Johann Andreas von Segner,

Sr. königl. preuß. Maj. geh. Raths, erſten Lehrers der Mathematik und Naturlehre
bey der königl. Friedrichsuniverſität, Mitgliedes der kayſerl. Academie zu Petersburg, der königl.
Societät zu London, und der königlichen Academie der Wiſſenſchaften
zu Berlin,

Aſtronomiſche Vorleſungen.

Eine deutliche
Anweiſung
zur gründlichen
Kenntniß des Himmels.

Zweiter Theil.

Halle,
Im Verlage Johann Jacob Curts. 1776.

Der Aſtronomiſchen Vorleſungen
zwölfter Abſchnitt.
Von dem Umlaufe der Planeten.

Algemeine Betrachtungen.

§. 705.

Der Mercur und die Venus, ſamt den drey übrigen Cörpern, welche von Alters her, und noch heut zu Tage mit dem Nahmen der Irrſterne oder Planeten belegt werden, dem Mars, Jupiter und Saturn, ſcheinen, wie zum Theil bereits angemerkt, und nur wenigen unbekant iſt, ſich ebenfals in einer Zeit von beynahe vier und zwanzig Stunden um die Erde herum zu bewegen, indem jeder derſelben in dieſer Zeit einen Weg machet, welcher von einem der Parallelen des Gleichers nur wenig abweichet. Es hat aber auch jeder dieſer fünf Planeten, in Abſicht auf den Sternhimmel, ſeine beſondere Bewegung, mit welcher er, wenn ihm genugſame Zeit gelaſſen wird, von den Fixſternen, bey welchen er gegenwärtig geſehen wird, ſich gegen Morgen entfernet. Denn es rücken die Planeten nicht, wie die Sonne und der Mond, mit einer beynahe gleichförmigen Bewegung nach dieſer Seite fort, ſondern ſcheinen uns zuweilen eine Zeit lang bey den Fixſternen, in deren Nachbarſchaft ſie geſehen werden, ſtille zu ſtehen, oder gar, der eine mehr der andere weniger, nach der Abendſeite zurückzugehen, indem ſie zugleich ihre Breite verändern, und ſich bald der Ecliptic nähern, bald aber von derſelben entfernen. Und wenn man die Stellen eines Planeten, in welchen er viele Tage nach einander an dem Sternhimmel geſehen wird, an einer Himmelskugel anmerket, und dieſe Puncte mit einander verknüpfet; ſo entſtehet eine krumme Linie, welche zum Theil an die mittägige zum Theil an die mitternächtige Seite der Ecliptic fallen, und dieſe verſchiedentlich durchkreutzen kan, ja, indem ſie ſich zuweilen nach der Abendſeite zurück beuget, und alsdann wieder nach Morgen fortlauft, ſich in verſchiedenen Stellen umſchlinget.

§. 706. Alles dieſes iſt bey jeden zween verſchiedenen Planeten gar ſehr verſchieden: und mit einer ſo verworrenen Bewegung, welche auch in Anſehung der abwechſelnden Geſchwindigkeit, viel ähnliches mit wilkührlichen Wegen der Menſchen und Thiere hat, komt derſelbe endlich um den ganzen Sternhimmel herum, und fängt einen neuen an den vorigen angeſchloſſenen Weg an, welcher von demſelben gänzlich verſchieden iſt. Doch weichet bey dieſer ſcheinbaren Bewegung kein Planet um mehr als Acht Grade nach dieſer oder jener Seite von der Ecliptic ab, ſo daß die in dieſer Entfernung der Ecliptic parallel an dem Sternhimmel beſchriebene Cirkel, welche den Thierkreis von beyden Seiten begränzen, auch alle dieſe Wege, ſamt der Bahn des Mondes einſchlieſſen; und man ſich den unter dem Nahmen des Thierkreiſes bekanten Streifen des Himmels als eine breite Straſſe vorſtellen kan, in welcher faſt jeder Fußgänger ſeinen beſondern Weg nimt. Wir haben denſelben und ſeine Eintheilung bereits (226, ..) geſehen, und werden dadurch nicht weiter aufgehalten.

§. 707. Die Planeten erſcheinen uns, wenn wir ſie durch Fernröhre betrachten, ſo weit ſie erleuchtet ſind, in der Geſtalt beynahe cirkelrunder Scheiben.

Denn ſie ſind nicht alle und zu aller Zeit an der gegen uns gekehrten Seite über und über erleuchtet; und man kan überhaupt ſagen, daß uns jeder Planet immer in einer der Geſtalten erſcheine, in welcher wir den vollen, wachſenden oder abnehmenden Mond ſehen. Wir ſchlieſſen hieraus, daß ſie ſämtlich dunkele Kugeln ſind, welche von einem ihnen fremden Lichte erleuchtet werden. Dieſes kan kein anderes ſeyn, als das Licht der Sonne, und wir werden finden, daß dieſe Schlüſſe, bis auf einige kleine Abweichungen von der Geſtalt einer volkommenen Kugel, mit den Erſcheinungen übereinkommen. Die Winkel, in welchen die Durchmeſſer der Scheiben, ſo uns dieſe Kugeln vorſtellen, geſehen werden, ſind verſchieden, aber ſämtlich ſehr klein, indem keiner derſelben bis auf eine Minute ſteiget, und können alſo für die ſcheinbaren Durchmeſſer der Planeten ſelbſt angenommen werden. Sie ſind alle veränderlich, einer mehr der andere weniger, welches zeiget, daß alle Planeten zu gewiſſen Zeiten der Erde näher ſind als zu andern; und daß der Unterſchied dieſer Entfernungen bey einigen derſelben zu einer gar beträchtlichen Gröſſe ſteige. Die Alten konten, vor der Erfindung der Fernröhre, welche das einzige Mittel ſind ſehr kleine Winkel mit einiger Zuverläſſigkeit zu meſſen, aus ihrem ſtärkern oder ſchwächern Glanze eben dieſes ſchlieſſen. Denn auch der iſt nicht zu allen Zeiten einerley.

§. 708. Es iſt nicht glaublich, daß die Planeten alle die unordentlichen Bewegungen, die wir ihnen zuſchreiben, indem wir ſie von unſerm Wohnplatze betrachten, würklich haben ſolten. Wir entdecken bey denſelben nichts, ſo uns überreden könte, daß ſie etwas anders ſeyn, als lebloſe Körper, deren algemeine Eigenſchaften mit denjenigen, die wir bey den Körpern wahrnehmen, mit welchen wir täglich umgehen, völlig übereinkommen. Man hat nicht den geringſten Grund ihnen etwas dergleichen zuzuſchreiben, als die Seelen der Menſchen und Thiere ſind, welche den Körpern, die ſie beleben, eine unendliche Menge wilkührlicher Bewegungen beybringen. Und daß der Schöpfer ſelbſt unmittelbar in die Planeten würken, und ſie beſtändig herumführen ſollte, ohne dabey auf die Geſetze zu ſehen, welche die uns mehr bekanten Körper bey allen ihren Bewegungen aufs genaueſte beobachten, läſſet uns die ganze Einrichtung der Dinge nicht annehmen: zumahlen da dieſe Geſetze ſo einfach, ſo weiſe, und mit den Begriffen, die wir uns von einem Körper machen müſſen, ſo genau verknüpft ſind, daß wir uns eine Abweichung von denſelben kaum möglich denken können.

§. 709. Nun aber iſt unter den Geſetzen, nach welchen ſich unſere Körper bey ihren Bewegungen richten, dieſes eins der erſten: ein jeder Körper, der ſich in einer Ebene beweget, es mag dieſes nach einer geraden oder krummen Linie geſchehen, verläßt dieſe Ebene für ſich niemals, ſondern ſetzet ſeine Bewegung in derſelben ſo lange fort, als er von keiner fremden Kraft gezwungen wird, ſie zu verlaſſen: welche Kraft, wenn ſie den Körper aus der Ebene bringen ſol, nothwendig nach einer geraden Linie, welche unter dieſem oder jenem Winkel an die Ebene anlauft, in denſelben würken muß. Es iſt dieſes eine Folge der Unthätigkeit der Körper, vermöge welcher ſie in den Zuſtand der Ruhe oder gleichförmigen Bewegung nach einer geraden Linie, in welchen ſie geſetzt worden ſind, verharren, ohne daß ſie fähig wären für ſich das geringſte in demſelben zu ändern; bey der Würkung einer äuſſern Kraft aber immer mit nach der Richtung gehen, nach welcher dieſe Kraft würket. Dieſem Geſetze werden alſo; die Planeten ebenfalls folgen und wir müſſen annehmen, daß die Bahn eines jeden derſelben ganz in eine gewiſſe Ebene falle, deren Lage immer dieſelbe bleibt, bis wir Kräfte entdecken, die vermögend ſind, einen oder den andern von ſeiner Ebene abzubringen.

Lagen und Gröſſen der Bahnen der Planeten.

§. 710. Die Erſcheinungen laſſen uns nicht zweifeln, daß jeder Planet ſeine beſondere Ebene habe, in welcher er ſeinen Lauf verrichtet. Da aber wir, die wir uns zugleich mit der Sonne beſtändig in der Fläche der Ecliptic befinden, jeden derſelben bald an dieſer bald an der andern Seite dieſer Fläche ſehen; ſo kan keine dieſer Ebenen die Fläche der Ecliptic ſeyn, oder mit derſelben zuſammen fallen. Es ſchneidet vielmehr jede derſelben die Fläche der Ecliptic: wiewol die Winkel, unter welchen dieſes geſchiehet, klein genug, und die Neigungen der Flächen der Planeten gegen die Fläche der Ecliptic, etwas ſtark ſeyn müſſen, da die Entfernungen, mit welcher die Planeten an dem Sternhimmel von der Ecliptic abweichen, ſo mäßig ſind. Die den beyden Flächen gemeinſchaftliche Linie des Durchſchnittes iſt nothwendig gerade: denn keine Fläche ſchneidet eine andere in einer ungeraden Linie. So oft nun der Planet, bey dem Umlaufe in ſeiner Bahn, dieſe Schneidungslinie erreichet, befindet er ſich zugleich in der Fläche der Ecliptic, und iſt in einem jeden andern Puncte ſeiner Bahn deſto mehr von derſelben entfernet, je mehr dieſer Punct von der Schneidungslinie abweichet.

§. 711. Wir werden fürs erſte die Winkel, ſo die Flächen, in welchen unſere fünf Planeten ihren Lauf verrichten, mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſen, bey Seite ſetzen müſſen. Es laſſen ſich dieſe Winkel in den Zeichnungen nicht wol recht deutlich vorſtellen, und dadurch wird die Schwierigkeit vermehret, welche die Betrachtung derſelben gleich Anfangs verurſachen würde, da wir doch nur auf das gröbſte ſehen müſſen, und uns nicht mit allen kleinen Umſtänden beſchäftigen können. Wir wollen zu dem Ende jede der Flächen, in welcher ſich ein Planet beweget, ſo lang um die Linie, in welcher ſie die Fläche der Ecliptic ſchneidet, gegen dieſe neigen, bis ſie völlig in derſelben zu liegen komt. Dadurch wird in der Bahn ſelbſt, welche der Planet in ſeiner Fläche beſchreibet, nichts geändert; die ſcheinbare Bewegung deſſelben aber wird viel einfacher. Er verläſt vermittelſt derſelben die Ecliptic niemals; denn der ganze Thierkreis wird bey dieſer Einbildung in dieſe zuſammengezogen. Demnach unterſcheidet ſich die ſcheinbare Bewegung des Planeten von der ſcheinbaren Bewegung der Sonne nunmehr blos dadurch, daß er nicht wie dieſe ſeinen Lauf beſtändig von Abend gegen Morgen nimt, ſondern auch öfters von Morgen gegen Abend gehet, und zuweilen eine zeitlang gar ſtille ſtehet. Die Abweichungen von dieſer einfachern Bewegung, vermittelſt welcher der Planet auch ſeine Breite verändert, müſſen im Verfolg beſonders betrachtet werden. Es kan uns aber nichts hindern, auch ehe wir durch dieſe Betrachtung eine umſtändlichere Erkäntniß erlangt haben, zuweilen auf dieſelbe zurück zu ſehen.

Venus und Mercur.

§. 712. Um nun die Zuſammenordnung unſerer Planeten ſamt der Sonne und der Erde bey der Venus anzufangen, bey welcher wir in dem letzten Abſchnitte ſtehen geblieben ſind: ſo iſt die Veränderung des ſcheinbaren Durchmeſſers derſelben ſehr beträchtlich, als welcher zu gewiſſen Zeiten fünf bis ſechsmal gröſſer gefunden wird, als zu andern. Auch entfernet ſich dieſer Planet nie um mehr als 47 Grade und 48 Minuten von der Sonne, gehet aber in dieſer oder einer jeden kleinern Entfernung bald vor der Sonne vorher, bald verfolgt er dieſelbe, indem ſeine Länge die kleinere iſt, da ſie in dem vorigen Falle die gröſſere war. In eben dem Falle, da die Länge der Venus die gröſſere iſt, und ſie alſo an der Morgenſeite der Sonne ſtehet, wird ſie uns nach dem Untergange der Sonne, ſobald das uns von dieſer zugeſendete Licht hinlänglich abgenommen hat, in einer gröſſern oder kleinern Höhe über dem Horizonte, zu erſt ſichtbar, und gehet darauf zur gehörigen Zeit ſichtbarlich unter. In dem Falle aber, da ſich die Venus an der Abendſeite der Sonne befindet, erſcheinet ſie früher oder ſpäter vor dem Aufgange der Sonne in dem Morgenhorizonte, und erhebt ſich ſo lang über demſelben, bis das nach und nach zunehmende Tageslicht ihren Schein verdunkelt. Alsdenn nennen wir ſie den **Morgenſtern**; deſſen Erſcheinung ein ſicheres Zeichen des anbrechenden Tages iſt: gehet ſie aber vor der Sonne vorher, und erſcheinet alſo nach dem Untergange derſelben im Abend, ſo bekömt ſie den Nahmen des **Abendſterns**.

§. 713. Die vornehmſten Umſtände dieſer Erſcheinung, um welche es uns gegenwärtig allein zu thun iſt, werden völlig erkläret, wenn wir die Fläche der Zeichnung die Fläche der Ecliptic bedeuten laſſen, und uns in derſelben (*Fig.* 132.) bey *S* die Sonne vorſtellen, den um dieſen Punct beſchriebenen Kreis aber für die Bahn der Venus annehmen, in welcher dieſelbe von *V* durch *A* nach *B* u. ſ. w. gehet: die Erde aber auſſer dieſer Bahn in *T* ſetzen: und man ſiehet ſogleich, wie ſich *TS*, die Entfernung der Erde von der Sonne, zur *AS*, dem Halbmeſſer des Cirkels, welcher für die Bahn der Venus angenommen wird, verhalten müſſe, wenn der gröſte Winkel *ATS* oder *STB*, um welchen ſich die aus der Erde *T* betrachtete Venus von der Sonne *S* entfernen kan, bis auf 47 Grade und 48 Minuten ſteigen ſol. Denn weil *TA* den Cirkel *VAB* bey *A* berühret, und alſo auf den nach dieſem Puncte gezogenen Halbmeſſer deſſelben *SA* perpendicular iſt: ſo verhält ſich *TS* zur *SA*, wie der Radius zum Sinus des Winkels *ATS*. Dieſe Verhältniß iſt beynahe, wie 1000 zu 741, welche jedoch nicht immer richtig ſeyn kan. Denn der Winkel *ATS*, um welchen ſich die Venus von der Sonne entfernet, hat nicht immer die angezeigte Gröſſe, ſondern wird öfters beträchtlich kleiner, bis auf 44 Grade und 57 Minuten, da dann die Verhältniß der *ST* zur *AS* gröſſer wird, nehmlich dieſe; 1000 zu 706. Die Verſchiedenheit komt davon, daß weder die Bahn der Venus in völliger Strenge der Umkreis eines um den Mittelpunct der Sonne beſchriebenen Cirkels iſt, noch die Erde immer in eben der Entfernung von der Sonne bleibt. Nimt man indeſſen zwiſchen dieſen zwo Verhältniſſen das Mittel, und ſetzet, daß *SA* 725 Theile enthalte, deren tauſend auf *TS* gehen, ſo wird die gröſte Entfernung der Venus von der Erde aus 1725, und die kleinſte nur

*T.X.F.*132.

aus 275 ſolcher Theile beſtehen, welche leztere Zahl beynahe der ſechſte Theil der erſtern iſt, welches mit dem gröſten und kleinſten Winkel, in welchem uns der Durchmeſſer der Venus zu verſchiedenen Zeiten erſcheinet, genau genug übereinkomt. T.X.F.132.

§. 714. Hieraus folgt, daß dieſe an ſich dunkele und von der Sonne nur zur Hälfte erleuchtete Kugel nach und nach beynahe eben die Erſcheinungen geben müſſe, welche wir an dem Monde bemerken, deſſen Scheibe wir im Vollmonde ganz, ſonſt aber nur zum Theil helle ſehen. Nur müſſen, wegen des veränderten Standes der Erde, dieſe Erſcheinungen hier in einer andern Ordnung auf einander folgen. Wir würden die Venus bey *A* (*Fig.* 133.) in ihrer ſogenanten obern Zuſammenkunft mit der Sonne, wie auch kurz vor und nach derſelben, ganz erleuchtet ſehen, wenn ſie daſelbſt nicht entweder von dem Körper der Sonne bedecket, oder wenn dieſes nicht geſchiehet, durch den viel hellern Glanz derſelben gehindert würde, einen merklichen Eindruck in unſere Augen zu machen. Bey *B* und *C*, in welchen Puncten die von der Erde nach dieſem Planeten gezogene gerade Linien ſeine Bahn berühren, ſehen wir denſelben als die Hälfte einer lichten Scheibe, eben wie den Mond in ſeinen Viertheln. Bey *D*, und *E*, und überhaupt in dem Theile ſeiner Bahn *BAC*, erſcheinet er uns mehr als zur Hälfte erleuchtet, und deſto mehr, je weniger er von *A* entfernet iſt: in dem übrigen Theile ſeiner Bahn *BFC* aber iſt er ſichelförmig. Endlich verſchwindet uns die Venus in *F*, bey ihrer untern Zuſammenkunft mit der Sonne, ganz und gar: es müßte dann ſeyn, daß die von unſerm Auge durch irgend einen Theil derſelben gezogene gerade Linie den Körper der Sonne erreichte, in welchem Falle ſie einen Theil der Sonne bedecken und uns dadurch von ihrem Daſeyn verſichern würde. T.X.F.133.

§. 715. Es würde ſich eine dergleichen Bedeckung bey einem jeden Durchgange der Venus zwiſchen der Erde und der Sonne, oder bey einer jeden untern Zuſammenkunft der Venus mit der Sonne, zutragen, wenn die Bahn dieſes Planeten, ſo wie ſie hier vorgeſtellet wird, völlig in die Fläche der Ecliptic fiele. Da aber dieſes nicht iſt, ſo iſt derſelbe in den meiſten Fällen, bey einem dergleichen Durchgange ſo weit von der Fläche der Ecliptic entfernet, daß keine der geraden Linien, die von irgend einem Puncte der Erde durch den Cörper des Planeten gezogen werden kan, die Sonne erreichet. Die Breite, in welcher die Venus alsdenn der Erde erſcheinet, iſt dazu meiſtentheils zu gros;

T.X. F.133. ſie darf aber nicht viel gröſſer ſeyn als der ſcheinbare Halbmeſſer der Sonne, wenn uns noch einiger Theil derſelben verdecket werden ſoll. Und dieſen Umſtand machet die geringe Länge der *TF*, bey welcher eine gar kleine Entfernung der Venus von der Fläche der Ecliptic eine beträchtliche Breite derſelben verurſachet, überaus ſeltſam.

§. 716. Alle dieſe Erſcheinungen zeigen uns die Fernröhre mit einer hinlänglichen Deutlichkeit. Und obwohl die verſchiedenen Geſtalten der Venus bey dem ſo gar kleinen Winkel, in welchem wir ſie ſehen, und bey dem ſtarken Glanze dieſes Planeten, von dem bloſſen Auge nicht unterſchieden werden können: ſo würden wir doch ſelbſt an dieſem bald ſtärkern und bald ſchwächern Glanze ein Merkmal haben, ob der gegen uns gekehrte Theil ihrer von der Sonne erleuchteten Hälfte gröſſer oder kleiner ſey, wenn wir immer gleich weit von derſelben entfernet blieben. So aber iſt dieſer Planet eben zu der Zeit, in welcher er uns den gröſten Theil ſeiner erleuchteten Hälfte zukehret, auch am meiſten von uns entfernet, und indem dieſe Entfernung abnimt, wird auch der uns zugekehrte Theil dieſer Hälfte zugleich vermindert. Wir wiſſen aber *), daß von eben der leuchtenden Oberfläche deſto weniger Licht in unſer Auge geworfen werden könne, je mehr ſich dieſelbe von uns entfernet: und zwar bey einer zweifachen Entfernung viermal weniger, bey einer dreyfachen, neunmal weniger, u. ſ. f. nach den Quadratzahlen. Es wird alſo, indem der Glanz der Venus mit der Gröſſe des gegen uns gekehrten Theils ihrer erleuchteten Oberfläche zunehmen ſolte, derſelbe durch den Zuwachs der Entfernung vermindert, und umgekehrt. Wird indeſſen beydes, die Gröſſe nehmlich des erleuchteten Theils der Oberfläche, welchen wir ſehen können, und die Entfernung der Venus von der Erde, gehörig in Betrachtung gezogen, ſo geben die Schlüſſe, daß uns dieſelbe das meiſte Licht zuſende, und folgends am hellſten ſcheine, wenn ſie ſichelförmig iſt, und die gröſte Breite des ſichtbaren Theils ihrer Scheibe den vierten Theil des Durchmeſſers ausmachet; ihre Entfernung von der Sonne aber $39\frac{1}{2}$ Grade beträgt: in welchem Umſtande ſie öfters auch bey Tage geſehen wird.

§. 717. Der Mercur entfernet ſich an dem Sternhimmel ſo wenig von der Sonne, daß wir ihn nur ſelten ſehen können, zumahlen da die mitlere Gröſſe ſeines ſcheinbaren Durchmeſſers nicht über 7 Secunden beträgt. Es iſt nehmlich die

---

*) S. der Einleit. in die Naturlehre. 393. §.

T.X.F.133. die gröſte Entfernung, um welche er von der Sonne abweichet, und bey welcher er wieder anfängt ſich derſelben zu nähern, höchſtens 28 Grade und 20 Minuten; wiewol er auch öfters wieder gegen die Sonne zurück kehret, nachdem er ſich von derſelben um nicht mehr als 17 Grade und 36 Minuten entfernet hatte. Alle übrigen Erſcheinungen, die bey demſelben vorfallen, kommen mit denjenigen überein, die man an der Venus bemerket: und insbeſondere erſcheinet der Mercur von Zeit zu Zeit ebenfalls in der Sonne, und zwar viel öfter als die Venus. Es muß alſo die Bahn dieſes Planeten überhaupt eben ſo um die Sonne beſchrieben werden, wie die Bahn der Venus. Nur wird ſie beträchtlich kleiner ſeyn, und von einem Cirkelkreiſe, deſſen Mittelpunct genau in den Mittelpunct der Sonne fält, mehr abweichen als jene. Sehen wir indeſſen dieſe Bahn zu der Zeit, wenn ſie uns in einem Winkel von 17 Graden und 36 Minuten erſcheinet, als einen genauen Cirkel an, der ſeinen Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Sonne hat, ſo folget aus den bey der Venus (713) gebrauchten Schlüſſen, daß die Entfernung der Erde von der Sonne ſich zu dem Abſtande des Mercurs von derſelben beynahe wie 1000 zu 302 verhalte. Iſt aber der Winkel, in welchem wir die Bahn dieſes Planeten ſehen, der gröſte, nehmlich 28 Grade und 20 Minuten; ſo iſt die Verhältniß der Entfernung der Erde von der Sonne zu dem Abſtande des Mercurs von derſelben, 1000 zu 474. Zwiſchen den Zahlen 302 und 474 ſtehet 388 im Mittel: und dieſe giebt ohngefehr die mitlere Entfernung des Mercurs von der Sonne in ſolchen Theilen an, deren tauſend die Entfernung der Erde von derſelben ausmachen. Vermittelſt dieſer Verhältniß iſt es leicht die Bahn dieſes Planeten, in einer ſchicklichen Verhältniß gegen die Venusbahn und die Entfernung der Erde von der Sonne, zu zeichnen.

Mars, Jupiter, Saturnus.

§. 718. Die von der Erde betrachtete Bahn des nächſten Planeten, Mars, iſt nicht dergeſtalt in gewiſſe Schranken einzuſchlieſſen wie die beyden vorigen, denn wir können denſelben in einer jeden Entfernung von der Sonne ſehen, in welcher ſein Schein nicht durch das hellere Licht derſelben verdunkelt wird. Vornehmlich aber erſcheinet er uns helle und deutlich, wenn er beynahe in der geraden Linie die den Mittelpunct der Erde mit dem Mittelpuncte der Sonne verknüpfet, dieſer entgegen ſtehet, da er ſich uns durch ein Fernrohr als eine volle Scheibe zeiget. Und in eben der Geſtalt ſehen wir ihn auch, wenn er an der

T.X.F.133. Seite, an welcher ſich die Sonne befindet, dieſer Linie nahe iſt, wiewol viel kleiner und mit einem ſchwächern Glanze. Dieſes läßt keinen Zweifel, daß dieſer Planet ſich dergeſtalt um die Sonne bewege, daß ſeine Bahn zugleich unſere Erde einſchlieſſet. Seine Entfernung aber von dem Mittelpuncte der Sonne iſt nicht ſo leicht mit der Entfernung der Erde von derſelben zu vergleichen, als bey den vorigen Planeten geſchehen konte. Muthmaßlich können wir aus der ſcheinbaren Gröſſe deſſelben, und aus ſeinem hellern oder dunklern Scheine ſchlieſſen, daß bey ſeiner Conjunction mit der Sonne er fünfmal weiter von der Erde entfernet ſey, als wenn er derſelben entgegen ſtehet. Wird dieſes angenommen, und mit dem Radius
T.X.F.134. SM (*T. X. F.* 134.) um das Punct S, welches die Sonne vorſtelt, ein Cirkelkreis beſchrieben, welcher die Bahn des Mars ſeyn ſol, in welchem ſich die Erde bey T befindet, durch welches Punct und die Sonne der Durchmeſſer AB gehet, ſo iſt $TB : TA = 5 : 1$, das iſt, $MS + ST : MS - ST = 5 : 1$ und folgendes, wenn man ſowol die Summen als die Differenzen nimt, $2MS : 2ST = 6 : 4$, oder $MS : ST = 3 : 2$, welchemnach der Planet um 1500 ſolche Theile, deren tauſend die Entfernung der Erde von der Sonne ausmachen, von dieſer entfernet ſeyn wird.

§. 719. Befindet ſich nun der Mars in dieſer ſeiner Bahn bey M, von welchem Puncte nach S und T die geraden Linien MS, MT gezogen ſind: ſo iſt der Winkel TMS, welchen dieſe Linien mit einander einſchlieſſen, der gröſte unter allen ſolchen Winkeln, wenn MT auf den durch T gehenden Durchmeſſer AB perpendicular fält. Denn es iſt immer $MS : TS = \sin MTS : \sin TMS$, und es bleiben die Seiten MS, TS bey jeder Gröſſe dieſer Winkel einerley. Es muß alſo auch die Verhältniß $\sin MTS : \sin TMS$ immer einerley bleiben, und alſo überhaupt $\sin TMS$ deſto gröſſer werden, je gröſſer $\sin MTS$ iſt. Nun kan $\sin MTS$ nicht gröſſer werden als der Radius, bey welcher Gröſſe MTS ein rechter Winkel wird. Alſo iſt bey eben dem Umſtande auch $\sin TMS$ ſo groß als er nur werden kan, und damit erreichet auch der TMS, welcher nothwendig ſpitzig iſt, ſeine äuſſerſte Gröſſe. Da $MS : TS = 3 : 2$ ſo wird das Maas dieſes gröſten Winkels 41 Graden und 46 Minuten gleich gefunden.

§. 720. Es richtet ſich aber nach dem Winkel TMS derjenige Theil der von der Sonne erleuchteten Hälfte der Oberfläche des Planeten, welcher von der

T. VI F. 102.

der Erde abgekehret, und alſo den Bewohnern derſelben unſichtbar iſt. Man ſiehet dieſes ohne Anſtand aus der Zeichnung, (*T. VI. Fig.* 102.) in welcher der um *L* beſchriebene Cirkel, den Mars, oder vielmehr den vermittelſt einer Fläche, die durch deſſen Mittelpunct, und zugleich durch die Mitte der Sonne und der Erde gehet, geſchehenen Durchſchnitt deſſelben, eben ſowol vorſtellen kan, als er den Mond vorſtelte. *LS* iſt die von dem Mittelpuncte des Mars nach der Sonne, und *LT* die von dannen nach der Erde lauffende gerade Linie, und es iſt jener die *AB* dieſer aber die *EF* ſenkrecht. Dadurch wird *ACB* der erleuchtete Theil der Oberfläche des Planeten, und *ECF* der von der Erde ſichtbare, folglich *BF* der zwar erleuchtete, aber nicht ſichtbare. Es iſt aber der Winkel *BLF* dem *TLS* gleich, und der Bogen *BF* hält 41 Grade und drüber. Denn die Gründe der Rechnung ſind nicht ſo richtig, daß ſie dieſen Bogen genau angeben könten. Genug, daß er ohngefehr den vierten Theil des halben Umkreiſes beträgt, und daraus zu ſchlieſſen iſt, daß der geringſte Theil der erleuchteten Oberfläche, welchen der in ſeiner Bahn beſtändig fortrückende Mars der Erde zukehren kan, niemals viel unter drey Viertheilen des Ganzen betrage, und alſo dieſer Planet ſich meiſtentheils den Einwohnern derſelben wo nicht völlig rund, jedoch mit einem viel kleinern Abgange zeigen werde. Die Sache wird ſo befunden, und dieſes kan den übrigen hier gebrauchten Schlüſſen zu einer Beſtätigung dienen.

§. 721. Der Planet Jupiter erſcheinet uns überhaupt ſo, wie Mars: nur iſt ſeine Scheibe nie merklich mangelhaft, ſondern immer, dem Anſehen nach, völlig rund. Es iſt alſo wohl keine groſſe Abweichung zu befürchten, wenn wir für ſeine Bahn ebenfals einen Cirkel beſchreiben, der ſeinen Mittelpunct in der Sonne hat. Nur muß der halbe Durchmeſſer dieſes Cirkels beträchtlich gröſſer ſeyn, als die Entfernung der Erde von der Sonne. Denn es zeiget ſich an dem Glanze des Jupiters, wenn er zu verſchiedenen Zeiten betrachtet wird, kein ſo gar groſſer Unterſchied, welches wohl von nichts andern herrühren kan, als von der Gröſſe ſeiner Bahn, in Anſehung welcher die Erde von der Sonne ſo gar weit nicht entfernet iſt. Die Beobachtung des gröſten und kleinſten ſcheinbaren Durchmeſſers deſſelben, könte uns von dieſer Gröſſe näher belehren, indem ſie uns die Verhältniß ſeiner gröſten Entfernung von unſerer Erde, zu der kleinſten angeben würde. Es iſt aber dieſe Beobachtung allem Anſehen nach, aus der Urſache

T.VI.F.102. bey Seite geſezt worden, weil die Entfernungen der Planeten von der Sonne nach viel ſicherern Gründen, die an ihrem Orte vorkommen ſollen, mit einander verglichen werden. Wenn wir aber zu einer muthmaßlichen Berechnung anmerken, daß man für den Jupiter den Bogen *BF* der 102ten Zeichnung gar wol auf 10 bis 12 Grade ſetzen könne, ohne daß er, bey ſeiner ſo ſchiefen Lage, T.X.F.134. der Erde ſichtbar werde, und daß folgends auch, wenn nunmehro in der 134 Zeichnung *M* den Jupiter vorſtellet, der Winkel *TMS* gar wol 11 Grade halten könne, ohne daß dieſer Planet aufhöre uns als eine völlig runde Scheibe zu erſcheinen, wie bey einem gröſſern Maaſſe dieſes Winkels *TMS* vermuthlich geſchehen müſte: ſo wird daraus die Verhältniß des Halbmeſſers ſeiner Bahn *SM*, zur *ST* der Entfernung der Erde von der Sonne, alsbald beſtimt. Denn es iſt $SM : ST = r : \mathit{ſin}\ TMS$, das iſt, $SM : ST = 1000 : 191$, und alſo *SM* etwas weniges über fünfmal gröſſer, dann *ST*.

§. 722. Bey dem Saturn finden alle dieſe Umſtände noch vielmehr ſtatt; und es verlaſſen uns bey demſelben die Gründe, deren wir uns bisher bedienet haben, die Entfernung der Planeten von der Sonne mit dem Abſtande der Erde von derſelben zu vergleichen, ganz und gar. Die Säze aber deren eben (721) Erwehnung geſchehen iſt, machen die Entfernung dieſes Planeten $9\frac{1}{2}$ mal ſo groß, als die Entfernung der Erde von derſelben, und geben überhaupt nachfolgende Zahlen an, welche alle dieſe Entfernung ohne grobe Fehler ausdrücken: 4, 7, 10, 15, 52, 95.

Ordnung der bisher betrachteten und anderer himliſchen Körper.

§. 723. Vermittelſt dieſer Zahlen iſt es leicht in einer Ebene Cirkel zu beſchreiben, welche die auf die beſchriebene Weiſe in die Fläche der Ecliptic gebrachte Bahnen der Planeten ſo weit vorſtellen, daß dadurch die Entfernungen derſelben von der Sonne, zu der Entfernung der Erde von dieſem groſſen Lichte, beynahe die wahren Verhältniſſe erhalten. Denn daß dieſe Bahnen würkliche Cirkel ſeyn ſolten, kan ohne Beweis nicht angenommen werden, und dieſer müßte bündiger ſeyn als derjenige, welchen die Alten von der Volkommenheit dieſer Figur hernahmen. Wenn man aber den gemeinſchaftlichen Mittelpunct dieſer Cirkel in die Mitte der Sonne ſezet, wird ſo gar den Erſcheinungen widerſprochen, nach welchen, vornehmlich der Mercur, ſich bald mehr bald weniger von der Sonne entfernet. Indeſſen ſind die Kreiſe der 135ſten Vorſtellung dergeſtalt gezeichnet. Der gemeinſchaftliche Mittelpunct derſelben bedeutet die Sonne. Der denſelben zunächſt umgebende ſehr kleine Cirkelkreis, deſſen Radius nicht mehr als 4 Theile des zu dieſer Zeichnung angenommenen Maasſtabs enthält, iſt die Bahn des Mercurs; der zunächſt gröſſere mit einem Radius von 7 Theilen beſchriebene, die Bahn der Venus, welche die Bahn des Mars umgiebt. Der zwiſchen dieſen zween Kreiſen bemerkte Punct *T* ſtellet die Erde in ihrer Entfernung von der Sonne von 10 Theilen des Maasſtabs vor, deren der Halbmeſſer der Bahn des Mars 15 hat. Endlich iſt der nächſte, mit einem Halbmeſſer von 52 Theilen beſchriebene beträchtlich gröſſere Kreis die Bahn des Jupiters, und der gröſte unter allen, deſſen Halbmeſſer 95 dergleichen Theile enthält, die Bahn des Saturnus, auſſer welcher man ſich die Fixſterne in einer Entfernung von mehr als tauſend Schuhen vorſtellen muß, wenn man den hier angenommenen Maasſtab bis auf dieſelben erſtrecken wil. Auch dieſes letztere bedarf eines umſtändlichen Beweiſes, gleichwie das Ganze, auſſer der Berichtigung der Flächen, in welchen ſich die Planeten würklich bewegen, noch verſchiedene wichtige Verbeſſerungen und Zuſätze erfordert. *T.X. F.135.*

§. 724. Der Mond bewegt ſich um die Erde allein in einem Kreiſe, von welchem wir geſehen haben, daß er viel zu klein ſey, als daß er die Sonne mit einſchlieſſen, oder auch nur eine der beſchriebenen Bahnen erreichen ſolte. Die Entfernung der Erde von der Sonne iſt beynahe 400mal gröſſer, als der Halbmeſſer dieſes von dem Monde um die Erde beſchriebenen Kreiſes; und der halbe Durchmeſſer deſſelben beträgt nicht gar 9 Minuten des Umkreiſes eines um die Sonne durch den Mittelpunct der Erde beſchriebenen Cirkels. Es war alſo nicht möglich dieſen von dem Monde um die Erde beſchriebenen Kreis den übrigen beyzufügen, ohne die Aehnlichkeit zu verderben, welche man doch, ſo weit es möglich war, beybehalten wolte.

§. 725. Die Fernröhre entdecken noch neun andere Körper, die ſich, wie der Mond um die Erde, um einen Planeten bewegen: viere um den Jupiter, und fünfe um den Saturn. Die erſten werden Trabanten des Jupiters, und die andern Trabanten des Saturnus genant. Sie bekommen auch die Namen

T. X. F. 135. der Monden oder Nebenplaneten; deren demnach, mit dem unſrigen, überhaupt zehen bekant ſind. Die Trabanten des Jupiters entfernen ſich ſo wenig von demſelben, daß man ſie ſämtlich mit ihrem Hauptplaneten in eben das Fernrohr bringen kan; wodurch die Vergleichung der Halbmeſſer der Kreiſe, welche ſie beſchreiben, gar ſehr erleichtert wird. Man ſchlieſſet nehmlich dieſe Halbmeſſer aus den gröſten Entfernungen, um welche ſie von dem Mittelpuncte ihres Hauptplaneten abweichen: und da man ſich dabey des ſcheinbaren Durchmeſſers des Jupiters als eines Maasſtabes bedienet, ſo werden ſie eben dadurch zugleich mit dieſem Durchmeſſer verglichen. Denn es bewegen ſich dieſelben beynahe in der Fläche der Bahn dieſes Hauptplaneten, und ſcheinen alſo ſich zuerſt an der einen und darauf an der andern Seite nach geraden Linien von demſelben zu entfernen. Mit den Trabanten des Saturnus verhält es ſich zwar nicht völlig ſo. Denn dieſe bewegen ſich nicht in der Fläche der Bahn ihres Hauptplaneten, und weichen auch von der Fläche der Ecliptic beträchtlich genug ab, daß uns die Bahnen, welche ſie um ihren Planeten beſchreiben, nicht immer als gerade Linien erſcheinen können. Dem ohngeachtet können die Durchmeſſer dieſer Bahnen genau genug gemeſſen, und mit dem Durchmeſſer des Saturnus verglichen werden. Es folget hieraus, daß auch dieſe Syſteme viel zu klein ſeyn, als daß ſie mit in den Riß hätten können gebracht werden, und daß man ſich alſo unter den mit ♃ und ♄ bezeichneten Puncten nicht nur die Hauptplaneten, welche dieſe Zeichen andeuten, ſondern auch die ſämtlichen Bahnen der Nebenplaneten eines jeden, eben ſo vorſtellen müſſe, wie der Punct *T*, ſo die Erde vorſtellet, auch die Bahn des Mondes mit begreift.

§. 726. Die ſo weit erklärte Verfaſſung der Planeten, der Sonne und der Erde iſt zwar, wenigſtens zum Theil, einigen Alten bekant geweſen: in ihrem ganzen Umfange aber erſt vor zweyhundert Jahren, von dem dadurch verewigten Nicolaus Copernick, einem Domherrn zu Thorn, entdecket, und theils durch ihn ſelbſt, theils aber durch einen Kepler, Newton und andere, mit ſehr wichtigen Zuſätzen vermehret, und faſt über alle Hofnung, die man ſich machen konte, ausgearbeitet worden. Denn Copernick konte weder von den Trabanten des Jupiters und Saturns, noch von dem Abnehmen des Lichts der Venus, noch ſonſt von etwas, ſo durch den Gebrauch der Fernröhre entdecket worden iſt, das geringſte wiſſen, da dieſe Werkzeuge zu ſeiner Zeit noch nicht erfunden waren.

T.X.F.135 Bey dem allen hat ſeit jener Zeit kein Aſtronom an der Richtigkeit ſeiner Zuſammenordnung, ſo weit wir ſie bisher geſehen haben, gezweifelt. Selbſt Tycho von Brahe, welcher nicht lang nach ihm gelebt, und durch eine groſſe Menge guter Beobachtungen die neuere Aſtronomie gegründet hat, fand dieſes Syſtem allen Erſcheinungen ſo gleichförmig, daß er kein Bedenken trug, demſelben beyzutreten. Er leugnete in der That die Bewegung der Erde, welche Copernick zugleich behauptete, indem er den übrigen noch einen um die Sonne durch den Mittelpunct der Erde beſchriebenen Kreis beyfügte, in welchem dieſe, wie alle andere Planeten, in deren Zahl ſie dadurch verſetzet wird, von Abend gegen Morgen gehen ſol, da indeſſen die Sonne bey den Mittelpuncten aller dieſer Cirkel beſtändig ruhet: an deſſen Stelle Tycho nicht um, ſondern durch den Mittelpunct der Sonne, und um die Erde, den Kreis beſchrieb, in welchem jener in der Zeit eines Jahres um dieſe herum kommen ſolte, ohne daß jener Mittelpunct aufhörte zugleich der Mittelpunct der Bahnen der fünf Hauptplaneten zu bleiben, derer Bahnen um denſelben gezeichnet ſind; da indeſſen die Erde ohne einige Bewegung in ihrer Stelle verharrete. Es iſt aber die Bewegung der Erde hier noch nicht in Betrachtung gezogen worden; und wir können, da die Erſcheinungen völlig einerley ſind, ſie mag angenommen werden oder nicht, dieſelbe auch noch etwas länger ausſetzen.

§. 727. Denn wir können es nicht unmittelbar fühlen, ob die Erde eine Bewegung habe oder nicht, wenn ſie nur nicht ruckweiſe, ſondern in einem und faſt gleichförmig, fortgehet, ſo gros auch die Geſchwindigkeit dieſer Bewegung ſeyn mag. Wir fühlen in der That die Veränderungen in dem Zuſtande unſerer Ruhe oder Bewegung, von welchen wir ſelbſt die Urheber ſind: und auch die, welche uns äuſſere Urſachen durch einen Stoß beybringen. Aber ſo bald ein Schiff, auf welchem wir uns befinden, ſich in eine gleichförmige Bewegung geſetzt hat, fühlen wir dieſe Bewegung nicht weiter; und würden nicht einmal die Bewegung eines Wagens fühlen, wenn uns nicht derſelbe beſtändig hin und her würfe. In dieſem Falle ſind wir ſehr geneigt zu urtheilen, daß unſer Körper gar keine Bewegung habe, inſonderheit wenn wir auch auf die Dinge ſehen, welche mit uns zugleich auf dem Schiffe ſind, und finden, daß dieſe vor ſich beſtändig in ihrer Ordnung bleiben. Je mehr dieſer Dinge ſind, und je länger wir darauf Acht haben, deſto feſter werden wir in unſerm Urtheile beſtätiget. Werfen wir die Augen

T.X.F.135. gen auf andere Dinge, die auſſer dem Schiffe liegen, die Ufer, Bäume, Gebäude und dergleichen, ſo bemerken wir zwar eine beſtändige Veränderung der Lage derſelben in Abſicht auf das Schiff und deſſen Theile, deren Urſache wir mit Recht einer würklichen Bewegung zuſchreiben. Indem wir aber ferner bemühet ſind auszumachen, welchem unter den zwey Dingen, deren eines ſeine Lage in Anſehung des andern dergeſtalt verändert, dieſe würkliche Bewegung zuzuſchreiben ſey; dem Schiffe oder dem Ufer; ſo gründen wir uns auf das einmal gefaßte Vorurtheil, nach welchem wir ſamt dem Schiffe uns in der Ruhe befinden, und eignen die ganze Bewegung dem Ufer zu. Noch mehr muß uns dieſes begegnen, wenn wir anſtat des kleinen Schifs, und der wenigen auf demſelben vorkommenden Dinge, unſere Augen gegen die auf der Erde gegründeten Berge, Gebäude und andere Gegenſtände werfen, wie wir von Jugend auf zu thun gewohnt ſind, und dabey dieſelben nur ſelten gegen die himliſchen Körper erheben. Es kan alſo unſer Auge die Frage, ob wir uns würklich in Bewegung befinden oder nicht, vor ſich allein eben ſo wenig entſcheiden, als das Gefühl; welches allerdings zeiget, daß bey eben der relativen Bewegung eines Körpers in Anſehung unſers Auges die Erſcheinungen völlig dieſelben ſeyn müſſen, wovon auch dieſe relative Bewegung herrühren mag.

Die Zeit des Umlaufs eines Planeten.

§. 728. Die Zeit, in welcher ein Planet ſeinen Umlauf um die Sonne verrichtet, könte von einem Auge, welches ſeinen Stand in dem Mittelpuncte derſelben hätte, eben ſo gefunden werden, wie wir die Zeit des Umlaufs des Mondes um die Erde, oder die Zeit des wahren oder ſcheinbaren Umlaufs der Sonne um dieſen unſern Wohnplaz entdecken. Es dörfte der Beobachter nur den Zeitpunct anmerken, in welchem ihm der Planet, mit welchem er ſich beſcheftigen wil, dieſen oder jenen Fixſtern bedecket, oder ſonſt an dem Sternhimmel einen gewiſſen durch ſeine Entfernungen von zween bekanten Fixſternen beſtimten Ort einzunehmen ſcheinet. Alsdenn müſte er warten bis der Planet wieder zu eben dem Puncte käme, und den Augenblick, in welchem dieſes geſchiehet, ebenfals anmerken. Die zwiſchen den zween angemerkten Zeitpuncten verfloſſene, iſt die Zeit eines ganzen Umlaufs in Abſicht auf die Fixſterne: welche durch die Widerholung dieſer Beobachtungen leicht zu beſſern, und zu einer völligen Gewißheit gebracht werden könte. Zur völligen Verſicherung würden zween um viele Jahre von einander entfernte Zeitpuncte dienen, bey deren letzten ſich der Planet bey eben dem *T.X.F.*135. Puncte des Sternhimmels gezeiget hat, welches er an dem erſten dieſer Zeitpuncte einzunehmen ſchiene. Es wäre aus den vorhergehenden Beobachtungen leicht zu ſchlieſſen, wie oft der Planet in dieſer Zeit herum gekommen ſey; durch welche Zahl der Umläufe man alsdenn die in der gefundenen Zeit enthaltene Zahl der Täge, Minuten und Secunden dividiren müſte, um die Zeit eines einzelnen Umlaufs zu erhalten. Da die bey der Beſtimmung der zween Zeitpuncte, welche jene Zeit anfangen und endigen, etwa begangene Fehler durch die Theilung zugleich vermindert werden müſſen, und zwar deſto mehr, je mehr ganze Umläufe in derſelben geſchehen ſind; ſo würde dieſe Rechnung die geſuchte Zeit ſo richtig angeben, als nur verlangt werden kan.

§. 729. Man müſte aber zum voraus verſichert ſeyn, daß die Sonne bey der Beobachtung des zweiten Zeitpuncts ſich in eben der Stelle befinde, in welcher ſie bey der Beobachtung des erſten geweſen iſt: oder daß, wenn ſie aus ihrer Stelle gerücket wäre, doch die zwo geraden Linien, deren eine von der Stelle des erſten Zeitpuncts und die andere von der Stelle des zweiten nach eben dem Fixſterne lauft, bey dieſem einen Winkel einſchlieſſen, welcher wegen ſeiner Kleinigkeit in keine Betrachtung kommen kan. Das übrige, ſo bey dieſer Rechnung vorausgeſetzt wird, daß nehmlich eben der Planet jeden ſeiner Umläufe in eben der Zeit verrichtet, würde die Wiederhohlung der Beobachtungen, und eine neue Rechnung entweder beſtätigen, oder wiederlegen: und eine Menge derſelben würde endlich nach vielen Jahren entdecken, nach was vor Verhältniſſen die Zeit des Umlaufs, fals ſie nicht immer dieſelbe bleibt, wächſet oder abnimt.

§. 730. Uns aber, die wir uns nicht in der Sonne, ſondern in einer groſſen Entfernung von derſelben auf der Erde befinden, wird die Beſtimmung der Zeit des Umlaufs eines Planeten um dieſelbe viel ſchwerer. Wenn weder die Sonne noch die Erde einige Bewegung hätten, ſo würde bey der Vorausſetzung, daß die Bahnen der Planeten immer volkommen dieſelben bleiben, und in den Zeiten des Umlaufs ſich keine merkliche Veränderungen zutragen, dieſe Schwürigkeiten verſchwinden, und man würde auf der Erde die Zeit des Umlaufs eines Planeten faſt eben ſo leicht finden können, als aus dem Mittelpuncte der Sonne. Denn wenn (*T. X. Fig.* 136, 137.) PQR die Bahn des Planeten, S die Sonne, T die

T. X. Fig. 136. 137. Erde und P den Planeten bedeutet, ſo dürfte man nur durch den Mittelpunct deſſelben P nach T eine gerade Linie ziehen, und das Punct des Sternhimmels A anmerken, in welchem ſie dieſen zu erreichen ſcheinet, oder auch den Winkel PTS, welchen eben die Linie TP mit der nach der Sonne gezogenen TS einſchlieſſet. Nach einigen oder nach etlichen Umläufen, muß der Planet wieder in das Punct P kommen, welches, daß es geſchehen ſey, man mit Zuverſicht wiſſen könte, wenn die nach demſelben gezogene und bis an den Sternhimmel verlängerte TPA die vorige Lage hat. Denn ob ſich der Planet in dieſer Linie bey P oder Q befinde, iſt leicht auszumachen. Wären nun die zween Zeitpuncte angemerket worden, in welchen ſich der Planet zweymal in eben der TA und folgends beydemal in P befunden hat, ſo könte, aus der zwiſchen denſelben verfloſſenen Zahl der Täge Stunden und Minuten, die Zeit eines einzelnen Umlaufs wie (728.) gewieſen worden iſt, gefunden werden. Da aber der Stand der Sonne gegen die Erde beſtändig verändert wird, und alſo die Linie TS ihre Lage nicht behält, ſo kan dieſer Weg zu nichts führen, wenn nicht die zweyte Beobachtung ſo lange ausgeſetzt wird, bis ſowol die TS ihre vorige Lage, als auch zugleich der Winkel T ſeine vorige Gröſſe erhalten hat, welches gemeiniglich ſehr ſelten, und erſt nach einem Zeitraume von vielen Jahren geſchiehet. Sind aber zwo dergleichen Beobachtungen, zwiſchen welchen eine hinlängliche Zahl von Jahren verfloſſen iſt, zu haben, ſo iſt dieſer Weg zur Beſtimmung der Zeit des Umlaufs eines Planeten der kürzeſte; als bey welchem man auf nichts, als auf den Stand der Sonne und des Planeten, in Abſicht auf die Fixſterne, acht haben darf.

§. 731. Es kan aber auch, anſtat des Winkels PTS, welcher gemeiniglich weder in die Fläche der Bahn des Planeten noch in die Fläche der Ecliptic fält, ein anderer gebraucht werden, welcher entſtehet, wenn man von dem Mittelpuncte des Planeten auf die Fläche der Ecliptic eine Linie perpendicular fallen läßt, und das Punct, in welchem ſie dieſe Fläche erreichet, anſtatt des bisherigen P gebrauchet. Iſt nunmehro P dieſes Punct, und PQR nicht die Bahn des Planeten ſelbſt, ſondern der orthographiſche Entwurf derſelben in der Fläche der Ecliptic: ſo fält auch der Winkel PTS in dieſe Fläche, und wird die Entfernung des Planeten von der Sonne in Abſicht auf die Länge. Da aber das Punct P, welches eigentlich der orthographiſche Entwurf des Mittelpuncts des Planeten in der Fläche der Ecliptic iſt, in eben der Zeit in dem Kreiſe PQR

herumkommt, in welchem der Planet ſeine Bahn beſchreibet; ſo kann man ſich des Winkels PTS volkommen ſo, wie des vorigen bedienen. T. X. Fig. 136. 137. Die Gröſſe deſſelben iſt eben ſowol wilkührig, und alſo erlaubt, ſich an den Fall zu halten, in welchem er nichts wird, indem die Linie TP mit der durch die Sonne gezogenen TS zuſammen fält. Alsdenn ſtehet der Planet über B in der Conjunction mit der Sonne, und über D entweder ebenfals in der Conjunction, oder auch in der Oppoſition, nachdem er von der Sonne weniger oder mehr entfernet iſt, als die Erde.

§. 732. Es ſind aber die Fälle, in welchen ſich das Punct, ſamt den Mittelpuncten der Sonne S und der Erde T zweymal in eben der geraden Linie befindet, die in der Fläche der Ecliptic ihre gewiſſe Lage hat, und an beiden Seiten verlängert, durch eben die Fixſterne gehet, eben ſo ſeltſam als die vorigen (730). T.X.F.138. Wenn, ($T.X.F.$ 138.) in dem Augenblicke der erſten Oppoſition, T die Stelle der Erde iſt; indem die Sonne ſich bey S und der Planet gerade über P befindet, ſo befindet ſich bey einer andern der Planet faſt immer über einem von dem vorigen P verſchiedenen Puncte der Fläche der Ecliptic Q, ſo daß die gerade Linie SQ, in welcher ein in die Sonne geſetztes Auge die Erde V ſehen würde, mit der vorigen SP bald einen gröſſern bald einen kleinern Winkel QSP einſchlieſſet. Alsdann aber hat der Planet, welcher ſich in dem Augenblicke, mit welchem ſich die Zeit ſeines letzten Umlaufs endigte, über P befand, noch darüber den Theil ſeiner Bahn beſchrieben, deſſen orthographiſcher Entwurf der Bogen PQ iſt; und alſo um die Sonne einen Winkel zurück gelegt, der bey der geringen Abweichung der Flächen, in welchen die Planeten ihren Lauf verrichten, von dem in der Fläche der Ecliptic liegenden PSQ nie ſehr verſchieden ſeyn kan. Nun iſt aber der Winkel PSQ derjenige, um welchen in der Zeit, welche der Planet anwendet aus P in Q überzugehen, ein Auge in der Sonne die Erde aus T in V fortrücken ſiehet, um welchen Winkel auch den Einwohnern der Erde die Sonne in der Ecliptic in eben der Zeit fortzugehen ſcheinet; und es ſind die Winkel, welche die Sonne an gewiſſen Tägen des Jahres und deren Theilen um die Erde beſchreibet, oder zu beſchreiben ſcheinet, bisher immer als bekant angenommen worden, da ſie durch die bloſſen Beobachtungen richtig genug zu entdecken ſind. Iſt aber der Winkel PSQ bekant, ſo daß man ihn durch die Zahl von Secunden 4 ausdrücken kan, in dem p die in dem ganzen Umkreiſe eines

T.X.F.138 Cirkels enthaltene Zahl Secunden bedeutet; ſo kan aus der Zeit t, welche ſeit der erſten Beobachtung des Planeten bey P, bis an die letzte bey Q verfloſſen iſt, wenn in derſelben ſo viele ganze Umläufe geſchehen ſind, als n Einheiten enthält, die Zeit eines einzigen Umlaufs r, durch die Proportion $np + a : p = t : r$, deſto genauer gefunden werden, je gröſſer n und je kleiner a iſt: weil dadurch die bey den Beobachtungen und Schlüſſen begangene Fehler gar ſehr verkleinert werden. Die wiederhohlten Beobachtungen werden alsdenn dieſe Fehler noch mehr vermindern, inſonderheit wenn ſie auf eine genauere, Kentniß des Laufs der Planeten gebauet werden. Denn gegenwärtig beſchäftigen wir uns nur mit den erſten Gründen deſſelben.

§. 733. Bey ſo geſtalten Sachen iſt es kein Wunder, daß die Aſtronomen in der Beſtimmung der Zeiten des Umlaufs der Planeten nicht völlig mit einander übereinkommen. Es iſt bisher von dem Umlaufe derſelben in Abſicht auf die Fixſterne die Rede geweſen, welche ihren Ort nicht verändern, und alſo die eigentliche Zeit des Umlaufs angeben. Iſt der Umlauf nach der Ecliptic zu berechnen, und alſo die Zeit anzugeben, in welcher der Planet von dem Puncte ſeiner Bahn, deſſen Länge Nichts iſt, ſich bis wieder dahin beweget, wo ſeine Länge abermal verſchwindet; ſo muß man ſich erinnern, daß dieſe Puncte nicht beſtändig ſind, indem der Anfang der Ecliptic, immer nach Abend fortrücket, und alſo dem Planeten entgegen gehet (349). Woraus folget, daß die Zeit des Umlaufs eines Planeten in der Ecliptic immer etwas kleiner ſeyn müſſe, als die Zeit ſeines eigentlichen nach den Fixſternen gerechneten Umlaufs. Wil man alſo für einen gewiſſen Planeten auch jene Zeit haben, ſo iſt erſtlich zu berechnen, um wie viele Secunden der Anfang der Ecliptic, in der Zeit des Umlaufs deſſelben nach der Abendſeite fortgerücket ſey (361), und ſodann ferner die Zeit auszumachen, welche der Planet brauchet, dieſen kleinen Bogen zu durchlaufen. Dieſe Zeit von der Zeit des eigentlichen Umlaufs abgezogen, wird die geſuchte übrig laſſen, in welcher nehmlich der Planet von dem Anfange der Ecliptic bis wieder an denſelben gelanget. Beyde Zeiten werden von dem Herrn de la Lande alſo angegeben.

T.X. F.138.

	Umlauf							
	nach den Sternen.				nach der Ecliptic.			
	Tåge,	Stund.	Minut.	Sec.	Tåge,	Stund.	Minut.	Sec.
☿	87,	23,	15,	45	87,	23,	14,	34.
♀	224,	16,	49,	14	224,	16,	41,	30.
♂	686,	23,	30,	35	686,	22,	18,	19.
♃	4332,	8,	28,	1	4330,	8,	35,	4.
♄	10762,	20,	33,	41	10750,	13,	14,	42.

Sie gelten für das gegenwärtige Jahrhundert: denn es hat das Anſehen, daß, inſonderheit die Bewegung des Saturns, nach und nach etwas langſamer, die Bewegung des Jupiters aber geſchwinder werde.

Von der mitlern Bewegung.

§. 734. Die meiſten der hier gebrauchten Rechnungen werden nicht anders verrichtet, als ob es ausgemacht wäre, daß die Planeten ſich wirklich in den Umkreiſen von Cirkeln, die ihren Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Sonne haben, immer mit eben der Geſchwindigkeit bewegten: ſo daß jeder Planet in gleichen Theilen der Zeit ſeines Umlaufs, auch gleiche Bogen ſeiner cirkelrunden Bahn, und gleiche Winkel um die Sonne beſchreibt: und man ſtelt ſich dabey dieſe Kreiſe ſämtlich in der Fläche der Ecliptic vor. Dieſe Vorausſetzungen werden ohne einigen Beweis angenommen, und ſind, wie wir zum Theil geſehen haben, zum Theil aber noch ſehen werden, der Wahrheit nicht gemäß, ſie können alſo keine völlig richtige Schlüſſe geben. Man bedienet ſich aber dennoch derſelben häufig, theils wenn voraus zu ſehen iſt, daß die Fehler, welche ſie geben, unbeträchtlich ſind, theils wenn die Sache nur ins grobe beſtimmet werden ſol: und nennet die Bewegung, welche dergeſtalt den Planeten zugeſchrieben wird, die **mitlere Bewegung** derſelben: und den Ort des Planeten in ſeiner Bahn, oder auch in der Ecliptic, welchen er in einem gewiſſen Zeitpuncte einnehmen würde, wenn er dieſe mitlere Bewegung würklich hätte, und mit derſelben in eben der Zeit herum käme, in welcher er ſeinen Umlauf in der That verrichtet, ſeinen **mitlern Ort.**

T.X F.138. §. 735. Dieſer mitlere Ort iſt leicht zu finden, wenn man nur den Zeitpunct weis, in welchem ſich der Planet in einem bekanten Puncte ſeiner Bahn befindet; welcher Zeitpunct die Epoche heiſſet: und wir können hier den Punct der Bahn, welchen der Planet in derſelben einnimmt, ihren Anfang nennen. Alsdenn wird der Ort des Planeten, welchen er am Ende eines gewiſſen von der Epoche an gerechneten Zeitraumes *T* hat, aus der bekanten Zeit ſeines Umlaufs *P* gefunden, wenn man ſpricht: wie *P* zur *T*, ſo 360° zu der Zahl der Grade und deren Theile, um welche der Planet in der Zeit *T* in ſeiner Bahn, vom Anfange derſelben, fortgerücket iſt. Dieſe Zahl wird gröſſer ſeyn als 360, wenn *T* gröſſer iſt als *P*. Es kan aber, wenn dieſes iſt, die Zahl der Grade und deren Theile, um welche der Planet, von dem Anfange ſeiner Bahn, würklich nach der Morgenſeite entfernet iſt, gefunden werden, wenn man von derſelben, ſo oft es ſich thun läßt, 360 abziehet. Die Rechnung iſt einerley, man mag den Umlauf auf die Fixſterne oder auf die Ecliptic beziehen, wenn nur *P* immer die Zeit bedeutet, von welcher die Rede iſt: es wird aber dieſelbe durch die Tafeln der mitlern Bewegung gar ſehr erleichtert.

§. 736. Die mitlere Bewegung der Planeten kan unter andern gebraucht werden, die Entfernungen derſelben von der Sonne, mit dem Abſtande der Erde von derſelben, ohne ſo gar groſſe Fehler zu vergleichen. Denn wenn dieſe Bewegung würklich ſtatt hätte; das iſt, wenn die Planeten mit einer gleichförmigen Bewegung in der Fläche der Ecliptic Cirkel beſchrieben, die ihren Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Sonne haben: ſo könte (*Fig.* 136, 137) für jeden Zeitpunct der Winkel *PST* gefunden werden, welchen die von der Sonne *S* nach der Erde *T* und nach dem Planeten *P* gezogene geraden Linien *ST*, *SP* mit einander einſchlieſſen. Man müßte den Zeitpunct anmerken, in welchem ſich der Planet das leztemal mit der Sonne in der Conjunction oder Oppoſition befunden hat, T. X. Fig. 139. 140. zuſamt der Lage der Linie *TO* (*T.X.F.* 139. 140), in welcher ſich dieſe Erſcheinung zugetragen hat, weil die Mittelpuncte der Erde, der Sonne und des Planeten ſich zugleich in derſelben befunden haben. Iſt nun in einer ſeit dem verfloſſenen Zeit die Sonne in *S* und der Planet in *P* fortgerückt, ſo daß dieſer aus der Erde vor oder nach der Sonne geſehen wird, nachdem er ſich geſchwinder oder langſamer von Abend gegen Morgen beweget als dieſe; und man ſtellet ſich durch *S* die *QS* der *OT* parallel gezogen vor: ſo iſt *QSP* der Winkel, wel-

chen

chen der Planet, ſeit dem er die *OT* verlaſſen hat, um die Sonne *S* beſchrieben hat; und dieſer Winkel wird durch die mittlere Bewegung (735) gegeben. Der Winkel *QSR* aber, welchen die verlängerte *TS* mit eben der *QS* einſchlieſſet, iſt dem Winkel *OTS* gleich, welchen die Sonne in der Zeit beſchrieben hat, in welcher ſie aus *TO* in die *TR* übergegangen iſt; und dieſer kan, wenn er nicht ſonſt bekant iſt, durch Beobachtungen gefunden werden, welche den Ort der Sonne beym Anfange und am Ende dieſer Zeit angeben. Aus den beyden Winkeln *QSP* und *QSR* aber wird der Winkel *PSR*, welcher den *PST* zu zween rechten Winkeln ergänzet, gefunden, indem man den kleinern *QSP* oder *QSR* von dem gröſſern *QSR* oder *QSP* abziehet: und der Winkel *PTS*, welchen die Entfernung des Planeten von der Sonne, oder der Unterſchied der Längen dieſer beiden Körper miſſet, kan aus der beobachteten Länge des Planeten (354) wenn man dieſelbe mit der Länge der Sonne zuſammen hält, ebenfals geſchloſſen werden. Alsdenn aber ſind in dem Dreyecke *PST* alle Winkel bekant, und die geſuchte Verhältniß der Seiten *SP* : *ST* wird durch die Verhältniß *ſin STP* : *ſin SPT* ſogleich gegeben. T. X. Fig. 139. 140.

§. 737. Dieſe Rechnung iſt in dem angenommenen Falle völlig richtig; und wenn man noch dazu die Zeit wählen wolte, da der Winkel *SPT* beynahe gerade iſt, wie dieſes bey der Berechnung der Entfernungen der Venus und des Mercurs oben geſchehen iſt: ſo würden nicht einmal die bey dem Winkel *PSR*, etwa begangene Fehler in die Verhältniß *SP* : *ST* einen groſſen Einfluß haben. Da aber weder die Bahnen der Planeten in die Fläche der Ecliptic fallen, noch ihre Entfernungen von der Sonne immer einerley bleiben, noch auch die Winkel, welche ſie in gleichen Zeiten um dieſe beſchreiben, alle von eben der Gröſſe ſind: ſo kan freylich dieſer Weg nicht die richtigſten Beſtimmungen geben. Wer ihn einſchlagen wolte, würde ſich blos durch die Verſchiedenheit der herausgebrachten Verhältniſſe überführen, daß die angenommenen mittlern Bewegungen nicht die wahren ſeyn können. Wolte er aber zu allen dieſen Verhältniſſen *SP* : *ST* den Durchſchnitt nehmen, und dadurch eine Verhältniß herausbringen, welche gewiſſermaſſen zwiſchen denſelben im Mittel ſtehet; ſo könte dieſe die mittlere Entfernung der Planeten von der Sonne mit der mittlern Entfernung der Erde von derſelben genau genug vergleichen. Es würden aber die zu dieſer Vergleichung dienende Zahlen, von den oben (722.) angeſetzten, wenig verſchieden ſeyn.

Relative Bewegung der Planeten in Anſehung der Erde.

T. X. Fig. 139. 140. §. 738. Wenn man die mittlere Bewegung der Planeten, wie man ſich dieſe in der Fläche der Ecliptic vorſtellet, mit der ebenfals mittlern Bewegung, vermittelſt welcher die Sonne in der Zeit eines Jahres um unſern Wohnplatz herum zu kommen ſcheinet, mit der gehörigen Aufmerkſamkeit zuſammen hält, ſo werden die geſchlungenen Wege begreiflich, in welchen dieſelbe um eben die als unbeweglich betrachtete Erde zu gehen ſcheinen, indem ſie ſich bald mehr und bald weniger von dieſer entfernen, bald von Abend gegen Morgen rechtläufig, bald aber von Morgen gegen Abend rückläufig ſind, und zu gewiſſen Zeiten bey eben den Fixſternen ſtille ſtehen. Wir werden uns bey dieſen Erſcheinungen, welche unter den ſonderbarſten ſind, die wir bey den Planeten wahrnehmen, etwas aufhalten müſſen, um ſie, ſo weit es der Zweck erfordert, zur Deutlichkeit zu bringen.

§. 739. Es iſt zuförderſt anzumerken, daß vermittelſt der bekanten Zeiten des Umlaufs zweener Körper, welche ſich gleichförmig in Cirkelkreiſen bewegen, die Verhältniß der Winkel, welche dieſe Körper in gleichen Zeiten um die Mittelpuncte ihrer Kreiſe beſchreiben, gar leicht gefunden werde. Man kan ſich die Halbmeſſer derſelben als einander gleich vorſtellen, damit die Winkel, von welchen die Rede iſt, ſich wie die in dieſen Kreiſen zugleich zurück gelegten Bogen verhalten, weil bey den Gröſſen der Winkel die Länge der Seiten überhaupt in keine Betrachtung komt. Iſt nun T die Zeit, in welcher der eine Körper ganz herum komt, und alſo um den Mittelpunct einen Winkel beſchreibet, der vier rechten Winkeln gleich iſt, und durch 360 Grade gemeſſen wird, A aber der Winkel, welchen dieſer Körper in der Zeit H machet, ſo gros oder klein auch dieſe ſeyn mag, in dem t und a eben dieſe Dinge für den andern Körper bedeuten: ſo iſt weil die Bewegungen gleichförmig ſind, und A, a ebenfals durch Grade und deren Theile ausgedruckt werden ſollen, $A : 360 = H : T$, und $360 : a = t : H$, woraus folget $A : a = t : T$. Es verhalten ſich nehmlich die in eben der Zeit H von den Körpern beſchriebene Winkel, wie die Zeiten des Umlaufs verkehrt genommen.

§. 740. Wenn wir nun dieſes auf die Sonne und die Planeten anwenden, und ſetzen daß jene in der Zeit von 365 Tägen, 5 Stunden und 49 Minuten in der Ecliptic herum komme, weil es hier nicht nöthig iſt genauer zu rechnen, ſo beträgt dieſe Zeit 525949 Minuten; die Zeit des Umlaufs des Mercurs nach der Ecliptic aber beträgt deren 126674. Wie ſich nun die erſte dieſer Zahlen zu der zweiten verhält, ſo verhält ſich der Winkel, welchen der Mercur in einer gewiſſen Zeit um die Sonne beſchreibt, zu demjenigen, welchen dieſe in eben der Zeit um die Erde machet. Wird alſo die Zahl 525949 durch 126674 getheilet, ſo zeiget der Quotient 4,152, daß Mercur etwas über 4 Grade und 15 hundertel eines Grades beſchreibe, indem die Sonne in der Ecliptic um einen Grad fortrücken würde, wenn ihre mitlere Bewegung die wahre wäre: und überhaupt iſt 1 : 4,152 die Verhältniß der von der Sonne und dem Mercur zugleich beſchriebenen Winkel. Auf eben die Art wird dieſe Verhältniß für jeden der übrigen Planeten gefunden. Es komt dabey blos auf die Zahl an, welche den Winkel des Planeten ausdrücket, wenn der von der Sonne beſchriebene Winkel 1 iſt, und dieſe Zahl wollen wir p nennen. Es giebt aber die Rechnung. T.X.F.139. 140.

für den ☿, $p = 4{,}152$.

für die ♀, $p = 1{,}625$.

für den ♂, $p = 0{,}531$.

für den ♃, $p = 0{,}084$.

für den ♄, $p = 0{,}034$.

§. 741. Hieraus iſt ferner die Verhältniß des Winkels OTR (T. X. Fig. 139, 140.) oder QSR zu dem Winkel RSP zu finden, um welchen ſich der Planet von der Sonne, oder dieſe von jenem entfernet hat, indem die Sonne von der obern Conjunction in TO bis in TR übergegangen iſt. Wenn nehmlich der Winkel QSP gröſſer iſt als QSR, und alſo $RSP = QSP - QSR$, ſo folgt aus der Proportion $QSR : QSP = 1 : p$ dieſe andere, $QSR : RSP = 1 : p - 1$; iſt aber der Winkel QSP der kleinere, und alſo $RSP = QSR - QSP$, ſo wird aus eben der Proportion geſchloſſen: $QSR : RSP = 1 : 1 - p$. Man kan die letztere dieſer Differenzen $1 - p$ ſowol als die T.X.F.139. 140.

T. X Fig. 139. 140. erſte $p - 1$ durch n bezeichnen, und überhaupt ſetzen $n = p - 1$, wenn man nur anmerket, daß in dem Falle, da p kleiner iſt als 1, und alſo n negativ wird, der Winkel RSP von der SR zurück nach TO getragen werden müſſe, da er auſſerdem vorwärts fält. Alsdenn iſt die Zahl n, für den Mercur = 3,152 für die Venus = 0,625, für den Mars = — 0,469, für den Jupiter = — 0,916, und für den Saturn = — 0,966, und man kan überhaupt ſetzen $n. \underline{QSR} = RSP$.

