitte der am angeführten Orte S genannt worden. Man gebe nun in der Formel

$$S = \tfrac{1}{2}\,ab \text{ arc sin } \frac{b \sin \varphi}{a - e\,\mathrm{Cos.}\,\varphi} + \tfrac{1}{2}\,eb\,\frac{b \sin \varphi}{a - e\,\mathrm{Cos.}\,\varphi}$$

dem Winkel φ verschiedene Werthe, bis daß man einen findet, welcher der Gleichung Genüge leistet.

Indessen, wenn man schon Abweichungs-Tafeln hat, so kann man auch auf folgende Art verfahren.

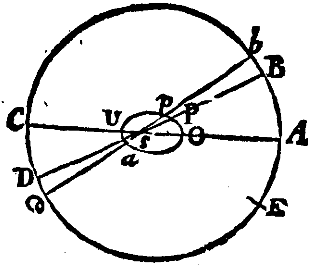
Vom mittleren Vorlauf subtrahire man die zustimmende Abgleichung (§. 19.) oder man addire sie, je nachdem der mittlere Vorlauf weniger oder mehr als zwei rechte Winkel beträgt. Die Differenz oder die Summe ist der wahre Vorlauf; welches aus dem Entstehen der Abgleichung hinlänglich erhellet.

Zusatz. Die umgekehrte Aufgabe aus dem wahren Vorlaufe den mittleren finden ist zwar schon oben (§. 18.) aufgelöset worden; indessen wird die Auflösung durch die Abgleichungs-Tabellen erleichtert. Hat man Tabellen, wo jedem wahren Vorlaufe die Abgleichung beigefüget ist, so findet keine Schwierigkeit statt; hat man nur welche, wo zu jedem mittleren Vorlaufe die Abgleichung stehet, so suchet man zu einigen mittleren Vorläufen die wahren, in der Gegend der Tafel wo sich ohngefähr das Verlangte finden muß, und dann suchet man durch Einschalten wiederum aus den gefundenen wahren Vorläufen den verlangten mittleren.

§. 21.

Aufgabe.

Aus dem gegebenen wahren Orte der Sonne soll der mittlere Ort gefunden werden.



Es

Es sei OPU die elliptische Erdbahn, S die Sonne, ABCDA die Ekliptik oder der scheinbare Sonnenkreis, E ihr Anfangspunkt oder der Frühlingspunkt. Die Erde sei in P, so ist der Ort der Sonne in D, und ihre Standlänge beträgt in Graden so viel als der Bogen EABCD. Man berechne für die Zeit der Beobachtung den Ort A der Sonnenferne (§. 14. Zus. I.), so hat man in Graden den Bogen EABC, weil die Sonne, in ihrer Erdferne von der Erde aus, in C gesehen wird. Man subtrahire den Ort der Erdferne vom Orte der Sonne, so bekömmt man in Graden den Bogen CD oder den Winkel CSD oder den Winkel BSA des wahren Vorlaufe (Anomalie) BSA der Erde. Hieraus wird der mittlere Vorlauf OSp der Erde berechnet (§. 18. und §. 20. Zus.) dem der mittlere Vorlauf der Sonne CSd gleich ist. Wenn also die Sonne in D zu sehen ist, so müßte sie in d sein, wenn sie seit ihrer letzten Erdferne oder seit dem Punkte C einförmig gegangen wäre.

Wenn sich der Ort der Erdferne vom jetzigen Orte der Sonne nicht subtrahiren läßt, so muß dieser erstlich um vier rechte Winkel vergrößert werden. Gesetzt z. E. Es wäre die Erde in a, und die Sonne schiene in b zu sein, so wäre ihr Ort ausgedrücket durch die Grade des Bogens EAb. Der Ort der Sonnenferne wäre in Graden = EBC. Wenn man von EBC den Bogen EAb abziehet, so bleibet Cb, und wenn man Cb vom ganzen Kreise abziehet, so bleibet CDEAb, welches der scheinbare Weg ist, den die Sonne seit ihrer letzten Erdferne zurück geleget hat. Dieser Weg beträgt also $360^g - (EBC - EAb) = 360^g + EAb - EBC$. Während daß die Sonne in C schien, war die Erde in O, und wann die Sonne in b zu sein scheinet, so ist die Erde in a. Also hat die Erde den Weg OPUa durchgelaufen, und folglich in Graden den

Weg ABCD, welcher dem scheinbaren Sonnenwege CDEAb gleich ist. Aus diesem wahren Vorlaufe OPUa muß nun wie vorher der mittlere berechnet werden. Indessen in diesem Falle, wo der wahre Vorlauf größer ist als 180^g, ist es am bequemsten ihn nur von 360^g abzuziehen; alsdann bleibet der wahre Vorlauf ASd, zu welchem der mittlere ASD gesuchet wird, und diesen subtrahiret man wiederum von 360^g, um den mittleren Vorlauf ABCD zu finden.

Wenn in jedem Falle aus dem wahren Vorlaufe der mittlere gefunden ist, so wird zum mittleren Vorlaufe der Ort der Erdferne addiret, wenn man den mittleren Ort der Sonne erhalten will; und wenn es angehet, werden 360^g abgezogen.

§. 22.

In der Sternkunde pfleget man in der unermeßlichen Reihe von Jahren und Jahrhunderten gewisse **Epochen** oder **Zeitpunkte** festzusetzen, für welche man den mittleren Ort der Sonne und den Ort der oberen Apside berechnet und in Tafeln bringet, damit man im Stande sei ohne viel Weitläuftigkeit die gedachten Oerter für jeden andern Augenblick zu berechnen. Die gewöhnlichsten Epochen sind der Anfang jedes hunderten Jahres, sowohl vor als nach Christi Geburt, und für neuere Zeiten auch wohl der Anfang jedes einzelnen Jahres. Der eigentliche in den Tafeln gebräuchliche Zeitpunkt, ist für gemeine Jahre der letzte Mittag des vorhergehenden Jahres. Daraus entspringet der Vortheil, daß die Anzahl der seit diesem Zeitpunkte verflossenen Tage, mit der im gemeinen Leben gebräuchlichen Tageszahl übereinstimmet. Zum Beispiel, am Mittage des 19ten Januars sind in der That 19 Tage seit den 31ten Dezember verflossen. Am 15ten Februar sind 31 + 15 Tage verflossen, u. s. w.

u. s. w. Für Schaltjahre pfleget man immer vom ersten Januar an zu rechnen, damit die Monatstage, welche für Januar und Februar von der Regel abweichen, für die übrigen 10 Monate wieder einstimmend werden mögen.

Der Ort der oberen Apside wird so für jede Epoche berechnet, wie schon oben angezeiget worden (§. 14. Zus. I.). Der Ort der Sonne aber mittelst der folgenden Aufgabe.

§. 23.

Aufgabe.

Es soll der mittlere Ort der Sonne und der oberen Apside für beliebige Epochen bestimmet werden.

Man beobachte so genau als möglich eine mittägliche Sonnenhöhe, und nehme den Unterschied zwischen ihr und der Höhe des Gleichers, so hat man die Abweichung der Sonne. Hieraus berechne man ihre Standlänge (H. XIII. §. 4.), so hat man ihren wahren Ort.

Vermöge des wahren Ortes und des bekannten Ortes der oberen Apside, berechne man den mittleren Ort der Sonne (§. 21.).

Da man nun die wahre Standlänge der Sonne hat, so berechne man aus derselben und der Schiefe der Ekliptik die gerade Aufsteigung (H. XIII. §. 7.). Diese giebt den Punkt des Gleichers an, der mit der Sonne durch den Mittagskreis gehet. Der mittlere Ort der Sonne hingegen giebt auf dieselbige Art den Punkt des Gleichers an, in welchem sich die Sonne befinden würde, wenn sie sich einförmig nicht in der Ekliptik, sondern im Gleicher oder in einem mit dem Gleicher parallelen Kreise bewegete. Der Unterschied

 also

also zwischen der wahren geraden Aufsteigung der Sonne am Mittage der Beobachtung und dem mittleren Orte der Sonne, darf nur in Sonnenzeit verwandelt werden (H. VIII. §. 10.), um für diesen Mittag den Unterschied zwischen der wahren und der mittleren Zeit zu erfahren (H. VIII. §. 8.). Und zwar wird dieser Unterschied von der wahren Zeit abgezogen oder zu ihr addiret, um die mittlere zu bekommen, je nachdem der mittlere Ort der Sonne größer oder kleiner ist als die gerade Aufsteigung derselben. Auf diese Art läßt sich also finden, was es an der mittleren Zeit war, da die Sonne am Tage der Beobachtung durch den Mittagskreis gieng.

Jetzt hat man also einen gewissen mittleren Ort der Sonne für eine gewisse mittlere Zeit.

Wenn man nun zu dieser mittleren Zeit eine jede andere beliebige mittlere Zeit addiret oder sie davon subtrahiret, und wenn man die zustimmende mittlere Bewegung (§. 11. Zus.) zum gefundenen mittleren Orte der Sonne ebenfalls addiret, oder ihn davon subtrahiret, so kann man für die nach belieben angenommene mittlere Zeit, den dazu gehörigen mittleren Ort der Sonne leicht berechnen.

Also siehet man ein, daß es, falls nur die einzige zum Grunde liegende Beobachtung ihre völlige Richtigkeit hat, nicht schwer ist, für den letzten Dezember oder ersten Januar jedes Jahres, oder auch nur für das letzte Jahr jedes Jahrhunderts den mittleren Ort der Sonne zu bestimmen.

Mit dem Orte der Sonnenferne verfährt man wie schon oben (§. 14. Zus.) gezeiget worden. Wegen der sehr langsamen Bewegung wird der Unterschied zwischen wahrer und mittlerer Zeit hier ganz unbedeutend, und kann aus der Acht gelassen werden.

§. 23.

§. 24.

Aufgabe.

Für jede gegebene Zeit den wahren Ort der Sonne finden.

Man suche in der Epochen-Tafel (§. 23.) die vor dem gegebenen Zeitpunkte nächst vorhergehende Epoche, nebst dem dazu gehörigen mittleren Orte der Sonne, und dem Orte der Sonnenferne.

Man addire zu beiden so viel Grade und Gradtheile als die seit der Epoche verflossene Zeit erfordert (§. 11. Zus. §. 14. Zus.). Sollten etwa mehr als XII Zeichen oder 360 Grad heraus kommen, so behalte man bloß was über 360^g ist.

Vom gefundenen mittleren Orte der Sonne (den man nöthigen falls um XII Zeichen oder 360^g vergrößert) subtrahire man den Ort der Sonnenferne; so bleibet der mittlere Vorlauf (Anomalie).

Durch diesen erforsche man den wahren Vorlauf (Anomalie) indem man die Abgleichung der Bahn entweder abziehet oder hinzuthut, je nachdem der mittlere Ablauf weniger oder mehr als zwei rechte Winkel beträgt (§. 20.).

Zum gefundenen wahren Vorlauf (Anomalie) addire man den Ort der Sonnenferne, und verminderе wenn es angehet, die Summe um XII Zeichen oder 360^g, so hat man den wahren Ort der Sonne für die gegebene Zeit, wenn diese eine mittlere Zeit ist.

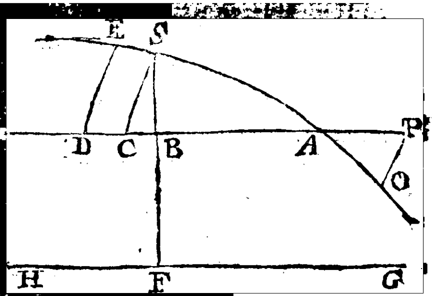
Ist die gegebene Zeit eine wahre Zeit, so muß man erstlich die Rechnung anstellen als wenn es eine mittlere wäre. Dann erhält man für diese mittlere Zeit sowohl den mittleren als auch den wahren Ort der Sonne. Durch den wahren Ort und der Schiefe der Ekliptik berechne man die gerade Aufsteigung (H. XIII. §. 7.), man nehme den Unterschied zwischen derselben und dem mittleren Orte, diesen Unterschied verwandele man in Zeit; so findet man wie lange die Sonne noch zu laufen hat, bevor die wahre Zeit eintritt, die der angenommenen mittleren gleich ist, oder wie lange sie schon seit dem gelaufen ist. Da nun dieser Zeitraum immer sehr klein ist, so kann in demselben kein merklicher Unterschied zwischen der wahren und mittleren Geschwindigkeit der Sonne statt finden. Man addire demnach zum gefundenen Orte der Sonne, oder man subtrahire davon so viel Gradtheile der mittleren Bewegung als der Zeitunterschied erfordert. Es wird addiret oder subtrahiret, je nachdem der mittlere Ort der Sonne weniger oder mehr beträgt als ihre gerade Aufsteigung.

Uebrigens verstehet es sich, daß die Tafeln und die Rechnung immer auf einen und denselben Mittagskreis eingerichtet sind, weil theils die Epochen, theils auch die gegebene Zeitpunkte an einem gewissen Meridian gebunden sind, und für keinen andern gelten. Also muß man z. B. nicht Pariser Tafeln ungeändert gebrauchen, wenn man den Ort der Sonne für eine gewisse Berliner Stunde erfahren will. In diesem Falle muß die Berliner Stunde erst in die Pariser Stunde verwandelt werden, indem man 1 Stunde auf 15 Grad Unterschied in der geographischen Länge rechnet (H. IV. §. 19.).

§. 25.

Nur jetzt erst, da gelehret worden wie für jeden gegebenen Zeitpunkt der Ort der Sonne gefunden wird, kann die Abgleichung (acquation) der Zeit oder der Uhren (H. VIII. §. 8.) auf eine vollständigere Art erörtert werden.

Es



Es sei HG der Horizont, AD ein Theil des Gleichers, OE ein Theil des Sonnenkreises (Ekliptik), A der Frühlingspunkt, SF ein Theil des Mittagskreises für den Ort wo man sich befindet. Gesetzt die Sonne habe ihre letzte Erdferne gehabt in O.

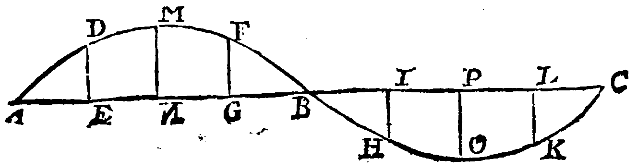
Nimm den Bogen AP = AO. Stelle dir nebst der wahren Sonne eine andere einförmiggehende vor, und daß die eine aus O, die andere aus P ausgehe, so daß die letztere ihre Ekliptik im Gleicher selbst habe. Die wahre sei bis S, gekommen und habe also den Bogen OS durchlaufen. Gesetzt die eingebildete sei geschwinder gegangen, und habe den Bogen PD beschrieben, nimm OE = PD, nimm auch AC = AS, so ist ES oder DC der Unterschied zwischen PD und OS. Die wirkliche Sonne ist in S also im Mittagskreise SF, und ihre gerade Aufsteigung ist AB. Die eingebildete Sonne hat noch den Bogen DB zu durchlaufen, ehe sie den Mittagskreis erreichet; also giebt DB, in Sonnenzeit verwandelt, die Abgleichung der Zeit, oder den Unterschied der wahren und der mittleren Zeit. Es bestehet aber DB aus DC und CB. DC ist = PD — PC = OE — PC = (OA + AE) — (PA + AC) und weil (AP = AO) = AE — AC = AE — AS = der mittleren Standlänge der Sonne (wenn wie gewöhnlich der Anfang ihrer Bewegung vom Frühlingspunkte gerechnet) wird weniger ihrer wahren Standlänge. Das andere Stück BC ist = AC — AB = AS — AB = der wahren Standlänge der Sonne, weniger ihrer geraden Aufsteigung. Beide Bögen DC und CB müssen in Zeit verwandelt werden, wenn sie zur Abgleichung der Zeit dienen sollen.

Das Stück CD oder ES ist weiter nichts als die Abgleichung der Bahn, welche hier in Zeit verwandelt werden muß (§. 19.). Das Stück BC ist was man die Redukzion der Ekliptik auf den Aequator nennet. Sie wird leicht durch diese Formel gefunden (Einleitung, Seite LI.)

$$1 : \text{Cos. } SAB : \text{tang } AS : \text{tang } AB,$$

wo $\angle$ SAB die Schiefe der Ekliptik, AS die wahre Standlänge der Sonne ist. Wenn nun AB von AS abgezogen wird, so hat man BC, und es bleibt nur übrig diesen Bogen in Zeit zu verwandeln. Der erste Theil der Zeitgleichung muß für die 180 ersten Grade des Vorlaufs (Anomalie) von der mittleren Zeit abgenommen werden, um sie in wahre zu verwandeln, in den 180 letzten Graden aber wird er zugesetzet. Da jetzt die Sonnenferne ohngefähr in 3 Zeichen $9\frac{1}{2}$ Grad ist, so ist demnach der erste Theil der Zeitgleichung negativ von 3 Zeichen $9\frac{1}{2}$ Grad, bis 9 Zeichen $9\frac{1}{2}$ Grad, das heißt ohngefähr vom Ende Juni bis Ende Dezembers. Von da an bis wieder zu Ende des Junius ist sie positiv. Der andere Theil der Zeitgleichung, nämlich der Unterschied zwischen der Standlänge und der geraden Aufsteigung der Sonne ist für die drei ersten Zeichen der Ekliptik negativ, das heißt, die Standlänge ist hier größer als die gerade Aufsteigung, für die drei folgenden Zeichen ist sie positiv, für die drei folgenden wiederum negativ, und für die drei letzten wiederum positiv. Denn es sei

AC



AC der Gleicher, ADBKC die Ekliptik, DE, MN, FG, HI, PO, KL einige Stücke von Mittagskreisen, worunter MN und PO zu den Koluren der Sonnenwenden gehören. So ist erstlich AD größer als AE, denn es ist

1 : Cos. DAE : : tang AD : tang AE.

Da nun Cos. DAE allemal kleiner ist als 1, so ist auch tang AE kleiner als tang AD, folglich AE kleiner als AD. Wenn aber AD bis zu AM (= 90°) gewachsen ist, so ist tang AM unendlich, folglich wird auch tang AN unendlich oder AN = 90°. Wenn man von A bis F gekommen ist, so ist BG kleiner als BF, aus derselbigen Ursache warum AE kleiner war als AD. Nun sind AMB und ANB gleich, nämlich jeder = 180°. Wenn von diesen gleichen Größen die ungleichen BG und BF abgenommen werden, so bleibet am meisten, wo am wenigsten abgenommen ist, nämlich es ist AG größer als AF. Bei H ist wiederum BI kleiner als BH, folglich AI kleiner als AMBH. Bei O ist BP = BO, folglich AP = AMBO. Bei K ist LC kleiner als KC, folglich BL größer als BK, folglich AL größer als ADMBK.

Hieraus erhellet, daß der andere Theil der Zeitgleichung vom 19ten Merz bis zum 21ten Junius negativ ist, von dort bis zum 22ten September positiv, dann bis zum 20ten Dezember negativ, endlich bis zum 19ten März wiederum positiv. Wenn wir demnach die beide Theile der Zeitgleichung gegen einander halten, so entstehet ohngefähr folgendes Schema:

Ja-

	erster Theil der Zeitgleichung	zweiter Theil der Zeitgleichung
Januar	positiv	positiv
Februar	—	—
März	—	—
April	—	negativ
Mai	—	—
Junius	—	—
Julius	negativ	positiv
August	—	—
September	—	—
October	—	negativ
November	—	—
December	—	—

fände der zweite Theil nur allein statt, so müßte die Zeitgleichung 4 mal im Jahre null werden, nämlich im Umfange jeder Jahreszeit, weil alsdann die gerade Aufsteigung der Sonne ihrer Standlänge gleich ist. Allein der erste Theil der Gleichung verrücket merklich diese vier Zeitpunkte, obgleich sie alle viere wirklich eintreffen, nämlich am 15ten April, statt des 19ten März, am 15ten Junius statt des 19ten, am 31ten August statt des 22ten Septembers, und am 24ten December statt des 20ten. Man sehe H. VIII. §. 8.

Anmerkung I. In den Sammlungen astronomischer Tafeln pfleget man unter andern zwei zu finden, deren Gebrauch zur Verwandelung der mittleren Zeit in wahre und der wahren in mittlere bestimmt ist. Nämlich die eine enthält für jeden mittleren Vorlauf (Anomalie) die Gleichung am Mittelpunkte, oder den in Zeit verwandelten Bogen DC oder ES. (S. 153). Die andere enthält für jede gegebene Standlänge den Bogen CB oder die Redukzion zur Ekliptik.

§. 26.

§. 26.

Aufgabe.

Die mittlere Zeit in wahre, und die wahre in mittlere verwandeln.

Wenn die mittlere Zeit gegeben ist so berechne man den mittleren Ort der Sonne für diese Zeit, mit Hülfe der Epochen-Tafeln (§. 22. u. 23.). Hiervon subtrahire man den Ort der Sonnenferne, welcher durch dieselbige Tafeln erhalten wird, so bekömmt man den mittleren Vorlauf (Anomalie). Zu diesem suchet man in den Tafeln (§. 25. Anmerk. I) den ersten Theil der Zeitgleichung, wobei in den Tafeln angezeiget ist ob er positiv oder negativ ist. Wenn die Tafeln eigentlich zur Verwandelung der wahren Zeit in mittlere eingerichtet sind, so muß man die Zeichen vertauschen, indem man + für = − und − für + setzt.

Ferner, da der Ort der Sonne für die gegebene Zeit gefunden ist, so suche man zu diesem den zweiten Theil der Zeitgleichung, nämlich die Reduktion zur Ekliptik, welche ebenfalls in den Tafeln als positiv oder negativ angegeben wird, wobei man wegen den Zeichen wiederum das nämliche zu beobachten hat

Nun werden zur mittleren Zeit die beiden Theile der Zeitgleichung addiret, oder sie werden von ihr subtrahiret, je nachdem sie positiv oder negativ sind. Dann bekömmt man die wahre Zeit. Ist die wahre Zeit gegeben, so verfährt man ganz wie vorher, nur daß dasjenige was dort addiret wurde hier subtrahiret wird, und umgekehrt. Freilich sollten eigentlich zweierlei Tafeln verfertiget werden, nämlich für die Verwandelung der mittleren Zeit in wahre, und der wahren in mittlere, deren jene den mittleren, und diese den wahren Ort der Sonne zum Grunde hätten; allein die anzubringenden Korrekzionen sind in beiden Fällen fast die nämlichen, und der Unterschied ist so geringe, daß man ihn aus der Acht lassen kann. Man pfleget deswegen keine doppelte Tafeln zu machen.

Anmerkung. Wir wollen nun noch ein paar Aufgaben hersetzen, deren Auflösung wir in der Folge als bekannt voraussetzen werden.

§. 27.

Aufgabe.

Es soll für jeden beliebigen Zeitpunkt die Entfernung der Erde von der Sonne, in Theilen der mittleren Entfernung oder der halben Hauptaxe der irdischen Ellipse gefunden werden.

Für den gegebenen Zeitpunkt berechne man den wahren Ort der Sonne (§ 24.) und den Ort ihrer Erdferne (§. 14. Zus.). Man ziehe diesen letzteren Ort vom ersteren ab, so bleibet der wahre Vorlauf (Anomalie), das heißt, der Winkel den der Vektor der Ellipse jetzt mit der Hauptaxe machet. Daraus berechnet man den Vektor oder die verlangte Entfernung mittelst der Formel

$$v = \frac{a^2 - e^2}{a - e\,\mathrm{Cos.} = \varphi}$$

wo a die halbe Hauptaxe oder die mittlere Entfernung, e die Exzentrizität, und φ der gedachte Winkel ist (§. 16.). Weil der Vektor in Theilen der Hauptaxe verlanget wird, so wird a = 1 angenommen, und dann ist e = 0,01686, wenn man das Mitte zwischen 0,01681 und 0,01692 nimmt (§. 15.).

§. 28.

Aufgabe.

Aus dem gegebenen wahren Orte der Sonne soll für ein gegebenes Jahr der Zeitpunkt gefunden werden, in welchen sie sich an diesem Orte befindet.

Aus dem wahren Orte der Sonne berechne man den mittleren (§. 21.). Man suche in der Epochentafel den mittleren Ort der Sonne für den Anfang des Jahres (§. 22. und 23.). Diesen Ort ziehe man von den vorhergehenden (nöthigenfalls um 360 vergrößerten) ab. Nun sage man vermöge der Regel Detri (§. 11. Zus.) 360^g erfordern 365 Tage 5 Stunden 49 Minuten (nach andern 48 Minuten 48 Sekunden) was erfordert die seit dem Anfange des Jahres verflossene mittlere Bewegung? So findet man die Anzahl von Tagen, Stunden, Minuten, Sekunden, die seit Anfange des Jahres verflossen sind, bis daß die Sonne den berechneten mittleren oder den gegebenen wahren Ort erreichet hat, und zwar in mittlerer Zeit, welche man, wenn man will, in wahre verwandeln kann (§. 25. Anmerk. I.).

Anders.

Wenn der verlangte Zeitpunkt schon ohngefähr bekannt ist, so berechne man den wahren Ort der Sonne für einige Zeitpunkte, die nicht sehr vom wahren entfernet sind, und suche durch Einschalten (H. XVII.) den zum gegebenen wahren Orte gehörigen Zeitpunkt.

XXIV. Hauptstück.

Von den oberen und unteren Planeten.

§. 1.

Daß Merkur und Venus untere Planeten, hingegen Mars, Jupiter, Saturn und Uranus obere genannt werden, ist schon an einem andern Orte H. XX. §. 6. Anmerk. II.) bemerket worden. Sie unterscheiden sich, in Rücksicht unser, von der Erde darin, daß die Bewegungen der oberen und unteren Planeten beobachtet werden können, da hingegen die Bewegungen der Erde, worauf wir uns befinden, sich nur aus den scheinbaren Bewegungen der Sonne folgern lassen.

Anmerkung. Man bezeichnet in astronomischen Schriften und Kalendern die Planeten nebst Sonne und Mond, wie folget:

☉ Sonne	☿ Merkur	♁ Erde	♃ Jupiter
☽ Mond	♀ Venus	♂ Mars	♄ Saturn
			⛢ oder ♅ Uranus

§. 2.

Die Sonne und die Planeten, so wie sie von der Erde beobachtet werden, erscheinen uns in verschiedenen

denen Stellungen gegen einander, und wenn man in Gedanken von ihnen zu unseren Augen gerade Linien ziehet, so machen sie verschiedene Winkel; man rechnet diese Winkel nach den aliquoten Theilen von 360 Graden. Hat der Winkel 0 oder 360 Grad, so sagt man beide Himmelskörper seien in **Konjunkzion** oder **Zusammenkunft**; hat er 180°, so ist es eine **Opposizion** oder ein **Gegenschein**; hat er 120 Grad, so ist es ein **Trigon** oder **gedritter Schein**; hat er 90 Grad, so ist es ein **Quadrat** oder **gevierter Schein**; hat er 60 Grad, so ist es ein **Sextil** oder ein **gesechster Schein** u. s. w. Heut zu Tagen brauchet man in der Sternkunde von allen diesen Lagen oder sogenannten **Adspekten** nichts als die Zusammenkunft und den Gegenschein. Die Zeichen der Aspekten sind folgende:

☌ Zusammenkunft
☍ Gegenschein
△ gedritter Schein
□ gevierter Schein
✶ gesechster Schein

Also wenn man zum Beispiel schreibet ☌♃♄ so heißt dieses Jupiter ist in Zusammenkunft mit Saturn; eben so heißt ☍♂☉ Mars ist in Gegenschein mit der Sonne. Wenn nur ein Himmelskörper neben dem Zeichen des Adspekts stehet, so ist der andere allemal der Mond; zum Exempel ☌♀ heißt: Venus ist mit dem Monde in Zusammenkunft.

§. 3.

Die Grade der Adspekten können auf verschiedene Art gezählet werden:

1) Mittelst eines am Himmel beschriebenen größten Kreises der von einen Himmelskörper zum andern gehet. Dieses ist die erste und natürlichste Art sie zu zählen, wird aber wegen der dabei vorfallenden Rechnungen

und des geringen Nutzens wenig oder gar nicht gebrauchet.

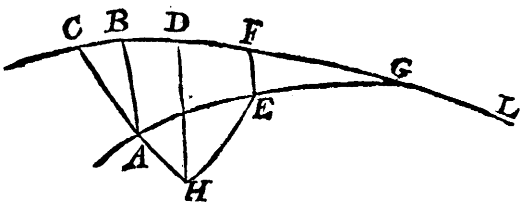
2) Können die Grade der Aspekten nach der geraden Aufsteigung gezählet werden; so daß z. B. ☍♃☉ heißt, daß ♃ 180^g mehr in gerader Aufsteigung hat als die Sonne.

3) Nach der Standlänge oder dem Orte in der Ekliptik; dann heißt ☍♃☉ so viel als, daß der Unterschied der Oerter der Sonne und des Jupiters, der Standlänge nach, 180^g beträgt. Diese leztere Art ist die gewöhnlichste, und wird allemal gemeinet, wenn das Gegentheil nicht gesaget wird.

§. 4.

Aufgabe.

Die Standlänge und Standbreite eines Planeten durch Beobachtung finden, vorausgesezet, daß die Lage der Fixsterne am Himmel genau bekannt sei.



Es sei LC ein Theil der Ekliptik, L der Frühlingspunkt, A und E zwei Sterne; AB, EF ihre Standbreiten, LB, LF ihre Standlängen, H ein Planet, dessen Standbreite HD, und Standlänge LD man zu wissen verlanget.

Mittelst eines Hadleyschen Sextanten, oder eines andern darzu bequemen Instruments beobachte man die Abstände AH und HE des Planeten von beiden Fixsternen

sternen. Man beobachte zugleich den Abstand AE beider Fixsterne von einander oder man berechne denselben, mittelst der als bekannt angenommenen Standlängen und Standbreiten (H. XIV §. 1. Zus. I).

So kennet man im Dreiecke AHE die drei Seiten, und es läßt sich der Winkel A berechnen (Einleitung, Seite LIII.)

Man verlängere AE, HA bis zur Ekliptik.

Die rechtwinkeligen Dreiecke ABG, EFG geben folgende Proporzionen

$$\tan G : 1 :: \tan AB : \sin (BF + FG)$$
$$\tan G : 1 :: \tan EF : \sin FG$$

also

$$\tan AB : \tan EF :: \sin (BF + FG) : \sin FG$$
$$\tan AB : \tan EF :: (\sin BF . \cos FG + \sin FG . \cos BF) : \sin FG$$

oder wenn man die beiden letzten Sätze durch sin FG dividiret

$$\tan AB : \tan EF :: (\sin BF . \cot FG . + \cos BF) : 1$$

daher

$$\tan AB = \tan EF \sin BF \cot FG + \tan EF \cos BF$$
$$\tan AB - \tan EF \cos BF = \tan EF \sin BF \cot FG$$

oder, wenn man alles durch tang EF dividiret

$$\tan AB . \cot EF - \cos BF = \sin BF . \cot FG$$

und, wenn man alles durch Cos BF dividiret,

$$\frac{\tan AB . \cot EF - \cos BF}{\sin BF} = \cot FG$$

Mittelst dieser Formel findet man also FG. Wenn man FB (= LB — LF) hinzuthut, so hat man GB.

Im rechtwinkeligen Dreiecke ABG läßt sich der Winkel GAB berechnen (Einleitung, Seite LI.) indem man nun GB und AB kennet.

Der Winkel BAC gilt 180^g weniger die Winkel EAH und GAB, er kann demnach gefunden werden.

Im rechtwinkeligen Dreiecke ABC sind demnach gegeben AB und ∧BAC. Es lassen sich also AC, BC und ∧C berechnen.

Im rechtwinkeligen Dreiecke HCD ist ∧C schon berechnet, und HC ist = HA + AC. Es lassen sich demnach HD und CD berechnen.

HD ist die verlangte Standbreite. Von CD subtrahire man CB, so bleibet BD. Diese subtrahire man von LB, so bleibet LD, die verlangte Standlänge.

Anmerkung. Bei jedem einzelnen Falle wird man müssen eine Fignr entwerfen, weil die verschiedene Lage der Sterne und des Planeten gegen einander und in Betrachtung der Ekliptik einige Veränderung in der Rechnung nöthig machet.

§. 5.

Aufgabe.

Den Gegenschein oder auch die Zusammenkunft eines Planeten und der Sonne durch Beobachtung zu finden.

Gegen die Zeit da der Gegenschein oder die Zusammenkunft zu vermuthen ist, suche man die Standlänge des Planeten mittelst seiner Vergleichung mit zwei Sternen (§. 4.) oder auch auf eine andere Art (H. XIV. §. 2.). Für die gegebene Zeit wird ebenfalls der Ort oder die Standlänge der Sonne berechnet (H. XXIII. §. 24.). Wenn der Unterschied beider Standlängen gerade 180^{g} beträgt (welches aber äußerst selten eintrifft), so ist der Augenblick der Beobachtung zugleich derjenige des Gegenscheines gewesen. Wo nicht, so wiederholt man das ganze Verfahren mehrmal, und sucht jedesmal den Unterschied der Standlängen der Sonne und des Planeten. Wenn man alsdann gedachte Unterschiede als Funkzionen der Zeitpunkte

punkte der Beobachtungen betrachtet, so läßt sich durch Interpoliren (§. XVII.) derjenige Zeitpunkt bestimmen, wo der Gegenschein statt gefunden.

Die Zusammenkunft wird auf eine ähnliche Art beobachtet. Man beobachtet nämlich mittelst der besten Fernröhre den Planeten kurz vor und nach der Zusammenkunft mit der Sonne, schließet aus den Beobachtungen seine jedesmalige Standlänge, berechnet die Standlänge der Sonne, nimmt den Unterschied beider Standlängen; und wenn man mehrere solche Beobachtungen hat, so suchet man durch Einschaltungen den Zeitpunkt, wo der Unterschied der Standlänge null war.

Anmerkung. Die unteren Planeten haben während ihrer Umlaufszeit um die Sonne zwei Zusammenkünfte mit derselben; denn wir sehen den Planeten einmal hinter der Sonne vorbeigehen, und das andere mal vor derselben; jenes heißt die **obere Zusammenkunft**, dieses die **untere**. Bei der unteren Znsammenkunft kann es sich treffen, daß Merkur und Venus als schwarze Flecke auf der Sonnenscheibe selbst gesehen werden; und dieses wird ein **Durchgang** des Planeten durch die Sonne genannt. Meistens gehen sie nicht durch die Sonne, sondern nur unter oder über derselben vorbei. Uebrigens können die unteren Planeten mit der Sonne nie in Gegenschein stehen, weil sie sich nicht weit von derselben entfernen (§. XXII. §. 7.). Sie haben also bloß eine obere und eine untere Zusammenkunft mit der Sonne, während daß die anderen eine Zusammenkunft und einen Gegenschein haben.

§. 6.

Die Zeit von einer oberen oder unteren Zusammenkunft mit der Sonne bis zur folgenden gleichnamigen oder auch von einen Gegenschein bis zum andern, wird ein synodischer Umlauf des Planeten genannt, von griechischen synodos Zusammenkunft.

§. 7.

Aufgabe.

Die Dauer des synodischen Umlaufs eines Planeten finden.

Man bemerke fleißig, wenn es ein oberer Planet ist, seine Gegenscheine mit der Sonne, wenn es ein unterer ist, seine Zusammenkünfte mit derselben, und berechne den Zeitraum von einem Gegenscheine zum andern, oder von einer Zusammenkunft zur andern gleichnamigen, so ist dieser Zeitraum nichts anders als ein synodischer Umlauf. Bei Planeten, wo dieser Umlauf sehr lange Zeit erfordert, muß man die älteren Beobachtungen mit zur Hülfe nehmen. Sehr gut ist es, wenn man solche Beobachtungen auftreiben kann, zwischen welchen viel synodische Umläufe statt gehabt haben; dann dividiret man den verstrichenen Zeitraum durch die Anzahl der Umläufe, wodurch man die Dauer eines einzigen Umlaufs desto sicherer erhält. In allen Fällen muß man aus vielen Beobachtungen die Resultate ziehen, und alsdann ein Mittel zwischen allen nehmen; denn die synodischen Umläufe eines und desselbigen Planeten sind nicht alle vollkommen gleich; und zwar wegen der veränderlichen Bewegung der Planeten in ihren elliptischen Bahnen, wegen der Neigungen dieser Bahnen gegen die Ekliptik, und aus anderen Gründen, wovon zur gehörigen Zeit die Rede sein wird. Man muß sich also anfänglich mit einer mittleren Umlaufszeit begnügen; wie die Abweichungen davon berechnet werden, lernet man in der Folge.

Nach sehr guten Beobachtungen sind die mittleren synodischen Umlaufszeiten wie folget:

	Tage	Stunden	Minuten	Sekund.	In runden Zahlen Jahr	Monat
Merkur	115	21	3	34	—	4
Venus	583	22	6	52	1	7
Mars	779	22	28	37	2	2
Jupiter	398	19	12	54	1	1
Saturn	378	2	12	38	1	½
Uranus	369	17	0	0	1	⅛

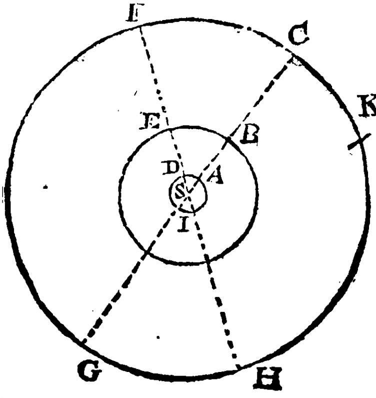
§. 8.

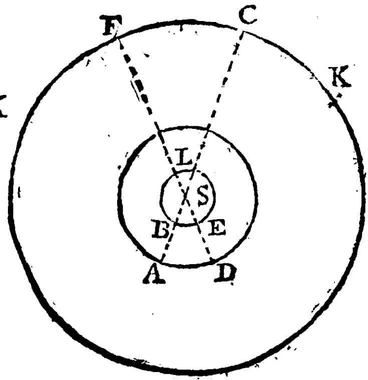
Der tropische Umlauf eines Planeten ist der Zeitraum welchen er gebrauchet, seinen Weg um die Sonne in Betrachtung der Grade der Ekliptik zu vollenden, oder von einem gewissen Grade der Standlänge bis wieder zum nämlichen Grade, aus der Sonne gesehen, zu gelangen. Vergleiche hiermit das tropische Jahr (H. VIII. §. 6. Anmerk.)

§. 9.

Aufgabe.

Den tropischen Umlauf eines Planeten bestimmen.





Es sei in beiden beigefügten Figuren S der Mittelpunkt der Sonne, AD die Erdbahn, BE die Bahn eines Planeten, CF der Sonnenkreis (Ekliptik). Gesetzt in der Fi ur zur linken, die sich auf die oberen Planeten beziehet, befinde sich die Sonne in S, die Erde in A, der Planet in B, alle drei in gerader Linie, so bedecket die Sonne in der himmlischen Sonnenbahn den Punkt G, der Planet den Punkt C, und beide Punkte sind um 180^g von einander entfernet, der Planet ist al o mit der S nne in Gegenschein. Gesetzt nun der Planet gehe von B bis E, während derselbigen Zeit beschreibe die Erde den Weg ADIAD, daß heißt 360^g + AD, und sie befinde sich nun in D, mit S und E in gerader Linie, so ist der scheinbare Ort der Sonne am Himmel in H und derjenige des Planeten in F, 180^g davon, und es ist wiederum Gegenschein. Es sei K der Anfang der Ekliptik, so sind KC und KF in Graden gerechnet, die Standlängen des Planeten in zwei auf einander folgenden Gegenscheinen. Der Unterschied CF ist die Quantität um welche der Planet von einem Gegenscheine an bis zum andern fortgerücket ist. Nun sage man, wie der Bogen CF in Graden gerechnet, sich zu 360^g verhält, so verhält sich die synodische Umlaufszeit, während welcher der Bogen CF beschrieben wird, zur tropischer Umlaufszeit, während welcher der ganze Sonnenkreis durchlaufen wird. Die andere Figur beziehet sich auf die unteren Planeten. Die Erde gehet von A bis D, während daß der Planet den Weg BELBE durchläuft, welcher 360^g + BE beträgt. In B und E wird angenommen, daß der Planet mit der Sonne in der unteren Zusammenkunft ist, und also zugleich mit ihr in C und F gesehen wird. Es sind KC und KF die Standlängen der Sonne oder des Planeten bei den Zusammenkünften. Diese Standlängen der Sonne lassen sich für die Zeitpunkte der Zusammenkünfte

künfte berechnen (H. XXIII. §. 24.). Man nehme ihren Unterschied CF oder BE in Graden, und sage 360^g + CF oder 360^g + BE sind zu 360^g wie die Zeit des synodischen Umlaufes zur Zeit eines tropischen. Mit den oberen Konjunkzionen könnte man ohngefähr eben so verfahren, jedoch sind sie etwas schwerer zu beobachten. Wenn man schon ohngefähr die Zeit eines tropischen Umlaufes weiß, so kann man mit gutem Vortheile sehr entfernte Beobachtungen der Gegenscheine und Zusammenkünfte gebrauchen. Man rechnet nach, wie vielmal in der gegebenen Zeit der Planet seinen tropischen Lauf oder seine 360^g ganz vollendet hat. Die Beobachtungen geben was darüber ist. Nun saget man, so vielmal 360^g, als Umläufe verflossen sind, nebst den überschüssigen Graden, erfordern so viel Zeit als zwischen beiden Beobachtungen verflossen ist, wie viel Zeit erfordern 360 Grade?

Ein paar Beispiele werden die Sache erläutern. Wenn man zwei und zwei aufeinander folgende Zusammenkünfte des Merkurs mit der Sonne gegen einander hält, auf die vorgeschriebene Weise verfährt, und ein Mittel zwischen den Resultaten nimmt, so wird sichs leicht ergeben, daß die tropische Umlaufszeit dieses Planeten ohngefähr 87 Tage 23 Stunden beträgt. Nun weiß man aus sehr genauen Beobachtungen, daß eine Zusammenkunft Merkurs mit der Sonne statt gefunden hat zu Paris 1631 am 7ten November, Morgens um 7 Uhr 50 Minuten, und daß der Ort des Planeten 1 Zeichen 14 Grad 41′ 35″ betrug. Ferner traf dieselbige Erscheinung auch ein 1723 am 9ten November Nachmittags um 5 Uhr 29 Minuten, in einer Standlänge von 1 Zeichen 16 Grad 47′ 20″. Der Zeitraum beträgt 92 Jahre, 0 Monat, 2 Tage, 9 Stunden, 39 Minuten. Unter diesen 92 Jahren sind 22 Schaltjahre, nämlich 1632, 1636, u. s. w.

Die 92 Jahre betragen demnach 92 Jahre zu 365 Tagen + 22 Tage, und der ganze Zeitraum 92 Jahre zu 365 Tagen + 24 Tage 9 Stunden 39 Minuten. Wenn man suchet wie vielmal 87 Tage 23 Stunden darin enthalten sind, so findet man, daß Merkur in diesen Zwischenraume 382 ganze tropische Umläufe vollendet hat; und da er sich am Ende des Zeitraumes in der Ekliptik um 0 Zeichen 2 Grad 5′ 45″ weiter befindet als im Anfange, so hat er in 92 mal 365 Tagen + 24 Tagen 9 Stunden 39 Minuten, 382 mal 360^{g} + 2 Grad 5′ 45″ durchlaufen; hieraus läßt sich mittelst der Regeldetri die Zeit finden in welcher er 360 Grade durchläuft. Man findet 87 Tage 23 Stunden 14 Minuten 21 Sekunden. Andere Beobachtungen geben einige Sekunden mehr. Eine ohngefähre Berechnung der Gegenscheine des Mars mit der Sonne, und die daraus gezogenen Folgerungen lehren, daß dieser Planet nächstens 686 Tage 22 Stunden zu seinem tropischen Umlaufe gebrauchet. Nun sind Gegenscheine des Mars beobachtet worden, im Jahre 130 nach Christi Geburt am 13ten December Abends um 11 Uhr 48 Minuten, nach Pariser Zeit, in 2 Zeichen 21 Grad 22 Minuten 50 Sekunden; und 1709 am 4ten Januar Abends um 5 Uhr 48 Minuten, in 3 Zeichen 14^{g} 18′ 25″. Weil der erste Zeitpunkt nach altem Styl gerechnet ist, so muß auch der zweite darauf zurück geführet werden, und statt des vierten Januars 1709 bekömmt man den 24ten December 1708. Der Unterschied der Zeitpunkte beträgt 1578 Jahre, worunter 395 Schaltjahre sind, + 10 Tage 18 Stunden, in welcher Zeit Mars 830 mal seinen tropischen Umlauf vollendet hat; der Unterschied des Ortes in der Ekliptik beträgt 22^{g} 55′ 35″. Also hat Mars in dem angeführten Zeitraume durchlaufen 830 mal 360^{g} + 22^{g} 55′ 35″; woraus man folgert, daß er 360 Grad durchläuft

in

in 686 Tagen 22 Stunden 16 Minuten. Aus anderen gegebenen Größen erhält man ein etwas anderes Resultat.

Zusatz I. Hier folgen die tropischen Umlaufszeiten erstlich genau nach Lalandes Berechnungen, und dann auch in runden Zahlen, damit man sie desto besser im Gedächtniß behalten könne.

	Tage	Stund.	Minut.	Sek.	In runden Zahlen. Jahr	Monat
Merkur	87	23	14	33	—	3
Venus	224	16	41	28	—	7½
Erde	365	5	48	48	1	
Mars	686	22	18	27	1	11
Jupiter	4330	14	39	2	11	10
Saturn	10746	19	16	16	29	5
Uranus	30347	4	0	0	83	2

Anmerkung. Bei der angeführten Methode wird zwar unrichtiger Weise vorausgesetzet, daß die Planeten sich einförmig in der Ekliptik bewegen; allein wenn die Mittelzahlen zwischen den Resultaten mehrerer Beobachtungen genommen werden, und wenn zwischen den gebrauchten Beobachtungen ein großer Zeitraum verflossen ist, so wird der etwanige Fehler unmerklich.

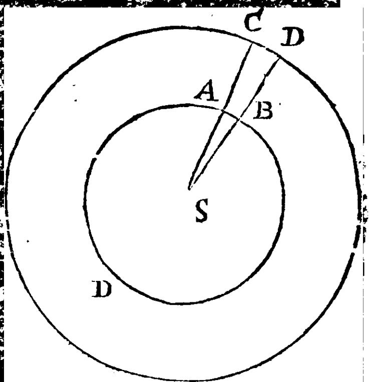
§. 10.

Die sternmäßige (siderische) Umlaufszeit eines Planeten, ist die Zeit, die er gebrauchet um, von der Sonne gesehen, 360° am Himmel zu durchlaufen, so daß er zum Beispiel im Anfange und am Ende dieser Zeit, aus der Sonne gesehen, denselbigen Fixstern bedecke.

§. 11.

Aufgabe.

Die sternmäßige Umlaufszeit eines Planeten finden.



Es ist bekannt, daß der Frühlingspunkt in Betrachtung der Sterne, jährlich um etwa $50\frac{1}{2}$ Sekunden zurück gehet. Gesetzt also ein Planet bewege sich um die Sonne S, und beschreibe die Bahn ADBA. Ist er aus A ausgelaufen und in A zurück gekommen, so ist sein sternmäßiger Umlauf vollendet, indem er aus der Sonne gesehen, denselbigen Punkt C des Himmels wieder bedecket. Während dieser Zeit aber, ist der Frühlingspunkt, und sind alle Grade der Ekliptik um eine gewisse Quantität CD zurück gegangen. Also kehrt der Planet zum nämlichen Grade der Ekliptik zurück, bevor er seinen vollen sternmäßigen Umlauf vollendet hat, und indem er noch in B ist. Also ist das Sternjahr länger als das tropische und zwar um so viel Zeit als der Planet nöthig hat von B bis A oder von D bis C zu gehen.

Um

Um den Bogen DC oder BA in Graden zu finden, sage man: 1 Jahr giebt $50\frac{1}{2}$ Sekunden (Voreilung der Nachgleichen), was giebt die Zeit des tropischen Umlaufs des Planeten.

Die gefundenen Gradtheile subtrahire man von 360, so hat man den Bogen ADB des tropischen Umlaufs.

Nun sage man ferner: der Bogen ADB erfordert so oder so viel Zeit (zum tropischen Umlaufe), was erfordert der Bogen BA, oder auch, was erfordern 360^g. Im ersten Falle erhält man dasjenige, was zur Zeit des tropischen Umlaufes addiret werden muß, wenn man den sternmäßigen haben will; im zweiten erhält man gerades Weges die sternmäßige Umlaufszeit.

Zum Beyspiel, wir haben für die tropische Umlaufszeit des Mars gefunden 686 Tage 22 Stunden 18 Minuten 27 Sekunden. Man soll hieraus die sternmäßige Umlaufszeit finden.

Nun sage man: 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48 Sekunden, als die Dauer eines tropischen Jahres geben $50\frac{1}{2}$ Sekunden, was geben 686 Tage 22 Stunden 18 Minuten 27 Sekunden? Es kommen nächstens 95 Sekunden, oder 1 Minute 35 Sekund. Diese von 360^g abgezogen, lassen übrig $359^g\ 58'\ 25''$. Nun sage man: $359^g\ 58'\ 25''$ geben 686 Tage 22 Stunden 18 Minuten 27 Sekunden, was geben 360^g? so erhält man 686 Tage 23 Stunden 34 Minuten 20 Sekunden zur sternmäßigen Umlaufszeit des Mars.

Hier folget eine Tabelle der sternmäßigen Umlaufszeiten der Planeten, nach Lalande, wo

für

für Mars das Resultat um ohngefähr 4 Minuten von unserem unterschieden ist.

	Tage	Stund.	Minut.	Sekund.
Merkur	87	23	15	44
Venus	224	16	49	11
Erde	365	6	9	12
Mars	686	23	30	37
Jupiter	4332	14	27	11
Saturn	10759	1	51	11
Uranus	30445	18	0	0

Anders. Man kann auch die Dauer eines sternmäßigen Umlaufs unmittelbar aus den Gegenscheinen oder Zusammenkünften berechnen. (Siehe die Figur oben bei §. 9, Seite 167)

Durch Beobachtung der Gegenscheine oder der Zusammenkünfte, findet man in wie viel Zeit die Erde den Bogen ADIAD (in der zweiten Figur bloß AD), und der Planet den BE (in der zweiten Figur BELBE) durchlaufen hat. Da nun die Erde in 365 Tagen 5 Stunden 49 Minuten 360 Grad durchläuft, so läßt sich leicht berechnen, wie viel Grade der Bogen ADIAD (oder AD in der zweiten Figur) hat, den sie von einem Gegenscheine oder einer Zusammenkunft zur andern durchläuft. Hat man die Grade des Bogens ADIAD (oder AD in der andern Figur), so ist in Graden BE = AD = ADIAD — 360^g (in der zweiten Figur BELBE = = 360^g + BE = 360^g + AD).

Nun sage man: der Bogen BE (oder BELBE) in Graden gerechnet, giebt die Zeit eines synodischen Umlaufs, was geben 360^g?

§. 11.

§. 12.

Aufgabe.

Aus der sternmäßigen Umlaufszeit eines Planeten, soll man die tropische und die synodische finden.

Was die tropische Umlaufszeit betrift, so sage man (Figur bei §. 11): 1 Jahr giebt $50\frac{1}{2}$ Sekunden Vorrückung der Nachtgleichen, was giebt die Zeit des sternmäßigen Umlaufs; so findet man die Grade des Bogens BA oder DC. Diese Grade ziehe man von 360 ab, so hat man den Bogen ADB.

Nun sage man ferner: 360^g geben die sternmäßige Umlaufszeit, was giebt der Bogen ADB. Was heraus kommt, ist die tropische Umlaufszeit.

Was die synodische Umlaufzeit anbelanget, so sage man: die ganze sternmäßige Umlaufszeit des Planeten giebt 360^g, was giebt ein Tag? Auf diese Art wird die mittlere Geschwindigkeit des Planeten gefunden.

Eben so sage man: die Dauer des sternmäßigen Jahres giebt 360^g, was giebt ein Tag? so findet man die tägliche Bewegung der Erde, in Betrachtung der Fixsterne. Gesetzt nun die Erde, aus der Sonne gesehen, sei mit einem Planeten in Zusammenkunft, so fangen iezt beide Körper an, sich von einander (immer aus der Sonne gesehen) zu entfernen, und zwar mit einer Geschwindigkeit, die dem Unterschiede beider Geschwindigkeiten gleich ist, bis daß ihr Abstand von einander 360^g beträgt; dann erfolget wiederum eine Zusammenkunft. Man nehme also den Unterschied beider täglichen Geschwindigkeiten, und sage: die Grade des täglichen Unterschiedes geben 1 Tag, was geben 360^g? Was herauskommt ist die Zeit des synodischen Umlaufes; welches leicht einzusehn

sehn ist, wenn man bedenket daß, wenn die Erde, aus der Sonne gesehen, mit einem Planeten in Zusammenkunft ist, alsdann alle drei Körper ohngefähr in einer geraden Linie, und folglich für die Erdbewohner der Planet entweder in Gegenschein oder in Zusammenkunft mit der Sonne sein muß.

Wenn aber der Planet, aus der Sonne gesehen mit der Erde in Zusammenkunft ist, so ist er von der Erde gesehen mit der Sonne entweder in Gegenschein oder in der unteren Zusammenkunft. Von einem Zeitpunkte, wo eines oder das andere geschiehet, bis zum nächstfolgenden, ist bekanntermaßen ein synodischer Umlauf, welcher daher auf die vorgeschriebene Art gefunden wird.

Zum Beispiel, man findet daß die mittlere tägliche Bewegung der Erde $0^d\ 59'\ 8''\ 1925$ beträgt, die mittlere tägliche Bewegung des Uranus aber $0^d\ 0'\ 42''\ 5675$; der Unterschied macht $58'\ 25''6250$. Nun sage man: $58'\ 25''\ 6250'$ geben 1 Tag, was geben 360^g? Man findet ohngefähr 369 Tage 16 Stunden $35'\ 51''$ für den sinodischen Umlauf, welches beinahe um 24 Min. von der Tabelle des §. 7 differiret.

Zusatz. Es sei p die tägliche Winkelgeschwindigkeit des Planeten in Betrachtung der Fixsterne und e diejenige der Erde, s die synodische Umlaufszeit des Planeten, in Tagen gerechnet, so ist

$$\left.\begin{array}{r} e - p \\ \text{oder } p - e \end{array}\right] : 360 :: 1 \text{ Tag} : s.$$

Hieraus folget, daß die sinodische Umlaufszeit s desto kleiner ist, je größer $e - p$ oder $p - e$ ist, das heißt, je größer der Unterschied der Winkelgeschwindigkeiten ist; folglich sind die Gegenscheine und Zusammenkunfte eines Planeten mit der Sonne desto häufiger, je größer der Unterschied der Geschwindigkeiten ist. In der Proporzion ist $e - p$ für die obern Planeten;

wär

wäre p = o, so wäre ſ genau ein Jahr, woraus man siehet, daß auch bei den langsamsten Planeten der sinodische Umlauf etwas weniger als ein Jahr betragen muß. Die andere Formel p — e ist für die unteren Planeten. Je größer hier p ist, desto größer wird p — e, und folglich desto kleiner ſ, woraus man sieht, daß von den unteren Planeten, derjenige, dessen Winkelgeschwindigkeit am größten ist, auch am häufigsten in Gegenschein und Zusammenkunft mit der Sonne ist. Wäre p = e, so wäre für obere und untere Planeten ſ unendlich groß; das heißt, es könnte kein sinodischer Umlauf statt finden, welches man leicht einsehen wird.

§. 13.

Wenn man einen Planeten während seiner ganzen Umlaufszeit beobachtet, so findet man, daß er ohngefähr während der Hälfte dieser Zeit eine nördliche Standbreite hat, während der anderen Hälfte aber eine südliche; daß beide Standbreiten erst zudann abnehmen; und daß sich der Planet zweimal in der Ekliptik befindet, nämlich wann die südliche Standbreite sich in die nördliche verändert, und diese in jene. Hieraus siehet man, daß die Ebenen, worin die Bahnen der Planeten liegen, weder mit der Erdbahn zusammenfallen, noch mit derselben gleichlaufend sind, sondern daß sie die Ebene der Erdbahn durchschneiden. Wenn man sich die Ebenen der Bahnen bis an den Sternhimmel ausgedehnet vorstellet, so wird demnach die Ekliptik oder der Umkreis der so verlängerten Erdbahn, vom Umkreise der ebenfalls verlängerten Bahn eines Planeten in zwei Punkten geschnitten.

Diese Punkte, wo der Planet durch die Ekliptik in schiefer Richtung zu gehen scheinet, heißen die Knoten des Planeten; derjenige, wo die Standbreite aufhöret südlich und anfängt nördlich zu werden, heißt der **aufsteigende Knoten**; der andere, wo sie sich von einer nördlichen in eine südliche verwandelt, ist der **niedersteigende Knoten**. Da der Planet, von einem Knoten zum andern zu gehen, ohngefähr die Hälfte seiner Umlaufszeit gebrauchet, so ist schon daher zu vermuthen, daß beide Knoten aus der Sonne gesehen, die Bahn des Planeten halbiren; und da diese am Sternhimmel einen größten Kreis vorstellet, wie es auch die Ekliptik thut, so halbiren beide Kreise einander, und beide Knoten stehen in der Ekliptik 180^{g} von einander ab. Daß dieses leztere nicht, von der Erde beobachtet eintrift, rühret von der verschiedenen Stellung der Erde in Betrachtung des Planeten her; und daß der Planet nicht genau während der halben Zeit des Umlaufes von einem Knoten zum andern gehet, läßt sich durch die nicht einförmige Bewegung des Planeten erklären.

Die Knoten pfleget man der Kürze wegen durch folgende beide Zeichen anzudeuten:

☊ aufsteigender Knoten.

☋ niedersteigender Knoten.

Die gerade Linie, die man sich von einem Knoten zum andern gehend vorstellet, nämlich die Durchschnittslinie der Ebenen der Erd- und der Planetenbahn, heißt die **Knotenlinie**; sie gehet durch den Mittelpunkt der Sonne; weil dieser zugleich der Mittelpunkt aller größten Kreise am Firmamente ist, und weil die Durchschnittslinie zweier größten Kreise allemal durch den Mittelpunkt der Kugel gehet.

§. 14.

Die **knotenmäßige Umlaufszeit** eines Planeten, ist der Zeitraum den er gebrauchet vom aufsteigenden

genden Knoten bis wieder zum aufsteigenden, oder vom niedersteigenden bis wieder zum niedersteigenden zu gelangen.