§. 742. Vermittelſt dieſer Zahlen wird nun berechnet, wie weit die Sonne in ihrer Bahn fortgehen müſſe, wenn der Winkel RSP eine gewiſſe Gröſſe erhalten ſol. Wird dieſe Gröſſe durch 180 Grade angegeben, ſo iſt der Planet wieder in die ST gekommen, zwiſchen S und T, wenn ſeine Entfernung von der Sonne SP kleiner iſt als ST, die Entfernung der Erde von derſelben, ſonſt aber auſſer dem Puncte T. Der erſtere Fal giebt eine untere Zuſammenkunft mit der Sonne, der andere aber einen Gegenſchein. Wird aber der Winkel RSP durch 360° gemeſſen, ſo iſt der Planet, er mag mehr oder weniger von der Sonne entfernet ſeyn als die Erde, wieder in der nach der Seite R verlängerten SR anzutreffen, und wir ſehen ihn in der Conjunction mit der Sonne. Wenn alſo gefragt wird, um wie viele Grade die Sonne in der Zeit fortrücken müſſe, in welcher der Mercur mit ſeiner mitlern Bewegung von einer ſeiner obern Conjunctionen mit derſelben bis zur nächſten untern gelanget: ſo wird aus $n. \underline{QSR} = RSP$ für den gegenwärtigen Fal $3,152 \times \underline{QSR} = 180°$, und alſo $\underline{QSR} = 57°,1$. Sol der Planet von dannen bis wieder zur obern Zuſammenkunft gelangen, ſo muß die Sonne um eben ſo viel fortrücken, und alſo von einer obern Zuſammenkunft bis zur nächſten etwas mehr als 114,2 Grade in ihrer Bahn zurücklegen, das iſt 114 Grade 12 Minuten und etwas drüber.

§. 743. Aus eben den Gründen wird für die Venus $0,625. \underline{QSR} = 180$, und alſo $\underline{QSR} = 288$. So viele Grade muß alſo die Sonne in der Zeit durchlaufen, in welcher die Venus von ihrer obern Zuſammenkunft mit derſelben bis zur untern gelangt: und doppelt ſo viel, nehmlich 576, von einer obern oder untern Conjunction bis zur andern; alſo 216 Grade mehr, als den ganzen Umkreis. Für den Mars wird $0,469. \underline{QSR} = 180$, und alſo $\underline{QSR}$ beynahe 383,8, welche Zahl von Graden den Umkreis um 23 Grade 48 Minuten

T. X. Fig. 139, 140.

nuten übertrift. Um ſo viel muß die Sonne in der Zeit fortrücken, in welcher dieſer Planet, von ſeiner Zuſammenkunft mit derſelben, bis zum Gegenſchein gelanget, und noch um eben ſo viel, indem er von dannen bis zur nächſten Conjunction übergehet. Für den Jupiter giebt $0{,}916. QSR = 180$, genau genug $QSR = 196{,}5$, und für den Saturn wird aus $0{,}966. QSR = 180$ geſchloſſen $QSR = 186{,}3$ welche Zahlen eben ſo zu erklären ſind. Ueberhaupt braucht ein Planet eine deſto längere Zeit von einer ſeiner Zuſammenkünfte bis zur nächſten zu gelangen, je kleiner n, das iſt, je weniger die Zeit ſeines Umlaufs von der Zeit des Umlaufs der Sonne verſchieden iſt.

Relative Bahnen der untern Planeten.

§. 744. Vermittelſt eben dieſer Zahlen p und n, können, mit Zuziehung derjenigen, ſo die Entfernungen der Planeten von der Sonne angeben, die Wege verzeichnet werden, welche die Planeten um die Erde zu nehmen ſcheinen, und würklich nehmen würden, wenn der Mittelpunct der Erde ohne Bewegung wäre. Mercur mag zum erſten Beyſpiele dienen. Die Entfernung deſſelben von der Sonne beträgt vier Theile, deren zehen die Entfernung der Erde von der Sonne ausmachen. Werden alſo (T.X.F.141) auf eine gerade Linie TA von T T.X.F.141. nach A zehn gleiche Theile von beliebiger Gröſſe, und von dannen in C noch vier andere getragen, ſo kan C den Ort des Mercurs, und A den Ort der Sonne, zur Zeit einer obern Zuſammenkunft jenes Planeten mit dieſer vorſtellen. Der um T mit der Oefnung TA beſchriebene Cirkelkreis iſt alsdenn die Bahn der Sonne, von welcher der Bogen AB von 114 Graden und 12 Minuten abgeſchnitten werden muß, um den Ort der Sonne B zu erhalten, in welchem ſie ſich in der nächſten obern Zuſammenkunft des Mercurs befindet. Wird alſo TBD gezogen, und in derſelben BD der AC gleich gemacht; ſo iſt D die Stelle des Mercurs bey dieſer Zuſammenkunft. Wird aber der Winkel ATB, in zween gleiche Theile getheilet, und in dem Radius, welcher dieſe Theilung verrichtet, TE dem Unterſchiede $TA - AC$, und alſo ſechs Theilen der TA gleich gemacht, ſo iſt E der Ort des Mercurs in dem Augenblicke der untern Conjunction, welche zwiſchen den beyden obern in TC und TD geſchiehet. Es hat ſich alſo dieſer Planet in der Zeit, in welcher die Sonne den Theil ihrer Bahn AB beſchrieben hat, aus C durch E nach D beweget, T.X.F.141. §. 745. Um nun aber ſo viele andere Puncte dieſes Weges zu finden, als zur Verzeichnung deſſelben nöthig erachtet werden, nehme man für jedes derſelben den Ort der Sonne S nach Belieben, und ziehe TSR. Man mache $1 : n = ATS : RSP$, indem man immer n die Zahl 3,15 gelten läſſet, und machet $SP = CA$. Alsdenn iſt P der Ort, welchen der Mercur einnimt, indem ſich die Sonne in S befindet: und es kan der Weg deſſelben durch eine hinlängliche Menge dergeſtalt entdeckter Puncte genau genug beſchrieben werden; da denn ſichtlich wird, wie ſich dieſer Weg in der Mitte zwiſchen C und D umſchlinget. Wird aber auch TP gezogen, in welcher Linie der Planet einem in den Mittelpunct der Erde geſetzten Auge erſcheinen muß, und der Planet ſamt dieſer Linie TP nach und nach in der Einbildung von C durch E nach D fortgerückt, ſo begreift man die beſondern Umſtände, die bey der Bewegung dieſes Planeten vorkommen, ganz deutlich.

§. 746. Die geraden Linien TF, TG berühren die Bahn CED, die eine bey F und die andere bey G, und zwar ſo, daß die Winkel FTE, GTE gleiche Gröſſen bekommen: wie denn überhaupt die Theile der Bahn CFE und DGE einander völlig gleich und ähnlich ſind. Dieſes ſiehet man am deutlichſten, wenn man ſich die Mühe giebt dieſe Linie CED ſelbſt mit einiger Aufmerkſamkeit zu verzeichnen. Gehet nun der Planet von C bis nach F, ſo erſcheinet uns ſeine Bewegung nach der Morgenſeite gerichtet, und wir nennen ihn rechtläufig, weil dieſe Richtung der Wahrheit gemäß iſt. Die Winkel aber, welche er in einer geſetzten Zeit, einem Tage oder einer Stunde, um die Erde T beſchreibt, ſind bey C die gröſten, und werden von dannen nach F zu immer kleiner und kleiner, ſo daß daſelbſt der Planet in dieſer Zeit nur ſehr wenig fortzurücken ſcheinet. Endlich werden dieſe Winkel bey F, da der Planet faſt gerade nach der Erde zu gehet, ganz und gar unmerklich, und der Planet ſcheinet ſtillezuſtehen. Doch bald hernach entfernet er ſich wieder von der Tangente TF nach E zu, und ſcheinet alſo den Bewohnern der Erde von Morgen gegen Abend zurückzugehen. Die Winkel, welche er mit dieſer rückläufigen Bewegung in der geſetzten Zeit beſchreibet, wachſen bis zur untern Zuſammenkunft bey E. und nehmen von dieſem Puncte bis an G wieder ab, ſo daß ſie endlich unmerklich werden, und der Planet bey G abermal eine Zeit lang ſtille zu ſtehen ſcheinet. Bald darauf wird der Planet wieder rechtläufig, und gehet bis zu dem Puncte ſeiner nächſten Zuſammenkunft

menkunft mit der Sonne, welches *D* iſt, nach Morgen fort, ſo daß zugleich T.X.F.141. die um *T* in der geſetzten Zeit beſchriebene Winkel beſtändig zunehmen. Alles dieſes ſiehet man leicht, wenn man ſowol auf die Bewegung der Sonne in ihrer Bahn, als auch auf die Bewegung des Planeten um dieſelbe, oder auf die beyden nach eben der Seite zugleich beſchriebene Winkel *ATS* und *RSP*, gehörig acht hat.

§. 747. Die Rede iſt hier immer von der mitlern Bewegung, und den daraus folgenden Erſcheinungen, welche jedoch mit denjenigen, die aus der wahren Bewegung flieſſen, in den vornehmſten Umſtänden übereinkommen müſſen, und überhaupt, auch der Zeit nach, von denſelben nicht gar ſehr verſchieden ſeyn können. Mit dieſer mitlern Bewegung würde der Planet von *D* an einen Weg beſchreiben, welcher dem *CED* in allen Stücken gleich und ähnlich iſt, und von dem Ende deſſelben, den dritten, und ſo immer fort. Da aber der Bogen *AB* 114 Grade und 12 Minuten beträgt, und alſo kleiner iſt als der dritte Theil des ganzen Umkreiſes, aber gröſſer als der vierte: ſo kan, nachdem die Sonne ihren ganzen Umlauf verrichtet hat, und wieder in *A* gekommen iſt, die ſcheinbare Bahn des Mercurs nicht wieder bey *C* an den Theil derſelben *CED* anſchlieſſen: wodurch der ſcheinbare Weg eines jeden Jahres von dem ſcheinbaren Wege des vorigen, ganz und gar verſchieden wird. Erſt nach vielen Jahren, würde der Mercur wieder, ſo zu reden, in die vorige Gleiſſe kommen, und auch dieſes nur, wenn die mitlere Bewegung würklich ſtat hätte. Mit ſeiner wahren Bewegung würde er den geſchlungenen Weg, welchen er in einem Jahre um die Erde genommen hat, allem Anſehen nach niemals mit eben den Umſtänden wieder gehen. Alles dieſes iſt auch von der Venus zu ſagen: nur iſt bey derſelben der Bogen *AB*, welchen die Sonne in ihrer Bahn von einer obern Zuſammenkunft bis zur nächſten beſchreiben muß, viel gröſſer, nehmlich von 288 Graden. Weil aber 288 Grade fünfmal genommen, genau ſo viel geben, als der ganze Umkreis von 360 Graden viermal, ſo würde, wenn die mitlern Bewegungen würklich ſtat hätten, ſich die obere Zuſammenkunft dieſes Planeten nach jeden vier Jahren wieder bey eben dem Puncte der Ecliptic zutragen, und es würde derſelbe in dieſem Zeitraume immer eben dieſelbe Bahn wiederhohlen.

Relative Bahnen der obern Planeten.

§. 748. Faſt auf eben die Art werden auch die Wege verzeichnet, in welchen die obern Planeten, Mars, Jupiter und Saturn, um die Erde gehen oder zu gehen ſcheinen: und es kan hier Jupiter zu einem Beyſpiele dienen. In der Zeit, in welcher dieſer Planet von ſeiner Zuſammenkunft mit der Sonne bis zu der darauf folgenden gelanget, gehet dieſe in ihrer Bahn 393 Grade fort, *T. X. Fig.* 142. welches um 33 Grade mehr iſt, als der ganze Umkreis. Wenn alſo (*T. X. Fig.* 142.) wieder *T* die Erde, und der um dieſen Punct gezeichnete Kreis die Bahn der Sonne vorſtellet, in welcher dieſe bey *A* befindlich iſt, indem Jupiter in der verlängerten *AB* ſich bey *C* aufhält: und man leget von *A* nach der Morgenſeite den Bogen *AB* von 33 Graden, ſo ereignet ſich die nächſte Conjunction in der geraden Linie *TBD*, in dem Augenblicke, in welchem die Sonne das Punct *B*, Jupiter aber *D* erreichet. Die Zeit, in welcher der Planet aus *C* in *D* übergegangen iſt, iſt diejenige, in welcher die Sonne, auſſer den ganzen Umkreis *ABHA*, noch den Bogen *AB* beſchrieben hat. Wird alſo dieſer ganze Weg in zwo Hälften getheilet, (welches geſchiehet, wenn man nur den Bogen *AB* oder den Winkel *CTD* dergeſtalt theilet, und dadurch das Punct *H* beſtimmet, welches allerdings den Bogen *ABH* halb ſo gros machen wird, als *ABHAB*): ſo befindet ſich die Sonne in der Mitte der Zeit die zwiſchen den zwo Conjunctionen verflieſſet, in *H*: und, weil in dieſem Zeitpuncte der Planet der Sonne gerade entgegen ſtehet, ſo iſt dieſer in der nach der Seite *T* verlängerten *HT* anzutreffen, und ſein Ort *E* wird völlig beſtimt, wenn man *HE* der *AC* oder *BD* gleich machet. Denn es wird geſetzt, daß die Entfernungen der Planeten von der Sonne immer dieſelben bleiben.

§. 749. Es iſt alſo Jupiter, in Abſicht auf die in *T* ruhende Erde, von *C* durch *E* nach *D* gegangen. Die übrigen Puncte dieſes Weges aber, welchen er würklich, oder nur dem Scheine nach, genommen hat, werden alſo gefunden. Man nimt einen Ort der Sonne *S* in ihrer Bahn nach Belieben an, und ziehet durch denſelben *TR*. An dieſe *TR* ſetzet man, und zwar hier (741) nach der Abendſeite, den Winkel *RSP*, welcher ſich zu dem Winkel *ATR* wie 0,916 zu 1, und überhaupt für jeden andern der obern Planeten, wie *n* zu 1 verhalte, dergeſtalt, daß ſeine Spitze in *S* falle. Man machet $SP = AC = BD$, alsdenn iſt *P* der mitlere Ort des Planeten. Eben ſo findet man einen jeden andern Punct der Bahn *CED*. Die Winkel *ATS* T. X. Fig. 142. werden nach und nach groß, und übertreffen, zween, vier oder mehr rechte Winkel, indem ihre Bogen über 180; 360 und mehr Grade bekommen. Es kan aber dieſes keine Irrung verurſachen, wenn man nur immer den *RSP*, ſo gros er auch ſeyn mag, von Morgen gegen Abend an die *SR* anſetzet.

§. 750. Der Planet hat in der Zeit, in welcher er aus *C* in *P* übergegangen iſt, um die Erde den Winkel *CTP* beſchrieben. In einer andern Zeit beſchreibet er einen andern dergleichen Winkel, von einem gewiſſen Puncte ſeiner Bahn, welches man anſtat *C* annehmen muß. Werden nun wieder gleiche Zeiten genommen, Täge oder Stunden, in welchen dieſe Winkel zurückgelegt worden; ſo folget aus den beyden Bewegungen, der Sonne um die Erde und des Planeten um die Sonne, daß auch hier die in dieſen gleichen Zeiten beſchriebene Winkel, von *C* bis an *F*, alwo die Bahn von der *TF* berühret wird, immer abnehmen, und daß, in dieſem Verſtande, der Planet in dem Theile ſeiner Bahn *CF* immer langſamer und langſamer gehe. Bey dem Berührungspuncte *F* ſtehet er gar ſtille, und dieſes deſto länger, je langſamer ſein Umlauf um die Sonne iſt. Darauf gehet er von *F* durch *E* bis in *G*, alwo die Bahn abermal von der aus dem Mittelpuncte der Erde gezogenen *TG* berühret wird, dem Anſehen nach zurück, anfangs ſehr langſam, und hernach deſto geſchwinder, je mehr er ſich dem *E* nähert, alwo er mit ſeiner rückläufigen Bewegung, in der geſetzten Zeit, den allergröſten Winkel um die Erde machet. Denn von dieſem Puncte *E* an gegen *G* nehmen dieſe Winkel wieder ab, der Planet gehet immer langſamer und langſamer, bis er endlich bey *G* abermal eine Zeit lang ſtille zu ſtehen ſcheinet; worauf er wieder rechtläufig wird, und bis zu dem Puncte ſeiner nächſten Conjunction *D* mit einer beſtändig zunehmenden Geſchwindigkeit fortrücket, ſo nehmlich, daß die Winkel, welche er in der geſetzten Zeit um die Erde machet, von *G* bis *D* immer gröſſer und gröſſer werden.

§. 751. Der Weg, welchen der Planet von *D* bis zu der nächſten Zuſammenkunft mit der Sonne zu nehmen ſcheinet, iſt dem gezeichneten *CED* gleich und ähnlich, und wird mit einer auf eben die Art abnehmenden und wachſenden Geſchwindigkeit beſchrieben. Alſo iſt der ganze Weg, welchen Jupiter in der Zeit ſeines ganzen Umlaufs um die Sonne, von beynahe zwölf Jahren, um die Erde zu nehmen ſcheinet, von einer Zuſammenkunft bis zur andern, aus dergleichen geſchlungenen Theilen zuſammen geſetzt, deren letzter jedoch keinesweges bey *C* wieder an den Anfang des erſten anſchlieſſet.

T. X. Fig. 142. anſchlieſſet. Denn da der Bogen *AB*, welcher den Winkel *CTD* miſſet, in welchen der Theil der Bahn *CED* fallen muß, eilfmal genommen 363° giebt, an ſtat 360°, welche den Umfang eines Cirkels ausmachen; ſo iſt es nicht möglich eilf Winkel von der Gröſſe des *CTD* rings um *T* zu ſetzen, welches doch ſeyn müſte, wenn das Punct *D* des letzten in das Punct *C* des erſten fallen ſolte. Es müſte demnach auch Jupiter, ſelbſt in dem Falle, wenn er ſich nach dem hier angenommenen einfachen Geſetzen bewegte, bey jedem Umlaufe um die Sonne andere und andere Wege um die Erde nehmen, wenn dieſe würklich in *T* ruhen ſolte: und noch vielmehr müſte dieſes bey ſeiner wahren Bewegung geſchehen, deren Bahn nicht einmal in die Fläche der Ecliptic fält. Von dem Mars und Saturn iſt, aus eben dergleichen Gründen, eben das zu ſchlieſſen.

Die Winkel, in welchen ein Planet vor ſich oder zurückgehet.

§. 752. Bey dem allen laſſen ſich, aus dem bisher angenommenen, die Winkel, welche ein Planet um die Erde beſchreibt, ſo lang er rechtläufig iſt, zuſamt T. X. Fig. 141. 142. den Winkeln *FTG*, (*T. X. Fig.* 141. 142.) in welchen er von Morgen gegen die Abendſeite zurückzugehen ſcheinet, mit ſo vieler Richtigkeit berechnen, als bey einer Sache nöthig iſt, die uns überhaupt ſo ſehr nicht angehet, und in das übrige keinen groſſen Einfluß hat. Es komt alles auf die Gröſſe der Winkel *FTE* und *ETG* an, welche die Linien *TF*, *TG*, ſo die Bahn bey *F* und *G* berühren mit der *TE* einſchlieſſen. Wir haben geſchloſſen, daß dieſe Winkel gleich ſind, und man ſiehet dieſes auch ſehr deutlich, wenn man erweget, daß der Planet eben die Bahn beſchreiben würde, wenn er ſich, ſamt der Sonne, aus der Linie *TD* zurück nach *TC* bewegte, welche er beſchreibt, indem er aus *TC* vorwärts nach *TD* gehet. Denn daraus folgt, daß der Theil der Bahn *DGE* ſich von der Linie *TD* an volkommen ſo verzeichnen laſſe, wie der Theil *CFE* verzeichnet wird, wenn man den Anfang bey *TAC* machet.

§. 753. Wenn wir nun in den beyden Zeichnungen das Maaß des Winkels *RSP* durch x, andeuten, das Maaß des Winkels *SPT* durch y, und das Maaß des Winkels *STP* durch z, ſo iſt immer $x = y + z$. Denn es iſt niemals nöthig, daß man den Winkel *RSP* gröſſer annehme, als zween rechte Winkel. Wächſet alſo das Maas x um den ſehr kleinen Bogen dx, indem zu y der ebenfals ſehr kleine Bogen dy, und zu z der dz nach dieſer oder jener Seite geſetzt werden, ſo daß die Bogen y, z dadurch beide wachſen, oder der eine wächſt, indem der andere abnimt: ſo iſt auch $x + dx = y + dy + z + dz$, und folgendes $dx = dy + dz$.

T. X. Fig. 141. 142.

§. 754. Wird nun ferner TS die Entfernung der Erde von der Sonne a, und PS die Entfernung des Planeten von derſelben b genennet; ſo iſt $a : b = \sin y : \sin z$. Und weil auch dieſe Proportion beſtändig richtig bleiben muß, ſo gros oder klein auch die $\sin y$ und $\sin z$ nach und nach werden mögen, ſo muß; wenn $d(\sin y)$ die Kleinigkeit bedeutet, um welche der $\sin y$ wächſt oder abnimt, indem ſeinem Maaſſe der kleine Bogen dy zugeſetzt oder entzogen wird, und $d(\sin z)$ ſich auf den $\sin z$ eben ſo beziehet, auch ſeyn $a : b = d(\sin y) : d(\sin z)$. Nun wiſſen wir auch, daß $d(\sin y) = \cos y. dy$, das heiſſet, daß wenn der Radius des Cirkels, aus welchem die Maaſſe x, y, z und deren Sinus genommen werden, 1 genennet wird, die Proportion $1 : \cos y = dy : d(\sin y)$ richtig ſeyn werde, und ſo auch $d(\sin z) = \cos z. dz$. Wenigſtens wird dieſes von ſo kleinen Bogen, als dy, dz ſind, gar leicht erwieſen, und man kan es ſelbſt aus dem (108) angegebenen Satze, $\sin(N + n) = \sin N + n. \cos N$, ſchlieſſen, wenn man nur z anſtat N, und dz anſtat n ſchreibet. Denn man erhält dadurch $\sin(z + dz) = \sin z + dz. \cos z$, oder $\sin(z + dz) - \sin z = \cos z. dz$. Nun iſt $\sin(z + dz) - \sin z$ nichts anders, als $d(\sin z)$, alſo auch $d(\sin z) = \cos z. dz$, und ſo $d(\sin y) = \cos y. dy$. Vermöge dieſer Gleichheit iſt demnach auch $a : b = \cos y. dy : \cos z. dz$, oder $a. \cos z. dz = b. \cos y. dy$. Weil aber aus dem vorigen $dy = dx - dz$, ſo wird auch, wenn man dieſes für jenes ſetzet, $a. \cos z. dz = b. \cos y. dx - b. \cos y. dz$. und alſo $a. \cos z. dz + b. \cos y. dz = b. \cos y. dx$, oder $(a. \cos z + b. \cos y)\, dz = b. \cos y. dx$, woraus folget:

$$dz = \frac{b.\ \cos y}{a.\ \cos z + b. \cos y}.\ dx.$$

Um dieſes dz muß das Maas des Winkels STP zunehmen, indem x um den kleinen Bogen dx anwächſet.

§. 755. Nun iſt auch $RSP : ATS = n : 1$, und alſo das Maas des Winkels ATS, welchen die Sonne von dem Puncte der obern Zuſammenkunft des Planeten mit derſelben, um die Erde T beſchrieben hat, $\frac{x}{n}$, welches um $\frac{dx}{n}$ anwächſet, indem zu x der Zuſatz zu dx hinzu komt. Demnach beſtehet, wenn P einer der untern Planeten iſt, der Winkel CTP aus den zween Theilen, deren Maaſſe ſind, $\frac{x}{n}$ und z, und es wird in der Zeit, in welcher x um dx

T. X. Fig. 141. 142. anwächſet, das Maaß dieſes Winkels CTP um $\frac{dx}{n} + dz$ vermehret, oder vermindert. Sol alſo der Winkel in dieſer Zeit keine Veränderung leiden, ſo muß $\frac{dx}{n} + dz$ nichts ſeyn. Und dieſes iſt der Umſtand, um welchen es uns zu thun iſt. Denn es wird, indem der Planet in ſeiner Bahn CED fortrücket, der Winkel ATP immer geändert, ſo lange die durch denſelben gezogene gerade Linie, welche die Bahn berühret, nicht durch T gehet, und alſo mit der FT oder GT zuſammen fält. Es giebt aber $\frac{dx}{n} + dz = 0$, oder $dx + ndz = 0$ wenn man anſtat dz ſeinen Werth ſetzet, $dx + \frac{nb. \cos y}{a. \cos z + b. \cos y} dx = 0$, woraus folget: $a. \cos z + b. \cos y + nb. \cos y = 0$, oder (weil $n = p - 1$, und alſo $1 + n = p$), $a. \cos z + pb. \cos y = 0$; welche Gleichung, mit der bekanten $a. \sin z = b. \sin y$ zuſammen genommen, die durch y und z gemeſſene Winkel völlig beſtimmet.

§. 756. Iſt aber der Planet einer der obern, ſo iſt $CTP = CTR - RTP$, und wird durch $\frac{x}{n} - z$ gemeſſen. Dasjenige alſo, um welches dieſes Maaß verändert wird, indem x den Zuſatz dx bekomt, iſt $\frac{dx}{n} - dz$, und dieſes muß Nichts ſeyn, wenn ſich der Planet bey den Puncten ſeiner Bahn F und G befindet, in welchen er der Erde ſtille zu ſtehen ſcheinet. Wird aber auch in dieſer Gleichung $\frac{dx}{n} - dz = 0$, oder $dx - ndz = 0$, anſtat des dz ſein gefundener Werth geſetzt, ſo komt: $dx - \frac{nb. \cos y}{a. \cos z + b. \cos y}. dx = 0$, woraus folget: $a. \cos z + b. \cos y - nb. \cos y = 0$. Nun iſt aber in dem gegenwärtigen Falle $n = 1 - p$, und alſo $p = 1 - n$, woraus folget: $b. \cos y - nb. \cos y = pb. \cos y$, welches in der Gleichung an den gehörigen Ort geſetzt, dieſelbe zu $a. \cos z + pb. \cos y = 0$ verkürzet, ſo mit dem zu den erſtern Fall gefundenen, völlig überein komt.

T. X. Fig. 141. 142.

§. 757. Weil alſo auch nunmehro $a. \sin z = b. \sin y$; ſo werden die zu den Maaſſen y und z gehörigen Winkel in den beyden Fällen auf einerley Art beſtimmet; und dieſes geſchiehet alſo. Aus $a. \cos z + pb. \cos y = 0$ wird geſchloſſen, $a. \cos z = - pb. \cos y$. Wird nun der Winkel verlangt, welchen y miſſet, ſo können die Quadrate der Glieder beyder Gleichungen genommen werden, wodurch heraus gebracht wird: $a^2(\cos z)^2 = p^2b^2(\cos y)^2$ und $a^2(\sin z)^2 = b^2(\sin y)^2$. Werden nun die erſtern dieſer Quadrate ſowol als die leztern zuſammen geſezt, ſo komt: $a^2(\cos z)^2 + a^2(\sin z)^2 = p^2b^2(\cos y)^2 + b^2(\sin y)^2$. Nun iſt $(\cos z)^2 + (\sin z)^2 = 1$, und alſo $a^2(\cos z)^2 + a^2(\sin z)^2 = a^2$, wie auch $(\sin y)^2 = 1 - (\cos y)^2$, welches dieſe Gleichung in die folgende verwandelt: $a^2 = p^2b^2(\cos y^2) + b^2 - b^2(\cos y)^2$, die auch alſo geſchrieben werden kan, $a^2 - b^2 = (p^2b^2 - b^2) \cos y^2$. Hieraus wird gefunden, $(\cos y)^2 = \frac{a^2 - b^2}{p^2b^2 - b^2} = \frac{a^2 - b^2}{(p^2 - 1) b^2}$; und nunmehro iſt die Berichtigung der Vorſchrift, welche den $\cos z$ geben ſol, gar leicht: man darf nur den eben gefundenen Werth des $(\cos y)^2$ in der Gleichung $a^2(\cos z)^2 = p^2b^2(\cos y)^2$ an die gehörige Stelle ſetzen, und dadurch herausbringen $a^2(\cos z)^2 = \frac{p^2(a^2 - b^2)}{p^2 - 1}$, ſo ſiehet man alsbald, daß ſeyn werde $(\cos z)^2 = \frac{p^2(a^2 - b^2)}{a^2(p^2 - 1)}$.

Berechnung der Winkel des Rücklaufs.

§. 758. Die Anwendung dieſer Regeln hat wenige Schwürigkeit, wenn wir nur anmerken, daß wenn P einer der untern Planeten iſt, welcher ſich bey F befindet, der zu dieſem Stande gehörige Winkel SPT ſtumpf ſeyn werde, STP aber ſpitzig; und alſo y gröſſer als ein Quadrant, z aber kleiner: da im Gegentheil, wenn P einer der obern Planeten iſt, der ſich bey F aufhält, der aus dem SPT gewordene Winkel, welchen die von F nach dem Orte der Sonne gezogene gerade Linie mit der FT einſchlieſſet, ſpitzig iſt, und STP, welcher ſich in einen Winkel verwandelt hat, der nicht viel kleiner iſt als FTH, ſtumpf; dennoch y kleiner als ein Quadrant, z aber gröſſer. Denn man muß dieſes zur völligen Beſtimmung dieſer Bogen voraus wiſſen, weil die Zeichen $+$, $-$, welche ſonſt einen durch ſeinen Coſinus angegebenen Bogen, der kleiner iſt als ein

T. X. Fig. 141. 142. ein Quadrant, von einem gröſſern hinlänglich unterſcheiden, beym Ausziehen der Quadratwurzel, die hier vorzunehmen iſt, zweifelhaft bleiben. Denn wenn geſezt wird $q^2 = \frac{aa - bb}{pp - 1}$, oder, welches eben das iſt, $q^2 = \frac{bb - aa}{1 - pp}$, ſo wird $(cos\,y)^2 = \frac{qq}{bb}$, und $(cos\,z)^2 = \frac{p^2q^2}{a^2}$, alſo $cos\,y$ ſowol $= -\frac{q}{b}$, als $cos\,y = +\frac{q}{b}$, und $cos\,z$ ſowol $= -\frac{pq}{a}$, als $cos\,z = +\frac{pq}{q}$. Aus der, ſo weit als geſchehen iſt, beſtimten Gröſſe der Bogen y und z aber iſt klar, daß für die untern Planeten ſeyn werde, $cos\,y = -\frac{q}{b}$, und $cos\,z = +\frac{pq}{a}$, und für die obern, $cos\,y = +\frac{q}{b}$ und $cos\,z = -\frac{pq}{a}$.

§. 759. Weil nun aber $aa - bb = (a + b) \times (a - b)$, wie auch $pp - 1 = (p + 1) \times (p - 1)$, ſo kan q immer vermittelſt der Logarithmen gefunden werden, indem aus $qq = \frac{aa - bb}{pp - 1}$ wird $2lq = l(a + b) + l(a - b) - l(p + 1) - l(p - 1)$, woraus denn lq leicht zu haben iſt. Alsdenn wird der Bogen y gefunden, wenn man machet: wie b zu q ſo der Radius zu $cos\,y$. Wird nun hier ohne Beyhülfe der Logarithmen gerechnet, ſo iſt, weil der Radius 1 iſt, nichts nöthig, als die Zahl q durch b zu dividiren. Wil man ſich aber auch nunmehro der Logarithmen bedienen, ſo iſt zu merken, daß in den gewöhnlichen Tafeln der Logarithmus des Radius die Zahl 10 ſey, und alſo genommen werden müſſe $l\,cos\,y = 10 + lq - lb$, und ſo auch $l\,cos\,z = 10 + lp + lq - la$, weil nunmehro die Proportion wie a zu pq ſo der Radius zu $cos\,z$ gebraucht werden muß.

§. 760. Aus den dergeſtalt entdeckten beyden Maaſſen y und z wird x alsbald gefunden, da $x = y + z$, und aus dieſem ferner $\frac{x}{n} = \frac{y + z}{n}$ heraus gebracht, welches das Maaß des Winkels ATF iſt, den die Sonne von dem Puncte ihrer Zuſammenkunft mit dem Planeten A (welche, wenn dieſer einer der untern iſt, eine obere Zuſammenkunft ſeyn muß) um die Erde beſchreibet, indem der Planet zugleich aus dem Puncte C bis an F fortrücket (755). Es iſt

alſo

alſo die Zeit dieſer Bewegung aus der mitlern Bewegung der Sonne zu haben, *T. X. Fig.* 141. 142. da ſie ſich zu der ganzen Zeit des Umlaufs wie $\frac{x}{n}$ zu 360 Graden verhält. Sie iſt die Hälfte derjenigen, in welcher der Planet rechtläufig iſt, indem er von dem Puncte C bis in D übergehet. Und da der Winkel CTE ebenfals bekant iſt (742), und alſo die Zeit berechnet werden kan, welche die Sonne brauchet aus der TC in TE über zu gehen, indem der Planet den Weg CFE beſchreibet; ſo darf nur die zuerſt gefundene Zeit von dieſer abgezogen werden, um diejenige heraus zu bringen, in welcher der Planet von F bis E zurück läuft, welche wieder die Hälfte der ganzen Zeit ausmacht, in den er ſich rückwärts von F durch E bis G beweget.

§. 761. Es wäre zu weitläuftig hier dieſe Rechnungen für alle Planeten auszuführen. Ein einziges Beyſpiel mag genug ſeyn, und wir wollen dazu die Venus nehmen, für welche $b = 7$, indem a beſtändig $= 10$ iſt, wodurch wird $a + b = 17$, und $a - b = 3$. Ferner iſt für dieſen Planeten $p = 1,625$, und alſo $p + 1 = 2,625$, $p - 1 = n = 0,625$. Nun iſt $l\,17 = 1,2304489$, und $l\,3 = 0,4771213$, deren Summe giebt $l(aa - bb) = 1,7075702$. Ferner iſt $l.\ 2,625 = 0,4191293$, und $l.\ 0,625 = -1,795800$, durch deren Addition entſtehet $l(pp - 1) = 0,2150093$. Wird nun dieſer Logarithme von dem zuerſt heraus gebrachten abgezogen, ſo bleibet übrig $2lq = 1,4925609$, deſſen Hälfte giebt $lq = 0,7462804$, und $10 + lq = 10,7462804$. Auf eben die Art wird $10 + lq$ gefunden für den Mercur $= 10,3568585$; für den Mars $= 11,1203810$; für den Jupiter $= 11,7093581$; und für den Saturn $= 11,9755553$.

§. 762. Nun iſt ferner zur Venus $lb = 0,8450980$, welcher von $10 + lq$ abgezogen, den $l.\ cos\ y$ übrig läßt, welcher demnach $= 9,9011824$. Dieſer Coſinus gehöret zu dem ſtumpfen Winkel von 142 Graden und 47 Minuten, wodurch alſo y gegeben wird. Wird aber zu eben dem $10 + lq$ der $\frac{lp}{a}$ hinzu geſetzt, welcher iſt $- 1,2108534$, ſo kömt $l\ cos\ z = 9,9571338$, welcher anzeiget $z = 25°,2'$. Die Summe der beiden dergeſtalt entdeckten Bogen $y + z$ iſt $= x$; und alſo für die Venus $x = 167°,49'$. Für den Mercur aber wird durch eben die Rechnung gefunden: $y = 124°,38'$; $z =$

T. X. Fig. 141. 142. $19^\circ,13'$, und $x = 143^\circ,51'$; für den Mars $y = 28^\circ,25'$; $z = 134^\circ,28'$ und $x = 162^\circ,53'$; für den Jupiter $y = 10^\circ$; $z = 115^\circ,28'$ und $x = 125^\circ,28'$; und für den Saturnus $y = 5^\circ,43'$; $z = 108^\circ,45'$; $x = 114^\circ,28'$.

§. 763. Wir haben geſehen, daß der Bogen oder Winkel x durch n getheilet, die in dem Bogen, den die Sonne um die Erde in der Zeit beſchreibt, in welcher der Planet den Theil ſeiner Bahn *CPF* zurück zu legen ſcheinet, enthaltene Zahl der Grade und Minuten geben werde. Nun iſt für die Venus $n = 0,625$, und der zu eben dem Planeten gefundene Winkel x enthält 10069 Minuten. Demnach iſt zu der Venus $\frac{x}{n} = 16110'$, und der Planet iſt eine ſo lange Zeit, als die Sonne braucht dieſe Zahl von Minuten in der Ecliptic zu beſchreiben, von *C* nach *F* rechtläufig. Bey dem Mercur hält der durch $\frac{x}{n}$ angezeigte Bogen 2738 Minuten, bey dem Mars, 20838′, beym Jupiter 8218′, und beym Saturnus 7108′.

§. 764. Wird alſo die für die Venus gefundene Zahl der Minuten 16110, von 288 Graden, oder 17280 Minuten, um welche die Sonne in der Ecliptic fortrücket, indem die Venus von ihrer obern Zuſammenkunft bey *C* zur untern bey *E* über gehet, abgezogen, ſo zeiget die überbleibende Zahl der Minuten 1170 den Bogen der Ecliptic an, welchen die Sonne beſchreibt, indem der Planet von *F* bis *E* zurück gehet. Bey den übrigen Planeten hat eben die Rechnung ſtat, auſſer daß bey den obern der Weg *CPFE* derjenige iſt, welchen der Planet von ſeiner Zuſammenkunft mit der Sonne bis zu dem Gegenſtande zu beſchreiben ſcheinet; und es werden dadurch aus den durch $\frac{x}{n}$ angezeigten Bogen, die folgenden zum Rücklaufe gehörigen geſchloſſen: zum Mercur, $3426 - 2738 = 688$; zum Mars, $23028 - 20838 = 2190$; zum Jupiter, $11790 - 8218 = 3527$, und für den Saturn, $11178 - 7108 = 4070$.

Eigentlicher Rücklauf, und auf denſelben gegründete Schlüſſe.

§. 765. Indem der Planet ſich bey dem Puncte F aufhält, alwo er der Erde eine Zeit lang ſtille zu ſtehen ſcheinet, iſt ſeine Entfernung von der Sonne immer der für denſelben berechnete Winkel z. Die Sonne befindet ſich zu der Zeit in dem Theile ihrer Bahn HS, in einiger Entfernung von H, und verfolgt den Planeten, wenn dieſer einer der untern iſt; gehet aber vor demſelben vorher, wenn er zu den obern gehöret. In dem erſtern Falle (*T. X. Fig.* 141.) ſcheinet zugleich der Planet, indem er in ſeiner Bahn von F gegen E fortrücket, der Sonne entgegen zu gehen, und aus beyden Bewegungen folgt erſtlich eine Verringerung, und darauf eine gänzliche Vernichtung des Winkels z, bey welcher ſich die Sonne in H, der Planet aber in E befindet. Wil man alſo den Winkel wiſſen, in welchem der Planet ſelbſt, in der von ſeinem Stilſtande bey F bis zur untern Zuſammenkunft bey E verfloſſenen Zeit, zurück gegangen iſt; ſo darf man nur denjenigen, in welchem die Sonne in eben der Zeit fortgegangen iſt, von dem z abziehen. Iſt aber (*T. X. Fig.* 142.) der Planet einer der obern, ſo wächſet, indem derſelbe von F nach E und die Sonne in ihrer Bahn nach H fortgehet, die Entfernung der Sonne von dem Planeten, bis ſie bey dem Gegenſtande, da die Sonne das Punct H, der Planet aber E erreichet hat, zu 180 Graden angewachſen iſt. Da dieſes Wachsthum von der Bewegung des Planeten in FE, und von der Bewegung der Sonne, mit welcher ſich dieſe dem H nähert, zugleich herrühret, ſo muß der Winkel oder Bogen z mit dem Zuſatze desjenigen, in welchem der Planet aus F zurück gegangen, wie auch des andern, in welchem die Sonne in eben der Zeit fortgerücket iſt, 180 Grade betragen; und alſo der Winkel des Rückgangs allein den Ueberſchuß der 180 Grade über z und den von der Sonne beſchriebenen Winkel ausmachen. Nun iſt $180 - z$ das Supplement des z, von welchem demnach nunmehro der Bogen, in welchem die Sonne in der Zeit des Rückgangs fortgerückt iſt, abgezogen werden muß, um den Winkel des Rückgangs von dem Stande F bis zu dem Puncte E zu erhalten. In beyden Fällen iſt der dergeſtalt gefundene Winkel die Hälfte desjenigen, in welchem der Planet zurück gehen muß, damit er von dem Stande F bis an G gelange, alwo er abermals ſtille zu ſtehen ſcheinet, und darauf wieder rechtläufig wird.

T. X. Fig. 141. 142.

T. X. Fig. 141. 142. §. 766. Die auf dieſe Art gefundene Winkel des Rücklaufs ſind folgende. Zu dem Mercur iſt $z = 19^{\circ},13'$, oder $1153'$. Die zuletzt (764) berechnete Bewegung der Sonne aber beträgt $688'$. Der Unterſchied hievon $465'$ verdoppelt, giebt $15^{\circ},30'$, welche nach dieſer Rechnung der Mercur bey ſeinem ganzen Rücklaufe beſchreibet. Zu der Venus iſt $z = 25^{\circ},2' = 1502'$, die Bewegung der Sonne aber beträgt $1170'$, welche von z abgezogen $332'$ übrig laſſen, welche verdoppelt $11^{\circ},4$ Minuten geben. Zu dem Mars iſt $180 - z = 45^{\circ},32' = 2732'$, und die Bewegung der Sonne $2190'$, welche, von dem vorigen abgezogen, die Differenz $542''$ übrig laſſen, die, wenn ſie verdoppelt wird, $18^{\circ},4'$ giebt. Für den Jupiter iſt $180^{\circ} - z = 64^{\circ},32' = 3872''$, und die Bewegung der Sonne $= 3527'$, welche, gehörig abgezogen, $345'$ übrig laſſen, die verdoppelt $11^{\circ},30'$ angeben. Endlich iſt für den Saturn $180 - z = 71^{\circ},15' = 4275'$, und die Bewegung der Sonne, von welcher hier überal die Rede iſt, $4070'$. Der Unterſchied $205'$, ebenfals verdoppelt, giebt $6^{\circ},15'$ für den ganzen Rücklauf dieſes Planeten.

§. 767. Werden nun auch die Zeiten verlangt, in welchen jeder Planet rechtläufig und rückläufig iſt: ſo können dieſe aus den (763.764) entdeckten Theilen der Ecliptic etwas leichter, als nach der oben gegebenen Anweiſung, gefunden werden, wenn wir nur die in denſelben enthaltene Zahlen der Minuten durch 59,138 dividiren. Denn da die Sonne mit ihrer mitlern Bewegung in einem Tage dieſe Zahl der Minuten durchläuft, welche über $59'$ noch 8,3 Secunden ausmachen, ſo werden die Quotienten die geſuchten Zahlen der Täge ausdrücken, ſo die Hälften derjenigen ſind, in welchen der Planet von einer Zuſammenkunft bis zur andern von eben der Art, rechtläufig oder rückläufig iſt. Wird alſo die Hälfte der angegebenen Zahl, welche iſt 29,569, zum Theiler gemacht, ſo müſſen die geſuchten Zahlen der Täge ganz kommen: denn viel genauer iſt hier nicht nöthig zu rechnen, Ich finde aber beynahe:

T.X.F.141.
142.

	Rechtläufig	Rückläufig
den Mercur	92,6 Täge	23,2 Täge.
die Venus	544,8	39,5
den Mars	704,7	74,0
den Jupiter	277,9	120,5
den Saturn	240,4	137,6

§. 768. Es können aber alle dieſe, blos auf die mitlere Bewegung gegründete Berechnungen mit dem, was ſich würklich an dem Himmel ereignet, deſto weniger übereinkommen, je gröſſer die Verſchiedenheit iſt, welche ſelbſt die zu verſchiedenen Zeiten gemachten Beobachtungen bey dieſen Dingen entdecken. Denn Saturn iſt bald 136 bald 140 Täge rückläufig, und beſchreibt mit dieſer Bewegung einen Winkel von 6 bis 7 Graden. Jupiter gehet 118 oder auch 122 Täge lang zurück, in einem Winkel von 10 Graden. Der Rückgang des Mars dauret zuweilen nur 59, zuweilen aber 72 Täge, und der Winkel, in welchem er geſchiehet, fält zwiſchen 10 und 19 Grade. Die Zeit des Rücklaufs der Venus ſind 42 bis 44 Täge, in welchen ſie einen Winkel von ohngefehr 16 Graden beſchreibt. Und die Zeit des Rücklaufs des Mercurs wird auf 22 Täge geſetzt, in welchen er einen Winkel von 9 bis 16 Graden beſchreiben ſol. Wird dieſe Verſchiedenheit mit in Betrachtung gezogen, ſo weichen die durch unſere Berechnung herausgebrachten Zahlen von den Beobachtungen wenig genug ab, und würden, allem Anſehen nach, noch beſſer zutreffen, wenn zu dieſen Berechnungen die durch *a* : *b* angezeigte Verhältniß der Entfernung der Erde von der Sonne, zu der Entfernung des Planeten von eben derſelben, genauer beſtimmt worden wäre, als dieſes hier geſchehen konte, wenn man nicht verſchiedenes, ſo ſich erſt in dem folgenden erweiſen laſſen wird, als bekant, voraus ſetzen wolte. Der Zweck iſt bey dem allen erreichet worden, welcher kein anderer war, als, durch den von der Erde geſehenen Lauf der Planeten, die Richtigkeit der Zuſammenordnung dieſer Körper und der Sonne, ſo weit ſie bisher erkläret worden iſt, zu beſtätigen, und zur völligen Ergänzung derſelben eine Vorbereitung zu machen.

Der
Aſtronomiſchen Vorleſungen
dreyzehnter Abſchnitt.
Beweis des Umlaufs der Erde aus den Geſetzen der Bewegung.

Einleitung und Gründe.

§. 769.

Da nehmlich die bisher betrachteten relativen Bewegungen ihren Grund allerdings in würklichen abſoluten Bewegungen haben müſſen; ſo iſt, bey der T.X.F.135. (*T. X. Fig.* 135.) vorgeſtellten Zuſammenordnung unſerer fünf Planeten mit der Sonne und der Erde, noch die Frage zu erörtern übrig: ob die Sonne, welche ohnſtreitig der Mittelpunct der Bewegung dieſer Planeten iſt, würklich um die Erde, oder vielmehr die Erde, ſo wie dieſe Planeten, um die Sonne herumgehe, und indem ſie ſich dadurch denſelben zugeſellet, die Zahl der Hauptplaneten auf ſechſe vermehre. Nachdem wir (727) geſehen haben, daß ſo lang wir uns blos an die gemeinen Erſcheinungen halten, weder das Gefühl noch unſer Geſicht fähig ſey, dieſe Frage zu entſcheiden: wird ſchwerlich jemand, der nicht von andern Vorurtheilen eingenommen iſt, lange anſtehen, das zweite, als viel einfacher und ſchicklicher, zu wählen; ſondern ohne weiteres Bedenken die Bahn, welche die Erde mit dieſer Bewegung in einem Jahre um die Sonne beſchreiben ſol, durch einen um den Mittelpunct der Sonne beſchriebenen Cirkelkreis von der gehörigen Gröſſe, eben ſo vorſtellen, wie dieſes mit den Vorſtellungen der Bahnen der fünf Planeten geſchehen iſt. Dieſe Einrichtung allein, bey welcher die Sonne an ihrem Orte verbleibt, die Erde aber, mit den fünf übrigen Planeten, ſich um dieſelbe in Bahnen, die weit davon entfernet ſind daß ſie einander durchkreutzen ſolten, von Abend gegen Morgen um dieſelbe herumgehen, bringt in dem ganzen Zuſammenhang diejenige Ordnung und Gleichförmigkeit, die wir auch ſonſt überal bey den Werken Gottes antreffen. *T. X. F. 135.*

§. 770. In der That ſind auch nur einige Stellen unſerer geheiligten Bücher dasjenige, ſo vor dieſem auch Leute von Einſicht abgehalten hat, dieſe und eine andere Bewegung der Erdkugel, von welcher in dem nachfolgenden die Rede ſeyn wird, anzunehmen: und vielleicht giebt es noch hin und her welche von einem ſo zarten Gewiſſen. Nachdem man aber erwogen hat, wie nachtheilig es den Verfaſſern dieſer Bücher geweſen wäre, wenn ſie die wahren Urſachen der Erſcheinungen, die wir an dem Himmel wahrnehmen, zu einer Zeit hätten angeben wollen, da ſie ſchwerlich jemanden bekant waren; indem ſie ſich dadurch nur unverſtändlich gemacht, oder der Gefahr ausgeſetzt hätten, ihre Glaubwürdigkeit, in Abſicht auf dasjenige, ſo ſie eigentlich vortragen ſolten, zu verlieren: ſo war es leicht zu ſchlieſſen, daß dieſe ehrwürdigen Männer, welche zu ganz was andern geſetzt waren, als die Menſchen in der Aſtronomie zu unterweiſen, wenn ihnen auch die abſolute Bewegung der Erde bekant geweſen iſt, bey vorfallender Gelegenheit nicht von derſelben, ſondern blos von ihrer relativen Bewegung, als den unmittelbaren Grund der jederman bekanten Erſcheinungen, reden muſten. Dieſe relative Bewegung aber wird eben ſo gut angegeben, wenn jemand ſagt: die Sonne bewege ſich um die Erde, als wenn ein anderer ſpricht, die Erde gehe, oder beſchreibe einen Kreis, um die Sonne. Es folgt immer der Sinn des einen dieſer Ausdrücke aus dem Sinne des andern; ja es hat auch noch ein dritter ſtatt, nach welchem dieſe Körper beyde um ein drittes Punct herumgehen.

§. 771. Bey ſo geſtalten Sachen könte die würkliche Bewegung der Erde um die Sonne ohne einen weitern Beweis angenommen, und die Beſtätigung derſelben blos von einer ungezwungenen Erklärung der Erſcheinungen erwartet werden, wie dieſes bey den Aſtronomen auch ſonſt nicht ungewöhnlich iſt. Der dem Anſehen nach ſehr verworrene Lauf der Planeten, welchen wir eben betrachtet haben, iſt eine dergleichen Erſcheinung, welche die Bewegung der Erde auf die leichteſten und einfachſten Gründe zurück bringt; und es werden uns noch ver-

T.X.F.135. verſchiedene andere Erſcheinungen dieſer Art vorkommen. Wir wollen aber doch die wichtigſten Beweiſe des angenommenen Satzes in Erwegung ziehen, welche uns vornehmlich die algemeinen Geſetze der Bewegung darbiethen, denen die himliſchen Körper eben ſo wohl unterworfen ſind, als diejenigen, mit welchen wir auf der Erde umgehen. Es iſt Zeit daß wir anfangen uns um die erſten Urſachen der Erſcheinungen, die wir an dem Himmel wahrnehmen, zu bekümmern, und dieſe werden ſich, wie ich hoffe, auf die Art natürlich genug beybringen laſſen.

Von den Cometen.

§. 772. Wir müſſen uns zu dem Ende auch etwas mit den Cometen bekant machen, welche beſondere Himmelskörper ſind, die uns nur zuweilen erſcheinen, ſo daß öfters viele Jahre verflieſſen, ehe uns einer derſelben zu Geſichte komt, ob man wol deren bereits über vierzig kennet. Fängt aber ein Comet an uns ſichtbar zu werden, ſo nähert er ſich gemeiniglich der Sonne nach und nach in einer Linie, die ſo wenig gekrümt iſt, daß ſie faſt als gerade angeſehen werden kan, und komt dadurch der Sonne endlich näher, als ihr jemals der Mercur komt. Bey dieſer Annäherung krümmet ſich zugleich ſeine Bahn immer mehr und mehr, bis zur kleinſten Entfernung des Cometen; worauf dieſe Krümmung wieder abnimt, und die Bahn anfängt wieder mehr gerade zu werden. Es hat, mit einem Worte, der uns ſichtbare Theil der Bahn eines Cometen, das iſt, derjenige Theil dieſer Bahn, in welchem uns der Comet ſelbſt ſichtbar iſt, das ganze Anſehen einer Parabel, in deren Nabel die Sonne liegt. Es gehet alſo die Fläche einer jeden ſolchen Bahn durch den Mittelpunct der Sonne, und ſchneidet die Fläche der Ecliptic in einer geraden Linie, die bald dieſe bald eine andere Lage hat. Auch ſind die Winkel, mit welchen ſich die Flächen der Bahnen verſchiedener Cometen gegen die Fläche der Ecliptic neigen, von ſehr verſchiedener Gröſſe, indem der kleinſte der bisher beobachteten nicht viel mehr als zween, der gröſte aber über 88 Grade enthält. In dieſen Bahnen gehen gewiſſe Cometen, wie die Planeten, von Abend gegen Morgen, aber eben ſo viele haben einen gegenſeitigen Lauf, von Morgen gegen Abend; wobey zugleich diejenigen, deren Bahn dieſes mit ſich bringt, ſtark nach dieſen oder jenen Pol ausſchweifen. Sie ſcheinen überhaupt ſehr lockere Körper zu ſeyn, die uns zwar rundlicht, aber mit einem leuchtenden Dunſtkreiſe tief bedeckt erſcheinen, von welchem die äuſſerſten Gränzen des Körpers nicht wohl zu unterſcheiden ſind: und dieſer Dunſtkreis

kreis bildet faſt immer, an der von der Sonne abgekehrten Seite des T.X.F.135. Cometen, einen langen Schweif.

Beſchaffenheit des Raums, in welchem ſich die Planeten bewegen.

§. 773. Wir ſchlieſſen hieraus, daß der in der 135ſten Zeichnung vorgeſtelte Raum, in welchem ſich die Planeten bewegen, ſo wenig körperliches enthalten müſſe, daß wir ihn als völlig leer betrachten können: und die Zeiten des Umlaufs der Planeten, in welchen in vielen Jahren keine Veränderung vorgehet, die auch nur ſo weit merklich wäre, daß wir völlig verſichert ſeyn könten, ſie habe ſich würklich zugetragen; beſtätiget die Sache volkommen. Wäre die in dieſem Raume enthaltene Materie auch nur ſo dichte, als unſere Luft in einer Höhe von einigen Meilen über der Erde iſt, ſo müſte ſie, ſeit einer eben nicht alzu langen Zeit, der Bewegung der Planeten einen gar beträchtlichen Widerſtand gethan, und dadurch unter andern auch die Zeiten ihres Umlaufs geändert haben.

§. 774. Wir würden in der That, wenn wir uns dieſen Raum durchaus mit einer flüſſigen Materie gefült vorſtellen wolten, zwar die Hauptfrage, die wir vor uns haben, gar leicht entſcheiden können: auf der andern Seite aber Schwürigkeit auf Schwürigkeiten häufen, und den Erſcheinungen widerſprechen. Damit dieſe Materie die Bewegung der Planeten nicht hemte, müſten wir uns dieſelbe ſelbſt in einer dergleichen Bewegung vorſtellen, als wir an den Wirbeln ſehen, die wir zuweilen in den Flüſſen antreffen, und in einem jeden runden mit Waſſer gefültem Gefäſſe, blos durch unſere im Kreiſe bewegten Finger, leicht hervorbringen können. Dieſer Wirbel würde die in denſelben verſenkten Planeten eben ſo mit ſich fortreiſſen, wie ein Fluß die auf demſelben ſchwimmende Schiffe fortführet, und dadurch die Bewegung derſelben nicht nur nicht aufhalten, ſondern auch würklich eine Urſache derſelben abgeben. Alsdenn aber müſte der Mittelpunct, oder die Axe dieſes Wirbels bey der Sonne ſeyn, um welche ſich die Planeten ſämtlich nach eben der Seite bewegen, und die Erde könte demſelben keinesweges widerſtehen. Sie müſte dem Strome folgen, und ſo wie jene, von Abend gegen Morgen ihren Weg um die Sonne nehmen.

T.X.F.135. §. 775. So weit iſt alles gut. Es müſten aber auch alle übrige in dieſen Wirbel verſenkte Körper ſeiner Bewegung nachgeben, und mit demſelben von Abend gegen Morgen um die Sonne herumlaufen. Dieſes aber thut die Hälfte aller bisher bekanten Cometen nicht, ob ſie zwar tief genug in den Wirbel eindringen müſten, wenn er da wäre; da ſie ſich der Sonne ſo ſehr nähern. Auſſerdem müſte, auſſer dem Wirbel um die Sonne, ein anderer kleinerer um die Erde gehen, welcher den Mond um dieſelbe herumführte; noch einer um den Jupiter, und ein dritter um den Saturn, welcher den Trabanten dieſer Planeten eben den Dienſt leiſtete. Dergleichen kleine Wirbel aber können in einem gröſſern unmöglich beſtehen. Die Materie derſelben müſte zwiſchen der Sonne und den Hauptplaneten, zu welchen der kleine Wirbel gehöret, von Morgen gegen Abend, und alſo derjenigen, welche den groſſen Wirbel um die Sonne ausmachet, entgegen laufen. Nun müſſen aber zween dergeſtalt einander entgegen laufende Ströme einer flüßigen Materie ſich gar bald vermengen, und eine gemeinſchaftliche Bewegung bekommen. Man würde vergeblich verſuchen, in dem Waſſer, welches ſich in einem runden Gefäß im Kreiſe beweget, einen kleinern Wirbel hervorzubringen, der nur eine kurze Zeit dauerte. Denn wenn ſich zuweilen in den Strömen kleine Wirbel in gröſſern zeigen, ſo rühren ſie, eben ſowohl als dieſe, blos von der Ungleichheit des Bodens, und von den Krümmungen der Ufer her, an welchem ſich das Waſſer ſtoſſet, und dadurch gezwungen wird, in einer Art eines Kreiſes zu gehen. Es kan eigentlich nicht geſagt werden, daß ein dergleichen Wirbel beſtändig fortdaure: weil das Waſſer, ſo ihn gegenwärtig ausmacht, gar bald verflieſſet, indem anderes an ſeine Stelle komt, welches, durch eben die Urſachen gezwungen, den Weg des vorigen nimt. Nie wird ein Wirbel angetroffen, der auf eine beträchtliche Weite mit dem Strome zugleich fortgienge. Alles dieſes vernichtet die Wirbel des von Cartes, von Leibnitz, und anderer, ſamt faſt aller Materie, welche den Raum um die Sonne ausfüllen ſolte.

Art der Kräfte, welche die Planeten in ihren Bahnen erhalten.

§. 776. Indeſſen beſchreibt kein Körper eine krumme Linie, wenn er nicht beſtändig von dem geradlinichten Wege abgebracht wird, welchen er ſonſt nehmen, und mit einer unveränderten Geſchwindigkeit verfolgen würde. Iſt aber eine Kraft vorhanden, welche in einem fort bemühet iſt, den bewegten Körper von der geradlinichten Bahne, in welcher er für ſich fortgehen würde, abzubringen, T.X.F.135 ſo wird die Bahn, welcher zu folgen, er dadurch gezwungen wird, immer nach der Seite gekrümt, nach welcher die Kraft würket. Eine ſolche Kraft nun würket entweder in jeden der ihr ausgeſetzten einzelnen Körper beſonders, und ſo, als ob alle übrigen gar nicht vorhanden wären: oder ſie würket in zween, oder mehrere derſelben zugleich, indem ihre Bemühung dahin gehet, jede zween dieſer Körper mit einander zu vereinigen, oder von einander zu entfernen.

§. 777. Solte nun die Erde ruhen, indem nicht nur die Sonne, ſondern auch alle übrigen Planeten um dieſelbe herumgehen, indem eine Kraft der erſten Art in jeden dieſer Körper beſonders würkte: ſo müſten die Planeten dergleichen geſchlungene Linien, als wir in der 141ſten und 142ſten Zeichnung geſehen haben, würklich beſchreiben. Da alſo dieſe Linien ihre Hohlung bald gegen die Erde, und bald nach der entgegengeſetzten Seite kehren, und an andern Seiten wieder anderſt gebogen ſind: ſo müſte die Kraft, welche jeden Planeten beſonders treibt, zwar zuweilen gegen die Erde, meiſtens aber nach ganz andern Puncten gerichtet ſeyn, in deren keinem wir einigen Grund dieſer Direction antreffen. Es müſte ein jeder Planet, von der in ihm dergeſtalt würkenden Kraft getrieben, ſeine geſchlungene Bahn verfolgen, es möchte die Sonne ſamt der Erde da ſeyn oder nicht, ſich an dieſer oder einer andern Stelle befinden, ruhen oder ſich bewegen. Wie iſt dieſes zu begreifen; und wovon ſolte eine dergleichen Kraft in dem leeren Raume herrühren? Die Wege der Trabanten des Jupiters und Saturns werden, wenn die Ruhe der Erde angenommen wird, noch ungemein verwirrter, und eine Kraft, welche dieſelbe in dieſen Wegen erhalten ſolte, indem ſie in jedem insbeſondere würkte, kan man ſich noch viel weniger gedenken.

§. 778. Setzet man die Erde bewege ſich um die Sonne, gleichwie dieſes alle übrige Hauptplaneten thun, und macht alſo die Sonne zum unbeweglichen Mittelpuncte der Bewegungen aller dieſer Körper: ſo wird in der That begreiflicher, wie dieſe Bewegungen durch einen beſtändigen Druck von auſſen, welcher jeden Planeten insbeſondere gegen den Ort der Sonne treibt, unterhalten werden könne; und es bleibt nur die Frage übrig, wovon dieſer Druck herrühre? Alsdenn muß man aber auch einen andern Druck annehmen, welcher jeden der bekanten zehen Nebenplaneten oder Monden ſeinem Hauptplaneten nähert, um welchen er eben ſo herumgehet, wie der Hauptplanet um die Sonne; da es denn

T.X. F.135. ſchwer wird zu ſagen, wie dieſer Druck den Hauptplaneten verfolgen, und dadurch verhindern könne, daß die Monden ſich nicht über gewiſſe Gränzen von denſelben entfernen. Denn da der Hauptplanet, indem er in ſeiner Bahne fortgehet, ſeinen Ort beſtändig verändert: ſo müſte auch nunmehro dieſer Druck alle Augenblick eine andere Richtung bekommen. Es würde aber des Fragens und Vermuthens nie ein Ende werden, wenn man ſich erlauben wolte, zur Erklärung natürlicher Begebenheiten, Kräfte anzunehmen, deren Daſeyn ſo wenig erwieſen iſt, daß wir uns nicht einmal die Möglichkeit derſelben vorſtellen können.

§. 779. Es iſt augenſcheinlich, daß die Kraft, welche einen Trabanten des Jupiters, oder jeden andern Mond, bey ſeinem Hauptplaneten erhält, und zwinget, um denſelben einen Kreis zu beſchreiben, den Grund, warum ſie ſo und nicht anders würket, nicht blos in dieſem Monde allein, ſondern zugleich in dem Hauptplaneten finden müſſe. Denn jeder Mond beweget ſich um ſeinen Hauptplaneten nicht anders, als ob er an denſelben vermittelſt eines Bandes befeſtiget wäre, welches zwar nachgiebt, und zuläßt, daß ſich die zween mit einander verbundenen Körper etwas mehr von einander entfernen; alsdenn aber ſich auch wieder zuſammenziehet, und dadurch dieſe Entfernung vermindert, indem zugleich der Hauptplanet immer in ſeiner Bahne fortgehet.

§. 780. Indeſſen ſiehet man leicht, daß dieſe Bänder nicht körperlich ſeyn können. Die Alten ſind auf etwas dergleichen gefallen, indem ſie die Planeten, welchen ſie die Sonne und den Mond beyzählten, an groſſe verſchiedentlich ausgehohlte durchſichtige Kugeln befeſtigten, deren jede ſich in einer dieſer Hohlungen herumdrehen ſolte, bis auf die allergröſte, welche in ihrer Einbildung die übrigen alle umgab, und dadurch der Welt Gränzen ſetzte: wiewol ſie dieſer ebenfals eine Bewegung um ihren Mittelpunct zuſchrieben. Sie konten aber doch bey aller Freyheit, die ſie ſich nahmen, dergleichen Kugeln zu erdichten, dennoch die Erde nicht mit in die Verbindung bringen; ſondern ſetzten ſie in den Mittelpunct der äuſſerſten Kugel, blos weil es ihnen gefiel, daß ſie daſelbſt, ohne einige Bewegung, beſtändig verharren ſolte. Man ſiehet aber leicht, daß dieſe, in der That etwas grobe Vorſtellung, nicht ſtatt haben könne; und insbeſondere widerſpricht ihr die Bewegung der Cometen, welche bey ihrer Annäherung zur Sonne, an dieſen feſten Sphären, einen undurchdringlichen Widerſtand antreffen würden: weswegen auch Ariſtoteles den Cometen ihren Platz unter dem Monde anwies, alwo ſie, faſt wie andere Lufterſcheinungen entſtehen, und nach einiger Zeit wieder *T.X.F.*135. verſchwinden ſolten. Die meiſten übrigen Erſcheinungen würden die Alten, vermittelſt ihrer ausgehöhlten Kugeln, gar leicht haben erklären können, wenn ſie nicht, als einen unwiderſprechlichen Grundſatz, angenommen hätten, daß die Bewegung, mit welchem ſich jede derſelben herumdrehet, volkommen gleichförmig ſey, und nie im geringſten langſamer noch geſchwinder werde. Denn wenn ein Körper S (*T. X. Fig.* 143.) um den unbeweglichen Punct C einen Cirkel beſchreibt, um welchen S ein anderer Körper P, ebenfals in den Umkreiſe eines Cirkels, welcher in die Fläche des vorigen fält, herumgehet: ſo iſt es immer möglich, bey der gehörigen Gröſſe der Halbmeſſer dieſer Cirkel CS und SP, die Bewegungen dieſer Halbmeſſer und der daran haftenden Körper S, P ſo zu mäßigen, daß dadurch eine jede in eben die Fläche gezeichnete Linie APB von dem Körper P beſchrieben werden muß. Und wenn man ſich dabey vorbehält, jeden der um C und S beſchriebenen Kreiſe, nach Nothdurft, an dieſe oder jene Seite zu neigen, ſo daß ſie dadurch auch in verſchiedene Flächen zu liegen kommen können: ſo iſt es nicht einmal nöthig, daß die Linie APB von der Art derjenigen ſey, welche ganz in eine und eben dieſelbe Fläche fallen. Da alſo die Alten durch ihre ſelbſt geſchmiedeten Feſſeln gezwungen worden ſind, faſt für jede Bewegung, die ſie an dem Himmel wahrnahmen, eine beſondere Sphäre zu dichten, und die Cirkelkreiſe, welche die verſchiedenen Puncte dieſer Sphären beſchreiben ſolten, bis zur Ermüdung zu überſetzen, ohne daß ſie dadurch zu einer erträglichen Vorſtellung des Laufs aller Planeten gelanget wären: ſo würden ſie zwar, wenn ſie nur ihren Abſcheu vor aller Ungleichheit der himmliſchen Bewegungen hätten überwinden können, in der Erklärung der Erſcheinungen vermittelſt ihrer Sphären, vermuthlich viel weiter gekommen ſeyn. Bey dem allen aber würde ihre ganze Vorſtellung keinen Beyfal verdienen.

§. 781. Wenn aber die Kraft oder das Mittel, ſo zween Körper A und B (*T. X. Fig.* 144.) zuſammen hält, und dadurch gewiſſermaaſſen mit *T.X.F.*144. einander vereiniget, nicht wie ein Strick, eine Kette oder etwas dergleichen, körperlich iſt; ſo kan die Würkung in nichts andern beſtehen, als in einer Bemühung dieſer Körper ſich einander zu nähern, welches durch nichts, als nur durch die Verkürzung der Linie AB geſchehen kan, um welche die Körper von einander entfernet ſind. Sind alſo die Körper beyde frey, und können einer jeden ihnen

T.X.F.144. eingedruckten Bewegung folgen, ſo wird in dieſer Linie, ſowol A gegen B als auch B gegen A gehen. Wird aber einer derſelben durch eine fremde Kraft an ſeinem Orte zurück gehalten, ſo wird ſich der andere in eben der Linie AB gegen denſelben bewegen: und die Körper werden nicht ehe um die ganze AB, die man ſich ſo gros oder ſo klein vorſtellen kan, als man will, von einander entfernet bleiben, als wenn in jeden eine fremde Kraft würket, welche ihn beſtändig von dem andern entfernet, und alſo in einer jeden auch noch ſo kleinen Zeit den Abgang der Gröſſe erſetzet, welchen die AB in eben der Zeit, vermittelſt der vorigen würde erlitten haben. Von einer Kraft dieſer Art wird alſo ein jeder Nebenplanet bey ſeinem Hauptplaneten erhalten: und die Gleichförmigkeit der Geſetze, nach welchen die körperliche Welt regieret wird, läſſet uns nicht zweifeln, daß auch die Hauptplaneten durch eine dergleichen Kraft in ihren Bahnen um die Sonne erhalten werden. Es iſt nehmlich dieſe letztere Kraft beſtändig bemühet, nicht nur jeden Hauptplaneten der Sonne, ſondern auch hinwiederum die Sonne dieſem Hauptplaneten zu nähern; ſo daß dieſe Körper endlich irgendwo zuſammen kommen würden, wenn ſie nicht eine andere Kraft in einer gewiſſen Entfernung von einander hielte, welche gar leicht zu entdecken iſt, und, wie wir bald ſehen werden, von nichts andern herrühret, als von der ſogenanten Trägheit, mit welcher jeder der zween mit einander verknüpften Körper in einer geradlinichten Bewegung zu verharren trachtet.

Erſte Eigenſchaften einer anziehenden Kraft.

§. 782. Man ſagt gemeiniglich von Körpern, welche von einer Kraft, die in beyde zugleich würket, dergeſtalt gegen einander getrieben werden, daß ſie einander **anziehen**, und nennet die Kraft, von welcher dieſe Würkung herrühret, eine **anziehende Kraft**, wie es auch ſonſt mit derſelben zugehen mag. Denn wir unterſcheiden eine anziehende von einer ſtoſſenden oder drückenden Kraft eben ſo wenig durch die Art und Weiſe, wie ſie würket, als wir darauf acht haben, wo und auf welche Weiſe ein Strick an zween Körper befeſtiget iſt, welche wir, durch die Verkürzung dieſes Stricks, gegen einander ziehen wollen. Wird ein Körper A allein gegen einen andern B geſtoſſen, oder durch einen Druck gezwungen ſich in der geraden Linie, die von A nach B gehet, zu bewegen: ſo ſetzet dieſer Körper A ſeine Bewegung fort, es mag B an dem Orte, welchen er gegenwärtig einnimt, verharren, oder ſich indeſſen von demſelben entfernen.

Es

Es richtet ſich A bey ſeiner Bewegung gar nicht nach dem B; und es iſt blos zufällig, wenn er denſelben irgendwo erreichet. Eben ſo iſt es auch mit der Bewegung des Körpers B, welche, wenn ſie von einem bloſſen Stoſſe oder Drucke herrühret, der in denſelben allein würket, mit dem Körper A nicht in der geringſten Verbindung ſtehet. Es kan ſeyn, daß zu gleicher Zeit B gegen A, und A gegen B getrieben wird. Geſchiehet aber dieſes durch einen eigentlichen Druck oder Stoß, ſo kan dem ohngeachtet jede dieſer Bewegungen ſo ſchnell oder langſam ſeyn, als man will, ohne daß dadurch in der andern etwas geändert werde. Ziehet aber der Körper B den A, und alſo auch A den B, ſo iſt jeder dieſer Körper immer bemühet ſich dem andern zu nähern, und nähert ſich demſelben würklich, wenn nicht andere Urſachen daſſelbe verhindern. Die Bewegung des einen oder des andern der beyden Körper A, B macht hierinne keine Veränderung. Die anziehende Kraft, welche die Annäherung verurſachet, iſt immer würkſam, ſo ſehr auch die Würkungen ſelbſt durch fremde dazu kommende Kräfte verändert werden mögen. T.X.F.144.