§. 15.

Aufgabe.

Die knotenmäßige Umlaufszeit eines Planeten finden.

Gegen die Zeit da man merket, daß der Planet der Ekliptik sehr nahe ist, beobachte man einige Nächte nach einander seine Abweichung und gerade Aufsteigung, und schließe daraus seine Standbreite (H. XIV. §. 2). Man suche durch das Einschalten (H. XVII.) den Augenblick wo die Standbreite null gewesen ist, so ist dieses der Zeitpunkt, da der Planet durch den Knoten ging. Wiederholet man dasselbige Verfahren, wann der Planet wiederum zum gleichnamigen Knoten zurückkehrt, und subtrahiret man die zweite Zeit von der erstern, so hat man die Dauer eines knotenmäßigen Umlaufs.

Obgleich die Beobachtung auf der Erde gemacht wird, so ist es in diesem Falle so gut als wenn der Zuschauer in der Sonne wäre; denn da Erde und Sonne in der Ebene der Ekliptik sind, so siehet man aus beiden Standpunkten zugleich den Planeten entweder disseits der Ekliptik oder jenseits oder in derselben.

Die Erfahrung lehret, so viel man bisher hat beobachten können, daß die knotenmäßige Umlaufszeit etwas, jedoch nur um sehr wenig, kleiner ist als die sternmäßige; woraus also gefolgert werden muß, daß die Knoten jährlich um einige Sekunden zurücklaufen.

Will man wissen, um wie viel Gradsekunden die Knoten bei jedem Umlaufe des Planeten zurück gehen; so sage man: die sternmäßige Umlaufszeit giebt 360^g, was giebt die knotenmäßige? Man subtrahire die gefundenen Grade von 360^g so bleibt die Quantität der Zurückweichung der Knoten.

Will man wissen wie viel sie jährlich oder auch in 100 Jahren beträgt, so sage man: die Zeit eines Umlaufes giebt so oder so viel Zurückweichung, was giebt 1 Jahr, oder, was geben 100 Jahre.

Obgleich die knotenmäßige Umlaufszeit kleiner ist als die sternmäßige, so ist sie doch größer als die tropische Umlaufszeit, woraus man schließen muß, daß die Knoten weniger zurück gehen als der Frühlingspunkt, und daß die Knoten, mit diesem Punkte verglichen, nicht rückwärts sondern vorwärts gehen.

Wenn man vom jährlichen Rückgange des Frühlingspunktes den jährlichen Rückgang des Knotens abziehet, so bleibt die Vorrückung des Knotens in Betrachtung der Ekliptik.

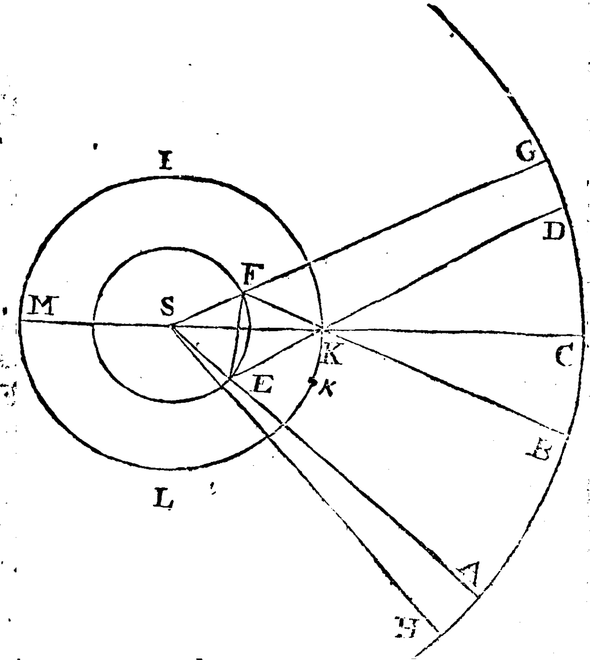
§. 16.

Aufgabe.

Die Lage der Knotenlinie finden.

Es sei S die Sonne, EF die Erdbahn, KIMLK die Bahn eines Planeten, HG die Ekliptik. Der Planet befinde sich in K in einem seiner Knoten, so daß MK oder MC die Knotenlinie vorstelle. Die Erde sei in E, so siehet sie den Planeten in D, und wenn H der Anfang der Ekliptik ist, so ist HD seine erdsichtige Standlänge. Wenn man den aus der Sonne gesehenen Ort A der Erde suchet (H. XXIII. §. 24), so hat man HA. Diesen Bogen ziehe man von HD ab, so bleibet

AD.



AD. Der Bogen AD kann wegen der unermeßlichen Entfernung der himmlischen Ekliptik für das Maaß des Winkels AEK gelten, indem der Mittelpunkt der himmlischen Ekliptik in jedem Punkte der Erdbahn angenommen werden kann. Das Supplement des Winkels AEK giebt

den Winkel SEK.

Nach einem Umlaufe sei der Planet widerum in K, die Erde aber in F, so scheinet der Planet in B; HB ist seine erdsichtige Standlänge, die sonnensichtige Standlänge der Erde ist HG, der Unterschied BG giebt in Graden den Winkel BFG, und sein Supplement ist

der Winkel SFK.

 Der

Der Unterschied zwischen HG und HA giebt den Bogen AG oder

den Winkel FSE.

Für die Zeitpunkte da die Sonne in E und in F ist, lassen sich

die Vektoren SE und SF

in Theilen der willkührlich angenommenen halben Haupt-Axe der irdischen Ellipse berechnen (H. XXIII. §. 27). Aus SF, SE, ∠FSE lassen sich

FE

∠SEF

∠SFE

berechnen. Wenn man den ersten dieser beiden Winkel von SEK, und den andern von SFK abziehet, so bekommt man

∠FEK

und ∠EFK.

Mittelst FE und der eben jetzt genannte Winkel läßt sich EK berechnen. Mittelst EK, ES und ∠SEK läßt sich

∠ESK

oder ∠ASC

oder Bogen AC

berechnen. Wenn man diesen zu HA addiret, so bekommt man HC als die sonnensichtige Standlänge des einen Knotens; der andere ist 180^{g} davon entfernet.

Gegen diese Auflösung läßt sich einwenden, daß der Knotenpunkt K hier als unbeweglich angenommen wird, da er es doch nicht ist. Indessen da die Bewegung der Knoten sehr langsam ist, so kann der Irrthum nicht beträchtlich sein. Jedoch kann man ihn noch sehr verringern.

Da hier die Standlängen auf der Ekliptik gezählet werden, so gehet der Knoten in Betrachtung der Frühlingspunkte vorwärts (§. 15). Gesetzt nach einem Umlaufe komme er von k nach K. Bei der ersten

sten Beobachtung nehme man also den Planeten nicht in k, das heißt im Knoten selbst, sondern man laße noch so viel Zeit verfließen als nöthig ist den Bogen kK zu beschreiben; das zweitemal aber nehme man den Planeten in K selbst, so hat man ihn beidemal am selbigen Orte, und man bekommt den Ort des Knotens für die zweite Beobachtung.

Die erwähnte zum Bogen kK gehörige Zeit, ist gleich dem Unterschiede zwischen einer knotenmäßigen (§. 15) und einer tropischen (§. 9) Umlaufszeit.

Da sich der Planet kurz nach dem Knoten nur sehr wenig von der Ekliptik entfernet, so kann ohne Gefahr wie hier geschiehet so gerechnet werden, als wenn er noch in der Ekliptik wäre.

Anmerkung I. Die Lage der Winkel ist nicht allemal so wie sie in der Figur angenommen worden. Wenn die Punkte F und E in Betrachtung der Linie SK auf einerlei Seite liegen, so verwandeln sich die Summen der Winkel in ihre Differenzen; allein diese kleine Veränderung wird keinen in der Meßkunst geübten irre machen. Man muß sich nur jedesmal eine ohngefähre Zeichnung von den zu berechnenden Winkeln und Dreiecken entwerfen.

Anmerkung II. Nach de la Lande hat man folgende Bestimmungen für die jährliche Bewegung der aufsteigenden Knoten.

	Ort des Knotens im Jahre 1750.				Rückgang in Betrachtung d. Fixsterne.	Vorrückung in Betracht. d. Ekliptik.
Merkur	1 Z.	15°	20′	43″	7,0 Sek.	43,2 Sek.
Venus	2	14	26	18	19,2	31,0
Mars	1	17	38	38	22,2	28,0
Jupiter	3	7	55	32	14,5	35,7
Saturn	3	21	32	22	16,9	33,3
Uranus	3	12	33	31		

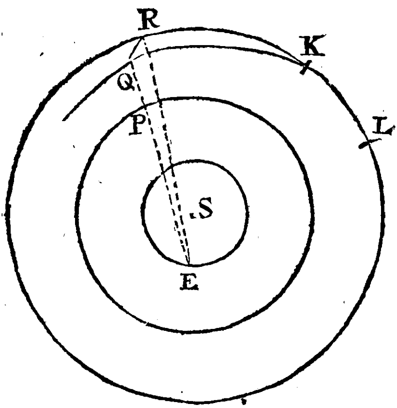
Hierbei ist die Voreilung der Nachtgleichen angenommen worden 50,2 und die letzte Säule enthält die Unterschiede zwischen 50,2 und den Zahlen der vorletzten Säule §. 15 am Ende).

Zusatz. Da jetzt im Dreiecke SEK sowohl SE, als ΛF und ΛS bekannt sind, so läßt sich SK, oder die Entfernung des Planeten von der Sonne beim Durchgange durch den Knoten leicht berechnen.

§. 17.

Aufgabe.

Es soll die Neigung der Bahn eines Planeten gegen die Ekliptik gefunden werden.



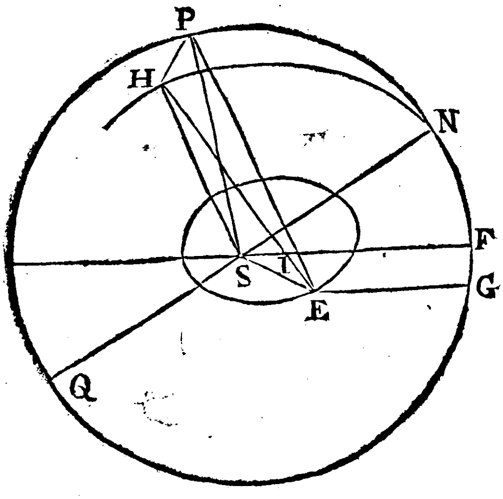
Man berechne die sonnensichtige Stelle K der Ekliptik LKR wo der Knoten des Planeten befindlich ist (§. 16), und bestimme die Anzahl der Grade des Bogens LK, vom Frühlingspunkte L an gerechnet. Man berechne den Zeitpunkt, da die von der Erde E gesehene Sonne S diesen Punkt K der Ekliptik bedecket

decket (H. XXIII. §. 28). Man beobachte den Planeten P, welcher am Firmament seinen scheinbaren Platz irgendwo in Q haben wird, so daß KQ ein Theil seiner Bahn ist, deren Ebene man sich gegen die Ebene der Ekliptik LKR schief liegend, und in der Figur über der Fläche des Papiers in Q erhaben und dieselbe in K durchschneidend vorstellen muß. Man suche durch Beobachtungen die Standbreite QR und die Standlänge LR des Planeten (§. 4). Von seiner Standlänge LR ziehe man die Standlänge LK des Knotens ab, so bleibet KR. Das Dreieck KRQ ist rechtwinkelig. Da nun KR und QR bekannt sind, so läßt sich der Winkel RKQ als der verlangte Neigungswinkel berechnen.

Daß man bei dieser Gelegenheit den Zeitpunkt benutzen muß, wo die Sonne, die Erde und der Knoten in einer geraden Linie liegen, hat zum Grunde, daß man sich alsdann in der Ebene der Planetenbahn befindet, und der Ort Q wirklich in dieser Ebene erscheinet, welches nicht geschehen würde, wenn man eine andere Zeit wählete, wo man sich nicht in der Durchschnittslinie beider Ebenen befände. Wenn man nun aus Q den Bogen QR eines größten Kreises ziehet, so bestimmet dieser die Standbreite. Zöge man von Q und R gerade Linien nach S, so entstände in S ein Winkel der so viel Grade hätte als der Bogen QR, weil S der Mittelpunkt des Firmaments ist; allein, wegen der Unermeßlichkeit desselben, kann auch der Punkt E für den Mittelpunkt gelten, und $\angle$QER in Graden gemessen, giebt die Grade des Bogens QR. Das übrige ist klar und bedarf keiner Erläuterung.

§. 18.

Es ist klar, daß ein Planet, von der Erde gesehen, eine andere Stelle am Himmel einzunehmen scheinen muß, als wenn er aus der Sonne gesehen wird, indem die Entfernung dieser beiden Standpunkte, in Vergleichung mit der Entfernung des Planeten von beiden beträchtlich ist. Wäre diese leztere



Entfernung in Vergleich mit der ersteren unendlich groß, so würde kein Unterschied in der Lage des Planeten bemerkbar sein, er möchte aus der Sonne oder von der Erde betrachtet werden; da aber dieses der Fall nicht ist, so muß der Unterschied beider Standpunkte in Anschlag genommen werden. Nur in dem einzigen Falle, wo die Sonne, der Planet und die Erde in gerader Linie liegen, siehet man aus der Erde den Planeten entweder an der selbigen Stelle des Himmels wo er aus der Sonne gesehen wird, oder 180^{s} davon. Der Unterschied zwischen dem aus der Sonne

Sonne und aus der Erde gesehenen Orte eines Planeten, heißt die **Parallaxe des jährlichen Umlaufs** oder die **Parallaxe des großen Kreises**, worunter man die jährliche Bahn der Erde verstehet. Man kann sie kürzer die **Bahn-Parallax** nennen, weil sie von der Erdbahn herrühret.

Es sei S die Sonne, E die Erde in ihrer Bahn, P der Planet in seiner Bahn, NQ die Knotenlinie, SF eine gerade Linie, die, wenn man sie über F bis ans Firmament verlängert, den Frühlingspunkt der Ekliptik trift, NH die Projektion der Bahn des Planeten auf der Ekliptik, nämlich diejenige krumme Linie in der Ebene der Ekliptik, in welcher die Füße aller senkrechten Linien liegen, welcher man von den Punkten der Bahn NP gegen die Ekliptik fällen kann; PH sei eine dieser senkrechten Linien, so daß der Punkt H in der Ebene der Ekliptik liege. Nämlich man muß sich die Ebene des Papieres als die Ebene der Ekliptik, die Bahn des Planeten aber schief gegen diese und solche in SN durchschneidend vorstellen; der Bogen NP erhebet sich über diese Ebene, so wie die Hälfte NPQ der Planetenbahn; die andere Hälfte muß man sich vertiefet vorstellen.

Man ziehe die Linien SE, SH, EH, so liegen diese in der Ebene der Ekliptik. Man ziehe SP, EP, so erheben sich diese Linien über der Ekliptik und liegen in der Ebene der Planetenbahn.

Der Winkel FSH ist die **sonnensichtige** oder aus der Sonne gesehene **Standlänge** des Planeten (angulus commutationis), der Winkel HSP ist die **sonnensichtige** oder aus der Sonne gesehene **Stadtbreite** des Planeten.

Ziehe EG mit SF parallel, so erreichet die bis ans Firmament über G verlängerte EG, so gut als SF

den

den Frühlingspunkt, wegen der unermeßlichen Entfernung des Firmaments.

Nun ist der Winkel GEH die erdsichtige oder aus der Erde gesehene Standlänge des Planeten (angulus elongationis). HEP ist seine erdsichtige oder aus der Erde gesehene Standbreite.

Wegen der parallelen Linien EG und SF sind die Winkel GEH und FIH gleich. Im Dreiecke SIH ist der auswendige Winkel FIH die Summe der Winkel IHS und ISH, also ist ∠IHS der Unterschied der Winkel FIH und ISH oder GEH und FSH, also der Unterschied zwischen der erdsichtigen und der sonnensichtigen Standlänge. Dieser Winkel EHS ist also gleich der Bahn-Parallaxe (parallaxis orbis annui, parallaxis magni orbis).

Der Winkel NSP, den der Vektor SP mit der Knotenlinie QN machet, wollen wir die Förderung des Planeten nennen; er dienet hauptsächlich bei der Berechnung der Standbreite PSH, und wird daher gemeiniglich die Grundlage der Standbreite (argumentum latitudinis) genannt. Die Summe der Winkel NSP und NSF, oder die Förderung des Planeten nebst der Standlänge des aufsteigenden Knotens machet die Standlänge in der Bahn, welche mit der Standlänge FSH in der Ekliptik nicht ganz einerlei ist.

Der Unterschied zwischen der Förderung NSP und der sonnensichtigen Standlänge NSH wird die Redukzion zur Ekliptik, das heißt, die Zurückführung zum Sonnenkreise genannt.

SH ist die abgekürzte Entfernung von der Sonne, und der Unterschied zwischen SP und SH ist die Abkürzung. Eben so ist EH die abgekürzte Entfernung von der Erde, und EP — EH die Abkürzung.

§. 19

§. 19.

Aufgabe.

Es soll die sonnesichtige Standlänge eines Planeten, in einem gewissen Punkte seiner Bahn gefunden werden, wie auch die zustimmenden abgekürzten Entfernungen von der Sonne und der Erde.

Man beobachte den Planeten an einer Stelle seiner Bahn, und nach einer Umlaufszeit beobachte man ihn wiederum an der nämlichen Stelle. Man suche jedesmal seine Standlänge (§. 4.).

Wenn man nur auf die Standlänge des Planeten, mit Weglassung der Standbreite achtet, so ist es so gut als wenn der Planet in der Ekliptik befindlich wäre, so wie er es wirklich zur Zeit des Knoten ist. Es lassen sich also durch zwei Beobachtungen die um einen ganzen Umlauf von einander abstehen, die sonnensichtige Standlänge und die abgekürzten Entfernungen des Planeten von der Sonne und von der Erde finden, wie oben für den im Knoten befindliche Planeten geschehen ist (§. 16 und Zusatz). Man darf sich dort in der Figur nur K als denjenigen Ort der Ebene der Ekliptik vorstellen, wo diese von einem Perpendikel getroffen wird, der vom Planeten gegen dieselbe gefället worden. Dann werden, wie dort, der Bogen HC oder der Winkel HSC und die abgekürzten Entfernungen SK und EK oder FK berechnet.

§. 20.

Aufgabe.

Aus der sonnensichtigen Standlänge des Planeten und seinen abgekürzten Entfernungen von der Sonne und der Erde, soll seine

Ent-

Entfernung vom Knoten in Graden, wie auch seine ungekürzte Entfernung von der Sonne gefunden werden. (S. die Fig. bei §. 8.)

Da EH als abgekürzte Entfernung von der Erde und HEP als beobachtete erdsichtige Standbreite bekannt sind, so läßt sich der Perpendikel PH berechnen. Ferner aus PH und der abgekürzten Entfernung HS von der Sonne läßt sich SP, als die ungekürzte Entfernung von derselbigen berechnen. Der Winkel NSP, als der Abstand vom Knoten, wird folgender Weise gefunden. Man stelle sich eine Ebene durch SN und SH vor, eine andere durch SN und SP, eine dritte durch SH und SP, und verlängere sie in Gedanken bis zum Firmamente, so bilden sie dort, indem sie die Kugelfläche des Firmaments schneiden, ein rechtwinkeliges, kugelichtes Dreieck. Die Seite welche zwischen den verlängerten SN und SH begriffen lieget, ist nichts anders in Graden, als die vom Knoten an gerechnete Standlänge des Planeten, die Seite zwischen den verlängerten Linien SH und SP ist die sonnensichtige Standbreite. Diese Seite ist auf der vorigen senkrecht. Die dritte Seite zwischen der verlängerten SN und SP, ist die Hypothenuse, und kann aus den beiden Katheten berechnet werden (Einleit. Seite LI). Wenn diese Berechnung geschehen ist, so giebt sie zugleich die Grade des Winkels NSP, als den Abstand vom Knoten, oder die Förderung des Planeten.

Zusatz. I. Addiret man zu $\angle$NSP den Winkel FSN, so hat man, wenn man es verlanget, die Standlänge in der Bahn.

Zusatz II. Wenn man bei dieser Vorstellungs-Art bleibt, so siehet man leicht ein, daß sich aus der Hypothenuse und dem einen anliegenden Winkel die beiden Katheten berechnen lassen; daß also mittelst der bekannten Schiefe der Bahn und der Förde-

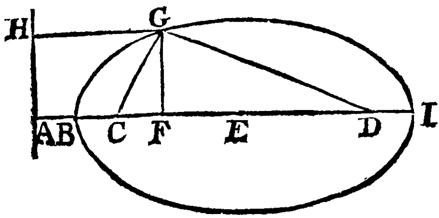
rung

rung (argumentum latitudinis) die sonnensichtige Standlänge und Standbreite gefunden werden können.

Zusatz III. Ebenfalls läßt sich die Hypotenuse mittelst beider Katheten oder auch mittelst eines Katheten und des einen schiefen Winkels berechnen. Also kann die Förderung (argumentum latitudinis) sowohl mittelst der sonnensichtigen Standlänge und Standbreite, als auch mittelst einer dieser Größen und der Neigung der Bahn gefunden werden.

§. 21.

Bevor wir weiter gehen, müssen wir noch einige Eigenschaften der Ellipse erläutern, die uns bald sehr zu statten kommen werden.



Man verlängere die Axe IB, bis daß BC:BA :: CD:BI :: 2e : 2a :: e : a, vorausgesetzet, daß die Ekzentrizität CE mit e und die halbe große Axe BE mit a bezeichnet werde. In dieser Voraussetzung wird $BA = \frac{aa - ae}{e}$ Denn es ist $BC = BE - CE = a - e$, und folglich, vermöge der Konstrukzion,

$$AB = \frac{a(a-e)}{e} = \frac{aa-ae}{e}.$$

In A errichte man über AB die A*H* senkrecht. Wenn man nun aus jedem beliebigen Punkte G der Ellipse den Vektor GC und die gegen A*H* senkrechte G*H* ziehet, so verhält sich allemal GC:G*H* :: e:a.

Zum Beweise ziehe man den andern Vektor GD und die Applikate FG. Es sei $CF = z$, $CG = g$, so ist $FD = 2e - z$, $GD = 2a - g$, weil die Summe beider Vektoren allemal der Haupt-Axe gleich ist. (Höh. Geom. H. I. §. 14.)

Nun ist $GF^2 = GC^2 - CF^2$

und $GF^2 = GD^2 - FD^2$

also $GC^2 - CF^2 = GD^2 - FD^2$

oder $GC^2 + FD^2 = GD^2 + CF^2$

$g^2 + (2e - z)^2 = (2a - g)^2 + z^2$

Hieraus ziehet man

$$z = CF = \frac{ag + e^2 - a^2}{e}$$

$$\text{Nun ist } BC = a - e = \frac{ea - ee}{e}$$

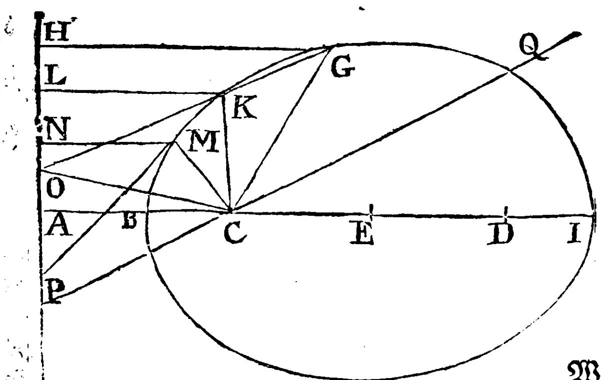
$$\text{und } BA = \frac{aa - ae}{e}$$

Addiret man $CF + BC + BA$, so kommt

$$AF = \frac{ag + e^2 - a^2 + ae - e^2 + a^2 - ae}{e}$$

$$\text{oder } GH = \frac{ag}{e} = \frac{a \cdot CG}{e}$$

oder $e : a :: CG : GH$.



Wenn

Wenn man zwei Punkte G und K der Ellipse nimmt, für beide die Vektoren GC, KC, die gegen AH senkrechten GH, KL, und durch die Punkte G und K die GK ziehet, und diese verlängert bis daß sie die AH irgendwo in O schneidet, so ist (CG — KC): KC :: GK : KO. Denn es ist

CG : GH :: e:a :: CK :KL

also GH : KL :: CG : CK

Nun ist GO : KO :: GH : KL :: CG : CK.

daher (GO — KO) : KO :: (CG — CK) : CK

oder GK : KO :: (CG — CK) : CK.

Wenn man einen dritten Punkt M der Ellipse nimmt, und eben solche Linien ziehet wie vorher, nämlich MC, MN, KMP, so wird auf eine ganz ähnliche Art bewiesen, daß

(KC — MC) : MC :: KM : MP.

Hieraus folget, daß sich die Ellipse auf eine bequeme Art zeichnen läßt, sobald drei Punkte ihres Umfanges nebst dem einen Brennpunkte gegeben sind.

Denn es sei der Brennpunkt C nebst den drei Punkten M, K, G, des Umfanges gegeben, so ziehe man CG, CK, CM. Man ziehe GK, KM. Man verlängere beide bis in O und P, so daß

(GC — KC) : KC :: GK : KO

(KC — MC): MC ::KM : MP.

Dadurch werden die Punkte O und P bestimmt. Man ziehe eine gerade Linie durch O und P. Aus C fälle man CA senkrecht gegen OP.

Man theile CA, so daß

AB : BC :: HG : GC

oder (AB + BC) : BC :: (HG + GC) : GC

oder AC : BC :: (HG + GC) : GC

wo BC als unbekannt angenommen wird; so bekommt man den Scheitel B.

Nun muß der andere Scheitel I und folglich die große Axe EI gefunden werden. Da der Punkt I zur Ellipse gehören soll, so muß sein

$$IC : IA :: CG : GH :: BC : AB.$$

Nun ist $IC = IB - BC$, $IA = IB + AB$, also ist

$$(IB - BC) : (IB + AB) :: BC : AB$$

daher

$$IB \times AB - AB \times BC = IB \times BC + AB \times BC$$
$$IB\,(AB - BC) = 2\,AB \times BC.$$
$$IB = \frac{2\,AB \times BC}{AB - BC}$$

Dieses giebt die Haupt-Axe und den Punkt I. Nimmt man ID = BC, so hat man CD, und halbiret man CD, so hat man die Ekzentrizität CE oder ED. Mittelst dieser gefundenen Linien läßt sich die Ellipse beschreiben (höhere Geom. H. I. §. 14 und 15). Aus der Ekzentrizität und der Haupt-Axe läßt sich ebenfalls die kleine Axe und der Parameter finden, falls man diese Linie gebrauchet (Höh. Geom. H. I. §. 16. Zus. I und III).

§. 22.

Aufgabe.

Es soll für einen Planeten das Verhältniß der Haupt-Axe und der Ekzentrizität gegen die Dimensionen der Erdbahn, wie auch die Lage der Apsidenlinie gefunden werden.

Man beobachte während eines Umlaufes den Planeten in drei Stellen seiner Bahn. Im folgenden Umlaufe beobachte man den Planeten an denselbigen Stellen und suche für jede der drei Stellen, sowohl seinen Abstand vom Knoten (oder seine Förderung,

wie

wie wir es genannt haben) wie auch seine Entfernung von der Sonne, in Theilen der Haupt-Axe der Erdbahn (§. 20). Will man sich nun mit einer Zeichnung begnügen, so mache man sie wie im vorigen Paragraph gelehrt worden.

Man nehme einen Punkt C an (S. 192), den Mittelpunkt der Sonne vorzustellen, ziehe willkührlich CG, mache den Winkel GCK gleich dem Unterschiede zwischen der ersten und zweiten Förderung, ferner den Winkel KCM gleich dem Unterschiede zwischen der zweiten und der dritten Förderung; CG, CK, CM gleich den drei berechneten Entfernungen des Planeten von der Sonne, in einem beliebigen Maaße, dessen Einheit die halbe große Axe der Erdbahn oder einen Bruch derselben, etwa den hunderttausendsten Theil derselben vorstellet. Nun zeichne man die Ellipse auf die vorgeschriebene Art, und messe nach demselbigen Maßstabe die Ekzentrizität CE und die Axe BI. Man messe auch den Winkel GCI. Man nehme den Unterschied zwischen diesem und GCQ, vorausgesetzt, daß CQ die Knotenlinie und also QCG die erste der aus Beobachtungen gefolgerten Förderungen sei, so erhält man den Winkel ICQ, welcher anzeiget, um wie viel Grade die Apsidenlinie jenseits oder diesseits der Knotenlinie lieget. Will man wissen, in welchem Grade der Standlänge und Standbreite in Betrachtung der Ekliptik die Apsidenlinie lieget, so wird eigentlich aus der bekannten Förderung des Apsidenpunktes, und aus der Schiefe der Bahn des Planeten, die Standlänge und Standbreite desselbigen Punktes verlanget. Beide werden nach Anleitung des IIten Zusatzes zum §. 40 gefunden.

Wir haben fürs erste die Dimensionen der Ellipse bloß zeichnerisch (graphisch) gesuchet. Die Rechnung

 aber

aber gewähret vielmehr Genauigkeit. Sie geschiehet folgendermaßen.

Im Dreiecke GCK ist gegeben GC und CK nebst $\wedge$GCK, also lassen sich $\wedge$CKG und GK berechnen, ferner auch KO mittelst der Proporzion (§. 21).

$$(CG - CK) : CK :: GK : KO$$

Eben so läßt sich MP berechnen, mittelst der Proporzion

$$(CK - CM) : CM :: KM : MP$$

wie auch $\wedge$CMK und $\wedge$CKM.

Im Dreieck KOP sind gegeben KO, PK (= PM + MK) und $\wedge$OKP (= $\wedge$OKC − $\wedge$CKM = Compl. CKG − CKM). Daraus läßt sich berechnen $\wedge$KOP.

Im Trapezium KOAC sind nun gegeben die Winkel CKO (= Compl CKG), und $\wedge$KOA oder KOP, nebst $\wedge$CAO (= 90^{d}). Wenn man die Summe dieser 3 von 360^{g} abziehet, so hat man $\wedge$KCA. Ziehet man $\wedge$KCA + $\wedge$KCG von 180^{g} ab, so hat man $\wedge$GCI, also die Lage der Apsidenlinie. Sie wird, wie kurz vorher gemeldet worden, auf die Ekliptik reduziert. Nun müßen noch die große Axe und die Ekzentrizität berechnet werden.

Im Dreiecke KLO ist gegeben KO, $\wedge$KOL (= Compl. KOP), und der rechte Winkel bei L, daraus läßt sich KL berechnen, also hat man das Verhältniß von KC zu KL, welches mit den von CG zu GH, und von CM zu MN einerlei ist.

Man ziehe OC, so läßt sich im Dreiecke OCK, mittelst der KC, der KO und des Winkels OKC mit leichter Mühe OC und $\wedge$KOC berechnen.

Von $\wedge$AOK oder POK ziehe man ab $\wedge$KOC, so bleibt $\wedge$AOC; und da im rechtwinkeligen Dreiecke AOC auch OC bekannt ist, so läßt sich AC berechnen.

Man

Man bestimme BC mittelst der Proporzion

$$(LK + KC : KC :: AC : BC$$

und IB mittelst der Gleichung

$$IB = \frac{2\,AB \times BC}{AB - BC}$$

Endlich von der halben Axe BE ($= \frac{1}{2}$ IB) subtrahire man BC, um die Ekzentrizität CE zu bekommen.

Zusatz I. Da CG, CK, CM in Theilen der halben Haupt-Axe der elliptischen Erdbahn gegeben sind, so bekömmt man auch BI oder BE in eben solchen Theilen. Es lassen sich demnach die halben Haupt-Axen der Erd- und Planetenbahnen mit einander vergleichen. Diese sind zugleich die mittleren Entfernungen von der Sonne. Eben durch solche Vergleichungen hat Kepler sein zweites Hauptgesetz entdecket, daß nämlich die Würfelzahlen der mittleren Entfernungen sich verhalten wie die Quadratzahlen der Umlaufszeiten.

Die folgende Tabelle enthält die mittleren Entfernungen der Planeten von der Sonne und ihre Ekzentrizitäten, nach de la Lande, in solchen Theilen, deren 100000 auf die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne gehen.

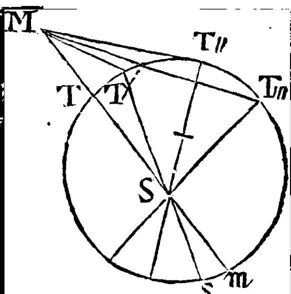
	mittlere Entf.	Ekzentrizität.
Merkur	38710	7955
Venus	72333	498
Erde	100000	1681
Mars	152369	14184
Jupiter	520279	25013
Saturn	954072	53640
Uranus	1908180	90804

In kleinen Zahlen lassen sich die Verhältnisse der Entfernungen von der Sonne wie folget angeben:

Merkur 4, Venus 7, Erde 10, Mars 15, Jupiter 52, Saturn 95, Uranus 190.

Weil von Mars zum Jupiter ein gewaltiger Sprung ist, so sind einige der Meinung, es müße in diesem großen Zwischenraume noch ein Planet vorhanden sein, der vielleicht aber wegen seiner Kleinheit und dunkeln Farbe unsichtbar ist, oder es sei einer da gewesen, aber verschwunden, und vielleicht von einem Kometen fortgeschleppet. Dieses sind aber bloße Muthmaßungen die sich auf keinen Thatsachen gründen. Die Natur richtet sich nicht allemal nach gewissen regelmäßigen Zahlenverhältnissen. So siehet man z. B. kein solches Verhältniß bei der Vertheilung der Monde; Merkur hat keinen, Venus keinen, Erde einen, Mars keinen, Jupiter 4, Saturn 7, Uranus so viel man bis jetzt weis 8. Was für eine Regelmäßigkeit herrschet wohl in der Zahlenreihe 0, 0, 1, 0, 4, 7, 8?

Zusatz II. Die selbige Methode, welche uns gedienet hat, die Dimensionen der elliptischen Planetenbahnen zu finden, kann auch auf die Erde angewandt werden, wenn man nur einen andern Planeten, z. B. den Mars zur Hülfe nimmt.



Denn

Denn es werde Mars M mit der Sonne S in Gegenschein beobachtet, und dabei bemerket, in welcher Standlänge die Sonne befindlich ist, nämlich der aus der Erde T gesehene Ort der Sonne S, oder die Lage der Linie TSm. Man warte bis daß eine Umlaufszeit des Planeten vorbei ist, und er sich also wieder in M befindet. Die Erde sei jezt in T'. Man beobachte wiederum den Ort der Sonne, oder die Lage der Linie T'Ss, so bekömmt man durch die Vergleichung dieser Beobachtung mit der vorhergehenden den Winkel mSs, oder seinen Scheitelwinkel MST'. Zugleich beobachte man die Standlänge des Mars, und suche dadurch den Winkel ST'M, welcher der Unterschied ist, zwischen den Standlängen des Mars und der Sonne. Man seze MS = 100000 oder sonst = einer willkührlichen Zahl, so hat man im Dreieck SMT' die Seite SM nebst zwei Winkeln. Daraus berechne man ST'. Nach einem zweiten Umlaufe des Planeten sei die Erde in T'' und man verfahre wie vorher, so bekömmt man im Dreiecke SMT'' die Seite ST''. Ferner nach dem dritten Umlaufe erhält man auf gleiche Art die Linie ST'''. Wenn man vom Winkel MST'' den Winkel MST' und vom Winkel MST''' den Winkel MST'' abziehet, so erhält man die Winkel T' ST'', T'' ST'''. Mit Hülfe dieser beiden Winkel und der Vektoren ST', ST'', ST''' läßt sich nun die Ellipse zeichnen und berechnen (§. 20).

Bei dieser Methode muß unter dem Orte M des Planeten eigentlich seine Standlänge, ohne Rücksicht auf die Standbreite verstanden werden; es ist nämlich M derjenige Punkt der Ebene der Ekliptik, wo der Fuß des Perpendikels zu stehen kommt, der vom Planeten gegen die gedachte Ebene gefället wird.

Damit der Punkt M am Himmel immer derselbige sei, so muß nicht die tropische, sondern die sternmäßige Umlaufszeit (§. 10) des Planeten, von einer Beobachtung bis zur andern verfließen.

Ferner da sich von einer Beobachtung bis zur andern die Ekliptik, auf welcher die Grade der Standlänge der Sonne gezählet werden, um etwas verrücket, so muß die Voreilung der Nachtgleichen bei Bestimmuug der Winkel MST′, MST″, MST‴ mit in Anschlag gebracht werden.

Hingegen die Winkel MT′S, MT″S, MT‴S können bloß auf der Ekliptik genommen werden, weil S und M aus T′ zu gleicher Zeit beobachtet werden, und eben so aus T″ und T‴.

Gegen die angeführte Methode ist weiter nichts einzuwenden, als daß dabei angenommen wird, daß die Entfernung SM von der Sonne bis zu einem Planeten, nach einem sternmäßigen Umlaufe desselben allemal einerlei ist, welches doch, wegen der Bewegung der Apsiden nicht ganz wahr ist. Indessen, da die Apsiden nur sehr langsam fortrücken, so muß der Irrthum ganz unbeträchtlich sein.

Uebrigens haben wir schon gezeiget (H. XXIII. §. 14 und 15) wie durch andere Methoden die Lage der Haupt-Axe der Erdbahn und das Verhältniß ihrer Ekzentrizität zur Haupt-Axe gefunden werden kann.

§. 23.

Da die Apsidenlinie der Erdbahn einige Bewegung hat (H. XXIII. §. 14), so läßt sich daraus schon bezweifeln ob die Apsidenlinien der Planeten ganz unbeweglich sind. In der That, nachdem man in verschiedenen Jahrhunderten die Lagen der Apsidenlinien durch die vorhergehende Methode oder durch andere bestimmet hat, so hat sich ergeben, daß sie in Betrachtung der Fixsterne jährlich etwas vorrücken,

einige

einige mehr, einige weniger. Indessen beträgt dieses Vorrücken nur wenige Sekunden. Bei der Venus scheinet es, daß die Apsidenlinie um etwa $1\frac{3}{4}$ Sekunden jährlich zurück gehet, während daß die andern sich alle vorwärts nach Ordnung der Zeichen bewegen.

Herr de la Grange hat durch Berechnungen in den Berliner Mémoires 1782 folgende Bewegungen der Sonnenferne der Planeten in Betrachtung der Fixsterne und der Ekliptik gefunden:

Merkur	0° 0′ 6″ 66	56″91
Venus	— 1″ 72	48″53
Erde	+ 13″ 40	63″65
Mars	15″ 65	65″90
Jupiter	6″ 58	56″83
Saturn	15″ 99	66″24

Die erste Säule beziehet sich auf die Fixsterne, die zweite auf die Ekliptik, wobei Herr de la Grange die Voreilung der Nachtgleichen zu 50″25 gerechnet hat, zu welcher Zahl die Zahlen der ersten Säule addiret worden sind, um die Zahlen der zweiten Säule hervorzubringen. Bei der Venus verwandelt sich die Addizion in Subtrakzion. Jedoch sind diese Zahlen noch ziemlich ungewiß.

§. 24.

Die anomalistische Umlaufszeit eines Planeten, ist der Zeitraum, während welches der Planet von seiner Sonnenferne bis wiederum zur Sonnenferne zu kommen, oder überhaupt zum selbigen Punkt seiner Ellipse zurückzukehren gebrauchet. Es hat hiermit dieselbige Bewandniß wie mit dem anomalistischen Jahre (H. XXIII. §. 14).

§. 25.

Aufgabe.

Es soll die anomalistische Umlaufszeit eines Planeten gefunden werden.

Hierzu ist erforderlich, daß man schon die sternmäßige Umlaufszeit kenne (§. 10), ferner daß man wisse um wie viel Gradtheile jährlich der Punkt der Sonnenferne des Planeten vorrücket oder auch zurück gehet §. 23). Man berechne was die Bewegung der Sonnenferne während der sternmäßigen Umlaufszeit beträgt, und sage: 360 Grad geben die sternmäßige Umlaufszeit, was giebt die eben berechnete Bewegung der Sonnenferne. Der gefundene Zeitraum muß zur sternmäßigen Umlaufszeit addiret, oder davon subtrahiret werden, je nachdem die Sonnenferne sich vorwärts oder rückwärts beweget

Da die jährliche Bewegung der Sonnenferne für alle Planeten bis jetzt noch ziemlich ungewiß ist (§. 23), so ist es auch die Dauer der anomalistischen Umlaufszeiten.

§. 26.

Aufgabe.

Es sollen Epochen für den Ort der Sonnenferne eines Planeten gefunden werden.

Fürs erste suche man durch Beobachtung und Einschaltung, wie bei §. 15 den Zeitpunkt, da der Planet durch einen seiner Knoten gehet und beobachte zugleich den erdsichtigen Ort des Knotens, welcher hier mit dem sonnensichtigen einerlei ist (§. 15). Man suche auch die Lage der Apsidenlinie (§. 22) nämlich den Winkel QCI, den die Knotenlinie mit der Apsidenlinie machet. Man berechne den Flächen-Inhalt der

der ganzen Ellipse (Einl. Seite LVIII) und auch den Flächen-Inhalt des elliptischen Ausschnittes der zwischen der Apsidenlinie und der Knotenlinie enthalten ist (H. XXIII. §. 15). Nun sage man vermöge des Keplerschen Lehrsatzes: Wie die ganze Ellipse sich zum Ausschnitte verhält, so verhält sich die Zeit des ganzen Umlaufes, zur Zeit die der Planet gebrauchet, um von der Sonnenferne bis zum Knoten zu gelangen (H. XXIII. §. 2). Der gefundene Zeitraum wird vom Zeitpunkte des Durchganges durch den Knoten subtrahirt, so bekömmt man den Zeitpunkt der einen Sonnenferne.

Wenn nun der Zeitpunkt für eine einzige Sonnenferne gefunden ist, und man weiß die Dauer der anomalistischen Umlaufszeit §. 24), so brauchet man nur diese, so oft man will, zum gefundenen Zeitpunkte addiren, oder davon zu subtrahiren, um die verlangten Epochen zu bekommen.

§. 27.

Aufgabe.

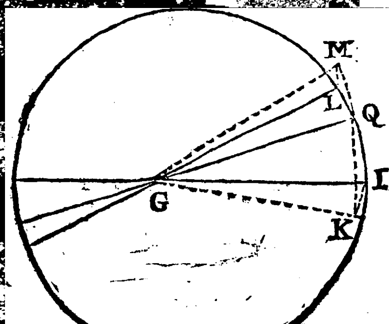
Den sonnensichtigen Ort eines Planeten am Himmel für jeden gegebenen Zeitpunkt finden.

Da durch die vorhergehenden Aufgaben alle Dimensionen der Ellipse, die ieder Planet beschreibet, bekannt sind, so läßt sich alles darauf anwenden, was von der elliptischen Erdbahn gesaget worden. Nämlich es läßt sich der Flächen-Inhalt jedes vom Vektor beschriebenen Ausschnittes berechnen, so daß man sein Verhältniß zur ganzen oder halben elliptischen Fläche bekomme (H. XXIII §. 15).

Auch hier wird der Winkel den der Vektor beschreibt, allemal von der Sonnenferne an gerechnet,

dieser

dieser Winkel ist der wahre Vorlauf des Planeten. Wenn man annimmt, daß der Planet sich einförmig in seiner Bahn bewege, und dennoch seine anomalistische Umlaufszeit beobachte, so läßt sich leicht für jede verflossene Zeit der in dieser Voraussetzung seit der letzten Sonnenferne beschriebene Winkel berechnen, und dieser ist auch hier der mittlere Vorlauf (H. XXIII. §. 17). Aus dem wahren Vorlaufe läßt sich der mittlere finden, und der Unterschied beider, ist die Abgleichung der Bahn, oder Abgleichung des Mittelpunktes (H. XXIII. §. 18) die man in Tafeln bringen kann (H. XXIII. §. 19). Vermöge solcher Tafeln, kann allemal aus dem gegebenen mittleren Vorlaufe der wahre gefunden werden (H. XXIII. §. 20).



Gesetzet nun es sei ∠LGI dieser wahre Vorlauf und GI die Apsidenlinie. Es sei auch GQ die Knotenlinie, MQK die Projekzion der Planetenbahn auf der Ebene der Ekliptik, so daß K die Projekzion des Punktes I und M die Projekzion des Punktes L sei.

Nun weiß man die Lage des Punktes Q entweder dadurch, daß man den Winkel IGQ oder den Winkel KGQ kennet. Im letzten Falle läßt sich aus den Win-

Winkel KGQ und der Neigung der Planetenbahn gegen die Ekliptik jener Winkel IGQ berechnen (§. 20. Zus. III). Vom berechneten Vorlaufe IGL nimm ∠IGQ ab, so bleibet ∠QGL. Nun läßt sich aus der Förderung QGL und aus der Neigung der Bahn, sowohl der Winkel LGM als Standbreite des Planeten berechnen, als auch der Winkel MGQ (§. 20. Zus. II.). Zu diesem addire man den Ort des Knotens Q in der Ekliptik, so hat man die Standlänge. Beides, sowohl die Standbreite als die Standlänge, beziehet sich hier auf einen Zuschauer, der sich im Mittelpunkte der Sonne befinden würde.

§. 28.

Aufgabe.

Den erdsichtigen Ort eines Planeten für einen gegebenen Zeitpunkt bestimmen.

Man suche erstlich mittelst des vorigen Paragraphs den sonnensichtigen Ort, das heißt (Figur bei §. 18. Seite 186), die sonnensichtige Standlänge FSH und Standbreite HSP. Bei dieser Gelegenheit findet man zugleich die Länge des Vektors PS, nämlich durch die Formel (H. XXIII. §. 27)

$$v = \frac{a^2 - e^2}{a - e \operatorname{Cos} \varphi}$$

wo v der Vektor ist, a die Hauptaxe, und e die Exzentrizität der Planetenbahn. Mittelst der bekannten PS (§. 18) und des Winkels PSH, suche man SH und HP.

Mittelst der bekannten Theorie der Erde suche man SE, ∠FSE, sein Supplement SEG, und dadurch ∠HSE (= ∠FSE + FSH).

Jetzt

Jetzt sind im Dreiecke HSE, sowohl HS als SE und auch ∠HSE bekannt. Es laßt sich also HE und ∠HES berechnen.

Von SEG, als der erdsichtigen Standlänge der Sonne ziehe ∠HES ab, so bleibet ∠HEG, als die gesuchte erdsichtige Standlänge des Planeten.

Vermittelst der berechneten Linien HE und HP berechne man den Winkel PEH, so giebt dieser die erdsichtige Standbreite des Planeten.

Zusatz. Es ist, wenn R den Sinustotus bedeutet

$$PS : PH :: R : \sin PSH$$
$$PE : PH :: R : \sin PEH$$

daher

$$R . PH = PS . \sin PSH$$
$$R . PH = PE . \sin PEH$$

oder $PS . \sin PSH = PE . \sin PEH$

also $PS : PE :: \sin PEH : \sin PSH$

das heißt die Entfernung des Planeten von der Sonne verhält sich zu seiner Entfernung von der Erde, wie die erdsichtige Standbreite zur sonnensichtigen. Diese Proporzion dienet, aus 3 der darin enthaltenen Größen jedesmal die vierte zu finden.

XXV. Haupt-

XXV. Hauptstück.

Von der Bewegung des Mondes und der anderen Nebenplaneten.

§. 1.

Wir haben schon an einem anderen Orte einen allgemeinen Begriff vom Monde, dessen Bewegung und Erleuchtung von der Sonne gegeben (H. XXI. §. 11. u. f.). Es ist jezt Zeit, alles was sich darauf beziehet etwas näher zu bestimmen, und dieses ist der Zweck des gegenwärtigen Hauptstückes. Weil aber der Mond nichts anders ist als ein Nebenplanet, so können wir ihm füglich die anderen Nebenplaneten zugesellen, hauptsächlich da wir von diesen nicht so viel zu sagen haben.

§. 2.

Was am Monde am meisten in die Augen fällt, das sind seine Lichtgestalten (phases). Ohngefähr in 29½ Tagen vollendet er den ganzen Wechsel seiner verschiedenen Erscheinungen, ist neu, zunehmend, voll, abnehmend und dann wieder neu. Kurz bevor

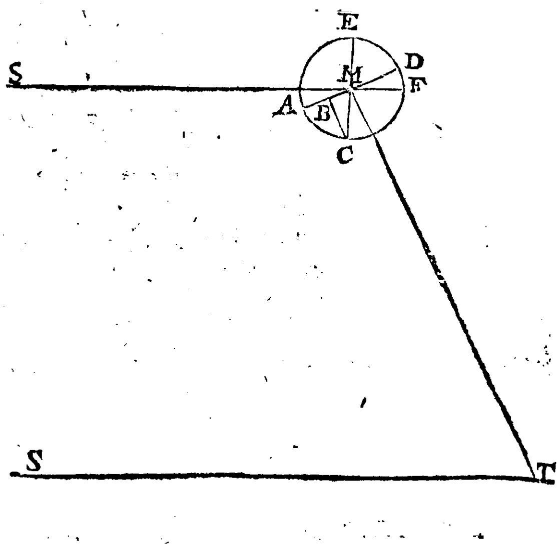
vor der Mond neu wird, oder mit der Sonne in Zusammenkunft tritt, und kurz nachher ist er nicht zu sehen; man rechnet, nach den Umständen 24 bis 48 Stunden, welche vor und nach der Zusammenkunft verstreichen, ohne daß der Mond sichtbar ist.

Die Quadraturen oder Viertelscheine des Mondes sind, das erste Viertel, wenn er wie ein halber Kreis aussiehet dessen Rundung gegen Morgen gekehrt ist, und das letzte Viertel, wenn er wieder einen halben Kreis zu bilden scheinet, dessen Rundung gegen Abend gekehrt ist. Die Syzygien oder Verbindungen des Mondes (nämlich mit der Sonne) sind der Neumond und Vollmond.

§. 3.

Aufgabe.

Die Größe des erleuchteten und sichtbaren Theils des Mondes finden.



Es

Es sei M der Mittelpunkt des Mondes, FMS ein Theil einer geraden Linie, die durch den Mittelpunkt des Mondes und den Mittelpunkte der Sonne gehet, EC ein Durchmesser des Mondes gegen MS senkrecht, so siehet der Zuschauer in T, weil die Entfernung des Mondes von der Erde nicht unbeträchtlich ist, einen Theil der Mondesfläche die für die halbe Mondesfläche gelten kann, also die Hälfte ACD. Davon ist der Theil AC erleuchtet, und die Breite desselben ist AB, in der Voraussetzung, daß BC, welche eigentlich die Verlängerung einer geraden Linie ist, die von T nach C gehen würde, wegen der beträchtlichen Entfernung, für parallel mit TM gehalten werden kann.

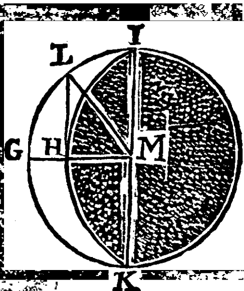
Gesetzt nun der Halbmesser des Mondes sei $= 1$, so ist $AB = \sin \operatorname{vers} AC$ oder $AB = \sin \operatorname{vers} \angle AMC$. Ziehe TS mit MS gleichlaufend.

Die Wechselwinkel STM und TMF sind gleich. Ferner ist $TMF + TMC = AMC + TMC =$ einem Rechten. Daher $\angle AMC = \angle TMF = \angle STM$, kurz $\angle AMC = \angle STM$.

Also ist AB ($= \sin \operatorname{vers} AMC$) $= \sin \operatorname{vers} STM$, in Theilen des Mond-Halbmessers, welcher als Einheit angenommen wird.

Es ist aber STM der Abstand der Sonne vom Monde in Graden gerechnet (elongatio). Also ist die Breite des erleuchteten Theiles gleich dem Sinus Versus des gedachten Abstandes, wenn der Halbmesser des Mondes zur Einheit angenommen wird.

Zusatz 1. Gesetzt man wisse aus den Ephemeriden oder durch eigene Rechnungen für einen gewissen Zeitpunkt die Standlängen der Sonne und des Mondes, so nehme man deren Unterschied, damit man den Abstand STM in Graden bekomme. Wenn der Mond nicht in der Ekliptik ist, so beträgt freilich der Winkel STM, dessen Seiten durch die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes gehen, etwas mehr als den gedachten Unterschied, allein der daraus entstehende Irrthum ist hier unmerklich. Zum gefundenen Winkel STM suche man in den Tafeln den Sinus Versus, für den Halbmesser 1, oder wenn die Tafeln keine Sinus Versus enthalten, so subtrahire man den Kosinus von 1.



Man mache sich einen Maaßstab wo der Halbmesser MG in 10, 100, 1000, u. s. w. getheilet sei, so läßt sich *GH* bestimmen, und dadurch die Breite des erleuchteten Theiles IGKHI.

Oder man mache den Winkel GML = dem Abstande des Mondes von der Sonne, und ziehe LH senkrecht gegen MG, so hat man ebenfalls den Sinus Versus GH und die verlangte Breite des erleuchteten Theiles.

Zusatz II. Die Punkte I und K, das heißt die Spitzen oder sogenannten Hörner des Mondes, stehen allemal 180^{g} von einander ab. Denn es sind die Stellen wo zwei große Kreise sich schneiden, deren einer den sichtbaren Theil des Mondes vom unsichtbaren, der andere aber den erleuchteten vom dunkelen trennet. Also ist IK oder der Abstand beider Hörner allemal dem Durchmesser des Mondes gleich.

Zusatz III. Es ist IHK der halbe Umfang einer Ellipse, indem ein schief gesehener Kreis sich allemal wie

wie eine Ellipse darstellet. Diese Ellipse hat IK oder den Durchmesser des Mondes zur Haupt-Axe, und HM, Kosinus des Bogens GL, zur halben kleinen Axe. Also verhält sich die Fläche I*H*KI zur Fläche IGKI wie GM zu *HM*, oder die Fläche

$$\text{IHKI ist} = \frac{HM}{GM}\ \text{IGKI (Einleit. S. LVIII).}$$

$$\text{Nun ist ILGKHI} = \text{IGKI} - \text{IHKI}$$
$$= \text{IGKI} - \frac{HM}{GM}\ \text{IGKI}$$
$$= \left(1 - \frac{HM}{GM}\right)\text{GKI} = \frac{GM - HM}{GM}\ \text{IGKI}$$
$$= \frac{HM}{HG}\ \text{IGKI.}$$

Da sich nun GH allein verändert, so verhalten sich allemal die sichtbaren erhelleten Theile des Mondes in seinen verschidenen Gestalten, wie ihre Breiten, oder wie die Queerstützen (cosinus versus) der Abstände zwischen Mond und Sonne.

Zusatz IV. Wann $\angle$LMG = 60^g, so ist HM = Cos 60^g = sin 30^g = $\frac{1}{2}$GM, also auch GH = $\frac{1}{2}$GM. Also wann der Mond 60^g von der Sonne abstehet, so ist der vierte Theil seines Durchmessers erhellet, und auch die erhellete Fläche beträgt, zu folge des III. Zusatzes, den vierten Theil der ganz Scheibe; angenommen, daß man den Mond als eine platte Scheibe betrachte.

Zusatz V. Wenn man die jetzige Mondesgestalt für einen gegebenen Zeitpunkt finden will, so muß man vor allen Dingen das Alter des Mondes wissen, das heißt, seit wann er mit der Sonne in Zusammenkunft gewesen ist (H. IX §. 5.). Alsdann sage man $29\frac{1}{2}$ Tage geben 360^g was geben die seit dem

Neumonde verflossenen Tage? Die herauskommenden Grade bestimmen den Winkel GML, wodurch sich, nach Zusatz I, die Mondesgestalt zeichnen läßt, wenigstens wird der Irrthum der von der Ungleichheit der Bewegung des Mondes herrühret, nicht sonderlich zu merken sein.

Zusatz VI. Wenn man an einer Uhr eine Kugel anbringet, deren Axe senkrecht stehet, nnd deren eine Hälfte schwarz und die andere vergoldet oder versilbert ist, so daß der Kreis, welcher beide Hälften theilet durch die senkrechte Axe gehet; wenn man einen Mechanismus anbringet, der die Kugel allemal in $29\frac{1}{2}$ Tagen umdrehet; und wenn man im Zifferblatte ein Loch anbringet, aus welchem die eine Hälfte der Kugel allemal hervorstehet; so hat man an diesem hervorstehenden Theile ein gutes und ziemlich richtiges Bild der Mondwechsel, und man kann daran jedesmal die jetzige Lichtgestalt des Mondes erkennen.

Zusatz VII. Alles vorhergehende trifft zwar genau genug mit der Wahrheit zusammen; allein wir müssen doch dentlicher zeigen, worin es eigentlich von der Wahrheit abweichet. Da die Sonne eine viel größere Kugel ist, als der Mond, so beleuchtet sie mehr als die Hälfte des Mondes; indessen hat der Unterschied der Größe hier nur wenigen Einfluß, wegen der großen Entfernung. Ferner, der Zuschauer kann nie die Hälfte einer Kugel sehen, sondern immer etwas weniger, also sehen wir etwas weniger als die Hälfte des Mondes; indessen ist die Entfernung des Mondes von uns beträchtlich genug und er ist auch klein genug, um daß auch hier kein merklicher Irrthum entstehen könne. Gerade Linien, die aus dem Mittelpunkte der Sonne nach der Erde und dem Monde gezogen werden, sind nicht parallel, machen aber einen so kleinen Winkel, daß er hier für nichts geachtet

werden

werden kann. Da TM und CB (S. 208) alle beide aus T ausgehen, so ist CB nicht gleichlaufend mit TM, und also AB nicht völlig der Sinus Versus des Bogens AC; aber auch hier ist die Neigung der CB gegen die TM äußerst klein. Der Unterschied der geraden Aufsteigung der Sonne und des Mondes, ist nicht völlig dem Abstande beider am Himmel gleich, wenn der Mond nicht in der Ekliptik ist, allein auch hier ist kein merklicher Irrthum zu befürchten. Wenn man bei der Erforschung der jedesmaligen Lichtgestalt des Mondes seinen Lauf für einförmig, und alle Mondläufe als gleich annimmt, so entfernet man sich zwar um etwas von der Wahrheit, jedoch nicht zu viel für diesen Gebrauch.

Wenn man schon die gehörigen Kenntnisse hat, so lassen sich zwar alle oben nur beiläufig angenommne Größen, schärfer bestimmen, allein man findet, daß der Unterschied im Resultate wenig beträgt. Uebrigens hat die Bestimmung der Lichtgestalt des Mondes keinen so erheblich Nutzen, daß es nöthig wäre, dabei mit der größten Schärfe zu Werke zu gehen.