§. 783. Man kan ſich nicht vorſtellen, wie eine Kraft, welche dergeſtalt bemühet iſt die beyden Körper A, B mit einander zu vereinigen, in den einen ſtärker würken ſolte, als in den andern. Der Körper A ziehet den B und wird von dieſem gezogen. Eben dadurch wird auch von dem Körper B geſagt, daß er den A ziehe und von demſelben gezogen werde: und ſo finden wir die Sache bey allen einander anziehenden Körpern, mit welchen wir Verſuche anſtellen können. Auf welcher Seite ſolte alſo die Kraft die ſtärkere ſeyn, bey A oder bey B? Iſt aber die Kraft, von welcher A gegen B gezogen wird, ſo ſtark als diejenige, mit welcher A hinwiederum dieſen B ziehet: ſo muß, wenn dieſen Körpern nichts widerſtehet, oder auſſer der anziehenden, welche wir betrachten, ſonſt keine fremde Kraft in dieſelbe würket, die Gröſſe der Bewegung, mit welcher in jedem Augenblicke A gegen B gehet, der Gröſſe derjenigen, mit welcher in eben dem Augenblicke ſich B gegen A beweget, volkommen gleich ſeyn. Die Rede iſt von der eigentlich ſogenanten Gröſſe der Bewegung, welche bey einem jeden Körper nicht nur aus der Geſchwindigkeit, mit welcher er fortrücket, ſondern zugleich aus ſeiner Maſſe ermeſſen werden muß: und es wird nicht behauptet, daß auch die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich in einem gewiſſen Zeitpuncte A insbeſondere dem B nähert, immer derjenigen gleich ſeyn werde, T.X.F.144. mit welcher in eben dem Zeitpuncte B dem A entgegen gehet. Dieſer Umſtand findet nur in dem Falle ſtatt, wenn die Maſſen der Körper A und B einander gleich ſind. Sind aber die Maſſen dieſer Körper ungleich, ſo folget aus der Gleichheit der Gröſſe ihrer Bewegung, daß die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich, in einem gewiſſen nach Belieben anzunehmenden Zeitpuncte, der gröſſere dem kleinern nähert, kleiner ſeyn werde, als diejenige, mit welcher in eben dem Zeitpuncte der kleinere Körper dem gröſſern entgegen gehet. Denn wenn A, B die Maſſen der beyden Körper bedeuten, und a die Geſchwindigkeit des erſten A, b aber die Geſchwindigkeit des zweyten, zu eben dem Zeitpuncte: ſo iſt, wenn die Gröſſen der Bewegungen gleich ſind, $A \times a = B \times b$, und alſo $A : B = b : a$; auf welche Proportion wir von Zeit zu Zeit werden zurück ſehen müſſen.

§. 784. Zwar bleibt die überhaupt durch a angedeutete Geſchwindigkeit nicht immer eben dieſelbe, ſondern iſt in verſchiedenen Puncten der Zeit, in welcher ſich A dem Körper B nähert, verſchieden, und eben ſo verhält es ſich auch mit der Geſchwindigkeit b. Denn da die anziehende Kraft immer würket, es mögen die Körper A, B ruhen, oder mit dieſer oder einer andern Geſchwindigkeit gegen einander gehen: ſo muß die Geſchwindigkeit eines jeden, in jedem Theile der Zeit, in welcher er ſich dem andern würklich nähert, einen neuen Zuwachs erhalten. Da aber doch eine jede dergeſtalt entſtandene Geſchwindigkeit b, gegen die a, welche der Körper A, durch ein eben dergleichen beſtändiges Wachsthum in eben dem Zeitpuncte erlanget hat, ſich wie A zu B verhält: ſo müſſen auch die von den Körpern A, B in eben dem nach Belieben anzunehmenden Zeitraume beſchriebene Theile der Linie AB eben die Verhältniß bekommen; und wenn Aa, Bb dieſe in eben dem Zeitraume beſchriebene Theile ſind, ſo muß ſeyn $Bb : Aa = A : B$: woraus folget $Bb + Aa : Aa = A + B : B$, oder $Bb + Aa : Bb = A + B : A$. Dieſes iſt immer ſo, ſo gros oder klein auch die zugleich beſchriebene Theile der AB ſeyn mögen.

§. 785. Wird alſo dieſe Linie, bey C in zwey Theile getheilet, welche gegen einander eben die Verhältniß haben, ſo nehmlich, daß die Proportion $BC : AC = A : B$ richtig wird: ſo werden auch dieſe Theile von den Körpern A, B in eben der Zeit beſchrieben. Es kommen alſo die Körper endlich bey dem Puncte C zuſammen, und gehen nicht weiter, aus welchem Grunde man ſich auch die Vorſtellung machen kan, daß jeder derſelben insbeſondere nach dem

Puncte C gezogen werde: wiewol in dieſem Puncte keine Kraft lieget, die etwas dergleichen leiſten könte. Uebrigens folgt aus den Proportionen $BC : AC = A : B$, und $Bb : Aa = A : B$, dieſe dritte $BC - Bb : AC - Aa = A : B$, oder $Cb : Ca = A : B$, welche demnach ebenfals ſtatt haben wird, ſo klein auch die Linien Ca, Cb nach und nach werden mögen. T.X.F.144.

§. 786. Das Punct C iſt dasjenige, ſo der Mittelpunct der Schwere der beyden Körper A, B genennet wird, wenn dieſe als Gewichte betrachtet werden, welche in die äuſſerſten Puncte der Linie AB allein würken; welche AB man ſich als völlig ſteif und unbiegſam, wie auch ohne einiges Gewicht, gedenken muß. Zu dem Ende müſſen die Puncte A, B, welche hier aus einer andern Abſicht in die Oberflächen der Kugeln geſetzt worden ſind, in ihre Mittelpuncte fallen, indem man ſich die Kugeln ſelbſt durchaus gleich dichte vorſtellet. Es wird aber eben das Punct C in denen Betrachtungen, die keine eigentliche Gewichte zum Vorwurf haben, beſſer der Mittelpunct der Maſſen A, B genennet: an welche Benennung ich mich vorzüglich halten werde. Sie findet nicht nur bey zween, ſondern auch bey einer jeden andern Zahl von Körpern ſtatt, ſo gros dieſe auch ſeyn mag; es mögen dieſe Körper, oder einige derſelben, in eben der, oder in verſchiedenen geraden Linien; in eben der, oder in verſchiedenen ebenen Flächen liegen. Nur muß die Lage und Ordnung, in welche dieſe Körper gebracht worden ſind, nicht verändert werden, wie dieſes geſchehen würde, wenn man einen derſelben, oder etliche zugleich den übrigen mehr nähern, oder von denſelben entfernen wolte: wiewol ſelbſt aus demjenigen, ſo wir eben betrachtet haben, zu ſchlieſſen iſt, daß nicht eine jede ſolche Annäherung oder Entfernung vermögend ſey, den Mittelpunct der Maſſen in eine andere Stelle zu bringen. Es wird von demſelben in einer jeden Einleitung zur Lehre von dem Gleichgewichte gehandelt, und alſo auch in der meinigen (*).

Daß es anziehende Kräfte gebe.

§. 787. Dieſes ſind die erſten Grundſätze für die anziehenden Kräfte, welche mit einer geringen Veränderung auch auf die abtreibende angewendet werden können. Dieſe ſind beſtändig bemühet, jede zween Körper, in welche ſie würken, von einander zu entfernen, wie dieſes eine geſpante, zwiſchen zween Körper geſetzte Feder leiſtet, indem ſie aufſpringt. Es iſt an dem, daß noch niemand eine hinlängliche Erklärung habe geben können, wovon dergleichen Kräfte eigentlich herrühren; und wenn wir auf alle Umſtände acht haben, ſo iſt auch dieſe Erklärung kaum jemals zu hoffen.

(*) Naturlehre §. 128.

T.X.F.144. Daß es aber bey dem allen anziehende Kräfte in der Natur gebe, laſſen uns die Erſcheinungen nicht zweifeln; und wir entdecken vermittelſt derſelben deren mehr als eine Art, unter welchen die Kraft der Schwere vorzüglich in die Augen fält. Ein jeder Körper, mit welchem wir auf der Oberfläche der Erde umgehen, iſt durch dieſe Kraft mit der Erde verbunden, und kan nicht ohne Mühe von derſelben entfernet werden. Wird er aber entfernet, wie dieſes, unter andern, durch angezündetes Schiespulver bis zu einer gar beträchtlichen Weite geſchehen kan, ſo fält er immer wieder gegen die Erde zurück, und dieſes mit einer beſtändig wachſenden Geſchwindigkeit. Die Urſache dieſer Bewegung muß nothwendig mit in der Erde ſelbſt liegen, und kan nicht in einem bloſſen Puncte geſucht werden, es mag dieſer der Mittelpunct der Erde, oder ein anderer ſeyn, welcher, wenn alles körperliche davon abgeſondert wird, nicht das geringſte würken kan. Wird nun aber der ſchwere Körper durch einen hinlänglichen Stoß nicht gerade
T.X.F.145. aufwärts nach AB (*T. X. Fig.* 145.), ſondern ſchief nach AC geworfen, ſo beweget er ſich keinesweges in der geraden Linie AC, welche die Richtung dieſes Stoſſes angiebt, ſondern er beſchreibt eine durchaus gekrümte Bahn ADE, deren Hohlung nach der Erde gekehret iſt. Es wird nehmlich der geworfene Körper, welcher für ſich in der Richtung AC fortgehen würde, nach welcher er angeſtoſſen worden iſt, durch die von demſelben nicht zu trennende Kraft der Schwere immer zugleich nach geraden Linien, die, wie DF der AB parallel liegen, der Erde genähert. Dadurch wird ſeine Bewegung krumlinicht, und die Bahn ADE, welche er beſchreibt, entfernet ſich anfangs von der Erde bis auf eine gewiſſe Weite, hernach nähert ſie ſich dem Erdboden wieder, und trift ihn endlich in einem Puncte E an, auf welchem alſo der geworfene Körper auffallen wird. Und würklich iſt auch dieſes, daß eine Bombe oder eine andere von der Erde ſchief aufwärts geworfene Kugel, bey ihrem Rückfalle, dieſelbe wieder antrift, der einzige Hauptumſtand, in welchem die Bewegung derſelben, von der Bewegung unſers Monds abweichet; welcher bey ſeinem Umlaufe um die Erde, dieſe nirgends berühret. Es hält ſich aber auch der geworfene Körper deſto länger in der Luft auf, und fält in einer deſto gröſſern Entfernung AE von dem Orte A, von welchem er geworfen wird, auf den Erdboden, je gröſſer die Gewalt des Stoſſes iſt, welchen er empfangen hat, wenn nur alles übrige einerley bleibet. Stünde es alſo in unſerer Macht den Stoß nach Willkühr zu vermehren, ſo könte auch die Zeit, welche dieſer Körper haben muß, bis er die Erde wieder erreichet, zuſamt der Entfernung des Orts, bey welchem dieſes geſchiehet, nach

Belieben vergröſſert werden: welche Betrachtung faſt allen Unterſchied zwiſchen der Bewegung des Mondes und des dergeſtalt geworfenen Körpers aufhebt. T.X.F.145.

§. 788. Wir finden aber auch davon, daß die Erde von dem Monde angezogen werde, welchen ſie gegen ſich ziehet, das iſt, daß eine Kraft vorhanden ſey, welche immer bemühet iſt, dieſe Körper mit einander zu vereinigen, indem ſie in beyde zugleich würket, gar deutliche Spuren: und wir dürfen nur annehmen; erſtlich, daß dieſe Kraft ſich auf alle feſte und flüßige Theile der Erde, und auf alle Theile des Mondes erſtrecke, ſo wie die Kraft der Schwere ein jedes auch noch ſo kleines Theilchen eines von der Erde abgeſonderten Steins, oder etwas dergleichen, gegen dieſelbe treibet; und zweytens, daß ſie nicht in jeder Entfernung gleich ſtark würke, ſondern ſtärker in einer kleinern Entfernung, und nicht ſo ſtark in einer gröſſern, wenn wir dieſe Spuren entdecken wollen. Die eigentlichen Geſetze nach welchen ſich die Stärke dieſer anziehenden Kraft bey verſchiedenen Entfernungen und ſonſt richtet, werden wir hernach ſehen. Gegenwärtig iſt das hier angemerkte zu unſerm Vorhaben hinlänglich, welches an ſich viel glaublicher iſt, als ſein Gegenſatz; und ſich zum Theil bey zween einander anziehenden oder abtreibenden Magneten, bey zuſamengedruckten oder ausgedehnten Federn und dergleichen, würklich zeiget. Es folget aber daraus, daß, da die Gröſſe der Erde in Anſehung der Entfernung des Mondes von derſelben, gar beträchtlich iſt (530): diejenigen Theile der Erde, welche nahe an ihrer Oberfläche zwiſchen dem Mittelpuncte derſelben und dem Monde liegen, von dieſem ſtärker angezogen werden, als die bey dem Mittelpuncte; und dieſe wieder ſtärker, als diejenigen, welche an der andern Seite des Mittelpuncts ſich der Oberfläche nähern. Dieſer ungleiche Zug hat bey dem Körper der Erde, in ſo weit er feſt iſt, keine weitere Folgen, als daß die von demſelben herrührende Bewegung, mit welcher ſich dieſer Körper dem Monde zu nähern bemühet iſt, geringer wird, als diejenige, welche erfolgen würde, wenn alle ihre Theile ſo ſtark gezogen würden, als diejenigen, deren Entfernung von dem Monde die kleinſte iſt; und gröſſer als die, welche ſie erhalten würde, wenn alle ihre Theile ſo wenig gezogen würden, als die am meiſten von dem Monde entferneten: welche Bewegung auch erfolgen würde, wenn der Mond alle Theile der Erde beynahe eben ſo ſtark anzöge, als die bey dem Mittelpuncte. Uebrigens aber ſind die Theile dieſes Klumpen zu feſt mit einander verbunden, als daß aus der Verſchiedenheit des Zugs, welche wir betrachten, auch einige Veränderung in der Geſtalt deſſelben erfolgen könte.

Würkungen eines Zugs des Mondes bey dem Waſſer unſrer Seen.

*T.X.F.*144. §. 789. Nun iſt aber mehr als die Hälfte unſerer Erdkugel mit Waſſer bedecket, deſſen Theile ſich mit ſo geringer Mühe auf einander verſchieben laſſen, daß daſſelbe einen jeden auch noch ſo kleinen Druck oder Zug folgen, und dadurch eine andere Geſtalt bekommen muß: und dieſes Waſſer ſtehet in den meiſten Seen ſehr hoch über den feſten Boden. Hier muß der Zug des Mondes eine ganz andere Würkung haben, welche wir uns am leichteſten und deutlichſten werden *T.X.F.*146. vorſtellen können, wenn wir uns (*T X. Fig.* 146.) um den Mittelpunct der Erde *C* eine völlig runde Kugel vorſtellen, deren Pole *P* und *Q* ſind, und indem wir dieſe Kugel vermittelſt einer Fläche durch die Axe *PQ* ſchneiden, dadurch einen ihrer Mittagskreiſe *PAQE* hervorbringen, in welchem *AE* der Durchmeſſer des Gleichers iſt. Dieſe Kugel ſey über und über, in einer beträchtlichen Höhe, mit Waſſer bedeckt, von welchem wir annehmen können, daß es ebenfals rings um den Mittelpunct *C* eine volkommene Kugel bilde, weil es etwas ſehr überflüßiges wäre, die kleinen Abweichungen von dieſer Geſtalt, die wir (264) bey unſerem aus Erde und Waſſer zuſammengeſetzten Ballen würklich antreffen, mit in Betrachtung zu ziehen, beſonders da dasjenige, ſo wir ſehen werden, gar leicht auf die wahre Geſtalt deſſelben angewendet werden kan. Die in der Ebene des Schnitts gezogene *LN* ſey ein Theil der Linie, welche den Mittelpunct der Erde *C* mit dem Mittelpuncte des Mondes verknüpfet, welcher dadurch in das Zenit des Orts *L*, und in das Nadir des *N* geſetzt wird. *HR* ſey der Durchmeſſer, und zugleich der orthographiſche Entwurf einer Scheibe, welcher dieſe *LN* perpendicular iſt, deren Umkreis demnach alle Puncte der Oberfläche des die Kugel bedeckenden Waſſers enthalten wird, welchen der Mond im Horizonte erſcheinet, indem er ſich würklich in der verlängerten *LN* befindet. Bey dieſem Stande ziehet der Mond das Waſſer, welches ſich bey *L* aufhält, viel ſtärker als das bey *N*; und das übrige deſto ſtärker, je mehr es von *N* nach *L* entfernet iſt, indem der Zug, welchem das rings herum, bey dem Umkreiſe des durch *HR* geſchehenen Durchſchnitts, anzutreffende Waſſer ausgeſetzt iſt, beynahe zwiſchen dem gröſten und kleinſten im Mittel ſtehet. Weil aber auch die zwo von den Puncten *H* und *R* nach dem Mittelpuncte des Mondes lauffende gerade Linien *Hb* und *Rr* daſelbſt einen nicht ganz unbeträchtlichen Winkel einſchlieſſen (528), ſo wird das bey dieſen Puncten *H*, *R* ſtehende Waſſer, indem es noch *Hb* und *Rr* gezogen wird, zugleich, wiewol eben nicht ſtark, einwärts nach der Linie *LN* gedruckt, und man ſiehet leicht, daß dieſes auch bey jeden zween andern Puncten ſtat haben werde, die, wie *H* und *R*, in einer der *LN* perpendicular gezogenen Linie, einander gerade entgegen ſtehen. Demnach wird alles die Kugel *PAQE* bedeckende Waſſer, indem es von dem Monde angezogen wird, auch einwärts gegen die *LN* gedruckt, an einigen Orten mehr, an andern weniger. *T.X.F.146.*

§. 790. Weil aber auch angenommen werden kan, daß alle Theile der feſten Kugel *PAQE* ſo ſtark gegen den Mond gezogen werden, als das Waſſer bey *H* und *R*: ſo wird das Waſſer bey *L* ſtärker dahin gezogen, als dieſe innere Kugel, und dadurch von derſelben entfernet. Zwar verhindert das Gewicht des Waſſers, daß dieſe Entfernung nicht alzugros werde. Bey dem allen aber muß daſſelbe rings um den Ort *L* bis zu einer gewiſſen Höhe, aufſchwellen. Es iſt nicht anders, als ob das Waſſer bey *L* leichter worden wäre; und eben ſo verhält ſich die Sache auch mit allen übrigem, welches ſich von dem Puncte *L* rings herum bis an den Kreis *HR* erſtrecket; wiewol dieſe eingebildete Verminderung der Schwere von *L* nach *H* und *R* zu immer kleiner und kleiner wird. Im Gegentheil wird die feſte Kugel ſtärker gegen den Mond gezogen, als das Waſſer bey *N*; und dieſes muß eben die Folgen haben. Denn es wird dadurch das bey *N* und rings um dieſen Puncte ſich aufhaltende Waſſer eben ſo ſehr von der immer feſten Kugel *PAQE* entfernet, als wenn es nach einem in der nach dieſer Seite verlängerten *CN* liegenden Punct ſtärker als die Kugel *PAQE* gezogen würde. Es muß alſo an dieſer Seite *N* des Durchſchnitts *HR*, das Waſſer eben ſo aufſchwellen, als an der andern Seite deſſelben *L*. Der Druck nach der Linie *LN* zu befördert dieſe Erhebung wenigſtens mehr, als daß er ſie hindern ſolte; und beydes zuſammen giebt dem Waſſer eine eyförmige Geſtalt, ohngefehr diejenige, welche entſtehen kann, wenn man die halbe Ellipſe *LHN*, in welcher *LN* die gröſſere Axe, und *CH* die Hälfte der kleinern iſt, um *LN* herumdrehet. Dadurch wird die Höhe des Waſſers über den innern feſten Körper *PAQE*, (welche immer von der Oberfläche deſſelben gerade nach dem Mittelpuncte *C* gemeſſen werden muß) von *L* nach *H* und *R* zu immer kleiner und kleiner, wächſt aber von dannen wieder bis an *N*, alwo ſie beynahe ſo gros wird, als die bey *L*. Es kan nehmlich, da die Puncte *L*, *N* faſt volkommen

T.X.F.146. men gleich weit von dem *C* entfernet ſind, die Differenz der Kräfte, mit welchen die Theile bey *L* und *C* gezogen worden, von dem Unterſchiede derjenigen, welche in die Theile bey *C* und *N* nach eben der Direction würken, kaum verſchieden ſeyn; und eben ſo iſt es mit jeden zween andern Puncten, deren eines in der Hälfte der Kugel *HLR* in Abſicht auf den Durchſchnitt *HR* eben ſo liegt, als das andere in der andern Hälfte *HNR*. Dieſem Unterſchiede der Kräfte aber iſt die Erhebung des Waſſers bey *L* und *N* lediglich zuzuſchreiben.

§. 791. Dieſe Geſtalt muß alſo das die feſte Erde bedeckende Waſſer annehmen, indem es mit derſelben zugleich aus der Stelle, in welchem ſich der ganze Klumpen auſſerdem, vermöge ſeiner Trägheit, befinden würde, nach den Mond gezogen wird. Und wenn ſich die Erde in Abſicht auf den Mond nicht drehete, ſondern dieſem immer eben den Theil ihrer Oberfläche zukehrete, ſo daß die von ihrem Mittelpuncte nach dem Monde gezogene *CL* immer durch eben die Puncte der feſten Erde gehen müſte: ſo würde das Waſſer die beſchriebene Geſtalt ſo lang behalten, als in der anziehenden Kraft keine Veränderung vorgienge, welches nicht ſeyn kan, wenn nicht die Entfernung des Mondes von der Erde die vorige bleibt; und ſelbſt bey einer Vermehrung oder Verminderung der anziehenden Kraft würde doch die Axe des von dem Waſſer gebildeten Eys immer in die nach dem Monde laufende an der andern Seite in *N* verlängerte *LN* fallen. Es gehet aber, wenn wir uns die Kugel *PAQE*, ſamt dem Waſſer welches ſie bedecket, ohne dieſe Bewegung um *PQ* vorſtellen, der Mond in beynahe 25 Stunden von Morgen gegen Abend um die Erde, und komt immer über anderes Waſſer, welches er erheben muß, indem er das vorher erhobene wieder nach und nach fallen läßt. Es wird nicht wenig Waſſer erfodert, die neuen Erhöhungen *L* und *N* an den Orten zu bilden, da ſie vorher nicht waren; und das Waſſer, welches zu dem Ende dahin flieſſen muß, kan an dieſen Stellen mit der ihm von dem Monde eingedruckten Bewegung, erſt nach einiger Zeit anlangen. In dieſer Zeit iſt der Mond weiter fortgegangen, und befindet ſich nicht mehr in der verlängerten *NL*, ſondern in einer andern aus *C* gezogenen Linie, welche mit der *CL* einen Winkel macht. Da die Umſtände, welche die Gröſſe dieſes Winkels beſtimmen, beynahe immer dieſelben bleiben, ſo iſt auch dieſe Gröſſe beynahe immer einerley, zum Beyſpiel, immer von 35 Graden, oder etwas dergleichen. Mit dieſem Winkel verfolget die Axe des von dem Waſſer gebildeten groſſen Eys, *LN* den Mond beſtändig, und komt alſo mit demſelben

in

in 25 Stunden rings um die Erde herum, nicht anders als ſie thun würde, wenn ſie immer nach einem Körper gerichtet wäre, welcher in dem Parallelen, den der Mond bey ſeinem Umlaufe um die Erde beſchreibt, demſelben in einer Entfernung von den angenommenen 35 Graden nachgienge; wodurch das hohe Waſſer mit der Zeit rings herum über andere Stellen der feſten Kugel $PAQE$ gebracht wird. T.X.F.146.

Erſcheinungen, die daraus folgen.

§. 792. Damit wir aber deutlich einſehen, was vor Erſcheinungen in Abſicht auf das hohe oder niedrige Waſſer an verſchiedenen Orten des Erdbodens, hieraus folgen müſſen, wollen wir die Bewegung des Mondes, mit welcher er in beynahe 25 Stunden von Morgen gegen Abend rings um die Erde zu gehen ſcheinet, gänzlich der Kugel $PAQE$ zueignen, und dieſe ſich in eben der Zeit von Abend gegen Morgen um PQ drehen laſſen. Dem Monde, oder vielmehr dem erdichteten Körper, nach welchem die CL beſtändig gerichtet iſt, bleibt alsdann keine andere Bewegung übrig, als die, mit welcher er ſeine Abweichung von dem Gleicher ändert, indem der Winkel ACL bald gröſſer bald kleiner wird, und bald an die mittägige, bald aber an die mitternächtige Seite der Fläche AE zu liegen komt. Ob nun wohl das Waſſer der Bewegung der Kugel $PAQE$ folgen, und mit derſelben zugleich um PQ gehen muß, ſo bleibt doch, ſo lang der Winkel ACL nicht merklich geändert wird, die Geſtalt deſſelben $LRNH$ ohne alle Bewegung, die hier in Betrachtung gezogen werden dürfte, in eben dem Verſtande, in welchem geſagt wird, daß der Wirbel eines Fluſſes immer derſelbe bleibe, obwol das Waſſer, welches ihn ausmachet, alle Augenblicke erneuert wird (775). Iſt nun BD der orthographiſche Entwurf des Cirkels, welchen ein gewiſſer Ort der mit Waſſer bedeckten Erde in der geſetzten Zeit um PQ beſchreibt: ſo iſt, wenn ſich dieſer Ort in B befindet, da er den erdichteten Mond in der Mittagsfläche ſehen würde, die Höhe des Waſſers Bb. Nach beynahe $12\frac{1}{2}$ Stunden befindet ſich dieſer Ort bey D, alwo ihm der erdichtete Aftermond wieder in der Mittagsfläche ſtehet, aber unter der Erde, und die Höhe des Waſſers iſt Dd. In beyden Fällen hat dieſer Ort das höchſte Waſſer, welches er vor oder nach ſeinem Durchgange durch den von HCR vorgeſtellten Kreis, auf deſſen Fläche die LN perpendicular fält, haben kan. Denn wenn er ſich ſelbſt in dieſem Kreiſe bey dem Puncte befindet, deſſen Entwurf I iſt, ſo iſt das Waſſer, welches er bey eben dem Umlaufe über ſich hat, das allerniedrigſte:

T.X.F.146. niedrigſte: und da dieſer in HCR entworfene Kreis den Theil der Oberfläche HLR, der den Aftermond ſehen würde, wenn er an ſich ſichtbar wäre, von dem Theile HNR abſondert, welchem der Ort deſſelben von der Erde verdeckt wird: ſo erſcheinet einem in I geſetzten Auge der Ort des Aftermondes ſelbſt in dem Horizonte, bey ſeinem Aufgange oder Untergange. Es iſt aber Bb gröſſer als Dd, wenn das Punct B weniger von der Linie LN entfernet iſt, als das dazu gehörige D. Iſt im Gegentheil B mehr von dieſer LN entfernet, als das ihm zugehörige D, ſo iſt Bb kleiner als Dd, wie man leicht ſiehet.

§. 793. Dieſer Uebergang von dem hohen zum niedrigen Waſſer, und von dieſem wieder zum hohen, geſchiehet an den allermeiſten Oertern in fünf und zwanzig Stunden viermal, ſo daß in dieſer Zeit jeder dieſer Oerter zweymal hohes, und zweymal niedriges Waſſer bekomt: wiewol bey eben dem Stande des Mondes und der damit verknüpften Gröſſe des Winkels ACL, der Ueberſchuß der gröſten Höhe über die kleinſte, bey verſchiedenen Orten verſchieden iſt, nachdem der Ort B von der CL, und alſo das Punct D von der CN, mehr oder weniger abweichet. Da auch bey der in der Zeichnung vorgeſtelten Lage der Axe LN, der Entwurf BI immer gröſſer oder kleiner iſt als ID, auſſer wenn B ſelbſt in A, und alſo BD in den Entwurf des Gleichers AE fält; ſo wird auch der zu BI gehörige Bogen, welchen das Punct B beſchreiben muß, um von dem höchſten Waſſer bey B zum niedrigſten bey I, oder an der andern Seite von dieſem zu jenem zu gelangen, von dem zur ID gehörigen faſt überal verſchieden ſeyn; und es werden die Zeiten, in welchen das Waſſer fält und wieder ſteiget, der Gröſſe dieſer Bogen gemäß, abwechſeln. Bey einer hinlänglichen Entfernung des Orts B von dem Gleicher verſchwindet endlich DI an der einen oder BI an der andern Seite ganz und gar, und der Ort bekomt in 25 Stunden nur einmal etwas höheres, und das anderemal etwas niedrigeres Waſſer, worauf bey einer noch ſtärkern Annäherung des Orts an einen der Pole P, Q, der Unterſchied zwiſchen dem höhern und niedrigen Waſſer völlig unmerklich wird. Alles dieſes und noch vielmehr, ſiehet man deutlich, wenn man bey unverändertem Winkel ACL die Linie BI, der AE, welcher ſie immer parallel laufen muß, an dieſer oder der andern Seite nähert, oder von derſelben entfernet.

§. 794. Da aber auch der Winkel *ACL* in der Fläche *PAQE* ſehr T.X.F.146. veränderlich iſt, indem *L* in jedem Mondenmonathe von der gröſten Abweichung nach Norden zur gröſten nach Süden übergehet, und von dannen wieder nach Norden zurückkehret, wiewol dieſe gröſten Abweichungen in verſchiedenen Monathen verſchieden ſind: ſo muß auch an einem jeden beſondern Tage des Mondenmonaths das Waſſer über jedem Orte des Erdbodens anders ſteigen und wieder fallen, als an dem andern; und in dem vorhergehenden Monathe anders, als in dem nachfolgenden. Dieſe monathliche Abweichung iſt zu überſehen, wenn man in den Gedanken die Axe *LN*, und mit derſelben die Ellipſe *LHNR*, ohngefehr in die Lage bringt, welche die Abweichung des Mondes erfordert. Noch deutlicher aber würde ſich alles zeigen, wenn man den Theil *LPNQ*, welcher das Waſſer vorſtellet, von der inwendigen Scheibe *PAQE* abſondern wolte, ſo daß man jenen würklich um dieſe drehen, und dadurch den Winkeln *ACL*, *ECN* die gehörige Lage und Gröſſe beybringen könte. Die gröſte Abweichung des Mondes von dem Gleicher kan bis gegen 29 Grade ſteigen, weil ſich derſelbe bis auf $5\frac{1}{4}$ Grade von der Ecliptic entfernen kan, welche ſelbſt um $23\frac{1}{2}$ von dem Gleicher abweichet. Es erreichet aber, wie man leicht ſiehet, die Abweichung des Mondes nur in wenigen Monathen dieſe Gröſſe.

§. 795. Wollen wir alles dieſes mit der Erfahrung zuſammen halten, die wir auf der Erde von dem Steigen und Fallen des Gewäſſers der groſſen Weltmeere haben können, ſo müſſen wir zuförderſt anmerken, daß die Geſtalt derſelben von der runden über und über mit Waſſer bedeckten Kugel, die wir bisher betrachtet haben, gar ſehr abweiche. Ob wohl der Ocean den gröſten Theil der feſten Erde tief genug bedecket; ſo iſt doch das übrige trockne Land nicht weniger hoch über die Oberfläche deſſelben erhaben; und wir finden überal in den Seen eine Menge groſſer und kleiner Inſuln, ohne Geſetz und Ordnung, die wir zu überſehen vermögend wären, zerſtreuet. Die Ufer dieſer Länder und Inſuln, wie auch die ebenfals auf dem Boden der See gegründete Klippen, können uns zu einem ſichern Merkmaale des ſteigenden und fallenden Waſſers dienen: ſonſt aber muß die Abwechſelung des trockenen Landes mit dem Gewäſſer die Erſcheinungen, welche aus der Vorſtellung flieſſen, an welche wir uns bisher gehalten haben, gar ſehr verändern. Der Mond kan nur einen Theil der Materie, welche er, wenn jene Vorſtellung der Sache völlig gemäß wäre, bey *L* und *N* erheben würde, T.X.F.146. würklich in Bewegung ſetzen; weil der übrige faſt mit dem innern der Erde verbunden iſt. Dieſer trockene Theil kan alſo zur Menge des Waſſers, welches erfordert wird, den eyförmigen Raum bey dieſen Stellen L, N gehörig auszufüllen, nichts hergeben. Er hindert vielmehr den Zufluß des Waſſers nach dieſen Stellen, welcher, wenn ihm kein Land im Wege ſtünde, von allen Seiten frey ſeyn würde. Hierdurch werden die Ströme verurſachet, welche an den Küſten der Weltmeere, und beſonders in den Meerengen angetroffen werden, und die Ungleichheit des Bodens der Seen, welcher nicht weniger als der trockene Theil der Erde ſeine hohen Berge, und tiefe Thäler hat, muß dazu ebenfals etwas anſehnliches beytragen. Wird dieſes alles in Betrachtung gezogen; ſo komt das abwechſelnde Fallen und Steigen des Waſſers, oder die ſogenante Ebbe und Fluth, welche an den Ufern faſt aller Meere, die mit dem Ocean durch eine weite Oefnung eine hinlängliche Gemeinſchaft haben, mit der Würkung eines Zugs des Mondes ſo gut überein, daß wir nicht zweifeln können, daß würklich dieſer Zug wenigſtens die vornehmſte Urſache derſelben ſeyn müſſe. Alles übrige, ſo zur Erklärung der Ebbe und Fluth geſagt wird, iſt entweder den Geſetzen der Natur oder den Erſcheinungen, oder beiden zugleich zuwider.

Die Sonne ziehet das Waſſer der Seen ebenfals an.

§. 796. Es richtet ſich aber die Ebbe und Fluth auch zugleich augenſcheinlich nach der Sonne. Denn das Waſſer wird mehr gehoben, und die Axe des von demſelben gebildeten Eys LN wird länger, wenn die von C nach der Sonne gezogene gerade Linie, oder ihre Verlängerung, nahe bey dem Monde vorbey gehet, und wir alſo den vollen oder neuen Mond haben; und viel kleiner, wenn die nach beiden Lichtern aus C gezogene geraden Linien einen beinahe rechten Winkel mit einander einſchlieſſen, das iſt, zur Zeit der Mondviertel: und zugleich hat die gröſſere oder kleinere Abweichung der Sonne von dem Gleicher auf den Ueberſchuß der gröſſern Höhen des Waſſers über die kleinſten, einen gar merklichen Einfluß. Hieraus iſt zu ſchlieſſen, daß alle Theile unſerer Erde, und mit denſelben das Waſſer, eben ſowohl nach der Sonne gezogen werden, als nach dem Monde, und daß jene vor ſich in die über und über mit Waſſer bedeckten Kugel eben ſo würken, und dadurch ihre Geſtalt eben ſo verändern müſſe wie dieſer. Es würde die Sonne, wenn ſie allein würkte, aus dieſem Waſſer eben ſowohl ein Ey bilden, und die Axe dieſes Eys würde, bey dem täglichen Umlaufe der Sonne um die Erde, die Sonne eben ſo verfolgen, wie dieſes bey dem Monde geſchiehet. Es kan aber T.X.F.146. dieſes von der Sonne gebildete Ey lange nicht ſo ſehr von einer Kugel abweichen, und nicht ſo länglich ausfallen, als das von dem Monde gebildete, da die Würkung, welche die Sonne bey der Ebbe und Fluth äuſſert, überhaupt beträchtlich kleiner gefunden wird, als die, ſo von dem Monde herrühret.

Erſcheinungen und Schlüſſe.

§. 797. Aus beiden Urſachen, welche immer zugleich würken, entſtehet eine Geſtalt, die aus den zwoen, deren eine der Mond, die andere aber die Sonne, jedes für ſich, dem Waſſer beyzubringen bemühet ſind, gleichſam gemiſcht iſt, wobey alles auf den Stand des Mondes in Anſehung der Sonne ankomt. Befindet ſich der Mond in eben der durch den Mittelpunct der Erde gezogenen geraden Linie, in welcher die Sonne ſtehet, oder nahe dabey, welches ſich in jedem Neumond und Vollmond ereignet, ſo fallen auch die Axen der Waſſereyer beinahe zuſammen. Es wird alſo die Würkung des Mondes durch den Zug der Sonne befördert, das Waſſer wird mehr gehoben, als es der Mond allein heben könte, und der Unterſchied zwiſchen dem hohen und niedrigen Waſſer wird ſtärker. Schlieſſet aber die von dem Mittelpuncte der Erde nach dem Monde gezogene Linie, mit der von dannen nach der Sonne gezogenen, beinahe einen geraden Winkel ein: ſo durchkreuzen die Axen der beiden länglichten Geſtalten einander mit einem Winkel von eben der Gröſſe. Es trägt alſo die Sonne ihr hohes Waſſer dahin, wo das niedrige des Monds ſtehet; ihr niedriges aber ſetzt ſie an den Ort des hohen Waſſers des Mondes. Dadurch wird jenes Waſſer da, wo es auſſerdem am niedrigſten ſtehen würde, erhöhet, ſeine gröſſere Höhe aber wird vermindert, und die Geſtalt deſſelben überhaupt der Rundung einer Kugel näher gebracht. Zugleich aber wird auch die Axe des durch beide Würkungen zugleich gebildeten Waſſereyes von der Stelle abgeneiget, in welche ſie der Mond allein geſetzt haben würde, und derjenigen genähert, in welche ſie fallen würde, wenn die Sonne allein würkte; doch ſo, daß ſie der vorigen Stelle näher bleibt, als der letztern, denn auch bey dieſem Umſtande muß der Mond mehr würken, als die Sonne.

§. 798. Die übrigen Fälle in welchen die von dem Mittelpuncte der Erde nach dem Monde und nach der Sonne gezogene gerade Linien einen Winkel einſchlieſſen, der zwar an ſich beträchtlich iſt, aber auch von einen rechten Winkel merklich abwei-

T.X.F.146. abweichet, werden hieraus leicht beurtheilet, und man ſiehet ſogleich, daß überhaupt die Geſtalt des Waſſers und die Lage ſeiner Axe der erſten der eben beſchriebenen deſto näher kommen müſſe, je kleiner der Winkel iſt, welcher die Entfernung des Mondes von der Sonne angiebt, und der leztern, je weniger dieſer Winkel von einem geraden abweichet. Wird nun zugleich die Abweichung der Sonne von dem Gleicher in Betrachtung gezogen, und auf die gröſſere oder kleinere Entfernung der Sonne und des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde, deren erſtere die anziehende Kraft ſchwächet, die leztere aber ſtärker machet, mit geſehen, ſo kommen die Folgen, welche aus allen dieſen flieſſen, mit den ſich an den Seeküſten, täglich, monatlich und jährlich ereignenden Umſtänden der Ebbe und Fluth ſo gut überein, als es bei der würklichen Beſchaffenheit der Oberfläche unſerer Erdkugel, an welcher (795) das Feſte mit dem Flüßigen ſo ſonderbar abwechſelt, kaum zu erwarten war.

§. 799. Die Kraft, mit welcher das Waſſer von dem Monde und der Sonne zugleich gehoben wird, kan eben nicht groß ſeyn, da daſſelbe an verſchiedenen Inſuln, welche in den groſſen Weltmeeren weit von dem feſten Lande entfernet liegen, und ſelbſt an den Küſten verſchiedener Länder, nicht über vier bis ſechs Schuhe hoch zu ſteigen und zu fallen pfleget. Denn daß an einigen europäiſchen Küſten, die Fluth zuweilen eine Höhe von 50 und mehrern Schuhen erreichet, iſt der beſondern Lage dieſer Küſten zuzuſchreiben, an welchen ſich das zuflieſſende Waſſer ſtöſſet, und darüber ſo hoch aufſchwillt. Es iſt aber dasjenige, ſo insbeſondere die Sonne zu dieſem Steigen beiträgt, bei weiten nicht die ganze Kraft, mit welcher ſie die Erde an ſich ziehet. Sie rühret, wie wir bei dem Monde geſehen haben, nur von dem Ueberſchuße her, mit welchem die Theile der Erde, die von der Sonne weniger oder mehr entfernet ſind als ihr Mittelpunct, mehr oder weniger gegen dieſelbe gezogen werden, als die um dieſen Mittelpunct liegende, und richtet ſich nach dem Unterſchiede der gröſſern oder kleinern dieſer Entfernungen, von der mittlern. Da nun aber in einer runden Zahl die Entfernung der Erde von der Sonne 20000 halbe Durchmeſſer der Erde ausmachet, und alſo kein Theil derſelben um mehr als den zwanzigtauſenden Theil des Ganzen, der Sonne näher, oder von ihr weiter entfernet ſeyn kan, als der Mittelpunct der Erde von ihr entfernet iſt: ſo kan auch der Theil der anziehenden Kraft der Sonne, welcher zur Erhebung des Waſſers angewendet wird, nur ein ſehr geringer Theil derjenigen

jenigen ſeyn, mit welcher ſie in die ganze Erde würket (788). Dennoch iſt jene Kraft an dem Waſſer ſo ſehr merklich, daß ſie von Männern, welche mit ſich den Beobachtungen der Ebben und Fluthen beſonders beſchäftiget haben, zwiſchen die Hälfte und ein Drittel derjenigen geſetzt wird, welche der Mond zum Steigen des Waſſers anwendet. Wie groß muß alſo die ganze Kraft ſeyn, mit welcher die Erde von der Sonne, und alſo dieſe hinwiederum von der Erde angezogen wird? T.X.F.146.

Was erhält die Erde in ihrer Entfernung von der Sonne?

§. 800. Gleichwohl fält die Erde nicht auf die Sonne, welches auſſerdem ſo gewiß geſchehen würde, als ein ſchief in die Luft geworfener Ball gerade gegen die Erde fält, ſo bald ihm die Bewegung, mit welcher er in der Luft ſeinen gekrümten Weg beſchreibt, durch dieſen oder jenen Widerſtand entzogen wird. Es muß eine Gegenkraft da ſeyn, welche die Erde in ihrer Entfernung von der Sonne erhält, und dieſe muß ſowohl in die Sonne als in die Erde würken. An ſich iſt einem jeden Körper, welchen wir kennen, der Zuſtand der Ruhe und der Zuſtand der Bewegung gleichgültig: und er folget einer jeden Kraft, welche bemühet iſt, ihn aus jenem in dieſen zu verſetzen, oder ſeine Bewegung zu verändern. Wolte ja jemand die Sonne hievon ausnehmen, ſo würde er doch nicht den geringſten Grund finden, dieſes auch mit der Erde zu thun, deren Theile alle mit der angezeigten Eigenſchaft begabet ſind, die man ihre Trägheit nennet, welche ſich überhaupt von dem Begriffe eines Körpers nicht abſondern läßt, ohne daß er aufhöre einen wahren und eigentlichen Körper vorzuſtellen. Zwar vereiniget die Schwere einen jeden Theil der Erde mit dem Ganzen, und widerſtehet einer jeden Kraft, welche bemühet iſt denſelben von dem übrigen Klumpen abzuſondern. Allein dadurch erhält blos die Erde, ſo weit es ihre Feſtigkeit erlaubet, die Geſtalt einer Kugel: und keinesweges kan durch die Kraft der Schwere der Mittelpunct der Erde an ein gewiſſes Punct des unbegränzten Raums gebunden, und in demſelben unbeweglich erhalten werden; wie dieſes die Alten von dem Mittelpuncte ihrer Weltkugel annahmen, welchen ſie als die unterſte Stelle des ganzen Gebäudes anſahen, und auf dieſe willkührliche Benennung die Lehre gründeten, daß, da alle ſchwere Körper beſtändig unterwärts gehen, auch die ganze Erde um dieſes unterſte Punct unbeweglich ruhen müſſe. An eine andere Kraft aber, welche von auſſen an der einen Seite in die Erde, und an der andern in die Sonne, dergeſtalt würkte, daß dadurch dieſe Körper in der gehörigen Entfernung von einander gehalten würden, kan ſchwerlich mit einiger Wahrſcheinlichkeit gedacht werden.

T.X.F.146. §. 801. Erinnern wir uns aber des ſchief in die Luft geworfenen Ball (787), welcher in derſelben den Bogen *ADE* beſchreibt, ohne von dem Puncte *D* dieſes Bogens, bei welchem er ſich in einem gewiſſen Zeitpuncte befindet, nach der Linie *DF* gerade unterwärts zu fallen, wie er doch, vermöge ſeiner Schwere zu thun bemühet iſt; ſo kan uns das leichteſte, ja das einzige ſchickliche Mittel, welches die Erde in ihrer Entfernung von der Sonne erhalten kan, nicht verborgen bleiben. Wenn man ſich vorſtelt, daß die Linie *BA*, nach der Seite *A* verlängert, die Sonne erreiche, ſo durfte die Erde nur ein vor allemal, nach einer geraden Linie *AC*, welche mit der *AB* den Winkel *BAC* von beliebiger Gröſſe einſchlieſſet, in Bewegung geſezt werden. Die anziehende Kraft der Sonne wird die Erde, welche vermöge ihrer Trägheit bemühet iſt, mit einer gleichförmigen Bewegung nach der *AC* fortzugehen, gleich anfangs von dieſer Linie abbringen, und ihrem Mittelpuncte eine andere Richtung geben, welche eine merkliche Zeitlang zu verfolgen, ihn eben die anziehende Kraft verhindern wird. Da eben dieſes auch in jedem der folgenden Augenblicke ſtatt hat, ſo wird der Mittelpunct der Erde einen um die Sonne gekrümten Bogen beſchreiben, welcher, wenn die anziehende Kraft wohl gemäßiget wird, und der Winkel *BAC*, ſamt der Geſchwindigkeit des Wurfs nach *AC*, die gehörige Gröſſe bekomt, zu einem die Sonne umgebenden Cirkelkreiſe, einer Ellipſe oder andern dergleichen geſchloſſenen Linie werden kan, in welcher die Erde ihre Bewegung immer fortſezet, wenn nicht einige Nebenurſachen ſie von derſelben abbringen.

§. 802. Aber die Sonne, welche wenn ſie ein wahrer Körper, und nicht, nach der ſich ſelbſt widerlegenden Vorſtellung einiger Alten, eine bloſſe Erſcheinung iſt, die entſtehet und verſchwindet; eben ſowohl von der Erde angezogen wird, als ſie dieſe anziehet, muß ebenfals eine Bewegung haben, welche ſie in jedem Zeitraume ſo weit von der Erde entfernet, als ſie, vermöge dieſer anziehenden Kraft, ſich derſelben nähern würde. Wie dieſes geſchehen könne, läßt ſich begreifen, wenn T. XI. Fig. 147. wir uns um den Mittelpunct *C* (*Tab. XI. Fig.* 147.) zween Cirkelkreiſe beſchrieben vorſtellen, und einen beliebigen Halbmeſſer des einen *AC* von dem Mittelpuncte *C*

bis

bis an den Umkreis des andern in *B* verlängern, alsdenn aber *A* die Erde und *B* die Sonne bedeuten laſſen, und annehmen, daß dieſe Körper beide, jeder in ſeinem Kreiſe, ſich dergeſtalt bewegen, daß die von dem Mittelpuncte des einen an den Mittelpunct des andern gezogene gerade Linie, ſo wie *AB*, immer durch den gemeinſchaftlichen Mittelpunct der Kreiſe *C* gehe. Denn der Körper *A* iſt bemühet von *A* nach der *Aa* fortzugehen, welche gerade Linie ſeine Bahn bei dem Puncte *A* berühret, welches nicht geſchehen kan, ohne daß er ſich von dem Mittelpuncte *C*, und folgends auch von dem Körper *B* entferne; welcher *B* ſeines Orts ſich ebenfals bemühet in der *Bb* fortzurücken, und ſich dadurch von dem Puncte *C* und dem Körper *A* zu entfernen. Befinden ſich nun die beiden Körper immer zugleich in einer geraden Linie, welche durch *C* gehet; ſo iſt auch die anziehende Kraft des Körpers *B* einer würklichen Entfernung des *A* von *C* immer gerade zuwider. Wenn alſo dieſe anziehende Kraft ſo ſtark würket, daß ſie in jedem auch noch ſo kleinen Zeitraume den Körper *A* dem *C* um ſo vieles nähert, als er ſich in eben der Zeit von demſelben *C* entfernet haben würde, wenn er, vermöge ſeiner Trägheit in der *Aa* fortgegangen wäre; ſo wird der Körper *A* würklich in ſeiner cirkelrunden Bahn erhalten: und eben dieſes leiſtet auch die anziehende Kraft des *A* bey dem Körper *B*. Iſt aber dieſes, ſo bewegen ſich eigentlich die Körper *A*, *B* beide um *C*; und es kan von jedem derſelben geſagt werden, er bewege ſich um den andern, wenn man dieſen andern als unbeweglich anſiehet.

T. XI. Fig. 147.

Umſtändlichere Erklärung der Bewegung zweener mit einander verbundener Körper.

§. 803. Eine genaue Betrachtung wird alles deutlicher machen, und uns nach und nach die Urſachen der Bewegungen entdecken, die wir an den himliſchen Körpern wahrnehmen. Es wird geſetzt, daß ſich bei den Körpern *A*, *B* alles ſo verhalte, wie wir geſehen haben, daß es eingerichtet ſeyn müſſe, wenn ſich dieſelben beide, jeder in ſeinem Kreiſe, bewegen ſolten. Wenn nun bei dieſer Bewegung der eine Körper aus ſeinem Orte *A* in *D* übergegangen iſt, ſo hat der andere in eben der Zeit den Bogen *BE* beſchrieben, welcher mit jenem zwiſchen den Linien *AB*, *DE* lieget, die einander bei dem gemeinſchaftlichen Mittelpuncte *C* durchkreuzen. Es ſind alſo dieſe in eben der Zeit beſchriebene Bogen *AD*, *BE*, ſo groß ſie auch ſeyn mögen, einander ähnlich und haben gleichviele

T. XI. Fig. 147. Grade und Theile der Grade; woraus folget, daß auch die ganzen Umkreiſe von den Körpern A, B in einerley Zeit beſchrieben werden. Die anziehende Kraft würket, wenn ſich die Körper bei A, B befinden, in dieſelbe nach AC, BC. Es muſten alſo die Linien aD, bE, welche dieſe Richtung angeben ſollen, der AB parallel gemacht werden, wodurch die Winkel a und b gerade wurden, weil die bei A und B gerade ſind. Da nun auch die bei C einander entgegen geſetzten Winkel gleich ſind; ſo ſind drey Winkel des Vierecks $ACDa$ gleich dreyen Winkeln des Vierecks $BCEb$, alſo iſt auch der vierte CDa gleich dem vierten CEb. Es haben aber auch die Seiten AC, DC zu den Seiten CB, CE einerley Verhältniß, weil jene ſowohl als dieſe einander gleich ſind. Demnach ſind dieſe Vierecke $ACDa$, $BCEb$ durchaus ähnlich, und wir haben $Da : Eb = AC : CB$, ſamt verſchiedenen andern Proportionen, welche dieſe Aehnlichkeit darbiethet. Dieſes iſt bei einer jeden Gröſſe der ſpitzigen Winkel an dem Puncte C richtig. Wenn man ſich aber dieſe Winkel unendlich klein vorſtellet, und dadurch auch die Bogen AD, BE ſamt den Seiten der Vierecke Aa, Da; Bb, Eb ohne Ende vermindert: ſo wird aD der Raum, um welchen ſich der Körper A in der Zeit, in welcher er für ſich die Aa beſchrieben hätte, dem Puncte C nähern muß, damit er den Bogen AD beſchriebe; und eben die Bewandniß hat es auch mit der unendlich kleinen BE, um welche ſich der Körper B dem Puncte C in eben der Zeit nähert. Wir haben (784) geſehen, daß wenn man ſich unter eben den Buchſtaben A, B die Maſſen dieſer Körper vorſtellet, ſeyn werde: $aD : bE = B : A$. Da wir alſo hatten $aD : bE = AC : CB$; ſo iſt auch $AC : CB = B : A$, und der Punct C iſt der Mittelpunct der Maſſen dieſer Körper.

§. 804. Es folgt hieraus, daß zween Körper A und B, zu welchen C der Mittelpunct der Maſſen iſt, nachdem ſie nach den Directionen Aa, Bb, welche beide auf die AB perpendicular, aber einander entgegen geſetzt ſind, dergeſtalt angeſtoſſen worden ſind, daß die Wege Aa, Bb welche ſie mit den dadurch erhaltenen Bewegungen in eben der Zeit zurück legen, ſich umgekehrt wie ihre Maſſen, oder wie AC zu BC, verhalten, ſo nehmlich, daß $Aa : Bb = B : A = AC : BC$; daß, ſage ich, dieſe Körper, von einer Kraft, mit welcher ſie einander anziehen, allerdings gezwungen werden können, ſtatt der geraden Linien Aa, Bb die Bogen AD, BE, in eben der Zeit zu beſchreiben, in welcher ſie

T. XI. Fig. 147.

jene beſchrieben haben würden: indem dazu nicht mehr erfordert wird, als daß die anziehende Kraft des Körpers B in der nehmlichen Zeit den Körper A dem C genau um die aD nähere, weil alsdenn auch B dem C um die bE genähert werden wird. Iſt nun der Körper A in dem Bogen AD bey D angelangt, und B bey E, ſo ſind dieſe Körper eben ſo bemühet, nach den geraden Linien, welche die Bogen bei dieſen Puncten D und E berühren, fortzugehen, als ſie eine dergleichen Bemühung bei A und B hatten, und können durch die fortgeſetzte Würkung der anziehenden Kraft von dieſen Berührungslinien in die Cirkelkreiſe zurückgebracht, oder vielmehr verhindert werden, daß ſie dieſe, der von der Trägheit herrührenden Bemühung ſich von denſelben zu entfernen, ohngeachtet, nie würklich verlaſſen. Und da dieſes von jeden andern Puncten der zween Kreiſe richtig iſt, in welchen die Körper A, B zugleich anlangen, ſo können endlich dieſe Kreiſe ganz, und mehr als einmal beſchrieben werden. Man ſiehet dieſes würklich an zween Körpern, welche dergeſtalt mit einem Bande verknüpft ſind, daß ſie beſtändig in eben der Entfernung AB von einander bleiben müſſen, wenn man ſie in die hier beſchriebene Bewegung ſetzet, indem die unveränderliche Länge AB die Körper keine andere, als Cirkelbogen, um den Mittelpunct ihrer Maſſen C beſchreiben läßt.

§. 805. Iſt die Kraft, mit welcher die Körper A, B einander anziehen, zu klein oder zu groß, als daß ſie in der angegebenen Zeit den A aus a genau in D, und den B aus b genau in E bringen konte; ſo können dieſe Körper freylich keine Cirkelkreiſe beſchreiben, die einen gemeinſchaftlichen Mittelpunct C haben. Und wenn die Linien Aa, Bb, nach welchen die Körper anfänglich in Bewegung geſetzt werden, der AB nicht perpendicular ſind, ſo werden die von denſelben beſchriebene Bahnen auch nicht nothwendig Cirkelbogen. Allein wenn nur (*T. XI. Fig.* 148.) dieſe Linien Aa, Bb einander parallel ſind, und alſo beide in eben die Fläche fallen, in welche alsdann auch AB und der Mittelpunct der Maſſen fallen muß, und dabey das übrige in Acht genommen wird, ſo voraus geſetzt worden iſt; ſo werden die Vierecke $ACDa$, $BCEb$ einander dem ohngeachtet ähnlich, weil auch nunmehro alle Winkel des einen ſo groß ausfallen, als die Winkel des andern, und, da $Aa : Bb = AC : BC$, auch die übrigen zwo Seiten der Vierecke gegen einander die gehörige Verhältniß haben müſſen, die nehmlich, bei welcher die Proportionen $aD : bE = AC : BC$ *T. XI. Fig.* 148.

T. XI. Fig. 148. und $DC : EC = AC : BC$ beide richtig ſind. Da alſo wie vorher $aD : bE = B : A$, ſo iſt auch gegenwärtig $AC : BC = B : A$, und alſo C der Mittelpunct der Maſſen der Körper A, B. Aus der Proportion $DC : EC = AC : BC$, welche immer ſtatt hat, ſo groß oder klein auch die Aa, Bb genommen werden mögen, folgt, daß die zwo krumlinichten Figuren ACD, CBE einander ähnlich ſind. Bei der Fortſetzung der Bewegung von den Puncten B und E geſchiehet eben dergleichen. Es bleiben alſo die zwo von den Körpern A, B um das Punct C dergeſtalt beſchriebenen Figuren einander ähnlich, ſo ſehr auch die Bogen AD, BE nach und nach anwachſen mögen.

§. 806. Dieſes ſind die Geſetze, welche jede zween einander anziehende oder ſonſt mit einander verknüpfte Körper beobachten müſſen, wenn ſie ſich beide, ohne einer weitern Beihülfe, um ein unbewegliches Punct herum bewegen ſollen. Die Bahnen, welche ſie bei dieſer Bewegung beſchreiben, müſſen beide ganz in eine und eben dieſelbe unbewegliche Fläche fallen: das Punct, welches dieſe Bahnen umgeben, muß der Mittelpunct der Maſſen der Körper ſeyn, und alſo eine durch die beiden Körper gezogene gerade Linie immer auch durch daſſelbe hindurchgehen: die Figuren aber, welche zwo dergleichen Linien mit den dazwiſchen liegenden Theilen der Bahnen einſchlieſſen, müſſen einander ähnlich werden. Uebrigens komt es bei der eigentlichen Geſtalt der Bahn AGH, welche der Körper A um den Punct C beſchreibet, auf die Stärke der anziehenden Kraft an, welche der Körper B in jeder Entfernung von dem A äuſſert, und dadurch dieſen A dem Puncte C nähert. Wenigſtens läſſet ſich auſſer dieſer Entfernung AB kein anderer Umſtand mit einiger Wahrſcheinlichkeit gedenken, nach welchem ſich die Stärke des Zugs, und die davon herrührende Gröſſe der Da, richten ſolte, von deren Verhältniß gegen Aa doch die Krümmungen bei dem Puncte A, und allen übrigen, welche der Bahn ihre eigentliche Geſtalt geben, lediglich herrühren. Nach dem die Würkung der anziehenden Kraft in verſchiedenen Entfernungen nach dieſen oder andern Geſetzen wächſet und abnimt, wird auch die Linie $AGHK$ auf unzählige Arten verändert, und ſie kan entweder, wie der Umkreis eines Cirkels oder einer Ellipſe, ſich wieder an ihren Anfang anſchlieſſen, oder bei verſchiedenen Umläufen um das Punct C anders und anders gekrümmet ſeyn. In dem erſtern Falle wird durch einen einzigen Umkreis eine ebene Figur begränzet, welche einen Cirkel

T. XI. Fig. 148.

oder einer Ellipſe mehr oder weniger gleich ſiehet; in dem letztern aber keinesweges; ob wohl auch eine dergleichen Linie ſich nach mehr oder weniger Umläufen wieder an ihren Anfang anſchlieſſen kan.

Der Grundſatz hiezu.

T. XI. Fig. 149.

§. 807. Uebrigens wird bey dieſen Betrachtungen auf einen Grundſatz gebauet, welcher bereits in dem vorhergehenden, wenigſtens zum Theil, als bekant angenommen worden iſt, in ſeinem ganzen Umfange aber ſich alſo ausdrücken läßt: Wenn ein Punct oder Körper *A* (*Tab. XI. Fig.* 149.) ſich in einer geraden Linie *AB* gleichförmig bewegen würde, wenn ihn nicht eine andere Bewegung von dieſer *AB* beſtändig nach Linien entfernete, die ſämtlich in eben der Fläche der *AC* parallel ſind, welche mit *AB* den willkührlichen Winkel *BAC* einſchlieſſet: ſo nimt dieſer Punct oder Körper *A* würklich den Weg *AD*, welcher beſtimmet wird, wenn man die *BD*, um welche er ſich von der *AB* in der Zeit entfernet hat, in der er vermöge ſeiner erſten gleichförmigen Bewegung aus *A* in *B* übergegangen wäre, von dem Puncte *B* an, der *AC* parallel machet, und mit den übrigen Entfernungen, als *bd*, eben ſo verfähret; ſo daß immer die Bewegung durch *Ab*, und die Entfernung um *bd*, in gleichen Zeiten geſchehen. Dergeſtalt, und dergeſtalt allein, können die Würkungen beider Bewegung zugleich beſtehen, wie ſie thun müſſen, weil keine die andere aufhebt.

§. 808. Der Weg *AD* wird gerade, und von dem Puncte oder Körper *A* mit einer gleichförmigen Bewegung beſchrieben, wenn auch die andere Bewegung gleichförmig iſt, mit welcher ſich dieſer Punct oder Körper *A* von der *AB* nach Richtungen entfernet, die ſämtlich der *AC* parallel liegen. Denn in dieſem Fall iſt durchaus, und zu jedem Puncte *b*, $AB : Ab = BD : bd$, welches nicht ſeyn könte, wenn nicht *AD* gerade wäre. Iſt aber *AD* eine gerade Linie, welche von den Parallelen *bd*, *BD* geſchnitten wird, ſo iſt auch $AB : Ab = AD : Ad$, und alſo die Bewegung durch *AD* gleichförmig: welche gleichförmige Bewegung durch *AD* demnach der Körper *A* immer erhalten wird, wenn demſelben zwo ebenfalls gleichförmige Bewegungen beygebracht werden, die erſte nach *AB*, und die zweite nach *AC*, durch was für Mittel dieſes auch geſchehen mag, wenn nur die Geſchwindigkeit der erſten dieſer Bewegungen ſich zu der zweiten wie *AB* zur *BD* verhält, und alſo dieſe zwo Linien, vermittelſt jeder derſelben insbeſondere, in eben der

T. XI. Fig. 149. der Zeit beſchrieben werden müſſen. Zwar folget aus dem Beweiſe, daß auch in dem Falle, da die Bewegungen durch AB, AC nicht gleichförmig ſind, die AD gerade ſeyn könne, indem dazu nicht mehr erfordert wird, als daß zu einer jeden Gröſſe der AB die Proportion $AB : Ab = BD : bd$ ſtatt finde. Es bleibt aber alsdenn die Geſchwindigkeit, mit welcher AD beſchrieben wird, nicht durchaus einerley.

§. 809. Iſt nur die Bewegung nach AB gleichförmig, nicht aber die nach der AC gerichtete, mit welcher ſich der Körper A von AB nach Linien entfernet, die ſämtlich der AC parallel ſind; ſo iſt der Weg AD immer eine krumme Linie. Wäre dieſe Linie gerade, ſo würde die Proportion $AB : Ab = BD : bd$ ſtatt haben, und alſo auch die Bewegung nach der AC gleichförmig ſeyn. Es kan aber die Geſchwindigkeit, mit welcher ein Körper in einer geraden Linie fortgehet, nicht geändert werden, wenn nicht in demſelben eine von ſeiner Trägheit ganz verſchiedene Kraft von auſſen würket: und wenn in jedem Augenblicke eine Veränderung in der Geſchwindigkeit vorgehen ſoll, ſo muß dieſe Kraft, ununterbrochen, in einem fortwürken, wie dieſes würklich die Schwere thut. Treibet eine dergleichen Kraft den Körper A nach der AC, und jeder derſelben parallel laufenden bd, ſo wird der Weg BD, welchen er nimmet, gewiß gekrümmet, und dieſes deſto mehr, je länger die Zeit iſt, in welcher die Kraft würket, und je mehr dadurch, in jedem beſondern Theile dieſer Zeit, die Geſchwindigkeit nach AC geändert wird. Iſt alſo dieſe leztere Veränderung immer gering, ſo kan auch in einer beträchtlichen Zeit der Weg AD kaum merklich gekrümmet werden. Noch viel unmerklicher aber wird die Krümmung, wenn auch die Zeit klein iſt. Es kan nicht einmal die Veränderung, welche in einer ſehr kurzen Zeit bey der Geſchwindigkeit vorgehet, beträchtlich ſeyn, und mit einer deſto gröſſern Zuverſicht können wir eine jede Bewegung, die nur eine unendlich kleine Zeitlang währet, als geradlinicht und gleichförmig anſehen. So viel zu einer mehrern Erläuterung: wir können nun in unſerer Betrachtung fortfahren.

Die Zeiten der Bewegung nach einem Puncte getriebener Körper.

T XI. Fig. 150. §. 810. Wenn ein Körper A (*Tab. XI. Fig.* 150.) ſich in dem Zuſtande einer gleichförmigen Bewegung nach AB befindet, mit welcher er für ſich dieſe AB in der Zeit t durchlaufen würde, er wird aber zugleich beſtändig nach dem

Puncte

T. XI. Fig. 150.

Puncte C gezogen, durch welches und die Linie AB die Fläche der Zeichnung hindurchgehet, ſo daß der Körper A ſich in eben der Zeit t dem C um die BD nähert, welche der AC parallel iſt, und alſo in derſelben Zeit würklich den Weg AD beſchreibet: ſo würde er, wenn mit Verflieſſung der Zeit t die anziehende Kraft zu würken aufhörte, nach der in E verlängerten AD fortgehen, und in derſelben den dem AD gleichen Weg DE in einer Zeit von eben der Länge t zurücklegen. Es würden aber auch die auf die gleichen Grundlinien AD, DE geſetzten Dreyecke ACD, DCE, deren Spitzen bey C zuſammenſtoſſen, einander gleich ſeyn. Wird aber, in dieſem zweiten Zeitraume von der Gröſſe t, der Körper ebenfals nach C gezogen, und dadurch gezwungen, ſich dieſem Puncte C nach der Richtung DC um EF zu nähern, die der DC parallel lieget; ſo beſchreibet er nunmehro den Weg DF in eben der Zeit. Die Dreyecke EDC, FDC aber, welche beide auf der Grundlinie DC, zwiſchen den Parallelen DC, EF liegen, werden einander ebenfals gleich, und alſo auch das Dreyeck DCF gleich dem ACD. So iſt es immer. Der Körper A iſt in dem nächſten Zeitraume von der Gröſſe t bemühet ſeinen Weg durch $FG = DF$ fortzuſetzen. Wenn er alſo in eben der Zeit ſich dem C um die FH nähert, welche der FC parallel iſt, ſo bekömt das Dreyeck FCH eben die Gröſſe des ACD; dem FCH wird wieder das nächſte dergeſtalt erzeugte Dreyeck gleich, und ſo weiter. Der ganze aus den geraden Linien AD, DF, FH ... zuſammengeſetzte Weg aber wird ein Theil des Umfangs einer ebenen geradlinichten Figur, welche die von ihren Ecken an das Punct C gezogenen geraden Linien in gleiche Dreyecke theilen. Werden nun die Seiten AD, DF, FH und ſofort ohne Ende vermindert, ſo verwandelt ſich der aus geraden Linien zuſammengeſetzte Umfang in eine krumme Linie, in welcher, wie in allen andern, jedes Punct als eine Ecke angeſehen werden kan; welches wohl erwogen den Schluß giebt: Wenn ein beſtändig nach einem Puncte C (T. XI. Fig. 151.) gezogener oder ſonſt getriebener Körper A, in einer durch dieſen Punct C gelegten Ebene, durch ſeine Bewegung eine krumme Linie $ABDEF$ beſchreibet: ſo ſchlieſſen jede zween in gleichen Zeiten beſchriebene Theile dieſer Linie BD, EF, mit den von ihren äuſſerſten Puncten, B, D und E, F nach dem C gezogenen geraden Linien gleiche Ausſchnitte BCD, ECF ein: ſind aber die Zeiten in welchen die Theile BD, EF beſchrieben werden, ungleich, ſo verhalten ſich die Ausſchnitte BCD, ECF wie die Zeiten, in welchen ſie beſchrieben werden.

T. XI. Fig. 151.

T.XI.F.151. §. 811. Wenn alſo die Bahn der Umkreis eines Cirkels iſt, und das Punct *C*, nach welchem der bewegte Körper beſtändig getrieben wird, in dem Mittelpuncte deſſelben lieget: ſo werden, da alle Ausſchnitte eines Cirkels, deren Bogen gleich ſind, eben die Gröſſe haben, auch die Zeiten, in welchen dieſe gleichen Theile der Bahn beſchrieben werden, einander immer gleich ſeyn. Es bleibt alſo die Geſchwindigkeit, mit welcher der Körper in dem Umkreis ſeines Cirkels fortgehet, immer ebendieſelbe; und da er mit derſelben nach jedem Umlaufe wieder bei dem Puncte anlangt, von welchem er bei deſſen Anfange ausgegangen iſt: ſo muß ſich dieſe Bewegung ohne Veränderung ſo lange erhalten, als nichts von auſſen in den bewegten Körper würket. Eben die Bewandniß hat es auch mit den zween T. XI. Fig. 147. 148. in der 147 Zeichnung vorgeſtelten Körpern *A*, *B*, welche ihre Cirkelkreiſe um den Mittelpunct der Maſſen *C* beſchreiben, und ſo lang, auſſer der hier betrachteten, keine andere Kraft in dieſelbe würket, vermöge ihrer Trägheit, mit einerley Geſchwindigkeit ohne Aufhören beſchreiben werden.

§. 812. Auch ſiehet man leicht, daß, bei einer völligen Abweſenheit einer äuſſern Kraft, die Bewegung der in der 148ſten Zeichnung vorgeſtelten Körper *A*, *B* um den Mittelpunct ihrer Maſſen *C* ohne Ende fortdauren müſſe, wenn die von denſelben um dieſen Punct *C* beſchriebenen Figuren *FGHK*, *fghk* von der Art ſind, daß ſie, wie die Ellipſen, vermittelſt einer durch *C* gezogenen Axe *FH* in die Theile *FGH*, *HKF*; *fgh*, *hkf* zerſchnitten werden können, welche einander gleich und ähnlich ſind, und dergeſtalt an der Axe *FH* liegen, daß wenn, bei unveränderter Lage der Puncte *F*, *H*; *f*, *h*, man einen derſelben um die *FH* herumkehret, er endlich völlig mit dem andern zuſammen fällt. Wir ſtellen uns dieſe Bahnen durchaus ohne Ecken vor, welche ſie bei den Scheiteln *F*,*H*,*f*,*h* haben würden, wenn ſie nicht daſelbſt mit rechten Winkeln an die Axe anliefen. In einer dergleichen Bahn kan zwar die Geſchwindigkeit des Körpers *A*, welcher dieſelbe beſchreibt, bei jedem Puncte der Hälfte *FGH* verſchieden ſeyn, weil, wenn man dieſelbe in eine beliebige Zahl gleicher Theile theilt, alle wie *ACD* zu dieſen Theilen gebildete Ausſchnitte ihre beſondere Gröſſe bekommen können. Es iſt aber auch einem jeden Puncte dieſer Hälfte *A* in der andern Hälfte der Bahn *HKF* ein Punct *M* entgegen geſetzt, welches in Abſicht auf die Axe *FH* eben die Lage hat, und, wenn man es mit *C* verknüpfet, den Winkel *MCF* giebt, welcher dem *ACF* gleich iſt. Bei dieſem Puncte *M* bewegt ſich der Körper mit eben der Geſchwinſchwindigkeit, welche er bei *A* hatte. Er langet alſo auch bei *F* mit eben der Geſchwindigkeit an, mit welcher er ſich anfangs von dieſem Puncte entfernete, und beſchreibt die Bahn das zweitemal in einer eben ſo langen Zeit, als er brauchte, ſie das erſtemal zu beſchreiben. Eben dieſe Bewandniß hat es auch mit dem dritten vierten und allen folgenden Umläufen. Bei andern Körpern, welche mit einem einzigen Umlaufe eine ebene Figur umſchlieſſen, ſind wenigſtens die ganzen Zeiten dieſes Umlaufs einander gleich, als welche immer durch die Gröſſe des Inhalts dieſer Figur angegeben werden, und der Körper gehet bei jedem Puncte ſeiner Bahn immer mit eben der Geſchwindigkeit in derſelben fort: und was dergleichen Umſtände mehr ſind, deren beſondere Betrachtung hier ſehr überflüßig wäre. *T. XI. Fig. 147. 148.*

Bewegung des Mittelpuncts der Maſſen.

§. 813. Wenn nun die zween Körper *A* und *B* (*T. XI. Fig.* 147. 148.) welche ſich um den Mittelpunct ihrer Maſſen *C* herum bewegen, und um denſelben ähnliche Figuren beſchreiben, was dieſe auch für eine Geſtalt haben mögen, beide mit eben der Geſchwindigkeit in eine neue Bewegung geſetzt werden, deren Richtung für beide Körper eben dieſelbe iſt, ſo, daß die beiden Körper, vermittelſt der neuen Bewegung allein, nach Parallellinien gehen würden, die entweder in die Fläche der krumlinichten Bahnen der Körper *A*, *B* fallen, oder ſich von dieſer nach rechten oder ſchiefen Winkeln entfernen können: ſo wird dadurch in der Kreisbewegung, welche die Körper *A*, *B* vorher hatten, nichts weiter geändert, als daß ſie, mit Beybehaltung derſelben, auch der neuen geradlinichten Bewegung folgen, und würklich zugleich, nach der Richtung der Parallelen, mit der empfangenen Geſchwindigkeit fortgehen werden. Die Wege, welche die Körper mit der aus beiden zuſammengeſetzten Bewegung, würklich beſchreiben werden, ſind aus den oben (744) erklärten, welche die Planeten um die Erde nehmen würden, wenn ſich die Sonne in einem Jahre um dieſelbe bewegte, indem jeder Planet in ſeinem beſondern Kreiſe um dieſe herumläuft, zu beurtheilen. Daß aber die Sache ſelbſt ſich ſo verhalte, wird geſchloſſen, wenn man erweget, daß zween oder mehrere, nach eben der Richtung, das iſt, nach geraden Linien die einander parallel laufen, mit einerley Geſchwindigkeit fortgehende Körper, mit dieſer gemeinſchaftlichen Bewegung auf keinerley Art in einander würken können; da dieſelbe weder die Körper einander nähert, noch von einander entfernet, ſondern die

T. XI. Fig. 147. 148. Ordnung, in welcher dieſe ſich befinden würden wenn ſie nicht da wäre, ungeändert läßt. Bei ſo geſtalten Sachen muß allerdings den Körpern ihre vorige Bewegung ungeſtört verbleiben, und derſelben nur die neue geradlinichte zugeſetzt werden: ſo wie wir dieſes ohngefehr bei einer Taſchenuhr finden, deren Räder ſich um ihre Axen drehen, und zugleich einer jeden Bewegung folgen, welche von dem, der die Uhr bei ſich trägt, derſelben den ganzen Tag über beygebracht wird.

§. 814. Wenn nun der Zuſammenhang der Körper *A*, *B* ſich in dem erklärten Zuſtande, der aus der krumlinichten um *C* und der geradlinichten zuſammengeſetzten Bewegung, befindet; ſo beſchreiben nicht nur die Körper *A*, *B* würklich krumme Linien, ſondern es thut dieſes auch ein jedes Punct der Linie *AB*, auſſer dem einzigen Mittelpuncte der Maſſen *C*, welches, bei der erſtern Bewegung allein, nicht aus ſeiner Stelle gewichen wäre. Es hat alſo dieſer Punct *C* die letztere geradlinichte Bewegung allein, und gehet würklich nach der Richtung und mit der Geſchwindigkeit dieſer den Körpern *A* und *B* beygebrachten neuen Bewegung. Dadurch wird es leicht ſich von der Bewegung des ganzen Zuſammenhangs eine deutliche Vorſtellung zu machen, und dieſe mit Worten geſchickt auszudrücken. Man muß die Lage der geraden Linie angeben, in welcher der Mittelpunct der Maſſen *C* fortrücket, ſamt der Geſchwindigkeit dieſer gleichförmigen Bewegung; und ſodann die krumme Linie *FGHK* beſtimmen, in welcher einer der bewegten Körper *A* um *C* herumläuft, ſamt der Zeit, in welcher er dieſelbe ganz beſchreibet. Denn es wird geſetzt, daß dieſe *FGHK* von der Art derjenigen krummen Linien ſey, welche mit einem einzigen Umfange eine ebene Figur einſchlieſſen. Iſt beides bekant, ſo kan zu einem jeden Zeitpuncte der Ort des Körpers *A* in ſeiner Bahn geſchloſſen werden, wenn nur derjenige bekant iſt, bei welchem er ſich in einem andern ebenfals gegebenen Zeitpuncte befunden hat, welcher *F* ſeyn mag. Denn es verhält ſich die ganze Zeit des Umlaufs zu derjenigen, welche verflieſſet, indem der Körper aus *F* in *A* übergehet, wie der ganze von der Bahn *FGHK* umſchloſſene Raum, zu dem Ausſchnitte *FCA*. Wird alſo aus dieſer Proportion der Inhalt des Ausſchnittes berechnet, und hernach in einer Zeichnung, oder auch nur in der Einbildung, der Winkel *FCA* ſo groß gemacht, daß der Ausſchnitt *FCA* dieſen Inhalt würklich bekomt; ſo iſt *A* der verlangte Ort des Körpers. Man ſiehet aber leicht, daß noch viele Schwierigkeiten zu überſtei-

überſteigen ſind, ehe wir hierinne bis zur Ausübung gelangen können. Die Bahn $fgkb$ des Körpers B iſt der $FGKH$ ähnlich, und in derſelben B dem A immer gerade entgegengeſetzt. Dadurch wird der Ort des Körpers B mit dem Orte des A zugleich gegeben.

T. XI. Fig. 147. 148.

§. 815. Bey den angezeigten Umſtänden alſo, wenn nehmlich die beiden mit einander durch eine anziehende Kraft verbundnen Körper A, B zugleich nach den einander gerade entgegengeſetzten Richtungen Aa, Bb angeſtoſſen werden, und dadurch die angezeigten Geſchwindigkeiten erhalten, mit welchen ſie vor ſich nach dieſen Richtungen fortgehen würden; es würket aber zugleich in dieſe Körper A, B eine andere Kraft, welche ſie mit einerley Geſchwindigkeit beide nach eben der Richtung treibet: werden dieſe Körper immer in dem Zuſtande der umſtändlich beſchriebenen zuſammengeſetzten Bewegung verſetzt, in welchem ſie verharren, bis ein Widerſtand, oder ſonſt eine von auſſen in die Körper würkende Kraft denſelben verändert. Wie aber, wenn die mit einander verbundene Körper A, B andere Bewegungen erhalten, als wir ihnen bisher zugeſchrieben haben, ſolche nehmlich, deren Richtungen einander nicht parallel ſind, oder deren Geſchwindigkeiten nicht in der angegebenen Verhältniß ſtehen? Ich antworte, die Bedingung iſt unmöglich; man mag die beiden mit einander verbundenen Körper A, B (*Tab. XI. Fig.* 152. 153.) anſtoſſen wie man will, auch nach Richtungen die nicht in eine und eben dieſelbe Fläche fallen können; es werden die Bewegungen, welche ihnen dadurch beygebracht werden, ſich immer in ſolche zerfällen laſſen, aus welchen der beſchriebene Zuſtand des ganzen Zuſammenhangs erfolgen muß, wenn wir nur die Fälle nicht ausſchlieſſen, in welchen eine der beiden Bewegungen mangelt, und entweder die beiden Körper A, B blos um den Mittelpunct ihrer Maſſen C herumlaufen, ohne daß dieſer C aus ſeiner Stelle weiche: oder eben der Punct C nach einer geraden Linie fortgehet, ohne daß ſich die Körper A, B um denſelben drehen.

T. XI. Fig. 152. 153.

§. 816. Denn wenn der Körper A nach der Richtung Aa fortzugehen bemühet iſt, und B nach der Richtung Bb, ſo daß ſie, jeder mit ſeiner gleichförmigen Bewegung, dieſe Linien Aa, Bb, welche immer in verſchiedenen Flächen liegen mögen, zugleich beſchreiben, und es iſt C der Mittelpunct der Maſſen A und B bey ihrer anfänglichen Lage: ſo wird für den Zeitpunct, in welchem ſich der

T. XI. Fig. 152. 153. Körper A in a, B aber in b befindet, der Mittelpunct der Maſſen gefunden, wenn man nur ab ziehet, und dieſe bey c in der Verhältniß $AC : CB$ theilet. Denn weil $AC : CB = B : A$, ſo wird bey dieſer Theilung auch $ac : cb = B : A$, und alſo allerdings c der Mittelpunct der Maſſen. Es iſt alſo, indem A in a übergegangen iſt, und B in b, der Mittelpunct der Maſſen dieſer Körper aus C in c übergetreten: und man kan immer Cc ſo klein annehmen, daß ſie zu einer geraden Linie wird, weil die Aa, Bb ſo kurz angenommen werden können, als man will, ohne etwas in den Schlüſſen zu ändern. Wird nun durch c die DE der AB parallel gezogen, wie auch durch A die AD, und durch B die BE, parallel der Cc; ſo fällt das Parallelogram DB ganz in die Ebene, in welcher Cc lieget, und es iſt $Dc = AC$, wie auch $cE = CB$. Man verknüpfe Da und Eb. Die daher entſtehende Dreyecke ADa, BEb werden nicht in die Ebene des Vierecks DB fallen, wenn nicht die Seiten Aa, Bb in derſelben liegen, welches nicht angenommen wird. Bey dem allen kan das Dreyeck ADa immer zum Parallelogram DF, und das Dreyeck BEb zum Parallelogram EG ergänzet werden. Dieſe Parallelogrammen aber zeigen, daß die dem Körper A eingedrückte Bewegung durch Aa aus den zwoen AD und AF zuſammengeſetzt werden können; und die dem B eingedrückte durch Bb, aus den zwoen BE, BG. Die zwo Bewegungen AD, BE ſind einander gleich, und ihre Richtung iſt der Cc parallel. Was aber die Bewegungen nach AF und BG anlangt, ſo iſt die Linie AF der Da gleich und parallel, wie auch BG der Eb. Dieſe Da, Eb aber liegen beide in der Fläche, ſo durch die zwo einander bey c ſchneidenden Linien ab, DE hindurch gehet, und bilden mit denſelben die Dreyecke Dca, Ecb, deren Winkel bey c einander gleich ſind, die Seiten $Dc : cE$ aber und $ac : cb$ einerley Verhältniß $AC : CB$ haben. Es ſind alſo dieſe Dreyecke ähnlich, und Da iſt der Eb parallel, wie auch $Da : Eb = Dc : Ec = AC : CB = B : A$. Eben dieſe Bewandniß hat es alſo auch mit den Linien AF, BG, welche die Richtung und die Geſchwindigkeit der zwo übrigen aus den nach Aa, Bb hergeleiteten Bewegungen angeben: und es wird würklich, indem dem Körper A die Bewegung nach Aa, und dem B die nach Bb beygebracht wird, nicht nur der Mittelpunct der Maſſen C nach Cc, mit der durch dieſe Linie ausgedrückten Geſchwindigkeit in Bewegung geſetzt: ſondern es haben auch die übrigen Bewegungen nach AF, BG die zu dem Umlaufe der Körper A, B um eben den Punct C erforderliche Bedingungen.

§. 817. Eben dieſe Schlüſſe finden auch ſtatt, wenn *Aa* oder *Bb* nichts iſt, das iſt, wenn nur einer der beiden mit einander verbundenen Körper *A*, *B* nach dieſer oder jener Seite in Bewegung geſetzt wird, da ſie vorher beide ruheten. Hieraus folget, daß die aus der geradlinichten und krumlinichten zuſammengeſetzte Bewegung, von welcher hier die Rede iſt, jeden zween mit einander verbundenen Körpern von einer jeden Urſache beygebracht werde, welche ein vor allemal in dieſelbe würket, und ſie hernach, ohne weitere Veränderung, in ihrem Zuſtande läßt, in welchem alsdann die Körper, vermöge ihrer Trägheit und der beſtändig würkenden anziehenden Kraft allein, immer verharren werden. Es können alſo zween mit einander verbundene Körper in der Zeit, in welcher keine äuſſere Kraft in dieſelbe würket, gar keine andere Bewegung haben. Und wenn die Körper einmal in dieſe Bewegung geſetzt ſind, ſo kan die Würkung einer äuſſern Kraft keine andere ſeyn, als entweder eine Veränderung der Geſchwindigkeit und der Richtung des Mittelpuncts der Maſſen, oder eine Abweichung von dem Wege, welchen auſſerdem der Körper *A* um *C* genommen haben würde, und von den Geſchwindigkeiten, mit welchen er die verſchiedenen Theile deſſelben durchlaufen muſte. Werden von der äuſſern Kraft die Körper *A*, *B* beide nach eben der Richtung und mit eben der Geſchwindigkeit getrieben, ſo gehet blos die erſtere Veränderung bey der Bewegung des Mittelpuncts der Maſſen vor. Sind aber die Richtungen, nach welchen die Kraft in die beiden Körper *A*, *B* würket, einander nicht parallel, und alſo verſchieden, oder iſt die Geſchwindigkeit, welche dieſen Körpern in eben dem Zeitpuncte beygebracht wird, nicht immer von einerley Gröſſe; ſo erfolget auch die zweite Abweichung, gemeiniglich mit der erſten Veränderung zugleich, zuweilen aber auch ohne derſelben. *T. XI. Fig. 152. 153.*

Anwendung auf den Mond, die Erde und die Sonne.

§. 818. Da uns nun die Ebbe und Fluth faſt augenſcheinlich zeiget, daß die Erde von dem Monde angezogen werde, gleichwie aus der Bewegung deſſelben um die Erde zu ſchlieſſen iſt, daß ihn dieſe hinwiederum anziehe; ſo müſſen würklich beide Körper nach den angezeigten Geſetzen, um den Mittelpunct ihrer Maſſen herumgehen, welcher ruhen, oder mit einer gleichförmigen Bewegung nach einer geraden Linie fortrücken würde, wenn ſonſt keine Kräfte von auſſen in den Mond und die Erde würkten. Wir finden aber eine dergleichen Kraft an der Sonne, welche die Erde ebenfals anziehet, und von derſelben gezogen wird. Es müſſen

alſo

T. XI. Fig. 152. 153. alſo wenigſtens dieſe zween Körper, die Sonne und die Erde, ſich ebenfals, auf die beſchriebene Art, um den Mittelpunct ihrer Maſſen herum bewegen; welches die Erde nicht thun kan, wenn ſie nicht beſtändig aus einer geraden Linie, in welcher ſie vermöge ihrer Trägheit die Bewegung fortzuſetzen bemühet iſt, gegen die Sonne gezogen, und dadurch dem Mittelpuncte der Maſſen um ſo vieles genähert würde, als die von jener Bewegung herrührende Entfernung beträget. Würkte alſo die anziehende Kraft der Sonne nicht auch in den Mond, ſo wäre nichts vorhanden, ſo dieſen beynahe in eben der Entfernung von der Sonne erhalten könte. Er müſte, ſeiner Verbindung mit der Erde ohngeachtet, bey der Annäherung der Erde an die Sonne, zurück bleiben, und alſo an der Seite, da er den Einwohnern der Erde mehr oder weniger voll erſcheinet, ſich immer mehr von der Erde entfernen; an der entgegengeſetzten aber, da ſich die Erde demſelben nähert, müſte ſeine Entfernung von dieſer immer kleiner und kleiner werden. Die Folgen von dieſer beſtändigen Entfernung an der einen und Annäherung an der andern Seite ſind leicht zu überſehen: und es iſt an ſich unbegreiflich, wie die anziehende Kraft der Sonne blos in die Erde würken, und den derſelben ſo nahe liegenden Mond vorbey gehen ſolte. Ja es folgt aus den angeführten Schlüſſen, daß auch die Würkungen der anziehenden Kraft der Sonne, welche ſie bey der Erde und bey dem Monde äuſſert, in ſoferne beynahe einerley ſeyn müſſen, daß ſich die beiden gezogenen Körper in eben der Zeit derſelben faſt gleich ſtark nähern. Der Mond befindet ſich in ſeinen Vierteln, da er uns zur Hälfte erleuchtet erſcheinet, ſo weit von der Sonne entfernet, als die Erde. Indem er von dem erſten Viertel durch den Ort des Vollmonds zum letzten übergehet, iſt er von der Sonne mehr entfernet als die Erde: von dem letzten Viertel aber gehet er durch den Ort des Neumonds, in einer geringern Entfernung, nach dem erſten Viertel. Wenn alſo nur der Mond bey ſeinen Vierteln, der Sonne ſo ſtark genähert wird, als dieſe; ſo mag immerhin die anziehende Kraft der Sonne in einer kleinern Entfernung ſtärker, und in einer gröſſern ſchwächer würken. Es können die Folgen der ſchwächern Würkung, welche dieſe Kraft in der durch den Ort des Vollmonds gehenden Hälfte der Bahn des Monds äuſſert, gar wohl durch die Folgen der ſtärkern in der andern durch den Ort des Neumonds gehenden Hälfte, wenigſtens beynahe erſetzt, und alſo die allzuſtarken Entfernungen des Monds von der Erde verhindert werden. Die Sache ſelbſt zwingt uns anzunehmen, daß dieſes ſich alſo verhalte.

§. 819.

§. 819. Da die Richtung, nach welcher der Mond gegen die Sonne gezogen wird, derjenigen faſt völlig parallel liegt, nach welcher die anziehende Kraft in die Erde würket; ſo würde, wenn auch die von derſelben herrührenden Geſchwindigkeiten, mit welchen ſich dieſe Körper der Sonne nähern, in jedem Zeitpuncte vollkommen gleich wären, der Mittelpunct der Maſſen derſelben in eben dem Zeitpuncte mit eben der Geſchwindigkeit gegen dieſelbe anrücken. Nun hat aber dieſe Gleichheit bey den Mondvierteln würklich ſtatt. Es beſchreibet, wenn uns der Mond zur Hälfte erleuchtet ſcheinet, der Mittelpunct der Maſſen deſſelben und der Erde einen Theil der Bahn, welchen die Erde um den Mittelpunct ihrer Maſſe und der Maſſe der Sonne beſchreiben würde, wenn ſie nicht durch ihre Verbindung mit dem Monde daran gehindert würde: und dieſe Bahn iſt, wie wir wiſſen, beynahe ein Theil des Umkreiſes eines Cirkels. *T. XI. Fig. 152. 153.*

§. 820. Es ſey C (*Tab. XI. Fig.* 154.) ein Punct der Bahn, welche die von dem Monde befreyte Erde beſchreiben würde, und CS die von demſelben nach der Sonne laufende gerade Linie, welcher die TL durch C perpendicular iſt. In dieſer Linie befinde ſich der Mittelpunct der Erde bey T, der Mond bey L, und der Mittelpunct der Maſſen beider Körper ſey C: der um C beſchriebene kleine Kreis aber ſtelle die Bahn vor, welche der Mittelpunct der Erde um C beſchreibet, indem der dieſem T immer gerade entgegengeſetzte Mond, zugleich um eben das Punct C herumgehet, und alſo im erſten Viertel erſcheinet, wenn ſich der Mittelpunct der Erde in T befindet, voll, wenn dieſer ſich bey P aufhält, im letzten Viertel, wenn der Mittelpunct der Erde bey O anlangt, und ſo weiter. Die Erde würde in der Zeit des erſten Mondviertels, welches die Zeichnung vorſtellt, ſich bey C befinden, wenn ſie der anziehenden Kraft der Sonne frey folgen könte, ohne von dem Monde daran gehindert zu werden: und dieſen Ort C giebt die Rechnung an, wenn bey derſelben auf die von dem Monde herrührende Abweichung nicht geſehen wird. Von dieſem Orte iſt der Mittelpunct der Erde zu der Zeit um CT entfernet, indem er vor dem C vorhergehet, in dem letzten Viertel aber, da ſich der Mittelpunct der Erde in O befindet, verfolget er den C in der Entfernung CO, welche der CT beynahe gleich iſt. Dieſe CT oder CO nun wird aus der Sonne in einem Winkel geſehen, welchen die genauſten Aſtronomen auf 7 bis 8 Secunden ſetzen, und ſich deſſelben würklich bedienen, wenn ſie den Ort des Mittelpuncts der Erde für einen gewiſſen Zeitpunct, aus dem C, *T. XI. Fig. 154.*

T. XI. Fig. 154. welchen eine vorläufige Rechnung gibt, mit aller möglichen Richtigkeit beſtimmen wollen. Nun ſind zwar die Beobachtungen nicht vermögend uns zu überführen, daß bey den angenommenen 7 bis 8 Secunden ganz und gar kein Fehler begangen worden ſey. Sie benähmen uns aber doch die Furcht vor einer groben Abweichung, und wir können in ſoferne die angegebene Gröſſe des Winkels, in welchem CT oder CO aus der Sonne geſehen wird, für richtig annehmen.

§. 821. Der halbe Durchmeſſer der Erde erſcheinet der Sonne in einem Winkel von 8,7 Secunden, oder etwas dergleichen. Solte alſo auch um T ein Cirkel beſchrieben werden, welcher die Erde in ihrer wahren Verhältniß gegen das übrige vorſtellet, ſo müſte derſelbe das Punct C einſchlieſſen: welches zu erkennen gibt, daß dieſer gemeinſchaftliche Mittelpunct der Maſſen der Erde und des Monds, zwar eben nicht ſehr von der Oberfläche der Erde entfernet ſey, aber doch innerhalb derſelben falle; und wir können beynahe der CT zu dem Halbmeſſer der Erde die Verhältniß 7 zu 8 zuſchreiben. Wird nun die Entfernung des Monds von der Erde auf ſechzig Halbmeſſer der Erde geſetzt, ſo folgt hieraus ferner, daß CL ohngefehr 70 mal ſo gros ſey als CT, etwas mehr oder weniger, nachdem die Sätze, auf welche die Rechnung gegründet wird, mehr oder weniger von der Wahrheit abweichen. Verhält ſich aber CT zur CL wie 1 zu 70, ſo hat auch die Maſſe des Monds zu der Maſſe der Erde eben die Verhältniß, weil ſonſt C nicht der Mittelpunct der Maſſen dieſer beiden Körper ſeyn könte, und die Maſſe des Monds beträgt nicht mehr als $\frac{1}{70}$ der Maſſe der Erde: ſo daß, wenn die Maſſe der Erde durch 1 ausgedrückt, die beiden Maſſen zuſammen $1\frac{1}{70}$ oder $\frac{71}{70}$ ausmachen werden.

§. 822. Wenn wir aber die Maſſe der Erde T, und die Maſſe des Monds L nennen, und uns vorſtellen, daß ein kugelrunder Körper, deſſen Maſſe die Summe von beiden $T + L$ beträgt, mit ſeinem Mittelpuncte in C geſetzt worden ſey: ſo iſt blos aus den bisherigen Betrachtungen zu ſchlieſſen, daß die Kraft, mit welcher dieſer in C geſetzte Körper von der Sonne angezogen wird, und dieſelbe anziehet; derjenigen, mit welcher die Erde und der Mond zuſammen angezogen werden und ziehen, beynahe gleich ſeyn müſſe, in welchem Stande ſich auch dieſe beiden Körper T und L in Abſicht auf die Sonne befinden mögen. Denn

daß

T. XI. Fig. 154. daß bey einem jeden Stande derſelben die Richtung der anziehenden Kraft beynahe der von C nach dem Mittelpuncte der Sonne laufenden CS parallel ſeyn werde, iſt bisher immer vor bekant angenommen worden, als eine Folge aus der Kleinigkeit des Winkels, in welchem ein in die Sonne geſetztes Auge die gröſte Entfernung des Monds von der Erde ſehen würde (529). Wenn nun aber die Erde in T und der Mond in L ſtehen, alwo ſie von der Sonne mit einerley Geſchwindigkeit angezogen werden: ſo wird wenn V die gemeinſchaftliche Geſchwindigkeit iſt, mit welcher in dieſem Stande die Erde, der Mond, und der Punct C ſich der Sonne nähern, die Kraft, mit welcher die Erde gezogen wird, durch das Product aus ihrer Maſſe und dieſer Geſchwindigkeit, TV angegeben, und diejenige, welche in den Mond würket, durch LV: alſo die Summe von beiden durch $TV+LV$. Die Kraft des Zuges aber, welchem der in C geſetzte Körper ausgeſetzt iſt, wird eben ſo aus ſeiner Maſſe $T+L$ und aus eben der Geſchwindigkeit V, durch $(T+L)V$ ausgedrücket, welches mit dem vorigen völlig einerley bedeutet. Befindet ſich aber die Erde bey t in einer geringern Entfernung von der Sonne, als ſie bey T hatte, und iſt alſo die Geſchwindigkeit, welche ihr nunmehro von der anziehenden Kraft der Sonne beygebracht wird, gröſſer als die vorige, ſo daß man ſich dieſelbe unter $V+v$ vorſtellen kan: ſo ſtehet der Mond bey l derſelben gerade entgegen, die Geſchwindigkeit, mit welcher er, von der anziehenden Kraft der Sonne gezwungen, ſich dieſer nähert, iſt kleiner als die er bey L hatte, und kan durch $V-u$ angegeben werden. Es verhält ſich aber die tm, um welche die Erde bey t der Sonne näher iſt als bey T, zur ln, um welche der Mond bey l mehr von der Sonne entfernet iſt, als bey L, wie tC zur lC, das iſt, wie die Maſſe L zu der Maſſe T, und es iſt kein grober Fehler zu befürchten, wenn wir annehmen, daß auch die Verhältniß $v:u$ der Verhältniß $tm:ln$ gleich ſey, weil doch in einer gröſſern Entfernung die Geſchwindigkeit, welche die anziehende Kraft einem Körper beybringt, immer abnehmen ſoll. Hieraus aber folget, daß auch ſeyn werde $v:u = L:T$, und alſo $u = \frac{Tv}{L}$. Demnach wird die Stärke der anziehenden Kraft, welcher die Erde bey t ausgeſetzt iſt, durch $T(V+v)$ oder $TV+Tv$ beſtimmet; die Stärke derjenigen aber, welche in den Mond bey l würket, anſtatt $L(V-u)$ oder $LV-Lu$, durch $LV-Tv$ angegeben. Die Summe von beiden iſt $TV+LV$ wie vorher, und eben der Beweis gilt auch für einen jeden andern Stand des Monds und der Erde.

T. *XI. Fig.* 154. §. 823. Hieraus folget, daß *C*, der Mittelpunct der Maſſen *T* und *L* ſich mit der Sonne zugleich beynahe vollkommen ſo um ein anderes Punct bewegen müſſe, wie dieſes geſchehen würde, wenn würklich dieſe Maſſen *T*, *L* in eine den Punct *C* umgebene Kugel auf die erklärte Art zuſammen gebracht wären. Dieſes Punct aber, um welches ſich der alſo herausgebrachte Körper *C* und die mit demſelben verbundene Sonne drehen würden, iſt kein anderer als der Mittelpunct der Maſſen $T+L$ an der einen, und der Maſſe der Sonne an der andern Seite. Um welchen gemeinſchaftlichen Mittelpunct der drey Körper alſo *C*, der Mittelpunct der Maſſen der Erde und des Mondes, herumgehen wird, indem dieſe zween Körper ſelbſt um denſelben ihre Kreiſe beſchreiben. Die Bahn dieſes Puncts *C* liegt, ohne einen beträchtlichen Fehler, durchaus in der Fläche der Ecliptic. Da aber der Mond von dieſer Fläche der Sonnenbahn abweichet, indem er ſich in der einen Hälfte ſeines Umlaufs diſſeits, und in der andern jenſeits derſelben aufhält; ſo muß auch der Mittelpunct der Erde, welcher bey dieſer Bewegung immer dem Monde gerade entgegen geſetzt bleibt, an der andern Seite von dieſer Fläche ausſchweifen: wiewohl, wegen ſeiner geringen Entfernung von dem Puncte *C*, nur um etwas weniges.

Schluß auf den Umlauf der Erde.

§. 824. Wir ſehen aus dieſem allen, daß die Geſetze der Bewegung es keinesweges zulaſſen, daß wir uns den Mittelpunct der Erde in Ruhe gedenken. Dieſe abſolute Ruhe aber, nach welcher der Mittelpunct der Erde ſich nie von einem gewiſſen Puncte des unendlichen Raums entfernen ſolte, iſt eigentlich dasjenige, ſo die Alten durch ihre Vernunftſchlüſſe zu behaupten ſuchten, welchen noch immer viele unerfahrne beyfallen, die keine Schwierigkeit finden würden, dieſe oder jene Bewegung der Erde zuzugeben, wenn ſie ſich nur überhaupt überwinden könten, dieſelbe in ihren Gedanken auſſer dem Zuſtande der vollkommenen Ruhe zu ſetzen, in welcher ſie uns unſere Augen vorſtellen. Uebrigens kan der Mittelpunct der Erde, wie ein jeder anderer Punct, nur eine einzige Bewegung haben, mit welcher er in dem unendlichen Raume eine krumme Linie beſchreibt, die, ſo verſchiedentlich gebogen und ſo wunderlich in einander geſchlungen ſie auch ſeyn mag, doch immer in einem fortläuft; ob ſie wohl, wenn alles in der äuſſerſten Strenge genommen wird, ihren erſten Anfang vielleicht nie wieder erreichet. Wir können uns aber von einer dergleichen Bewegung ſchwerlich einen deutlichen Begrif machen, wenn wir uns nicht verſchiedene einfachere Bewegungen vorſtellen, die leichter zu überſehen ſind, und aus dieſen den Begrif jener wahren Bewegung ohngefehr ſo zuſammen ſetzen, wie hier geſchiehet, da wir dem Puncte C einen Umlauf um den Mittelpunct der Maſſen der Erde der Sonne und des Monds zuſchreiben, und zugleich den Mittelpunct der Erde um dieſes Punct C herumgehen laſſen. *T. XI. Fig.* 154.

§. 825. Bei der Beſtimmung der übrigen Umſtände dieſer Bewegung komt es vornehmlich darauf an, daß wir die Entfernung des gemeinſchaftlichen Mittelpuncts der Erde des Monds und der Sonne, von dem Mittelpuncte dieſer letzten, ſo gut als es unſere bisherige Einſicht erlauben will, ausfindig machen. Es ſey S (*Tab. XII. Fig.* 165.) die Sonne, C der Körper deſſen Maſſe der Maſſe der Erde und des Mondes zuſammen gleich iſt, und G der zu entdeckende Mittelpunct der Maſſen dieſer beiden Körper. *T.XII. Fig.* 165. Wird nun die Maſſe der Erde durch 1 ausgedrückt, ſo haben wir geſehen, daß die Maſſe des Körpers C beynahe $\frac{71}{70}$ ſeyn werde, oder auch 1,014. Was aber die Sonne S anlangt, ſo können wir wohl die Gröſſe ihres Körpers mit der Gröſſe der Erde vergleichen, nach dem (316) gefunden worden iſt, daß der Durchmeſſer derſelben beynahe 112 mal ſo groß ſey, als der Durchmeſſer der Erde. Denn da von 112 die Cubiczahl iſt 1404928, ſo zeiget dieſe an, daß ſo viele Körper von der Gröſſe unſerer Erde zuſammen geſetzt werden müſten, einen andern, der ſo groß iſt als die Sonne, auszumachen. Es kan aber hieraus die Maſſe der Sonne nicht geſchloſſen werden, wenn uns nicht auch die Dichtigkeit oder Denſität der Materie bekant iſt, welche durch den gefundenen Raum gleich ausgetheilt, eine Maſſe, die der Maſſe der Sonne gleich iſt, geben würde. Allein ob wir wohl dieſe Dichtigkeit noch zur Zeit nicht wiſſen, ſo können wir doch dieſelbe durch den Buchſtaben D anzeigen, indem wir dieſen die Zahl bedeuten laſſen, welche angiebt, wie vielmal dieſe Dichtigkeit gröſſer oder kleiner ſey, als die Dichtigkeit der Erde. Alsdenn wird die Maſſe der Sonne aus der Maſſe der Erde durch $1404928\,D$ ausgedruckt: und die Verhältniß des Körpers C zu S wird 1,014 zu $1404928\,D$, oder, wenn beiderſeits durch 1,014 dividirt wird, $1 : 1385530\,D$. Nun verhalten ſich dieſe Maſſen, wie die Entfernung der Körper von dem geſuchten

T.XII. Fig. 165. Puncte G. Es iſt alſo $GS : GC = 1 : 1385530\,D$, woraus geſchloſſen wird: $D = \frac{GC}{1385530.\,GS}$.

§. 826. Dieſer Ausdruck nun, welcher die Zahl D genau angeben würde, wenn uns die Verhältniß $GC : GS$ bekant wäre, kan gebraucht werden, dieſe Verhältniß wahrſcheinlich zu beſtimmen, indem wir diejenigen Verhältniſſe verwerfen, welche die Sonne unglaublich dünne machen, dergleichen die iſt, welche folgt wenn man ſetzet $GC = 10\,GS$. Denn hierdurch wird $D = \frac{1}{138553}$: wer kan aber zugeben, daß die Materie, aus welcher die Sonne beſtehet, 138553 mal dünner ſey, als die Materie unſerer Erde? Wenn geſetzt wird $GC = 10000\,GS$, ſo wird $D = \frac{1}{138,553}$; und es müſte die Materie der Sonne mehr als 138 mal dünner ſeyn als die Erde, welches eine Dichtigkeit iſt, in welche ſelbſt unſere Luft durch einen nicht allzuſtarken Druck verſetzt werden kan. Es wird ſchwerlich zu viel ſcheinen, wenn wir GS in Anſehung der GC noch zehnmal kleiner machen, und alſo ſetzen $GC = 100000\,GS$, indem dadurch komt $D = \frac{1}{13,8553}$, welches die Sonne noch 13 bis 14 mal dünner macht, als die Erde. Wir werden ſehen, daß auch dieſe Dichtigkeit zu klein ſey, und D nur ohngefehr $\frac{1}{4}$ betrage. Es iſt aber die Verhältniß $GC = 100000\,GS$, oder, welches faſt eben das iſt, $CS = 100000\,GS$, zu unſerm gegenwärtigen Zwecke hinlänglich.

§. 827. Die Entfernung der Erde von der Sonne CS beträgt nach unſerer Rechnung (315) 23984 halbe Durchmeſſer der Erde. Wird dieſe Zahl durch 112 getheilet, ſo wird eben die Entfernung durch die Zahl der in derſelben enthaltenen Halbmeſſer der Sonne ausgedrückt, welche demnach 214 iſt. Der hunderttauſenſte Theil hievon 0,00214 beträgt kaum mehr als $\frac{1}{500}$ des Durchmeſſers der Sonne, und wir werden bald ſehen, daß auch dieſes zu viel ſey. Bei ſo geſtalten Sachen weichet der Körper der Sonne, indem ſein Mittelpunct um den Mittelpunct der Maſſen G herumgehet, faſt gar nicht aus ſeinem Orte, und

und der durch dieſe Bewegung beſchriebene Kreis iſt ſo klein, daß man ihn kaum mit demjenigen, welchen ein Durchſchnitt durch den Mittelpunct der Sonne zum Vorſchein bringt, in Vergleichung ſtellen kan, ſondern beinahe als ein bloſſes Punct anſehen muß; welches die Bewegung dieſes Mittelpuncts der Sonne vollens vernichtet. In dieſem Verſtande iſt es alſo wahr, daß die Sonne beſtändig an ihrem Orte verharre, indem der Punct *C*, und mit demſelben die Erde, um dieſelbe herumgehet. Wenigſtens würde ſich die Sache ſo verhalten, wenn die übrigen himliſchen Körper, welche mit der Sonne eben ſowohl verbunden ſind, als die Erde und der Mond, indem ſie dieſelbe anziehen und von ihr angezogen werden, nichts darinne änderten. *T. XII. Fig. 165.*

§. 828. Nun ſetzet zwar jeder Hauptplanet, und jeder Comet den Mittelpunct der Sonne, bei ſeinem Umlaufe, in eine eben dergleichen Bewegung, als die Erde; und wenn der Hauptplanet ſeine Nebenplaneten hat; ſo vermehren dieſe die Würkung deſſelben eben ſo, wie dieſes der Mond bei der Erde thut. Es kan, zum Beyſpiel, die von dem Jupiter und ſeinen Trabanten herrührende Bewegung dieſer Art vor ſich ſtärker ſeyn als die, welche die Erde ſamt dem Monde der Sonne beybringt; und wenn einer oder der andere von den übrigen Planeten, oder ein Comet, den Mittelpunct der Sonne vor ſich in eine geringere Bewegung ſetzet, ſo kan doch dadurch die vorige vermehret, und der Mittelpunct der Sonne gezwungen werden, einen gröſſern Kreis zu beſchreiben. Man ſiehet aber leicht, daß dieſe Vermehrung nur alsdenn ſtatt haben könne, wenn ſich die beiden Körper in Abſicht auf die Sonne an eben der Seite befinden; und daß immer der eine die Würkung des andern vermindern müſſe, wenn die Sonne in der von jenem nach dieſem gezogenen geraden Linie zwiſchen beiden ſtehet. Da alſo es ſich gar ſelten zuträgt, daß die Erde ſamt allen übrigen Hauptplaneten ſich beynahe an eben der Seite der Sonne befinden ſolten, und, wenn die Cometen mit dazu genommen werden, ſchwerlich jemals; ſo kan auch die von dem Zuge aller dieſer Körper herrührende Bewegung der Sonne gar nicht groß ſeyn, ſo daß derſelben ohngeachtet man in dem angezeigten Verſtande ſagen kan: die Sonne verharre immer an dem nehmlichen Orte.

* * *

Der
Aſtronomiſchen Vorleſungen
Vierzehnter Abſchnitt.
Ergänzung des Zuſammenhangs der Sonne und ihrer ſechzehn Planeten.

Wie die Stellen der Hauptplaneten angegeben werden.

§. 829.

Die Bewegung der Erde um den Mittelpunct der Sonne wird auch durch andere Gründe beſtätiget, die nach und nach folgen werden. Was aber die bisher gegebene Erklärung des Zuſammenhangs der Hauptplaneten mit der Sonne anlangt, ſo iſt dieſelbe zwar bei weiten nicht hinlänglich vor einen jeden gegebenen Zeitpunct die Entfernung eines derſelben von dem Mittelpuncte der Erde, oder ſeinen Stand in Anſehung der übrigen, in welchen wir ihn von unſern Beobachtungsplatze ſehen, ſeine Länge und Breite, mit einer zuverläßigen Richtigkeit anzugeben. Wir ſtellen uns noch zur Zeit die Bahnen aller dieſer Körper in der Fläche der Ecliptic vor; indem wir die Fläche der Bahn eines jeden derſelben, ſo lang um ihre Knotenlinie gegen die Fläche der Ecliptic neigen, bis ſie ganz mit dieſer zuſammen fält; wodurch den Planeten alle Breite entzogen wird, ſowohl die, in welcher ein in die Sonne geſetztes Auge dieſelbe ſehen würde, als auch diejenige, welche wir, die wir ſie von der Erde betrachten, denſelben zuſchreiben. Zur Beſtimmung ihrer Längen aber, und den Unterſchied derſelben, *T. XI. Fig. 155.* wird die Ecliptic um den Mittelpunct der Sonne *S* (*T. XI. Fig.* 155.) mit einem ſo groſſen Radius beſchrieben, daß die ganze Verfaſſung aller Hauptplaneten, und

und alſo auch der Mittelpunct eines jeden, wo er ſich auch befinden mag, T. XI. Fig. 155. als ein Mittelpunct derſelben angeſehen werden kan. Dieſes enthält bey der Freyheit, die wir haben den Radius immer gröſſer und gröſſer zu nehmen, nichts widerſprechendes: man kan ſich aber auch die Ecliptic um eben den Mittelpunct S in einer mäßigen Gröſſe gezeichnet, und in ihre Zeichen und deren Theile getheilt, vorſtellen, wenn man ſich nur vorbehält, dieſe mäßige Ecliptic, nachdem es die Sache erfordert, hernach dergeſtalt zu verſetzen, daß ihr Mittelpunct in den Mittelpunct der Erde oder eines andern Planeten falle; wenn nur bei dieſer Veränderung eine jede gerade Linie, welche zween gleichnahmichte Puncte der Ecliptic, ♈ und ♎, oder jede andere mit einander verknüpft, ſich ſelbſt parallel bleibt. Man ſiehet leicht, daß dieſes mit dem vorigen, da der Radius der Ecliptic groß genug gemacht werden muſte, auf eines hinaus komt; weil alle gerade Linien, welche von den zween Mittelpuncten der alſo getheilten Kreiſe, durch gleichnahmige Puncte derſelben gezogen werden, einander nothwendig parallel ausfallen müſſen.

§. 830. Iſt nun in der Fläche der dergeſtalt um die Sonne beſchriebenen Ecliptic A der Ort eines Planeten in ſeiner Bahn, welchen er in einem gewiſſen Zeitpuncte eingenommen hat, durch die Länge gegeben, welche die aus S durch A gezogene und bis an die Ecliptic verlängerte gerade Linie Sa in dieſer angiebt: ſo kan aus der Zeit, in welcher dieſer Planet in der Ecliptic ganz herum komt, gar leicht der Bogen AT gefunden werden, welchen der Planet in einem von jenem Zeitpuncte an gerechneten Zeitraume in ſeiner Bahn zurückgelegt haben würde, wenn dieſe der mit dem Radius SA beſchriebene Cirkelkreis, und die Bewegung in demſelben, gleichförmig wäre: und man ſiehet aus der Zeichnung ſogleich, wie das Punct T, in welchem der Planet ſich bei dieſen Bedingungen am Ende der gegebenen Zeit befinden würde, vermittelſt der Eintheilung der Ecliptic und der Puncte a, t, welche die Längen der A, T angeben, zu beſtimmen ſey. Eben ſo wird auch, wenn B der durch die Länge des b gegebene Ort iſt, welchen ein anderer Planet in einem gewiſſen Zeitpuncte eingenommen hat, aus dem Zeitraume, welcher ſeit dem verfloſſen iſt, und aus demjenigen, in welchem dieſer andere Planet ſeinen ganzen Umlauf in der Ecliptic verrichtet, der Ort deſſelben P in der mit dem Radius SB beſchriebenen Bahn, welchen er, bei eben den Bedingungen, am Ende des gegebenen Zeitraums einnehmen würde, vermittelſt der Länge des Puncts p gefunden. Iſt nun der Zeitpunct, in welchem ſich der eine Planet in T befindet, eben derjenige, mit welchem der andere

T. XI. Fig. 155. bei P anlangt, welches immer ohne die geringſte Schwierigkeit zu erhalten iſt; ſo wird der Winkel an der Sonne $TSP = tSp$ vermittelſt des Unterſchiedes der Längen der Puncte t, p gemeſſen, welches zugleich die Längen der T, P ſind. Aus dieſem Winkel TSP und aus der bekanten Verhältniß der Seiten ST, SP des Dreyecks TSP, werden die übrigen Winkel deſſelben STP, SPT geſchloſſen, und aus dieſen ferner die Verhältniſſe der ST und SP zur TP, um welche der Planet P von dem T entfernet iſt.

§. 831. Wenn T die Erde und P einer von den obern Planeten iſt, ſo kan STP der mittlere Winkel bei der Erde, und SPT der mittlere Winkel bei dem Planeten, oder auch die mittlere Parallaxe der Erdbahn, genennet werden. Iſt aber P die Erde, und T einer von den untern Planeten, ſo iſt SPT der mittlere Winkel bei der Erde, und STP die mittlere Parallaxe der Erdbahn. Jener STP iſt der Unterſchied der Längen der Sonne und des Planeten P, wenn ſie aus T betrachtet werden, und zugleich der Unterſchied der Längen des aus S und P betrachteten Puncts T: dieſer TPS aber der Unterſchied der Längen, welche ein Auge in P den Puncten S und T zuſchreibet, und zugleich derjenigen, in welchen eben der Körper P aus den verſchiedenen Ständen T und S geſehen wird. Die hier erklärten Benennungen aber werden vornehmlich bei den wahren Bewegungen gebraucht, wiewohl mit einigen Einſchränkungen, welche am gehörigen Orte folgen werden.

Scheinbare und wahre Gröſſen der Planeten.

§. 832. Die Entfernung der Erde von der Sonne iſt (315) aus der Horizontparallaxe der Sonne berechnet, und auf 23984 halbe Durchmeſſer der Erde geſetzt worden, vermittelſt welcher demnach nicht nur die mitlern Entfernungen aller Hauptplaneten von der Sonne, die, ſo weit wir ſie noch zur Zeit betrachten, beſtändig dieſelben bleiben, ſondern auch die ſehr veränderlichen Entfernungen derſelben von der Erde, für jeden Zeitpunct, durch die in denſelben enthaltene Zahl dieſer Halbmeſſer berechnet werden können, und dieſes ſehr genau, wenn dazu nicht die mitlern, ſondern die wahren Stellen der Planeten in ihren Bahnen, die ſie zu der Zeit einnahmen, gebraucht werden. Die Horizontparallaxe, wie ſie vermittelſt des letzten Durchgangs der Venus durch die Sonne berichtiget worden iſt, dürfte etwas gröſſer ſeyn, als 8,6 Secunden, die bei dieſer Berechnung angenommen ſind: und es macht jedes Zehntheil einer Secunde, um welches die Parallaxe zu klein ange-

angenommen wird, die Entfernung der Erde von der Sonne um 280 Halbmeſſer der Erde zu groß. Wir wollen aber es bei dem einmal angenommenen bewenden laſſen. Da nun der Planet Mars, wenn er der Sonne gerade oder beynahe gerade entgegenſtehet, uns faſt dreymal näher iſt, als die Sonne, und alſo ſeine Horizontparallaxe in dieſem Stande beynahe dreymal ſo groß, als die Horizontparallaxe der Sonne; ſo konte dieſer Planet zu eben dem Zwecke führen, wiewohl mit einer geringern Zuverläßigkeit, als der Durchgang der Venus. Man hat ſich vordem dieſes Mittels würklich bedienet, und aus zwo Beobachtungen des der Sonne entgegenſtehenden Mars, deren eine bei dem Vorgebürge der guten Hofnung, die andere aber in Stockholm angeſtelt worden iſt, nach der an ſeinem Orte (304) beſchriebenen Anweiſung, die Horizontparallaxe deſſelben von 24,64 Secunden gefunden, wovon der dritte Theil 8,21 Secunden ausmachet. Die Rechnung iſt etwas grob. Doch weichet das herausgebrachte von 8,6 Secunden ſo wenig ab, daß es einigermaſſen dienen kan, dieſe leztere aus viel zuverläßigern Gründen geſchloſſene Parallaxe zu beſtätigen. T. XI. Fig. 155.

§. 833. Der aus dieſen Maaſſen geſchloſſene Durchmeſſer der Sonne war 112mal ſo gros als der Durchmeſſer der Erde, woraus wir ſchlieſſen konten, daß der Körper der Sonne 1404928mal ſo gros ſey, als die Erdkugel. Die Gröſſen der übrigen Planeten aber, und überhaupt aller himliſchen Körper, werden mit der Gröſſe der Sonne, oder auch mit der Gröſſe der Erde verglichen, wenn die kleinen Winkel, in welchen uns ihre Durchmeſſer in einer bekanten Entfernung erſcheinen, ſo genau, als es möglich iſt, genommen werden: welches ohne einem ſehr guten und zu dergleichen Meſſungen mit vieler Sorgfalt eingerichteten Fernrohr ſchwerlich geſchehen kan. Wir können annehmen, daß die Entfernungen der Planeten von der Erde, bey welcher dieſe Winkel gemeſſen worden ſind, die kleinſten geweſen, weil bey dieſem Umſtande die ſcheinbaren Durchmeſſer am gröſten ausfallen, und die Entfernungen der Planeten von der Erde, um die Zeit einer gar geringen Veränderung unterworfen ſind, welches ihre Berechnung deſto leichter und zuverläßiger machet. Es läſſet ſich alsdann, vermittelſt einer kurzen Rechnung, der Winkel herausbringen, in welchem uns eben der Durchmeſſer erſcheinen würde, wenn der Körper, zu welchem er gehöret, ſo weit von uns entfernet wäre als die Sonne; wenn man dieſelbe auf den bekanten Saz gründet, daß der kleine Winkel, in welchem uns der Durchmeſſer einer ſehr weit von uns entfernten

T. XI. Fig. 155. Kugel erſcheinet, wenn dieſe Entfernung geändert wird, in eben der Verhältniß abnehme, in welcher die Entfernung zunimt.

§. 834. Man ſiehet aber den Durchmeſſer des Mercurs, wenn er ſo weit von der Erde entfernet iſt, als die Sonne, unter einem Winkel von 7 Secunden. Wenn alſo der Durchmeſſer der Erde von der Sonne geſehen, 17,2 Secunden beträgt, ſo verhält ſich der Durchmeſſer des Mercurs zu dem Durchmeſſer der Erde wie 7 zu 17,2 und wenn man dieſen lezten zur Einheit machet, ſo beträgt der Durchmeſſer des Mercurs beynahe 0,407 dieſer Einheit. Die Cubiczahl hievon iſt 0,0674, oder faſt 0,07, welche angibt, der wievielſte Theil des Körpers der Erde dieſem Planeten gleich ſey.

§. 835. Der Durchmeſſer der Venus wird in einer Entfernung, die ſo groß iſt als die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde, in einem Winkel von 16,7 Secunden geſehen; und iſt alſo beynahe ſo groß als der Durchmeſſer der Erde, welcher aus eben der Entfernung in einem Winkel von 17,2 Secunden geſehen wird. Eigentlich enthält nach dieſen Maaſſen der Winkel der Durchmeſſer der Venus 0,971 Theile des Durchmeſſers der Erde, und da dieſe Zahl beynahe die Cubicwurzel von 0,915 iſt, ſo wird durch die Verhältniß 0,915 : 1 diejenige, in welcher der Körper der Venus zu dem Körper der Erde ſtehet, genau genug angegeben.

§. 836. Der Durchmeſſer des Planeten Mars erſcheinet, wenn er ſo weit von uns entfernet iſt als die Sonne, in einem merklich kleinern Winkel, von 11,4 Secunden, welche Zahl durch 17,2 dividiret, den Quotienten 0,66 gibt, welche ſich zu der 1 verhält wie der Durchmeſſer des Mars zu dem Durchmeſſer der Erde. Die Cubiczahl von 0,66 iſt beynahe 0,3, woraus geſchloſſen wird, daß der Körper dieſes Planeten ſich zu dem Körper der Erde ohngefehr wie 0,3 zu 1 verhalte, und alſo jener nicht viel gröſſer ſey, als ein Viertel von dieſem.

§. 837. Der Durchmeſſer des Jupiters würde uns in einer Entfernung, die ſo gros iſt als die Entfernung der Sonne von der Erde, in einem Winkel von 3 Minuten 13,7 Secunden, oder 193,7 Secunden erſcheinen. Es iſt aber von dem Durchmeſſer ſeines Aequators die Rede, und die Axe wird ohngefehr um den 14 Theil kleiner gefunden. Dieſer vierzehnte Theil von 193,7 iſt 13,8,

T. XI. Fig. 155.

wovon die Hälfte 6,9 von 193,7 abgezogen beynahe 187 läſt, welche Zahl von Secunden alſo für diejenige angenommen werden kan, die den mittlern ſcheinbaren Durchmeſſer des Jupiters in der angezeigten Entfernung ausdrücket. Da nun 187 durch 17,2 dividiret, 10,9 gibt, ſo iſt der Durchmeſſer des Jupiters faſt eilfmal ſo groß, als der Durchmeſſer der Erde. Die Cubiczahl von 10,9 aber, welche 1295 iſt, zeiget an, wieviel Kugeln von der Gröſſe unſerer Erde eine Kugel von der Gröſſe des Jupiter ausmachen würden.

T. XI. Fig. 156.

§. 838. Der Durchmeſſer des Saturn würde uns, in eben der Entfernung der Sonne von der Erde, in einem Winkel von 2 Minuten und 51,7 Secunden, oder 171,7 erſcheinen; alſo iſt dieſer Durchmeſſer kaum weniger als zehnmal ſo groß, dann der Durchmeſſer der Erde. Die Cubiczahl von 10 iſt 1000, und demnach dieſer Planet für ſich beynahe tauſendmal ſo groß als die Erde. Denn es iſt derſelbe zwar eben ſowohl als ein jeder der übrigen kugelrund: er hat aber auch vor denſelben das ganz beſondere voraus, daß er mit einem platten Ring umgeben iſt, der nirgends an den übrigen haftet, ſondern zwiſchen ſeinem innern Umfange und der Kugel einen Raum läßt, der wenigſtens eben die Breite hat, als der eigentliche Ring. Alles dieſes wird in der 156ſten Zeichnung der Wahrheit gemäß vorgeſtellt, in welcher ſich der Durchmeſſer der Kugel zu dem kleinern Durchmeſſer des Rings wie 3 zu 5 verhält, und zu dem gröſſern wie 3 zu 7, ob uns wohl der Ring nie in dieſer cirkelrunden Geſtalt erſcheinet. Denn es iſt ſeine Fläche nie der Erde gerade entgegen gekehrt, ſondern lieget immer dergeſtalt gegen dieſelbe, daß die von unſern Augen an den Ring gezogene gerade Linien mit dieſer Fläche ſchiefe Winkel einſchlieſſen, und zuweilen fallen dieſe Linien ſelbſt in die Fläche des Rings. Wir ſehen alſo denſelben immer als eine mehr oder weniger ſchmale Ellipſe, und würden ihn zuweilen als eine gerade Linie ſehen, wenn er nicht ſogar dünne wäre. Ueberdieſes aber muß er uns auch verſchwinden, wenn ſeine gegen uns gekehrte Oberfläche nicht hinlänglich erleuchtet iſt, und alsdenn ſehen wir den Saturn kugelrund. Bey ſo geſtalten Sachen iſt es nicht möglich den körperlichen Inhalt dieſes Rings mit einiger Zuverläßigkeit auszumachen. Die Sehne *ab*, welche den innern Umfang berühret, hält etwas weniger, dann 10 Theile, deren 14 auf den Durchmeſſer des Rings gehen, und iſt, wie wir aus der Geometrie(*) wiſſen, der Durchmeſſer einer Scheibe, die eben ſo groß iſt, als die platte Oberfläche des Rings. Nun würde uns der Durch-

---

(*) Vorleſungen über die Rechenk. und Geom. des IX. Abſch. 92. §.

T. XI. Fig. 156. meſſer des Rings, wenn er nicht weiter von der Erde entfernet wäre als die Sonne, unter einem Winkel von 6 Minuten und 40 Secunden erſcheinen, welches zuſammen 400″ ausmachet: alſo die Sehne *ab* unter einem Winkel von 285 Secunden, in welchen 17,2 Secunden beynahe 16mal enthalten ſind. So vielmal iſt alſo die Sehne *ab* gröſſer als der Durchmeſſer der Erde; und da das Quadrat der Zahl 16 iſt 256, ſo folgt hieraus, daß auf die Oberfläche des Rings 256 Kugeln von der Gröſſe unſerer Erde neben einander geſetzt werden könten. In Ermangelung etwas beſſern können wir dieſes für die körperliche Gröſſe des Rings annehmen.

Schatten der Planeten.

§. 839. Ein jeder Planet wirft einen Schatten der Sonne gegen über, und dieſe Schatten würden immer genau die Geſtalt gerader Kegel haben, wenn die Planeten volkommene Kugeln wären. Sie ſind es beynahe, und nur bey dem Jupiter iſt die Abweichung beträchtlich, aber doch nicht ſo groß, daß wir ſie nicht hier ebenfalls bey Seite ſetzen, und auch dieſen Planeten als eine Kugel anſehen könten. Die Axe eines jeden ſolchen Schattenkegels iſt die gerade Linie, welche durch den Mittelpunct der Sonne und den Mittelpunct des Planeten, der ihn wirft, hindurchgehet. Gleichwie alſo die Axe des Schattens unſerer Erde immer in die Fläche der Ecliptic fällt, ſo fällt auch die Axe des Schattens eines jeden der übrigen Hauptplaneten, immer in die Fläche, in welcher dieſer Planet ſeine Bahn beſchreibt. Die Axe des Schattens eines Nebenplaneten aber fällt nie in die Fläche der Bahn ſeines Hauptplaneten, auſſer wenn ſich der Mittelpunct des Nebenplaneten in dieſer Bahn, und alſo in einem ſeiner Knoten befindet. Jeder ſolcher Schatten wird von ſeinem Halbſchatten umgeben, mit welchem es überhaupt eben die Bewandniß hat, wie mit dem Halbſchatten des Mondes und der Erde.

§. 840. Es iſt aber die von dem Mittelpuncte eines Hauptplaneten bis an die Spitze ſeines Schattenkegels gerechnete Länge viel zu kurz, als daß dieſer Schatten einen andern Hauptplaneten jemals erreichen könte. Dieſes kan die auf die oben angegebenen Sätze gegründete Rechnung zeigen, wenn man nicht lieber nach T. XI. Fig. 157. Anweiſung der 157ſten Zeichnung ſprechen will: wie *AD*, der Ueberſchuß des Halbmeſſers der Sonne *SA* über den Halbmeſſer des Planeten $PB = SD$, zu dieſem

ſem *PB*; ſo *DB* = *PS*, die Entfernung des Planeten von der Sonne, zu der *T. XI. Fig.* 157. Länge ſeines Schattens *PC*. Denn dieſe *PC* wird für einen jeden Hauptplaneten kleiner gefunden, als ſeine kleinſte Entfernung von einem jeden andern, der mehr von der Sonne entfernet iſt: und dieſen könte ſein Schatten, wenn er lang genug wäre, allein treffen. Wie denn würklich die über die Spitze verlängerte Axe des Schattens des weniger von der Sonne entferneten Planeten, einen jeden weiter von derſelben abſtehenden treffen wird, wenn ſich beyde Planeten zugleich nahe genug bey der geraden Linie einfinden, in welcher die Flächen ihrer Bahnen einander ſchneiden. Es kan alſo kein Hauptplanet einem andern Hauptplaneten die Sonne ganz bedecken, und dadurch auf irgend einen Theil ſeiner Oberfläche eine totale Sonnenfinſterniß verurſachen. Wohl aber kan ein unterer oder weniger von der Sonne entferneter Planet einem jeden obern einen Theil der Sonne verbergen, ſo wie der Mond einen Theil derſelben unſerm Geſichte entziehet, wenn ſein Schatten zu kurz iſt, als daß er die Oberfläche der Erde erreichen könte. Die Sonnenfinſterniß, welche wir in dieſem Falle haben, iſt immer partial, und aufs höchſte ringförmig, welche Art der Bedeckungen demnach unter den gehörigen Umſtänden eben ſo wohl von einem der Hauptplaneten herrühren kan. Es iſt aber alsdenn der von dieſem Planeten bedeckte Theil des Durchmeſſers der Sonnenſcheibe immer ſo gering, daß dadurch kein merklicher Abgang des Lichts verurſachet wird. Denn wenn (*T. XI. Fig.* 158.) *SA* den Halbmeſſer der Sonne, und *PB* den Halbmeſſer eines *T. XI. Fig.* 158. Planeten vorſtellet; welcher einem in *C* geſetzten Auge einen Theil von jenem bedecket; und man ziehet *CBD*: ſo iſt *SD* dieſer bedeckte Theil, und es verhält ſich *CP* zu *CS* wie *PB* zu *SD*. Nun iſt, wenn *P* den Mittelpunct des Jupiters, des gröſten unter allen Planeten, vorſtellet, und *C* in der Oberfläche des Saturnus genommen wird, *CS* nicht viel gröſſer als zwey *CP*, alſo kan auch *SD* nicht viel mehr als 2*PB* betragen: da alſo *SA* mehr als zehnmal ſo gros iſt, denn *PB*, ſo wird *SD* nur ohngefehr den fünften Theil der *SA* ausmachen. Bey ſo geſtalten Sachen beträgt der von dem Jupiter bedeckte Theil der Sonnenſcheibe kaum mehr, als das fünf und zwanzigſte des ganzen, welches keine merkliche Verminderung der Erleuchtung verurſachen kan, vornehmlich bey einem Auge, deſſen Oeffnung ſich, wie bey den unſrigen, erweitert, um von dem geſchwächten Lichte deſto mehr einzunehmen. Alle übrigen Hauptplaneten, welche andern einen Theil der Sonne bedecken können, ſind viel kleiner als Jupiter: und obwohl aus dem Entwurfe des Zuſammenhangs derſelben ſichtlich iſt, daß zu verſchiedenen derſelben *PS* gröſſer

T. XI. Fig. 158. ſer ſey als CP, und alſo auch SD gröſſer als $2PD$; ſo bleibt doch dieſe SD immer viel kleiner als der fünfte Theil von SA, und der Planet bedecket viel weniger, als den fünf und zwanzigſten Theil der Sonnenſcheibe.

§. 841. Auf dieſe Art ſehen wir zuweilen den Mercur und die Venus in der Sonne, und es iſt leicht von dieſen Bedeckungen, die wir bereits betrachtet haben, auf die übrigen zu ſchlieſſen, die kein Bewohner der Erde merket. Denn es kan zwar ein mehr von der Sonne entfernter Planet, einen jeden andern, deſſen Entfernung von derſelben kleiner iſt, in der Sonne ſehen: der weniger entfernte aber ſiehet den mehr entferneten nie in derſelben. Und da dergleichen Bedeckungen ſich nur alsdann zutragen können, wenn die beiden Planeten, deren einer den andern in der Sonne ſehen ſol, ſich nahe genug bey der geraden Linie befinden, in welcher die Flächen ihrer Bahnen einander ſchneiden: ſo iſt dieſe Begebenheit überhaupt ſehr ſeltſam, und deſto ſeltſamer, je länger die Zeit des Umlaufs des untern Planeten in Abſicht auf die Zeit des Umlaufs des obern iſt. Wiewohl dabey auch auf die Gröſſe des Winkels geſehen werden muß, welchen die Flächen dieſer Bahnen mit einander einſchlieſſen. Denn wenn die beyden Planeten ſich in eben der Fläche bewegten, ſo würde der untere dem obern in der Sonne erſcheinen, ſo oft er zwiſchen demſelben und der Sonne durchgehet. Und eine kleine Abweichung einer dieſer Flächen von der andern kan blos verurſachen, daß bey dieſem ſcheinbaren Durchgange der Planet bey dem Mittelpuncte der Sonnenſcheibe, an dieſer oder jener Seite, vorbey gehet, ohne ihn zu berühren: als welches nur alsdenn geſchiehet, wenn ſich die Mittelpuncte beyder Körper in eben dem Zeitpuncte faſt genau in der Knotenlinie befinden.

Schatten beym Jupiter und Saturnus.

§. 842. Was aber die Nebenplaneten anlangt, ſo wiſſen wir gar wohl, daß der Schatten des Mondes auf die Erde fallen könne, wiewohl er dieſe nur mit ſeiner Spitze erreichet: und die Schatten der Trabanten des Jupiters treffen dieſen ihren Hauptplaneten ebenfals, und zwar unter Umſtänden, aus welchen geſchloſſen werden kan, daß ſie ihren Umlauf in Flächen verrichten, die eben nicht ſehr von derjenigen abweichen, in welcher die Bahn des Jupiters lieget. Sie verurſachen alſo auf der Oberfläche deſſelben häufige und ſtarke Sonnenfinſterniſſe. Denn dieſe Trabanten verrichten ihre Umläufe in gar kurzer Zeit, und der Theil der Oberfläche ihres Hauptplaneten, welchen ſie beſchatten, kan nicht klein ſeyn,

da

da er in einer ſo groſſen Entfernung zu ſehen iſt. Es ſind aber dieſe Finſterniſſe *T. XI. Fig. 158.* von keinem Gebrauche, auſſer daß ſie dienen können die Bahnen der Trabanten genau zu berichtigen, und uns von der Gröſſe derſelben einigen Begrif beyzubringen.

§. 843. Die Axe des Schattens des Jupiters ſelbſt iſt, nach der geſetzten Proportion, beynahe dem neunten Theile der Entfernung dieſes Planeten von der Sonne gleich, welches mehr iſt, als die Hälfte der Entfernung der Erde von derſelben. Es hat alſo dieſer Schatten in der Nähe des Jupiters beynahe die Geſtalt einer Walze, welche die Nebenplaneten bald in einer geringen oder gar keiner Entfernung von ſeiner Axe, bald in einer gröſſern, faſt bey jedem Umlaufe durchkreuzen müſſen: nachdem ihre Bahnen bey dieſer Axe weniger oder mehr von der Ebene abweichen, in welcher Jupiter ſeinen Umlauf verrichtet. Denn nur der äuſſerſte dieſer Monden gehet nicht bey jedem Umlaufe durch den Schatten, ſondern bleibt bey einem gewiſſen Stande des Hauptplaneten von der Verfinſterung befreyet; welcher Stand ſonder Zweifel derjenige iſt, bey welchem die von demſelben nach der Sonne reichende gerade Linie, der Knotenlinie dieſes Monds, in welcher nehnlich die Fläche ſeiner Bahn die Fläche der Bahn des Hauptplaneten ſchneidet, beynahe perpendicular iſt.

§. 844. Hieraus iſt ohngefehr auf die Schatten zu ſchlieſſen, welche die fünf Monden des Saturnus auf dieſen werfen, und hinwiederum von demſelben, und deſſen Ring empfangen: denn da dieſe Begebenheiten zum Theil gar nicht, und zum Theil nur durch ſehr gute Fernröhre geſehen werden können: ſo iſt noch vieles bey denſelben unbekant, oder doch nicht völlig erörtert, und wir ziehen davon gar geringen Vortheil. Ich finde nicht, daß jemals eine Verfinſterung eines dieſer Monden geſehen worden wäre; welche ſich doch bey den gehörigen Umſtänden würklich ereignen müſſen, obwohl dieſelben nicht bey jedem Umlaufe um ihren Hauptplaneten gezwungen ſind, ſo wie die meiſten Monden des Jupiters, durch den Schatten deſſelben hindurch zu gehen. Dazu ſind die Winkel, welche die Flächen ihrer Bahnen mit der Fläche der Bahn des Saturnus einſchlieſſen, viel zu groß, und die Monden erhalten dadurch vielmehr Raum, als ſie brauchen, auſſer dem einzigen Falle, wenn die Knotenlinie ihrer Bahnen faſt gerade nach der Sonne gerichtet iſt, bey dem Schatten des Hauptplaneten vorbey zu gehen. Doch werden ſie, zur Ergänzung des Zuſammenhangs der Planeten, hier beygefügt wer-

T. XI. Fig. 158. den müſſen. Die Monden des Jupiters aber, welche auch ein gemeines Rohr von wenigen Schuhen ſichtbar machet, leiſten auch auſſerdem, in der Erdbeſchreibung und ſonſt, einen ſo groſſen Nutzen, daß eine genauere Kentniß derſelben unentbehrlich iſt.

Umſtändlichere Betrachtung der Schatten der Monde des Jupiters.

§. 845. Die Entfernungen dieſer Monden von dem Mittelpuncte ihres Hauptplaneten, oder die Halbmeſſer der Cirkel, welche für ihre Bahnen gehalten werden können, laſſen ſich unmittelbar meſſen, weil der ganze Zuſammenhang des Jupiters mit ſeinen Monden zugleich in eben dem Fernrohre Raum findet. Denn da jeder dieſer Monden ſich einmal an dieſer und darauf an der andern Seite von dem Mittelpuncte des Hauptplaneten entfernet, ſo darf man nur unter dieſen Entfernungen, wie ſie nach und nach bemerket worden ſind, die gröſten nehmen, welche die geſuchten Halbmeſſer der Bahnen ſeyn werden. Das Maaß derſelben kan der Halbmeſſer des Jupiters ſelbſt ſeyn: ſie können aber auch durch die Winkel beſtimmet werden, in welchen ein in den Mittelpunct der Sonne geſetztes Auge dieſelbe ſehen würde: denn dieſe ſind mit den Winkeln, in welchen ſie, bey der mittlern Entfernung des Jupiters von der Erde, aus dieſer geſehen werden, einerley. Hier ſind beyde Maaſſe:

Jupiter.	*I.*	*II.*	*III.*	*IIII.*
1,	5,965	9,494	15,141	26,630
18″,5	1′,51″	2′,57″	4′,42″	8′,16″

T. XI. Fig. 159. nach welchen die 159ſte Zeichnung ſo genau verfertiget iſt, als es ſich wolte thun laſſen.

§. 846. Der Winkel, in welchem die Bahn der Erde vom Jupiter geſehen wird, beträgt, wie aus den mitlern Entfernungen dieſer zween Planeten von der Sonne geſchloſſen wird, 11 Grade. Wenn man alſo die Axe des Schattens des Jupiters *PV* bis an die Sonne zurückziehet: ſo iſt die Erde meiſtentheils an der einen oder der andern Seite weit genug von dieſer Linie *PS* entfernet, daß ſie jeden der innern Monden bey *O* in den Schatten treten, oder an der entgegengeſetzten Seite aus demſelben hervorkommen ſehen kan, ohne daß die

T. XI. Fig. 159.

von dem Monde O nach der Erde gezogene Linie OT, in welcher dieſe zur Zeit der Verfinſterung oder Entdeckung den Mond O ſiehet, den Hauptplaneten berühren oder demſelben ſo nahe kommen dörfte, daß durch das ſtärkere Licht deſſelben der an ſich ſchwächere, und durch den Halbſchatten noch mehr geſchwächte Schein des Nebenplaneten zu ſehr verdunkelt würde. Und noch gröſſer wird die hievon herrührende ſcheinbare Entfernung eines jeden der äuſſern Monden von dem Hauptplaneten, zur Zeit der Verfinſterung oder Entdeckung deſſelben. Ob zwar der Mond O nur nach und nach in den Schatten des Jupiters eintritt, und alſo, wie der unſrige, zu ſeiner gänzlichen Verfinſterung einige Zeit brauchet: ſo verſchwindet doch derſelbe ziemlich plötzlich, ſo bald das übrige Licht, welches er noch der Erde zuwerfen kan, ſo ſchwach wird, daß es in dem Auge des Beobachters keinen hinlänglichen Eindruck machet. Aber eben deswegen verſchwindet auch der Nebenplanet einem ſchärfern, und mit einem beſſern Seherohr verſehenem Auge etwas ſpäter, als einem andern, welches dieſe Vorzüge nicht hat; und weil bey dem Austritte deſſelben aus dem Schatten des Jupiters eben dieſes ſtat hat, ſo wird, bey dem gehörigen Stande der Erde, der Nebenplanet, nach ſeiner Verfinſterung, jenem Auge etwas früher wieder ſichtbar, und dieſem etwas ſpäter.

§. 847. Die Zeiten, in welchen dieſe Finſterniſſe auf einander folgen, ſind überhaupt, und inſonderheit bey dem innerſten Monde des Jupiters, ſehr klein, als welcher nicht völlig zween Tage braucht von dem Schatten des Hauptplaneten bis wieder zu demſelben zu gelangen. Sie geben alſo ein ſehr bequemes Mittel an die Hand, die Längen zweener in der Oberfläche der Erde angenommener Oerter mit einander zu vergleichen. Denn da jede Verfinſterung und jede Entdeckung eben des Nebenplaneten zweyen, vermittelſt der Fernröhre zu eben der Fühlbarkeit gebrachten Augen, in eben dem Augenblicke erſcheinet, an welchen Oertern des Erdbodens ſich auch dieſe Augen befinden mögen: ſo darf nur jeder Beobachter, welchem eines dieſer Augen zugehöret, denſelben Zeitpunct nach der Uhr ſeines Orts angeben. Dadurch wird ſich der Unterſchied dieſer Uhren zeigen, aus welchem der Unterſchied der Längen der Oerter in Graden und deren Theilen leicht zu ſchlieſſen iſt. Wären die beiden Augen nicht gleich fühlbar, ſo würde dieſes in der That in den Unterſchied der Längen kleine Fehler bringen, welche aber dadurch vermieden werden können, wenn der Unterſchied der Längen einmal durch eine Verfinſterung, und alsdenn auch durch eine Entdeckung eben des Nebenplaneten be-

T. XI. Fig. 159. ſtimmet wird. Denn wenn alles übrige einerley bleibt, und es wird durch die Verfinſterung der Unterſchied der Längen zu groß angegeben, ſo giebt ihn die Entdeckung um eben ſo vieles zu klein, und umgekehrt. Es ſtehet alſo der wahre Unterſchied zwiſchen den beiden dergeſtalt gefundenen im Mittel, und wird aus denſelben leicht berechnet.

§. 848. Es iſt aber hiebey die Unbequemlichkeit, daß, wenn auch zween Beobachter eine gewiſſe Verfinſterung oder Entdeckung, jeder nach der Uhr ſeines Orts, aufs genaueſte angemerket haben: doch keiner derſelben den Unterſchied der Längen dieſer Oerter wiſſen kan, bevor er in dem Stande iſt, ſeine Beobachtung mit der Beobachtung des andern zuſammen zu halten. Volkommen richtige Tafeln, welche voraus ſagten, in welchem durch die Uhr eines gewiſſen Orts beſtimten Zeitpuncte ſich jede Verfinſterung und jede Entdeckung zutragen wird, könten dieſem Mangel abhelfen, und, wenn zum Beyſpiel der Ort, für deſſen Uhr die Tafeln gerechnet ſind, London iſt: ſo könten dieſelbe einem jeden Beobachter, der ſie bey der Hand hat, an welchem Orte des Erdbodens er ſich auch befinden möchte, den Unterſchied der Länge dieſes Orts von der Länge der Stadt London ſobald darbiethen, als er, nach der Uhr dieſes Orts, die Verfinſterung oder Entdeckung genau genug angemerket hätte. Dieſes war ein beſonderer Bewegungsgrund bey der Ausarbeitung ſolcher Tafeln keinen Fleiß zu ſparen, und zu dem Ende die Bewegung des Jupiters und ſeiner Trabanten ſorgfältig zu beobachten.

Austritt der Monden des Jupiters aus deſſen Schatten.