§. 4.

Aufgabe.

Den scheinbaren Durchmesser des Mondes bestimmen.

Hierzu werden mikrometrische Vorrichtungen gebrauchet, dergleichen im VII. Hauptstücke beschrieben worden.

Durch häufige Beobachtungen hat man gefunden, daß der Durchmesser des Mondes sich ohngefähr von $29\frac{1}{2}$ Minuten bis $33\frac{1}{2}$ Minuten verändert, woraus man geschlossen hat, daß der Mond bald näher bald entfernter ist. In seiner mittleren Entfernung beträgt sein

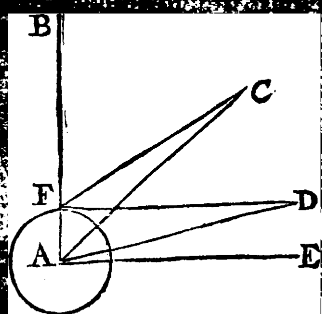
Durchmesser, so viel man bis jetzt hat ausmitteln können, 31′7″.

Außer daß der scheinbare Durchmesser des Mondes an sich zu= und abnimmt, so muß er noch in Betrachtung unserer ab= und zunehmen, in so fern er weiter vom Zenith oder davon entfernter ist, denn je näher der Mond dem Zenith ist, desto näher ist er uns, und desto größer muß er folglich scheinen. Dieses wollen wir in der folgenden Aufgabe weiter erörtern.

§. 15.

Aufgabe.

Man soll finden was für ein Unterschied im scheinbaren Durchmesser des Mondes in Betrachtung seiner Höhe über dem Horizonte statt findet.



Es sei A der Mittelpunkt der Erde, F ein Zuschauer auf der Oberfläche der Erde, B der Mond im Zenith, D der Mond im Horizont, C der Mond in einer beliebigen Höhe über dem Horizonte. Ziehe BFA, CF, CA, DF, DA, endlich AE mit FD parallel.

Im Horizonte hat der Mond die nämliche scheinbare Größe die er aus dem Mittelpunkte A der Erde, gesehen

gesehen haben würde, weil DF = DA angenommen werden kann, da der Unterscheid unbeträchtlich ist, und der nämliche Gegenstand, in gleichen Entfernungen gleich groß scheinen muß.

In C ist der Mond nur in der Entfernung CF vom Zuschauer, welche kleiner ist als CA oder AD oder FD; also muß der Mond größer scheinen. Nun verhalten sich die scheinbaren Größen nächstens umgekehrt wie die Entfernungen, wenn diese nicht zu klein sind (Optik H. II. §. 3). Also verhält sich der scheinbare Durchmesser in C den wir mit $\triangle$ bezeichnen wollen, zum scheinbaren Durchmesser in D, der den Namen δ haben soll, wie AD oder AC zu EC, mit einem Worte, es ist

$$\triangle : \delta :: AC : FC.$$

Nun ist ferner

$$\begin{aligned} AC : FC &:: \sin CFA : \sin CAF \\ &:: \sin CFB : \sin CAB \\ &:: \operatorname{Cos} CFD : \operatorname{Cos} CAE \end{aligned}$$

also $\triangle : \delta :: \operatorname{Cos} CFD : \operatorname{Cos} CAE$ das heißt: **die scheinbare Größe des Mondes in einer beliebigen Standhöhe verhält sich zu seiner scheinbaren Größe im Horizonte, wie der Kosinus der scheinbaren Höhe, die von der Parallaxe abhänget, zum Kosinus der wahren Höhe** (H. XIX. §. 10 u. f.).

Im Zenith, wohin jedoch bei uns der Mond nie gelanget, verhält sich die scheinbare Größe in F zur scheinbaren Größe in A, oder zur Größe im Horizonte wie BA zu BF, das heißt wie die Entfernung des Mondes vom Mittelpunkte der Erde zur selbigen Entfernung weniger dem Halbmesser der Erde.

Anmerkung I. Hieraus erhellet, daß der scheinbare Durchmesser des Mondes zunehmen muß, so wie der Mond sich über dem Horizonte erhebet. Das Gegentheil aber scheinet zu erfolgen, nämlich der Mond siehet beim Auf- und Untergehen am größten aus. Daß dieses aber eine optische Täuschung ist, haben wir schon an einem anderen Orte gezeiget (H. XX. §. 10.). Auch bemerket man, wenn man Fernröhre gebrauchet, eher eine Vergrößerung als eine Verkleinerung des in die Höhe steigenden Mondes. Stellet man vollends genaue Messungen an, so findet man die Größe des Mondes desto geringer je näher er am Horizont ist, wodurch es sich bestättiget, daß die bekannte Erscheinung nichts anders als ein Trug der Einbildungskraft ist.

Anmerkung II. Die in diesem Paragraph angezeigte Veränderung der scheinbaren Größe des Mondes muß hauptsächlich von dem horizontal genommenen Durchmesser verstanden werden. Denn was den Vertikalen betrifft, so leidet er noch durch die Stralenbrechung und durch die Höhenparallaxe einige Veränderung. Durch die Stralenbrechung wird der unter Rand des Mondes mehr erhöhet als der obere (H. XIX §. 13) wodurch also der vertikale Durchmesser etwas verkleinert wird. Die Höhenparallaxe hingegen erniedriget den unteren Rand des Mondes mehr als den oberen, wodurch der vertikale Durchmesser etwas verlängert wird (H. XIX. §. 15. Zus. 1.). Also wird der vertikale Durchmesser zugleich verkürzet und verlängert; Beide Wirkungen haben zum Theil einander auf. Allein es bleibet doch ein Unterschied übrig und es ist also gewisser den Durchmesser in horizontaler Richtung zu beobachten.

§. 6.

§. 6.

Aufgabe.

Aus den gegebenen horizontalen Durchmesser des Mondes, und seiner als bekannt vorausgesezten Abweichung, soll die Dauer seines Durchganges durch den Mittagskreis gefunden werden.

Man stelle hier die nämlichen Betrachtungen an wie bei der Sonne (H. VIII. §. 3), so wird man finden, daß die Rände des Mondes zwischen zwei Aufsteigungskreisen liegen, deren Abstand in Graden gefunden wird, wenn man den scheinbaren Durchmesser des Mondes durch den Kosinus seiner Abweichung dividiret.

Ferner muß man aus Ephemeriden oder durch andere Mittel wissen, um wie viel der Mond zur gegebenen Zeit langsamer gehet als die Sonne und folglich in wie viel Zeit er vom Meridian bis wieder zum Meridian gehet, welches in $24\frac{5}{6}$ Stunden mehr oder weniger zu geschehen pfleget. Nun sage man: 360 Grad erfordern $24\frac{5}{6}$ Stunden, oder so viel als sonst gefunden worden, was erfordert der vorher berechnete Abstand der beiden Aufsteigungskreise zwischen welchen der Mond lieget?

Meistens nimmt man nur den halben Abstand, um die halbe Dauer des Durchganges zu finden, damit man aus dem beobachteten Durchgange des Mondrandes den Durchgang des Mittelpunktes folgern können.

Uebrigens sezet diese Rechnung voraus, daß man aus den Ephemeriden den scheinbaren Durchmesser des Mondes für den gegebenen Tag kenne, und dieser wird so genommen, wie er am Horizonte oder auch aus dem Mittelpunkte der Erde gesehen erscheinet.

Zwar muß der Mond, wenn der Zuschauer ihm näher ist, etwas größer als im Horizonte scheinen, aber seine scheinbare Geschwindigkeit vermehrt sich nach eben dem Verhältnisse, so daß die Zeit des Durchganges die nämliche bleibet. Denn die scheinbare Geschwindigkeit kann als eine gerade Linie betrachtet werden, deren scheinbare Größe sich nach dem umgekehrten Verhältnisse der Entfernung verändert.

§. 7.

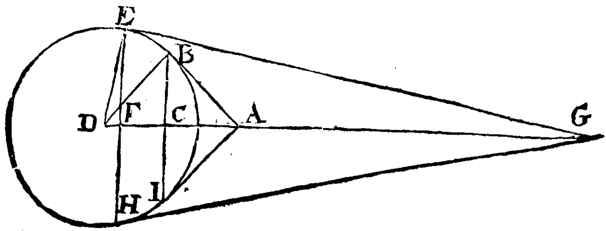
Aufgabe.

Aus den verschiedenen scheinbaren Größen des Monddurchmessers, die Verhältnisse der verschiedenen Entfernungen zwischen Mond und Erde zu finden.

Es ist bei §. 5 angeführet worden, daß sich die scheinbaren Durchmesser nächstens umgekehrt verhalten wie die Entfernungen. Wenn man also zwei scheinbare Durchmesser beobachtet hat, und sie in Sekunden oder noch kleinern Gradtheilen ausdrücket, so hat man zugleich zwei Zahlen welche das Verhältniß der Entfernungen angeben.

Allein wenn man noch mehr Genauigkeit verlanget, so muß man wissen, daß bei einer aus verschiedenen Entfernungen gesehenen Kugel, nicht die scheinbaren Durchmesser selbst, sondern die Sinus ihrer Hälften sich umgekehrt verhalten wie die Entfernungen.

Es sei D der Mittelpunkt des Mondes; DA und DG zwei verschiedene Entfernungen in welchen sich der Zuschauer befindet; AB, AI aus A gezogene gerade Linien, welche die Mondkugel berühren, oder vielmehr einen Durchschnitt derselben, welcher, wenn man ihn verlängerte, durch A gehen würde; BI eine von B nach I gezogene Sehne, BC deren Hälfte; GE und



und GH zwei aus G gezogenen berührende Linien; EH die von E nach H gezogene Sehne; EF ihre Hälfte; ED, BD zwei Halbmesser des Mondes.

Nun ist DBA ein rechtwinkeliges Dreieck, in in welchem aus der Spitze des rechten Winkels eine senkrechte Linie gegen DA gezogen worden; folglich ist die Seite DB die mittlere Proporzionallinie zwischen DC und DA; aus eben solchen Gründen ist DE die mittlere Proporzionallinie zwischen DF und DG; also ist

$$DC \times DA = DB^2$$
$$DF \times DG = DE^2 = DB^2$$

daher $DC \times DA = DF \times DG$

oder $DA : DG :: DF : DC$.

Nun ist $DF = DE \sin DEF = DE \sin EGD$

und $DC = DB \sin DBC = DB \sin BAD$

Also $DA : DG :: DE \sin EGD : DB \sin BAD$

oder da $DE = DB$.

$$DA : DG :: \sin EGD ; \sin BAD$$

das heißt: die Entfernungen des Zuschauers vom Mittelpunkt des Mondes, oder jeder andern Kugel, verhalten sich umgekehrt wie die Sinus der halben scheinbaren Durchmesser.

Wenn man demnach den scheinbaren Durchmesser des Mondes zu zwei verschiedenen Zeiten gemessen hat, so muß man bei jeder Beobachtung die Hälfte nehmen und davon den Sinus in den Tafeln suchen, um die Verhältnißzahlen der Entfernungen zu bekommen.

§. 8.

§. 8.

Wir haben oben §. 2. angenommen, daß der ganze Wechsel der verschiedenen Lichtgestalten des Mondes in ohngefähr $29\frac{1}{2}$ Tagen geschiehet. Eine solche Zeit heißt ein *synodischer Monat*, weil es die Zeit ist, welche von einer Zusammenkunft des Mondes mit der Sonne bis zur folgenden verfließt. Wir wollen sie jetzt genauer zu bestimmen suchen.

§. 9.

Aufgabe.

Man soll die Dauer eines synodischen Monats genau bestimmen.

Man nehme irgend eine alte Beobachtung einer Mondfinsterniß, und eine neuere. Bei jeder muß die eigentliche Zeit der Zusammenkunft genau bestimmet seyn; man wird nicht sehr irren, wenn man fürs erste das Mittel zwischen dem Anfange und dem Ende der Finsterniß dafür annimmt. Nun wird sich aus der schon ungefähr bekannten Dauer des synodischen Monats leicht finden lassen, wie viel synodische Monate in der Zwischenzeit verflossen sind. Man dividire den ganzen Zeitraum von einer Finsterniß zur andern durch die Anzahl der synodischen Monate; so hat man die Dauer eines jeden.

Ptolemäus hat uns, zum Beispiel, eine von den Chaldäern 320 Jahr vor Christi Geburt angestellte Beobachtung einer Mondfinsterniß aufbewahrt. Diese haben verschiedene Astronomen mit neueren Finsternissen verglichen, und dadurch ausgemittelt, daß der synodische Monat 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten und 2 Sekunden beträgt. Jedoch hat man gefunden, daß der synodische Monat seit zwei tausend Jahren

etwas

kürzer geworden ist, und zwar um 0''5732 oder 34 Zeitterzien. Diese Verkürzung nennt man die **Beschleunigung des Mondes.**

Anmerkung I. 19 Sonnenjahre machen nächstens 235 sinodische Monate, darauf gründet sich die 19 jährige Mondperiode (H. IX. §. 5) welche die Neu- und Vollmonde auf die nämlichen Monatstage zurück führen soll.

Anmerkung II. Aus Beobachtungen hat man gefunden, daß die synodischen Monate, außer der Beschleunigung, noch eine vielmerklichere Ungleichheit haben, indem sie bald etwas länger, bald etwas kürzer sind. Die Chaldäer glaubten gefunden zu haben, daß sich alle diese Ungleichheiten nach 223 Mondesläufen oder nach 18 Jahren, 10 Tagen, oder genauer nach 6585 Tagen und 8 Stunden wieder in derselbigen Ordnung einfinden, und daß auch die Finsternisse nach so viel Zeit wieder in derselbigen Ordnung eintreten. Diese Chaldäische Periode ist nicht ganz richtig.

§. 10.

Von einem Neumonde bis zum andern muß der Mond mehr als 360^g der Ekliptik durchlaufen, weil die Sonne in der Zwischenzeit vorgerücket ist, und vom Monde eingeholet werden muß. Die Zeit aber, in welcher der Mond bloß die 360^g durchläuft, heißt **ein periodischer Monat oder tropischer Monat.**

§. 11.

Aufgabe.

Den tropischen oder periodischen Monat bestimmen.

Man

Man sage 365 Tage 5 Stunden 49 Minuten geben 360^g, was geben 29 Tage 12 Stunden 44 Min. 2 Sek. (§. 9), so findet man um wie viel Grade die Sonne während eines sinodischen Monats vorgerücket ist, oder wie viel Grade über 360 der Mond während eines synodischen Monats zurück legen muß. Die Anzahl dieser Grade sei n, so sage man ferner: $(360 + n)^g$ erfordern 29 Tage 12 Stunden 44 Min. 2 Sekunden, was erfodern 360^g? Das Resultat ist die Dauer des tropischen Monats. Die Rechnung giebt 27 Tage 7 Stunden 43 Minuten 5 Sekunden.

§. 12.

Wenn der Mond die 360^g der Ekliptik durchlaufen hat, so hat er eigentlich mit den Sternen verglichen, etwas weniger als 360^g zurück gelegt, weil in der Zwischenzeit der Frühlingspunkt, und alle Grade der Ekliptik rückwärts gehen und ihm so zu sagen entgegen kommen. Die Zeit, welche verfließet vom Zeitpunkte da der Mond, mit den Fixsternen verglichen, seinen vollen Lauf von 360 Graden vollendet, ist ein **sternmäßiger Monat.**

§. 13.

Aufgabe.

Die Dauer des sternmäßigen Monats finden.

Man berechne wie viel die Zurückweichung der Ekliptik in einem tropischen Monate beträgt, nämlich man sage: 365 Tage 6 Stunden geben $50\frac{1}{2}$ Gradsekunden, was geben 27 Tage $7\frac{3}{4}$ Stunden? Mehr Genauigkeit in den Angaben wäre hier überflüßig; man findet 4 Gradsekunden. Nun sage man: 360^g weni-

ger

ger 4 Gradsekunden erfordern 27 Tage, 7 Stunden, 43 Minuten, 5 Sekunden, was erfordern 360 Grad? Man findet 27 Tage 7 Stunden, 43 Min., 12 Sek. als die Dauer des sternmäßigen Monats.

§. 14.

Der Mond beschreibet keinen Kreis sondern eine andere krumme Linie, welche man anfänglich für eine Ellipse gelten lassen kann, um die Erde herum. Er hat also eine **Erdnähe** und eine **Erdferne** und folglich eine Apsidenlinie.

So wie bei der Erde und allen Hauptplaneten eine Bewegung der Apsiden bemerket worden (H. XXIII. §. 14. und H. XXIV. §. 22), so findet man auch eine solche bei dem Monde, und die Zeit welche von einer Erdferne bis zur andern verstreichet, ist ein **anomalistischer Umlauf des Mondes** oder ein **anomalistischer Monat.**

§. 15.

Aufgabe.

Die Dauer des anomalischen Monats finden.

Unter verschiedenen Methoden ist folgende die leichteste. Man beobachte fleißig den Durchmesser des Mondes, (§. 4) wenigstens während eines Monats. Man bemerke zwei Zeitpunkte wo die Durchmesser bei ihrer Abnahme und ihrer Zunahme gleich gewesen sind. Man nehme das Mittel zwischen beiden Zeitpunkten, so hat man den Zeitpunkt der Erdferne. Wenn man dergleichen Beobachtungen in folgenden Monaten wieder anstellet, so findet man aufs neue den Zeitpunkt der Erdferne. Der Zeitraum welcher zwischen beiden Erdfernen verflossen ist, giebt die Dauer eines anomalistischen Monats. Um solche zu berichtigen,

nehme

nehme man wo möglich zwei sehr von einander entfernte, durch die vorgeschriebene Methode erhaltene Erdfernen; man suche mittelst der schon ohngefähr bekannten Dauer des anomalistischen Umlaufs, wie viel Umläufe in der Zwischenzeit geschehen sind. Man dividire die Zwischenzeit durch die gefundene Anzahl, so erhält man was man suchte. Auf diese Art und durch andere Mittel hat man gefunden, daß ein anomalistischer Monat 27 Tage, 13 Stunden 18 Min. 34 Sekunden beträgt.

Zusatz. Man sage in 27 Tagen, 7 Stunden, 43 Minuten, 5 Sekunden (§. 7) durchläuft der Mond die 360 Grade des Thierkreises; wie viel Weges machet er in 27 Tagen, 13 Stunden, 18 Minuten, 34 Sekunden; man findet: $363^g\ 4'\ 11''1521$. Wenn man hiervon 360^g abziehet, so bleiben $3^g\ 4'\ 11''1521$. Dieses ist die Vorrückung der Apsidenlinie während eines anomalistischen Umlaufes. Saget man ferner: $3^g\ 4'\ 11''1521$ geben 27 Tage, 13 St. 18 Minuten, 34 Sekunden, was geben 360^g? so findet man 2131 Tage, 8 Stunden, 34 Minuten, 58 Sek. oder 8 gemeine Jahre und ohngefähr $10\frac{1}{3}$ Mon. Wenn man hierzu addiret was die Voreilung der Nachtgleichen in diesem Zeitraume beträgt, (H. XXIII. §. 13) so durchläuft die Erdferne des Mondes 360^g in Betrachtung der Sterne in 3232 Tagen, 11 St. 11 Minuten, 40 Sekunden.

Anmerkung. Der in der Auflösung angeführte Durchmesser ist der am Horizont in horizontaler Richtung beobachtete (§. 5. nebst den Anmerkungen). Wenn man unter den beobachteten Durchmessern vor und nach dem Durchgange durch die Apsidenlinie keine völlig gleiche findet; so nimmt man seine Zuflucht zum Interpoliren. Nämlich man wählet eine der genauesten und sichersten Beobchtungen vor der

der Erdferne, und sucht diejenigen aus, die ihr nach der Erdferne am nächsten kommen. Durch Interpoliren (H. XVII.) findet man den Zeitpunkt, da der Durchmesser nach der Erdferne dem Durchmesser vor derselben gleich gewesen ist.

Zusatz II. Indem man die Dauer des anomalistischen Monats bestimmt, kann man zugleich gewisse Zeitpunkte oder Epochen bestimmen, da der Mond in seiner Erdferne gewesen ist; und wenn man zu einer solchen Epoche immer 27 Tage, 13 Stunden, 18 Minuten, 34 Sekunden addirt, so bekommt man eine Folge von Erdfernen des Mondes. Wenn man von einer gegebenen Zeit die Zeit der nächstvorhergehenden Erdferne abziehet, so erfährt man, seit wie lange der Mond in der Erdferne gewesen ist. Diese übrige Zeit sei t. Sagt man nun; 27 Tage, 13 Stunden, 18 Minuten, 34 Sekunden geben 360^{g}, was giebt t, so bekömmt man die mittlere Anomalie, oder dem mittleren Vorlauf des Mondes. Dieses alles ist schon hinlänglich bei Gelegenheit der Erde und der Planeten erkläret worden. (H. XXIII. und XXIV)

Man muß sich den Ort der Erdferne als gleichförmig vorrückend vorstellen. Wenn man also weiß, in welchem Grade der Länge, und in welchem Zeitpunkt die letzte Erdferne gewesen ist, so kann man leicht den jetzigen Ort der Erdferne finden. Man saget 27 Tage, 13 Stunden, 18 Minuten, 34 Sekunden geben $3^{g}\ 4'\ 11''\ 1521$ als die monathliche Vorrückung des Apsidenpunkts, was giebt die seit der letzten Erdferne verflossene Zeit? so findet man den jetzigen Ort der oberen Abside,

Nach diesen Regeln hat man in den Mondtafeln die Standlänge des Erdfernpunktes oder der obern Apside, für den Anfang jedes Jahres angegeben, nämlich

lich bei Schaltjahren fur den Mittag des 1ten Januars, und bei gemeinen Jahren für den Mittag des vorhergehenden letzten Dezembers, (H. XXIII. §. 22.)

§. 16.

Die Ekzentrizität der Mondbahn finden.

Man beobachte während eines Monats den Durchmesser des Mondes am Horizonte, damit seine Standhöhe keine Irrung verursache, und auch in horizontaler Richtung (§. 5.). Man nehme einige der größten beobachteten Durchmesser, und suche durch Einschalten (H. XVII.) den allergrößten. Eben so suche man mittelst der kleinsten beobachteten den allerkleinsten.

Nun sei D der größte und d der kleinste Durchmesser, nämlich in Gradtheilen, so verhält sich die Entfernung des Mondes von der Erde in der Erdferne zur Entfernung in der Erdnähe, wie $\sin \frac{1}{2} D$ zu $\sin \frac{1}{2} d$. (§. 7.). Es werde nun die große Axe der Mondbahn $= 1$ gesetzet, so muß sie nach dem Verhältnisse von $\sin \frac{1}{2} D$ zu $\sin \frac{1}{2} d$ getheilet werden. Die Proporzion

$$(\sin \tfrac{1}{2} D + \sin \tfrac{1}{2} d) : \sin \tfrac{1}{2} D :: 1 : x$$

giebt $x = \dfrac{\sin \frac{1}{2} D}{\sin \frac{1}{2} D + \sin \frac{1}{2} d}$

als den größten Theil. Der kleinere ist

$$1 - \frac{\sin \frac{1}{2} D}{\sin \frac{1}{2} D + \sin \frac{1}{2} d}$$

oder $\dfrac{\sin \frac{1}{2} d}{\sin \frac{1}{2} D + \sin \frac{1}{2} d}$

Die Ekzentrizität ist gleich den größten Theile weniger der halben Hauptaxe, also

Ekzen-

$$\text{Ekzentrizität} = \frac{\sin\frac{1}{2}D}{\sin\frac{1}{2}D - \sin\frac{1}{2}d} - \frac{1}{2}$$
$$= \frac{\sin\frac{1}{2}D + \sin\frac{1}{2}d}{2(\sin\frac{1}{2}D - \sin\frac{1}{2}d)}.$$

Alles dieses in der Voraussetzung, daß die Hauptaxe = 1 ist; wird sie durch eine andere Zahl ausgedrückt, so muß die Ekzentrizität mit derselben multiplizirt werden.

Nachdem man sehr oft die Ekzentrizität des Mondes aus Beobachtungen geschlossen, und das Mittel daraus genommen hat, so hat man gefunden, daß die mittlere Entfernung oder die halbe Axe der angenommenen Ellipse, die der Mond beschreibet, sich zur Ekzentrizität verhält, nächstens wie 1 zu 0,055, oder wie 1000 zu 55, oder wie 200 zu 11, so daß die Ekzentrizität ohngefähr den 18ten Theil der mittleren Entfernung ausmachet.

Jedoch ist die Ekzentrizität veränderlich, wie wir weiter unten sehen werden.

§. 17.

Der Mond läuft in einer Bahn, welche die Ekliptik in zwei gegenüber stehenden Punkten durchschneidet, und hat also einen aufsteigenden und niedersteigenden Knoten, wie die Planeten (H. XXIV. §. 12). Der aufsteigende Knoten wurde von den alten Astronomen **Drachenkopf**, und der niedersteigende **Drachenschweif** genannt. Die Erfahrung lehret, daß die Knoten des Mondes eine Bewegung haben, so daß, wenn der Mond in einem Monate die Ekliptik in einer gewissen Stelle durchschnitten hat, er dieselbe im folgenden Monat nicht an derselbigen Stelle durchschneidet. Der Zeitraum, den der Mond gebrauchet, von einem seiner Knoten bis wieder zum gleicharmigen Knoten zu gelangen, heißt ein **drakontischer Monat**, (vom Drachen, dessen Kopf und Schweif beiden Knoten ihren Namen geliehen hatten). Man kann ihn auch einen **knotenmäßigen Monat** nennen.

§. 18.

Aufgabe.

Es soll die Dauer des knotenmäßigen Monats und die Bewegung der Mondesknoten gefunden werden.

Wenn man die Standbreite des Mondes fleißig beobachtet, und die Zeitpunkte bemerket, da sie null wird, so hat man den Zeitpunkt, da der Mond im Knoten ist. Wiederholet man dieses mehrmal, so läßt sich daraus schon die Dauer des drakontischen Monats ohngefähr schließen. Noch mehr Genauigkeit gewähren die Mondfinsternisse. Wenn der Mond bei einer Finsterniß gerade im Knoten ist, so wird er ganz verfinstert; und bei gleichen Entfernungen vom Knoten ist die Verfinsterung gleich. Wenn man also eine von den Alten beobachtete Mondfinsterniß mit einer neueren von gleicher Größe vergleichet, mittelst der ohngefähr bekannten Dauer eines knotenmäßigen Monats die Anzahl solcher Monate folgert, die in der Zwischenzeit verflossen sind, und die Zwischenzeit durch diese Anzahl dividiret, so bekömmt man sehr genau die verlangte Dauer eines knotenmäßigen Monats. Man hat gefunden 27 Tage, 5 Stunden, 5 Minuten, 36 Sekunden.

Bei den monatlichen Beobachtungen des Durchganges durch den Knoten, wird man die Standlänge des Mondes jedesmal da er durch den Knoten gehet, bemerken; und daraus ersehen, daß der Knoten zurück,

das

das heißt der Ordnung der Zeichen in der Ekliptik zuwider, gehet. Wenn man nun schon ziemlich genau die Quantität dieser rückläufigen Bewegung gefunden, und für Jahre und Jahrhunderte bestimmt hat; so kann man versuchen, ob sie mit den Orten stimmet, in welchen der Mond sich bei den Finsternissen befunden hat, aus welchen man die Dauer des knotenmäßigen Monats hergeleitet hat, nämlich ob der Knoten von der älteren Finsterniß bis zur neueren wirklich um so viel zurückgelaufen ist, als es die vorläufige Angabe mit sich bringet, wo nicht, so muß diese verbessert werden. Man hat gefunden, daß das Zurücklaufen des Knotens in Betrachtung der Fixsterne täglich 3 Gradminuten 10″77618 und in Betrachtung des Frühlingspunktes 3′10″6386 beträgt. Woraus sich ohne viele Mühe das Zurücklaufen in jedem gegebenen Zeitraume berechnen läßt. Ohngefähr in 18 Sonnenmonaten beträgt es 1 Zeichen oder 30 Grad, und in 18 gemeinen Jahren und 228 Tagen gehet der Knoten um den ganzen Himmel herum.

Zusatz. Wenn man weiß, mit welcher Geschwindigkeit der Knoten in der Ekliptik zurück gehet, und wenn man nur einen Zeitpunkt genau beobachtet hat, da der Mond im Knoten war, so läßt sich leicht der Zeitpunkt aller folgenden und vorhergehenden Durchgänge durch den Knoten finden. Ferner wenn man weiß, wie viel Zeit seit dem letzten Durchgange durch den aufsteigenden Knoten verflossen ist, und an welcher Stelle der Ekliptik der letzte Durchgang durch den Knoten geschah, so läßt sich leicht berechnen, an welcher Stelle der Knoten sich jetzt befindet. Nämlich man saget: 1 Tag giebt 3′10″6386, was geben die verflossenen Tage? Was herauskömmt, wird von der erwähnten Stelle der Ekliptik subtrahiret, nachdem man diese Stelle nöthigen Falls um 360^g vergrößert

größert hat. Durch solche Mittel ist man in den Stand gesetzet worden, in den Mondtafeln den Ort des Knotens für den Anfang jedes Jahres aufzuzeichnen. Auch hier wird das Jahr, wenn es ein gemeines ist, vom Mittage des vorhergehenden 31ten Dezembers an, und wenn es aber ein Schaltjahr ist, vom Mittage des 1ten Januars gerechnet.