§. 849. Die zween innerſten Monden des Jupiter ſind allzuwenig von demſelben entfernet, daß wir auch das Ende einer Verfinſterung derſelben ſolten merken können, deren Anfang uns ſichtbar war. Man erforſchet überhaupt, ob bey dem Stande der Erde, bey welchem der Eintritt eines Mondes in den Schatten des Hauptplaneten geſehen werden konte, auch deſſen darauf folgender Austritt unſern Augen ſichtbar ſeyn werde, wenn man vom Orte des Monds, bey welchem er den Schatten verläßt, zum Beyſpiel von *E*, eine gerade Linie *ER* ziehet, welche den Hauptplaneten an der Seite berühret, an welcher ſich die Erde befindet, und auf den ſpitzigen Winkel acht hat, welchen dieſe *ER* mit der Axe des Schattens *PV*, einſchlieſſet. Denn wenn dieſer Winkel gröſſer iſt als 11 Grade, ſo kan der Mond an dieſem Orte von der Erde nicht geſehen werden, weil ſich dieſe

nie

nie ſo weit von der nach der Sonne zu verlängerten Axe des Schattens *PS* entfernet, daß dieſe Entfernung einem in den Jupiter, oder nahe bey demſelben, geſetzten Auge in einem Winkel von dieſer Gröſſe erſcheinen ſolte (846). Iſt aber der Winkel, welchen die den Hauptplaneten berührende *ER* mit der *PV* einſchlieſſet, kleiner als 11 Grade, ſo iſt deſto ſicherer zu ſchlieſſen, daß der Mond auch bey ſeinem Austritte aus dem Schatten ſichtbar ſeyn werde, je kleiner der Winkel gefunden wird. Man kann ihn aber durch eine leichte Rechnung finden, wenn man ſich nicht an die bloſſe Zeichnung halten will. Denn es verhält ſich, wie man aus der Zeichnung ſiehet, die Entfernung des Nebenplaneten von dem Mittelpuncte des Jupiters zu deſſen Durchmeſſer, wie der Radus zu der Tangente des geſuchten Winkels: welche Rechnung $18\frac{1}{2}$ Grade für den innerſten Mond des Jupiters gibt, faſt 12 Grade für den zweeten, $7\frac{1}{2}$ Grade für den dritten, und $4\frac{1}{3}$ für den äuſſerſten. T. XI. Fig. 159.

§. 850. Dieſes zeiget, daß der Austritt des dritten dieſer Monden aus dem Schatten des Hauptplaneten, oder das Ende einer ſeiner Verfinſterungen, deren Anfang man ſehen konte, ſichtbar ſeyn werde, ſo lang die Erde einem nahe bey dem Jupiter liegenden Auge um nicht weniger als $7\frac{1}{2}°$ von der Sonne entfernet ſcheinen würde, und der Austritt des vierten, ſo lange eben der Winkel nicht kleiner iſt, als $4\frac{1}{3}$ Grade. Will man wiſſen, was die Erde *T* (*T. XI. Fig.* 160.) für einen Stand gegen die Sonne *S* und den Jupiter *I* haben müſſe, damit der Winkel *SIT* eine dieſer Gröſſen erhalten möge: ſo darf man nur der *SI* zur *SA* die Verhältniß $5\frac{1}{5}$ zu 1 geben, und um *S* mit dem Halbmeſſer *SA* einen Cirkel beſchreiben, welcher die Bahn der Erde vorſtellen wird. Denn wenn alsdann auch der Winkel *SIT* die berechnete Gröſſe bekömt, und dadurch die Puncte *T* der Erdbahn, ſamt dem Winkel *STI* entdecket werden, ſo ſiehet man ſogleich, daß für den äuſſerſten Mond der Winkel *STI* faſt bis zu einem Grade vermindert, und faſt bis zu 179 Graden vermehret werden könne, ohne daß er aufhöre, ſowohl bey ſeinem Eintritte in den Schatten, als auch bey ſeinem Austritte aus demſelben, der Erde ſichtbar zu ſeyn, ſo lang dieſe Sichtbarkeit nichts als der Körper des Jupiters ſelbſt hindert; und daß bey dem zweiten Monde eben das ſtatt haben werde, ſo lang der Winkel *STI* nicht kleiner iſt, als zween Grade, und nicht gröſſer als 178. Eine genauere Beſtimmung iſt hier überflüßig. T. XI. Fig. 160.

T. XI. Fig. 160. §. 851. Was aber die zween untern Monden anlangt, bey welchen das Ende einer Finſterniß nicht gemerket werden kan, deren Anfang wir geſehen haben, oder der Anfang, wenn wir das Ende ſehen können: ſo muß ſich die Erde faſt völlig bey *A* in der von dem Jupiter nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogenen *IS* befinden, wenn der Körper des Hauptplaneten dieſe Erſcheinungen beide unſerm Geſichte entziehen ſoll. Denn wenn die Erde bey *B* ſich in eben der Linie, oder nahe dabey befindet, ſo werden unſern, durch das Licht der Sonne geblendeten Augen, nicht nur dieſe, ſondern auch die übrigen Monden des Jupiters, ſamt ihren Verfinſterungen, unſichtbar. Demnach hindert uns der Körper des Jupiters gar ſelten, entweder den Anfang, oder das Ende einer jeden Finſterniß ſeiner innern Monden zu ſehen. Wir ſehen aber den Anfang einer Verfinſterung, deren Ende wir nicht ſehen können, wenn ſich die Erde an der Abendſeite der Linie *IS* befindet, und alſo der Planet vor der Sonne durch unſere Mittagsfläche gehet; das Ende aber einer Verfinſterung, deren Anfang wir nicht ſehen konten, komt uns zu Geſicht, wenn ſich die Erde an der Morgenſeite eben der *IS* aufhält, und die Sonne vor dem Jupiter unſere Mittagsfläche erreichet. In dem erſten Falle gehet der Planet in einer der Stunden von zwölf Mitternacht, bis zu zwölf Mittag, durch die Mittagsfläche; in dem letzten aber in einer derjenigen, die von zwölf Mittag bis zu zwölf Mitternacht verflieſſen.

Zeiten des Umlaufs der Monden des Jupiters.

§. 852. Die Zeit des Umlaufs eines Trabanten um ſeinen Hauptplaneten wird genau beſtimmet, wenn man ſich eine Ebene vorſtellet, die auf der Fläche der Bahn des Hauptplaneten gerade ſtehet, und dieſe in der Axe ſeines Schattens ſchneidet. Der Mond wird in einer gewiſſen Zeit aus dem erleuchteten oder beſchatteten Theile dieſer Fläche bis wieder dahin gelangen, und wenn er ſich in derſelben befindet, einem in den Mittelpunct der Sonne geſetzten Auge in einer Art der Coniunction oder Oppoſition mit dem Hauptplaneten erſcheinen: und dieſe Zeit iſt die Zeit ſeines Umlaufs. Da aber die meiſten Monden, ſowohl des Jupiters als des Saturnus in der angezeigten Fläche gar nicht, oder doch nicht ohne Mühe beobachtet werden können: ſo kan man auch ohne ſonderlichen Fehler die Zeit eines ſolchen Umlaufs von dem Augenblicke, in welchem der Mond in den Schatten des Hauptplaneten eintritt, bis zu demjenigen, in welchem dieſes unmittelbar darauf geſchiehet, für die Zeit ſeines Umlaufs annehmen. Es iſt wahr, daß dieſe Beſtimmung

T. XI. Fig. 160.

ſtimmung nicht ohne Fehler ſeyn wird, weil theils der Zeitpunct, in welchem der Nebenplanet ſich bis zur Hälfte oder ſonſt zu einem gewiſſen Theile von dem Schatten bedeckt findet, nicht genau zu merken iſt, und theils die Zeit, in welcher er von der Oberfläche des Schattens bis zu der, durch die beſchriebene Fläche angezeigten, Mitte deſſelben übergehet, bald länger bald kürzer iſt, nachdem er in einer kleinern oder gröſſern Entfernung von der Axe des Schattens bey dieſer vorbey gehet. Allein, wenn nur die ſo genau als es möglich iſt beobachteten Zeitpuncte, in welchen eben der Nebenplanet von dem Schatten des Hauptplaneten bedecket worden, oder wieder aus demſelben hervorgekommen iſt, ſo weit von einander entfernet ſind, daß in der Zwiſchenzeit ſich etliche hundert oder tauſend ganze Umläufe ereignet haben: ſo werden durch die Rechnung, welche aus dieſer die Zeit eines einzelnen Umlaufs herausbringt, die beym Anfange und dem Ende derſelben begangene Fehler ſo ſehr verkleinert, daß ſie ſchwerlich in Betrachtung kommen können, inſonderheit wenn auch ſonſt die zwo Beobachtungen, auf welche die Rechnung gegründet wird, ſo viel möglich bey einerley Umſtänden gemacht worden ſind. Die auf dieſe Art, mit Zuziehung der übrigen Hülfsmittel, welche eine vorläufige Erkenntniß darbiethen konte, beſtimte Zeiten des Umlaufs der Monden des Jupiters ſind:

I.	*II.*
1 T. 18 St. 28 M. 36 S.;	3 T. 13 St. 17 M. 54 S.;
III.	*IIII.*
7 T. 3 St. 59 M. 36 S.;	16 T. 18 St. 5 M. 7 S.

T. XI. Fig. 161.

§. 853. Es iſt aber die dergeſtalt für jeden dieſer Monden herausgebrachte Zeit des Umlaufs, in welcher er von der Axe des Schattens des Hauptplaneten, rings um denſelben bis wieder zu dieſer Axe gelanget, nicht die Zeit ſeines eigentlichen Umlaufs in dem unbegränzten Raume, und in Abſicht auf die in demſelben weit genug vom Jupiter entfernte Fixſterne. Wenn, in der (*Tab. XI. Fig.* 161.) um die Sonne *S* beſchriebenen Bahn des Jupiters *AB* zween Puncte *I* und *K* genommen werden, durch deren jedes eine gerade Linie nach der Sonne, durch *K* aber auch die *KM* der *IS* parallel läuft; indem die um *I* und *K* beſchriebene kleine Kreiſe die Bahn eines der Nebenplaneten vorſtellen: und es wird geſetzt, daß in dem Augenblicke, in welchem ſich der Hauptplanet bey *I* befindet, dieſer Nebenplanet bey *L* anzutreffen ſey, und bey *M*, nachdem der Hauptplanet von dannen in *K* übergegangen iſt: ſo iſt, ſo viele Umläufe auch der Nebenplanet

T. XI. Fig. 161. in dieſer Zeit gemacht haben mag, die Zahl derſelben ganz und ohne Brüche, wenn ſie auf den unendlichen Raum bezogen werden. Keinesweges aber hat der Nebenplanet, in Abſicht auf den Jupiter und deſſen Stand gegen die Sonne, eben ſo viele Umläufe ganz verrichtet. Es fehlet noch der Bogen ſeiner Bahn *MN*, welchen er zurücklegen muß, wenn er die Axe des Schattens *KN* wieder erreichen ſoll, in welchem er bey *L* den Anfang dieſer Umläufe gemacht hat.

§. 854. Es werden auch hier die abſoluten Umläufe in dem unendlichen Raume, periodiſche, die von einer Zuſammenkunft bis zu der nächſten, oder von einem Gegenſtande zu dem nächſten aber ſynodiſche Umläufe genennet. Nun iſt der Winkel *MKN*, um welchen der ſynodiſche Umlauf den periodiſchen übertrift, dem bey *S* gleich, und, wenn noch immer von den mitlern Bewegungen die Rede iſt, für jede gegebene Zeit, in welcher Jupiter aus *I* in *K* übergehen ſoll, leicht zu berechnen. Wird nun dieſe Zeit derjenigen gleich genommen, in welcher der Nebenplanet ſeinen ſynodiſchen Umlauf verrichtet, und der dazu gehörige Winkel bey *S*, durch *s* angegeben, indem *tP* die Zeit eines periodiſchen Umlaufs, *tS* aber die Zeit eines ſynodiſchen bedeutet; ſo verhält ſich der ganze in der Zeit *tP* beſchriebene Umkreis des um *K* beſchriebenen Cirkels, zu dem aus eben dem ganzen Umkreiſe und dem Bogen *MN* zuſammengeſetzten Wege, welchen der Nebenplanet in der Zeit *tS* beſchreibet, wie *tP* zu *tS*. Es iſt alſo $360° + s : 360° = tS : tP$. Vermittelſt dieſer Proportion werden die folgenden Zeiten der periodiſchen Umläufe der Monden des Jupiters herausgebracht.

I.	1	Tag	18	Stund.	27	Min.	33	Sec.,	das iſt 152853	Secunden.
II.	3	—	13	—	13	—	42	—	. . 306822	—
III.	7	—	3	—	42	—	33	—	. . 618153	—
IIII.	16	—	16	—	32	—	8	—	. . 1441928	—

Von den Monden des Saturnus.

§. 855. Von den Monden des Saturnus iſt bereits angemerket worden, daß bey der Berichtigung des Laufs derſelben verſchiedene Schwierigkeiten obwalten, unter welchen eine iſt, daß ſie nicht alle, zugleich mit ihren Hauptplaneten, in eben das Fernrohr gefaßt werden können. Indeſſen wird gefunden, daß die bald breitern bald ſchmälern Ellipſen, welche die vier innern dieſer Monden um den Saturnus zu beſchreiben ſcheinen, immer derjenigen ähnlich ſind, welche uns zu eben der Zeit den äuſſern Rand ſeines Rings vorſtellet, und daß die gröſſern Axen aller dieſer Ellipſen beynahe in eben die durch den Mittelpunct des Haupt-

T. XI. Fig. 161. planeten gezogene gerade Linie fallen. Da nun auch hier aus den Erſcheinungen geſchloſſen wird, daß dieſe Bahnen beynahe cirkelrund ſind, ſo folget hieraus ferner, daß ſie ſämtlich beynahe in der erweiterte platte Oberfläche des Rings liegen, und alſo die Knotenlinie einer jeden dieſer Bahnen und der Fläche der Bahn des Saturnus, nur wenig von der geraden Linie abweichen werde, in welcher dieſe Fläche von den Ring geſchnitten wird. Denn wir entwerfen würklich, indem wir nach den Saturnus ſehen, ſowohl ſeinen Ring, als auch die Bahnen ſeiner Monden, an die innere Oberfläche der Himmelskugel: und die Umſtände, bey welchen dieſes geſchiehet, zeigen deutlich, daß die Entwürfe dieſer um eben den Mittelpunct beſchriebenen Cirkelkreiſe einander nicht ähnlich ſeyn, und ihre Axen nicht in eben die Linie fallen könten, wenn ſich die Kreiſe ſelbſt in verſchiedenen Flächen befänden. Nun bleibt aber die Linie, in welcher die Fläche der Bahn des Saturnus von der Fläche ſeines Rings geſchnitten wird, bey dem Umlaufe deſſelben um die Sonne, ſich immer parallel; weil die Fläche des Rings bey dieſer Bewegung ſich ſelbſt parallel bleibt. Es gehet alſo dieſe Schneidungslinie bey jedem Umlaufe zweymal durch den Mittelpunct der Sonne, und wird zweymal derjenigen, welche den Mittelpunct der Sonne mit dem Mittelpuncte des Saturnus verknüpfet, perpendicular: auſſerdem aber erreichet nach und nach der ſpitzige Winkel, welchen ſie mit dieſer letztern Linie einſchlieſſet, eine jede mögliche Gröſſe, nicht anders, als ob der Saturnus an einer beliebigen Stelle ſeiner Bahn ohne einiger Bewegung ſeines Rings ruhete, und die Sonne in der Fläche ſeiner Bahn in einem Kreiſe, deſſen Radius ſeiner Entfernung von derſelben gleich iſt, ſich um dieſe herum bewegte. Wir können uns einbilden, daß die Sonne bey dieſer Bewegung die Erde mit ſich nehme, welche indeſſen nicht unterläßt ihren, in Anſehung der Bahn des Saturnus gar kleinen Kreis, in der Fläche der Ecliptic um dieſelbe zu beſchreiben.

T. XI. Fig. 162. §. 856. Es ſey (*Tab. XI. Fig.* 162.) P der Mittelpunct dieſes ruhenden von ſeinem Ringe umgebenen Saturnus. Die durch dieſen P gezogene MN ſey diejenige, in welcher die Fläche ſeiner Bahn von der Fläche des Rings geſchnitten wird, und dieſer MN ſey die RS in der Fläche der Bahn dieſes Planeten, durch eben das Punct P perpendicular, deren Lage demnach durch die zwo Linien RS, MN völlig beſtimmet wird. In der Fläche des Rings ſey die AB ebenfals der MN durch P perpendicular, und alſo der Winkel $APS = RPB$ derjenige, welcher die Neigung dieſer Fläche gegen die Fläche der Bahn des Hauptplaneten angiebt. Wenn nun unſer an die Erde gebundenes Auge ſich in der an der Seite N verlängerten PN befindet: ſo würde es den ganzen Ring nicht an-

T. XI. Fig. 162. ders ſehen, als ob er in die *AB* entworfen wäre, wenn nur die Dicke deſſelben, und vielleicht auch die Beſchaffenheit ſeines Randes, verſtatten wolten, daß dieſer Entwurf einen hinlänglichen Eindruck machte. Wir ſehen bey dieſem Stande des Auges den Ring gar nicht; ſo bald ſich aber daſſelbe von der *PN* nach dieſer oder jener Seite entfernet, wird er uns in Geſtalt einer ſchmalen Ellipſe ſichtbar, wenn nur auch diejenige der platten Oberflächen des Rings, welche das Auge bey ſeiner Entfernung von der *PN* entdecket, hinlänglich von der Sonne erleuchtet iſt. Denn dieſes kan fehlen, und fehlet würklich, wenn die gehörig fortgeſetzten Oberflächen des Rings, welche wir eigentlich allein ſehen können, zwiſchen der Erde und der Sonne hindurch gehen. Bey einer gröſſern Abweichung des Auges von der verlängerten *PN*, und Annäherung an die verlängerte *PS*, wird die Ellipſe immer breiter. Es wächſet nehmlich die kleinere Axe derſelben, indem die Gröſſe immer die Länge *AB* behält; und zugleich nähert ſich derjenige Durchmeſſer des Rings, deſſen Entwurf dieſe kleinere Axe giebt, dem *AB* immer mehr und mehr. Denn dieſer Durchmeſſer iſt immer derjenige, in welchem eine durch *P* und das Auge der Fläche des Rings ſenkrecht geſtelte Fläche, dieſelbe durchſchneidet. Endlich langet das Auge in der verlängerten *PS* an, um welchen Stand deſſelben es uns fürnehmlich zu thun iſt. Denn was die übrigen geraden Winkel *SPM*, *MPR*, *RPN* anlangt, ſo hat es mit denſelben eben die Bewantniß, als mit dem erſten *NPS*.

§. 857. Ein in die verlängerte *RS* an dieſer oder jener Seite geſetztes Auge, ſo den Ring auf eine durch *P* gelegte Fläche entwirft, auf welche die *RS* ſenkrecht fält, machet den Durchmeſſer *AB* zur kleinen Axe der Ellipſe, welche ihm den Rand des Ringes verſtellt, da denn die gröſſere Axe nothwendig in die Schneidungslinie fält. Denn die durch *P* gelegte Fläche des Entwurfs gehet durch *MN*, und iſt der Fläche *SPN*, in welcher ſich der Hauptplanet beweget, ſenkrecht. Die Projection ſelbſt aber kan vor orthographiſch gehalten werden, da die Erde ſo weit von dem *P* entfernet iſt, daß ſelbſt die Entfernung des äuſſerſten Mondes von dieſem *P* uns immer in einem Winkel erſcheinet, der weniger hält, als 9 Minuten. Es verhält ſich alſo der Entwurf des Halbmeſſers *AP*, zu dieſem *AP* wie der Sinus des Winkels *APS* zu dem Radius: und dieſes iſt die Verhältniß der kleinern Axe der Ellipſe zu der gröſſern. In dem gegenwärtigen Falle iſt dieſe Verhältniß die gröſte unter allen, und kömt der Verhältniß 1 zu 2 ſehr nahe: woraus geſchloſſen wird, daß der Winkel *APS*, welchen die Fläche des Rings mit der Fläche der Bahn des Saturnus einſchlieſſet, 30 Grade halten müſſe.

§. 858. Nach allen dieſen kan man ſich leicht vorſtellen, wie in dem *T. XI. Fig.* 162. Bilde des Saturnus, wie dieſes zur Zeit der gröſten Breite ſeines Rings in einem Sehrohre erſcheinet, die beyden Axen, von welchen hier die Rede iſt, in der Einbildung gezogen, oder auch vermittelſt zweener, an der gehörigen Stelle, in dem Rohr kreuzweiſe geſpanter dünner Fäden, ſichtbar gemacht werden können. Iſt (*Tab. XI. Fig.* 163.) *ab* die gröſſere Axe des Rings und *cd* die kleinere, ſo geben *T. XI. Fig.* 163. dieſe Axen, wenn ſie verlängert werden, zugleich die Axen der Bahnen der drey innern Monden des Saturnus, von welchen hier nur die allerkleinſte erſcheinet, deren Axen *AB* und *CD* ſind. Nachdem dieſe Eintheilung gemacht worden iſt, kan auch der Stand eines jeden dieſer Monden, ſo wie in der Zeichnung der Ort des innerſten *L*, in Abſicht auf die Axen *AB* und *CD* für jeden Zeitpunct bemerket, und, inſonderheit wenn dieſer Ort *A* oder *B* iſt, ſein Abſtand von dem Mittelpuncte des Hauptplaneten gefunden, ſonſt aber, wo ſich auch der Mond in ſeiner Bahn befunden haben mag, durch die Zuſammenhaltung verſchiedener ſolcher Stellen, die Zeit ſeines Umlaufs gefunden werden. Der Winkel, welchen die Fläche der Bahn des äuſſerſten Mondes des Saturnus mit der Fläche der Bahn deſſelben einſchlieſſet, beträget zwar nur halb ſo viel als die Winkel der übrigen, nehmlich ſo viel man zur Zeit weiß, 15 bis 16 Grade. Es weichet aber die Knotenlinie, in welcher dieſe Flächen einander ſchneiden, nicht ſo ſehr von der *AB* ab, daß man ſich bey der Berichtigung des Laufs dieſes äuſſerſten Mondes nicht eben der Mittel bedienen könte: und geſchickte Beobachter wiſſen auch ſonſt Rath zu ſchaffen.

§. 859. Die dergeſtalt entdeckten Zeiten des Umlaufs ſind, für den

I.	1 Tag,	21 St.,	18′,	27″	=	163107″
II.	2	17	44	22	=	236662″
III.	4	12	25	12	=	390312″
IIII.	15	22	34	38	=	1377278″
V.	79	7	47	0	=	6853620″

Die durch halbe Durchmeſſer des Saturnus ausgedruckten Halbmeſſer der in dieſen Zeiten beſchriebenen Bahnen aber ſind, bey dem

I. 4,893. *II.* 6,268. *III.* 8,754. *IIII.* 10,295. *V.* 59,154

nach welchem in der 164ſten Zeichnung der ganze Zuſammenhang dieſer Körper *T. XII. Fig.* 164. ſo gut entworfen worden iſt, als es der Platz erlauben wolte.

Der
Aſtronomiſchen Vorleſungen
funfzehnter Abſchnitt.

Genauere Betrachtung der anziehenden Kraft und ihrer Würkungen.

Dieſe Kraft iſt allgemein.

§. 860.

Nachdem wir uns nun den Zuſammenhang der ſämtlichen Planeten mit der Sonne ſo weit bekant gemacht haben, können wir auch die Kräfte, welche dieſelben in ihren Bahnen erhalten, ſamt deren Würkungen, etwas umſtändlicher betrachten. Es iſt leicht, was wir von dem Monde und der Erde geſehen haben, auf den Jupiter und ſeine Trabanten, wie auch auf den Saturnus und die ſeinigen, anzuwenden, und zu ſchlieſſen, daß jeder dieſer Trabanten von ſeinem Hauptplaneten angezogen werde, und denſelben hinwiederum anziehe. Nehmen wir aber einen von dieſen Nebenplaneten, ſo muß es uns eben ſo unwahrſcheinlich vorkommen, daß derſelbe ſeinen Hauptplaneten anziehen ſolte, ohne in die übrigen Trabanten deſſelben zu würken, als es uns unbegreiflich war, daß die Sonne allein die Erde und nicht zugleich den Mond anziehen ſolte: alsdenn aber finden wir uns gezwungen eben die Schlüſſe auch bey den Hauptplaneten gelten zu laſſen, und anzunehmen, daß auch jeder derſelben einen jeden andern, und jeden ſeiner Nebenplaneten anziehe und von demſelben angezogen werde. Und was kan uns bewegen die Kometen von dieſer allgemeinen Verbindung auszuſchlieſſen? Wenn wir die Sonne und den Mond ausnehmen, ſo muß zwar die Würkung, welche der Zug aller übrigen dieſer Weltkörper bey der Erde hat, gar ſehr gering ſeyn, da ſie an der Bewegung unſerer groſſen Seen nicht zu ſpüren iſt. Aber alle

Würkung können wir dieſem Zuge unmöglich abſprechen. Und wir werden finden, daß dieſe Schlüſſe, welche wir auf die Gleichförmigkeit der Werke der Natur gegründet haben, auch durch die Erſcheinungen beſtätiget werden. T. XI. Fig. 163.

§. 861. Wir haben alſo eine anziehende oder vereinigende Kraft als etwas anzuſehen, ſo mit allen himliſchen Körpern, auſſer den Fixſternen, beſtändig verbunden iſt. Denn daß auch dieſe unſere Sonne, unſere Planeten, und die der Erde von Zeit zu Zeit erſcheinenden Kometen anziehen ſolten, davon haben wir keine gewiſſe Spur; und es kan gar wohl ſeyn, daß die anziehende Kraft eines Körpers ſo weit nicht reichet, als die Fixſterne von der Sonne, und denen ſich in der Nähe der Sonne bewegenden Weltkörpern, abſtehen. Wir wiſſen nicht wovon dieſe Kraft eigentlich herrühre: und können hier nicht entſcheiden, ob ſie nothwendig aus dem uns nicht völlig bekanten Weſen eines Körpers folge, oder blos durch den uneingeſchränkten Willen des Schöpfers allen Weltkörpern beygelegt worden ſey, oder aber von dieſen oder jenen uns eben ſo wenig bekanten Nebenurſachen herkomme (*). Bey dem allen aber ſind die Körper, welchen die vereinigende Kraft zukomt, von welcher die Rede iſt, ſo ſehr von einander verſchieden, daß wir ſchlieſſen können, es ſey dieſelbe nicht dieſer oder jener beſondern Eigenſchaft dieſer Körper zuzuſchreiben, nach welcher ſie nehmlich flüßig oder feſte, dunkel oder leuchtend, fix oder flüchtig ſind; ſondern ſey mit dieſen Körpern, in ſoferne ſie Körper ſind, nicht anders verbunden, als ob ſie mit zu dem Weſen eines Körpers gehörte.

§. 862. Nach dieſem Begriffe iſt ein jeder auch noch ſo kleiner Theil eines Körpers mit ſeiner anziehenden Kraft begabet: die anziehende Kraft eines aus einer Menge ſolcher Theilchen beſtehenden Klumpen aber iſt die Summe der anziehenden Kräfte dieſer Theilchen, und kan alſo die Menge und Gröſſe derſelben zuverläßig anzeigen. Da nun die Menge und Gröſſe der körperlichen Theile eines Klumpen die Maſſe deſſelben ausmachet, ſo folgt hieraus, daß die anziehende Kraft eines jeden ſolchen Klumpen mit der Maſſe deſſelben zugleich wachſen werde; und daß die Würkungen, welche zween Körper in einerley Umſtänden, jeder vermittelſt ſeiner anziehenden Kraft, bey eben dem körperlichen Puncte äuſſern, ſich wie die Maſſen derſelben Körper verhalten. Unter den Umſtänden, welche beyderſeits einerley ſeyn müſſen, ſtehet fürnehmlich die Entfernung des anziehenden Körpers, von dem körperlichen Puncte, welchen er anziehet.

(*) Einleit. in die Naturlehre. §. 52.

§. 863. Es iſt nicht möglich, daß alle Puncte eines Körpers von eben dem Puncte eines andern gleichweit entfernet ſeyn ſolten: man ſiehet aber leicht, daß bey einem jeden Körper ein Punct angenommen werden könne, in welchem die anziehende Kraft dieſes Körpers gleichſam verſamlet iſt, ſo daß, wenn die ganze Maſſe des Körpers in dieſes Punct zuſammen gepfropft werden könte: derſelbe einen jeden andern körperlichen Punct eben ſo anziehen würde, als dieſes jener Körper thut. T. XII. Fig. 165. Iſt nun (*T. XII. Fig.* 165.) der Mittelpunct des Körpers S dieſer Punct, welchen wir uns eigentlich mit S bezeichnet vorſtellen wollen: ſo wird zwar durch den Zug deſſelben die Entfernung CS in einer jeden auch noch ſo kleinen Zeit gemindert, und alſo die Stärke des Zugs vermehret. Es iſt aber auch, wenn die Zeit dieſer Annäherung unendlich klein genommen wird, dieſe Verminderung der CS ſo gering, daß ſie als Nichts angeſehen werden kan, woraus folget, daß die Entfernung CS dieſe ganze Zeit über die nehmliche geblieben ſey. Alsdann aber würket die anziehende Kraft gleichförmig, und man kan, was von den gleichförmigen Kräften überhaupt erwieſen wird, ohne Bedenken auf dieſelbe anwenden. Inſonderheit aber komt uns die aus dem 500ten §. der Naturlehre für den Fall, da die Maſſe C die nehmliche bleibt, und die zwo verſchiedene Kräfte V, v in eben der Zeit in dieſelbe würken, flieſſende Proportion $V : v = S : s$ zuſtatten in welcher S und s die unendlich kleinen Linien bedeuten, um welche der Körper C, in der angenommenen ebenfals unendlich kleinen Zeit, dem ihn anziehenden Puncte oder Körper S genähert wird. Aus eben den Sätzen folget auch $V : v = C : c$, da C und c die Geſchwindigkeit bedeuten, welche die Kräfte V, v dem Körper C in eben der Zeit beybringen.

Würkung verſchiedener Maſſen, die einander anziehen.

§. 864. Wenn nun die Entfernung des Körpers C von dem S unverändert bleibt, und es wird die Maſſe des C verdoppelt oder ſonſt in der Verhältniß $n : 1$ vermehret, ſo wächſet auch die Geſchwindigkeit, welche der Körper C dem S durch ſeine anziehende Kraft beybringet, in eben der Verhältniß: und in derſelben $n : 1$ ſtehet auch der Raum, um welchen ſich nunmehro der Körper S dem C in einer gewiſſen Zeit nähert, gegen denjenigen, in welchem er ſich dem C in eben der Zeit genähert haben würde, wenn die Maſſe dieſes C keine Veränderung erlitten hätte. Der Geſchwindigkeit des Körpers C aber, mit welcher er ſich zugleich dem S nähert, wird durch die Verdoppelung ſeiner Maſſe nicht das geringſte zugeſetzt oder entzogen. Denn da bey dem Körper *S*, keine Veränderung vorgegangen iſt, ſo würket dieſer in den einen der zween gleichen Theile, aus welchen die Maſſe des Körpers *C* nunmehro beſtehet, eben ſo ſtark als in den andern, und bringet demſelben eben die Bewegung bey, es mag der andere dieſer Theile da ſeyn oder nicht. Eben dieſes iſt auch von einer jeden andern Vermehrung oder Verminderung der Maſſe des Körpers *C* richtig, welche die Geſchwindigkeit dieſes Körpers nach der Strecke *CS* eben ſo wenig verändert, als eine gröſſere oder kleinere Maſſe einige Veränderung in derjenigen Bewegung hervorzubringen vermag, mit welcher unſere ſchweren Körper von einer Höhe gerade unterwärts fallen. Jedes Theilchen des dergeſtalt fallenden Körpers hat ſeine bewegende Kraft bey ſich, welche es in jedem Augenblicke mit eben der Geſchwindigkeit treibet, mit welcher ein jedes der übrigen in eben dem Augenblicke getrieben wird. Es würden alſo dieſe Theilchen mit einander zugleich fortgehen, und immer in eben der Ordnung verbleiben, wenn auch nicht die geringſte Verbindung zwiſchen denſelben da wäre. Bey ſo geſtalten Sachen würket keines in das andere; und eben die Bewandniß hat es auch mit dem Körper *C*, deſſen verſchiedene Theile einander, in ihrer Bewegung gegen *S*, gar nicht ſtören. Ob nun wohl der Körper *C*, indem er den *S* anziehet, auch zugleich von dieſem gezogen wird, ſo kan man doch bey dieſer Betrachtung jenen *C* den ziehenden, und dieſen *S* den angezogenen Körper nennen, und alsdann ſagen, daß bey einer Veränderung der Maſſe des ziehenden Körpers, zwar die Geſchwindigkeit des gezogenen, aber nicht die Geſchwindigkeit des ziehenden, in der angegebenen Verhältniß verändert werde: geſetzt nehmlich, die Entfernung *CS* werde nicht verändert.

T. XII. Fig. 165.

§. 865. Die Erfahrung beſtärket dieſe Schlüſſe nicht nur, wenn wir, wie bereits zum Theil geſchehen iſt, den mit der Erde verbundenen Mond betrachten, ſondern auch ſonſt überall: mit einer vorzüglichen Deutlichkeit aber gibt uns der Zuſammenhang des Jupiters mit ſeinen Nebenplaneten die Sache zu erkennen. Die Kreiſe, welche dieſe Monden um ihren Hauptplaneten beſchreiben, ſind in Abſicht der Entfernung aller dieſer Körper von der Sonne ſo klein, daß der Winkel, unter welchen der Halbmeſſer des gröſſeſten aus der Sonne geſehen wird, nicht mehr beträgt als 8 Minuten und 16 Secunden: demnach ſind die linien, welche von dem Mittelpuncte des Hauptplaneten und eines jeden ſeiner Monden nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogen werden können, einander beynahe parallel. Es iſt

aber

T.XII. Fig. 165. aber auch eben der Hauptplanet viel gröſſer als alle ſeine Monden zuſammen genommen, deren keiner uns in einem Winkel erſcheinet, deſſen Gröſſe nur einigermaaſſen bemerket, und mit der Gröſſe desjenigen, in welchem wir den Jupiter ſelbſt ſehen, verglichen werden könte: und niemand zweifelt daran, daß auch ſeine Maſſe viel gröſſer ſey, als die Maſſen aller dieſer Monden, inſonderheit, wenn dabey auf die Geſetze, nach welchen ſich die mit einander verbundene Körper um den Mittelpunct ihrer Maſſen bewegen müſſen, zurückgeſehen wird. Dieſe ſo ſehr verſchiedene Maſſen nun, der Jupiter und jeder ſeiner Monden, werden beſtändig nach Linien, die einander beynahe parallel ſind, gegen die Sonne gezogen. Wäre nun dieſer Zug von der Beſchaffenheit, daß die angezogenen Körper, deren Maſſen ſo ſehr verſchieden ſind, in einerley Entfernung von der Sonne verſchiedene Geſchwindigkeiten erhielten; und alſo der Nebenplanet in eben der Zeit derſelben mehr oder weniger genähert würde, als der Hauptplanet: ſo würde dadurch der Zuſammenhang gar bald in Unordnung gebracht, und endlich gar aufgehoben werden. Denn wenn die Verſchiedenheit der Geſchwindigkeiten, mit welchen ſich der Hauptplanet und einer ſeiner Monden der Sonne nähern, blos von der Verſchiedenheit ihrer Entfernungen von dieſer herrühret: ſo können, wie wir dieſes an unſerm Monde und der Erde geſehen haben, die beiden Körper dennoch beyſammen bleiben. Wiewohl auch der Unterſchied, um welchen ſich, ſelbſt der äuſſerſte Mond des Jupiters, bey ſeinem Umlaufe um dieſen, mehr oder weniger von der Sonne entfernet, nur ohngefehr den 416 Theil der mittlern Entfernung beträget; welches etwas ſo geringes iſt, daß es hier kaum in Betrachtung gezogen werden darf.

§. 866. Sollen aber zween Körper, der Verſchiedenheit ihrer Maſſen ungeachtet, von irgend einer in dieſelbe würkenden Kraft, in eben der Zeit, eben die Geſchwindigkeit erhalten, ſo muß dieſe Kraft mit den Maſſen der Körper, welche ſie in Bewegung ſetzt, zugleich wachſen und zu einer doppelten Maſſe doppelt ſo groß, zu einer dreyfachen aber dreymal ſo groß werden, als zu einer einfachen, und ſo immer, nach der Verhältniß der Maſſen, woraus der andere Theil des Satzes ſogleich folget. Die Kraft, mit welcher Jupiter von der Sonne angezogen wird, iſt derjenigen gleich, mit welcher er hinwiederum dieſelbe anziehet, und eben dieſes iſt auch von einem jeden ſeiner Monden zu ſagen. Da nun die Kraft, mit welcher Jupiter von der Sonne gezogen wird, ſich zu derjenigen, mit welcher die Sonne einen ſeiner Monden ziehet, ſich wie die Maſſe des Jupiters zu der Maſſe dieſes Monds verhält: ſo muß ſich auch die Kraft, mit welcher Jupiter die Sonne ziehet, zu der Kraft mit welcher dieſes der Mond thut, wie die Maſſe des Jupiters zu der Maſſe des Monds verhalten. Setzen wir nun an die Stelle der Sonne einen andern Körper, wie bey der Gleichförmigkeit der Geſetze, nach welchen ſich die Körper bewegen, allerdings geſchehen kan, oder nehmen überhaupt zween Körper *A* und *B*, welche von einem dritten *C* gleichweit entfernet ſind, den ſie beide anziehen, ſo ſehen wir, daß ſich überhaupt die Kraft, mit welcher *A* den *C* ziehet, zu derjenigen mit welcher *B* daſſelbe thut, wie die Maſſe des *A* zu der Maſſe des *B* verhalten werde. *T. XI. Fig. 165.*

§. 867. Vermittelſt dieſer Sätze wird das meiſte, ſo noch von den Kräften zu ſagen iſt, welche einen Körper, der den Umkreis eines Cirkels beſchreibt, in dieſer Bahn erhalten, indem ſie ihn nach deren Mittelpunct treiben, aus dem, ſo wir bereits hievon geſehen haben, unmittelbar hergeleitet. Wenn wir wieder die 147ſte Zeichnung vor uns nehmen, ſo wird der Körper *A*, indem er den Umkreis des zu dem Radius *AC* gehörigen Cirkels beſchreibt, durch den Körper *B* in dieſer Bahn erhalten, welcher *B* denſelben beſtändig nach dem Mittelpuncte *C* ziehet, durch welchen, und den Körper *A* die gerade Linie *AB* immer hindurch gehet: und es hat die anziehende Kraft des Körpers *B* die dazu erfoderte Gröſſe, wenn *C* der Mittelpunct der Maſſen *A* und *B* iſt, und alſo die Proportion $A : B = CB : CA$ ihre Richtigkeit hat. Ohnfehlbar kan die Bewegung des Körpers *A* in eben dem Cirkelkreiſe auch durch andere Mittel erhalten werden: und wenn der Punct *C* unbeweglich iſt, ſo kan ein an denſelben und zugleich an den Körper *A* gebundener Faden von der Länge *AC*, dieſen Körper *A* allein zwingen, daß er ſich ſo, wie verlangt wird, in einem Kreiſe bewegen muß. Alsdenn aber iſt die Kraft, mit welcher ein ſolcher Faden nach der *AC* gedehnet wird, und mit welcher er ſich, wie ein jeder gedehnter Faden zu thun pfleget, wieder zu verkürzen bemühet iſt, wie auch der Widerſtand, welchen das Punct *C* dem daran befeſtigten gedehnten Faden leiſten muß, der anziehenden Kraft des Körpers *B* vollkommen gleich, und es kan anſtatt einer jeden ſogenannten Centralkraft, welche nehmlich den Körper *A* beſtändig nach eben dem Puncte *C* treibet, die anziehende Kraft des ſich in den angezeigten Umſtänden befindenden Körpers *B* geſetzt, und die Gröſſe jener Centralkraft aus der Gröſſe dieſer anziehenden Kraft des Körpers *B* beurtheilet werden. Wir wollen, damit dieſes deſto leichter geſchehen könne, die Entfernung *CB* unverändert beybehalten. *T. XI. Fig. 147.*

T. XI. Fig. 165.

§. 868. Nun wiſſen wir, daß wenn die Maſſe A verdoppelt, oder ſonſt in der Verhältniß $n : 1$ vermehret oder vermindert wird, ohne daß in den Entfernungen CA, CB eine Veränderung vorgehe; der Punct C nicht der Mittelpunct der Maſſen bleiben könne, wenn man nicht auch die Maſſe B in eben der Verhältniß vermehret oder vermindert. Denn da aus der Proportion $A : B = CB : CA$ dieſe andere entſtehet $nA : nB = CB : CA$, ſo kan die neue Maſſe nA zu keiner andern als der nB die Verhältniß $CB : CA$ haben. Dadurch aber, daß aus der Maſſe B die nB gemacht wird, wird auch die anziehende Kraft derſelben in eben der Verhältniß $n : 1$ verändert. Dieſe aber iſt der Centralkraft gleich, welche erfordert wird, den in nA verwandelten Körper bey A in ſeiner Bahn zu erhalten, welche demnach in eben der Verhältniß $n : 1$ wachſen oder abnehmen muß, nach welcher aus A die Maſſe nA entſtehet.

§. 869. Wird zwar nicht die Maſſe A, wohl aber CA, ihre Entfernung von dem Puncte C, oder der Radius des Kreiſes, welchen ſie um C beſchreiben ſol, in der Verhältniß $n : 1$ vermehret oder vermindert, welche Verhältniß $n : 1$ die vorher gebrauchte oder eine jede andere ſeyn kan: ſo kan, bey eben der CB, nun nicht mehr C der Mittelpunct der Maſſen bleiben, wenn nicht auch die Maſſe B nach eben der Verhältniß vermehret oder vermindert wird. Oder kürzer: wenn aus AC gemacht wird $n.AC$, ſo muß auch aus B gemacht werden nB, wenn bey der geſetzten Bedingung C der Mittelpunct der Maſſen bleiben ſol. Denn da aus der Proportion $CA : CB = B : A$ auch dieſe andere $n.CA : CB = n.B : A$ geſchloſſen wird, ſo kan bey einer jeden andern Gröſſe des Körpers bey B, auſſer der durch $n.B$ ausgedrückten, die Entfernung CB nicht die vorige bleiben. Es wächſet alſo auch bey dieſer Veränderung der Entfernung CA die anziehende Kraft des Körpers bey B, und mit derſelben die Centralkraft, in eben der Verhältniß $n : 1$, nach welcher die Entfernung des A von C vermehret oder vermindert wird.

§. 870. Endlich kan auch die Zeit des Umlaufs verändert werden, welche bey den zween mit einander verbundenen Körpern eben dieſelbe iſt, und es iſt noch die Verhältniß auszumachen, nach welcher bey dieſer Veränderung die Centralkraft wächſet oder abnimt. Wir müſſen uns erinnern, daß wenn ein Körper in den Umſtänden, in welchen wir ihn hier annehmen, den Umkreis eines Cirkels beſchrei-

beſchrei-

beſchreibet, ſeine Geſchwindigkeit immer dieſelbe bleibe (811), und daß alſo, T XII. Fig. 165. wenn zween Körper ſich in eben den Cirkelkreiſe, oder in zween dergleichen Kreiſen von einerley Gröſſe bewegen, der eine mit der Geſchwindigkeit C und der andere mit der Geſchwindigkeit c, indem T die Zeit vorſtellt, in welcher jener Körper in ſeinem Kreiſe ganz herum komt, t aber die Zeit eines ganzen Umlaufs dieſes andern bedeutet: ſeyn werde, $C : c = t : T$. Denn wenn der mit gleichförmigen Bewegungen beſchriebene Raum eben derſelbe iſt, ſo verhalten ſich die Geſchwindigkeiten derſelben immer, wie die Zeiten, in welchen dieſer Raum beſchrieben wird, verkehrt genommen.

§. 871. Iſt nun dieſer Raum der mit dem Radius AC (*T. XII. Fig.* 166.) T. XII. Fig. 166. beſchriebene Cirkelkreis, und bewegen ſich in demſelben zween Puncte oder Körper dergeſtalt, daß in dem Augenblicke, in welchem der erſte den Raum AB beſchreibet, der andere den gröſſern Bogen AD zurück legt, ſo iſt, wenn auch nunmehro C, T zu dem erſten dieſer Körper, und c, t zu dem zweiten gehören: $AB : AD = C : c$. Wird aber die AE gezogen, welche den Cirkel bey A berühret, und folgends dem Halbmeſſer AC perpendicular iſt, und man machet BF, DG dieſem AC parallel, welche verlängert die AE in b, d ſchneiden: ſo iſt mit einer deſto gröſſern Richtigkeit, je kleiner Ad iſt, $AB : AD = Ab : Ad$, und alſo auch $Ab : Ad = C : c = t : T$. Nun iſt, da die von dem Puncte d gezogene dA den Cirkel berühret, dG aber den Umkreis deſſelben bey D und G ſchneidet, $dG : Ad = Ad : dD$, und alſo das Quadrat aus Ad gleich dem Rechtecke aus dG, dD; und ſo auch $Ab^2 = bB \times bF$. Die Linien dG, bF aber ſind deſto weniger von einander und von dem Durchmeſſer des Cirkels $2AC$ unterſchieden, je kleiner DA genommen worden iſt. Es kan alſo, wenn man dieſen DA, und mit demſelben den Bogen BA, unendlich klein machet, auch geſetzt werden: $2AC.bB = Ab^2$, und $2AC.\ dD = Ad^2$, woraus folget, $bB : dD = Ab^2 : Ad^2$. Wenn nun V die Centralkraft bedeutet, welche den erſten Körper in ſeiner Bahn erhält, und v die Centralkraft des zweiten, ſo iſt (863) $bB : dD = V : v$. Aus $Ab : Ad = t : T$ aber folgt $Ab^2 : Ad^2 = tt : TT$. wodurch die letzte Proportion in dieſe $V : v = tt : TT$ verwandelt wird, welche die Centralkräfte vermittelſt der Zeiten des Umlaufs mit einander vergleichet, deren Quadrate ſich umgekehrt wie jene Kräfte verhalten.

Schlüſſe aus dieſen einfachern Sätzen.

T. XII. Fig. 167. §. 872. Sollen die gefundenen drey Regeln in eine zuſammengezogen werden, welche die Centralkräfte der zween Körper *A* und *B*, (*T. XII. F.* 167.) deren jeder ſeinen Cirkelkreis beſchreibet, in allen Umſtänden mit einander vergleichet; ſo kan dieſes am füglichſten geſchehen, wenn man die zu dem einen dieſer Körper *A* gehörige Centralkraft als bekant anſiehet, und dieſelbe zur Einheit machet, aus welcher die Centralkraft des andern *B* zu beſtimmen iſt. Wenn nun die Maſſe des Körpers *A* ſich zu der Maſſe des *B* wie $1 : m$ verhält, die Entfernung *AC* zu der Entfernung *BD* wie $1 : d$, und die Zeit in welcher *A* ſeinen Kreis ganz beſchreibet, zu der Zeit des Umlaufs des Körpers *B* wie $1 : t$: und man ſetzet, daß v'' die Centralkraft ſey, welche erfordert wird dieſen *B* in ſeiner Bahn zu erhalten, wenn ſo wohl $BD = AC$, das iſt, $d = 1$, als auch $t = 1$; v' aber bedeute diejenige, welche bey dieſem Körper *B* würken muß, wenn zwar *BD* gröſſer oder kleiner iſt als *AC*, und alſo nicht mehr $d = 1$, wohl aber $t = 1$, und endlich v die geſuchte, bey welcher auſſer den vorigen Umſtänden, auch die Zeiten des Umlaufs verſchieden ſind: ſo iſt

$$1 : m = 1 : v''$$
$$1 : d = v'' : v'$$
$$tt : 1 = v' : v,$$

woraus durch die Zuſammenſetzung der Verhältniſſe entſtehet $tt : md = 1 : v$; und $v = \frac{md}{tt}$.

§. 873. Dieſe Art zu ſchlieſſen zeiget zugleich deutlich, wie der gefundene Ausdruck $v = \frac{md}{tt}$ zu verſtehen ſey. Er zeiget an, daß die Zahl, welche die Centralkraft v aus der als einfach betrachteten Centralkraft des Körpers *A* ausdrücket, nach der Vorſchrift $\frac{md}{tt}$ gefunden werde, ob wohl die ganzen oder gebrochenen Zahlen, welche durch m, d, t bedeutet werden, ſich auf ganz andere Einheiten beziehen. Alſo ſaget $v = \frac{md}{tt}$ nichts anders, als daß $\frac{md}{tt}$ das zweite Glied einer Proportion ſey, welches ſich auf das erſte, das bey den angenommenen Benennungen immer eine Einheit iſt, ſich ſo beziehet, wie die Centralkraft v,

T. XII. Fig. 167.

zu der ebenfals für einfach angenommenen Centralkraft des Körpers *A*. Auf dieſe verſchiedene Einheiten muß man zurück ſehen, wenn man ſich von dem Sinne des Ausdrucks eine deutliche Vorſtellung machen will, und jede der durch *m*, *d*, *t*, *v* angezeigten ganzen oder gebrochenen Zahlen auf die ihrige beziehen. Bedeuten alsdann die gröſſern Buchſtaben andere dergleichen Zahlen, deren Einheiten die nehmlichen ſind, ſo wird auch $V = \frac{M.D}{TT}$ das iſt $\frac{M.D}{TT} : 1 = V : 1$, welche Proportion mit der vorigen $1 : \frac{md}{tt} = 1 : v$ gehörig verbunden, dieſe neue giebt, $\frac{M.D}{TT} : \frac{m.d}{tt} = V : v$, oder $M.D.tt : m.d.TT = V : v$ in welcher Geſtalt, die aber gar nichts neues enthält, dieſe Regeln in der Einleitung in die Naturlehre öfters vorkommen. Denn die daſelbſt vorzüglich gebrauchte Gleichheit $V.TT.m.d = v.tt.M.D$ wird gar leicht aus der Proportion hergeleitet, und giebt im Grunde nichts anders, als eben dieſe Proportion an.

§. 874. Wenn nun $tt = d^3$, das iſt, wenn die Zahl *d*, welche die Entfernung *BD* aus ihrer Einheit *AC* ausdrücket, die Cubicwurzel der *tt* iſt, welche das Quadrat der Zeit des Umlaufs des Körpers *B* aus der für Eins angenommenen Zeit des Umlaufs des Körpers *A* angiebt, ſo entſtehet, wenn man in $v = \frac{m.d}{tt}$ für *tt* die Cubiczahl d^3 ſetzet, $v = \frac{md}{d^3} = \frac{m}{d^2}$; und, wenn die Maſſen gleich ſind; $v = \frac{1}{dd}$, weil alsdann geſetzt werden muß $m = 1$. Dadurch wird angezeigt, daß bey den geſetzten Umſtänden, wenn nehmlich die Quadrate der Zeiten, in welchen die Körper *A*, *B* ihre Umläufe verrichten, ſich wie die Cubiczahlen derjenigen verhalten, ſo bey gleichen Maſſen die Entfernungen *AC*, *BD* angeben; ſich die Centralkräfte wie die Quadrate eben dieſer Entfernungen, verkehrt geſetzt, verhalten werden. Schreibt man die angenommene Proportion alſo: $TT : tt = D^3 : d^3$, und ſchlieſſet daraus $tt.D^3 = TT.d^3$, ſo entſtehet aus der Multiplication dieſer gleichen Producte in diejenigen, deren Gleichheit wir beym Ende des vorhergehenden Abſatzes geſehen haben, $V.TT.tt.m.D^3d = v.TT.tt.M.D.d^3$, welche durch $TT.\ tt.\ D.\ d$ divi-

T. XII. Fig. 167. dirt, die gleichen Quotienten $VmD^2 = vMd^2$ geben; woraus eben die Proportion $V : v = Md^2 : mD^2$ fließet, die durch $M = m$ in $V : v = dd : DD$ verwandelt wird.

§. 875. Man kan dieſen Satz umkehren, und indem man annimt $v = \frac{m}{dd}$, das iſt, daß ſich die Kräfte wie die bewegten Maſſen m, und verkehrt wie die Quadrate dd verhalten, vermittelſt des allgemeinen Satzes $v = \frac{md}{tt}$ ſchlieſſen, was es bey dieſer Bedingung mit dem übrigen für eine Bewandniß haben werde. Es folgt nehmlich aus beyden $\frac{m}{dd} = \frac{md}{tt}$, und hieraus $tt = d^3$, welches anzeigt, daß ſich die Quadrate der Zeiten tt wie die Cubiczahlen der Entfernungen d^3 gegen einander verhalten werden, welches vorher die angenommene Bedingung war. Wird eben dieſes alſo ausgedruckt $V : v = M.dd : m.DD$, und daraus gemacht, $v.M.dd = V.m.DD$, ſo komt aus dem durch $V.TT.m.d = v.tt.M.D.$ ausgedruckten allgemeinen Satze, vermittelſt der Multiplication, $TT.d^3 = tt.D^3$, oder $TT : tt = D^3 : d^3$, welches eben daſſelbe etwas deutlicher ausdrücket.

Anziehende Kraft der Kugeln.

§. 876. Auch dieſes iſt von allen körperlichen Puncten richtig, und insbeſondere von Kugeln, deren Durchmeſſer in Abſicht auf den Zwiſchenraum zwiſchen ihren Mittelpuncten d, wegen ihrer Kleinigkeit, als nichts betrachtet werden können. Daß aber, wenn eine Kugel aus Theilchen beſtehet, deren jedes, deſſen Maſſe durch m bedeutet wird, eben das körperliche Punct, von welchem es um die Länge d abſtehet, nach der Verhältniß $\frac{m}{dd}$ anziehet, der Satz auch in dem Falle ſtatt finde, da der Durchmeſſer der Kugel, in Abſicht auf die Entfernung des angezogenen Puncts von dem Mittelpuncte derſelben, eine beträchtliche Gröſſe hat, kan ohne Beweis nicht zugeſtanden werden. Wir müſſen alſo dieſen Beweis voraus ſenden, und zugleich die Umſtände aus einander ſetzen, unter welchen die entdeckten Proportionen bey Kugeln von einer jeden Gröſſe richtig ſind, ehe wir dieſelbe auf den Jupiter und ſeine Trabanten, den Saturnus und die ſeinigen, oder auch auf die Sonne, mit völliger Zuverſicht anwenden. Dieſe Umſtände ſind: *T. XII. Fig.* 167. jede der Kugeln, die wir hier annehmen, ſoll entweder durchaus, oder doch überall in einerley Entfernung von ihrem Mittelpuncte, gleich dichte ſeyn, und der angezogene Punct ſoll von dem Mittelpuncte einer jeden ſolchen Kugel eben die Entfernung haben. Alsdenn komt auf die Gröſſe der Kugel, bey der Beſtimmung ihrer anziehenden Kraft, nichts an. Dieſe Kraft richtet ſich blos nach der Maſſe der Kugel, und wächſet in eben der Verhältniß, in welcher dieſe zunimt; der Durchmeſſer mag groß oder klein, die Kugel ſelbſt aber durchaus gefüllet oder inwendig hohl ſeyn. Die Materie, aus welcher eine dergleichen Kugel beſtehet, ziehet überhaupt nicht anders, als ſie thun würde, wenn ſie, bey unveränderter Lage des angezogenen Puncts, ſämtlich in dem Mittelpuncte verſamlet, oder in eine ganz kleine eben dieſen Mittelpunct umgebende Kugel zuſammen gepfropfet wäre.

§. 877. Dieſes deutlich einzuſehen, ſtellen wir uns um den in der *AB* (*Tab. XII. Fig.* 168.) genommenen Puncte *C* mit dem Radius *CA* einen halben *T. XII. Fig.* 168. Cirkel beſchrieben vor, und mit dem Radius *CB*, welcher gar wenig kleiner iſt als *CA*, einen andern. Wir müſſen uns nehmlich den von den beiden Umkreiſen eingeſchloſſenen halben Ring *ADB* ſo ſchmal gedenken, daß ſein ganzer Inhalt, in Anſehung des Inhalts einer der beiden halben Scheiben, in keine Betrachtung komt. Dieſer halbe Ring *ADB* beſchreibt, indem er um die *AB*, als ſeine Axe, herumgedrehet wird, eine hohle Kugel, oder vielmehr eine Art einer Blaſe, deren Häutchen ungemein dünne angenommen wird. Denn wir ſtellen uns den Theil des Raums, in welchem der um *AB* herumbewegte Ring ſich nach und nach befindet, allein gefüllet vor, und zwar durchaus mit gleich dichter Materie; wiewohl dieſe Dichtigkeit an ſich willkührlich iſt. Wird nun *AB*, oder ein jeder anderer Durchmeſſer der alſo erzeugten hohlen Kugel, verlängert, und in ein beliebiges Punct dieſer Verlängerung, alſo auſſer die Kugel, ein Körperchen *P* geſetzt, welches von derſelben angezogen werden ſoll: ſo iſt leicht einzuſehen, daß dieſes Punct in der *PC* gerade nach dem Mittelpuncte *C* gehen werde, wenn es der ihm durch die Kugel eingedruckten Bewegung frey folgen kan. Dieſe *PC* iſt alſo die Richtung, nach welcher der Zug der ganzen hohlen Kugel würket. Wird aber in dem Bogen *AD* ein Theil *Ee*, der ſo klein iſt, daß er für eine gerade Linie gehalten werden kan, nach Belieben angenommen, nach deſſen äuſſerſten Puncten die Halbmeſſer *CE*, *Ce* laufen: ſo wird aus dem Ringe *ADB* das Theilchen *EeFf* ausgeſchnit-

T. XII. Fig. 168. geſchnitten, welches von einem geradlinichten Rechtecke nicht zu unterſcheiden iſt. Dieſes Theilchen $EeFf$ iſt, bey der Bewegung des halben Rings ADE, zugleich mit um die Axe AB herumgegangen; und insbeſondere hat bey dieſem Umlaufe ſein Punct E einen Cirkelkreis beſchrieben, zu welchem die aus demſelben der AB perpendicular gezogene EG der Radius iſt; das ganze Rechteckgen aber hat eine Art eines körperlichen Rings gebildet, den man ſich gar leicht vorſtellen, und eben ſo leicht einſehen kan, daß derſelbe das Punct P nach eben der PC, die zugleich durch den Mittelpunct des beſchriebenen Cirkels G gehet, anziehen werde.

§. 878. Es iſt alſo nur die Gröſſe der anziehenden Kraft dieſes Rings, von welchem $EeFf$ ein Durchſchnitt iſt, mit welcher er das Punct P nach der PG in Bewegung zu ſetzen bemühet iſt, auszumachen; weil aus dergleichen an einander geſetzten Ringen die ganze Blaſe beſtehet, und alſo die anziehende Kraft derſelben nach eben der PC die Summe aller anziehenden Kräfte aller dieſer Ringe iſt. Es mag zu dem Ende π den Umkreis eines Cirkels bedeuten, zu welchem 1 der Durchmeſſer iſt, und $d\pi$ einen der gleichen Theile dieſes Umkreiſes, deren eine unendlich groſſe Zahl N den ganzen Umkreis ausmachen. Alsdenn iſt $2\pi.GE$ der Umkreis des mit dem Radius GE beſchriebenen Cirkels, und $2GE.d\pi$ ein Theil deſſelben, deren eben ſo viele, nehmlich N, auf das Ganze gehen. Wir wollen ſetzen, daß das kleine Rechteck $EeFf$ in dieſer Höhe $2GE.d\pi$ mit einer Materie, deren Dichtigkeit g ausdrückt, dergeſtalt bedecket ſey, daß dadurch ein rechtwinklichtes Parallelepipedum entſtehet: ſo wird $2GE.Ee.Fe.d\pi$, das Product nehmlich aus der Grundfläche $Ee.Fe$ und der Höhe $2GE.d\pi$, die Gröſſe dieſes Körperchens angegeben. Die Maſſe eines Körpers verhält ſich immer wie das Product aus der Gröſſe deſſelben in ſeine Dichtigkeit, und iſt alſo hier, da g die Dichtigkeit bedeutet, durch $2GE.Ee.Fe.gd\pi$ auszudrücken. Dieſer Ausdruck der Maſſe nun, muß dem zufolge, ſo hier vorausgeſetzt wird, durch die Zahl, welche das Quadrat von PE angibt, dividiret werden, um $\frac{2GE.Ee.Fe.gd\pi}{PE^2}$ zu erhalten, wodurch die Kraft, welche das Punct P nach PE ziehet, mit einer jeden andern ſolchen Kraft verglichen wird. Die Kraft nach PG, welche wir eigentlich ſuchen, verhält ſich zu dieſer nach PE ziehenden Kraft, wie PG zur PE. Sie wird alſo durch den Ausdruck $\frac{2GE.PG.Ee.Fe.gd\pi}{PE^3}$, vorgeſtellt, welcher

T.XII. Fig. 168. dieſer Verhältniß gemäß aus dem vorigen flieſſet. Auf die von eben der Kraft nach PE herrührende andere Kraft nach der Seite GE aber iſt hier nicht zu ſehen, weil bey dem Ringe, um welchen es uns eigentlich zu thun iſt, die Würkung derſelben immer durch eine andere ihr gerade entgegen ſtehende Kraft vernichtet wird.

§. 879. Dieſes iſt die Stärke des Zugs eines jeden der kleinen Theile, in welche der Ring vermittelſt der Theilung des π zerfället worden iſt. Will man alſo den Zug nach eben der PC oder PG haben, der von allen dieſen Theilchen herrühret, ſo darf man nur das gefundene durch die unendlich groſſe Zahl N vervielfältigen, vermittelſt welcher aus π das Theilchen $d\pi$ durch die Diviſion entſtanden iſt. Dadurch wird hinwiederum π aus $d\pi$, weiter aber gehet in dem Ausdrucke keine Veränderung vor. Demnach wird die Kraft des Rings, deſſen gröſter Halbmeſſer EG iſt, durch $\frac{2\pi g.\ Fe.\ GE.\ PG.\ Ee}{PE^3}$ angegeben; aus welcher ferner die anziehende Kraft der ganzen aus dergleichen Ringen zuſammengeſetzten hohlen Kugel zu ſchlieſſen ſeyn wird.

T.XII. Fig. 169. §. 880. Die hiezu dienende 169ſte Zeichnung enthält alles, ſo in der vorigen 168ſten enthalten war, auſſer daß hier die Dicke der hohlen Kugel nicht angedeutet iſt, und man alſo dieſe Dicke Fe oder Ef aus jener Zeichnung nehmen muß, wenn man ſie nicht lieber mit dem einzeln Buchſtaben b benennen will. Es iſt aber nunmehro die PE in E' verlängert, und dadurch von dem halben Umkreiſe der Bogen EE' abgeſchnitten worden, welchen D gleich theilet. Auch hat man durch e, das Ende des Theilchen Ee, die Pe gleichfalls bis an den Umkreis in e' verlängert, welche, da Ee unendlich klein iſt, zwiſchen e und e', als der EE' parallel angeſehen werden kan, ob ſie wohl würklich bey P an dieſe anläuft. Es iſt auch CE' gezogen, und $E'G'$ der AB perpendicular gemacht worden. Weil nun D den Bogen EE' gleich theilet, ſo iſt CD der Sehne deſſelben EE' perpendicular, und theilet dieſe ebenfals bey K in gleiche Theile, ſo daß das Dreyeck KCE' dem KCE in allen Stücken gleich wird. Wenn alſo CD zum Radius genommen wird, ſo iſt KE oder KE' der Sinus des Bogens $ED = DE'$, oder des Winkels $ECD = DCE'$ und KC deſſelben Bogens oder Winkels Coſinus. Was aber die Ck anlangt, ſo würde dieſe Linie von dem Coſinus der Hälfte des Bogens eDe' merklich verſchieden ſeyn, wenn der Winkel $E'Pe'$ eine beträchtliche

T. XII. Fig. 169. Gröſſe hätte. Denn das Punct, welches die Sehne ee' in zween gleiche Theile theilet, kan nicht in k fallen, welches ſeyn müſte, wenn Ck der Coſinus des halben ee' ſeyn ſolte. Doch kan bey allem dem die Kk von dem Unterſchiede der beiden Coſinus auch in dieſem Falle nicht ſehr abweichen, und da der Winkel $E'Pe'$ unendlich klein angenommen wird, fält auch dieſe Abweichung weg, und man kan die Kk für den genauen Ueberſchuß des Coſinus der Hälfte des Bogens EE' über den Coſinus der Hälfte des ee' annehmen.

§. 881. Wird demnach, wie gewöhnlich iſt, der Radius, auf welchen ſich die Sinus beziehen, 1 genant, und der Sinus des Bogens $DE = DE'$ durch s, ſein Coſinus aber durch c bedeutet, der unendlich kleine Abgang aber, welchen dieſer Coſinus c leidet, indem der Bogen EE' zur Gröſſe ee' anwächſt, wie gewöhnlich, durch $-dc$ angezeiget; wie auch AC oder CD, der halbe Durchmeſſer der hohlen Kugel, durch r angegeben: ſo wird $EK = KE' = rs$, $CK = rc$, und $Kk = -rdc$. Setzet man nun ferner $PC = a$, $PK = x$, und $PE = z$; ſo wird aus $PC : CK = PE : EG$ geſchloſſen $EG = \frac{rcz}{a}$, und aus $PC : PK = PE : PG$, herausgebracht $PG = \frac{xz}{a}$. Werden aber ſtatt der Buchſtaben E, e, G die an der andern Seite CD liegenden E', e', G'; und die zwiſchen denſelben und dem Puncte P liegenden Linien ſtatt der vorigen genommen, ſo wird auch $E'G' = \frac{rcz}{a}$, und $PG' = \frac{xz}{a}$, indem nunmehro z die AE' bedeutet.

§. 882. Man ſtelle ſich durch E die Ei der Kk parallel vor, wodurch der Winkel eEi dem CEK gleich, und das kleine Dreyeck eEi dem CEK ähnlich wird, und ziehe durch E' eben der KC eine andere Parallele $E'i'$, welche eben das leiſten wird, ſo daß die Dreyecke CEK, $CE'K$, eEi, $e'E'i'$ ſämtlich ähnlich werden. Wir erhalten dadurch $PK : PE = Kk : Ei$, oder $x : z = -rdc : Ei$, und $EK : EC = Ei : Ee$, oder $s : 1 = Ei : Ee$, aus deren Zuſammenſetzung entſtehet: $sx : z = -rdc : Ee$, und $Ee = -\frac{rzdc}{sx}$, welches wieder zugleich den kleinen Bogen $E'e$ ausdrücket, wenn man, mit Beybehaltung des übrigen, z die PE' bedeuten läßt. Nun iſt überall $sds = -cdc$, und

alſo

alſo $-\frac{dc}{s} = \frac{ds}{c}$. Es kan alſo auch für beide Bogen geſchrieben werden, Ee oder $E'e' = +\frac{rzds}{cx}$, wenn man ſich nur vorbehält, die Bedeutung des z gehörig anzunehmen. T.XII. Fig. 169.

§. 883. Werden nun alle dieſe Werthe in dem Ausdrucke $\frac{GE.\,PG.\,Ee}{PE^3}$ gehörig angebracht, ſo entſtehet aus demſelben dieſer, $\frac{rcz}{a} \times \frac{xz}{a} \times \frac{rzds}{cx} \times \frac{1}{z^3}$, ſo ſich in den kurzen $\frac{rrds}{aa}$ verwandelt, in welchem auſſer dem einzigen ds nichts veränderliches, und insbeſondere kein z, angetroffen wird. Multipliciret man denſelben im $2\pi gb$, alwo b ſtatt der Fe ſtehet, um die oben durch $\frac{2\pi g.\,Fe.\,GE\,PG.\,Ee}{PE^3}$ ausgedruckte Kraft des Rings, deſſen gröſter Halbmeſſer die EG oder $E'G'$ iſt, zu erhalten, die wir dv nennen können, ſo wird

$$dv = \frac{2\pi rrbgds}{aa}.$$

Man ſiehet hieraus, daß die anziehenden Kräfte der zween Ringe, zu deren einem der Halbmeſſer EG, zu dem andern aber $E'G'$ gehören, einander völlig gleich ſind, obwohl die Bogen derſelben Ee und $E'e'$ von gar verſchiedener Gröſſe ſeyn können. Denn es iſt die zu dem einen dieſer Ringe gehörige ds von der ds des andern in nichts verſchieden. Beide zuſammen geben $2dv = \frac{4\pi rrbg.\,ds}{aa}$.

§. 884. Wir wiſſen aber aus der Geometrie (79.), daß der Ausdruck $4\pi rr$ die ganze äuſſere Oberfläche der Blaſe andeute. Da nun b die Dicke des Häutchen iſt, welches die Hohlung umgibt, ſo iſt $4\pi rrb$ der Raum, welchen dieſes Häutchen einnimt, und $4\pi rrbg$ die Maſſe deſſelben. Wird alſo dieſe Maſſe durch m angegeben, ſo kan die anziehende Kraft der zween Ringe, deren einer EG der andere aber $G'E'$ zum gröſten Halbmeſſer hat, kurz durch $2dv = \frac{m}{aa}.\,ds$ dargeſtellet werden. Alsdenn iſt $2v$, die anziehende Kraft der ganzen Blaſe,

T. XII. Fig. 169. die Summe aller $2dv$, das iſt aller $\frac{m}{aa}.\,ds$, in welche man ſich die Blaſe dergeſtalt zertheilt vorſtellen kan, daß alle ds, die nach Belieben einander gleich oder ungleich ſeyn können, unendlich klein geworden ſind.

§. 885. Wenn nun anfänglich die Linie PK den halben Cirkel ADB nicht ſchneidet, ſondern nur berühret, welches zwiſchen D und E geſchehen muß; ſo iſt der Bogen EDE' von gar keiner Gröſſe, und s, der Sinus ſeiner Hälfte, iſt ebenfals $= 0$. Nimt aber der Winkel KPC von dieſer Gröſſe, bey welcher PK den halben Cirkel berührte, nach und nach ab, ſo entſtehet alsbald ein Bogen EDE' und wächſet beſtändig, ſo lang der Winkel KPC fortfähret abzunehmen. Es wächſet alſo auch s, der Sinus der Hälfte dieſes Bogens, indem immer ſolche Theilchen, als ds bedeutet, zu demſelben hinzukommen. Endlich wird der Winkel KPC gar vernichtet, indem KP auf die PC fält, und zugleich EDE' in den Bogen ADB verwandelt, deſſen Hälfte ein Quadrant iſt, welcher den Radius, das iſt 1, zu ſeinem Sinus hat: gröſſer darf der Bogen EDE' niemals werden. Bey ſo geſtalten Sachen iſt der Radius 1 die Summe aller ds vom erſten Anfange an, und alſo, wie man gar leicht ſiehet, inſonderheit wenn zugleich erwogen wird, daß gar wohl alle ds einander gleich genommen werden können, die anziehende Kraft der ganzen Blaſe $2v = \frac{m}{aa}$. Dieſe aber iſt derjenigen völlig gleich, mit welcher eben die Maſſe m das Punct P ziehen würde, wenn ſie ganz in dem Mittelpuncte C verſamlet wäre; weil alsdenn ihre Entfernung von dem P eben die $a = PC$ ſeyn würde.

§. 886. Da nun eine jede volle Kugel, mit welcher es die anfangs beſchriebene Bewandniß hat, würklich aus einer unendlichen Menge hohler in einander geſetzter Kugeln beſtehet, deren jede die unmittelbar darauf folgende immer mit ihrer ganzen inwendigen Oberfläche berühret: ſo iſt hieraus zu einer ſolchen Kugel der Schluß gar leicht zu machen. Iſt m die Maſſe derſelben, und wird, wie Anfangs geſchehen iſt, die Entfernung ihres Mittelpuncts, von demjenigen, welchen die Kugel anziehet, nun wieder d genennet: ſo wird auch die anziehende Kraft dieſer Kugel durch $\frac{m}{dd}$ angegeben. Nur muß d gröſſer ſeyn als der halbe Durchmeſſer der Kugel; denn auf den Fall, da der angezogene Punct in eine hohle Kugel eingeſchloſſen iſt, haben wir uns nicht eingelaſſen, ob wohl die willkührliche Dichtigkeit der Materie, aus welcher wir jede unſerer Blaſen zuſammengeſetzt haben, gar wohl erlaubet, daß wir uns unſere übrigens volle Kugel um ihren Mittelpunct dergeſtalt ausgehohlt vorſtellen, daß eine Schaale von beliebiger Dicke und Maſſe übrig geblieben iſt. Nun ſind die himliſchen Körper, und insbeſondere die Planeten, zwar keine vollkommen runde Kugeln, und es iſt kaum wahrſcheinlich, daß auch nur bey einem die Materie, aus welcher er beſtehet, überall in gleichen Entfernungen von ſeinem Mittelpuncte gleich dichte ſeyn ſolte. Es iſt aber auch, wenn man beydes annimt, kein Fehler zu befürchten, welcher uns abhalten könte, den herausgebrachten Satz $v = \frac{m}{dd}$ auch auf dieſe Körper anzuwenden. *T. XII. Fig. 169.*

Erläuterung einer anziehenden Kraft.

§. 887. Wenn wir uns eines der kleinſten Theilchen eines Körpers als ein eigentliches Punct vorſtellen, oder in demſelben einen wahren untheilbaren Punct annehmen, und ſetzen, daß von dieſem Puncte eine Kraft nach allen Seiten würke, das iſt, nach allen geraden Linien, die von demſelben gezogen werden können, und zwar in jeder dieſer Linie, und bey jedem Puncte, durch welches ſie hindurch gehet, mit eben der Stärke: ſo muß allerdings der Eindruck, welchen dieſe Kraft in ein jedes anderes Körperchen von beſtimter Gröſſe machet, ſo abnehmen, wie das Quadrat der Entfernung dieſes Körperchen von dem zuerſt angenommenen Puncte zunimt. Denn es ſey *R* (*T. XII. F.* 170.) dieſer Punct, von welchem die geraden Linien *RA*, *RB*, *RC*, *RD*, ſamt einer Menge anderer, ins Unendliche fortlaufen. Diejenigen dieſer Linien nun, welche in der Entfernung *RA* auf die ebene Figur *ABCD* fallen, fallen auch in der Entfernung *Ra* auf die ebene Figur *abcd*, welche der vorigen parallel lieget, und ihr ähnlich iſt. Bey der Kleinigkeit der Figuren *ABCD*, *abcd*, die hier angenommen wird, richtet ſich der Eindruck in dieſelbe blos nach der Menge dieſer darauf fallenden Strahlen. Es iſt alſo der Eindruck in die beiden Figuren gleich ſtark. Nun verhält ſich aber die kleinere *abcd* zu der gröſſern *ABCD*, wie das Quadrat von *Ra* zu dem Quadrate von *RA*; und wenn man die *abcd* auf *ABCD* bringet, oder von der *ABCD* einen Theil abſondert, welcher ſo groß iſt, als *abcd*, ſo hat die Menge der Strahlen, welche auf dieſen Theil fallen, zu derjenigen, *T. XII. Fig. 170.*

T. XII. Fig. 170. gen, welche $ABCD$ empfängt, eben die Verhältniß $abcd$ zur $ABCD$, welche iſt $Ra^q : RA^q$. Demnach verhält ſich auch die Menge der Strahlen, welche auf die $abcd$ fallen, ſo lange ſie an dieſem Orte verbleibt, zu der Menge derjenigen, welche ſie in der Entfernung RA empfängt, wie $RA^q : Ra^q$, und nach eben dieſer umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Entfernungen richten ſich auch die Eindrücke in dieſe Figuren, oder in die Körper, auf welche eben die Strahlen fallen.

§. 888. Es iſt andem, daß dieſes nichts beyträgt uns begreiflich zu machen, wie der Eindruck, welchen die von dem Körperchen bey R herrührende Kraft auf dasjenige macht, das wir uns in $abcd$ oder $ABCD$ vorſtellen, eine Bewegung dieſes andern Körperchens nach dem vorigen R verurſachen könne. Es macht uns aber doch dieſe Betrachtung das Geſetz, mit deſſen Folgen wir uns bisher beſchäftiget haben, einigermaaſſen wahrſcheinlich. Wenigſtens befreyet es daſſelbe von dem Scheine eines Widerſpruchs, und läßt nichts zu beweiſen übrig, als daß es würklich in der Natur beobachtet werde: welches am beſten geſchehen kan, wenn wir die Folgen deſſelben mit den Erſcheinungen zuſammen halten, und Acht haben, wie weit beide mit einander übereinſtimmen.

Das Geſetz der Entfernungen wird von der Sonne und den Planeten beobachtet.

§. 889. Nun haben wir geſehen, daß wenn zween oder mehrere Körper ſich in verſchiedenen um eben den Mittelpunct beſchriebenen Cirkelkreiſen bewegen, nach welchen ſie dem Geſetze, welches wir vor Augen haben, gemäß gezogen worden, die Quadrate der Zeiten des Umlaufs ſich wie die Cubiczahlen der Halbmeſſer dieſer Kreiſe verhalten werden (875). Und wir wiſſen nunmehro, daß eben dieſes ſtatt haben werde, wenn der Mittelpunct der Kreiſe zugleich der Mittelpunct einer Kugel von willkührlicher Gröſſe iſt, welche die Körper nach eben dem Geſetze anziehet: indem die Maſſe dieſer Kugel, welche immer dieſelbe bleibt, aus der Proportion wegfällt. Zwar ſind die Bahnen der Planeten um die Sonne keine vollkommene um den Mittelpunct dieſes Körpers beſchriebene Cirkel: ſie weichen aber von denſelben ſo wenig ab, daß wir auch bey dieſer Unterſuchung, da ohnedem wir vors erſte nicht alles ſo genau nehmen dörfen, ſie als ſolche anſehen, und die Entfernung der Planeten von der Sonne, dieſer Vorſtellung gemäß, vermittelſt des Geſetzes mit einander vergleichen können, welches ohne ſonderliche Mühe alſo geſchiehet. Es ſey T die Zeit des Umlaufs eines Planeten um die Sonne, und dieſer

mag

T. XII. Fig. 170. mag unſere Erde ſeyn, welche ihren nach den unbeweglichen Fixſternen gerechneten Umlauf in 525969 Minuten verrichtet; denn genauer zu rechnen iſt hier nicht nöthig: t ſey die Zeit des Umlaufs eines andern Planeten, D die Entfernung der Erde von der Sonne, oder der Halbmeſſer des Kreiſes, welchen ſie um dieſe beſchreibt, und d die Entfernung des angenommenen andern Planeten. Da nun, wenn ltt den Logarithmen der Zahl tt; ld^3 den Logarithmen zu d^3, und alſo der Buchſtabe l den Logarithmen desjenigen anzeiget, wovor er ſtehet; wir haben $ltt = 2lt$, $ld^3 = 3ld$, und ſo überall; ſo folget aus der Proportion $tt : TT = d^3 : D^3$, wenn man die Logarithmen nimt, $2lt - 2lT = 3ld - 3lD$, Man kan aber bey der Vergleichung, welche wir vorhaben, D zur Einheit machen, wodurch wird $lD = 0$, und alſo $2lt - 2lT = 3ld$. Hieraus folgt $\frac{2}{3}(lt - lT) = ld$, nach welcher Vorſchrift jede Entfernung d mit der zur Einheit angenommenen D verglichen werden kan.

§. 890. Der zu $T = 525969'$ gehörige lT iſt 5,7209602. Für den Mercur aber iſt $t = 126676'$, und $lt = 5,1027044$. Alſo $lt - lT = -1, + 3817442$ und $\frac{2}{3}(lt - lT) = -1, + 5878294$, zu welchem die Zahl $d = 0,387$ gehöret. Auf eben die Art wird zur Venus aus $t = 323569'$ und $lt = 5,5099669$ gefunden $\frac{2}{3}(lt - lT) = -1, + 8593370$ und alſo $d = 0,723$. Für den Mars iſt $t = 989250'$ und $lt = 5,9953061$, alſo $\frac{2}{3}(lt - lT) = 0,1828972$, und $d = 1,523$. Für den Jupiter $t = 6238588'$, und $lt = 6,7950862$, woraus folget $\frac{2}{3}(lt = lT) = 0,7160840$ und $d = 5,201$. Endlich iſt für den Saturnus $t = 15498514'$, und $lt = 7,1902936$, alſo $\frac{2}{3}(lt - lT) = 0,9795556$, und $d = 9,540$. Werden nun die dergeſtalt herausgebrachten Zahlen d mit denjenigen zuſammengehalten, vermittelſt welcher oben (713-722) die Entfernung einiger Planeten von der Sonne zuverläßig genug, die Entfernung anderer aber mit einer gröſſern oder kleinern Wahrſcheinlichkeit, mit der Entfernung der Erde von derſelben verglichen worden iſt; ſo wird die Uebereinſtimmung der Verhältniſſe faſt genauer gefunden, als ſie zu erwarten war. Es iſt nicht die Rede von denjenigen Zahlen welche am Ende des 722ſten Abſatzes ſtehen: denn dieſe ſind nach der gegenwärtigen Regel geſchloſſen worden, welche in dem vorhergehenden (721) gemeinet iſt, und können alſo nicht gebraucht werden die Richtigkeit derſelben zu beſtätigen.

T. XII. Fig. 170. §. 891. Bey den Monden des Jupiters wird nichts dergleichen vorausgeſetzt, ſondern es werden ihre Entfernungen von dem Mittelpuncte ihres Hauptplaneten unmittelbar gemeſſen: welches ſie zur Beſtätigung des Geſetzes, ſo wir vor uns haben, vorzüglich geſchickt machet. Wir können uns aber die zum Ende zu unternehmende Rechnung ſehr erleichtern, wenn wir aus der Gleichheit $2lt - 2lT = 3ld - 3lD$ dieſe andere ziehen $3lD - 2lT = 3ld - 2lt$, aus welcher, wenn ſie richtig gefunden wird, hinwiederum die vorige, und die Proportion $tt : TT = d^3 : D^3$ geſchloſſen werden kan. Denn alsdenn kömt alles blos auf die Unterſuchung an: ob, wenn D und T zu eben dem Monde des Jupiters gehöret, und d ſo wohl als t zu einem von den übrigen, was dieſe zween angenommene Monden auch vor welche ſeyn mögen, der Unterſchied der Logarithmen $3lD - 2lT$ dieſen andern $3ld - 2lt$ immer gleich ſey, ſo weit wenigſtens, als die Fehler in dergleichen Dingen vermieden werden können.

§. 892. Es iſt aber für den innerſten dieſer Monden, wenn wir uns der oben (845) angegebenen Entfernungen bedienen, $3lD = 11,3268312$ und (854) $2lT = 10,3685480$, demnach $3lD - 2lT = 0,9582832$. Für den zweyten iſt $3ld = 11,9323476$, und $2lt = 10,9737730$, alſo $3ld - 2lt = 0,9585746$. Für den dritten iſt $3ld = 12,5404638$, und $2lt = 11,5821920$, demnach $3ld - 2lt = 0,9582718$; Endlich für den äuſſerſten $3ld = 13,2761136$, und $2lt = 12,3178870$, woraus folget $3ld - 2lt = 0,9582266$. Alle dieſe Unterſchiede kommen in den drey erſten Ziffern mit einander überein, und alle auſſer dem zweyten, auch in der vierten, wodurch die Proportion $tt : TT = d^3 : D^3$, hinlänglich erwieſen wird. Denn eine völlige Gleichheit iſt auch aus dieſer Urſache nicht zu erwarten, weil jeder Mond einen jeden der übrigen anziehet, welcher Umſtand bey der Rechnung nicht in Betrachtung gezogen worden iſt. Aus den Monden des Saturnus, wenn mit denſelben eben ſo verfahren wird, folgen eben die Schlüſſe: und es iſt nach allen dieſen an der Richtigkeit der Proportion $V : v = dd : DD$, in allen Fällen, da die Maſſen der ziehenden Körper gleich ſind, oder ihre Ungleichheit nicht in Betrachtung gezogen wird, nicht zu zweifeln.

Die anziehende Kraft iſt die Urſache unſerer Schwere.

§. 893. Es iſt leicht zu erachten, daß dieſe Sätze, und die aus denſelben gezogene Schlüſſe, zur genauern Kentniß des Weltgebäudes unentberlich ſind:

T.XII. Fig. 170. und würklich werden vermittelſt derſelben Fragen aufgelöſet, deren Beantwortung kaum zu erwarten war. Unter dieſen iſt eine der erſten, welche anzuzeigen verlanget, wie ſehr die anziehende Kraft der Erde den Mond, oder einen Theil deſſelben, ihrem Mittelpuncte in einer gewiſſen kleinen Zeit nähern würde, wenn dieſer Theil ſich in unſerer Luft, und alſo ganz nahe an der Oberfläche der Erde, aufhielte? Dieſes auszumachen müſſen wir uns erinnern, daß wenn geſagt wird, die anziehende Kraft, welche eben der Körper, ſo in dem gegenwärtigen Falle die Erde iſt, in verſchiedenen Entfernungen äuſſert, nehme ab wie die Quadrate dieſer Entfernungen zunehmen: dieſes nichts anders ſagen wolle, als daß die Theile, um welche dieſe Entfernungen in eben der Zeit gemindert werden, in der angezeigten Verhältniß ſtehen (863). Wenn alſo S den Raum bedeutet, um welchen ſich der Mond und jeder Theil deſſelben dem Mittelpuncte der Erde in der Zeit einer Secunde nähert, indem er von der geraden Linie, in welcher er für ſich fortgehen würde, abweichet; und s denjenigen um welchem eben der Theil des Mondes, von der Erde angezogen, ſich dem Mittelpuncte derſelben in der Zeit einer Secunde nähern würde, wenn er nicht weiter, als um ihren Halbmeſſer davon entfernet wäre; und es bedeutet d dieſen Halbmeſſer der Erde, D aber die Entfernung des Monds von ihrem Mittelpuncte: ſo wird auch ſeyn $dd : DD = S : s$. Es wird alſo, da die Verhältniß $d : D$ bekant iſt, der geſuchte Raum s gegeben, ſo bald S entdecket wird. Dieſes aber kan, wie folget, geſchehen.

T.XII. Fig. 166. §. 894. Wenn in der 166ſten Zeichnung C der Mittelpunct der Erde, und der um C durch A beſchriebene Kreis die mittlere Bahn des Mondes bedeutet, T aber die Zeit, in welcher derſelbe in dieſer Bahn ganz herum komt, welche T durch die Zahl 2360585 Secunden angegeben wird (548): ſo iſt, wenn auch hier $1 : \pi$ die Verhältniß des Durchmeſſers zu dem Umkreiſe des Cirkels bedeutet, der zu CA gehörige Umkreis $= 2\pi D$. Und wenn für AB eine Secunde dieſes Umkreiſes angenommen wird, ſo iſt aus der Proportion $T : 1 = 2\pi D : AB$, dieſe $AB = \frac{2\pi D}{T}$. Nun kan auch geſetzt werden $Ab = AB$, und wir haben geſehen, daß Ab die mittlere Proportionallinie zwiſchen Bb und bF ſey. Ferner iſt Bb der Raum S, um welchen ſich der Mond der Erde in einer Secunde nähert, indem er aus der geraden Linie AE in ſeine Bahn übergehet, bF aber iſt ſo viel als $2D$; und aus allen wird geſchloſſen:

T.XII. Fig. 166. $S = \frac{2\pi\pi . D}{TT}$. Aus dieſem Ausdrucke kan der Raum S gefunden werden, wenn wir ihn beſonders brauchen. Hier aber können wir in der Proportion $dd : DD = S : s$ den Werth deſſelben an die gehörige Stelle ſetzen, und da d bey der Ausmeſſung der D zur Einheit gemacht wird, herausbringen $s = \frac{2\pi\pi . D3}{TT}$, woraus folget: $ls = l2 + 2l\pi + 3lD - 2lT$, welches die Rechnung leicht genug machet.

§. 895. Denn da $\pi = 3,1415926$, ſo iſt $l\pi = 0,4971499$. D aber iſt 59, 86, (530) und alſo $lD = 1,7771367$. Zu $T = 2360585$ gehöret $lT = 6,3730196$, und $l2$ iſt bekant. Wird alſo geſetzt

$$\left.\begin{array}{rcl} l2 & = & 0,3010300 \\ 2l\pi & = & 0,9942998 \\ 3lD & = & 5,3314101 \end{array}\right\} \text{add.}$$

$$\begin{array}{rcl} \hline & & 6,6267399 \\ 3lT & = & 12,7460392 \\ \hline \end{array}$$

ſo wird durch die Subtraction des letzten gefunden — 7,8807007, allwo blos die Kennziffer 7 negativ iſt. Die zu dieſem Logarithmen gehörige Zahl iſt 0,0000007598, welche den Raum s aus dem zur Einheit angenommenen Halbmeſſer der Erde ausdrücket, um welchen ein Theil des Monds, der ſich ohne einer anderweitigen Bewegung in unſerer Luft befände, von eben der anziehenden Kraft, welche den Mond in ſeiner Bahn erhält, in der Zeit einer Secunde dem Mittelpuncte der Erde genähert werden würde; und wir können immer annehmen, daß dieſes in der Fläche des Gleichers geſchehe.

§. 896. Nun hält (266) der mittlere Halbmeſſer der Erde 3270271 Toiſen, und alſo ſechsmal ſo viel, das iſt, 19621626 pariſer Schuhe. Wird alſo dieſe Zahl von Schuhen durch die gefundene 0,0000007598 multipliciret, ſo giebt das Product die geſuchte s in eben dieſen Schuhen. Es iſt daſſelbe 14,908: weil aber die Gründe der Rechnung unmöglich ſo vollkommen richtig ſeyn können, und bey derſelben auf die anziehende Kraft der Sonne, mit welcher ſie den Mond von der Erde oder die Erde von dem Monde entfernet, nicht geſehen

T. XII. Fig. 166.

ſehen wird, ſo können wir die gefundene Zahl von Schuhen und deren Theilen nicht als von allen Fehlern frey annehmen. Vermuthlich iſt ſie etwas zu klein, und es kommen 15 Schuhe, oder etwas dergleichen, der Wahrheit näher. Nehmen wir ſie indeſſen wie ſie iſt, und halten ſie mit der Zahl 15,051 zuſammen, welche anzeigt, wie tief einer unſerer ſchweren Körper, ein Stein oder etwas dergleichen, in der Fläche des Gleichers fallen würde, wenn nicht die Luft ſeine Bewegung hemte, ſo finden wir den Unterſchied nicht gröſſer als 0,143, welches etwas ſo geringes iſt, daß wir die beyden Höhen einander gleich annehmen, und ſchlieſſen müſſen, daß ein Theil des Mondes in unſerer Luft, von der Kraft, welche den Mond in ſeiner Bahn erhält, mit völlig eben den Umſtänden gegen die Erde beweget werden würde, mit welchen unſere irdiſchen Körper auf dieſelbe fallen.

§. 897. Dieſes iſt eine von den wichtigen Entdeckungen des Newton, welche uns belehret, daß die Kraft, welche den Mond in ſeiner Bahn um die Erde erhält, nichts anders ſey, als was wir auf der Erde die Schwere nennen: welche demnach als eine Würkung der anziehenden Kraft der Erde anzuſehen iſt, die in einer gröſſern Entfernung von ihrem Mittelpuncte in eben der Verhältniß abnimt, in welcher das Quadrat dieſer Entfernung gröſſer wird. Da alſo die anziehende Kraft, mit der wir uns noch immer beſchäftigen, nicht nur bey der Erde anzutreffen iſt, ſondern überhaupt allen Weltkörpern zukomt; ſo muß auch die Schwere denſelben ſämtlich gemein ſeyn; und es muß jeder derſelben in beſtändiger Bemühung ſtehen, ſich einem jeden der übrigen zu nähern, dem einen mit einer gröſſern und dem andern mit einer kleinern Geſchwindigkeit, nachdem er von jenem ſtärker als von dieſem gezogen wird. Wir machen die Geſchwindigkeit, mit welcher ein Körper ſich bemühet demjenigen zu nähern, gegen welchen er ſchwer iſt, zum Maaß ſeiner Schwere, und nehmen an, daß dieſe in in eben der Verhältniß wachſe oder abnehme, in welcher jene Geſchwindigkeit gröſſer oder kleiner wird, ohne dabey auf die Maſſe des ſchweren Körpers zu ſehen, von welcher wir wiſſen, daß ſie ſo lang der ziehende Körper in eben der Entfernung derſelbe bleibt, in der Geſchwindigkeit des gezogenen nichts ändere: obwohl dieſe Maſſe, wenn von dem Gewichte des ſchweren Körpers die Rede iſt, zugleich mit, und, wenn in der Geſchwindigkeit keine Veränderung vorgehet, ganz allein, in Betrachtung gezogen werden muß. Gemeiniglich ſtellen wir uns die Schwere als eine Kraft vor, welche ihren Sitz in den ſchweren Körper hat, ohne

T.XII. Fig. 166. auf den andern zu ſehen, welcher dieſelbe, auf eine uns unbegreifliche Weiſe, durch ſeinen Zug verurſachet, oder wenigſtens die Gelegenheit giebt, bey welcher ſich die Schwere des gezogenen äuſſern muß.

Maſſen der Sonne und einiger Planeten.

§. 898. Vermittelſt eben der Sätze werden die Maſſen aller Planeten, welche einen oder mehrere Monden um ſich haben, mit der Maſſe der Sonne verglichen, bey welcher die Hauptplaneten die Stelle der Monden vertreten. Wenn die Maſſen verſchiedener Körper, deren jeder einen Cirkelkreis beſchreibet, einander gleich ſind, oder, ohne Nachtheil des übrigen, als gleich angeſehen werden können, ſo haben wir (872) geſehen, daß die Centralkräfte, welche dieſe Körper in ihren Bahnen erhalten, vermittelſt der Vorſchrift $v = \frac{d}{tt}$ mit einander verglichen werden, da v die nach dem Mittelpuncte gerichtete Kraft, d den Halbmeſſer des beſchriebenen Kreiſes, und t die Zeit des Umlaufs bedeutet. Rühret aber dieſe Centralkraft von dem Zuge einer dergleichen Kugel her, als wir oben betrachtet haben, und iſt, bey eben der Bedeutung des d, m die Maſſe dieſer Kugel: ſo iſt $v = \frac{m}{dd}$. In dieſem Ausdrucke hat die Maſſe des gezogenen und im Kreiſe bewegten Körpers keinen Einfluß; es kan alſo, da die Kräfte eben dieſelben ſind, ohne auf dieſe Maſſe Acht zu geben, geſetzt werden $\frac{m}{dd} = \frac{d}{tt}$, woraus folget $m = \frac{d^3}{tt}$, welche Regel die Maſſen der ziehenden Körper, vermittelſt der ihnen zugehörigen d und t ſogleich mit einander zu vergleichen dienet, wenn nur die Entfernungen d überall durch Zahlen angegeben werden, deren Einheit eben dieſelbe iſt, wie dieſes bey t geſchiehet. Wenn nehmlich M die Maſſe einer andern ſolchen Kugel bedeutet, um die ein von derſelben angezogener Körper in der Zeit T einen Cirkel beſchreibet, zu welchem D der halbe Durchmeſſer iſt, ſo iſt $m : M = \frac{d^3}{tt} : \frac{D^3}{TT} = TT.d^3 : tt.D^3$, welches anzeiget, daß die Verhältniß $m : M$ aus dem zwoen $TT : tt$ und $d^3 : D^3$ zuſammengeſetzt ſey, welche man durch Zahlen, deren Einheiten verſchieden ſind, ſehr ungeſchickt ausdrücken würde. Es kan aber die Arbeit die Einheiten der d denen in D enthaltenen gleich zu machen, erſparet werden, wenn wir den Körper, zu welchem d, t gehören einen Mond, und denjenigen, auf welchen ſich D, T beziehen, den Hauptplaneten dieſes Mondes und keinen andern, bedeuten laſſen, da denn m die Maſſe dieſes Hauptplaneten, und M die Maſſe der Sonne wird. Denn wenn alsdenn E der Winkel iſt, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne geſeztes Auge den halben Durchmeſſer des von dem Nebenplaneten beſchriebenen Kreiſes ſehen würde, ſo iſt, wie man bey einiger Achtſamkeit leicht ſiehet, $r : tan. E. = D : d$. Wird aber anſtatt dieſer leztern Verhältniß die erſte geſezt, ſo entſtehet $m : M = TT(tan\ E)^3 : ttr^3$, woraus, wenn die Maſſe der Sonne M zur Einheit gemacht wird, flieſſet: $m = \frac{TT(tan\ E)^3}{tt.r^3}$, welches die Maſſe eines jeden ſolchen Hauptplaneten aus der Maſſe der Sonne beſtimmet. Bey der Berechnung ſelbſt kan man ſich der Logarithmen bedienen. Denn es iſt $lm = 2lT + 3l(tan\ E) - 3lr - 2lt$, oder weil in den gewöhnlichen Tafeln $lr = 10$, $lm = 2lT + 3(l\ tan\ E - 10) - 2lt$. T.XII. Fig. 166.

§. 899. Iſt nun der Planet, deſſen Maſſe geſucht wird, unſere Erde, ſo hatten wir (889) zu $T = 525969$ Minuten, $lT = 5,7209602$. Die Zeit des Umlaufs des Mondes beträgt 39343 Minuten (548); alſo iſt $lt = 4,5948675$. Der Winkel E kan aus den bisherigen Maaſſen auf 8 Minuten und 40 Secunden geſezt werden, alſo $l\ tan\ E = 7,4009187$. Es iſt alſo

$$\begin{array}{rr} 2lT = & 11,4419204 \\ 3(l\ tan.\ E - 10) = & -8,2027561 \\ \hline & 3,6446765 \\ 2lt = & 9,1997350 \\ \hline & -6,4449415. \end{array}$$

Zu dieſem Logarithmen gehöret die Zahl 0,0000027857, welche die Maſſe der Erde ausdrücket.

§. 900. Für den Jupiter iſt oben gefunden worden $lT = 6,7950862$ und für den äuſſerſten Mond deſſelben iſt, wenn die Zeit des Umlaufs ebenfals nur in Minuten angegeben wird, $lt = 4,3807899$, der Winkel E aber iſt für dieſen Mond 8′, 16″, alſo $l\ tan\ E = 7,3814576$, woraus alſo gerechnet wird:

T. XII. Fig. 166.

$$\begin{array}{r} 2lT = 13,5901724 \\ 3(l\tan E - 10) = -8,1443728 \\ \hline 5,7345452 \\ 2lt = 8,7615798 \\ \hline -4,9729654. \end{array}$$

Die zu dieſem Logarithmen gehörige Zahl 0,0009396 giebt alſo die Maſſe des Jupiters an.

§. 901. Für den Saturnus iſt $lT = 7,1902936$, und $lt = 5,0577680$, wenn auch hier der äuſſere Mond genommen wird, zu welchem der Winkel E, in welchem ſeine Entfernung von dem Saturnus aus der Sonne geſehen wird $8',42\frac{1}{2}''$ beträgt. Dieſe giebt $l\tan E = 7,4070502$, und die Rechnung ſtehet alſo:

$$\begin{array}{r} 2T = 14,3805872 \\ 3(l\tan.\, E - 10) = -\ 8,2211506 \\ \hline 6,6017378 \\ 2lt = 10,1155360 \\ \hline -\ 4,4862018 \end{array}$$

zu dieſem Logarithmen gehöret die Zahl 0,0003063, welche demnach die Maſſe des Saturnus, mit ſeinem Ringe zuſammen angiebt, obwol, wie leicht zu ermeſſen iſt, nur beynahe.

§. 902. Sollen dieſe Maſſen, wie auch die Maſſe der Sonne, aus der Maſſe der Erde, als der angenommenen Einheit ausgedrucket werden, und es bedeutet M die für die Maſſe der Erde gefundene Zahl, und m eine der für die übrigen zween Planeten gefundenen, oder 1, wenn von der Sonne die Rede iſt: ſo wird, weil die Einheit aller dieſer Zahlen eben dieſelbe iſt, die geſuchte Zahl Q vermittelſt der Proportion $M : m = 1 : Q$ beſtimmet, welche giebt $lQ = lm - lM$. Nun iſt $lM = -6,4449415$, und für die Sonne $lm = 0$. Alſo $lm - lM = 5,5550585$, zu welchem Logarithmen die Zahl 358970 gehöret, welche anzeiget, daß die Sonne ſo vielmal mehr Maſſe habe, als die Erde. Für den Jupiter iſt $lm = -4,9729654$ und alſo $lm - lM = 2,5280239$. Die zu dieſem Logarithmen gehörige Zahl iſt 337,3 welche die Maſſe des Jupiters aus der Maſſe der Erde angiebt. Zu dem Saturnus mit ſeinem Ringe haben wir gefunden: $lm = -4,4862018$, woraus folget: $lm - lM = 2,0412603$;

2,0412603. Es drücket alſo die zu dieſem Logarithmen gehörige Zahl, die kaum kleiner iſt als 110, die Maſſe dieſes Planeten aus der Maſſe der Erde aus. T. XII. Fig. 166.

§. 903. Nachdem dergeſtalt die Maſſen der Sonne, und der zween von ihren Monden begleiteten Hauptplaneten, aus der Maſſe der Erde ausgedruckt worden ſind, und die bekanten Zahlen, welche die Gröſſen dieſer Körper angeben, ebenfals die Erde zu ihrer Einheit haben: ſo wird auch die Dichtigkeit eines jeden derſelben aus der zur Einheit angenommenen Dichtigkeit der Erde entdecket, wenn man nur die Maſſe durch die Gröſſe eben des Körpers dividirt. Da alſo die Maſſe der Sonne 358970 iſt, und ihre Gröſſe 1404928, ſo iſt die Dichtigkeit derſelben 0,25, das iſt, beynahe der vierte Theil der Dichtigkeit der Erde, und alſo viel gröſſer, als wir vor dem muthmaßlich angeſetzet haben. Die Maſſe des Jupiters 337,3 durch ſeine Gröſſe 1295 dividirt, giebt 0,26 für ſeine Dichtigkeit, welche demnach nur um etwas weniges gröſſer iſt, als die Dichtigkeit der Sonne. Aus der Maſſe des Saturnus und ſeines Rings aber, welche wir auf 110 geſetzt haben, wird, wenn ſie durch die beynahe richtige Gröſſe deſſelben, 1256 dividirt wird, nicht mehr als 0,0875 für die Dichtigkeit dieſes Körpers herausgebracht. Der von der Sonne mehr entfernete Planet wird immer dünner gefunden, als der weniger entfernte. Es iſt alſo ſehr wahrſcheinlich, daß auch Mars etwas dünner ſey als die Erde, die Venus hingegen dichter, und Mercurius noch dichter.

§. 904. Dieſe Schlüſſe beſtimmen verſchiedenes, ſo in dem vorigen Abſchnitte nur muthmaßlich angenommen worden iſt, mit einer Zuverläßigkeit, welche hinlänglich iſt, die bey der Bewegung der Erde um die Sonne etwa noch übrigen Zweifel völlig zu heben. Wenn wir der aus der Maſſe der Sonne ausgedrückten Maſſe der Erde 0,0000027857 noch den ſiebenzigſten Theil, als die Maſſe des Mondes zu ſetzen, ſo wird für die Maſſen dieſer beyden Körper zuſammen 0,0000028 herausgebracht. Es beträgt demnach in der 165ſten Zeichnung *GS* noch nicht drey millionſte Theile der *CS*. T. XII. Fig. 165. Da *CS* beynahe 23984 halbe Durchmeſſer der Erde enthält, ſo wird, wenn man dieſe Zahl in 0,0000028 multiplicirt, gefunden *GS* = 0,067. Wenn alſo der Durchmeſſer der Erde 860 Meilen groß iſt, ſo beträget *GS* nicht mehr als 860 × 0,067 das iſt

T. XII. Fig. 165. 57,62 Meilen, welche Gröſſe hier nicht die geringſte Betrachtung verdienet, insonderheit, wenn man ſie mit dem 112 mal gröſſern Halbmeſſer der Sonne vergleichet, von welchem ſie kaum den 1700ſten Theil ausmachet. Wir können alſo bey ſo geſtalten Sachen gar wohl dem Mittelpuncte der Sonne, in Abſicht auf die Bewegung der Erde um dieſelbe, eine vollkommene Ruhe zuſchreiben.

Was die übrigen Planeten bey der mit der Erde verbundenen Sonne würken.

§. 905. Es iſt aber dieſe von dem Umlaufe der Erde herrührende Bewegung des Mittelpuncts der Sonne nicht die einzige, welche er würklich hat: ſondern es muß auch ein jeder anderer mit der Sonne verbundener Planet, bey ſeinem Umlaufe, denſelben eben ſo nach und nach aus ſeiner Stelle verrücken. Es iſt uns daran gelegen, daß wir einigen Begrif von der Gröſſe des Raums erhalten, in welchem dieſer Punct ſeine aus allen dieſen beſondern zuſammengeſetzte Bewegung verrichtet, indem er in demſelben eine Linie beſchreibet, die ohnfehlbar wunderlich genug verſchlungen iſt. Wir werden dieſen Begrif am leichteſten erhalten, wenn wir nur auf den Jupiter ſehen, deſſen Maſſe gröſſer iſt, als die Maſſe eines jeden der übrigen Planeten, und berechnen, wie weit der Mittelpunct der Maſſe deſſelben und der Maſſe der Sonne, von dem Mittelpuncte dieſes letztern Körpers entfernet ſey. Denn dieſe Entfernung iſt der Halbmeſſer des Kreiſes, welchen der Mittelpunct der Sonne, bey dem Umlaufe des Jupiters um dieſelbe, beſchreiben würde, wenn dieſer Planet allein mit ihr verbunden wäre, und kein anderer Körper, weder den Jupiter noch die Sonne, an ſich zu ziehen bemühet wäre.

§. 906. Die Maſſe des Jupiters beträgt 0,0009396 der Maſſe der Sonne. Wenn wir derſelben 0,0000104 zuſetzen, welches viermal ſo viel ausmacht, als die Maſſe der Erde, ſo kan die Summe 0,00095 ſchwerlich weniger angeben, als die Maſſe dieſes Hauptplaneten, mit den Maſſen ſeiner vier Monden zuſammen genommen. Wird alſo noch die Maſſe der Sonne 1 dazu geſetzt, ſo drücket die Zahl 1,00095 die Summe der Maſſen aller dieſer Körper aus, das iſt, die Maſſe der Sonne an der einen, und die Maſſe des Jupiters mit ſeinen Monden an der andern Seite, deren erſtere man ſich alſo in der 165ſten Zeichnung bey C vorſtellen muß, indem noch immer S die letztere bedeutet. Nun iſt $C+S : C = CS : GS$, und CS iſt 5,2 mal ſo groß als die zur Einheit angenom-

T.XII. Fig. 170. genommene mitlere Entfernung der Erde von der Sonne. Wir haben alſo: $1{,}00095 : 0{,}00095 = 5{,}2 : GS$, woraus gefunden wird $GS = 0{,}00493$. Da die hier angenommene Einheit 23984 halbe Durchmeſſer der Erde in ſich begreift, ſo enthält GS nur 118,2 dergleichen Halbmeſſer, deren 112 den halben Durchmeſſer der Sonne ausmachen, woraus die Gröſſe des geſuchten Raums genau genug zu ermeſſen iſt. Wenn wir nehmlich auch auf die Würkungen der übrigen Planeten acht haben, ſo dörfte der Raum, in welchem ſich der Mittelpunct der Sonne beſtändig aufhält, oder deſſen Gränzen er weniges, vermittelſt ſeiner von dem Umlaufe der Planeten herrührenden Bewegung nie überſchreitet, beynahe eine Kugel ſeyn, deren Durchmeſſer doppelt ſo groß iſt, als der Durchmeſſer der Sonne.

T.XII. Fig. 171. §. 907. Bey ſo geſtalten Sachen kan G, (*T. XII. F.* 171.) der gemeinſchaftliche Mittelpunct der Maſſen der Sonne S und des aus der Erde zuſamt dem Monde zuſammengeſetzten Klumpen T, nicht an ſeiner Stelle bleiben, ſondern muß in einer beſtändigen Bewegung ſtehen, die aber ſo verworren iſt, daß ſie ſchwerlich von einen Menſchen überſehen werden kan. Dieſe Bewegung des G wird dadurch verurſachet, daß ein jeder Planet oder Comet, und alſo auch Jupiter, welchen wir zum Beyſpiel annehmen, und in P ſetzen wollen, ſo wohl die Sonne S als auch die Maſſe T anziehet. Denn in dem Puncte G ſelbſt, welcher nicht körperlich iſt, und blos mit dem Verſtande begriffen wird, kan eigentlich keine Kraft würken. Wenn nun die Kraft, mit welcher P die beyden Körper S und T anziehet, ſo beſchaffen wäre: daß ſie dieſelben für ſich, und ohne Zuthun etwas andern, mit einerley Geſchwindigkeit nach Linien treiben müſte, die einander parallel liegen: ſo würden dieſe Körper S, T ſich nicht anders um den Punct G bewegen, als ſie dieſes thun würden, wenn P nicht im geringſten in dieſelbe würkte; ob zwar das Punct G, welches ohne der Würkung des Körpers P in Ruhe geblieben wäre, durch die Würkung deſſelben in eben die Bewegung geſetzt worden iſt, welche dieſe Kraft jedem der Körper S, T beybrachte, und alſo dieſen Körpern parallel, mit eben der Geſchwindigkeit fortgehet. Es iſt aber nicht möglich, daß P immer dergeſtalt in die beyden Maſſen S und T würken ſolte. Denn erſtlich iſt die SP der TP, mit welcher ſie in P zuſammen komt, niemals eigentlich parallel, ob wohl TP in SP fällt, wenn ſich P in der nach dieſer oder jener Seite verlängerten ST befindet; und nach dieſen Linien SP, TP werden die Körper S und T von dem P angezogen. Und zweytens iſt die Kraft, mit wel-

T. XII. Fig. 171. cher *S* dergeſtalt angezogen wird, nur alsdenn derjenigen, mit welcher eben der *P* den Klumpen *T* ziehet, völlig gleich, wenn *SP* dem *TP* gleich iſt, welches gar ſelten ſtatt findet. Demnach wird in den allermeiſten Fällen, durch den Zug des Körpers *P*, nicht nur der Punct *G* in Bewegung geſetzt, ſondern es wird auch den Körpern *S*, *T* eine neue Bewegung beygebracht, mit welcher ſie ſich um das Punct *G* herumdrehen, und zugleich, in der alſo bewegten *ST*, ſich dem *G* nähern oder von demſelben entfernen. Dieſe neue Bewegung komt zu der vorigen dieſer Art, mit welcher nehmlich die Körper *S*, *T* für ſich und ohne dem *P*, um das Punct *G* herumgiengen und zugleich den Zwiſchenraum *ST* kleiner machten, hinzu, und iſt fähig dieſelbe nach allen Umſtänden, die bey dergleichen Bewegungen ſtatt finden, zu verändern.

§. 908. Der Theil der durch den Zug des *P* den Körpern *S*, *T* beygebrachten Bewegung, mit welcher dieſelben in jedem Augenblicke beyde nach Richtungen, die einander parallel liegen, mit eben der Geſchwindigkeit gehen (welche Bewegungen verſtanden werden, wenn man die Richtung und die Geſchwindigkeit des Mittelpuncts der Maſſen dieſer Körper *S*, *T* anzeiget) ändert die relative Bewegung des einen derſelben in Abſicht auf den andern nicht, und hat überhaupt in die Erſcheinungen keinen Einfluß. Aus der Urſache iſt der Theil der anziehenden Kraft des Körpers *P*, welcher dieſe gemeinſchaftliche Bewegung verurſachet, hier in keine Betrachtung zu ziehen; ſondern es komt die Sache blos darauf an, daß man ausmache; erſtlich wie ſehr vermittelſt dieſer Kraft die Körper *S*, *T* einander genähert, oder der eine von dem andern entfernet werde: und zweitens wie ſtark eben die Kraft den Winkel verändere, welchen dieſe Körper um den Mittelpunct ihrer Maſſen beſchreiben, indem ſie ſich um denſelben herum bewegen. Beydes iſt, wenn noch immer *S* die Sonne, *T* die Erde mit oder ohne den Mond, und *P* einen der Hauptplaneten bedeutet, etwas geringes, und darf, ſo lang nicht alles aufs genauſte genommen wird, in keine Betrachtung gezogen werden: wiewohl ſich die Sache ganz anders verhält, wenn *S* einer der von einen oder mehrern Monden begleiteten Hauptplaneten, *T* einen Mond deſſelben, und *P* die Sonne vorſtellt. Es iſt aber von dieſem Falle hier eigentlich nicht die Rede; obwohl, was von der Sonne und der Erde oder einem andern Hauptplaneten gezeiget werden ſoll, ſich auch auf denſelben anwenden läſſet.

§. 909. Wenn Jupiter, welcher unter allen Planeten die gröſte Maſſe hat, und alſo aus der Urſache den Umlauf der Erde am meiſten verändern kan, ſich in ſeiner Bahn bey *R* befindet, und alſo die von der Sonne nach demſelben gezogene gerade Linie *SR* zunächſt bey der Erde vorbey gehet: ſo iſt der Zug, mit welchem er bemühet iſt dieſe *T* von der Sonne zu entfernen: der ſtärkſte unter allen. Wenn *ST* wieder zur Einheit gemacht wird, ſo iſt $SR = 5, 2$, und alſo $TR = 4, 2$, demnach $SR^2 = 27,04$, und $TR^2 = 17,64$. Die Maſſe des Jupiters mit ſeinen Monden zuſammen, iſt auf 0,00095 geſetzt worden, zu welcher Zahl die Einheit die Maſſe der Sonne iſt. Wird alſo dieſe Zahl erſtlich durch SR^2 und hernach durch TR^2 dividiret, ſo giebt der erſte Quotient 0,0000351 die Kraft an, mit welcher Jupiter die Sonne an ſich ziehet, und der zweyte 0,0000538 diejenige, mit welcher er eben ſo in die Erde würket. Es verhalten ſich alſo eben dieſe Quotienten auch wie die Wege, welche die dergeſtalt gezogene Körper *S*, *T* in eben der ſehr kleinen Zeit gegen den Jupiter machen. Da der leztere Quotient der gröſſere iſt, ſo wird würklich die Erde von der Sonne entfernet: und der Unterſchied beyder Quotienten 0,0000187 zeiget an, um wieviel dieſe Entfernung in der angenommenen Zeit anwachſe. Die Maſſe der Sonne iſt 1, und *ST* ebenfals = 1. Es wird alſo die Weite, um welche die von der Sonne gezogene Erde ſich derſelben in eben der Zeit nähert, ebenfals durch die 1 ausgedrückt; und da die anziehende Kraft der Erde die *ST* zwar ebenfals, aber nur um eine unbeträchtliche Kleinigkeit, vermindert, ſo kan 1 : 0,0000187 für die geſuchte Verhältniß angenommen werden. Sie zeiget an, daß die Weite, um welche der Zug der Sonne ihr in der angenommenen kleinen Zeit die Erde nähert, durch den Zug des in der Gegend *R* ſich bewegenden Jupiters, nur um ihren 0,0000187 Theil gemindert werde, welches wenig genug iſt. Bey den meiſten übrigen Ständen, in welchen die von der Erde nach dem Jupiter gezogene Linie, mit der von dannen nach der Sonne gezogenen, einen Winkel von beträchtlicher Gröſſe einſchlieſſet, ſiehet man leicht, daß dieſe Verminderung noch kleiner ſey. Stellet man ſich aber dieſen Planeten bey *Q* vor, allwo deſſen Entfernung von der Erde 6,2 iſt, und alſo $QT^2 = 38,44$, ſo wird zu derſelben, vermittelſt der Diviſion eben der 0,000095 durch dieſe Quadratzahl, der Quotient 0,0000246 herausgebracht. Da nun der Zug nach eben der Seite, welchem die Sonne ausgeſezt iſt, der vorige bleibt, nehmlich 0,0000351, welcher jenen nur um 0,0000105 übertrift, ſo wird auch hier der Abgang kleiner gefunden als er bey *R* war.

T. XII. Fig. 171.

T.XII. Fig. 171. §. 910. Die durch eben den Zug des Jupiters verurſachte Veränderung der Winkel, welche die Erde bey ihrem Umlaufe um den Mittelpunct der Mäſſen *G* bildet, komt auf den Unterſchied der Weiten an, um welche in eben der Zeit die Erde *T* mehr oder weniger von *QR* entfernet wird, als die Sonne *S*. Nun wird, wenn *P* die Maſſe des Jupiters und ſeiner Monden bedeutet, die Kraft, mit welcher derſelbe die *T* nach einer Linie, die der *QR* perpendicular und alſo der *PN* parallel iſt, von derſelben *QR* entfernet, durch $\frac{P}{PT^2} \cdot \sin PTN$ ausgedrückt; und diejenige, mit welcher er nach eben der Richtung in *S* würket, durch $\frac{P}{PS^2} \cdot \sin PSN$. Es können alſo durch eben die Ausdrücke auch die Entfernungen ſelbſt, mit andern dergleichen Abweichungen, welche von einem bekanten Zuge herrühren, verglichen werden, wenn nur die kleinen Zeiten beyderſeits eben dieſelben ſind. Demnach iſt der Unterſchied der beyden Entfernungen von der *QR*, auf welchen wir ſehen müſſen $\frac{P}{PT^2} \sin PTN - \frac{P}{PS^2} \cdot \sin PSN$, oder $\frac{P}{PS^2} \sin PSN - \frac{P}{PT^2} \sin PTN$, nachdem dieſes oder jenes das gröſſere iſt. Nun iſt, wenn nunmehro *S* die Maſſe der Sonne bedeutet, jede der zwo Gröſſen $\frac{P}{PT^2} \cdot \sin PTN$, und $\frac{P}{PS^2} \cdot \sin PSN$ viel kleiner als $\frac{S}{ST^2}$, welches anzeiget, wie weit die Erde in der angenommenen Zeit gegen die Sonne gezogen werde. Denn es iſt nicht nur *P* viel kleiner als *S*, ſondern auch, bey jedem Stande des Jupiters, ſo wohl *PS* als *PT* gröſſer als *ST*, und durch die Multiplication in die Sinus, welche immer kleiner ſind als 1, werden dieſe Gröſſen noch mehr vermindert. Ihr Unterſchied alſo, von welchem die Gröſſe des Winkels herrühret, iſt noch viel kleiner. Da nun die Weite $\frac{S}{ST^2}$ ſelbſt in Anſehung des Weges, welchen die Erde in ihrer Bahn zurück leget, indem ſie ſich der Sonne um dieſe Weite $\frac{S}{ST^2}$ nähert, beynahe unbeträchtlich iſt; ſo iſt leicht zu ermeſſen, wie klein die Verhältniß jenes Unterſchiedes zu der Gröſſe dieſes Theils der Bahn der Erde ſeyn müſſe: und wie wenig alſo der Winkel, welchen die Erde für ſich um die Sonne beſchreibt, durch den Zuſatz oder Abgang desjenigen, welchen der Zug des Jupiters in der angenommenen kleinen Zeit verurſachet, geändert werden könne. T. XII. Fig. 171.

§. 911. Es iſt an dem, daß dieſe Abweichung, ſo klein ſie auch in einer ſehr kleinen Zeit ſeyn mag, indem dieſe Zeit nach und nach gröſſer wird, zugleich mit anwachſen müſſe. Allein wenn man auf $\frac{P}{PT^2}. \sin PTN - \frac{P}{PS^2}. \sin PSN$, den Ausdruck der Kraft, welcher dieſelbe verurſachet, zurück ſiehet, und erweget, daß die $\sin PTN$ und $\sin PSN$ beyde negativ werden, wenn ſich der Planet P, in Anſehung der Sonne und der Erde in dem Theile ſeiner Bahn QLR befindet, und die Puncte M, L anmerket, zu welchen $MS = MT$ und $LS = LT$ ſo ſiehet man ſogleich, daß, indem durch die Bewegung des Planeten P und der Erde T jener in Anſehung dieſer aus M in Q übergehet, die Abweichung eben ſo abnehmen werde, wie ſie wieder zunimt, indem derſelbe in eben dem Verſtande von Q in L gelanget; wie auch, daß von den übrigen Theilen dieſer Bahn LR, RM eben das zu ſagen ſey, in deren erſtern LR die Abweichung nach der einen Seite, in dem zweyten RM aber nach der andern eben ſo ſtark anwächſet. Denn es folget hieraus, daß nach jedem ganzen Umlaufe der Erde in Abſicht auf den Planeten alles wieder in den vorigen Stand kommen werde, und alſo dieſe ganze Abweichung nie ſo gar beträchtlich werden könne.

§. 912. Daraus aber, daß die Erde weniger nach der Sonne getrieben wird, wenn von derſelben der Planet bey R in dem Gegenſtande mit der Sonne, oder bey Q in der Zuſammenkunft mit derſelben, geſehen wird, als in einem jeden andern Stande, folgt nichts weiter, als daß die Bahn der Erde bey den Puncten, in welchen ſich dieſe alsdenn befindet, eine geringere Krümmung haben, und einer geraden Linie etwas näher kommen werde, als ſie auſſerdem thun würde, welche Verminderung der Krümmung demnach von dieſen Puncten an immer mehr abnehmen wird. Hieraus iſt leicht auf die übrigen Hauptplaneten zu ſchlieſſen, bey deren einigen die Abweichungen dieſer Art gröſſer, bey andern aber kleiner ſind, als bey der Erde: jedoch bey keinem ſo groß, daß ſie verdienten gleich Anfangs in Betrachtung gezogen zu werden.

Von der Bewegung der Knotenlinien.

T. XII. Fig. 171. §. 913. Es folgt aber aus den Kräften, mit welchen die Planeten einander anziehen, indem ſie zugleich dergeſtalt in die Sonne würken, noch eine andere Veränderung bey ihren Bahnen, welche umſtändlich zu erklären iſt. Ob wohl jeder Hauptplanet ſich in ſeiner beſondern Fläche um die Sonne beweget: ſo konten wir doch, da jede zwo dieſer Flächen einander in einer geraden Linie ſchneiden, die nahe genug bey dem Mittelpuncte der Sonne vorbey gehet, und der Winkel, welchen ſie mit einander einſchlieſſen, nur wenige Grade beträgt, bisher alle dieſe Flächen für eine und eben dieſelbe halten. Zu Folge dieſer Freyheit iſt von den Bahnen der Planeten ſo geſprochen worden, als ob ſie ſämtlich in die Fläche der Ecliptic fielen, in welcher der Mittelpunct der Erde ſeinen Umlauf um die Sonne verrichtet. Wäre dieſes, ſo würde kein Planet einen andern, ſo ſtark er ihn auch anziehen, und ſo ſehr er auch dadurch ſeinen Lauf verändern möchte, im geringſten von der Fläche ſeiner Bahn abbringen: gleichwie auch, wenn die Planeten allein von der Sonne angezogen würden, und einander nicht ebenfals anzögen, jeder derſelben in der Fläche, in welcher er einmal in Bewegung geſetzt worden iſt, verharren, und dieſelbe nie verlaſſen würde. Es würde in dieſem Falle die durch die Mitte der Sonne gehende ſogenante Knotenlinie, in welcher die Fläche der Bahn eines jeden Planeten, zum Beyſpiel, des Jupiters, die Fläche der Ecliptic ſchneidet, in Abſicht auf die Fixſterne und andere unbewegliche Puncte des Himmels, immer eben dieſelbe bleiben, die Fläche ſelbſt würde mit der Fläche der Ecliptic zu allen Zeiten eben denſelben Winkel einſchlieſſen, und, ſo wie dieſe, bey der gehörigen Erweiterung, durch eben die Fixſterne hindurch gehen, welche ihren Ort nicht verändern. Der Anfang der Ecliptic würde in der That dem ohngeachtet, wider die Ordnung der Zeichen, von Morgen gegen Abend gehen, und dadurch einem jeden ſolchen Knoten ſich an der einen Seite nähern, indem er ſich an der andern von dem entgegengeſetzten entfernete. Da aber dieſer Anfang blos durch den Durchſchnitt der Fläche des Gleichers mit der Fläche der Ecliptic beſtimmet wird; ſo wäre es unſchicklich, daraus auf eine würkliche Veränderung der Bahnen der Planeten oder ihrer Knotenlinien zu ſchlieſſen.

§. 914. Wenn aber, wie dieſes würklich geſchiehet, zween Planeten, deren jeder für ſich ſeinen Umlauf in einer beſondern Fläche vollenden würde, einander anziehen; ſo muß ſich nothwendig jeder derſelben von ſeiner Fläche ent-

T.XII. Fig. 171. fernen; und dieſe Abweichung, ſo klein ſie auch an ſich ſeyn mag, kan mit der Zeit zu etwas gar beträchtlichen anwachſen. Alsdenn pflegt man ſich eine andere Fläche vorzuſtellen, in welcher der Planet ſeine Bewegung wieder eine Zeit lang fortſezet, ohne merklich von derſelben abzuweichen; und ſchreibet alſo der Fläche der Bahn eines jeden Planeten eine Bewegung zu: obwohl, da dieſe Flächen nichts körperliches an ſich haben, und blos in der Einbildung der Sternforſcher beſtehen, ſie ſich auch nicht eigentlich bewegen können. Wir müſſen uns bekant machen, was dieſes für Bewegungen ſind, und ihren Gründen nachforſchen.

§. 915. Es ſey *ABC* (*T.XII. Fig.* 172.) die Bahn eines Planeten, *T.XII. Fig.* 172. welcher unſere Erde ſeyn mag, in welcher ſich derſelbe bey *T*, der Mittelpunct der Sonne aber in der Fläche *ABC* bey *S* befinde. Auſſer dieſer Fläche *ABC* ſey *QR* durch den Mittelpunct *S* der Fläche eines andern Planeten parallel gezogen, des Jupiters zum Beyſpiel, und damit wir uns an etwas beſtimtes halten können. Es wird dieſe *QR* ſo wenig von der Fläche der Bahn dieſes andern Planeten abweichen, daß wir immer annehmen können, ſie falle ganz in dieſe Fläche, und der Mittelpunct des Jupiters komme einmal an der Seite *R* und darauf an der entgegengeſezten *Q*, in dieſelbe. Befindet ſich nun derſelbe, in Abſicht auf die Erde und die Sonne, an der Seite *R*, ſo ziehet er jene mehr als dieſe, und entfernet alſo die Erde von der Sonne nach einer geraden Linie, die ſich nur ſehr wenig gegen die *SR* neiget, und demnach als derſelben parallel angeſehen werden kan. Es ſey *Tt* dieſe in der Fläche *TSR* liegende Entfernung, welche von dem Ueberſchuſſe des Zuges des Jupiters, welchem die Erde ausgeſezt iſt, über denjenigen herrühret, den die Sonne leidet. Wird nun von *S* nach *t* die Linie *St* gezogen, ſo wird der Winkel *RSt* nothwendig kleiner als *RST* war, und die Erde ſcheinet einem in den Mittelpunct der Sonne geſezten Auge immer nach der geraden Linie *SR*, in welcher dieſes den Jupiter ſiehet, von der Stelle *T* abzuweichen, in welche ſie, bey ihrer vorigen Bewegung, in einer gewiſſen Zeit übergegangen wäre, wenn ſie in dieſer Zeit die anziehende Kraft des Jupiters vermeiden können, und alſo jene Bewegung keine Veränderung erlitten hätte. Befindet ſich dieſer Planet in Anſehung der Sonne und der Erde an der andern Seite *Q*, ſo erfolget eben dergleichen. Die Sonne wird nunmehro ſtärker angezogen als die Erde. Dieſe bleibt zurück, und wird dadurch von der Sonne um eine gerade Linie entfernet, welche weder der Lage noch ihrer Gröſſe nach von

T. XII. Fig. 172. der *Tt* merklich verſchieden iſt. So lang die Entfernungen des Jupiters von der Sonne und von der Erde einander nicht gleich ſind, ſo leiſtet die anziehende Kraft deſſelben immer die angezeigte Würkung, es mag dieſe oder jene der beyden Entfernungen die gröſſere seyn: wie wir dieſes auch bereits (909), wiewohl unter verſchiedenen Umſtänden, geſehen haben.

§. 916. Wenn nun ein in den Mittelpunct der Sonne *S* (*Tab. XII. Fig.* 173.) geſetztes Auge die Fläche der Bahn; in welcher es den Jupiter in einem gewiſſen nicht eben groſſen Zeitraume ſich bewegen ſiehet, bis an den Sternhimmel erweitert (welchen daſſelbe ſich eben ſo einbilden wird, wie dieſes die Bewohner der Erde thun) und dadurch in dieſer Kugel einen ihrer gröſten Cirkel *APBC* zeichnet, zugleich aber von der Fläche, in welcher es in eben dem Zeitraume die Erde fortgehen ſiehet, ſich eben die Vorſtellung machet, wodurch an der Oberfläche eben der Kugel ein anderer Cirkelkreis entſtehet, von welchem, der Deutlichkeit wegen, nur die Hälfte *AFB* gezeichnet iſt, deren Fläche die Fläche des vorigen in der Knotenlinie *AB* ſchneidet: ſo würde dieſes Auge die Erde aus *F*, allwo wir ſetzen, daß ſie in einem gewiſſen Zeitpuncte von *S* geſehen werde, in *T* übergehen ſehen, wenn dieſelbe in der Zeit dieſes Uebergangs von dem Jupiter eben ſo ſtark als die Sonne, angezogen würde. Dieſes aber hat nur bey gewiſſen Ständen des Jupiters in Abſicht auf die Sonne und die Erde ſtatt, welche wir nicht annehmen, wenn wir uns den Jupiter in ſeiner Bahn in der Gegend *P* oder der entgegengeſetzten *C* einbilden: und alsdenn ſiehet das Auge die Erde in der Zeit, in welcher ſie ſonſt aus *F* in *T* übergegangen wäre, zugleich von dieſem Puncte *T* nach der durch *S* gezogenen Linie, in welcher ſich der ziehende Planet befindet, abweichen. Wenn alſo *t* das dem Jupiter nähere Punct des Himmels iſt, in welchem dieſes Auge nunmehr den Mittelpunct der Erde erblicket, ſo kann es nicht anders urtheilen, als daß dieſer Punct nicht mehr in der Fläche *AFB*, ſondern in der durch *S*, *F* und *t* gelegten *SFD*, fortgegangen ſey, und hält alſo den Bogen *FtD* für einen Theil der an dem Gewölbe des Himmels verzeichneten Bahn der Erde. Die Knotenlinie zu dieſer neuen Bahn iſt *SD*, welche mit der vorigen den Winkel *DSB* einſchlieſſet: der Winkel aber, mit welchen ſich die neue Bahn *FD* gegen die Fläche des Jupiters neiget, iſt *FDP*.

T. XII. Fig. 173.

§. 917. Da die Erde von F nach der Seite B oder D fortgehet, nach welcher Seite auch die Bewegung des Jupiters und eines jeden andern Planeten gerichtet iſt, nehmlich von Abend gegen Morgen: ſo gehet der Knote B würklich aus B gegen D zurück, und eben die Bewandniß hat es auch mit dem entgegengeſetzten A. Man kan ſich dieſen Rückgang ſo gut in der Fläche der Erdbahn vorſtellen, als er hier in der Fläche der Bahn des Jupiters gezeichnet iſt: denn die Knotenlinie SB oder SD liegt würklich in beiden Flächen; und wenn man das nach Willkühr angenommene F nicht den beweglichen Mittelpunct der Erde, ſondern ein gewiſſes Punct der Ecliptic bedeuten läßt, welches immer daſſelbe bleibt; ſo iſt FD eben ſowohl kleiner als FB, als APD kleiner iſt, dann APB. Dieſer Rückgang des Knoten währet beſtändig, wiewohl die Geſchwindigkeit deſſelben bald gröſſer bald kleiner iſt, und die Knoten um die Zeit, in welcher die Erde beynahe ſo weit von dem Jupiter entfernet iſt, als die Sonne, beynahe ſtille ſtehen. Bey ſo geſtalten Sachen nun müſſen die Bogen BD und $FB - FD$ endlich zu einer beträchtlichen Gröſſe anwachſen, und die Knoten müſſen nach vielen Jahren von den Stellen, die ſie am Anfange dieſer Zeit einnahmen, merklich abweichen. Da alſo von zween nach Willkühr angenommenen Planeten einer immer der untere und der andere der obere ſeyn muß, deren erſtern man ſtatt der Erde, und den andern ſtatt des Jupiters ſetzen kan, ſo folget aus dieſen Schlüſſen, daß auch eine jede andere Linie, in welcher die Bahnen zweener Planeten einander ſchneiden, in Abſicht auf die Bewegung dieſer Planeten, wiewohl bald geſchwinder, bald langſamer, zurückgehen werde. T. XII. Fig. 173.

§. 918. Was aber die Winkel FDP, und FBP anlangt, deren erſtern die Flächen der Bahnen nunmehro einſchlieſſen, den letztern aber vorher eingeſchloſſen hatten, ſo wiſſen wir, daß bey denſelben die Proportion $\sin. FDP : \sin FBP = \sin. FB : \sin FD$ ſtatt habe. Die Seite FB iſt immer gröſſer als die FD. Es beträgt aber bey der gegenwärtigen Betrachtung der Ueberſchuß jener FB über dieſe FD eine Kleinigkeit, die faſt für nichts zu halten iſt. Da nun nur in dem Falle der Sinus mit ſeinem Bogen zugleich wächſet, wenn dieſer kleiner iſt, als ein Quadrant, hernach aber, wenn der Bogen zwar kleiner bleibt, als die Hälfte des Umkreiſes, aber gröſſer wird, dann ein Quadrant, wieder abnimt: ſo kan geſagt werden, daß nur alsdenn $\sin. FB$ gröſſer ſeyn werde, als der $\sin. FD$, wenn FB nicht gröſſer iſt, als ein Quadrant, in welchem Falle alſo auch $\sin. FDP$ gröſ-

T. XII. Fig. 173. ſer ſeyn wird, als *ſin. FBP*, und weil die Winkel beide ſpitzig ſind, $FDP > FBP$. Iſt aber die kleinere Seite *FD* einem Quadranten gleich, oder noch gröſſer, ſo iſt, weil alsdann *FB* nothwendig noch gröſſer iſt, der *ſin. FB* kleiner als *ſin. FD*, und alſo *FDP* kleiner als *FBP*. Es wächſet alſo bey dem Uebergange des Planeten von dem Knoten *A* durch *P* nach dem *B*, der Winkel, welchen die Bahnen mit einander einſchlieſſen, nicht immer; ſondern er nimt ab, indem derſelbe die erſte Hälfte dieſes Weges machet, und wird gröſſer, indem er die zweite beſchreibet. Wenn alſo der Planet endlich in dem Knoten *B* oder *D* anlangt, ſo erreichet dieſer Winkel die Gröſſe, die er hatte, als ſich derſelbe in dem entgegengeſetzten Knoten *A* befand, beynahe vollkommen wieder; wodurch die Veränderung deſſelben ſo klein wird, daß ſie nur erſt nach einer beträchtlichen Zahl von Umläufen gemerket werden kan; und auch dieſes nur, wenn die Würkung, welche ein Planet bey der Veränderung dieſes Winkels äuſſert, nicht durch die Würkung der übrigen vernichtet wird. Der Rückgang der Knoten aber, welchen ein Planet verurſachet, wird durch den Zug der übrigen immer vermehret, weil die Planeten ſämtlich nach eben der Seite gehen.

Der Aſtronomiſchen Vorleſungen

ſechzehnter Abſchnitt.

Abweichungen, ſo von der Bewegung des Lichts herrühren.

Mittlere Geſchwindigkeit der Hauptplaneten und ihrer Monden.

§. 919.

Wir haben, ehe wir weiter gehen, noch eine Abweichung in Betrachtung zu ziehen, welche davon herrühret, daß das Licht Zeit braucht von einem Orte bis zu einem andern überzugehen; welche zwar, wenn der Zwiſchenraum zwiſchen dieſen Oertern nicht gröſſer iſt, als einige tauſend Meilen, von uns nicht gemerket werden kan, bey gröſſern Entfernungen aber gar wohl zu meſſen iſt, und bey noch gröſſern, etwas gar anſehnliches beträget, und machet, daß wir die himliſchen Körper an andern Stellen ſehen, als die ſie würklich einnehmen. Die Entdeckung iſt zuerſt vermittelſt der Verfinſterung der Monden des Jupiters gemacht worden: von welchen wir demnach die noch übrigen Umſtände, ſo unſer Zweck erfodert, nachhohlen müſſen, wobey uns die Kentniß der mittlern Bewegungen, mit welchen dieſe Monden, wie auch überhaupt alle Planeten in ihren Bahnen fortrücken, unentbehrlich ſind.

§. 920. Wir haben geſehen, daß wenn wir zween dieſer Körper nach Belieben annehmen, welche ihre Cirkelrunde Bahnen um eben den Mittelpunct beſchreiben, und es ſind D, d die Entfernungen dieſer Körper von ihrem gemeinſchaftlichen Mittelpuncte, oder die Halbmeſſer der Kreiſe, welche ſie um denſelben beſchreiben, T, t aber die Zeiten des Umlaufs: die Proportion $tt : TT =$

T XII. Fig. 173. $d^3 : D^3$ immer ſtatt haben werde, welche, wenn T, und D zu den Einheiten gemacht werden, deren man ſich bedienet die andern Gröſſen ihrer Art auszudrücken, auch kurz durch $tt = d^3$ angegeben wird. Wenn nun aber der Körper, zu welchem die Zeit T gehöret, ſowohl als der andere, deſſen Umlauf in der Zeit t vollendet wird, die Hälfte ſeines Kreiſes beſchreibet, oder deſſen dritten oder vierten Theil: ſo verhalten ſich die Zeiten, in welchen dieſe Bogen zurückgelegt werden, ebenfals wie T zu t. Und eben ſo iſt es auch, wenn die beyden Körper einzelne Grade, Minuten oder Secunden, oder jede Zahl ſolcher Theile beſchreiben, die beyderſeits einerley iſt. Alsdann aber werden die von den Körpern um die Mittelpuncte ihrer Kreiſe gebildeten Winkel einander gleich; es verhalten ſich demnach die Zeiten, in welchen dieſe Winkel entſtehen, ebenfals wie $T : t$. Nun wird in gar vielen Betrachtungen ein jeder ſolcher Winkel als der Raum angeſehen, welcher durch die Bewegung zurück gelegt wird; und es iſt die Geſchwindigkeit einer jeden gleichförmigen Bewegung deſto gröſſer, je kleiner die Zeit iſt, welche der bewegte Körper zur Beſchreibung eben des Raums anwendet. Es werden demnach auch die Geſchwindigkeiten, mit welchen die Winkel beſchrieben werden, ſich wie die Zeiten des Umlaufs T, t, verkehrt geſetzt, verhalten: und wenn C, c dieſe Geſchwindigkeiten bedeuten, ſo wird ſeyn : $CC : cc = t^3 : T^3$. Wird aber nicht der Winkel als der von dem bewegten Körper beſchriebene Raum angeſehen, ſondern der Bogen ſelbſt, aus wievielen Graden und deren Theilen er auch beſtehen mag: ſo haben wir eben geſehen, daß die Zeiten, in welchen die zween Körper Theile ihrer Bahnen beſchreiben, die gegen die ganzen Umkreiſe eben die Verhältniß haben, ſich immer wie T zu t verhalten werden. Läſt man alſo T, t diejenigen Zeiten bedeuten, in welchen der eine Körper einen Theil ſeiner Bahn zurück leget, deſſen Gröſſe dem Halbmeſſer derſelben D gleich iſt, und t diejenige, in welcher der andere den Theil der ſeinigen beſchreibet, die ſo groß iſt als d, ſo wird die Proportion $tt : TT = d^3 : D^3$ oder $tt = d^3$ eben ſo wohl richtig ſeyn. Nun aber iſt, wenn C, c die nunmehro verlangten eigentliche Geſchwindigkeiten bedeuten, mit welchen die Körper in ihren Bahnen fortgehen: wie bey allen gleichförmigen Bewegungen, $CT : ct = D : d$, denn D, d ſind nunmehro die Längen der von den Körpern zurückgelegten Wege; und wenn auch C zu einer Einheit gemacht wird, ſo folget hieraus $ct = d$, und $tt = \frac{dd}{cc}$,

welches

welches, in $tt = d^3$ gehörig angebracht, giebet, $\frac{dd}{cc} = d^3$, oder $\frac{1}{cc} = d$, T.XII. Fig. 173. das iſt $CC : cc = d : D$. Wird aber in $\frac{1}{cc} = d$, für d das ihm gleiche ct geſetzt, ſo folget auch $\frac{1}{cc} = ct$, das iſt $\frac{1}{c^3} = t$, oder $C^3 : c^3 = t : T$.

§. 921. Hieraus werden die Geſchwindigkeiten zweener Monden des Jupiters, des Saturnus oder zweener Hauptplaneten, welche man ihnen zuſchreiben muß, wenn man ihre Bahnen als Cirkel, und ihre Bewegung als gleichförmig betrachtet, mit einander verglichen: und man ſiehet überhaupt, daß jeder Mond ſich deſto geſchwinder bewege, je kleiner ſeine Entfernung von dem Mittelpuncte des Hauptplaneten, oder die Zeit ſeines Umlaufs iſt, und jeder Hauptplanet deſto geſchwinder, je weniger er von dem Mittelpuncte der Sonne abſtehet; wobey nothwendig auch die Zeit ſeines Umlaufs kleiner wird. Will man bey dieſer Berechnung auch die Maſſen in Betrachtung ziehen, durch deren anziehende Kraft die Körper, deren Geſchwindigkeit verlangt wird, in ihren cirkelrunden Bahnen erhalten werden können, das iſt, die Maſſe der Sonne, der Erde, des Jupiters und Saturnus; ſo können die mittlern Geſchwindigkeiten jeder zween unſerer ſechzehn Planeten vermittelſt einer allgemeinen Regel mit einander verglichen werden. Denn wenn m dieſe Maſſen bedeutet, und aus $v = \frac{d}{tt}$, und $v = \frac{m}{dd}$, wie oben (898), geſchloſſen wird $mtt = d^3$, ſo wird ferner vermittelſt der Gleichheit $ct = d$, deren wir uns hier bedienen müſſen, herausgebracht: $mtt = c^3t^3$, und $\frac{m}{t} = c^3$, wie auch $\frac{mdd}{cc} = d^3$, das iſt $\frac{m}{cc} = d$, oder $\frac{m}{d} = c^2$. Die Rechnung, welche dieſe Vorſchriften verlangen, wird vermittelſt der Logarithmen alſo verrichtet. Nach der erſten $c^3 = \frac{m}{t}$, iſt $3lc = lm - lt$, und alſo $lc = \frac{1}{3}(lm - lt)$; nach der zweyten $c^2 = \frac{m}{d}$ aber iſt $2lc = lm - ld$ und alſo $lc = \frac{1}{2}(lm - ld)$.

T. XII. Fig. 173.

Währung der Verfinſterung eines Trabanten des Jupiters.

§. 922. Da nun der Schatten des Jupiters in der kleinen Entfernung, in welcher ſeine Monden durch denſelben hindurch gehen, beynahe die Geſtalt eines Cylinders hat (843), und alle Durchſchnitte deſſelben, ſo durch eine Fläche geſchehen, welchen die Axe des Schattens perpendicular iſt, von einerley Geſtalt und Grösſe ſind: ſo lieſſe ſich dieſer Satz anwenden, die gröſten Zeiten zu vergleichen, in welchen ſich dieſe Monden in demſelben aufhalten und alſo verfinſtert werden können. Man könte aber auch dieſe Zeiten der gröſten Verfinſterungen durch eine andere ziemlich einfache Rechnung herausbringen. Die Zeit der Verfinſterung iſt für jeden Mond die gröſte, wenn ſein Mittelpunct ſelbſt durch die Axe des Schattens hindurchgehet. Alsdenn aber beſchreibet er von dem Augenblicke ſeines Eintritts in den Schatten, bis zu demjenigen, in welchem er die Axe erreichet, einen Bogen, deſſen Sinus dem halben Durchmeſſer des Jupiters beynahe gleich iſt, und der Radius dieſes Bogens iſt der Abſtand des Monds von dem Mittelpuncte des Hauptplaneten. Es wird alſo, vermittelſt der bekanten Verhältniß des Radius zu dem Sinus, dieſer Bogen alsbald gefunden, und die Zeit, in welcher er beſchrieben wird, ferner durch ſeine Verhältniß zu dem ganzen Umkreiſe von 360 Graden entdecket. Es ſind aber verſchiedene Urſachen da, welche verhindern, daß die dergeſtalt herausgebrachten Zeiten, mit den würklich beobachteten, nicht zutreffen können, unter welchen der Halbſchatten eine der wichtigſten iſt. Dieſer wird bey der Rechnung nicht in Betrachtung gezogen, und doch muß er zur Verminderung der Erleuchtung des ſich dem Hauptſchatten nähernden Mondes das ſeine beytragen. Der Mond verſchwindet dem mit dieſem oder jenem Seherohr bewafneten Auge, wenn endlich ſeine Erleuchtung für daſſelbe zu ſchwach wird; und wer will ſagen, daß ſich dieſes eben in dem Augenblicke zutrage, in welchem ſein Mittelpunct die Gränze des Schattens erreichet?