Anmerkung. Die Beobachtungen mittelst welcher man die Bewegung der Knoten bestimmet, müssen eigentlich auf den Mittelpunkt der Erde zurück geführet werden; denn dort erscheinet der Mond in der Ekliptik, wenn er wirklich darinn ist. Es soll im folgenden Hauptstücke gelehret werden, wie dieses geschiehet. Unterdessen darf man nur annehmen, daß die Beobachtungen in solchen Erdstrichen gemacht worden, wo man den Mond gerade im Zenith haben kann, und zu solchen Zeiten, wo er wirklich im Zenith war. Denn in diesem Falle siehet der Zuschauer den Mond in derselbigen Lage, wie er ihn aus dem Mittelpunkt der Erde sehen würde, weil er mit dem Mittelpunkte der Erde und mit dem Monde in einer geraden Linie ist.

§. 19.

Aufgabe.

Es soll die Neigung der Mondbahn gegen den Sonnenkreis (Ekliptik) gefunden werden.

Zu diesem Ende muß man fleißig die Standbreiten des Mondes beobachten. Die größte derselben ist zugleich das Maaß des Winkels, welchen die Ebenen der Mondbahn und der Ekliptik mit einander machen.

Nach vielen Beobachtungen hat man erkannt, daß die mittlere Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik

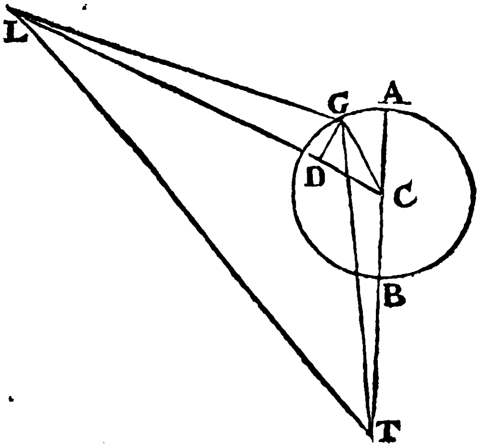
Ekliptik $5^g\ 8'49''$ beträgt. Ich sage die mittlere; denn wir werden bald sehen, daß diese Neigung veränderlich ist.

Anmerkung. Auch hier wie bei der vorhergehenden Aufgabe müssen die Beobachtungen auf dem Mittelpunkt der Erde zurück geführet werden. Wer aber damit noch nicht Bescheid weiß, darf sich nur unterdessen vorstellen, daß die Beobachtungen irgendwo in der heißen Zone, und immer lothrecht unter dem Monde gemacht worden, weil in diesem Falle die auf der Oberfläche der Erde beobachtete Lage des Mondes mit derjenigen einerlei ist, die man aus dem Mittelpunkte der Erde bemerken würde.

§. 20.

Es scheinet daß wir nun alles haben, was wir zur Berechnung des Mond-Ortes am Himmel gebrauchen; denn wir wissen die Ekzentrizität und Neigung seiner Bahn; wir sind im Stande, für jeden Zeitpunkt den Ort der oberen Apside und des Knotens anzugeben; wir kennen auch die Zeit des anomalistischen Monats oder der anomalistischen Umlaufszeit. Mit diesen gegebenen Größen haben wir im vorigen Hauptstücke gelehret, den Ort eines jeden Planeten am Himmel zu berechnen. Allein nachdem man es mit dem Monde versuchet hat, ist gefunden worden, daß bei diesem Weltkörper der nach den gewöhnlichen Regel, und in der Voraussetzung einer elliptischen Bahn berechnete Ort des Mondes in seiner Bahn noch stark von dem aus Beobachtungen gefolgerten abweichet. In den Quadraturen, wenn es sich trifft, daß der Mond zugleich 90^g von seiner Erdferne abstehet, ist der Irrthum am größten, und gehet bis zu $1^g\ 20'$. In den

Syzygien oder Verbindungen hingegen, wenn der Mond zugleich in seiner Erdferne oder in seiner Erdnähe ist, ist der Irrthum nicht merklich. Um dieses zu erklären hat man angenommen, daß die Ellipse des Mondes sich verlängert und verkürzet, und daß sich ihre Absidenlinie zugleich verrücket.



Nämlich, es sei T die Erde, L der Mond, TC die mittlere Ekzentrizität der Mondbahn, TA die größte, TB die kleinste. Man nimmt an, daß während daß der Brennpunkt der Mondbahn in T bleibet, ihr Mittelpunkt einen Kreis AGB um C herum beschreibet, und dessen Peripherie monatlich 2 mal durchläuft. Er sei z. B. in G, so ist die Ekzentrizität TG. Sie nimmt ab, bis daß der Mittelpunkt in B gekommen ist; dann nimmt sie wieder zu, bis daß sie in A am größten wird. Die Lage der Apsidenlinie, nach der bekannten Bewegung der Absiden (§. 15. Zus. II.) sollte in TA seyn, sie ist aber zum Beispiel in TG, und machet mit der mittleren den Winkel GTA; dieser wird erst größer,

ßer, dann kleiner, dann null, dann wieder größer, dann wieder kleiner, dann null.

In A und in B hat also die Absidenlinie ihre mittlere Lage, die Ekzentrizität ist aber größer oder kleiner als die mittlere; hingegen 90^{g} von A und B ist die Ekzentrizität ohngefähr der mittleren gleich; hingegen ist dort der Abstand der wahren Absidenlinie von der mittleren am größten.

Diese Bewegung, mittelst welcher der in der elliptischen Hypothese berechnete Ort des Mondes in seiner Bahn verbessert werden muß, wird die **Evekzion** oder **Erhöhung** genannt, weil sich der Mittelpunkt der Mondbahn und folglich auch der Erdfernepunkt erhöhet, oder von der Erde entfernet, und sich dann wieder erniedriget; die ganze Ellipse wird bald länger bald kürzer.

§. 21.

Aufgabe.

Die aus der Erhöhung entstehende Abgleichung des Mondes finden.

Vorbereitung.

Es kann $\wedge$CLT für die Hälfte der Abgleichung des Mittelpunkts gelten. Denn wenn man aus T den Vektor TL und aus dem andern hier nicht angedeuteten Brennpunkte ebenfalls einen Vektor nach L ziehet, so bildet jener, nach der einfachen elliptischen Hypothese (H. XXIII. §. 8. Anm.) mit der Absidenlinie ein n Winkel, welcher dem mittleren Vorlaufe (mittleren Anomalie) gleich ist. Der Vektor LT aber macht mit derselbigen Linie den wahren Vorlauf, und der Winkel bei L ist dann der Unterschied beider Vorläufe oder die Abgleichung des Mittelpunktes.

Folglich kann, wie gesaget, $\angle$CLT für die Hälfte dieser Abgleichung gehalten werden.

Aus ähnlichen Gründen ist GLT die Hälfte der Abgleichung, wenn man nicht von der mittleren Ekzentrizität sondern von der jetzigen wirklichen und von der jetzigen Lage der Absidenlinie ausgehet.

Der Winkel CLG ist der unterschied beider halben Abgleichungen, oder der halbe Unterschied beider Abgleichungen, und also die Wirkung der Erhöhung.

Nun lehret die Erfahrung, daß diese hypothetische Theorie am besten mit den Beobachtungen stimmet, wenn man jedesmal den Winkel ACG doppelt so groß machet, als der Abstand zwischen der Sonne und der mittleren Erdferne des Mondes ist.

Die Erfahrung lehret ferner, daß der gedachte Unterschied zwischen beiden Abgleichungen bis zu 1° $20'$ gehet, und also die Hälfte oder der Winkel CLG bis $40'$.

Der Winkel CLG wird am größten und $= 40'$ wenn LC gegen CG senkrecht, und also der Winkel LCG ein rechter ist; wird dieser aber schief, so nimmt $\angle$CLG ab.

Man fälle GD gegen LC senkrecht, so verhalten sich solche Winkel wie CLG, weil sie klein sind, und LG ohngefähr unverändert bleibet, nächstens wie ihre Sinus GD. Diese aber sind zugleich die Sinus der Winkel GCD für den Halbmesser GC. Es seien demnach Λ und λ zwei Werthe des Winkels CLG und es seien Ψ und ψ die zustimmenden Werthe des Winkels GCD, so ist

$$\Lambda : \lambda :: \sin \Psi : \sin \psi$$

Wenn $\Lambda = 40'$, so ist Ψ ein rechter Winkel und $\sin \Psi = 1$, also

$$40' : \lambda :: 1 : \sin \psi$$

daher

daher

$$\lambda = 40' \sin \psi.$$

Nun ist $\psi = GCD = ACL - ACG$. Ferner ist $ACL = ATL + TLC$, und es ist ATL der wahre Vorlauf des Mondes, und TLC die halbe Abgleichung der Bahn. Also ist ACL = dem wahren Vorlaufe nebst der halben Abgleichung, und ψ ($= ACL - ACG$) ist gleich dem wahren Vorlaufe, nebst der halben Abgleichung der Bahn, weniger dem doppelten Abstande der Sonne von der oberen Abside des Mondes. Dieses giebt demnach, wenn wir fürs erste die halbe Abgleichung der Bahn weglassen

ψ = Vorl. ☾ — 2 Abst. ☉ Erdf. ☾

Nun ist Vorl. ☾ = Ort ☾ — Ort Erdf. ☾

= 2 Ort ☾ — Ort ☾ — Ort Erdf. ☾

und Abst. ☉ Erdf. ☾ = Ort ☉ — Ort Erdf. ☾

tauschet man diese Werthe ein, so kömmt

ψ = 2 Ort ☾ — Ort ☾ — Ort Erdf. ☾

— 2 Ort ☉ + 2 Ort Erf. ☾

= 2 (Ort ☾ — Ort ☉) — (Ort ☾ — Ort Erdf. ☾)

Nun ist Ort ☾ — Ort ☉ = Abstand ☾ ☉

und Ort ☾ — Ort Erdf. ☾ = Vorlauf ☾, also

ψ = 2 Abstand ☾ ☉ — Vorl. ☾

Hierzu kommt nun noch die halbe Abgleichung also ist

ψ = 2 Abst. ☾ ☉ — wahr Vorl. ☾ + $\frac{1}{2}$ Abg. der B. folglich

$\lambda = 40' \sin$ (2 Abst. ☾ ☉ — w Vorl. ☾ + $\frac{1}{2}$ Abg. der B.)

Dieses ist demnach die halbe Gleichung, welche aus der Erhöhung oder Evekzion entstehet. Für die ganze setzet man 80′ statt 40′.

Auf-

Auflöſung.

Die Abgleichung wegen der Erhöhung oder Evekzion beträgt, wie eben jetzt gefunden worden.

30′ ſin (2 Abſt. ☾ ☉ — w V ☾ + $\frac{1}{2}$ Abg. B.)

Durch einen anderen Weg haben andere Mathematiker heraus gebracht

80′ ſin (2 Abſt. ☾ ☉ — Vorl. ☾)

wo die halbe Abgleichung der Bahn wegbleibet, und unter dem Vorlaufe verſtehen ſie den mittleren.

Zuſatz. In den Syzygien, wenn der Mond zugleich in ſeiner Erdferne oder Erdnähe iſt, verſchwindet die Abgleichung wegen der Evekzion gänzlich; denn alsdann iſt Abſt. ☾ ☉ = 0 oder = 180^g und w V. ☾ = 0 oder = 180^g, alſo giebt die Formel 80′ ſin 0, oder 80′ ſin 360^g oder 80′ ſin $\pm$ 180^g nnd alles dieſes iſt = 0 :.

In den Quadraturen hingegen, wann es ſich trifft, daß der Mond zugleich 90^g oder 270^g von ſeiner Erdferne abſtehet, ſo iſt Abſt. ☾ ☉ = R oder = 3 R (rechte Winkel), und w. V. ☾ = R oder = 3 R, alſo gilt 2 Abſt. ☾ ☉ — w. V. ☾.

$$\left.\begin{matrix}2\ R\\6\ R\end{matrix}\right] - \left[\begin{matrix}1\ R\\3\ R\end{matrix}\right.$$

das heißt entweder

$$\begin{aligned}&2\,R - 1\,R = 1\,R\\ \text{oder } &2\,R - 3\,R = -\ 1\,R\\ \text{oder } &6\,R - 1\,R = 5\,R\\ \text{oder } &6\,R - 3\,R = 3\,R\end{aligned}$$

In allen Fällen iſt der Sinus = 1 und die Abgleichung wegen der Evekzion machet 80′ oder 1^g 20′. Sie iſt alſo die größte mögliche. In andern Fällen iſt ſie kleiner.

§. 22.

§. 22.

Nachdem man den Ort des Mondes in seiner Bahn mittelst einer Ellipse und der Evekzion bestimmet hatte, fand sich, daß diese beiden Mittel noch nicht hinreichend waren, und daß die berechneten Oerter des Mondes in seiner Bahn immer noch von den wirklichen abwichen. Der Irrthum war immer am größten in den Oktanten, das heißt, wann die Sonne 45, 135, 225, und 315^g vom Monde entfernet war. Hingegen in den Quadranten, das heißt in den Syzygien und Quadraturen war fast kein Unterschied zu merken. Der größte belief sich nach einigen Astronomen auf 51 Minuten, nach anderen nur 40′30″, nach den neuesten Bestimmungen aber beträgt er nur 35′41″. Um ihn zu finden, muß man in den Oktanten den Ort des Mondes genau beobachten, und ihn mit Zuziehung der Evekzion berechnen. Der Unterschied ist alsdann der größte seiner Art. Uebrigens giebt man dieser Abweichung der Beobachtung von der Rechnung oder dieser neuen Ungleichheit des Mondes den Namen der Variazion.

§. 23.

Aufgabe.

Aus dem gegebenen Abstande des Mondes von der Sonne, soll die Variazion des Mondes gefunden werden.

Aus der Erfahrung hat man folgende Regel abstrahiret:

Wie sich der Sinustotus verhält zum Sinus des doppelten Abstandes zwischen Mond und Sonne, so verhält sich die größte Variazion zur verlangten.

Also

Also, wenn wir diese mit x bezeichnen, so ist
$1 : \sin 2$ Abst. ☾ ☉ $:: 35'41'' : x$

daher $x = 35'41'' \sin 2$ Abst ☾ ☉.

Hier wird x am größten, wann sin 2 Abst. ☾ ☉ $= 1$, das heißt wann 2 Abst. ☾ ☉ $=$ R (einem Rechten) oder $= 3$ R oder $= 5$ R oder $= 7$ R, und also Abst. ☾ ☉ $= \frac{1}{2}$ R oder $= 1\frac{1}{2}$ R oder $= 2\frac{1}{2}$ R, oder $= 3\frac{1}{2}$ R, nämlich wann Abst. ☾ ☉ $= 45$ oder $= 135^g$, oder $= 225^g$ oder $= 315^g$.

Hingegen wird $x = 0$, wann sin 2 Abst. ☾ ☉ $= 0$, das heißt, wann 2 Abst. ☾ ☉ $= 0^g$ oder $= 2$ R oder $= 4$ R oder $= 6$ R, und also Abst. ☾ ☉ $= 0$, oder 1 R oder 2 R oder 3 R, das heißt, die Variazion wird null in den Vollmonden und den Quadraturen.

Noch ist wohl zu merken, daß die Variazion vom Neumonde bis zum Vollmonde negativ, von da aber bis wieder zum Vollmonde positiv ist, im ersten Falle also vom Orte des Mondes subtrahiret, im andern hingegen zu demselben addiret werden muß.

§. 24.

Nachdem man die Variazion bei der Berechnung des Mond-Ortes in seiner Bahn mit in Anschlag genommen hatte, so fand sich, daß die Rechnung mit der Beobachtung nur im Januar und Julius stimmete, im übrigen Theile des Jahre aber sich davon entfernte, hauptsächlich im März und im September, und zwar um 11 Minuten und einige Sekunden. (Heut zu Tage nimmt man an, $11'8''6$). Daraus schloß man, daß der Ort der Sonne, oder eigentlich ihre damit verbundene größere oder kleinere Entfernung von der Erde auch auf den Mond Einfluß hat. Die daraus entstehende Abgleichung oder Verbesserung der Rech-

nung

nung wird die jährliche Abgleichung genannt, weil sie alle Jahre in derselbigen Ordnung ab und zunimmt.

§. 25.

Aufgabe.

Die jährliche Abgleichung des Mondes finden.

Die Erfahrung giebt folgende Regel an die Hand: wie sich der Sinustotus verhält zum doppelten Sinus des mittleren Vorlaufes (anomalie) der Sonne, so verhält sich die größte jährliche Abgleichung zur verlangten, das heißt

jährl. Abgl. $= 11'8''6 \times 2 \sin$ mittl. Vorl. ☉
oder jährl. Abgl. $= 22'16''12 \sin$ mittl. Vorl. ☉

Die jährliche Abgleichung wird am größten, wann sin. mittl. Vorl. ☉ $= 1$, das heißt, wann mittl. Vorl. ☉ $= 90^g$ oder $= 270^g$, also 3 und 9 Monate nach dem die Sonne in der Erdferne gewesen ist, nämlich am Ende der Monate März und September. Bei 270^g ist der Sinus negativ, und also wird auch die jährliche Abgleichung hier, wie überhaupt für mehr als VI Zeichen mittleren Vorlaufs, negativ.

Hingegen wird die jährliche Abgleichung $= 0$, wann sin. mittl. Vorl. ☉ $= 0$, das heißt, wann der mittl. Vorl. $= 0$, und $= 180^g$, also zur Zeit, da die Sonne in ihrer Erdferne und in ihrer Erdnähe ist, nämlich am Ende der Monate Julius und Januar.

§. 26.

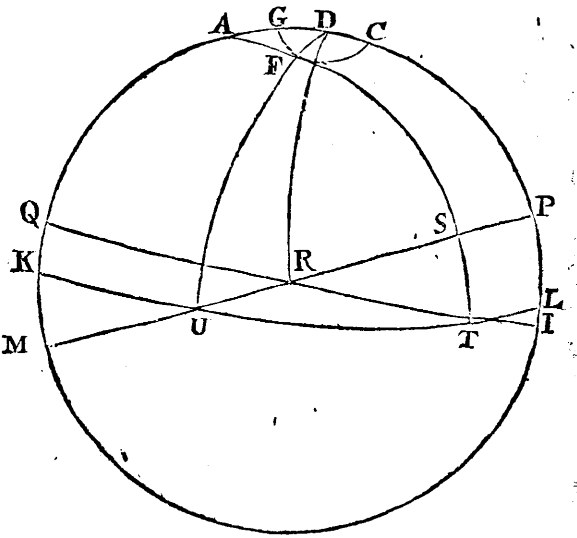
Seit dem die wechselseitige Anziehung der Sonne, des Mondes und der Erde genauer untersuchet und in Rechnung gebracht worden, hat man Mittel gefunden, alle nöthige Abgleichungen aus der Theorie, mit Zu-

ziehung

ziehung der Erfahrung zu entdecken, ohne sich bloß an der Erfahrung zu halten, und diese durch immer neue Hypothesen zu erklären, wie es sonst geschah. Auf diesem neuen Wege hat man außer den alten Abgleichungen noch eine große Anzahl neuerer entdecket, die zwar minder beträchtlich, aber doch zur schärferen Bestimmung des Mond-Ortes nöthig sind. Von allen diesen Abgleichungen wollen wir in der Folge ein mehreres sagen, wann wir durch die noch vorzutragenden Lehren in den Stand gesetzet sein werden, die wechselseitige Anziehung gehörig in Anschlag zu bringen. Unterdessen sind die vier angeführten Abgleichungen, nämlich die **Abgleichung der Bahn**, die **Erhöhung** oder **Evekzion**, die **Variazion** und die jährliche **Abgleichung**, schon hinlänglich den Ort des Mondes bis auf wenige Gradminuten zu bestimmen. Man nennet sie die **vier großen Abgleichungen**, oder die **vier großen Ungleichheiten des Mondes.**

§. 27.

Wenn man die Knoten des Mondes und die Neigung seiner Bahn fleißig beobachtet, so findet sich's, daß beide eine halbmonatliche Veränderung leiden, und zwar so, daß diese Veränderung zwar nicht in den Neu- und Vollmonden, aber desto mehr in den übrigen Zeiten merklich ist. Diese doppelte Veränderung der Knoten und der Neigung läßt sich erklären, wenn man annimmt, daß der wirkliche Pol der Mondbahn zweimal in jedem synodischen Monate um den mittleren Pol derselben einen kleinen Kreis beschreibet.



Es sei MP die Ekliptik, A ihr Pol, QI die mittlere Mondbahn und D ihr Pol. Durch A und D ziehe man den größten Kreis ADPIMQA, so ist PI = AD = der mittleren Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik, nämlich $5^g\ 8'49''$. In R ist der Knoten, so daß PR = IR = 90^g. Nun gedenke man sich um den Punkt D herum einen kleinen Kreis GFC, dessen Halbmesser GD = $8'48''$.

In diesem Kreise läuft der wirkliche Pol der Mondbahn herum, so daß, wenn er z. B. in F ist, und man DF ziehet, der Winkel ADF in Graden allemal dem doppelten Abstande des Mondes von der Sonne gleich sei; es folget daraus, daß der wahre Pol der Mondbahn bei dem Neumonde in G ist. Dann ist der Punkt I dem P am nächsten und die Neigung am kleinsten. Im ersten Viertel ist der Pol der Mondbahn in C, und der Punkt I am weitesten von

P, so daß alsdann die Neigung am größten ist. Im Vollmond ist der Pol der Mondbahn wieder in G und im letzten Viertel in C. Mit einem Worte, nach dieser Hypothese ist die Neigung in den Neu- und Vollmonden am kleinsten, und in den Quadraturen am größten. Der ganze Unterschied beträgt GC oder 2 GD, oder 2 mal $8'48'' = 17'36''$. Uebrigens bleibet der mittlere Ort des Knotens R in den Neu- nnd Vollmonden und Quadraturen unverrücket. Nur der Winkel PRI ist in den Neu- und Vollmonden kleiner als in den Quadraturen.

Gesetzet nun aber der Pol der Mondbahn befinde sich weder in G noch in C, sondern irgendwo in F. Durch den Pol A der Ekliptik und den Pol F der jetzigen Mondbahn ziehe den größten Kreis AFST, welcher die Ekliptik in S und die veränderte Mondbahn KTL in T schneidet. So ist wiederum ST (= AF) die jetzige Neigung der Bahn, und wenn man SU und TU = 90^g nimmt, so ist U die neue Stelle des Knotens, und es ist RU = SP, weil RP = SU = 90^g, und RS ein gemeinschaftlicher Theil beider Quadranten ist.

Je mehr der Punkt F sich vom Punkt A entfernet, je größer werden AF und ST. Je weiter F vom Kreise ADP lieget, desto größer werden SP und RU. Wenn man also den Punkt F in Gedanken in seiner Kreislinie während eines synodischen Monats zweimal herum führet, so wird man finden, daß die Neigung der Bahn vom Neumonde bis zum ersten Viertel zunimmt, von da bis zum Vollmonde abnimmt, dann bis zum letzten Viertel zunimmt und endlich bis zum Neumonde abnimmt. Was den Knoten betrift, so wird man finden, daß er vom Neumonde bis zum ersten Viertel erstlich rückwärts und dann wieder vorwärts gehet, so daß er sich wieder in

seiner

seine mittlere Stelle begiebt. Vom ersten Viertel bis zum Vollmonde gehet er auf der anderen Seite des Punktes R erst vorwärts, dann rückwärts, und erreichet wieder seinen Ort. Vom Vollmond bis zum letzten Viertel gehet er wie vom Neumonde bis zum ersten Viertel, endlich vom letzten Viertel bis zum Neumonde gehet er wie vom ersten Viertel bis zum Vollmonde.

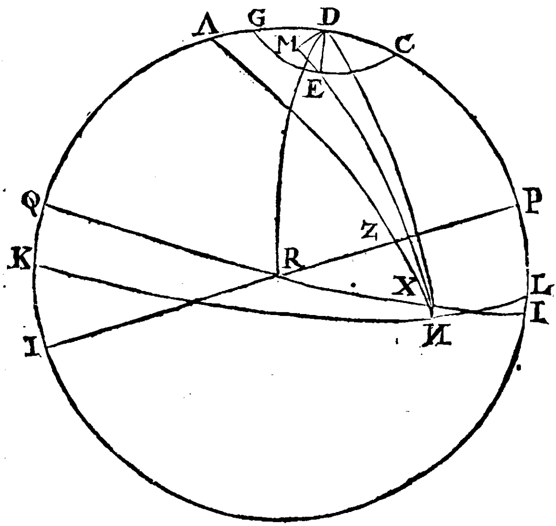
Im sphärischen Dreiecke ADF ist AD $= 5^g\ 8' 49''$ DF $= 8' 48''$ und $\angle$ADF ist allemal gleich dem doppelten Abstande des Mondes von der Sonne. Also läßt sich AF (= ST) das heißt, die jedesmalige Neigung der Bahn und $\angle$DAF (= Arc PS = Arc RU) das heißt, die Abgleichung des Knotens berechnen.

Die größte Abweichung des Knotens findet statt, wann der Kreis AFT den Kreis GFC bloß berühret, und also DF gegen AF senkrecht wird In diesem Falle ist $\angle$AFD ein Rechter, AD und DF sind wie vorher gegeben. Es hält also nicht schwer, so wohl den Winkel ADF als auch $\angle$DAF zu berechnen. Aus dieser Rechnung ergiebt sich, daß die größte Abgleichung des Knotens, oder der größte Werth des Winkels DAF, $1^g\ 46'$ beträgt, und daß er diese Größe erreichet, wann $\angle$ADF nicht viel von 90 Grad, also dessen Hälfte nicht viel von 45^g unterschieden ist, das heißt in den Oktanten des Mondwechsels.

§. 28.

Aufgabe.

Es soll die Abgleichung der Standbreite des Mondes gefunden werden.



Es sei IP die Ekliptik und A ihr Pol; QI die mittlere Mondbahn und D ihr Pol; R ihr Knoten, DR ein Viertelkreis, welcher den Knoten der mittleren Mondbahn mit ihrem Pol verbindet; GEC der Kreis den der Pol der wahren Mondbahn um D herum beschreibet; N der Mittelpunkt des Mondes; KNL die jetzige Lage der Mondbahn; E ihr jetziger Pol. Ziehe die Bögen größter Kreise NA, ND, NE. Sie werden die Ekliptik irgendwo in X durchschneiden, und zwar in Punkten, die so nahe an einander liegen, daß NX für eine einzige gerade Linie gelten kann. Verlängere NE jenseit E, und aus D fälle DM senkrecht gegen diese Verlängerung.

Laßt

Laßt uns jetzt das kleine Dreieck MDE betrachten. Es kann wegen seiner Kleinheit für geradlinig gehalten werden, und ist bei M rechtwinkelig, so daß ME = DE sin EDM. Nun ist ∠EDM = ∠EDA — ∠ADM. Ferner ist ∠EDA vermöge des vorigen Paragraphs allemal gleich dem doppelten Abstande zwischen Sonne und Mond. Was ∠ADM betrift, so ist er das Komplement des Winkels MDR; denn weil AD durch die Pole A und D der größten Kreise IP und QI gehet, so schneidet AD beide Kreise 90^g von ihrem gegenseitigen Durchschnitte R; also betragen QR und ∠ADR 90^g, folglich ∠ADM = ADR — MDR = Compl. MDR. Der Winkel XDR ist auch das Komplement des MDR, weil XDM für einen rechten Winkel gelten kann. Also ist ∠ADM = ∠XDR. Es ist aber in Graden XDR = XR = dem Abstande des Mondes vom Knoten, oder dem argumento latitudinis, oder der Förderung wie wir es genannt haben (H. XXIV. §. 17), also ist auch ∠ADM der Förderung gleich.

Da nun ∠EDM = ∠ADE — ∠ADM, so ist ∠EDM = 2 Abst. ☉☾ — Förder. ☾, und also ME = ED. sin (2 Abst. ☉☾ — Förd. ☾) und da ED = 8′48″, so ist ME = 8′48″ sin (2 Abst. ☉☾ — Förd. ☾)

Nun ist ferner ME = XN. Denn es ist fast DX = ME + EX, weil das Dreieck DXM fast gleichseitig ist. Daher ist ME = DX — EX. Nun ist DX = EN, (beide Viertelkreise): also ist ME = EN — EX = XN. Folglich ist auch XN = 8′48″ sin (2 Abst. ☉☾ — Förd. ☾). Es gehöret aber XN, wie schon bemerket worden, so wohl zum Bogen AN als zu DN und MN. Also ist XN = AN — AX = (AZ + ZN) — (AZ + ZX) = ZN — ZX, das heißt, es ist XN die Abgleichung der Standbreite. Also ist endlich Abgl. Standb. = 8′48″ sin (2 Abst. ☉☾ — Förd. ☾).

Anmerkung. Man siehet hieraus, daß die Abgleichung der Standbreite geschehen kann, ohne daß man gerades Weges die halbmonatliche Bewegung des Poles der Mondbahn und die daraus entstehende Veränderung der Bahn-Schiefe und des Knotenpunktes, mit in die Rechnung ziehe; weil die Wirkung davon schon in der zuletzt angegebenen Formel begriffen ist.

Es scheinet, daß die halbmonatliche Verrückung des Knotens, und die Veränderung der Neigung auch auf die Reduktion zur Ekliptik Einfluß haben sollte. Aber man hat gefunden, daß der Einfluß dieser beiden Größen sich meisten Theils aufhebet, daß der noch übrige kleine Unterschied ganz verschwindet, wenn man die Variation etwas verkleinert. Darauf ist in der Formel (§. 23.