§. 923. Es kan aber auch die Währung einer ſolchen Finſterniß unmittelbar beobachtet werden, wenn nicht nur der Anfang derſelben, ſondern auch ihr Ende ſichtbar iſt, in welchem Falle ſich die zween äuſſerſten Monden des Jupiters meiſtentheils befinden (850). Können wir nur den Anfang einer ſolchen Finſterniß ſehen, nicht aber ihr Ende, ſo iſt zur Beſtimmung ihrer Währung kein anderes Mittel da, als daß man den Augenblick beobachte, in welchem ſich eine andere Finſterniß eben des Mondes, ſobald nach der erſten, als es nur ſeyn kan, endiget, und von demſelben ſo viele ſynodiſche Umläufe zurück zähle, als ſich indeſſen zugetragen haben. Man gelanget dadurch

durch zu dem Ende der Finſterniß, deren Anfang beobachtet worden iſt, und wird in den Stand geſetzt, die Währung derſelben, wie vorher, zu beſtimmen. T. XII. Fig. 173.

§. 924. Die durch dieſe Mittel entdeckten Hälften der Währungen der gröſten Verfinſterungen der Jupiters Monden ſind, für den innerſten 1 Stunde, 7 Minuten, 55 Secunden; für den zweiten 1 Stunde, 25 Minuten, 40 Secunden; für den dritten 1 Stunde und 47 Minuten; und für den äuſerſten 2 Stunden, 23 Minuten. Daß die Verfinſterung eben des Mondes nicht immer ſo lange währet, ſondern die Zeit derſelben, vornehmlich bey den zween äuſern, faſt immer viel kürzer gefunden wird, ſogar daß der alleräuſerſte öfters ohne einige Verfinſterung bey dem Schatten des Hauptplaneten vorbey gehet: iſt ein ſicheres Zeichen, daß die Flächen, in welchen ſich dieſe Monden bewegen, von der Fläche der Bahn des Hauptplaneten abweichen. Es muß alſo die Fläche der Bahn eines jeden Monds diejenige, in welcher der Hauptplanet ſeinen Umlauf um die Sonne verrichtet, in einer geraden Linie ſchneiden, die durch den Mittelpunct deſſelben hindurch gehet; welche die Knotenlinie dieſes Mondes ſeyn wird. Wird nun bey der Verfinſterung eines dieſer Monden die gröſte Währung, welche ſie haben kan, bemerket; ſo iſt man verſichert, daß die Axe des Schattens in die Knotenlinie deſſelben falle, weil ſonſt der Mond nicht durch die Axe des Schattens gehen, und alſo die Finſterniß ihre gröſte Währung haben könte; da die Axe des Schattens immer in die Fläche der Bahn des Hauptplaneten fält, in welcher ſich der Mittelpunct des Monds, auſſer ſeiner Knotenlinie, nie befindet. Da nun dieſe Axe, gehörig verlängert, auch durch den Mittelpunct der Sonne gehet, und alſo den Ort des Himmels beſtimmet, in welchem ein in die Sonne geſetztes Auge den Hauptplaneten zu der Zeit ſehen würde: ſo wird durch eben dieſe ihrer Lage nach gehörig beſtimte Linie auch die Lage der Knotenlinie angegeben. Es muß nehmlich, bey dem Umlaufe des Hauptplaneten um die Sonne, dieſe Knotenlinie, der aus dem Mittelpuncte der Sonne nach dem Orte des Planeten, welchen er einnahm, als die Verfinſterung die gröſte war, gezogenen geraden Linie immer parallel bleiben, ſo lange ſich keine Veränderung bey derſelben ereignet.

Lage der Flächen, in welchen ſich die Monde des Jupiters bewegen.

§. 925. Die dergeſtalt zu den verſchiedenen Monden des Jupiters gefundene Knotenlinien weichen ſo wenig von einander ab, daß wir ihnen hier allen eben die Lage zuſchreiben, und ſie von dem funfzehnten Grade des Waſſermanns nach

den

T. XII. Fig. 173. den funfzehnten Grade des Löwen erſtrecken können. Jener iſt der Ort des aufſteigenden, und dieſer der Ort des niederſteigenden Knoten; und es befindet ſich jeder dieſer Monden an der mitternächtigen Seite der Bahn des Hauptplaneten, ſo lang ihn dieſer von dem erſten der angezeigten Puncte bis zu den leztern übergehen ſiehet, und an der mittägichen, wenn er ihm in der andern Hälfte der Ecliptic erſcheinet.

T. XII. Fig. 174. §. 926. Wenn nun *ABCD* (*Tab. XII. Fig.* 174.) die Bahn vorſtellet, welche der Planet Jupiter um die Sonne *S* beſchreibet, und in derſelben *ASC* die Linie iſt, welcher die Knotenlinie ſeiner Monden bey dieſem Umlaufe immer parallel bleibt, ſo daß ſie mit dieſer *ASC* zuſammen fält, indem ſich der Hauptplanet bey *A* oder *C* befindet; und es wird durch *S* die *BD* der *AC* perpendiculat gezogen, ſo iſt, wenn ſich Jupiter bey *B* oder *D* aufhält, der Winkel, welchen die Fläche der Bahn eines ſeiner Monden mit der Fläche *ABCD* einſchlieſſet, gerade nach der Sonne gekehret: ſo daß, wenn beide Flächen gehörig durch *BD* *T. XII. Fig.* 175. geſchnitten werden, etwas dergleichen zum Vorſchein kömmt, als die 175ſte Zeichnung vorſtellet, in welcher die Linie *BSD* die vorige, *Bb* aber oder *Dd*, die Entfernung des Monds von dem Hauptplaneten, und *bBE* oder *dDE* der Winkel iſt, welchen die Flächen der Bahnen mit einander einſchlieſſen. Wird aber eben die Fläche *ABCD* der 174ſten Zeichnung auch durch den Mittelpunct des Mondes bey *b* von einer anderen, welcher die Linie *AC* parallel iſt, rechtwinklicht durch- *T. XII. Fig.* 176. ſchnitten: ſo erſcheinet in dieſer Fläche die Schattenſcheibe *Ffg* (*T. XII. F.* 176.) deren Mittelpunct *E* ſich in der Axe des Schattens befindet. Der Mond durchkreuzet dieſe Scheibe, oder gehet bey derſelben vorbey: aber nicht in dem Durchmeſſer *FEG*, welcher in der Fläche der Bahn des Jupiters liegt, ſondern in einer andern Linie, die wie *fg* der *FG* parallel läuft. Iſt dieſe *fg* eine der Sehnen der Scheibe, ſo wird zwar der Mond verfinſtert: es iſt aber die halbe Währung dieſer Finſterniß kleiner als die gröſte, welche ſich ereignet, wenn der Mond die *FG* ſelbſt beſchreibet. Wird nun dieſe Währung durch eine Beobachtung entdecket, und mit der gröſten unter allen verglichen, die bey eben dem Monde ſtatt findet, ſo wird dadurch die Verhältniß $FG : fg = FE : fb$, und weil *FE* bekannt iſt, *fb* ſelbſt erhalten, aus welcher ſodann die *Eb* leicht berechnet, oder durch *T. XII. Fig.* 175. eine bloſſe Zeichnung gefunden werden kan. Dieſe in der 175ſten Figur mit eben den Buchſtaben bezeichnete *Eb*, gibt, mit der Entfernung *Bb* zuſammen gehalten,

den

den Winkel *bBE*, welchen die Fläche der Bahn des Monds mit der Fläche der Bahn des Hauptplaneten einſchlieſſet. Fällt aber das Punct *b* in der verlängerten *Eb* auſſerhalb des Schattens, ſo iſt der Mond bey ſeiner gröſten Annäherung an den Mittelpunct *E* ſelbſt ſichtbar: man kan alſo die *Eb* unmittelbar durch die Beobachtung erhalten, und aus derſelben den Winkel *EBb* wie vorher ſchlieſſen. Einiges Nachdenken kan auch noch andere zu eben dem Zwecke führende Wege entdecken. T. XII Fig. 175.

§. 927. Die dergeſtalt für dieſe Monden gefundenen Winkel, welche die Neigungen ihrer Bahnen gegen die Fläche der Bahn des Hauptplaneten angeben, ſind eben ſowohl kleinen Veränderungen unterworfen, als das übrige, ſo zu einer völlig genauen Beſtimmung des Laufs derſelben erfordert wird. Ueberhaupt aber ſind die mittlern Gröſſen dieſer Neigungen wenig von einander verſchieden, ſo daß jede derſelben beynahe auf 3 Grade und 17 Minuten geſetzt werden kan. Nur die Neigung der Bahn des äuſerſten Monds des Jupiters iſt um etwas beträchtliches, nehmlich um 41 Minuten, kleiner als dieſe mittlere Gröſſe. Es bewegen ſich alſo, da auch die Knotenlinien ihrer Bahnen beynahe zuſammen fallen, alle dieſe Monden faſt gänzlich in eben der Fläche: und dieſe weichet von der Fläche der Bahn des Hauptplaneten ſo wenig ab, daß daraus in gar vielen Fällen keinen beträchtlicher Unterſchied der Erſcheinungen folgen kan.

Eine Zeichnung, welche den Stand der Monden des Jupiters angibt.

§. 928. Bey ſo geſtalten Sachen iſt es gar wohl möglich eine Zeichnung zu entwerfen, aus welcher man die Ordnung dieſer Monden, und ihren Stand in Anſehung des Hauptplaneten, in welchem ſie den Bewohnern der Erde zu einer gewiſſen Zeit erſcheinen, mit einer hinlänglichen Richtigkeit nehmen kan. Man beſchreibet einen Cirkel (*Tab. XII. Fig.* 177.) von hinlänglicher Gröſſe, welcher die Ecliptic vorſtellen ſoll, und theilet dieſe in ihre zwölf Zeichen, ſamt deren Graden, indem man ein beliebiges Punct zum Anfange des Widders machet. Von der Mitte des Waſſermanns bis zur Mitte des Löwen ziehet man einen Durchmeſſer dieſes Cirkels *MN*, welcher die Lage der Knotenlinie der Monden angeben wird; um den Mittelpunct des Cirkels aber zeichnet man eine Scheibe *I*, die klein genug iſt den Körper des Jupiters vorzubilden, und beſchreibet um eben den Mittelpunct noch einen andern Kreis, deſſen Halbmeſſer ſich zu dem Halbmeſſer der Scheibe verhalte, wie die Entfernung des Monds, mit welchem man ſich beſchäftiget, T. XII Fig. 177.

T. XII. Fig. 177. tiget, von dem Mittelpuncte des Jupiters, zu dem Halbmeſſer dieſes Planeten. Nun muß bekant ſeyn, in welchem Puncte der Ecliptic der Mond zu einer gewiſſen Stunde eines gewiſſen Tages, welcher der erſte des Monaths ſeyn kan, aus dem Mittelpuncte ſeines Hauptplaneten geſehen wird. Dieſer Punct wird in der gezeichneten Bahn dieſes Monds gehörig angemerkt, und kan mit 1 bezeichnet werden. Von demſelben werden ſo viele Grade und deren Theile nach der Morgenſeite getragen, als der angenommene Mond in vier und zwanzig Stunden in ſeiner Bahn zurücklegt, und das Ende dieſes Bogens wird mit 2 bemerket; von welchem Puncte man ſodann weiter, zu 3, 4, 5 auf eben die Art fortgehen kan, bis auf ein und dreyßig. Dadurch wird der Ort der Bahn, welchen der Jupiters-Mond an jedem Tage des Monaths, für welchen die Zeichnung gelten ſoll, zu der geſetzten Stunde einnimt, mit einer hinlänglichen Zuverläßigkeit beſtimt: und es können die Bahnen der drey übrigen Monden in eben den Riß gebracht, und gehörig getheilet werden.

§. 929. Will man nun die Stellung gegen den Hauptplaneten wiſſen, in welcher der Mond, deſſen Bahn dergeſtalt verzeichnet und getheilet worden iſt, in jedem der angenommenen Zeitpuncte, den Bewohnern der Erde erſcheinen werde: ſo wird von dem Mittelpuncte *I* nach dem Puncte der Ecliptic *A*, bey welchem zu der Zeit Jupiter von der Erde geſehen wird, eine gerade Linie *IA* gezogen, und nach der andern Seite *B* nach Belieben verlängert. Wie nun einem in dieſe nach *B* weit genug verlängerte Linie *AB* geſetzten Auge der gezeichnete Mond erſcheinen würde; eben ſo erſcheinet uns derſelbe zu der Zeit würklich an dem Himmel: und wenn 4 der Ort iſt, in welchem er ſich alsdenn befindet, ſo gibt die von dieſem Puncte der *AB* perpendicular gezogene 4*C*, den Abſtand von dem Mittelpuncte des Jupiters an, welchen wir ihm zuſchreiben, wenn wir ihn zu der Zeit durch ein Fernrohr betrachten. Es iſt leicht, dieſe Linie 4*C* mit dem Halbmeſſer des *I* zu vergleichen, und in einer Linie *DE*, bey *P* den Hauptplaneten, bey *L* aber den Mond, in der richtigen Verhältniß der Entfernung *PL* gegen dem Halbmeſſer des *P* vorzuſtellen: und wenn man mit den übrigen Monden eben ſo verfähret, die ganze Ordnung, in welcher ſie zu der Zeit erſcheinen werden, abzubilden. Die Irrung zu vermeiden, werden den Puncten *L* Ziffern beygeſetzt, welche anzeigen, den wievielſten Mond jedes derſelben bedeute; und jede dieſer Ziffern wird an diejenige Seite des Puncts geſetzt, nach welcher ſich der Mond, welchen ſie vorſtellen ſoll, in der Linie *DE* zu bewegen ſcheinet.

T. XII Fig. 177.

§. 930. Dieſe Linie *DE* iſt ein Theil der Bahn des Jupiters, in welcher uns die Monden deſſelben nur alsdenn erſcheinen, wenn ſie ſich in der Knotenlinie *MN*, oder gar nahe dabey befinden. Auſſerdem erſcheinet uns jeder Mond deſto mehr über dieſe Linie erhaben, je mehr er ſich in ſeiner Bahn von der *MN* gegen die Mitte des Stiers entfernet hat, und uns deſto tiefer unter dieſelbe verſenkt, je näher er an der andern Seite der Mitte des Scorpions gekommen iſt. Dieſe Entfernungen ſind leicht, ſo weit es nöthig iſt, zu überſchlagen, und können dadurch angedeutet werden, daß man die Puncte *L* mehr oder weniger auſſer der *DE* ſetzet.

§. 931. Soll aber auch der Zeitpunct angegeben werden, in welchem der Mond in den Schatten ſeines Hauptplaneten eintreten, oder denſelben verlaſſen wird, ſo iſt auch dieſer Schatten in den Riß zu bringen, welches gar leicht geſchiehet, wenn nur das Punct der Ecliptic bekant iſt, bey welchem ein in die Sonne geſetztes Auge den Jupiter um dieſe Zeit ſehen würde: denn eine völlig genaue Beſtimmung macht die langſame Bewegung dieſes Planeten hier überflüßig. Durch den aus der Sonne geſehenen Ort des Jupiters aber wird der Winkel *AIF* gegeben, welchen die nach dem Mittelpuncte der Erde gezogene *AB* mit der Axe des Schattens *IF* einſchlieſſet, und man kan, nachdem dieſer Winkel gehörig angeſetzt worden iſt, auch den Schatten ſelbſt leicht entwerfen, indem man der *IF* zwo Linien parallel ziehet, welche die Scheibe des Jupiters berühren. Alsdenn iſt aus der Gröſſe des Bogens, welchen der Mond in ſeiner Bahn beſchreiben muß, bis er an die Axe des Schattens gelangt, die Zeit zu ſchlieſſen, welche darzu erfodert wird. Man darf nur dieſen Bogen mit demjenigen zuſammenhalten, welchen eben der Mond in ſeiner Bahn in vier und zwanzig Stunden zurückleget: welche Arbeit gar ſehr erleichtert wird, wenn man dieſen Theil der Bahn, in ſeiner rechten Gröſſe beſonders beſchrieben, und in vier und zwanzig gleiche Theile getheilet hat. Iſt dergeſtalt der Zeitpunct gefunden worden, in welchem der Mond bey *F* dem Mittelpuncte der Sonne gerade gegenüber ſtehet, ſo wird der Anfang der Finſterniß erhalten, wenn man von demſelben ihre halbe Währung zurückzählet, und das Ende, wenn man dieſe halbe Währung, vorwärts ſetzet. Hier ſind die halben Währungen, welche ſich nach der Entfernung des Puncts *F* von dem nächſten Knoten *N* oder *M* richten, ſo gut als ſie gegeben werden können, wenn nicht alle kleine Veränderungen, die ſich bey den Bahnen dieſer Monden und ihrem Laufe zutragen, in Betrachtung gezogen werden.

Entfernung von dem Knoten	Halbe Währung der Finſterniß.							
	I.		II.		III.		IIII.	
	St.	M.	St.	M.	St.	M.	St.	M.
0°	1	8	1	26	1	47	2	23
10	1	7	1	25	1	46	2	20
20	1	7	1	24	1	42	2	10
30	1	6	1	22	1	36	1	53
40	1	6	1	20	1	28	1	29
50	1	5	1	18	1	17	0	52
60	1	5	1	15	1	10	0	00
70	1	4	1	13	1	01	0	00
80	1	4	1	12	0	54	0	00
90	1	4	1	11	0	52	0	00

T. XII. Fig. 177.

§. 932. Die Axe des Schattens *IF* wird in dreyßig oder ein und dreyſſig Tagen kaum geändert, in welcher Zeit Jupiter in ſeiner Bahn nur ohngefähr um den zwölften Theil eines Grads fortrücket. Die Lage der Linie *AB* aber, welche von *I* durch *B* nach der Erde läuft, kan ſich in eben der Zeit eines Monaths weit mehr ändern; ſo daß eben die *AB* ſelten für alle auf die Bahn des Nebenplaneten gebrachte Puncte, welche den Stand deſſelben an den verſchiedenen Tagen des Monaths angeben, mit völliger Richtigkeit zu gebrauchen iſt, ſondern von Zeit zu Zeit verſetzt werden muß. Dieſes kan vermieden werden, wenn die *AB* auf eine ſchmale Regel gezeichnet wird, welche ſich um den Mittelpunct *I* drehen läßt; und wenn die Breite dieſer Regel dem Durchmeſſer der Scheibe *I* gleich gemacht wird, ſo kan ſie zugleich dienen den Schatten *IF* vorzuſtellen. Man macht ſie von durchſichtigen Horn, damit ſie nichts bedecke, und läßt die *AB* durch ihre Mitte laufen. Werden auſſerdem auch die Bahnen der vier Monden des Jupiters beweglich gemacht, indem man jede derſelben auf eine beſondere Scheibe zeichnet, und alle dieſe Scheiben an eine gröſſere, auf welcher die Ecliptic erſcheinet, dergeſtalt befeſtiget, daß die Mittelpuncte derſelben in *I* zuſam-

zuſammen fallen, jede der kleinern aber insbeſondere ſich um dieſen Punct *I* frey drehen läßt: ſo erſparet man ſich die Mühe dieſe Bahnen für jeden Monath von neuen zu theilen. Es darf alsdenn nur jede derſelben für den erſten Tag des Monaths richtig geſetzt werden, ſo nehmlich, daß der in derſelben mit der Ziffer 1 bezeichnete Punct in der gezeichneten Ecliptic ſo zu ſtehen komme, wie an dem erſten Tage des Monaths, zu der geſetzten Stunde, der Mond, welchen dieſes Punct vorſtellet, aus dem Mittelpuncte des Hauptplaneten in der wahren geſehen wird, um die Einrichtung für den ganzen Monath brauchbar zu machen: und man ſiehet leicht, daß mit einem jeden andern Puncte dieſer Bahn eben ſo verfahren werden könne. Stehet eines derſelben richtig, ſo ſtehen ſie alle richtig. *T. XII. Fig. 177.*

§. 933. Da die Bewegungen der Monden des Jupiters ſo ſehr ungleichförmig nicht ſind, ſo hat es das Anſehen, als ob vermittelſt dieſer oder einer andern dergleichen Einrichtung der Zeitpunct, in welchem jeder derſelben in den Schatten des Hauptplaneten eintritt, oder wieder aus demſelben herfürkomt, immer richtig gefunden werden könte, wenn nur nach dem Verlaufe des Monaths, für welchen die Scheiben richtig geſetzt worden ſind, dieſelbe gehörig um ihren Mittelpunct gedrehet, und dadurch die auf denſelben gezeichnete Puncte, nachdem der verfloſſene Monath mehr oder weniger Tage hat, fortgeſetzt werden. Das Punct der Ecliptic, in welchem der Mond in einem gewiſſen Augenblicke von dem Mittelpuncte des Jupiters geſehen wird, kan, wenn man ſich nicht an die Tafeln halten will, richtig angegeben werden, wenn man nur einen derjenigen Zeitpuncte ausfündig macht, in welchen ſich dieſer Mond in der Axe des Schattens bey *F* befindet: als welchen Zeitpunct die Beobachtung genau genug entdecket. Denn wenn ſich der Mond in der *IF* befindet, ſo iſt der Ort, in welchem er aus dem Mittelpuncte des Jupiters geſehen wird, derjenige, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne geſetztes Auge den Jupiter ſelbſt ſiehet, und dieſen gibt der Lauf des Jupiters mit einer völligen Zuverläßigkeit. Sind nun alſo zu einem gewiſſen Zeitpuncte die Scheiben in Anſehung der gezeichneten Ecliptic ſämtlich richtig geſetzt: ſo würde man, wenn die Bewegung der Monde des Jupiters völlig gleichförmig wäre, die Scheiben für einen jeden andern bereits verfloſſenen oder noch zukünftigen Zeitpunct ſtellen können, indem man ſie nur dem zwiſchen dieſem Anfange und Ende enthaltenen Zeitraume gemäß, um ihren Mittelpunct drehete. Würde alsdenn auch die von der Erde durch die Mitte des Jupiters laufende *AB*, ſamt der

T. XII. Fig. 177. Axe des Schattens *IK*, welche ſich von dem Mittelpuncte der Sonne durch eben die Mitte erſtrecket, ſo wie dieſes der damahlige Stand des Jupiters in ſeiner Bahn, und der Erde in der ihrigen erfodern, vermittelſt der (932) beſchriebenen Regel oder ſonſt, gehörig angegeben; ſo würde das Ganze die übrigen Erſcheinungen faſt unmittelbar, die Zeiten der nächſten Verfinſterungen aber vermittelſt einer gar leichten Meſſung, ohne einigen Fehler angeben.

Abweichungen, die von Verſpätung des Lichts herrühren.

§. 934. So genau man aber auch verfahren mag, werden doch die Zeiten der Verfinſterungen, welche von dem angenommenen Zeitpuncte um mehr als einen Monat entfernet ſind, von denen, die auf dieſe Art entdeckt werden, merklich genug abweichen, wiewohl nur bis zu einer gewiſſen Gränze, die kaum gröſſer iſt als 16 Minuten. Es ereignen ſich nehmlich die Finſterniſſe bald vor der durch die Rechnung oder Zeichnung angeſetzten Zeit, bald nach derſelben, eher oder ſpäter, nachdem der Augenblick angenommen wird, in welchem ſich der Mond in der obern Zuſammenkunft befindet, welche zum Grunde der Rechnung gemacht wird, ſo daß die Fehler nicht beſtändig, ſondern nur eine Zeit lang wachſen, und hernach wieder abnehmen. Nach vielen über die Urſache dieſer Abweichung angeſtellten Muthmaſſungen, iſt endlich entdeckt worden, daß ſich dieſelbe hauptſächlich nach der Entfernung des Jupiters von der Erde richte, und keinesweges von einer Unrichtigkeit der übrigen Gründe, ſondern davon herrühre, daß das Licht die beym Anfange dieſer Betrachtung angezeigte zwar an ſich ſehr kleine, aber doch bey einer groſſen Entfernung des Gegenſtandes gar wohl merkliche Zeit braucht, von demſelben bis zu unſerm Auge zu gelangen. Denn auſſerdem, daß kein Planet, bey ſeinem Umlaufe um die Sonne, immer eben die Entfernung von derſelben behält: iſt auch die Erde, wenn ſie zwiſchen der Sonne und dem Jupiter durchgehet, dieſem Planeten um den ganzen Durchmeſſer ihrer Bahn näher, als wenn ſie denſelben bey der Sonne ſiehet. Es muß alſo in dem erſten Falle das Licht in einer kürzern Zeit von dem Jupiter, oder einem ſeiner Monden, bis zu uns kommen, als in der letztern. Wir ſehen eine jede ſich daſelbſt ereignende Finſterniß um die ganze Zeit, welche das Licht braucht von dem Jupiter bis zu uns zu gelangen, ſpäter als ſie ſich ereignet; und deſto ſpäter, je weiter zu der Zeit dieſer Planet von der Erde entfernet iſt.

§. 935.

§. 935. Es ſind alſo die Differenzen der Entfernungen des Jupiters von der Erde, um welche derſelbe zu einer Zeit mehr oder weniger von dieſer abſtehet, als zu einer andern, der vornehmſte Grund der Fehler, ſo die erklärte Berechnung übrig läßt. Denn es giebt deren noch einige andere, ſo von den kleinen Veränderungen herrühren, die ſich in dem Umlaufe der Monden und in der Lage und Geſtalt ihrer Bahnen zutragen. Der Abſtand ſelbſt würde, wenn er immer derſelbe bliebe, zwar die Anzeigung der einen Finſterniß, welche uns das Licht thut, um eben ſo viele Zeit ſpäter zu uns gelangen laſſen, als die Anzeigung der andern: die Zeiten aber, nach deren Verflieſſung eine Finſterniß auf die andere folgt, würden wir, dieſer Verſpätung ohnaeachtet, mit völliger Richtigkeit erfahren. Und in der That richten ſich die Fehler, welche begangen werden, wenn man bey der Beſtimmung des Anfangs oder des Endes einer Verfinſterung auf die Zeit, welche das Licht braucht von dem Jupiter bis zu uns zu gelangen, nicht Acht hat, nach den angezeigten Differenzen der Entfernungen. Ja ſie verhalten ſich gegen einander, wie dieſe Differenzen, welches zugleich zeiget, daß das Licht bey ſeiner Bewegung in gleichen Zeiten gleiche Wege zurücklege, und daß folglich dieſe Bewegung gleichförmig ſey. T. XII. Fig. 177.

§. 936. Wenn *ABC* (*T. XII. F.* 178.) die Bahn der Erde um die Sonne *S* vorſtellet, und es befindet ſich die Erde in derſelben bey *A*, der Planet Jupiter aber der nach dieſer Seite verlängerten *SA* ſo nahe, als er ihr werden kan, da er ſich nicht ebenfals in der Fläche der Ecliptic beweget: ſo iſt die Zeit, welche von der würklichen Verfinſterung eines ſeiner Monden, bis zu dem Augenblicke verflieſſet, in welchem uns die Verfinſterung zu Geſicht komt, die kleinſte unter allen, weil alsdann die Entfernung der Erde von dem Jupiter die kleinſte iſt. Hat ſich nachhero die Erde in Anſehung des Jupiters ſo geſetzt, wie das Punct *B* gegen eben die verlängerte *SA* ſtehet, ſo daß *ASB* beynahe der Winkel iſt, um welchen nunmehro einem in die Sonne geſetzten Auge die Erde von dem Planeten entfernet ſcheinen würde, oder der Unterſchied der Längen, die dieſes Auge den beyden Planeten zuſchreibt: und es wird *BD* auf die *ASC* perpendicular gezogen: ſo iſt auch *AD* beynahe der Zuwachs, welche die Entfernung der Erde von dem Jupiter dadurch erhalten hat, daß ſie von ihrem Stande bey *A* in den bey *B* übergegangen iſt. Denn der Winkel, welchen die von *A* und nach *B* dem Jupiter laufenden Linien einſchlieſſen, beträgt nie über 11 Grade, und iſt T. XII. Fig. 178.

T. XII. Fig. 178. alſo klein genug, daß dieſe Linien hier als einander parallel angeſehen werden können. Es iſt aber *AD* der ſogenante Querſinus des Bogens *AB*, welcher den Winkel *ASB* miſſet. Nach dieſem Querſinus richtet ſich die Zeit, nach welcher das Licht des Jupiters einmal früher oder ſpäter bey uns anlangt, als das andere, vorzüglich; wiewohl, wenn alles aufs genaueſte genommen werden ſoll, man allerdings auf den wahren Unterſchied der Linien ſehen muß, die von dem Mittelpuncte des Jupiters bis an die Erde reichen.

§. 937. Ein Querſinus wächſet immer, indem der Bogen *AB* wächſet, ſo lang dieſer kleiner bleibt, als die Hälfte des Umkreiſes, und wird dem Durchmeſſer *AC* gleich, wenn der Bogen der Hälfte des Umkreiſes gleich wird: alsdenn nimt er wieder ab, wenn der von *A* durch *B* und *C* gehende Bogen zu wachſen fortfähret, und dieſes ſo, daß wenn *Ab* ſo groß genommen wird als *AB*, auch die Querſinus der beyden Bogen *AB* und *ABCb* einander gleich werden. In eben der Verhältniß nun, in welcher dieſe Querſinus anwachſen, wachſen auch beynahe die Zeiten, um welche uns die Finſterniſſe ſpäter erſcheinen, als wir ſie ſehen würden, wenn die Entfernung der Erde von dem Jupiter immer diejenige geblieben wäre, die ſie bey *A* hatte. Nennen wir alſo dieſe Zeit, die Verſpätung der Finſterniß, ſo verhält ſich die Verſpätung bey *C* zu der bey *B* wie *AC* zur *AD*. Und da die Verfinſterung ſich um 16 Minuten 15 bis 16 Secunden ſpäter ereignet, wenn die Erde bey *C* in ihrer gröſten Entfernung von dem Jupiter ſtehet, als wenn ſie bey *A* demſelben am nächſten iſt, das iſt, da die Verſpätung bey *C* $16\frac{1}{4}$ Minuten beträgt, ſo kan die einem jeden andern Bogen *AB* oder *Ab* zukommende Verſpätung, zwar nicht mit einer völligen, aber doch mit einer meiſtentheils hinlänglichen Richtigkeit, vermittelſt ſeines Querſinus gefunden werden.

§. 938. Es wäre leicht bey dem Gebrauche der beſchriebenen Scheiben des Caßini auch auf die dergeſtalt zu entdeckende Verſpätung des Lichts mit Acht zu haben, und dadurch die Zeiten der Verfinſterungen, ſamt den übrigen, ſo ſie angeben ſollen, genauer zu beſtimmen. Allein da dieſe Scheiben, für den Anfang eines jeden Monaths, deſſen Erſcheinungen ſie anzeigen ſollen, nach richtigen Berechnungen geſtellet werden, bey welchen auf die Verſpätung des Lichts zugleich mit geſehen wird: in der Zeit eines Monaths aber die Fehler nicht ſo ſehr anwachſen, daß dadurch die Stellen, in welchen wir die Monde des Jupiters von der Erde ſehen, oder die Zeiten ihrer Verfinſterungen, wie ſie von den Scheiben angegeben werden, merklich geändert werden könten; und man ohnedem nach guten Tafeln rechnen muß, wenn der Anfang oder das Ende einer Verfinſterung mit aller möglichen Zuverläßigkeit an ſeine Zeit gebunden werden ſoll; ſo wird bey dem Gebrauche der Scheiben alle weitere Verbeſſerung mit Recht bey Seite geſetzt. Wie man denn auch nicht einmal ſo genau auf die Zeit ſiehet. Denn eigentlich müſte hier, wie faſt bey allen Auflöſungen und Berechnungen dieſer Art, die mittlere Zeit, nach welcher man ſich anfangs richtet, in die wahre verwandelt werden, wenn die Schlüſſe mit dem Himmel genau zutreffen ſolten. *T. XII. Fig. 178.*

Die Geſchwindigkeit des Lichts, und Folgen dieſer Bewegung.

§. 939. Es leidet aber unſer Zweck nicht, daß wir uns in alle dieſe Schwierigkeiten umſtändlich einlaſſen. Das wichtigſte, womit die genaue Beobachtung der Finſterniſſe der Jupiters-Monden die Aſtronomie bereichert hat, iſt die Beſtimmung der Zeit, in welcher das Licht, mit ſeiner gleichförmigen Bewegung, einen Raum von einer beſtimten Gröſſe beſchreibet, oder der Geſchwindigkeit deſſelben. Es braucht nehmlich das Licht 8 Minuten und $7\frac{1}{2}$ bis 8 Secunden Zeit, von der Sonne bis zu uns zu gelangen, in welcher Zeit die Erde in ihrer Bahn um 20 Secunden fortrücket. Es verhält ſich alſo die Geſchwindigkeit des Lichts zu der mittlern Geſchwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, wie ſich der Radius eines Cirkels zu einem Theile ſeines Umkreiſes von nicht mehr als 20 Secunden oder $\frac{1}{3}$ Minute verhält. Nun iſt aus den Tafeln zu ſehen, daß wenn der Radius eines Cirkels in 10000 gleiche Theile getheilet wird, eine Minute ſeines Umkreiſes 2,909, und folgends der dritte Theil einer Minute 0,969 ſolcher Theile enthalten werde, welcher Bruch in der Zahl 10000 beynahe 10320 mahl enthalten iſt. Es iſt alſo die Geſchwindigkeit des Lichts 10320, oder wie andere ſetzen, 10313 mahl ſo groß, als die mittlere Geſchwindigkeit der Erde, mit welcher dieſe ihre Bahn um die Sonne beſchreibt. Wir wollen dieſe Verhältniß durch $r : t$ andeuten. Sie iſt, wie wir geſehen haben, groß genug; aber nicht ſo groß, daß t, in Abſicht auf r, überall als nichts betrachtet werden könte. Es iſt alſo zu vermuthen, daß die Bewegung der Erde in die Erſcheinungen, welche das dergeſtalt bewegte Licht verurſachet, einen merklichen Einfluß haben werde; und es lieget uns ab, die Würkung beyder Bewegungen zu unterſuchen.

T. XII. Fig. 178. §. 940. Wir können uns die Würkung des Lichts in unſere Augen, und den Eindruck, welchen daſſelbe machet, wenn wir etwas auſſer uns ſehen, als den Stoß eines ſehr kleinen Körperchens vorſtellen, welcher von dem Puncte, welchen wir in einem gewiſſen Augenblicke ſehen, ſich in einer völlig geraden Linie nach dem Auge beweget hat, und bis zu dem Boden deſſelben eingedrungen iſt. Dieſes erkläret alle Erſcheinungen, ſo uns von dem Lichte bekant ſind, inſonderheit wenn wir uns jedes der undenklich kleinen ſehr ſchnell bewegten Körperchen, die daſſelbe ausmachen ſollen, kugelrund einbilden. Vornehmlich wird dadurch klar, warum jedes ſichtbare Punct uns in der geraden Linie erſcheinet, nach welcher das von demſelben ausflieſſende Licht ſich unſern Augen nähert. Der Stoß, welchen das Auge empfindet, geſchiehet nach dieſer Linie, und tauſend Erfahrungen haben uns gelehret, daß wir die Urſache eines Stoſſes immer in der geraden Linie ſuchen müſſen, nach welcher er gerichtet iſt. Insbeſondere haben die Würkungen der Spiegel, und der das Licht brechenden durchſichtigen Körper längſt gezeigt, daß unſer Urtheil von der Lage eines ſichtbaren Gegegenſtandes ſobald geändert werde, als das von demſelben abgehende Licht gezwungen wird nach andern Linien in unſere Augen einzudringen, wodurch nothwendig der Stoß, welchen dieſe empfinden, eine andere Richtung bekomt.

§. 941. Es folgt hieraus, daß wenn ein einzelnes Theilchen des Lichts, wie wir uns daſſelbe hier vorſtellen, ganz ohne Bewegung wäre, das Auge aber näherte ſich demſelben mit einer hinlänglichen Geſchwindigkeit, ſo daß das Lichttheilchen endlich in daſſelbe eindringen, und an deſſen Boden anſtoſſen müſte: die dadurch bey uns verurſachte Empfindung von derjenigen, welche wir erhalten, wenn eben das Theilchen, nach eben der Richtung und mit der nehmlichen Geſchwindigkeit, in das ohne alle Bewegung an ſeinem Orte verharrende Auge dringt, nicht verſchieden ſeyn würde. Der Stoß iſt in beyden Fällen völlig einerley, und nicht begreiflich, wie derſelbe einmal dieſe und das anderemal eine andere Würkung haben könne; es müſte dann ſeyn, daß das Auge ſich ſeines Zuſtandes der Ruhe oder Bewegung bewuſt wäre, welches nicht angenommen werden kan; wenigſtens bey unſern Augen der Fall nicht iſt. Ueberhaupt alſo muß die Empfindung, welche von der Bewegung des Auges herrühret, eben diejenige ſeyn, welche wir haben würden, wenn auſſer derjenigen, mit welcher das Licht würklich nach einer geraden Linie fortgehet, daſſelbe noch eine andere Bewegung hätte, deten Richtung derjenigen, nach welcher ſich das Auge bewegt, gerade entgegen geſetzt, die Geſchwindigkeit aber mit jener einerley wäre; das Auge ſelbſt aber indeſſen völlig ruhete. Und dieſe Empfindung muß ſich nach dem Stoße richten, welcher aus den beyden Bewegungen, deren eine das Licht würklich hat, die andere aber demſelben dergeſtalt zugeſchrieben wird, nach den bekanten Geſetzen erfolget.

§. 942. Es ſey *AO* (*Tab. XIII. Fig.* 179.) die Richtung, nach welcher *T. XIII. F. 179.* ſich das Licht beweget: das Auge aber befinde ſich bey *O* in dem Zuſtande einer Bewegung, mit welcher es die *OB* in eben der Zeit durchlaufen würde, in welcher das Licht aus *A* in *O* komt: und es verhalte ſich alſo die Geſchwindigkeit des Lichts zu der Geſchwindigkeit, mit welcher das Auge fortgehet, wie *AO* zu *OB*. Um nun die Richtung des Stoſſes auszumachen, welcher aus dieſen beyden Bewegungen erfolgen wird, als um welche es uns eigentlich zu thun iſt, verlängere man die *OB* an der Seite *O*, bis *OC* der *OB* gleich wird, und, indem man die Bewegung, deren Richtung und Geſchwindigkeit dieſe *OC* ausdrückt, dem Lichte zuſchreibt, laſſe man das Auge in *O* ruhen. Der Stoß, welcher aus den beyden Bewegungen des Lichts, der wahren nach *AO*, und der dazu geſetzten nach *OC*, herrühret, wird derjenige ſeyn, welchen das Auge würklich empfindet. Nun iſt aber das Licht bey *O* bemühet nach *OD*, der Verlängerung der *AO*, fortzugehen, mit eben der Geſchwindigkeit, mit welcher es ſich in der *AO* bewegte: welche demnach ausgedrückt wird, wenn man *OD* der *AO* gleich machet. Aus den beyden Bewegungen nach *OC* und *OD* aber, deren Geſchwindigkeiten durch die Längen dieſer Linien angegeben werden, folgt eine Bewegung nach *OE*, welche in dem zu *COD* beſchriebenen Parallelogram *CD* übereck läuft. Dieſe *OE*, blos nach ihrer Lage betrachtet, iſt die verlangte Richtung des Stoſſes, und wenn man dieſelbe nach Belieben in *F* verlängert, ſo würket das Licht in das mit der Geſchwindigkeit *OB* bewegte Auge nicht anders, als es thun würde, wenn dieſes in *O* ruhete, das Licht aber nach *FO* in daſſelbe käme; und der Eindruck iſt in beyden Fällen eben derſelbe.

§. 943. Durch die Länge der Linie *OE* oder *OF* wird die relative Geſchwindigkeit angegeben, mit welcher ſich das Licht dem Auge würklich nähert, und in daſſelbe eindringet, als welche von der eigentlichen Bewegung deſſelben, und

T. XIII. F. 179. der Bewegung der Erde zuſammen herrühret. Es verhält ſich nehmlich dieſe relative Geſchwindigkeit des Lichts zu derjenigen, mit welcher daſſelbe vor ſich von A gegen O gehet, wie die OE zur CE. Da aber CO nicht gröſſer iſt, als der 10320ſte Theil der CE, und, nach den erſten Sätzen der Geometrie, der Unterſchied der zwo Linien CE und OE nicht gröſſer ſeyn kan als CO; ſo iſt dieſer Unterſchied in Anſehung der ganzen CE und OE immer ſo gering, daß er nicht in Betrachtung gezogen werden darf: zumahlen da, wenn EO die CE am meiſten übertrift, oder von derſelben am meiſten übertroffen wird, der Winkel CEO oder AOF, um welchen es uns eigentlich zu thun iſt, ſehr klein wird. Denn in dieſem Falle liegen die drey Puncte C, E und O faſt in eben der geraden Linie. Und überhaupt iſt die Verhältniß $r : t$ nicht ſo genau beſtimmet, daß wir uns an eine ſo kleine Veränderung kehren dörften, als eine der Zahl 10320 zugeſetzte oder davon abgezogene Einheit bey derſelben verurſachet. Wir können alſo ohne Bedenken die OE der CE, und ſo auch die OF der OA gleich ſchätzen, und für die relative Geſchwindigkeit, mit welcher ſich das Licht dem bewegten Auge nähert, diejenige annehmen, mit welcher daſſelbe von dem Puncte A würklich fortgehet.

§. 944. Da nun das Auge ſeine eigene Bewegung nicht empfindet; und dadurch auf die Meinung gebracht wird, daß es dieſelbe auch nicht habe: ſo kan es nicht anders urtheilen, als, der Gegenſtand, von welchem das Licht würklich nach der AO einfält, liege nicht in der AO, ſondern in FO, der Richtung des Stoſſes, welchen es fühlet. Die Lage dieſer FO wird auch ohne das Viereck CD gar leicht beſtimmet, wenn man A in der AO nach Belieben annimt, und von dieſem Puncte eine andere gerade Linie AF, der OB parallel, nach der Seite ziehet, nach welcher die Bewegung des Auges gerichtet iſt, dieſe AF aber ſo groß machet, als es die Proportion $r : t = AO : AF$ erfordert. Denn da das Auge, von welchem hier die Rede iſt, an der Erde klebet, und mit dieſer zugleich fortgehet: ſo kommen die Fälle, in welchen ſtatt der Verhältniß $r : t$ eine andere zu gebrauchen wäre, in keine Betrachtung. Es müſte nehmlich die Verhältniß $r : t$ in der That mit einer andern verwechſelt werden, wenn wir anſtatt der Erde einen andern Planeten nehmen, und die Würkungen unterſuchen wolten, ſo die Bewegung deſſelben, mit der Bewegung des Lichts zuſammen genommen, bey einem an deſſen Oberfläche haftenden Auge haben würden; zu welchem Ende, mit Beybehaltung der Zahl r, anſtatt der t eine andere geſetzt werden könte, die ſich zu dieſer t wie die Geſchwindigkeit des Planeten zu der Geſchwindigkeit der Erde

ver-

verhielte. Es werden aber dergleichen Unterſuchungen hier billig bey Seite geſetzt. T. XIII. F. 179. Bey der angenommenen Verhältniß $r : t$ iſt die nunmehro zu ziehende OF die Richtung, in welcher die Bewohner der Erde den Gegenſtand A erblicken: und es folget hieraus, daß wenn dieſer Gegenſtand in dem Augenblicke, in welchem er ſein Licht nach AO ſendet, ſich ſelbſt in dem Puncte A befindet, für AF der Weg anzunehmen ſeyn werde, welchen das Auge bey ſeiner Bewegung nach OB in der Zeit durchläuft oder durchlaufen würde, in welcher das Licht aus A in O übergehet. Denn die in eben der Zeit zurückgelegten Wege AO und OB verhalten ſich allerdings wie die angezeigten Geſchwindigkeiten. Das Drehen der Erde um ihre Axe komt hierbey in keine Betrachtung, ſondern es wird blos auf die Bewegung geſehen, mit welcher dieſer Planet ſeinen Kreis rings um die Sonne beſchreibt. Denn da derſelbe in Anſehung ſeiner Entfernung von der Sonne als ein bloſſes Punct anzuſehen iſt: ſo hat dieſes Drehen auf ſeine übrige Bewegung einen ſo geringen Einfluß, daß dadurch die Bewegung eines jeden Puncts der Oberfläche der Erde, von der Bewegung ihres Mittelpuncts, nie merklich verſchieden wird.

§. 945. Wenn nun der Gegenſtand, welcher ſein Licht aus A nach der geraden Linie AO in das bewegte Auge O ſendet, an dieſem Orte A verharret, ſo ſiehet ihn daſſelbe nicht mehr an dieſem ſeinen wahren Orte, ſondern in F oder irgend einem andern Puncte der OF, und urtheilet, daß er ſich um den ganzen Winkel AOF von ſeinem wahren Orte A in der OA, nach der Seite entfernet habe, nach welcher die Bewegung des Auges gerichtet iſt: und die Gröſſe dieſes Winkels AOF iſt aus der Gröſſe des F oder FOB leicht zu finden. Denn es iſt $AO : AF = \sin F : \sin AOF$, und alſo $\sin AOF = \frac{t}{r} \cdot \sin F$. Woraus geſchloſſen wird, daß die Gröſſe des Winkels AOF mit der AO, oder ſonſt einer andern Linie von beſtimter Länge, in ganz keiner Verbindung ſtehe, ſondern blos von der Verhältniß $r : t$ und von dem Winkel F abhange; und alſo, ſo lang dieſe Dinge eben dieſelbe bleiben, bey der kleinſten Entfernung AO eben ſo groß ausfallen werde, als bey der allergröſten.

§. 946. Iſt aber in der Zeit, welche das Licht brauchte, aus A in O (*Tab. XIII. Fig.* 180.) überzugehen, auch der Gegenſtand A fortgerücket, ſo erſcheinet derſelbe dem Auge O zwar auch nunmehro in der OF; die Abweichung T. XIII. F. 180.

T. XIII. F. 180. dieſer Linie aber von derjenigen, in welcher ſich der Gegenſtand in dem Augenblicke würklich befindet, wird nun nicht mehr durch den Winkel *AOF* angegeben. Weil *A* nun nicht mehr deſſen wahrer Ort iſt. Wäre in der Zeit, in welcher das Licht aus *A* in *O* übergegangen iſt, der Gegenſtand ſelbſt in der *AF* um die Länge *AG* fortgerückt, ſo würde er ſich am Ende dieſer Zeit, indem das Licht das Auge *O* erreichet, in *G* befinden, und der Ort *F*, in welchem er von demſelben geſehen wird, würde von dem wahren Orte deſſelben um den Winkel *FOG* abweichen, der hier kleiner gezeichnet iſt als *AOF*, aber auch gröſſer ſeyn kan. Es kan aber auch ſeyn, daß hiedurch alle Abweichung des Orts, in welchem wir den Gegenſtand ſehen, von demjenigen, in welchem er ſich zu der Zeit würklich befindet, gänzlich aufgehoben wird, wenn nehmlich *G* in *F* oder in irgend ein anderes Punct der *OF* fält, und dieſes ereignet ſich würklich, wenn der Gegenſtand *A* und das Auge *O* ſich nach Linien, die einander parallel liegen, beide mit eben der Geſchwindigkeit bewegen. Dieſer Umſtand findet ſich bey allen Körpern, welche, wie unſer Auge, ſich nahe bey der Oberfläche der Erde befinden, und daſelbſt als unbeweglich angeſehen werden können, weil alle ihre beſondern Bewegungen, mit welcher ſie ſich von einem Puncte dieſer Oberfläche entfernen, und einem andern nähern, in Anſehung der überaus ſchnellen Bewegung des Lichts, gänzlich verſchwinden. Die himliſchen Körper aber erſcheinen uns, wegen der Bewegung der Erde, zum Theil auch wegen ihrer eigenen Bewegung, ſelten an ihrem wahren Orte: welches uns zu einer genauern Betrachtung der davon herrührenden Abweichungen allerdings nöthiget.

Von der Bewegung des Lichts herrührende Erſcheinungen bey den Fixſternen.

§. 947. Wir müſſen mit dem Falle anfangen, da der Gegenſtand gar keine, oder doch keine merkliche Bewegung hat, welcher bey einem jeden Fixſterne ſtatt findet. Wenn wir *d* die Linie *AO* bedeuten laſſen, um welche der unbewegliche Gegenſtand *A*, in dem Augenblicke, in welchem das von demſelben dem Auge *O* zugeſendete Licht in dieſes eindringet, von demſelben entfernet iſt, ſo wird $AF = \frac{t}{r} . d$. Der Winkel *AOF* aber, um welchen das Auge bey der Beſtimmung der Lage dieſes Gegenſtandes fehlet, kan, wegen ſeiner Kleinigkeit, durch $\frac{t}{r} . \mathit{ſin}\ F$ ange-

T. XIII. F. 180. angegeben werden. Denn eigentlich bedeutet dieſer Ausdruck $\frac{t}{r}$. *ſin F* den Sinus des Winkels *AOF*, welcher aber von dem Maaße deſſelben nicht unterſchieden wird. Nun ſind zwar die Firſterne ſo weit von uns entfernet, daß in Abſicht auf dieſelbe die ganze Bahn, welche die Erde bey jedem Umlaufe um die Sonne beſchreibt, als ein Punct betrachtet werden kan, welches mit dem Mittelpuncte der Sonne zuſammenfält. Dem ohngeachtet aber befindet ſich dieſelbe immer in dem Zuſtande einer Bewegung, mit welcher ſie eine gerade Linie mit der Geſchwindigkeit *t* zu beſchreiben bemühet iſt, welche *t* zwar nicht immer einerley bleibt, aber doch ſo wenig geändert wird, daß dieſe Veränderung hier in keine Betrachtung gezogen werden darf. Die gerade Linie aber, nach welcher die Erde in jedem Augenblicke zu gehen bemühet iſt, berühret die Bahn der Erde an dem Orte, bey welchem ſich dieſe befindet. Wir haben hier weniger als jemals Urſache dieſe Bahn anders, als einen um den Mittelpunct der Sonne beſchriebenen Cirkel anzuſehen; bey welchem jede gerade Linie, die denſelben berühret, dem von dem Orte der Berührung nach dem Mittelpuncte laufenden Halbmeſſer perpendicular iſt.

§. 948. Stellet nun der um *S* mit der Oefnung *SO* (*T. XIII. F.* 181.) beſchriebene Cirkelkreis, die in ihre zwölf Theile getheilte Bahn der Erde vor, ſo bewegte ſich dieſe bey *O* nach der Richtung *OB*, welche das in einen der Firſterne geſetzte Auge, von der ihr durch den Mittelpunct *S* parallel laufenden *SP* nicht unterſcheidet. Dieſe *SP* ſchlieſſet mit dem Halbmeſſer *SO* einen rechten Winkel ein, und machet den Bogen *OP*, welcher zwiſchen *O* und *P* lieget, zu einem Quadranten, von 90 Graden oder drey Zeichen. Eben dieſer *SP* alſo muß durch den Ort des Sterns, welchen man ſich entweder in der Fläche der Ecliptic, in welcher die Bahn der Erde lieget, oder auſſer derſelben, in einer beliebigen Entfernung vorſtellen kan, eine Linie parallel gezogen, und der $\frac{t}{r}$. *d* gleich gemacht werden, wenn man den Ort beſtimmen will, in welchem dieſer Stern, der in Bewegung ſtehenden Erde, die man ſich aber in *S* als ruhend vorſtellen kan, zu der Zeit erſcheinen wird. Der Buchſtabe *d* bedeutet auch hier die Entfernung des Firſterns von der Erde, oder die von *S* bis an denſelben gezogene gerade Linie. Wenn nun die Erde in ihrer Bahn nach der Seite *OP* fortgehet, ſo beweget ſich das Punct *P*, welches immer von dem *O* die angezeigte Entfernung behalten muß, T. XIII. F. 181.

nach

T. XIII. F. 181. nach eben der Seite, und mit eben der Geſchwindigkeit, und mit der *SP* beweget ſich auch eine Linie von der Gröſſe $\frac{t}{r}. d$, in der durch den Stern der Ecliptic parallel gelegten Fläche, um dieſen rings herum.

§. 949. Die Gröſſe dieſer Linie $\frac{t}{r}. d$ bleibt immer dieſelbe, weil *d* immer dieſelbe bleibt, und in der Verhältniß *r* : *t* keine merkliche Veränderung vorgehet. Es ſcheinet alſo in der Zeit, in welcher die Erde in ihrer Bahn ganz herumkomt, der Fixſtern um ſeinen wahren Ort einen Cirkel zu beſchreiben, welcher der Fläche der Ecliptic parallel lieget: und erſcheinet in jedem Zeitpuncte da, wo der Umkreis dieſes Cirkels, von der durch *SP* und ſeinen Mittelpunct zu legenden Ebene durchſchnitten wird. Der Halbmeſſer dieſes Cirkels iſt ſehr groß; viel gröſſer als die Entfernung der Sonne von unſerer Erde. Denn da die Entfernung des Fixſterns *d* zu dieſer Entfernung der Sonne von der Erde eine gröſſere Verhältniß hat, als der Radius eines Cirkels, zu einer Secunde ſeines Umkreiſes: ſo verhält ſich im Gegentheil eben dieſe *d* zu dem Halbmeſſer des Cirkels, von welchem die Rede iſt, wie *r* : *t*, das iſt, wie eben der Radius zu einem Bogen von 20 Secunden. Es iſt alſo dieſer Halbmeſſer wenigſtens zwanzig, und zu einigen Fixſternen allem Anſehen nach mehr als 200 mahl ſo groß, als die Entfernung der Sonne von der Erde.

§. 950. Bey dem allen ſind die Winkel, in welchen dieſe Halbmeſſer von uns geſehen werden, ſehr klein, und ihr Maaß kan nie über 20 Secunden eines Grades ſteigen. Dieſes und die Abweichung der Fixſterne von ihrem wahren Orte, ſowohl nach der Länge als nach der Breite, welche die ſcheinbare Bewegung, von welcher die Rede iſt, nothwendig verurſachen muß, mit der gehörigen T. XIII. F. 182. Deutlichkeit vorzuſtellen, ſey *SOP* (*Tab. XIII. Fig.* 182.) ein Theil der Fläche der Ecliptic, und in derſelben *S* die Sonne, welcher in der gegenwärtigen Betrachtung die Erde ſo nahe geſetzt werden muß, daß eben das Punct *S* auch die ganze Bahn der Erde abbilden kan. Die beiderſeits nach Willkühr zu verlängernde *SE* ſey auf die Fläche der Ecliptic perpendicular, und gehe alſo durch die Pole derſelben. *A* ſey der wahre Ort eines Fixſterns, und die um dieſes Punct gezeichnete Ellipſe das Bild des Cirkelkreiſes, welchen derſelbe in der Zeit eines

Jahres um A zu beſchreiben ſcheinet. Die Fläche dieſes Cirkels iſt der Fläche der Ecliptic parallel. T. XIII. F. 182. Werden alſo dieſe Flächen beide durch ES und A vermittelſt einer dritten Fläche geſchnitten, die eine in EAF und die andere in SP, ſo ſind dieſe zwo Linien EF und SP einander gleichfals parallel: und da ES auf die Fläche SOP, folgends auch auf SP, perpendicular iſt; ſo iſt auch der Winkel AES gerade, und das Dreyeck AES, in welchem $AS = d$, rechtwinklicht; die ſchneidende Fläche aber, in welcher dieſes Dreyeck lieget, iſt, weil SE auf die Fläche des um A beſchriebenen Cirkels perpendicular fält, auch ſelbſt auf dieſe Fläche AFD perpendicular. Wenn nun die Flächen SPO, AFD, deren jede der AES perpendicular iſt, ferner beide vermittelſt einer Fläche DAS geſchnitten werden, die auf der AS der Ebene AES ſenkrecht ſtehet, die eine in AD und die andere in SO: ſo ſind dieſe Linien beide der Fläche AES, und folgends auch den in dieſer Fläche liegenden AF, SP ſenkrecht, die Bogen PO und FD ſind Quadranten, und die Linien AD, SO einander parallel.

§. 951. Wenn nun ferner SI ſich nach dem Anfange der Ecliptic erſtrecket, ſo wird durch den Bogen IOP die Länge des Sterns A angegeben, als welche immer vermittelſt einer durch den Stern A und die Axe der Ecliptic SE gelegten Fläche beſtimt wird; und die aus der Sonne geſehene Erde hat eben die Länge, wenn ſie ſich in der SP befindet. Siehet aber die Sonne die Erde in p, an der andern Seite ihrer Bahn in der dahin verlängerten PS; ſo ſchreibt ſie derſelben eine Länge zu, die von der Länge des Sterns A um die Hälfte des Umkreiſes verſchieden iſt. In dem erſten Falle erſcheinet uns der Stern in der Oppoſition mit der Sonne, in dem zweiten aber in der Conjunction. Bey der Bewegung aber, in welcher ſich die Erde immer befindet, wird der Stern in D geſehen, indem jene die verlängerte PS an der Seite p durchkreuzet; und in der verlängerten DA bey d, wenn ſie ſich in der PS ſelbſt befindet. Der eine dieſer Halbmeſſer DA wird aus S eben ſo geſehen, wie der andere Ad. Es erſcheinet aber der Halbmeſſer AD dem in S geſetzten Auge unter einem gröſſern Winkel, als ein jeder anderer Halbmeſſer des um A beſchriebenen Cirkelkreiſes, auſſer dem Ad, weil dieſe beiden AD, Ad allein der AS ſenkrecht ſind, und die eigentliche Gröſſe dieſes Winkels ASD iſt leicht auszumachen. Da er eine ſehr geringe Gröſſe hat, ſo iſt $SA : AD$ die Verhältniß des Radius, zu dem Maaſſe dieſes Winkels ASD. Es iſt aber $SA : AD = r : t$, und $r : t$ iſt die Verhältniß des Radius

T. XIII. F. 182. zu einem Bogen von 20 Secunden, welche demnach das Maaß zu ASD ſeyn werden. Unter einem eben ſo groſſen Winkel wird auch Ad geſehen.

Gröſte Fehler der Längen und Breiten.

§. 952. Die wahre Breite des Sterns A iſt der Winkel ASP, und eben die Breite ſchreiben wir demſelben zu, wenn wir ihn bey D oder d ſehen, weil wir, da ASD ſo gar klein iſt, den Winkel, welchen DS mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet, von dem ASP nicht unterſcheiden können. Wir ſehen alſo, wenn ſich die Erde in der Pp befindet, den Fixſtern in ſeiner wahren Breite. Was aber die Länge deſſelben betrift, ſo wird dieſe dadurch, daß wir ihn nicht in A ſondern in D erblicken, um den Winkel AED vermindert, und es iſt klar, daß dieſe Veränderung der Länge eben des Fixſtens unter allen, die wir hier betrachten, die gröſte ſey. Denn nur in dem Falle, wenn er in der verlängerten DA bey d erſcheinet, wird ſeiner wahren Länge ein Winkel von eben der Gröſſe AED zugeſetzt. Nun verhält ſich AS zur AE wie der Radius zum Coſinus der Breite dieſes Sterns, welche kurz durch $cos\ lat$ angedeutet wird, und es iſt alſo $AE = d \times cos\ lat$; die AD aber war $= \frac{t}{r}. d$, und die Proportion $AE : AD = 1 : tan\ AED$ überſiehet man ſogleich, zuſamt der Folge derſelben, $cos\ lat : \frac{t}{r} = 1 : tan\ AED$. Für $\frac{t}{r}$ kan immer ein zu dem Radius $= 1$ gehöriger Bogen von 20 Secunden geſetzt werden, weil $20'' : 1 = t : r$. Hieraus aber entſtehet $tan.\ AED = \frac{20''}{cos.\ lat.}$ nach welcher Vorſchrift demnach der gröſte Fehler, welchen die Bewegung der Erde bey der Länge eines Fixſterns verurſachet, aus der wahren Breite deſſelben geſchloſſen wird.

§. 953. Man ſiehet aus derſelben ſogleich, daß dieſer gröſte Fehler AED zunehme, wenn der Coſinus der Breite kleiner wird, und folgends mit der Breite eines Fixſterns zugleich anwachſe. Hat dieſer gar keine Breite, welches ſeyn wird, wenn er ſich ſelbſt in der Fläche der Ecliptic befindet: ſo iſt $cos\ lat = 1$, und alſo $AED = 20''$: denn man kan hier, wie bey allen ſehr kleinen Winkeln, ſtatt der Tangente, das Maaß des Winkels ſelbſt nehmen. Liegt aber der Fixſtern auſſer der Fläche der Ecliptic, ſo wird zu demſelben AED immer gröſſer als 20 Secunden, weil alsdenn *cos lat* durch einen Bruch ausgedruckt wird, der kleiner iſt als die Einheit. Zu Sternen die dem Pole der Ecliptic ſehr nahe liegen, kan der Winkel *AED* eine beträchtliche Zahl von Graden bekommen, weil zu denſelben *cos lat* ſehr klein iſt. Zu dem Pole ſelbſt aber iſt $cos\ lat = 0$. Wenn ſich alſo in demſelben ein Fixſtern aufhält, ſo iſt der ihm zugehörige *tan AED* unendlich groß, und alſo *AED* ein rechter Winkel, welches demnach die gröſte Abweichung iſt, die bey einem Fixſterne, in Abſicht auf ſeine Länge, ſtatt findet. T. XIII. F. 182.

§. 954. Befindet ſich die Erde bey *O*, in einer Entfernung von 90 Graden von *P* oder *p*, ſo daß der Fixſtern bey *F* erſcheinet, ſo iſt der Winkel *ASF*, um welchen ſeine Breite, welche die Beobachtung giebt, kleiner iſt, als die wahre *ASP* bereits oben (945) gefunden worden. Es iſt aber der Winkel, welchen wir daſelbſt *F* nanten, von der wahren Breite des Sterns ſo wenig verſchieden, daß ohne Bedenken ſtatt *ſin F* geſetzt werden kan, *ſin lat*, wodurch wird $ASF = \frac{t}{r} \cdot ſin\ lat$, oder (weil in dem erklärten Verſtande $\frac{t}{r} = 20''$) $ASF = ſin\ lat \times 20''$. Erſcheinet der Stern an dem andern Ende des durch *F* gehenden Durchmeſſers, bey *f*, ſo hat der Winkel *ASf* eben die Gröſſe, oder iſt wenigſtens um nichts merkliches kleiner. Es iſt aber in dieſem Falle, da der Fixſtern in *f* erſcheinet, die ſichtbare Breite deſſelben *fSP* gröſſer als die wahre *ASP*, da in dem vorhergehenden *FSP* kleiner war. Auch dieſe Fehler der Breiten ſind die gröſten unter allen, die ſich bey eben dem Fixſterne ereignen können, und ereignen ſich würklich, indem ſich die Erde bey *O* oder *o* der *SP* parallel beweget. Werden aber verſchiedene Sterne zuſammen gehalten, ſo iſt der gröſte Fehler der Breite 20 Secunden gleich, wenn deſſen *ſin lat* die Einheit oder der Radius iſt, das iſt, wenn ſich der Stern ſelbſt in dem Pole der Ecliptic befindet. Zu den übrigen iſt der Fehler immer kleiner als 20 Secunden, weil hier *ſin lat* immer kleiner iſt, als 1, und durch einen wahren Bruch ausgedrücket wird. Bey einer geringen Abweichung des Sterns von der Fläche der Ecliptic wird dieſer Fehler kaum merklich, und verſchwindet endlich bey denen, die ſich ſelbſt in der Fläche der Ecliptic aufhalten, ganz und gar, weil für dieſelben *ſin lat* gar keine Gröſſe hat.

Abweichungen der übrigen Längen und Breiten.

T. XIII. F. 182.

§. 955. Die übrigen Fehler, welche die Bewegung des Auges in die Längen und Breiten der Fixſterne bringt, wenn ſich die Erde auſſer den zwo Linien *Pp*, *Oo* befindet, werden faſt auf eben die Art berechnet. Wenn ſich die Erde in der *Sp* befindet, ſo erſcheinet uns der Stern in *D*; und indem jene in ihrer Bahn von *p* in *T* fortrücket, ſo entfernet ſich dieſer in dem Kreiſe, welchen er um *A* zu beſchreiben ſcheinet, um eben ſo viele Grade von *D* nach *G*; ſo daß man nur dem Bogen *DG* eben ſo viele Grade geben darf, als deren in *pT* enthalten ſind, um das Punct *G* zu beſtimmen, in welchem der Stern erſcheinet, wenn ſich die Erde in *T* befindet. Das Punct *p* der Ecliptic wird durch die Länge des Sterns gegeben, und der Zeitpunct, in welchem ſich die Erde bey dieſem Puncte befindet, wird als bekant angenommen: und ſo auch das *T*, durch welchen ſich die Erde in einem jeden andern Zeitpuncte beweget. Dadurch wird der Bogen *pT*, oder eigentlich, das Maaß des Winkels *pST*, für einen jeden Zeitpunct gegeben, und zugleich auch der Bogen *DG* entdecket.

§. 956. Indem ſich die Erde in *Sp* befindet: erſcheinet ihr die Sonne in dem entgegengeſetzten Puncte der Ecliptic in eben der durch die Axe *ES* gelegten Fläche, in welcher der Fixſtern lieget, ſo daß die Länge der Sonne der Länge des Fixſterns gleich wird: und indem die Erde in ihrer Bahn fortrücket, ſo ſchreiben die Bewohner derſelben dieſe ganze Bewegung der Sonne zu. Es ſcheinet alſo denſelben die Sonne in eben dem Verſtande um drey Zeichen oder 90 Grade vor dem Fixſterne vorherzugehen, in welchem die Erde denſelben um eben ſo viele Zeichen oder Grade verfolget. Wird demnach der bekante Punct der Ecliptic *P*, bey welchem die Sonne mit dem Fixſterne einerley Länge hat, bey *D* angemerkt, ſo wird dadurch das Punct der Ecliptic, bey welchem ſich die Sonne befinden muß, wenn uns der Fixſtern in *D* erſcheinen ſoll, unmittelbar angegeben: und man darf nur den ganzen um *A* beſchriebenen Cirkel von dieſem Puncte *D* an, in die zwölf Zeichen und deren Grade theilen, wenn der Ort der Sonne für jedes anderes Punct deſſelben eben ſo angezeiget werden ſoll. Man beziffert nehmlich die Theile dieſes Kreiſes dergeſtalt, daß das Punct *D* in dasjenige Zeichen und in den Grad dieſes Zeichens falle, in welchem *P* würklich liegt. Alsdenn ſtehet bey jedem Puncte deſſelben der Ort angezeigt, in welchem ſich die Sonne befinden muß, wenn der Stern bey dieſem Puncte erſcheinen ſoll. Kurz, es werden der *DG* ſo viele Grade und Theile des Grads gegeben, als viele der Grade und ihrer

T. XIII. F. 182. rer Theile ſind, um welche ſich die Sonne von dem Puncte P der Ecliptic nach der Morgenſeite entfernet haben muß, wenn uns der Fixſtern bey dem Puncte G ſeiner Bahn erſcheinen ſoll. Aus der Zahl der Grade in DG iſt die Entfernung des Zeitpuncts, in welchem ſich dieſe Erſcheinung zuträgt, von demjenigen, in welchem wir den Stern bey einer der Stellen D, d, in ſeiner wahren Breite, oder bey einer der F, f in ſeiner wahren Länge ſehen, leicht genug zu ſchlieſſen, weil es bey einer ſo geringen Bewegung auf Kleinigkeiten nicht ankomt.

§. 957. Wird nun dieſe Zahl der Grade durch A angedeutet, und aus dem Puncte G auf den Durchmeſſer EF die GH perpendicular gezogen: ſo iſt dieſe GH der Sinus des Bogens FG, welcher den Bogen DG zu einen Quadranten ergänzet, und AH der Coſinus deſſelben, oder $GH = \cos A$, und $AH = \sin A$, wenn AF der Radius iſt. Zu dem Radius der Tafeln 1 aber iſt $GH = AF. \cos A$, und $AH = AF. \sin A$. Nun hatten wir bey den bisherigen Benennungen $AF = \frac{t}{r}. d$, welches, wenn es gehörig angebracht wird, giebt: $GH = \frac{t}{r} \cos A. d$, und $AH = \frac{t}{r} \sin A. d$; und da wir auch hatten $EA = \cos lat. d$ ſo entſtehet hieraus $EH = (\cos lat + \frac{t}{r} \sin A)d$. Dieſes letzte giebt ſogleich den Fehler der Länge, welcher nichts anders iſt, als der Winkel GEF. Denn es iſt $EH : HG = 1 : \tan GEF$, und aus dem gefundenen $EH : HG = (\cos lat + \frac{t}{r} \sin A) : \frac{t}{r}. \cos A = (r. \cos lat + t. \sin A) : t. \cos A$, woraus die geſuchte $\tan GEF$ ohne ſonderliche Schwierigkeit zu erhalten iſt. Es iſt aber, wenn $\cos lat$ nur eine beträchtliche Gröſſe hat, $t. \sin A$ in Anſehung des $r. \cos lat$, ſehr klein, und kan ohne Bedenken weggelaſſen werden. Alsdenn wird $r. \cos lat : t. \cos A = 1 : \tan GEF$ und, wenn auch hier für $\frac{t}{r}$ ein Bogen von 20 Secunden oder deſſen Tangente geſetzt wird, $\tan GEF = \frac{\cos A}{\cos lat}. \tan 20''$. Dieſes kan immer zur Regel gemacht werden, welche für alle Fixſterne gelten wird, auſſer denen, die dem Pole der Ecliptic ſo nahe liegen, daß zu denſelben $r. \cos lat$ nicht viel gröſſer iſt als $t. \sin A$, welcher

T. XIII. F. 182. gar wenige ſind. Bey den meiſten iſt überdieſes der Winkel GEF ſo klein, daß ſein Maaß an die Stelle der Tangente gebraucht, und geſetzt werden kan:

$$GEF = \frac{\cos A}{\cos lat}. 20''.$$

§. 958. Die Fehler der Breiten werden eben ſo gefunden, wie der gröſte unter denſelben entdeckt worden iſt, wenn wir nur AH anſtatt der AF gebrauchen. Da alſo der gröſte Fehler ASF durch $\frac{\sin lat. AF}{d}$ ausgedrückt werden konte, ſo wird, wenn anſtatt der AF das der AH gleiche $\frac{t}{r} \sin A. d$ geſetzt wird, $ASH = \frac{t}{r}. \sin lat. \sin A = \sin lat. \sin A. 20''$; welcher Ausdruck bey einer jeden Breite des Sterns gebraucht werden kan.

§. 959. Indem wir nun, vermittelſt dieſer Fehler der Längen und Breiten, die Bahn DFdf, welche der Fixſtern um den Punct A zu beſchreiben ſcheinet, an die innere Oberfläche des eingebildeten Sternhimmels bringen: ſo wird dieſelbe zu einer Ellipſe, deren gröſſere Axe Dd der Fläche der Ecliptic parallel lieget, die kleinere aber in die Ebene AES fält, die, da ſie durch die Axe der Ecliptic ES gehet, der Fläche derſelben ſenkrecht iſt. Denn die Linien SD, SG und die übrigen, vermittelſt welcher die Puncte der Bahn DFfd an den Sternhimmel entworfen werden, ſchlieſſen ſo kleine Winkel mit der AS ein, daß ſie als dieſer parallel angeſehen werden können: und der Theil der Kugelfläche, auf welchen der Entwurf gebracht wird, iſt bey einer ſogar geringen Krümmung, von einer ebenen Fläche, auf welcher die AS perpendicular ſtehet, nicht zu unterſcheiden. Es würde alſo der Entwurf eine gar vollkomne Ellipſe ſeyn, wenn nur DFdf in der völligen Strenge ein Cirkel wäre. Indeſſen wird dieſes angenommen, und alsdenn verhält ſich die kleinere Axe der Ellipſe zu der gröſſern, wie der Sinus des Winkels AFS oder $EAS = ASP$ zu dem Radius, das iſt, wie $\sin lat$ zu 1. Die kleinere Axe kan als ein Theil des mit dem Radius AS in der Fläche EAS zu beſchreibenden Breitenkreiſes angeſehen werden: die gröſſere Dd aber als ein Theil des in der Fläche EAD um den Mittelpunct E mit der Oefnung EA beſchriebenen kleinen Cirkels. Aus der Verhältniß der Axen $\sin lat : 1$ aber iſt

zu

zu ſchlieſſen, daß die Ellipſe, welche jeder Fixſtern an dem Sternhimmel zu beſchreiben ſcheinet, deſto ſchmäler ausfalle, je kleiner ſeine Breite iſt; ſo daß, wenn derſelbe gar keine Breite hat, ſeine ganze Bahn, ſich in ihre gröſſere Axe zuſammenziehet, in welcher der Fixſtern hin und her zu wanken ſcheinet; und wenn die Breite bis zu 90 Graden ſteiget, die elliptiſche Bahn mit der zirkelrunden *DFdf* völlig einerley wird. T. XIII. F. 182.