Var ☾ = 35′41″ sin 2 Abst. ☾☉ schon Rücksicht genommen worden, weil sonst die beständige Quantität 35′41″ um etwa 23″ zu klein wäre.

§. 29.

Aufgabe.

Die Standlänge und Standbreite des Mondes finden, in so fern es mit Hülfe der vier großen Abgleichungen (§. 26) und der Abgleichung der Standbreite (§. 28) geschehen kann.

Man suche für den gegebenen Zeitpunkt den Ort der Erdferne des Mondes, und mit Hülfe desselben die mittlere Anomalie (§. 15. Zus. II.).

Mit Hülfe der mittleren Anomalie und der bekannten Ekzentrizität (§. 16 kann die wahre Anomalie gefunden werden, und zwar auf die nämliche Art wie bei der Erde gelehret worden (H. XXIII. §. 20), nämlich entweder mittelst einer algebraischen Formel, oder

mit-

mittelst schon fertiger Tabellen, worin für jede mittlere Anomalie des Mondes die Abgleichung des Mittelpunktes enthalten sei.

Man suche den jetzigen Ort des aufsteigenden Mondknotens (§. 18. Zusatz); mittelst dieses und der bekannten Schiefe der Mondbahn (§. 19) wie auch des Ortes der Erdferne (§. 15. Zus. II.) läßt sich der gefundene Ort des Mondes auf die Ekliptik reduziren, und also dessen Standlänge finden, wie bei den Planeten gizeiget worden (H. XXIV. §. 26).

Suche für den gegebenen Zeitpunkt die Standlänge der Sonne (H. XXIII. §. 20), diese ziehe von der gefundenen Standlänge des Mondes ab, so bleibet der Abstand des Mondes von der Sonne.

Jetzt berechne man die Formel (§. 21) 80′ sin (2 Abst. ☾☉ — w B ☾ + $\frac{1}{2}$ Abg. Bahn) so erhält man die Wirkung der Evekzion oder Erhöhung. Diese wird zur wahren Anomalie algebraisch addiret, um dieselbe zu verbessern.

Aus der verbesserten wahren Anomalie suche man wiederum die Standlänge auf der Ekliptik, und ziehe davon den wahren Ort der Sonne ab, so bekömmt man wiederum den Abstand des Mondes von der Sonne, und zwar genauer als vorher.

Nun berechne man die Variazion mittelst der Formel (§. 23)

35′41″ sin 2 Abst. ☾☉

und addire solche zur wahren Anomalie, nachdem sie schon durch die Evekzion verbessert worden, oder subtrahire sie von derselben, je nachdem der Vollmond schon vorbei ist oder noch kommen soll.

Endlich berechne man noch die jährliche Abgleichung, nämlich

22′16″12 sin mittl. Vorl. ☉

und addire diese Quantität zur wahren Anomalie nach-

 dem

dem sie schon durch die Evekzion und Variazion verbessert worden; oder man subtrahire sie, falls der Sinus negativ wird.

Nachdem alles dieses geschehen, so reduzire man die zuletzt gefundene wahre und dreimal verbesserte Anomalie auf die Ekliptik. So erhält man die Standlänge des Mondes.

Die Standbreite wird wie bei den Planeten berechnet (H. XXIV. §. 26.). Und nachdem sie gefunden worden, muß man sie verbessern, mittelst der Formel

$$8' 48'' \sin (2 \text{ Abst. } ☾☉ - \text{Förd. } ☾).$$

wo der Abstand zwischen Sonne und Mond, mittelst der wirklichen Standlängen beider Himmelskörper gefunden wird, und wo unter der Förderung des Mondes oder argumentum latitudinis dasselbige verstanden wird, wie bei den Planeten (H. XXIV. §. 26), nämlich die so viel als möglich verbesserte wahre Anomalie, weniger die wahre Anomalie des Knotens.

Anmerkung. In der Folge wird man erfahren, wie die Standlänge und Standbreite des Mondes noch viel genauer berechnet werden kann, und zwar durch einige Verbesserung der bisher angeführten großen Abgleichungen, und auch durch Einführung einiger ganz neuen Abgleichungen.

§. 30.

Obgleich der Mond uns allemal einerlei Ansicht darzubieten scheinet, so findet man doch durch genauere Beobachtungen, daß die Flecken, die dem Rande am nächsten sind, bald verschwinden, bald zum Vorschein kommen, und daß wenn Flecken an einem Rande verschwinden, andere gerade gegen über zum Vorschein kommen. Diese Erscheinung wird die **Schwankung**

des

des Mondes (libratio lunae) genannt, weil der Mond dem Scheine nach einer Kugel gleichet, die sich ein wenig hin und her drehet, und uns also nicht allemal vollkommen dieselbige Hälfte ihrer Oberfläche zeiget. Diese Schwankung beträgt, wenn sie am größten ist, wohl den achten Theil des scheinbaren Mond-Durchmessers. Sie rühret von mehreren Ursachen her.

1) Von der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Axe und dem dadurch verursachten Aufgehen, Steigen und Untergehen des Mondes. Wenn der Mond für mich aufgehet, und ich mir zugleich einen Zuschauer im Mittelpunkte der Erde gedenke; wenn ich vom Mittelpunkte des Mondes eine gerade Linie bis zu mir und zum andern Zuschauer ziehe; wenn ich mittelst zweier Ebenen, die senkrecht gegen diese beide Linien sind, den Mond zweimal halbire: so entstehen zwei der Erde zugekehrte Hälften des Mondes, deren eine für mich und die andere für jenen Zuschauer sichtbar ist, und welche nicht ganz in einander fallen; so daß ich etwas sehen kann, was er nicht sieht; beim Untergange des Mondes geschiehet das nämliche auf der entgegen gesetzten Seite des Mondes. Wenn der Mond gerade durch meinen Zenith ginge, so würden beide gedachte Linien und Ebenen in einander fallen, und ich sähe alsdann genau was der Zuschauer im Mittelpunkte sehen kann. Ist aber der Mond zwischen dem Horizonte und dem Zenith, so sind beide gedachte Linien und Ebenen wieder von einander unterschieden, jedoch weniger als am Horizonte: und ich sehe wiederum etwas welches der Mittelpünktliche Zuschauer nicht siehet; jedoch ist der Unterschied desto kleiner je weiter der Mond vom Horizonte abstehet. Wenn also der Mond vom Aufgehen bis zum Untergehen dem Mittelpunkte der Erde dieselbige Hälfte seiner Oberfläche zukehret, so siehet ein

Zuschauer der sich auf der Oberfläche der Erde befindet, bald oben bald unten etwas mehr oder weniger als aus dem Mittelpunkte der Erde gesehen werden könnte. Und zwar beträgt die Neigung beider gedachten Ebenen, und also auch der Bogen der sie misset, gerade so viel als der Winkel den die beiden Linien machen, oder als die Parallaxe des Mondes (H. XIX. §. 13).

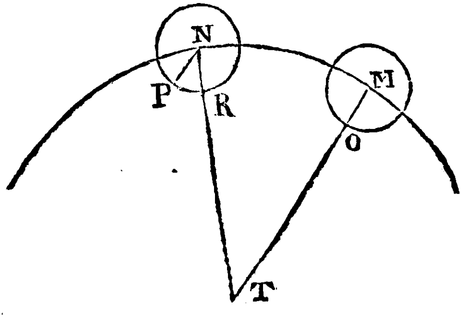
II) Die Schwankung des Mondes rühret auch daher, daß dieser Himmelskörper sich nicht immer in der Ekliptik befindet. Man nehme an, daß die Mond-Axe immer mit sich selbst parallel oder gegen die Ekliptik immer gleich geneiget bleibet, man gedenke sich dabei, daß der Mond bald disseits bald jenseits der Ekliptik geschoben werde; man nehme einen Zuschauer an der im Mittelpunkte der Erde ist, so ist klar, daß er, wenn der Mond in der Ekliptik ist, einen gewissen Theil desselben sehen wird; wenn der Mond nördlich stehet, so verschwindet etwas an der nördlichen Seite desselben und es kommt etwas an der südlichen zum Vorschein; und eben so gehet es mit umgekehrte Namen, wann der Mond südlich ist.

III) Der Mond-Aequator hat, so viel man aus den Beobachtungen schließen kann, eine Neigung von ein Paar Graden gegen die Ekliptik. Gesetzt also er veränderte seine Standbreite nicht, sondern er liefe in der Ekliptik, so fiele zwar die vorhergehende Ursache weg, indessen bliebe doch noch eine andere. Nämlich der Mond wäre alsdann in Rücksicht auf die Erde im nämlchen Falle wie die Erde in Betrachtung der Sonne (H. IV. §. 14). Die Erde kehret der Sonne nicht immer genau dieselbige Hälfte zu, eben weil ihr Gleicher einen Winkel mit der Ekliptik machet, und so müste es auch mit dem Monde sein, wenn er in der Ekliptik ginge. Diese seine Schwankung verbindet sich mit der vorhergehenden; und bald

ver-

vergrößert eine die andere, bald heben beide einander mehr oder weniger auf.

IV. Die vornehmste Ursache der Schwankung des Mondes ist die Ungleichheit seiner Bewegung. Man pfleget anzunehmen, daß er sich um seine Axe herum einförmig beweget; man weiß aber dabei, daß seine Winkelbewegung nicht einförmig ist, und daß sie sich nur auf eine mühsame Art durch mancherlei Abgleichungen berechnen läßt (§. 28). Gesetzt der Mond beschriebe mit gleichförmiger Bewegung eine Kreislinie, welcher die Erde zum Mittelpunkte hätte, und er drehete sich während der Zeit seines Umlaufes mit einförmiger Bewegung um seine Axe die gegen seine Bahn senkrecht wäre, so ist klar, daß man aus dem Mittelpunkte der Erde immer die nämliche Hälfte des Mondes sehen würde.



Denn es sei T der Mittelpunkt der Erde, M der Mittelpunkt des Mondes, ziehe TM, so ist MO ein Halbmesser des Mondes der jetzt dem Mittelpunkte der Erde zugekehret ist. Gesetzt der Mond sei in N gekommen, so daß MN oder $\angle$MTN = (zum Beispiel) 53^g sei. Ziehe NP mit MO parallel, so ist $\angle$PNT = $\angle$MTN (als Wechselwinkel) = 35^g. Da die Umwälzung einförmig und in eben so viel Zeit als der Umlauf geschiehet, so muß während der Zeit da der Mond von M bis

bis N gekommen ist, sein Radius MO 35^g durchlaufen haben. Anstatt also in der Lage NP mit MO parallel zu sein, ist er in NR, indem $PNR = 35^g$ ist, also ist R derselbige Punkt des Mondes, wie vorher O, woraus leicht zu ersehen, daß der Mond der Erde in der angenommenen Voraussetzung immer dieselbige Hälfte zukehret.

Nach der einfachen elliptischen Hypothese (H. XXIII. §. 8.) wird der Mond aus dem anderen Brennpunkte seiner Ellipse, wo die Erde nicht ist, ohngefähr so gesehen, als wenn er einförmig ginge. Also zeiget er dort auch immer einerlei Ansicht, oder es ist wenigstens der Unterschied ganz unbeträchtlich. Da wir aber in unserem Brennpunkte nothwendig nicht ganz dieselbige Hälfte des Mondes sehen, die aus jenem leeren gesehen wird, so sehen wir überhaupt eine Hälfte seiner Oberfläche die sich an den Rändern merklich verändert.

Diese vierte Art der Schwankung ist am merklichsten; sie machet, daß bald der östliche bald der westliche Rand mehr oder weniger verschwindet. Die beiden vorhergehenden Ursachen, nämlich die Veränderung der Standbreite und die Schiefe des Mondgleichers wirken etwas auf den nördlichen und südlichen Rand. Die erste Ursache, nämlich die Parallaxe wirket, wenn der Mond am Horizonte ist auf den östlichen und westlichen Rand; wenn er aber im Mittagskreise ist, auf den nördlichen und südlichen.

§. 31.

Was der Mond in Betrachtung der Erde ist, das sind alle Nebenplaneten (Satelliten, Trabanten) in Betrachtung der Hauptplaneten. Jupiter hat deren vier, Saturn sieben, und Uranus acht, so weit die Entdeckungen bis jetzt gehen. Man hat bemerket,

daß

daß sie keine so große Ungleichheiten als unser Mond in ihren Bewegungen haben, und daß ihre Bahnen in Betrachtung der Hauptplaneten fast kreisförmig sind.

Wenn man annimmt, daß ein Hauptplanet und sein Nebenplanet aus der Sonne betrachtet werden, so befindet sich dieser bald vor jenem bald hinter ihm. Wann er vor ihm, und zwar ganz oder beinahe in gerader Linie zwischen der Sonne und dem Hauptplaneten ist, so nennet man dieses die **untere Zusammenkunft** des Nebenplaneten mit seinen Hauptplaneten. In diesem Falle kann der Schatten des Nebenplaneten auf einen Theil des Hauptplaneten fallen, für welchen Theil alsdann eine Sonnenfinsterniß statt findet. Ist hingegen der Nebenplanet jenseit des Hauptplaneten und mit ihm und der Sonne ganz oder beinahe in gerader Linie, so heißt dieses die **obere Zusammenkunft**; alsdann kann es sich treffen, daß der Schatten des Hauptplaneten auf den Nebenplaneten falle und ihn während einer kurzen Zeit unsichtbar mache. Eine solche Begebenheit wird eine Verfinsterung oder Finsterniß des Nebenplaneten genannt.

§. 32.

Aufgabe.

Die synodische Umlaufszeit eines Nebenplaneten finden, das heißt die Zeit von einer oberen oder unteren Zusammenkunft bis zur folgenden.

Man beobachte fleißig die Verfinsterungen des Nebenplaneten, da er in dem Schatten des Hauptplaneten und also in der oberen Zusammenkunft ist. Man wird leicht durch Beobachtungen finden, wie viel mal der Nebenplanet in der Zwischenzeit von einer Verfinsterung bis zur anderen sehr nahe hinter den Hauptplaneten vorbeigegangen ist, jedoch ohne verfinstert zu werden. Und daraus läßt sich die Anzahl der verflossenen Umläufe und die Dauer eines synodischen Umlaufes leicht schließen. Um sicherer zu gehen, vergleicht man viele und sehr entfernte Beobachtungen.

Anmerkung. Wann der Nebenplanet in der unteren Konjunkzion ist, so fällt manchmal der Schatten des Nebenplaneten auf den Hauptplaneten (§. 30), und wird durch gute Fernröhre als ein schwarzer Fleck gesehen. Auch durch dieses Mittel läßt sich die Dauer des synodischen Umlaufes finden.

Zusatz. Wenn man die Gelegenheit wahrnimmt, da eine Zusammenkunft eintritt, und die Erde zugleich zwischen der Sonne und dem Hauptplaneten und mit denselben in einer geraden Linie ist, so wird die Zusammenkunft aus der Erde im nämlichen Augenblicke gesehen als in der Sonne. Wenn man diesen Zeitpunkt bemerket, und die Dauer einer synodischen Umlaufszeit schon weiß, so lassen sich alle folgende und vorhergehende Zusammenkünfte berechnen.

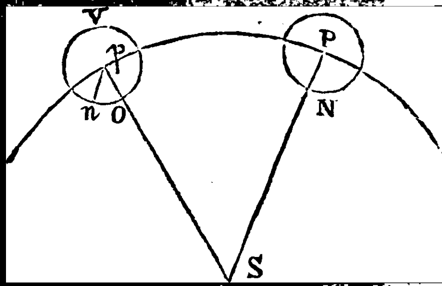
§. 33.

Aufgabe.

Die sternmäßige Umlaufszeit eines Nebenplaneten finden.

Es sei S die Sonne, P der Hauptplanet, Pp ein Theil seiner Bahn. Gesetzt es geschehe eine untere Konjunkzion in N und wiederum eine in O. Ziehe pn mit PN parallel, so ist $\angle npO = \angle pSP$ als Wechselwinkel. Nachdem der Nebenplanet den Kreis nOVn durchlaufen hat, so ist sein sternmäßiger Umlauf vollendet; die Zeit des synodischen Umlaufs ist durch die

vorige



vorige Aufgabe bestimmet; sie sei t. Die sternmäßige Umlaufszeit des Hauptplaneten sei T. Sage T giebt 360^g, was giebt t? so bekommt man in Graden den Theil Pp der Bahn des Planeten, oder den Winkel PSp oder den Winkel Opn, oder den Bogen nO.

Nun muß der Nebenplanet, bis daß er von der unteren Konjunkzion in N wieder zur unteren Konjunkzion in n kommt, den Bogen nOVnO durchlaufen, das heißt 360^g + nO.

Man sage 360^g + nO geben die Zeit t, was geben 360^g? so bekömmt man die sternmäßige Umlaufszeit.

§. 34.

Aufgabe.

Die Entfernung eines Nebenplaneten vom Hauptplaneten bestimmen.

Dieses geschiehet mittelst irgend einer mikrometrischen Vorrichtung (H. VII.). Mit Hülfe derselben vergleichet man die Entfernung der Mittelpunkte des Neben- und Hauptplaneten, zur Zeit da jener von diesem am weitesten abstehet, mit dem Durch- oder Halbmesser des lezteren, so daß man sagen könne: der Nebenbenplanet ist um so oder so viel Halbmesser des Hauptplaneten von ihm entfernet

Zusatz I. Gesetzt man kenne den wirklichen Durchmesser des Hauptplaneten, und wisse ihn in Erddurchmessern oder in Meilen anzugeben, so läßt sich leicht der Abstand des Nebenplaneten in Erddurchmessern oder in Meilen angeben.

Zusatz II. Gesetzt man kenne den Durchmesser des Hauptplaneten in Gradtheilen, so läßt sich ebenfalls die größte Entfernung des Nebenplaneren von ihm in Gradtheilen berechnen. Da aber der Durchmesser, nach Gradtheilen gemessen, sich mit der Entfernung des Zuschauers verändert, so pfleget man ein Mittel anzunehmen, nämlich diejenige scheinbare Größe die der Planet, aus der Sonne gesehen, haben würde, oder welches einerlei ist, diejenige die er für die Erdbewohner hat, wenn die Erde ohngefähr so weit von ihm ist als die Sonne.

Zusatz III. Wenn die sonnensichtige, in Gradtheilen gemessene, Entfernung eines Hauptplaneten bekannt ist, und man auch das Verhältniß zwischen der Entfernung des Hauptplaneten und der Erde von der Sonne weiß, so läßt sich daraus das Verhältniß zwischen der Entfernung der Erde von der Sonne, und des Nebenplaneten vom Hauptplaneten finden. Es sei die Entfernung der Erde von der Sonne $= 1$, die Entfernung des Hauptplaneten von der Sonne $= e$, und die in Graden gerechnete sonnensichtige Entfernnng des Nebenplaneten vom Hauptplaneten $= \varphi$. Man stelle sich vom Nebenplaneten in seinem größten Abstande eine senkrechte Linie gegen diejenige vor, die von der Sonne bis zum Hauptplaneten gehet, so ist solche senkrechte Linie $= e \sin \varphi$, und mißt, ohne merklichen Irrthum den verlangten Abstand in Durchmessern der

der Erde. Statt der Erde könnte man jeden andern Hauptplaneten zum Grunde legen.

Zusatz IV. Wenn mehrere Nebenplaneten einen Hauptplaneten begleiten, so findet das Keplerische Gesetz statt, daß die Kubikzahlen der Entfernungen sich eben so verhalten, wie die Quadratzahlen der Umlaufszeiten (H. XXIV. §. 21. Zus. 1). Unter den Umlaufszeiten müssen hier eigentlich die anomalistischen verstanden werden; allein wenn die Bahnen kreisförmig angenommen werden, so kann man die siderischen Umlaufszeiten gebrauchen. Wenn man diese quadriret und die Entfernungen kubiret, so wird man sich leicht überzeugen können, daß jenes Gesetz seine Richtigkeit hat. Uebrigens muß man hier auf kleine Unterschiede nicht sehen, die von der Unvollkommenheit der Beobachtungen und auch von der anziehenden Kraft der übrigen Himmelskörper herrühren können, wodurch die Umlaufszeiten und Bahnen etwas anders ausfallen, als wenn weiter nichts vorhanden wäre, als der Hauptplanet und ein einziger Nebenplanet.

Anmerkung. Was sonst noch von den Nebenplaneten zu sagen ist, wollen wir aufsparen, bis daß die Rede von den Finsternissen und Verfinsterungen seyn wird, weil diese Himmelskörper durch ihre Verfinsterungen am merkwürdigsten sind, und weil eben dadurch die Umstände ihrer Bewegungen am besten bestimmet werden können. Unterdessen mag sich der Leser mit folgender Tabelle begnügen, welche die synodischen und sternmäßigen Umlaufszeiten der Nebenplaneten, nebst ihren Entfernungen von den Hauptplaneten enthält, alles nach den neuesten Bestimmungen, die jedoch noch hier oder da einiger Berichtigung bedürftig seyn mögen. Das Zeichen des Mondes bedeutet hier jeden Nebenplaneten.

Die beigefügte Zahl zeiget an, von wievielten Nebenplaneten die Rede ist; der nächste wird für den ersten gerechnet. Das Planetzeichnen giebt zu erkennen, zu welchen Hauptplaneten der Nebenplanet gehöret. Unser Erdmond ist der Vollständigkeit wegen mit angeführt, und seine Entfernung von der Erde in Durchmessern derselben angegeben, wovon die Richtigkeit in der Folge bewiesen werden wird.

Tabelle der Nebenplaneten.

	Synodische Umlaufszeiten.				Sternmäßige Umlaufszeiten.				Entf. v. Hauptplanet. i. Halbmessern desselb.
☾ ♁	29 T.	12 St.	44'	2"	27 T.	7 St.	43'	12"	60,00
☾ 1 ♃	1	18	28	36	1	18	27	33	5,67
☾ 2 ♃	3	13	17	54	3	13	13	42	9,00
☾ 3 ♃	7	3	59	36	7	3	42	33	14,38
☾ 4 ♃	16	18	5	7	16	16	32	8	25,30
☾ 1 ♄	0	22	40	5	0	22	39	58	3,04
☾ 2 ♄	1	8	53	9	1	8	52	54	3,90
☾ 3 ♄	1	22	18	55	1	21	18	26	4,89
☾ 4 ♄	2	17	45	51	2	17	44	51	6,27
☾ 5 ♄	4	12	27	55	4	12	25	11	8,75
☾ 6 ♄	15	23	15	20	15	22	41	13	20,36
☾ 7 ♄	79	22	3	13	79	7	53	43	59,15
☾ 1 ♅	8	17	1	19	8	16	57	44	16,50
☾ 2 ♅	13	11	5	2	13	10	56	28	19,01

XXVI. Haupt-

XXVI. Hauptstück.

Von den Parallaxen der Planeten und der Sonne, von ihren Entfernungen und Größen, nebst einer Darstellung des ganzen Planeten-Systems.

§. 1.

Aufgabe.

Man soll die Höhen-Parallaxe des Mondes, oder eines nicht zu sehr entfernten Planeten, durch Beobachtung finden.

Man beobachte mit der größten Sorgfalt die Höhe des Mondes oder des Planeten im Augenblicke seines Durchganges durch den Mittagskreis, zeichne die gefundene Höhe auf, nebst dem Zeitpunkte der Beobachtung, und rechne von der Höhe so viel ab als die Stralenbrechung erfordert.

Für den Zeitpunkt der Beobachtung berechne man (H. XXV. §. 29.) die Standlänge und Standbreite des Mondes oder des Planeten, daraus seine Abweichung vom Gleicher (H. XIV. §. 2. Zus.), und aus der bekannten Höhe des Gleichers die wahre Höhe des Mondes oder des Planeten im Mittagskreise am Tage der Beobachtung (H. XII. §. 6. Zus. III.), welche wahre Höhe, wie bekannt, so gerechnet wird als wenn der Zuschauer im Mittelpunkte der Erde wäre, und er dort einen Horizont hätte, der mit dem wirklichen gleichlaufend wäre.

Von dieser wahren Höhe ziehe man die beobachtete und von der Stralenbrechung befreiete ab; so giebt der Unterschied die verlangte Höhenparallaxe für den Augenblick des Durchganges am Tage der Beobachtung.

Diese Methode ist, außer dem Monde, vorzüglich noch beim Mars, gegen die Zeit seiner Erdnähe anzuwenden. Bei der Venus liesse sie sich auch gebrauchen, wenn die Nähe der Sonne nicht Schwierigkeiten in den Weg legte.

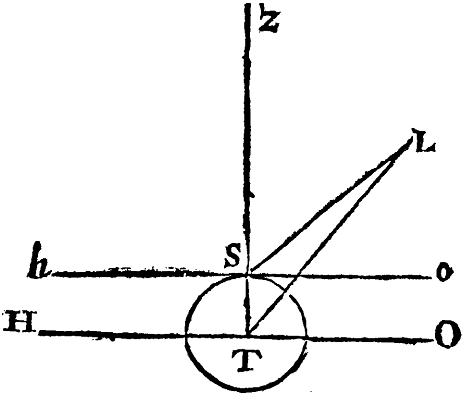
Hat man die Parallaxe für eine gewisse Höhe, so läßt sie sich für jede andere Höhe berechnen, folglich auch für die Höhe $0^g\ 0'\ 0''$ (H. XIX. §. 15), welches die horizontale Parallaxe giebet. Ferner läßt sich aus der horizontalen Parallaxe wiederum die Parallaxe für jede beliebige Höhe mit weniger Mühe berechnen (H. XIX. §. 18).

§. 2.

Aufgabe.

Es soll die Entfernung des Mondes, oder eines der näheren Planeten, von der Erde, gefunden werden.

Es

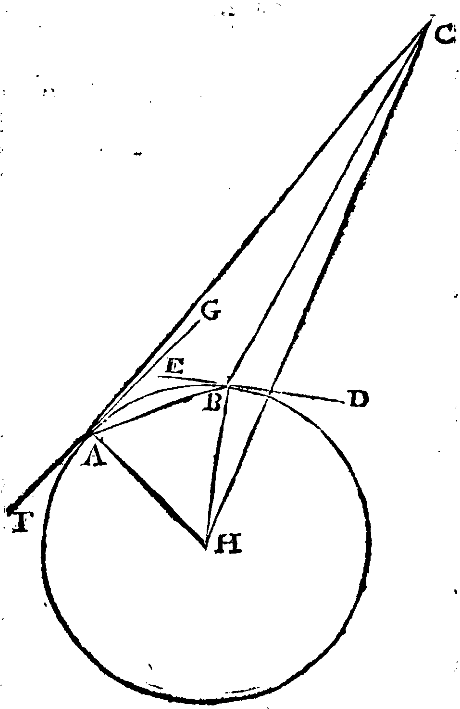


Es sei T der Mittelpunkt der Erde, S der Ort des Zuschauers, ho sein sichtbarer Horizont, HO sein unsichtbarer oder eingebildeter Horizont, Z sein Scheitelpunkt oder Zenith, L der Mittelpunkt des Mondes oder des Planeten, LSo dessen scheinbare Höhe, LTO die wirkliche Höhe über dem unsichtbaren Horizonte.

Es wird angenommen, man habe die scheinbare Höhe beobachtet, und die wahre berechnet (§. 1). Man hat also auch den scheinbaren Abstand vom Scheitelpunkte und den wahren, nämlich LSZ und LTZ. Hat man LSZ so hat man auch dessen Supplement LST. Der Winkel L (H. XIX. §. 13) ist der Parallaxenwinkel, oder der Unterschied zwischen LTS und LSZ oder der Unterschied zwischen 180^{g} und LTS + LST.

Im Dreiecke TSL hat man sin L : sin LST :: ST : TL oder sin L : sin LSZ :: ST : TL. Da hier ST als der Durchmesser der Erde, für bekannt angenommen werden kann; (H. XV. §. 1) so erhält man durch die letzte Proporzion die Entfernung TL des Mondes oder des Planeten von der Erde.

Anmerkung. Der Mond und Mars in der Erdnähe, sind der Erde nahe genug, daß man deren Entfernung allenfalls durch ein bloßes trigonometrisches Verfahren erhalten könne. Wenn zwei Beobachter in A und B, unter demselbigen Mittagskreise aber weit von einander, und zwar je weiter je besser,



die Höhe DBC, GAC des Mondes oder des Mars zugleich beobachten, und wenn sie wissen, um wie viel Grade sie selbst auf der Erdfläche von einander entfernet sind, so kann man die Seite AC des

Dreiecks

Dreiecks ABC bestimmen, und daraus ferner die Seite CH des Dreiecks CHA.

Denn wenn man die Höhe DBC von 180^{g} abziehet, so hat man den Winkel CBE. Ferner wenn man zum Winkel CBE den Winkel EBA addiret, der halb so viel Grade hat, als der Winkel AHB, so bekömmt man den Winkel CBA.

Desgleichen wenn man zur Höhe GAC des Mondes oder des Mars den Winkel GAB oder $\frac{1}{2}$ AHB adiret, so hat man den Winkel CAB.

AB ist die Sehne des Winkels AHB fur den Halbmesser AH, oder der doppelte Sinus der Hälfte des Winkels AHB für den gedachten Halbmesser.

Im Dreiecke ACB ist also die Seite AB nebst beiden anliegenden Winkeln bekannt. Daraus wird AC berechnet.

Im Dreiecke CAH hat man also nun die Seite AC. Die Seite AH ist der Halbmesser der Erde. Der Winkel CAH bestehet aus dem beobachteten Win: CAG, und aus den rechten GAH. Also hat man im Dreiecke CAH einen Winkel nebst den beiden anliegenden Seiten. Man kann also die Seite HC berechnen; und diese ist die Entfernung des Mondes oder des Mars von der Erde, zur Zeit der Beobachtung.

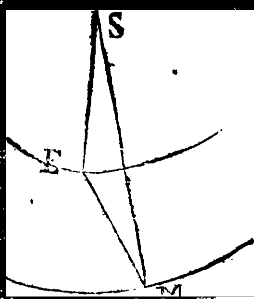
§. 3.

Aufgabe.

Die Entfernung der Sonne von der Erde für einen einzigen Zeitpunkt finden.

Aus dem XXIV. Hauptstücke hat man gesehen, wie die Lage jedes Planeten in Betrachtung der Sonne für jede Zeit gefunden wird. Gesetzt nun, man habe für einen gewissen Zeitpunkt, mittelst der im vorigen Paragraph angeführten Methoden die Entfernung des

Mars gefunden. So berechne man für diese Zeit die Lage der Erde und des Mars in Betrachtung der Sonne; woraus sich ergeben wird, wie vielmal zur selbigen Zeit die Sonne von der Erde entfernter gewesen ist als Mars. Denn man wird ein Dreieck haben, an dessen drei Spitzen die Sonne, Mars und die Erde stehen,



zum Beispiel ESM, wo S die Sonne, E die Erde, M den Mars bedeutet. Die Linien SE, SM sind in Theilen der halben Haupt-Axe der Erdbahn gegeben. Der Winkel ESM ist dem Unterschiede der Standlänge beider Körper, angenommen, daß Mars in der Ekliptik, oder nahe an derselben ist. Man kann also EM berechnen, und finden wie vielmal ES die EM übertrifft.

So vielmal nehme man die Entfernung des Mars, und man wird die Entfernung der Sonne haben.

Anmerkung. Die Methode §. 2. wodurch die Entfernung des Mondes und des Mars gefunden werden, kann nicht gut bei der Sonne, noch bei anderen sehr entfernten Himmelskörpern angewandt werden, weil hier die Parallaxe so klein ist, daß der geringste Irrthum in derselben einen sehr großen Unterschied in den Resultaten giebt.

§. 4.

§. 4.

Aufgabe.

Es soll die Entfernung der Erde von der Sonne für jeden beliebigen Zeitpunkt gefunden werden, wie auch die größte, kleinste und mittlere Entfernung.

Gesetzt man habe mittelst der beiden vorhergehenden Paragraphen die Entfernung (a) der Sonne von der Erde, oder welches einerlei ist, der Erde von der Sonne, für einen einzigen Zeitpunkt gefunden; so berechne man, nach Anleitung des XXIII. Hauptstücks, für diesen Zeitpunkt dieselbige Entfernung (b) in Theilen der mittleren Entfernung. Berechnet man nun für einen anderen beliebigen Zeitpunkt ebenfalls die Entfernung (c) in Theilen der mittleren, so verhält sich b zu c wie a zu einer vierten Zahl, welche die wirkliche verlangte Entfernung für den neuen vorgeschriebenen Zeitpunkt ist. Denn es ist klar, daß die Zahlen a und b nichts als Verhältnißzahlen sind; und daß man mittelst einer Regel Detri den absuluten zu b gehörigen Werth findet, so bald man den absoluten zu a gehörigen Werth hat.

Verstehet man unter c die mittlere Entfernung selbst, oder die größte oder die kleinste, so wie sie als Verhältnißzahl angenommen oder berechnet worden, so findet man durch die selbige Methode in absoluten Zahlen die mittlere, größte, oder kleinste Entfernung der Erde von der Sonne, wobei man meistens entweder den Halbmesser der Erde oder ihren Durchmesser als Einheit annimmt.

§. 5.

Aufgabe.

Die absoluten Entfernungen aller Hauptplaneten von der Sonne finden.

Da schon im vorigen Hauptstücke gelehret worden, wie sich die mittleren Entfernungen aller Planeten von der Sonne gegen die mittlere Entfernung der Erde von derselben verhalten; und da diese letztere Entfernung jetzt mittelst der vorigen Aufgabe bekannt ist, so lassen sich die übrigen leicht durch die Regel Detri finden. Ferner, da die Gestalt der Ellipsen aller Planeten ebenfalls aus dem vorigen Hauptstücke bekannt ist, so kann aus der mittleren Entfernung die kleinste und größte berechnet werden.

§. 6.

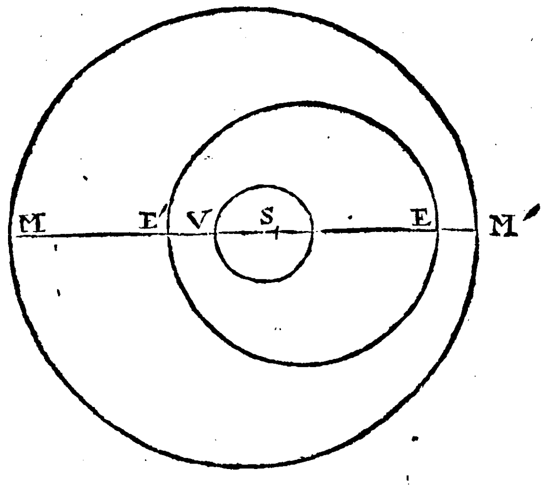
Aufgabe.

Die größte und kleinste Entfernung eines Planeten von der Erde finden.

Man wird leicht einsehen, daß ein Planet am weitesten von der Erde entfernet ist, wenn er 1) mit der Sonne und der Erde in einer geraden Linie stehet, wenn dabei 2) beide auf entgegengesetzter Seite in Betrachtung der Sonne stehen, und wenn 3) sowohl der Planet als die Erde zugleich in ihrer Sonnenferne sind. Die größte Entfernung bestehet also aus der Summe der größten Entfernungen des Planeten und der Erde von der Sonne. Ist der Planet ein oberer, so befindet er sich alsdann mit der Sonne in Konjunkzion; ist er ein unterer, so befindet er sich in der oberen Konjunkzion.

Eben so wird man ohne Mühe begreifen, daß die kleinste Entfernung eines Planeten von der Erde statt findet, wenn 1) beide mit der Sonne in einer geraden Linie sind, 2) beide auf einer Seite in Betrachtung der Sonne, 3) derjenige Körper, welcher der Sonne am nächsten ist, sich in seiner Sonnenferne, der andere aber in seiner Sonnennähe befindet. Die kleinste Entfernung eines Planeten von der Erde ist demnach der Unterschied zwischen der kleinsten Entfernung des oberen, und der größten des unteren Körpers in Betrachtung der Sonne, und findet statt für einen oberen Planeten, wenn er zugleich im Gegenschein und in der Sonnennähe ist, die Erde sich aber in der Sonnenferne befindet; für einen unteren, wenn er zugleich im unteren Mitschein (Konjunkzion) und in der Sonnenferne, die Erde aber in ihrer Sonnennähe ist.

Eine Figur wird die Sache noch deutlicher machen.



Es

Es sei S die Sonne, V die Venus, E und E' die Erde, M und M' der Mars, so ist die Entfernung EV am größten, wenn zugleich SE und SV am größten sind; desgleichen ist die Entfernung EM am größten, wenn SE und SM am größten sind.

Hingegen ist die Entfernung E'V am kleinsten, wenn SE' am kleinsten und SV am größten ist. Eben so ist EM' am kleinsten wenn SM' am kleinsten, hingegen SE am größten ist. In der Figur ist übrigens das Verhältniß weder der Entfernungen, noch der Exzentrizitäten beobachtet, sondern sie ist so eingerichtet, daß die Sache leicht in die Augen falle.

Anmerkung. Wenn man die größte und kleinste Entfernung eines Planeten von der Erde addiret, und die Summe halbiret, so hat man eine Entfernung, welche für die mittlere von der Erde gehalten werden muß, sonst aber keinen sonderlichen Nutzen hat.

Zusatz. Wenn man die jedesmalige Entfernung eines Planeten von der Erde weiß, so läßt sich die Parallaxe daraus folgern. (H. XIX §. 17).

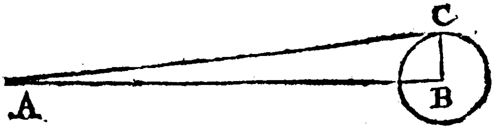
Es scheinet zwar nicht sehr strengschlüssig zu seyn, wenn man, wie wir zu Anfange dieses Hauptstückes gethan, die Entfernungen der Himmelskörper von der Erde aus ihrer Parallaxe schließet, und nun aus den Entfernungen die Parallaxe folgern will. Allein in der Sternkunde ist man beständig solchen Gedankenkreisen ausgesetzet. Weil die Beobachtungen, worauf man bauet, oft wenig Sicherheit gewähren, so folgert man aus einem Dinge das andere, und dann aus dem zweiten wieder das erste, um zu sehen, ob alles so ziemlich mit der Erfahrung stimmet; man verbessert beides so lange, bis daß man siehet, daß eines und das andere die Erscheinungen gut erkläret.

§. 7.

Aufgabe.

Man soll die Größe der Himmelskörper, das heißt, ihre wirklichen Durchmesser erforschen.

Hierzu gehöret, daß die Entfernungen schon bekannt seien; ferner müssen die scheinbaren Durchmesser so genau als möglich durch mikrometrische Vorrichtungen beobachtet werden.



Es sei B der Mittelpunkt des Planeten, A der Ort des Zuschauers auf der Erde, der Winkel CAB sei der halbe scheinbare Durchmesser, welcher als gegeben angenommen wird. Die Entfernung AB ist ebenfalls bekannt. Das Dreieck ACB ist bei C rechtwinkelig, und in demselben ist gegeben die Hypotenuse AB und der schiefe Winkel A. Es läßt sich demnach der wirkliche Halbmesser BC leicht berechnen.

Zusatz I. Wenn man die Durchmesser der Himmelskörper berechnet hat, so lassen sich ihre Oberflächen und Soliditäten leicht finden, in der Voraussetzung, daß es Kugeln sind.

Zusatz II. Gemeiniglich pfleget bei solchen Rechnungen der Halbmesser oder auch der Durchmesser der Erde als Einheit angenommen zu werden; will man jedoch eine andere Einheit wählen, so multiplizire man die gefundenen Zahlen durch die Anzahl dieser Einheiten, welche in dem Halb- oder Durchmesser der Erde enthalten sind. Zum Beispiel, will man in Meilen rechnen, nachdem man in Durchmessern der

Erde

Erde gerechnet hat, so multiplizire man die gefundenen Zahlen durch 1719. Will man in Sonnen-Durchmesser rechnen, nachdem man in Erd-Durchmessern gerechnet hat, so multiplizire man alles durch $\frac{1}{111}$, weil der Erddurchmesser $\frac{1}{111}$ des Sonnendurchmessers hält.

§. 8.

Es sollen die absoluten Entfernungen der Nebenplaneten von ihren Hauptplaneten gefunden werden.

Man erwarte die Zeit, wo der Nebenplanet vom Hauptplaneten in Gradtheilen am weitesten absteht, weil sein Abstand alsdann dem Halbmesser seiner als kreisförmig angenommenen Bahn gleich ist. Nun suche man durch mikrometrische Vorrichtungen auszumitteln, wie viel Durchmesser des Hauptplaneten in der Entfernung zwischen ihm und dem Nebenplaneten enthalten sind. Da nun die Durchmesser der Hauptplaneten, in Erddurchmessern gerechnet, bekannt sind, so erhält man in eben dem Maaße die verlangten Entfernungen.

§. 9.

Wir wollen jetzt die Ausmessungen und Bewegungen der Haupt- und Nebenplaneten in einer Tabelle darstellen, und dabei die neuesten Beobachtungen und Berechungen zum Grunde legen. Zwar wird man hier einige Wiederholungen schon angeführter Sachen finden; jedoch wird es dem Leser nicht unangenehm sein, alles beisammen anzutreffen, was zum Ganzen gehört.

Sternmäßige Umlaufszeiten nach Laplace, **in Tagen und zehntheiligen Brüchen.** (Siehe des Laplace Exposition du système du monde.)

Merkur	87,969255
Venus	224,700817

Erde

Erde	365,256384
Mars	686,979579
Jupiter	4332,602208
Saturn	10759,077213
Uranus	30689,000000
Mond um die Erde . .	27,321661
1ter Trabant des Jupiters	1,769137
2ter Trabant des Jupiters	3,551181
3ter Trabant des Jupiters	7,154552
4ter Trabant des Jupiters	16,689019
1ter Trabant des Saturns	0,94271
2ter Trabant des Saturns	1,37024
3ter Trabant des Saturns	1,88780
4ter Trabant des Saturns	2,73948
5ter Trabant des Saturns	4,51749
6ter Trabant des Saturns	15,9453
7ter Trabant des Saturns	79,3296
1ter Trabant des Uranus	5,8750
2ter Trabant des Uranus	8,7068
3ter Trabant des Uranus	10,9583
4ter Trabant des Uranus	13,4559
5ter Trabant des Uranus	38,0416
6ter Trabant des Uranus	107,2500

Herschel hat seitdem noch zwei Trabanten des Uranus entdecket, auch glaubet er an diesem Planeten einen oder gar zwei Ringe, dem des Saturns ähnlich, entdecket zu haben; allein alles dieses ist im Augenblicke, wo ich dieses Blatt drucken lasse, noch zu neu, um etwas Gewisses und Genaues darüber zu bestimmen.

Die sternmäßigen Umlaufszeiten in runden Zahlen, zur schnelleren Vergleichung.

Merkur		3 Monat.
Venus		$7\frac{1}{2}$ Monat.
Erde	1 Jahr	— —

Mars

Mars	1 Jahr	11 Monat.
Jupiter	11 Jahr	10 Monat.
Saturn	29 Jahr	5 Monat.
Uranus	83 Jahr	4 Monat.
Mond	27 Tage	$7\frac{3}{4}$ Stunden.

Die übrigen Trabanten haben meistens nur Umlaufszeiten von einigen Tagen, die leicht zu vergleichen sind, wenn man etwa nur auf die ganzen Tage in der vorigen Tabelle, und die Zehntheilchen merket, die übrigen Dezimalstellen aber aus der Acht läßt.

Synodische Umlaufszeiten in runden Zahlen.

Die synodischen Umlaufszeiten gehören eigentlich nicht zu den Elementen der Planeten, weil sie aus den sternmäßigen leicht zu berechnen sind. Ich will also hier die vornehmsten nur in runden Zahlen hersetzen. Bei den Trabanten des Jupiters, des Uranus und des Saturns ist die synodische Umlaufszeit von der sternmäßigen nicht viel unterschieden.

Merkur	115 Tage.
Venus	584 Tage.
Mars	780 —
Jupiter	378 —
Uranus	370 —
Mond	$29\frac{1}{2}$ —

Mittlere Entfernungen der Hauptplaneten von der Sonne, die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne = 1 gesetzet, nach Laplace.

Merkur	0,387100
Venus	0,723332
Erde	1,000000
Mars	1,523693
Jupiter	5,202792

Saturn

Saturn	9,540724
Uranus	19,183620

Dieselbigen mittleren Entfernungen in Erddurchmessern, in runden Zahlen.

Merkur	4800
Venus	8400
Erde	12000
Mars	18000
Jupiter	62400
Saturn	114000
Uranus	228000
Der Mond ist von der Erde entfernet, ebenfalls in Erddurchmessern, ...	$29\frac{1}{2}$

Dieselbigen Entfernungen in deutschen Meilen, ebenfalls in runden Zahlen.

Merkur . .	$8\frac{1}{4}$	Millionen	Meilen.
Venus .	$14\frac{1}{2}$	—	—
Erde . .	$20\frac{1}{2}$	—	—
Mars . .	31	—	—
Jupiter .	$107\frac{1}{4}$	—	—
Saturn .	196	—	—
Uranus .	392	—	—

Der Mond ist von der Erde entfernet etwa 51000 Meilen.

Entfernugen der Trabanten von den Hauptplaneten, in Halbmessern des Hauptplaneten, größtentheils nach Laplace.

1ter Trabant des Jupiters	5,697300
2ter — — —	9,065898
3rte — — —	14,461628

4ter Trabant des Jupiters	25,436000
1ter Trabant des Saturns	3,080
2ter — — —	3,952
3ter — — —	4,893
4ter — — —	6,268
5ter — — —	8,754
6ter — — —	20,295
7ter — — —	59,154
1ter Trabant des Uranus	13,105
2ter — — —	17,022
3ter — — —	19,843
4ter — — —	22,752
5ter — — —	45,493
6ter — — —	90,790

Die Ekzentrizitäten, in Theilen der mittleren Entfernung jedes Planeten von der Sonne, oder der halben Haupt-Axe, nach Laplace, für den Anfang des Jahres 1750.

Merkur	0,205513
Venus	0,006885
Erde	0,016814
Mars	0,093088
Jupiter	0,056223
Saturn	0,048077
Uranus	0,046683
Ekzentrizität des Mondes, wenn seine mittlere Entfernung von der Erde = 1 gesetzet wird .	0,055037

Die Ekzentrizitäten in Theilen der mittleren Entfernung zwischen Sonne und Erde, nach Lalande.

Merkur	0,07955
Venus	0,00498

Erde

Erde	. . . .	0,01681
Mars	. . . .	0,14183
Jupiter	. . . . . .	0,25013
Saturn	. . . . . .	0,53640
Uranus	. . . . . .	0,90804

Zu- und Abnahme obiger Exzentrizitäten in 100 Jahren, nach Laplace.

+ bedeutet eine Zunahme und ÷ eine Abnahme. Uebrigens sind diese Veränderungen nicht aus der Erfahrung abstrahiret, sondern mittelst der Neutonischen Hypothese berechnet worden.

Merkur	. . . .	+ 0,000003369
Venus	. . . .	÷ 0,000062905
Erde	. . . . .	÷ 0,000045572
Mars	. . . .	+ 0,000090685
Jupiter	. . . .	+ 0,000134245
Saturn	. . . .	÷ 0,000261553
Uranus	. . . .	÷ 0,000026228

Mittlere Standlängen für den Anfang des Jahres 1750, oder eigentlich für den 31en Dezember 1749, Mittags zu Paris, in Viertelkreisen und Dezimaltheilen derselben, nach Laplace.

Merkur	. . . . . .	2,813194
Venus	. . . . . .	0,514963
Erde	. . . .	3,111218
Mars	. . . .	0,244219
Jupiter	. . . . . .	0,041201
Saturn	. . . . . .	2,570438
Uranus	. . . . . .	3,539610

Standlänge der Sonnennähe im Anfange des Jahres 1750, nach Laplace, ebenfalls in Viertelkreisen und Dezimaltheilen derselben.

Merkur	. . . . . .	0,817401
Venus	. . . . . .	1,419759

Erde	. . . . . .	3,095790
Mars	. . . . . .	3,683006
Jupiter	. . . . . .	0,115012
Saturn	. . . . . .	0,979466
Uranus	. . . . . .	1,851262

Hundertjährige sternmäßige Bewegung der Sonnennähe in Viertelkreisen und Dezimaltheilen, nach Laplace.

Merkur	. . . .	+ 0,00173550
Venus	. . . .	÷ 0,00069907
Erde	. . . . .	+ 0,00367163
Mars	. . . . .	+ 0,00483457
Jupiter	. . . .	+ 0,00203025
Saturn	. . . .	+ 0,00496764
Uranus	. . . .	+ 0,00075985

Standlänge des Knotens im Aanfange des Jahres 1750, nach Laplace, in Viertelkreisen und Dezimaltheilen.

Merkur	. . . . . .	0,503836
Venus	. . . . . .	0,827093
Erde	. . . . . .	0,000000
Mars	. . . . . .	0,529377
Jupiter	. . . . . .	1,088062
Saturn	. . . . . .	1,239327
Uranus	. . . . . .	0,807015

Hundertjährige sternmäßige Bewegung des Knotens auf der wahren Ekliptik, in Dezimaltheilen des Viertelkreises, nach Laplace.

Merkur	. . . .	÷ 0,00233290
Venus	. . . .	÷ 0,00567360
Erde	. . . . . .	0,00000000

Mars

Mars	. . . .	÷ 0,00702741
Jupiter	. . .	÷ 0,00450950
Saturn	. . .	÷ 0,00578154
Uranus	. . .	÷ 0,01060800

Neigung der Bahn des Planeten gegen die Ekliptik, im Anfange des Jahres 1750, in Dezimaltheilen des Viertelkreises, nach Laplace.

Merkur	. . . . . .	0,077778
Venus	. . . . . .	0,037701
Erde	. . . .	0,000000
Mars	. . . . . .	0,020566
Jupiter	. . . . . .	0,014636
Saturn	. . . . . .	0,027762
Uranus	. . . . . .	0,008599

Hundertjährige Veränderung der Neigung gegen die wahre Ekliptik, in Dezimaltheilen des Viertelkreises, nach Laplace.

Merkur	. . . .	+ 0,00005909
Venus	. . . .	+ 0,00001380
Erde	. . . . .	+ 0,00000000
Mars	. . . .	÷ 0,00000445
Jupiter	. . . .	÷ 0,00006740
Saturn	. . . .	÷ 0,00004787
Uranus	. . . .	÷ 0,00000938

Neigung des Aequators jedes Planeten gegen die Ekliptik, in Graden und Minuten, den Viertelkreis zu 90^g, und den Grad zu 60 Minuten gerechnet, nach einer Tabelle, die im Werke Physicae experimentalis elementa, welches zu Turin 1793 unter Aufsicht der dortigen Akademie herausgekommen ist. Nur die Neigung des Erdgleichers habe ich verbessert.

Sonne	. . . .	7 Grad 20 Minuten.
Merkur	. . . .	unbekannt.

Venus	75 Grad.	0 Minuten.
Erde im Anfang des J. 1800	23 —	$27\frac{53}{60}$ —
Mars	30 —	18 —
Jupiter	3 —	12 —
Saturn	unbekannt.	
Uranus	unbekannt.	
Mond	1 —	43 —

Ich hätte gern eine Tabelle beigefüget, wo die Durchschnittspunkte des Gleichers jedes Planeten mit der Ekliptik angegeben wären; allein es herrschet in diesem Stücke noch zu viel Ungewißheit.

Für die Sonne findet Lalande den aufsteigenden Knoten in 2 Zeichen 18 Grad.

Dauer einer Umwälzung um die eigene Axe, nach demselbigen Turinischen Buche.

Sonne . .	25 Tage.	14 Stund.	8′	0″
Merkur . . .	unbekannt.			
Venus . .	24 —	8 —	0′	0″
Erde		23 —	56′	4″
Mars		24 —	39′	21″
Jupiter		9 —	55′	33″
Saturn		10 —	0′	0″
Uranus		unbekannt.		
Mond . .	27 Tage.	7 —	43′	0″

Die Durchmesser nach demselbigen Buche, in Erddurchmessern und Dezimaltheilen gerechnet.

Sonne	111,4500
Merkur	0,4012
Venus	0,9593
Erde	1,0000
Mars	0,5199
Jupiter	10,8620

Saturn

Saturn	9,9830
Ring des Saturns . .	23,294
Uranus	4,3320
Mond	0,2731

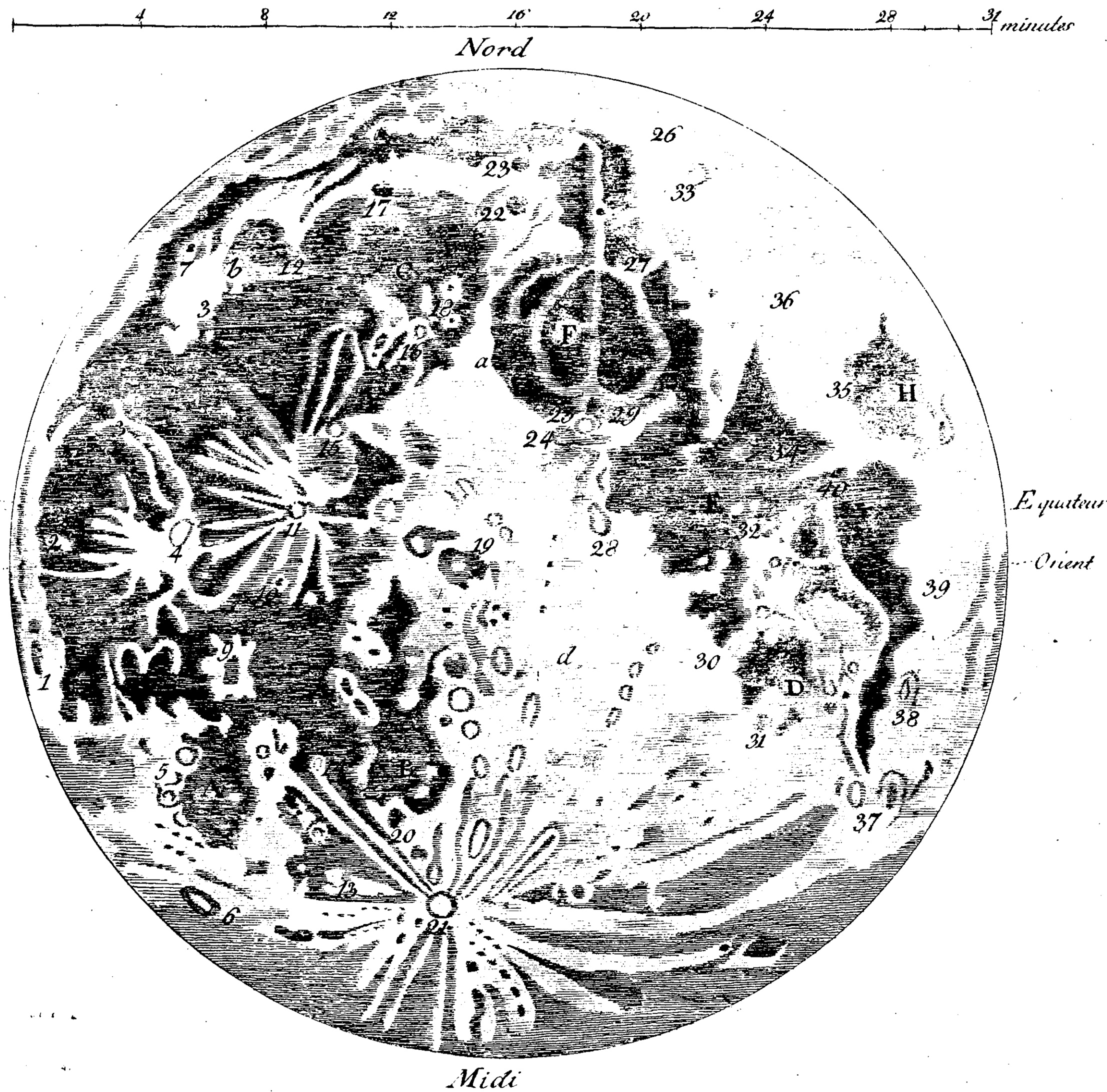
Dieselbigen Durchmesser in Meilen.

Sonne	191573	Meilen.
Merkur	688	—
Venus	1650	—
Erde	1719	—
Mars	894	—
Jupiter	18668	—
Saturn	17155	—
Ring des Saturns	40050	—
Uranus	7449	—
Mond	469	—

Massen nach dem angeführten Buche, die Erdmasse = 1 angenommen.

Sonne	351886,0000
Merkur	0,1668
Venus	0,9500
Erde	1,0000
Mars	0,1025
Jupiter	330,6000
Saturn	103,6900
Uranus	17,7400
Mond	0,0151

Figure de la Lune dans ses moyennes librations avec les noms de ses principales taches suivant Riccioli et suivant Hevelius.



1. Grimaldus. Palus maræotis.
2. Galileus. Mons audus.
3. Aristarchus. Mons Porphyrites.
4. Keplerus. Loca paludosa.
5. Gassendus. Mons Cataractes.
6. Schikardus. Mons Troicus.
7. Harpalus. Ins. Sinus hyperb.
8. Heraclides. Caput mulieris.
9. Lansbergius. Insula malta.
10. Reinoldus. Mons neptunus.
11. Copernicus. Mons Ætna.
12. Helicon. Insula erroris.
13. Capuanus. Regio Caßiotis.
14. Bullialdus. Insula Creta.
15. Eratosthenes. Insula vulcania.
16. Timocharis. Insula corsica.
17. Plato. Lacus niger major.
18. Archimedes. (a) Aratus.
19. Insulasinus medii (b) Vulcan.
20. Pilatus. Mare mortuum.
21. Tycho. Mons Sinai.
22. Eudoxus. Mons Carpathes.
23. Aristoteles. Mons Serrorum.
24. Manilius. Insula Besbicus.
25. Menelaus. Bizantium.
26. Hermes. Mons Bodinus.
27. Possidonius. Insula macra.
28. Dionysius (d) Albategnius.
29. Plinius. Promont. Acherusia.
30. S. Theophilus. Mons Moschi.
31. Fracastorius. Lacus Thospitis.
32. Promontorium acutum. Censorinus.
33. Messala.
34. Promontorium Somnii.
35. Proclus. Mons Corax.
36. Cleomedes. Montes Riphæi.
37. Snellius. Mons Paropamisus.
38. Petavius. Petra Sogdiana.
39. Langrenus. Insula major.
40. Taruntius. Sinus phasianus.

A. Mare Humorum.
B. Mare Nubium.
C. Mare Imbrium.
D. Mare Nectaris.
E. Mare Tranquilitatis.
F. Mare Serenitatis.
G. Mare Fecunditatis.
H. Mare Crisium.