Eine Zeichnung, welche die hier betrachteten Abweichungen der Fixſterne vorſtellt.

§. 960. Da die Fehler der Breiten immer ſehr klein ſind; ſo laſſen ſich dieſelbe vermittelſt einer würklichen Zeichnung dieſer Ellipſen, für jeden Stand der Sonne, genau genug entdecken: und eben die Zeichnung kan auch zur Beſtimmung der Fehler der Längen dienen, ſo lange dieſe nicht gar groß ſind, oder ſonſt nicht alles ſo haarklein zu nehmen iſt. Ja man kan dieſe Zeichnung ſo einrichten, daß ſie für jeden Fixſtern eine lange Zeit, und für alle Fixſterne von einerley Breite zugleich dienen kan. Es werden dazu zwo Scheiben gebraucht, deren eine auf der andern um den beiden gemeinſchaftlichen Mittelpunct gedrehet werden kan, indem ſie platt auf derſelben lieget. Der Umkreis der untern Scheibe, wird, wie bey der Ecliptic gewöhnlich iſt, in zwölf Zeichen und deren Grade getheilet. Dieſer Kreis ſoll dienen die Bahn *DFdf*, welche der Fixſtern in der Zeit eines Jahres um ſeinen wahren Ort *A* zu beſchreiben ſcheinet, gehörig abzutheilen. Sollen alſo den Theilen deſſelben in der erklärten Abſicht (956) die bekanten Zeichen ſamt den Zahlen der Grade beygefüget werden, ſo müſſen dieſelbe von der Seite *D* nach *F* und ſo weiter nach *d* und *f* auf einander folgen. Da wir nun den dergeſtalt in unſerer Einbildung getheilten und bezeichneten Kreis aus *S* betrachten, und uns alſo das Punct *F* unter der Linie *Dd* erſcheinet, *f* aber über derſelben, ſo wird dadurch die Folge der Zeichen und der Zahlen der Grade verkehrt, und in diejenige verwandelt, ſo in der 183ſten Zeichnung beobachtet worden iſt, da *A* die Abendſeite, *M* die nach Morgen gekehrte, *V* die untere oder mehr von dem Pole der Ecliptic entfernte, *O* aber die dieſem Pole nähere vorſtellt. T. XIII. F. 183.

§. 961. Der Umkreis der obern Scheibe, welcher, bey der gehörigen Lage der beſchriebenen untern, von dieſer getheilet wird, ſtellet eigentlich die Bahn vor, welche der Fixſtern zu beſchreiben ſcheinet. Die zween Durchmeſſer deſſelben

T. XIII. F. 183. ben *Dd* und *Ff* ſchlieſſen rechte Winkel ein, und auf einen derſelben werden von dem Mittelpuncte *C* an die einander gleichen Linien *CB*, *Cb* getragen, deren jede *CB* ſich zu dem Halbmeſſer des Cirkels *CD* wie der Sinus der Breite des Fixſterns, für welchen die Zeichnung dienen ſoll, zu dem Radius verhalte. Die Linie *Bb* wird zur kleinern Axe einer Ellipſe gemacht, deren gröſſere Axe die *Dd* oder *Ff* iſt, und dieſe Ellipſe wird durch die Puncte *DBdb* genau beſchrieben. Damit iſt die ganze Einrichtung fertig, und nichts übrig, als daß einer der Scheitel der Ellipſe *D* in dem Puncte des äuſſern getheilten Cirkels gebracht werde, welcher die Länge des Fixſterns angibt. Die Ellipſe *DBdb* wird alsdann die Bahn vorſtellen, welche dieſer Fixſtern, nicht in einer der Ecliptic parallel liegenden Fläche, ſondern an dem Gewölbe des Sternhimmels zu beſchreiben ſcheinet, indem *Bb* einen Theil des durch denſelben gelegten Cirkels der Breite angibt, zu welchem der Pol der Ecliptic an der Seite *O* lieget, *Dd* aber einen Theil des Umkreiſes eines kleinern Cirkels, welcher durch eben den Stern der Ecliptic parallel iſt: und die ganze Einrichtung wird uns in den Stand ſetzen, die von dieſer Erſcheinung herrührende Fehler der Längen und Breiten für einen jeden Zeitpunct anzugeben. Ja wenn bey den Theilen der Ecliptic zugleich die Tage des Jahres angezeigt werden, in welchen die Sonne dieſelbe erreichet, ſo wird dieſes ohne Rechnung oder einer andern Beyhülfe geſchehen können.

§. 962. Denn es iſt aus dem gezeigten klar, daß die zu den Axen *Dd*, *Bb* beſchriebene Ellipſe würklich der an den Sternhimmel gebrachte Entwurf der cirkelrunden Bahn ſey, welcher der Fixſtern in einer der Ecliptic parallel liegenden Fläche um ſeinen wahren Ort zu beſchreiben ſcheinet. Befindet ſich aber die Sonne, zum Beyſpiel, in dem 20ſten Grad der Zwillinge, ſo iſt bey der richtigen Lage der Axe *Dd*, das Punct *G* der Ort des Sterns, in dieſer cirkelrunden Bahn, und, wie man leicht ſiehet, wenn *GH* der *FC* parallel gezogen wird, *L* der Ort deſſelben in der an dem Sternhimmel entworfenen elliptiſchen. Nun iſt $FC : BC = GH : LH$ aus der Natur der Ellipſe, und alſo, da $FC : BC = 1 :$ *ſin. lat*, auch $GH : LH = 1 :$ *ſin lat*. Der Bogen *DG* aber iſt derjenige, welcher oben (957) durch *A* angedeutet worden iſt: und demnach $GH =$ *ſin A*, und $FC : GH = 1 :$ *ſin A*. Wird alſo die Proportion $FC : GH = 1 :$ *ſin A* mit der $GH : LH = 1 :$ *ſin lat* zuſammen genommen, und daraus geſchloſſen: $FC : LH = 1 :$ *ſin lat. ſin A*; ſo iſt ſichtlich, daß nur die *FC*, oder eine andere ihr

T.XIII. F. 183.

ihr gleiche Linie, in 20 gleiche Theile getheilet, und durch ſolche Theile die LH ausgemeſſen werden darf, wenn man dem Fehler der Breite, mit welchem der Stern bey dem angenommenen Stande der Sonne erſcheinet, in Secunden angeben will. Denn wenn $FC = 20''$, ſo wird, aus der Proportion $FC : LH = 1 : \sin lat. \sin A$, gefunden: $LH = \sin lat. \sin A. 20''$, und wir haben geſehen, daß dieſes der geſuchte Fehler der Breite ſeyn werde. Fällt nun das Punct G an die Seite V der Axe Dd, ſo vermindert dieſer Fehler die wahre Breite, und muß derjenigen, welche die Beobachtung gibt, zugeſetzt werden, damit die wahre Breite herauskomme. Im Gegentheil wird die wahre Breite um den dergeſtalt gefundenen Fehler vermehret, und die aus der Beobachtung geſchloſſene iſt um ſo viel gröſſer als die wahre, wenn das Punct G ſich an der Seite O der Axe Dd befindet.

§. 963. Zur Entdeckung der Fehler der Längen kan gemacht werden: $\cos lat : 1 = 20 : n$, oder, welches bequemer iſt, $1 : \sec lat = 20 : n$. Denn da der Coſinus eines jeden Bogens ſich zu dem Radius, wie dieſer zu der Secante eben des Bogens verhält, ſo wird durch beide Verhältniſſe eben die Zahl n gefunden. Man theile die CD oder eine andere ihr gleiche Linie in ſo viele gleiche Theile, als die gefundene Zahl n Einheiten enthält, und meſſe die CH durch dergleichen Theile. Der Fehler der Länge wird ſo viele Secunden betragen, als viele ſolcher Theile in der CH enthalten ſind. Denn es verhält ſich $DC : CH$, das iſt, $1 : \cos A$, wie die Zahl n zu der Zahl q der in CH enthaltenen Theile, und iſt alſo $q = n. \cos A$. Nun iſt gemacht worden $n = \frac{20}{\cos lat}$. Es iſt alſo $q = \frac{\cos A}{\cos lat} \cdot 20$, und wir haben (957) geſehen, daß wenn die Einheiten dieſer Zahl Secunden ſind, dieſelbe die Fehler der Längen in den gemeinſten Fällen, bey welchen die Breite des Sterns nicht allzugroß iſt, genau genug ausdrücken werde. Dieſer Fehler vermindert die wahre Länge, wenn das Punct G ſich an der Seite A des Durchmeſſers Ff befindet, und vermehret dieſelbe, wenn es an der Seite M deſſelben angetroffen wird. Denn A iſt Abend und M Morgen.

Fehler in Anſehung des Gleichers.

§. 964. Die anſcheinende Veränderung der Länge und Breite eines Sterns ziehet gemeiniglich auch eine Veränderung ſeiner Abweichung von dem Gleicher nach ſich, und gibt ihm einen geraden Aufgang, der gröſſer oder kleiner iſt, als derjenige, *T. XIII. F.* 183. welchen er würklich hat. Denn es kan der Punct des Himmels, in welchem uns ein Stern erſcheinet, nicht geändert werden, ohne daß derſelbe von einem der zween durch denſelben gezogenen Cirkelkreiſe, deren einer durch die beiden Pole des Gleichers gehet, der andere aber dem Gleicher parallel iſt, mehr oder weniger abweiche. Beide Fehler können durch eben die Zeichnung ausgemacht werden, mit welcher wir uns beſchäftigen, wenn nur vorher der Winkel gefunden worden iſt, welchen der durch den Stern gehende Abweichungskreis, mit dem zu demſelben gehörigen Cirkel der Breite, einſchlieſſet, das iſt, die Neigung der Fläche, welche durch den Stern und die beiden Pole des Gleichers gelegt werden kan, auf diejenige, in welcher ſich eben der Stern, ſamt den zween Polen der Ecliptic befindet. Es iſt dieſer Winkel auch ſonſt verſchiedentlich gebraucht worden, und wir haben (354) geſehen, wie er zu finden ſey. Iſt nun *NCB* dieſer Winkel, und dergeſtalt angebracht, daß *NCn* einen Theil des durch den wahren Ort des Sterns *C* laufenden Abweichungskreiſes in ſeiner wahren Lage in Abſicht auf den Cirkel der Breite *BCb* vorſtellet, und man ziehet auf dieſe *NCn* durch *C* die *PCp* perpendicular; ſo wird dieſe *PCp* ein Theil des durch eben den Ort *C* dem Gleicher parallel liegenden kleinern Cirkels. Die Secunden des Cirkels *Nn* ſind den Secunden des *Bb* völlig gleich, weil ſie beide eben den Halbmeſſer haben, welcher zugleich der Halbmeſſer der Himmelskugel iſt, an deren Oberfläche man ſich alle dieſe Kreiſe einbildet: die Secunden des Kreiſes *Pp* aber ſind deſto kleiner, je kleiner der zu dem Bogen *Pp* gehörige Radius iſt. Dieſer Radius iſt der Coſinus der Abweichung des Sterns, und wie ſich dieſer *cos decl.* zu dem Radius verhält, ſo verhält ſich auch eine Secunde des Bogens *Pp* zu einer Secunde des Bogens *Nn* oder *Bb*.

§. 965. Iſt nun der durch das vorhergehende beſtimte Ort des Sterns in ſeiner elliptiſchen Bahn auch nunmehro das Punct *L*, von welchem *LK* auf *Pp* perpendicular fällt: ſo iſt *LK* der Fehler der Abweichung, und *KC* der Fehler in dem geraden Aufgange, welche dadurch verurſachet werden, daß uns der Stern nicht an ſeinem wahren Orte *C*, ſondern auſſer demſelben in *L* erſcheinet, und es komt nun darauf an, daß die Zahl der Secunden, welche in den Bogen *LK*, *CK* enthalten ſind, berichtiget werde. Da aber die Secunden des Bogens *Nn* mit den Secunden des Bogens *Bb* oder *Ff* von einerley Gröſſe ſind, ſo hat es mit dieſen keine Schwierigkeit, und es wird die Zahl der in *LK* enthaltenen Secunden eben ſo durch eine bloſſe Meſſung gefunden, wie die Zahl der Secunden in *LH*.

§. 966. Was aber die Zahl der Secunden des Bogens *CK* anlangt: ſo T. XIII. F. 183. wird dieſelbe durch eine eben dergleichen Meſſung entdecket, wenn dieſer *CK* als ein Theil eines der gröſten Cirkel der Kugel betrachtet wird. Es ſey dieſe Zahl n, und alſo $CF : CK = 20 : n$; die Zahl der in dem mit ſeinem eigenen Halbmeſſer beſchriebenen Bogen *CK* würklich enthaltenen Secunden aber ſey q. So wird ſich die Zahl q zu der Zahl n verhalten, wie eine Secunde des Bogens *Ff* oder *Nn* zu einer Secunde des Bogens *Pp*, und alſo ſeyn $q : n = 1 : \text{cos decl.} = \text{ſec decl.} : 1$, woraus geſchloſſen wird $q = n.\ \text{ſec. decl.}$, oder $q = \frac{n}{\text{cos decl.}}$. Nach dieſer Vorſchrift iſt alſo die geſuchte Zahl der in *CK* enthaltenen Secunden zu finden, und es kan dieſelbe auch einiges Licht auf das vorhergehende werfen, und von dannen erhalten. Wenn nehmlich auf dieſe Art die Zahl der in der ganzen *CP* enthaltenen Secunden berechnet wird, und man die *CP* würklich in ſo viele gleiche Theile zerfället hat, ſo zeiget ſich die Zahl der in *CK* enthaltenen Secunden von ſelbſten. Es iſt aber der durch die Beobachtung gefundene gerade Aufgang eines Sterns, in welchen ſich der nach der gegenwärtigen Anweiſung zu entdeckende Fehler mit einmiſchet, kleiner als der wahre, wenn ſich das Punct *L* an der Seite *A* der *Nn* befindet, und gröſſer, wenn dieſes Punct an die Seite *M* dieſer *Nn* fällt. Die beobachtere Abweichung aber iſt kleiner als die wahre, wenn das Punct *L* in Abſicht auf die Linie *Pp* an der Seite *V* lieget, und gröſſer, wenn es über derſelben an der Seite *O* angetroffen wird.

§. 967. Die Lage der Fixſterne in Anſehung der verſchiedenen Kreiſe, welche wir uns an dem Himmel vorſtellen, verändert ſich ſo langſam, und dieſe Veränderung hat in die ſcheinbare Bewegung derſelben, welche wir vor uns haben, einen ſo geringen Einfluß, daß, wenn man nur machet, daß ſich die Linien *Pp*, *Nn*, ohne Nachtheil des übrigen, nach Nothdurft verändern laſſen; dieſe nach der gegebenen Anweiſung für eine gewiſſe Breite verfertigte Einrichtung viele Jahre dienen, und, nachdem die Axen der Ellipſe *Dd*, *Bb*, wie auch die Linien *Pp* und *Nn*, für jeden beſondern in dieſer Breite liegenden Fixſtern gehörig geſetzt ſind: auſſer dem abgehandelten, zur Auflöſung verſchiedener anderer eben dieſe Bewegung betreffender Aufgaben gebraucht werden kan. Als, wenn gefragt wird, an welchem Tage des Jahres der angenommene Stern von ſeinem wahren Orte *C* ſo ſehr entfernet erſcheine, daß dadurch ſein gerader Aufgang um die Zahl der Se-

T. XIII. F. 183. cunden vermindert wird, welche die *CK* angibt: ſo beſtimmet die durch *K* der *Pp* perpendicular gezogene *KL* das Punct *L* ſeiner elliptiſchen Bahn, bey welchem er an dem Tage erſcheinen muß; und die durch dieſes *L* der *CF* parallel gelegte *HLG*, giebt das Punct ſeiner cirkelrunden Bahn für eben die Zeit an, welche aus dem darneben liegenden Puncte der Ecliptic zu ſchlieſſen iſt, und unmittelbar erkant wird, wenn bey dieſem Puncte der Tag des Jahres bemerket ſtehet, an welchem ſich die Sonne in demſelben befindet. Man ſiehet leicht, daß zu eben dem Puncte *K* noch ein anderes Punct, wie *L*, und ein anderer Tag des Jahres gefunden werden könne, an welchem der Fehler des geraden Aufgangs von eben der Gröſſe iſt; wenn man nur die *LK* an die andere Seite der *Pp* verlängert, allwo ſie die Ellipſe ebenfals ſchneiden wird. Und eben ſo wird auch bey andern Aufgaben dieſer Art verfahren, welche, wenn ſie beſonders abgehandelt werden ſolten, uns allzuweit von unſerm Zwecke abführen würden.

Abweichungen, ſo die Bewegung des Lichts bey den Planeten verurſachet.

§. 968. Bey den Planeten und Cometen verurſachet die Bewegung des Lichts noch andere Fehler, welche von der eigenen Bewegung dieſer Körper herrühren, ja wir können, bey unſerer unvollkommenen Einſicht in das innere der Dinge, kaum anders denken, als daß dadurch ſelbſt diejenige Geſchwindigkeit des Lichts geändert werde, mit welcher es von einem unbeweglichen Puncte nach einem andern gehet, da die Bewegung der Erde blos deſſen relative Bewegung änderte. T. XIII. F. 184. Denn wenn das von dem Puncte *A* (*Tab. XIII. Fig.* 184.) ausflieſſende Licht in einer gewiſſen Zeit den Weg *AB* zurückleget, fals ſich dieſer Punct *A* nicht beweget: es befindet ſich aber dieſer Punct würklich in dem Zuſtande einer Bewegung, mit welcher er in eben der Zeit die *AC* beſchreiben würde, wenn ſie gleichförmig bliebe: ſo ſcheinet aus den Geſetzen, nach welchen ſich alle übrige Körper bey ihren Bewegungen richten, zu folgen, daß das Licht dieſe Bewegung nach *AC* ebenfals erhalten, und alſo würklich nach *AD*, der Querlinie des Parallelograms *BC*, gehen werde, ſo daß ſie dieſe *AD* in eben der Zeit beſchreibt. Alsdenn aber verhält ſich die Geſchwindigkeit, mit welcher das Licht würklich nach *AD* gehet, zu derjenigen, mit welcher es den Weg *AB* zurückgelegt haben würde, wenn *A* ohne eigene Bewegung geblieben wäre, wie *AD* zur *AB*; und die Geſchwindigkeit nach *AD* iſt bald gröſſer bald kleiner, als die nach *AB*: wie wir der-

dergleichen auch oben (943) von der relativen Geſchwindigkeit geſehen haben. Allein es iſt, T. XIII. F. 184. wenn *A* einen Planeten oder Cometen vorſtellet, ſeine eigene Geſchwindigkeit *AC* kaum der zehntauſendſte Theil der Geſchwindigkeit des Lichts *AB*, und um ſo viel kan höchſtens die *AD* gröſſer oder kleiner ſeyn als *AB*, in den Fällen nehmlich, wenn der Winkel *BAC* faſt zween rechten Winkeln gleich wird, oder beynahe verſchwindet, in welchen auch *ADC* kaum einige Gröſſe behält. Es kan alſo auch dieſe Veränderung der Geſchwindigkeit des Lichts in keine Betrachtung kommen. Ein Winkel muß etliche Grade groß ſeyn, wenn bey demſelben ein Fehler, der nicht gröſſer iſt als der zehntauſendſte des Ganzen, gemerkt werden ſoll: und hier iſt die Rede von ſolchen Winkeln, die ſelten bis zu Minuten anwachſen. Wird aber die Geſchwindigkeit des Lichts als immer eben dieſelbe angenommen: ſo können die Abweichungen eines Planeten von ſeinem wahren Orte, mit welcher er uns wegen der Bewegung des Lichts erſcheinet, nur von zwoen Urſachen herrühren, welche ſind die Bewegung der Erde, und die Bewegung des Planeten ſelbſt, und es wird der ganze Fehler gefunden, wenn man diejenigen, die aus jeder dieſer Urſachen beſonders folgen, gehörig zuſammenſetzt. Mit den Cometen hat es eben die Bewandniß.

§. 969. Was nun erſtlich denjenigen Theil dieſer Abweichung anlangt, welcher blos von der Bewegung der Erde herrühret, und allein ſtatt haben würde, wenn der Planet ohne eigene Bewegung an ſeinem Orte verharrete: ſo können wir bey derſelben faſt eben ſo verfahren, wie bey den Fixſternen geſchehen iſt. Nur kan die Entfernung der Erde von der Sonne in Anſehung der Entfernung des Planeten von derſelben nicht als Nichts betrachtet werden, da ſie nie ſo gar viel kleiner, und öfters gröſſer iſt als dieſe. Es ſey *S* (*Tab. XIII. Fig.* 185.) die Sonne, und der um dieſen Punct beſchriebene Kreis T. XIII. F. 185. ſtelle die Bahn der Erde vor. *A* aber ſey der orthographiſche Entwurf des Planeten in der Fläche dieſer Bahn. Wenn nun die Erde ſich in derſelben bey *T* befindet, und es wird *TA* gezogen, welche nach Belieben in *F* verlängert werden kan, *d* aber bedeutet nunmehro die Entfernung des Planeten von der Erde, oder die gerade Linie, welche von dem Mittelpuncte des einen dieſer Körper bis an den Mittelpunct des andern reichet, und *cos lat* den Coſinus der Breite des Planeten: ſo iſt $TA = \cos lat.\ d$. Und wenn ferner $AG = \frac{t}{r}.\ d$ der *TB* parallel gemacht wird, welche die Bahn der Erde bey *T* berühret, und alſo dem dahin gezogenen

T. XIII. F. 185. Halbmeſſer ST perpendicular iſt, ſo iſt G der orthographiſche Entwurf des Orts, in welchem der über A ruhende Planet der bey T nach TB bewegten Erde erſcheinet (948). Durch eine hinlängliche Menge dergeſtalt zu findenden Puncte wird nun die ganze Bahn beſtimmet, welche der Planet um den Punct über A, in welchem er ſich würklich befindet, der in ihrer Bahn um die Sonne herumgehenden Erde würde zu beſchreiben ſcheinen, wenn er ohne alle Bewegung wäre. Denn da die Fläche dieſer ſcheinbaren Bahn der Fläche der Erdbahn parallel lieget, ſo iſt ſie ihrem in dieſe Fläche gebrachten Entwurfe nothwendig gleich und ähnlich.

§. 970. In dem Ausdrucke $AG = \frac{t}{r}. d$ wird durch d keine beſtändige Gröſſe angegeben, da die Entfernung des Planeten von der Erde, bey jedem Umlaufe derſelben um die Sonne, immer einer gar ſtarken Veränderung unterworfen ſeyn würde, wenn auch jener unverrückt an einer gewiſſen Stelle bliebe. Es kan alſo auch $\frac{t}{r}. d$, das iſt AG, nicht immer eben die Gröſſe behalten, und alſo die ſcheinbare Bahn des Planeten, welche er in der Zeit des Umlaufs der Erde um die Sonne um das Punct über dem A zu beſchreiben ſcheinet, keinesweges die Geſtalt eines Cirkels haben. Bey dem allen läßt ſich die von dieſer Urſache herrührende Abweichung deſſelben, von der geocentriſchen Länge und Breite des Puncts über A, in welchem er ſich würklich befindet, das iſt, von der Länge und Breite, welche wir dieſem Puncte, und folgends auch den Planeten, zuſchreiben würden, wenn die Erde, von welcher wir uns nach demſelben umſehen, keine Bewegung hätte; eben ſo gut beſtimmen, als bey den Fixſternen geſchehen konte, deren ſcheinbare Bahnen faſt vollkommene Cirkel ſind. Man ziehe GH der TAF perpendicular, und mache derſelben die DA parallel, wodurch auch DAF zu einem rechten Winkel wird. Weil nun AG der TB parallel iſt, und alſo $FAG = ATB$, ſo iſt auch GAD, die Ergänzung des erſten dieſer Winkel gleich dem STA, der Ergänzung des zweyten. Nun iſt dieſer Winkel STA nichts anders, als die in der Fläche der Ecliptic genommene Entfernung des Planeten von der Sonne, welcher immer durch den Unterſchied der geocentriſchen Längen dieſer beyden Körper gegeben wird. Wir können alſo den Winkel DAG immer haben; und wenn wir denſelben, wie in dem vorhergehenden geſchehen iſt, A nennen, ſo können wir auf A, und folgends auch auf $\sin A$, $\cos A$ als bekante Gröſſen rechnen.

§. 971. Da nehmlich $AG = \frac{t}{r}.d$, ſo iſt $GH = \frac{t}{r}.\cos A.d$, und T. XIII. F. 185. $AH = \frac{t}{r}.\sin A.d$, TA aber war $= \cos lat.d$. In Anſehung dieſer TA kan AH als Nichts betrachtet werden, weil die Breite der Planeten niemals groß, und alſo für dieſelben $\cos lat$ nicht viel kleiner iſt, als die zum Radius angenommene Einheit, in Anſehung welcher $\frac{t}{r}.\sin A$, ſelbſt in dem Falle, wenn $\sin A = 1$, ſehr klein iſt. Wird aber, dem zu Folge, geſetzt $TH = TA$, ſo iſt $TH : HG = \cos lat.d : \frac{t}{r}.\cos A.d = 1 : \tan HTG$. Alſo $\tan HTG = \frac{t}{r}.\frac{\cos A}{\cos lat}$. Der alſo gefundene Winkel HTG iſt der Fehler der geocentriſchen Länge, welcher nie ſo groß wird, daß nicht für ſeine Tangente, das Maaß deſſelben ſelbſt genommen werden könte. Der Fehler der geocentriſchen Breite aber iſt $\frac{AH.\sin lat}{d}$, das iſt, $\frac{t}{r}.\sin A.\sin lat$, ebenfals wie bey den Fixſternen: und es hätten die zu denſelben gefundene Vorſchriften, ſogleich auf die ohne ihre eigene Bewegung betrachtete Planeten angewendet werden können, nachdem wir geſehen haben, daß die Fehler, welche blos von der Bewegung der Erde herrühren, dadurch, daß die Entfernung d gröſſer oder kleiner wird, nicht im geringſten geändert werden. Für $\frac{t}{r}$ können auch hier 20 Secunden geſetzt werden: und ſolte ein Comet in einer ſo kleinen Entfernung von dem Pole der Ecliptic erſcheinen, daß AH in Anſehung der TA nicht mehr als ein bloſſes Punct betrachtet werden könte, ſo iſt vor denſelben, ſo lang er ſich in dieſer Gegend befindet, auch Rath zu ſchaffen. Die Zeichnung aber, welche bey den Fixſternen, deren Breite unveränderlich iſt, ſo gute Dienſte leiſtet, iſt wegen der ſtarken und ſchnellen Veränderung, welcher die geocentriſchen Breiten der Planeten unterworfen ſind, bey denſelben nicht wohl zu gebrauchen. Man muß ſich an die Rechnung halten, welche durch die geringen Breiten, in welchen dieſe Körper meiſtentheils von der Erde geſehen werden, noch mehr erleichtert wird.

T. XIII. F. 185. §. 972. Die übrigen Fehler dieſer Art, welche bey jedem Planeten von ſeiner eigenen Bewegung herrühren, ſind leicht auszumachen. In der Zeit, in welcher das Licht von dem Orte, in welchem ſich der Planet würklich befindet, bis zu uns gelanget, gehet der Planet in ſeiner Bahn fort, und verändert ſeine Länge und Breite, ſowohl die heliocentriſche, als auch die geocentriſche, ohne daß wir dieſes merken würden, wenn auch die Erde ohne Bewegung wäre. Denn das bey uns anlangende Licht zeigt uns den Planeten an dem Orte, von welchem es ausgegangen iſt, und kan uns von der Veränderung deſſelben, welche ſich ſeit dem zugetragen hat, nicht benachrichtigen. Man darf alſo nur die Zeit ausmachen, welche das Licht braucht von dem Planeten bis zu uns zu kommen, und berechnen, um wieviel derſelbe in dieſer Zeit ſeine Länge oder ſeine Breite verändere; welche Rechnung am leichteſten geſchiehet, wenn voraus bekant iſt, um wieviel ſich dieſe Winkel in einer geſetzten Zeit, einen Tag, einer Stunde, oder etwas dergleichen, bey den Planeten ändern, mit welchem wir zu thun haben.

§. 973. Nun iſt die Zeit bekant, in welcher das Licht von der Sonne bis zu uns komt, und dieſe kan hier immer auf 8 Minuten geſetzt werden, ob ſie wohl 7 bis 8 Secunden drüber beträgt. Wird nun die Entfernung der Sonne von der Erde zur Einheit angenommen, durch welche d, die Entfernung des Planeten von der Erde, gemeſſen wird, ſo iſt 1 zu d wie 8 Minuten zu der geſuchten Zeit, welche das Licht brauchet den Weg d zu machen, welcher demnach ſo viele Minuten halten wird, als in der Zahl $8d$ Einheiten ſind. Geſetzt nun der Planet verändere in einer beſtimten Zeit T, ſeine Länge oder Breite, es mag dieſes die heliocentriſche oder die geocentriſche ſeyn, um m, welches immer ein Winkel, oder das Maaß deſſelben ſeyn wird: ſo iſt, da die kleinen Veränderungen beynahe gleichförmig ſind, und in gleichen Zeiten gleich ſtark anwachſen: T zu $8d$ wie m zu der geſuchten Veränderung, welche demnach durch $\frac{8.m.d.}{T}$ ausgedrückt wird. Die Zeit T muß durch Minuten gegeben werden, weil die Zahl 8 ſich auf Minuten beziehet; es kan aber auch, wenn vorausgeſetzt wird, daß die Zeit T durch Minuten gegeben ſey, indem Q den geſuchten Fehler bedeutet, geſetzt werden: $Q = \frac{m.d}{\frac{1}{8}T}$.

T. XIII. F. 185.
T. XIII. F. 186.

§. 974. Sind nun dergeſtalt für eben den Planeten und für eben den Ort deſſelben beyde Fehler gefunden, ſowohl der von der Bewegung der Erde herrührende, als auch der andere, welcher ſeinen Grund in der eigenen Bewegung des Planeten hat: ſo iſt es leicht durch die Zuſammenſetzung derſelben die Abweichung des Orts, in welchem uns der Planet erſcheinet, von demjenigen, in welchem er ſich würklich befindet, herauszubringen. Es ſey die von der Erde *T* (*T. XIII. Fig.* 186.) gezogene Linie *TA* diejenige, welche die geocentriſche Länge des Planeten in dem Augenblicke angiebt, in welchem das Licht von demſelben ausflieſſet; weil nehmlich der Planet ſich in der Fläche befindet, die der Fläche der Ecliptic ſenkrecht iſt, und dieſe in *TA* ſchneidet: und dieſe Länge werde durch die Bewegung der Erde um den Winkel *ATB* geändert, ſo daß, wegen der Bewegung der Erde allein, der Planet uns in einer der Ecliptic perpendicularen Fläche, ſo durch *TB* gehet, erſcheinen würde; und in eben dem Verſtande ſey *ATC* der Fehler der geocentriſchen Länge, welche durch die eigene Bewegung des Planeten verurſachet wird: ſo wird in dem Zeitpuncte, in welchem das Licht, welches uns der Planet aus *A* zugeſendet hatte, bey *T* anlangt, die wahre geocentriſche Länge durch *TC* angegeben, und durch *TB* diejenige, mit welcher er uns erſcheinet. Alſo iſt der Winkel *CTB* der Unterſchied der beyden Längen, oder die Abweichung der wahren von der ſcheinbaren. Dieſer Winkel *CTB* aber wird aus den beyden *ATB* und *ATC* leicht geſchloſſen, wenn man nur weiß, an welche Seite der *AT* jede der zwo Linien *TB*, *TA* zu liegen komme: welches bey der Berechnung dieſer Winkel zugleich auszumachen, ſo leicht iſt, daß eine beſondere Anweiſung dazu ſehr überflüßig ſeyn würde.

§. 975. Auf eben die Art werden auch die von der Bewegung des Lichts herrührende Fehler der geocentriſchen Breiten entdeckt: und aus beyden ſind alsdenn ferner die Fehler dieſer Art, welche ſich bey den heliocentriſchen Längen und Breiten ereignen, zu ſchlieſſen. Man ſiehet leicht, daß insbeſondere die Fehler der heliocentriſchen Länge entdecket werden, wenn aus der wahren geocentriſchen Länge die wahre heliocentriſche, und aus der ſcheinbaren die ſcheinbare gefunden wird, und man dieſe beyden Längen zuſammen hält: und eben ſo kan auch bey den heliocentriſchen Breiten verfahren werden. Es werden aber auch hiezu beſondere Anweiſungen gegeben, welche die Rechnung erleichtern: und eben dieſes iſt auch von den übrigen

T. XIII. F. 186. Winkeln zu ſagen, welche die Lage des Sterns in Abſicht auf den Gleicher und den Anfang deſſelben angeben. Wir können uns aber bey dieſen beſondern Regeln nicht aufhalten, ſondern müſſen uns mit einer deutlichen Einſicht in die Gründe derſelben begnügen laſſen. Da übrigens dieſe Rechnungen ſo ſehr aus dem Groſſen in das Kleine gehen, ſo darf weder der ſcheinbare noch der wahre Ort eines Planeten, auf welchen ſie gegründet werden, genau bekant ſeyn. Es kan gar wohl der ſcheinbare Ort für den wahren, dieſer für jenen, oder auch für beyde ein dritter Ort genommen werden, welcher ſowohl von dem einen als von dem andern weit genug entfernet iſt, ohne einen beträchtlichen Irthum zu befürchten. Denn überhaupt ſind die Fehler der geocentriſchen Längen der Planeten, welche aus den hier betrachteten Urſachen herrühren, gar gering; indem ſie bey dem Saturn nicht über 26, bey dem Jupiter nicht über 28, bey dem Mars nicht über 36, bey der Venus nicht über 43, und bey dem Mercur nicht über 55 Secunden betragen. Und daß bey der Sonne der Fehler der Länge immer 20 Secunden ausmachen werde, um welche dieſelbe kleiner erſcheinet, als ſie würklich iſt, iſt aus der ganzen Abhandlung leicht zu ſchlieſſen. Die von eben den Urſachen herrührende Fehler der Breiten aber, werden bey den Planeten, wegen ihrer geringen Abweichung von der Fläche der Ecliptic, kaum jemals in Betrachtung gezogen.

Der Aſtronomiſchen Vorleſungen

ſiebzehnter Abſchnitt.

Von dem Umlaufe einiger Weltkörper um ihre Axen.

Eine Parallaxe der Fixſterne.

§. 976.

Es iſt bey der ſcheinbaren Bewegung, welche die Verſpätung des Lichts den himliſchen Körpern, und fürnehmlich den Fixſternen beybringt, vorausgeſetzt worden, daß die ganze Bahn, welche die Erde in einem Jahre um die Sonne beſchreibt, in Anſehung der Entfernung eines jeden Fixſterns von der Erde oder der Sonne, als ein untheilbares Punct betrachtet werden könne, und es iſt dieſer Vorſtellung gemäß, in der 182ſten Zeichnung die Erde ſowohl als die Sonne in *S* geſetzt worden. Verhielte ſich die Sache nicht würklich ſo, ſondern es hätte die Entfernung der Erde von der Sonne, in Anſehung der Entfernung eines Fixſterns von derſelben, eine beträchtliche Gröſſe, ſo könte jene Bewegung, und die davon herrührende Abweichung aller Fixſterne von ihrem wahren Orte, mit den Betrachtungen nicht ſo genau zutreffen, als ſie dieſes würklich thut. Nach den angeführten Schlüſſen wird die Breite eines Fixſterns nicht geändert, wenn ſich die Erde in der durch denſelben und den Mittelpunct der Sonne, der Fläche der Ecliptic ſenkrecht geſtellten Fläche der Breite befindet, und alſo der Stern eben die Länge hat, welche wir der Sonne zuſchreiben, oder wenn die aus der Sonne geſehene Längen der Erde und des Sterns einander gleich ſind: ſondern es betrift in dieſen Fällen die ganze Abweichung blos die Länge. Wäre aber die Entfernung der Fixſterne nicht ſo groß, als ſie angenommen worden iſt, ſo müſte T.XII. Fig. 186.

T. XIII. F. 187. auch hiervon eine beträchtliche Abweichung folgen; und insbeſondere, wenn die Erde die eine der angezeigten zwo Lagen hat, uns die Breite eines jeden auſſer der Fläche der Ecliptic liegenden Sterns gröſſer oder kleiner erſcheinen, als bey der andern. Dieſer Unterſchied der zwo Breiten würde mit der Breite des Fixſterns zugleich anwachſen, und bey dem Pole der Ecliptic ſelbſten am gröſten ſeyn.

§. 977. Denn wenn (*T. XIII. F.* 187.) *S* die Sonne, *F* den Fixſtern, die Oberfläche des Blatts aber die durch die beyden Puncte *S* und *F* der Ecliptic perpendicular geſetzte Fläche vorſtellet, welche dieſe in der geraden Linie *AB* ſchneidet; und man giebt dem in dieſe *AB* fallenden Halbmeſſer der Bahn der Erde *SC* oder *SD*, in Abſicht auf *SF* die Entfernung des Fixſterns von der Sonne, eine beträchtliche Gröſſe; ſo wird, wenn ſich die Erde bey *C* befindet, allwo einem in die Sonne geſetzten Auge ihre Länge der Länge des Fixſterns gleich erſcheinet, die Breite des Sterns *F* durch den Winkel *FCB* angegeben: Befindet ſich aber die Erde bey *D*, und ſiehet alſo die Sonne und den Fixſtern in eben der Länge, ſo wird die Breite deſſelben *FDB*, welcher Winkel um den ganzen *DFC* kleiner iſt als *FCB*. Zwiſchen den Winkeln *FCB* und *FDB* ſtehet der *FSB* beynahe im Mittel, welcher *FSB* demnach als die mittlere Breite des Sterns *F* angeſehen werden kan. Es iſt nehmlich $FSB = FCB - SFC$, und $FSB = FDB + SFD$, die Winkel *SFC*, *SFD* aber ſind beynahe von einerley Gröſſe.

§. 978. Der ganze Winkel *DFC* iſt die Parallaxe des Durchmeſſers der Erdbahn zu dem angenommenen Sterne *F*, und derjenige, in welchem ein in *F* geſetztes Auge dieſen Durchmeſſer *CD* ſehen würde. Nachdem der Stern *F* eine kleinere oder gröſſere Breite *FSB* hat, wird auch ſeine Parallaxe der Erdbahn *DFC* kleiner oder gröſſer, und die gröſte unter allen, wenn *FSB* die Gröſſe von 90 Graden erreichet. Die Sternforſcher, welche ſich mit dieſen Beobachtungen vornehmlich beſchäftiget haben, verſichern, daß ſie wenigſtens ein oder andere der gröſſern Parallaxen dieſer Art, vermittelſt des Unterſchiedes der Winkel *FDB* und *FCB* würden entdeckt haben, wenn dieſelbe die Gröſſe einer Secunde hätte. Sie ſetzen alſo den Winkel *DFC* durchgehends kleiner an, welches ſie in den Stand ſetzet, nicht zwar die Entfernung dieſes oder jenes Fixſterns von der Sonne genau zu beſtimmen, aber doch eine Länge anzugeben, welche nicht kleiner iſt als diejenige, die von der Sonne bis an einen der Fixſterne reichet, welche, nach aller Wahrſcheinlichkeit, ihr am nächſten

nächſten liegen. Denn es kan nicht erwieſen werden, und iſt auch nicht zu vermuthen, daß alle Fixſterne gleichweit von der Sonne entfernet ſeyn ſolten; und an der andern Seite läſſet uns der ſo ſehr verſchiedene Glanz derſelben an der groſſen Verſchiedenheit ihres Abſtandes von der Sonne kaum zweifeln. Nach dieſem Merkmale ſind die Sterne der erſten Gröſſe am wenigſten von der Sonne entfernet, darauf folgen die von der zweiten, und auf dieſe die Sterne von der dritten Gröſſe und ſo weiter: welche Vorſtellung durch die Menge derſelben, die uns beynahe mit eben dem Glanze erſcheinen, nicht übel beſtätiget wird. Denn da der Sterne, welchen von dieſen oder jenen Beobachtern die erſte Gröſſe zugeſchrieben wird, noch nicht zwanzig ſind, ſo ſind deren von der zweyten Gröſſe vielmehr, und noch mehrere ſtehen in der Claſſe der dritten Gröſſe. Solten aber die Sterne, beynahe in eben der Entfernung von einander und von der Sonne, um dieſe herum geſetzt werden; ſo würden allerdings deren viel mehrere in einer gedoppelten Entfernung von dem Mittel gebracht werden können, als in der einfachen Platz fanden, in einer dreyfachen noch viel mehrere, und ſo weiter. Zwar iſt die Ordnung, in welcher wir die Sterne von jeder beſondern Gröſſe erblicken, dieſem Begriffe nicht gemäß. Es können uns aber gar wohl zween oder mehrere gleichweit von uns entfernete Sterne mit einem gar verſchiedenen Glanze erſcheinen, wenn die Gröſſen ihrer Körper verſchieden ſind, oder die Materie des einen an ſich ſtärker leuchtet, als die Materie des andern: und es iſt kein Zweifel, daß dieſe, nebſt vielen andern Verſchiedenheiten, bey denſelben würklich ſtatt haben. *T. XIII F. 187.*

Entfernungen der Fixſterne von der Erde.

§. 979. Iſt aber ein Stern ſo weit von der Sonne entfernet, daß der Winkel, in welchen aus demſelben der Durchmeſſer der Erdbahn geſehen wird, nicht mehr als eine Secunde beträgt, ſo muß dieſe Entfernung nicht weniger als zweymal 206264,8, das iſt 412529,6 halbe Durchmeſſer dieſer Bahn betragen, oder, ſie muß ſo vielmal, als dieſe Zahl die Einheit enthält, gröſſer ſeyn als der Abſtand der Erde von der Sonne: denn ſo viele halbe Secunden gehen auf den Radius des Cirkels, zu welchem ſie gehören. Da alſo, nach der Rechnung, an welche wir uns noch immer gehalten haben, die Entfernung der Erde von der Sonne 23984mal ſo groß iſt, als der halbe Durchmeſſer der Erde, ſo kan die Entfernung des Fixſterns nicht weniger als 9 894 109 926 dieſer Halbmeſſer enthalten, welche Zahl in 860 multipliciret eben die kleinſte

T. XIII. F. 187. Entfernung in teutſchen Meilen angeben wird. Das Licht, welches $8\frac{1}{8}$ Minuten Zeit brauchet, von der Sonne bis zu uns zu kommen, wird ſich 412529mal ſo lang, das iſt, mehr als $6\frac{1}{4}$ Jahre unterweges aufhalten, bevor es aus eben dem Fixſterne bey der Erde anlangt: und wenn einer von denjenigen, welche wir kaum durch unſere beſten Fernröhre erblicken, auch nur zehnmal ſo weit von uns entfernet ſeyn ſolte, ſo würden mehr als 62 Jahre verflieſſen, bevor wir, vermittelſt des von demſelben uns zugeſendeten Lichts, von deſſen Daſeyn Nachricht erhalten könten. Wie aber, wenn die gröſte Parallaxe der Erdbahn des am wenigſten von der Sonne entferneten Fixſterns noch viel kleiner wäre, als eine Secunde, und der letzte unter denſelben, welchen wir noch ſehen können, mehr als zehnmal ſo weit von uns abſtünde? So groß iſt der Raum, deſſen äuſſerſte Gränzen wir noch mit unſerm Geſichte erreichen können: und wer kan uns ſagen der wievielſte Theil der ganzen Ausdehnung der Schöpfung dieſer an ſich ungeheure Raum ohngefehr ſeyn möchte?

§. 980. Die Fixſterne kommen, ſo weit wir ſie kennen, mit der Sonne überein: wenigſtens leuchten ſie mit ihrem eigenen, und nicht, wie die Planeten, mit einem fremden Lichte: und jeder derſelben verharret, wie unſere Sonne, beynahe immer in ſeiner Stelle. Sie bekommen deswegen auch öfters ſämtlich den Nahmen der Sonnen, deren Menge dadurch unzählig wird. Jede derſelben kan ihre eigene Planeten haben, welche ſie erwärmet und ihnen leuchtet, wie dieſes die unſrige bey der Erde und den übrigen Körpern thut, die um dieſelbe herumlaufen: und man kan ſich, wenigſtens von den allermeiſten dieſer Sonnen, keinen andern, als einen dergleichen Nutzen vorſtellen. Es ſind aber dieſelben viel zu weit von einander entfernet, als daß die anziehende Kraft irgend einer Sonne ſich bis an eine andere erſtrecken, und dieſer dadurch einige Bewegung ſolte beybringen können. Und wenn jemand die kleine Veränderung des Orts, welche nach vielen Jahren bey einigen Fixſternen bemerket wird (138), als die Würkung einer anziehenden Kraft anſehen wolte, mit welcher würklich verſchiedene Sonnen ſich einander nähern: ſo würde dieſe Würkung doch ſehr klein, und, in Abſicht auf den Zwiſchenraum zwiſchen dieſen Sonnen, kaum beträchtlich ſeyn. Noch viel weniger iſt es wahrſcheinlich, daß irgend eine Sonne in die Planeten oder Cometen einer andern würke: und was insbeſondere die unſrigen anlangt, ſo zeiget ſich nicht die geringſte Spur, daß etwas dergleichen bey denſelben vorgehe.

Die

Die Erde drehet ſich würklich um ihren Mittelpunct.

§. 981. Uebrigens machen dieſe Betrachtungen die gemeine Vorſtellung, T. XIII. F. 187. als ob das ganze Heer des Himmels ſich in jeden vier und zwanzig Stunden um die Erde und deren Bewohner herumdrehete, vollens unerträglich. Die kleine Weltkugel, welche ſich die Alten einbildeten, und an deren körperlichen Himmel die Fixſterne inwendig befeſtigten, konte eine dergleichen Bewegung noch einigermaaſſen glaublich machen; ja es können die Ausdrücke, welche dieſelbe zum Grund legen, als wahr behauptet werden, wenn man ſie von der Kugel erkläret, welche uns unſre ohne vieles Nachdenken gebrauchte Augen faſt unmittelbar vorſtellen, und von einer blos relativen Bewegung: in welchem Verſtande keine Sternforſcher Schwierigkeit machen, den täglichen Umlauf der himliſchen Körper rings um die Erde anzunehmen. Unmöglich aber läßt ſich dieſe Bewegung, wenn ſie würklich, und wie man zu reden pflegt, abſolut ſeyn ſoll, mit der Menge der Sterne, und ihren faſt alle Einbildung überſteigende Entfernungen von der Erde zuſammenreimen, wenn wir auch alles übrige bey Seite ſetzen. Damit die Menſchen von Zeit zu Zeit durch einen veränderten Anblick des prächtig geſtirnten Himmels entzückt, und einige wenige unter denſelben bewogen werden möchten, auf die dabey vorkommende Erſcheinungen beſonders Acht zu haben, um ſich dieſelbe bey der Eintheilung der Zeit, bey der Erdbeſchreibung, der Schiffart oder ſonſt zu Nutze zu machen: ſolte die ganze, in Abſicht auf unſere Erkentniß würklich unendlich groſſe Schöpfung, in eine immerwährende Bewegung geſetzt worden ſeyn, deren Geſchwindigkeit ebenfals eine jede andere, ſelbſt diejenige, mit welcher das Licht fortgehet, ſo weit übertrift, daß wir hierinnen eben ſo wenig ein Ende abſehen können; anſtatt der Erde allein eine ſehr mäßige Bewegung um einen ihrer Durchmeſſer zu geben, welche allen dieſen Nutzen in eben dem Maaſſe leiſten konte. Wer kan dieſes verdauen, inſonderheit wenn er dabey auf die unendliche Weisheit des Schöpfers, auf die Nichtigkeit der Menſchen, und auf die kaum beträchtliche Gröſſe des Planeten, welchen ſie bewohnen, zurückſiehet?

§. 982. Dieſes Drehen der Erde iſt nun umſtändlicher zu betrachten, und wir werden dabey fürnehmlich auf die Veränderungen ſehen müſſen, die bey der Axe dieſer Bewegung vorgehen. Es rühret davon die kleine Veränderung des Winkels her, welche die Fläche unſers Gleichers mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet (338), deren von Zeit zu Zeit einige Erwehnung geſchehen iſt. Fürnehmlich aber

T. XIII. F. 187. aber wird dadurch der Anfang der Ecliptic, nach und nach, wider die Ordnung ihrer Zeichen, und alſo von Morgen gegen Abend, zurückgeſetzt, welche Erſcheinung eine genauere Unterſuchung der Urſachen, von welchen ſie herrühret, vorzüglich verdienet. Wir treffen aber auch ein dergleichen Drehen, als die Erde hat, bey der Sonne, dem Monde und einigen Planeten an, zu deſſen Erklärung eben die Bewegungsgeſetze gebraucht werden müſten, wenn es möglich oder nöthig wäre, daſſelbe nach allen Umſtänden in Betrachtung zu ziehen.

Würkung eines um eine Linie gedrehten Körpers.

§. 983. Ein jeder feſter Körper, von was Geſtalt und Gröſſe er auch seyn mag, kan um eine gerade Linie, welche zween ſeiner nach Willkühr angenommenen Puncte mit einander verknüpfet, an welche ſie, und vermittelſt derſelben an alle übrige Puncte des Körpers unbeweglich befeſtiget iſt, herum gedrehet werden: und wenn dieſe Linie gezwungen wird in ihrer Stelle zu verharren, ſo beſchreibet alsdenn ein jeder Punct des um dieſelbe gedrehten Körpers den Umkreis eines Cirkels, deſſen Fläche derſelben perpendicular iſt, ſein Mittelpunct aber in eben die Linie fällt, welche demnach die Axe dieſer Bewegung genennet werden kan. Da bey derſelben kein Punct des Körpers den andern im geringſten hindert, ſo ſetzet ein jeder dieſer Puncte ſeine Bewegung nicht anders fort, als ob er allein an ſeinem in der Axe liegenden Mittelpuncte haftete, und dadurch wird das Drehen des ganzen Körpers um eben die Axe ſo lang unterhalten, als keine Kraft von auſſen in denſelben würket, die dabey etwas ändern könte. Es iſt aber auch ein jeder Punct, indem er dergeſtalt um die Axe herumläuft, bemühet ſich von dem Mittelpuncte des von ihm beſchriebenen Kreiſes zu entfernen, und ziehet das Punct der Axe, in welchem dieſer Mittelpunct lieget, gegen den Ort, in welchem er ſich in jedem Augenblicke ſeiner Bewegung befindet, alſo nach und nach, gegen alle Stellen des Umkreiſes, welchen er beſchreibt. Dieſe, ſo lang das Drehen des Körpers währet, in die Axe würkenden Kräfte der verſchiedenen Puncte deſſelben, ſind einander zum Theil beförderlich; zum Theil aber wird die Würkung des einen durch die Würkung anderer aufgehoben, oder doch gemindert. Es kan alſo gar wohl ſeyn, daß die zur Axe der Bewegung gemachte Linie des Körpers, der beſtändigen Würkung der von dem Drehen herrührenden Kräfte ohngeachtet, keinen Trieb erhält, im geringſten aus ihrer Stelle zu treten, ob wohl gemeiniglich ein dergleichen Trieb erfolgen wird, durch welchen dieſe Axe in eine andere Lage gebracht werden muß, ſo bald ſie die Freyheit erhält, von den unbeweglichen Puncten, an welche ſie anfänglich befeſtiget war, abzuweichen. *T. XIII. F.* 187.

§. 984. Eine jede gerade Linie, um welche ſich ein feſter Körper drehen kan, ohne daß ſie von denen aus dieſer Bewegung entſtehenden Kräften aus ihrer Stelle gebracht, oder auch nur nach dieſer oder jener Seite geneigt werde, kan eine freye Axe dieſes Körpers genennet werden, im Gegenſatz mit den unzählig vielen andern, welche dazu gezwungen werden müſſen, wenn ſie bey eben den Umſtänden in Ruhe bleiben ſollen. Dieſe können nach Willkühr angenommen werden, jene aber keinesweges, ſondern werden durch die Gröſſe und Dichtigkeit der mit einander verbundenen Theile, ſo den Körper ausmachen, und durch die unveränderliche Ordnung, in welcher dieſe Theile an einander haften, dergeſtalt beſtimmet, daß durch ſehr viele Körper nur einige wenige Linien gezogen werden können, die geſchickt wären, freye Axen abzugeben, und auch dieſes mit einer ſtarken Verſchiedenheit. Ein Beyſpiel davon geben uns die Kreuſel, mit welchen die Kinder ſpielen, die wir öfters, ohne eine weitere Bewegung, ſich um ihre aufrechtſtehende Axe herumdrehen ſehen.

Von den freyen Axen.

§. 985. Wir können uns hier in eine umſtändliche Betrachtung dieſer freyen Axen nicht einlaſſen, welche der groſſe Euler in ſeiner Mechanic ſehr vollſtändig behandelt hat. Unſer Zweck erfodert keine völlig genaue Kentniß derſelben, und das wenige, ſo uns davon zu wiſſen nöthig iſt, iſt leicht genug zu überſehen. Wenn *AB* (*Tab. XIII. Fig.* 188.) der Durchſchnitt einer durchaus aus eben *T. XIII. F.* 188.
der Materie beſtehenden Platte iſt, deren beyde ebene cirkelrunde Oberflächen einander parallel, und ſo nahe liegen, daß der dazwiſchen liegende Raum, oder die Dicke der Platte, in Anſehung der übrigen Gröſſe derſelben, in keine Betrachtung kömt, und alſo die Mittelpuncte dieſer zween Cirkel als ein einziges Punct angeſehen werden können, welches zugleich die Mitte der Platte iſt; und man ziehet durch dieſe Mitte *C* die Linie *DE* ſchief auf die Platte, welche man zur Axe der Bewegung macht: ſo ſiehet man leicht, daß, wenn dieſe *DE* nicht aus ihrer Stelle weichen kan, und die Platte an derſelben unbeweglich befeſtiget iſt; die Trägheit der Platte eine derſelben beygebrachte Bewegung, mit welcher alle ihre Puncte

T. XIII. F. 188. Cirkelkreiſe beſchreiben müſſen, deren Mittelpuncte in die *DE* fallen, ohne einige Veränderung unterhalten werde. In Ermangelung der Befeſtigung der Platte an die Linie *DE*, und dieſer *DE* an zween völlig unbewegliche Puncte aber, würde dieſe drehende Bewegung, mit eben den Umſtänden, nicht beſtehen.

§. 986. Denn es ſind die Theile der Platte in der Hälfte *CB*, indem ſie ſich um die *DE* herumdrehen, beſtändig bemühet nach der *FG*, welche in der Fläche des Durchſchnitts der *DE* perpendicular iſt, oder einer dieſer *FG* parallel laufenden Linie, ſich von der *DE* zu entfernen, welches ohne Vergröſſerung des Winkels *DCB* nicht geſchehen kan. In dem Mittelpuncte *C*, welcher nicht aus ſeiner Stelle weichet, indem alle übrige Theile der Platte um *DE* ihre Cirkel beſchreiben, würket keine dergleichen Kraft. Diejenigen Theile aber, welche die andere Hälfte der Platte *AC* ausmachen, beſchäftigen ſich ebenfals mit der Vergröſſerung des Winkels *ACE*, indem ſie bemühet ſind, in der *IH* oder einer andern der *FG* parallel liegenden Linie, nach der *G* entgegengeſetzten Seite *H*, von der *DE* abzuweichen. Es muß alſo, wenn *DE* noch immer in ihrer Lage erhalten wird, die Vergröſſerung der Winkel *DCB* und *ACE* allerdings erfolgen, ſobald das Band nachgiebt, welches die Platte an dieſe Axe ihrer Bewegung *DE* befeſtigte; noch vielmehr aber, wenn die Verbindung der Platte und der *DE* völlig wegfällt, und dieſe nun blos mit ihrem Mittelpuncte *C* an derſelben haftet. Alsdann muß die Vergröſſerung der Winkel *DCB*, *ACE* ſo lange anhalten, als dieſe Winkel noch ſpitzig ſind.

§. 987. Wird aber durch dieſe anhaltende Vergröſſerung der Winkel *DCB* = *ECA* endlich gerade, oder iſt derſelbe gleich anfangs gerade gemacht worden: ſo hört alles fernere Wachsthum deſſelben auf. Die an der Seite *B* liegende Theile der Platte ſind zwar noch immer bemühet, ſich, wie gezeigt worden iſt, von der *DE* zu entfernen, und ziehen dadurch *DE* nach dieſer Seite: es wird aber dieſe Linie von den in der Hälfte der Platte *CA* liegenden Theilen eben ſo ſtark nach der entgegengeſetzten gezogen. Und überhaupt iſt bey den angenommenen Umſtänden einem jeden Puncte der Platte, in der von demſelben perpendicular auf die Axe zu ziehenden und von dannen gehörig zu verlängernden geraden Linie, ein anderes entgegen geſetzt, welches beym Drehen der Platte um die Axe *DE* in dieſe eben ſo ſtark nach der einen Seite würket, als ſie von dem vorigen in eben der geraden Linie nach der entgegengeſetzten gezogen wird. T. XIII. F. 188. Es muß alſo allerdings, wenn ſonſt keine Kraft ſich thätig erweiſet, dieſe *DE* in Ruhe bleiben, da nicht einmal das Punct derſelben *C* mehr nach der einen Seite, als nach der ihr entgegengeſetzten angezogen wird.

§. 988. Es iſt alſo unter allen durch *C* gehenden geraden Linien, die auſſer der Platte fallen, nachdem ſie die ebenen Oberflächen derſelben durchſtochen haben, die einzige *KL*, welche dieſen Oberflächen ſenkrecht iſt, eine freye Axe der Platte. Denn in die Platte ſelbſt fallen derer unendlich viele andere; und es kan, wie man leicht ſiehet, eine jede der *KL* perpendicular durch *C* gezogene gerade Linie eine dergleichen Axe abgeben, welche eben dadurch, daß ſie auf der *KL* perpendicular ſtehet, den beyden ebenen Oberflächen der Platte parallel wird. Um eine jede ſolche Linie kan ſich die Platte eben ſo wohl drehen, als um die *KL*; ohne dadurch in der Lage derſelben das geringſte zu verändern. Bey dem allen hat die *KL* vor allen dieſen Nebenaxen einen groſſen Vorzug, weswegen ihr der Nahme der freyen Axe der Platte vornehmlich zukömt. Wenn nehmlich die Platte um irgend eine, der durch das Punct *C* zu ziehenden Linien *DE*, die mit der Axe *KL* einen ſpitzigen Winkel einſchlieſſet, in eine drehende Bewegung geſetzt, und dadurch die *KL* gezwungen wird, um eben dieſe *DE* herumzugehen, ſo wird bey dieſer Bewegung der Winkel $KCD = LCE$ immer kleiner und kleiner, bis er endlich gar verſchwindet, und die *KL* ſelbſt zur Axe der Bewegung wird, um welche alle Puncte der Scheibe ihre Cirkel beſchreiben, wie es anfänglich die *DE* war. Es iſt aus dem gezeigten klar, daß dieſes nach vielen Umläufen endlich erfolgen, und dadurch die Axe *KL*, wenn ihr ſonſt keine andere Bewegung eingedruckt worden iſt, völlig in Ruhe kommen werde. Was aber bey dieſem Zuſtande ihrer Ruhe die Axe *KL* vor eine Lage haben werde, iſt eine andere Frage, die uns hier nicht angehet. Genug, daß die angeſtoſſene Scheibe ſich bey den angenommenen Umſtänden nie in den Zuſtand einer drehenden Bewegung um eine ihrer Nebenaxen ſetzen wird, welche durch *C* der *KL* perpendicular fallen, und alſo, mitten zwiſchen den zwo ebenen Oberflächen der Scheiben, dieſen parallel liegen.

§. 989. Es iſt leicht zu überſehen, wiefern dieſes auch bey den Axen ſolcher Körper ſtatt finden werde, die man ſich als aus einer Menge cirkelrunder Platten zuſammengeſetzt vorſtellen kan, deren jede mit ihrem Mittelpuncte an einer

T. XIII. F. 188. ihren ebenen Oberflächen perpendicularen Linie, ſo wie *AB* an der *KL*, haftet. Man kan dieſe runde Platten ſo dünne als man will annehmen, und dadurch einen Körper von jeder der Geſtalten bilden, welche ein Drechsler vermittelſt ſeiner Bank hervorbringet. Ja es dörfen die aus dergleichen Blättchen zuſammengeſetzte Körper nicht einmal durchaus eben die Dichtigket haben; und ſelbſt in jeder Platte können einige Theile dichter oder weniger dichte ſeyn, als andere. Wenn nur jede zwey Theilchen, die in eben der Platte, und in eben dem Durchmeſſer derſelben, einander entgegen liegen, und gleichweit von deren Mittelpuncte entfernet ſind, einerley Dichtigkeit, und alſo, bey eben der Gröſſe, gleiche Maſſen haben, ſo wird bey dem Drehen des Körpers dieſer Mittelpunct nach einer jeden Seite ſo ſtark gezogen, als nach der ihr entgegengeſetzten, und kan alſo die vorzügliche Axe deſſelben weder nach der einen noch nach der andern weichen. Selbſt dieſe Umſtände ſind nicht die einzigen, bey welchen die Axe durch das Drehen des Körpers nicht verrückt wird. Wir haben aber ſo wenig nöthig uns in die allgemeine Betrachtung aller dieſer Umſtände einzulaſſen, daß wir ſogar die verſchiedene Dichtigkeit der Theile des gedrehten Körpers faſt überall bey Seite ſetzen, und uns dieſen Körper, als durchaus gleich dichte, vorſtellen können.

§. 990. Alle Körper, welche auf die beſchriebene Art aus runden Plättchen zuſammengeſetzt werden können, werden ihrer Geſtalt nach erzeuget, wenn ſich eine ebene Figur, in welcher wenigſtens eine gerade Seite anzutreffen iſt, um dieſe Seite ringsherum drehet: welche Seite alsdann bey der angezeigten Beſchaffenheit der Körper, und insbeſondere, wenn die Dichtigket deſſelben durchaus eben dieſelbe iſt, eine der freyen Axen wird, um welche der Körper gedrehet werden kan, ohne daß dieſe dadurch aus ihrer Lage gebracht werde. Jedoch iſt unter den Axen der Körper, welche verſchiedene geradlinichte Seiten eben der Figur geben, wenn ſie dergeſtalt gebraucht werden, gemeiniglich ein gar groſſer Unterſchied: wie denn auch die Geſtalten der Körper, welche entſtehen, wenn eben die Figur bald um dieſe bald um jene ihrer geradlinichten Seiten gedrehet wird, meiſtentheils ſehr verſchieden werden. Es erfodert aber unſer Zweck die Betrachtung der allermeiſten dieſer Axen keinesweges. Wir haben blos mit den Axen gedruckter Kugeln zu thun, welche erzeigt werden, wenn die von einer halben Ellipſe oder einer andern Eylinie umſchloſſene Figur *ADB*, um die *AB*, welche in der Geometrie den Nahmen der kleinern Axe bekomt, T. XIII. F. 189. ringsherum gedrehet wird. Dieſe *AB* (*Tab. XIII. Fig.* 189.) wird alsdann

dann die vorzügliche Axe der gedruckten Kugel, welcher alles dasjenige zukomt, ſo wir bey der vorzüglichen Axe einer Platte geſehen haben. Iſt die Figur *ADB* von der Beſchaffenheit, daß ſie vermittelſt einer der *AB* perpendicular gezogenen *CD* in zwey Theile *ADC* und *CDB* zerſchnitten werden kan, die einander gleich und ähnlich ſind; ſo iſt leicht zu ſehen, daß eine jede Linie des Körpers, in welche die *CD* bey dem Herumdrehen der Figur *ADB* um die *AB* gefallen iſt, eine Nebenaxe deſſelben seyn werde; wiewohl dieſe Nebenaxen auch ſtatt finden, wenn es mit den Theilen *ADC*, *CDB* die angezeigte Bewandniß nicht hat. Eben ſo leicht ſiehet man auch, daß eine vollkommene und überall in gleichen Entfernungen von dem Mittelpuncte gleich dichte Kugel keine vorzügliche Axe habe, ſondern ein jeder Durchmeſſer derſelben zu einer freyen Axe gemacht werden könne. *T. XIII. F. 189.*

Theilung der ſich drehenden Weltkörper.

§. 991. Sol nun dieſes auf die himliſchen Körper angewendet werden, welche ſich um eine Axe herumdrehen, ſo komt, was auch für Mittel angewendet worden ſeyn mögen, denſelben dieſe Bewegung nach und nach oder auf einmal beyzubringen, doch endlich alles auf den durch die höchſte Weisheit beſtimmten Willen des Schöpfers an. Solte dieſe Bewegung in ihrem Zuſtande verharren, und die Axe derſelben nicht ſelbſt durch die Würkung des Drehens alle Augenblick verändert werden, ſo mußte dieſe eine der freyen Axen des Körpers ſeyn. Unſere Erde hat würklich die Geſtalt einer gedruckten Kugel; und ſo lang wir auf dieſe Geſtalt allein ſehen, ohne eine ſchwerlich zu erweiſende beſondere Austheilung der dichtern und weniger dichten Körper in dem Innern derſelben anzunehmen, müſſen wir die Axe, um welche ſich die Erde würklich drehet, als die vorzügliche anſehen, welche dergeſtalt an dieſem Planeten haftet, daß wenn man die zween Puncte ſeiner Oberfläche, durch welche ſie hindurch gehet, durch eingeſetzte Pflöcke oder etwas dergleichen würklich bezeichnen könte, dieſe Merkmaale ſo lange ihre völlige Richtigkeit behalten würden, als ſich nicht eine ganz auſſerordentliche Veränderung in der Geſtalt oder dem innern Baue der Erde zuträgt. Der Körper des Jupiters iſt noch vielmehr gedruckt, als der Körper der Erde, und es iſt mehr als eine bloſſe Vermuthung, daß der kleinſte Durchmeſſer dieſer gedruckten Kugel zugleich die vorzügliche Axe des Planeten ſey, um welche er ſich alſo gegenwärtig drehen muß, wenn er auch vor dieſem eine andere Bewegung gehabt haben ſolte. Denn daß er ſich um eine ſeiner Nebenaxen drehe, laſſen uns die Erſcheinungen nicht anneh-

T. XIII. F. 189. annehmen. Bey der Sonne, dem Monde, dem Mars und der Venus iſt zwar die Abweichung von einer Kugel nicht ſo merklich. Es kan aber auch eine vollkommen runde Kugel durch die Vertheilung der Materie, aus welcher ſie beſtehet, eine vorzügliche Axe erhalten. Die Materie aus welcher die Kugel beſtehet, müßte in gleichen Entfernungen von dem Mittelpuncte überal gleich dichte ſeyn, wenn keine Axe derſelben vor den übrigen einigen Vorzug haben ſolte. Da dieſes ſich von der Sonne, oder einem andern himliſchen Körper kaum gedenken läßt; ſo müſſen wir ſchlieſſen, daß auch bey jedem derſelben eine oder mehrere der freyen Axen, um welche er ſich ohne einer weitern Beyhülfe drehen läſſet, vor den übrigen den bey den Platten angezeigten Vorzug habe, und daß ſich der Körper, wenn er auch anfänglich eine andere Bewegung erhalten haben ſolte, nunmehro würklich um dieſelbe oder eine derſelben herumdrehe.

§. 992. Bey ſo geſtalten Sachen gehet die Axe, um welche ſich die Sonne oder der Planet würklich drehet, durch zween Puncte ſeiner Oberfläche die immer dieſelben bleiben, gleichwie wir dieſes von der Erde geſehen haben. Man kan ſie die Pole der ſich drehenden Kugel nennen, und dieſe zwiſchen denſelben durch ihren Mittelpunct, der Axe perpendicular, vermittelſt einer Fläche ſchneiden, welche die Fläche des Gleichers der Kugel, und, in der Oberfläche derſelben, ihren Gleicher ſelbſt bezeichnen wird. Die Puncte der Oberfläche der Kugel, durch welche dieſer Gleicher hindurchgehet, bleiben alsdann immer eben dieſelben; und man kan die Kugel auch durch ihre Axe und ein jedes in ihrer Oberfläche angenommenes Punct, vermittelſt einer andern Fläche ſchneiden: um auf den dadurch in ihrer Oberfläche angegebenen Mittagskreis die Breite jenes Puncts eben ſo zu rechnen, wie dieſes bey der Erde geſchiehet. Zween durch zween verſchiedene Puncte der Oberfläche dergeſtalt gezogene Mittagskreiſe werden, vermittelſt des zwiſchen denſelben enthaltenen Theils des Gleichers, auch den Unterſchied der Längen dieſer Puncte angeben; und wenn man einen derſelben für den erſten annimt, ſo wird der andere die Länge des Puncts, durch welches er hindurch gehet, ſelbſt beſtimmen. Hat nun die Kugel auſſer derjenigen, die wir ihr Anfangs zugeſchrieben haben, keine andere Bewegung, ſo erſtrecket ſich auch ihre an gewiſſe Puncte derſelben gebundene Axe immer nach eben den Puncten des unbeweglichen Sternhimmels; die Fläche ihres Gleichers aber behält gegen die Fläche der Ecliptic immer eben die Neigung, und ſchneidet dieſelbe in der nehmlichen Linie. Die Fläche des erſten Mittagskreiſes hingegen, weichet, mit allen übrigen Mittagsflächen, T. XIII. F. 189. bey dem Umlaufe der Kugel, von ihrer erſten Stelle ab, und kömt nicht eher wieder in dieſelbe zu liegen, als nachdem der Umlauf vollendet iſt. Es beweget ſich aber auch jeder Mittagskreis, den man ſich in der Oberfläche der Kugel gezeichnet vorſtellen kan, mit einer gleichförmigen Geſchwindigkeit; und es bleibt überhaupt jeder Umſtand des der Kugel beygebrachten Drehens der vorige, ſo lang keine andere Kraft würket, welche bey denſelben dieſe oder eine andere Veränderung verurſachen könte.

Von der Bewegung der Axen.

§. 993. Es ſtehen aber unter den Kräften, welche in dem Drehen eines Körpers, etwas ändern können, diejenigen nicht, welche alle Puncte deſſelben mit einerley Geſchwindigkeit nach Linien treiben, die einander ſämtlich parallel ſind, was auch dieſe Linien für eine Richtung haben mögen: ja es kan dieſe Richtung, ohne Nachtheil des Drehen, alle Augenblick geändert, und dadurch dem Mittelpuncte des ſich drehenden Körpers eine krumlinichte Bewegung beygebracht werden. Zwar muß bey dieſem Umſtande die Axe mit den übrigen Theilen des Körpers, aus ihrer Stelle fortrücken: ihre Lage aber wird dadurch nicht verändert, ſondern ſie bleibt, bey dieſer Bewegung von einer Stelle zu der andern, ſich immer parallel. Denn es iſt ein algemeines Geſetz, daß die Würkungen verſchiedener Körper, oder verſchiedener Theile eben des Körpers in einander, und die dadurch hervorgebrachten Bewegungen eines jeden in Anſehung der übrigen, durch eine allen dieſen cörperlichen Theilen beygebrachte gemeinſchaftliche Bewegung, wie dieſe eben beſchrieben worden iſt, nicht geändert werde. Und wenn wir einen Körper dergeſtalt in die Luft werfen, daß er ſich zugleich drehen muß, ſo können wir in dieſer Bewegung keine Veränderung merken, ohngeachtet derſelbe von der Schwere gezwungen wird einen Bogen zu beſchreiben: weil dieſe Kraft, nach geraden Linien die ſämtlich einander parallel unterwärts laufen, in alle Theile des Körpers gleich ſtark würket.

§. 994. Es würden demnach auch die Axen der Planeten, um welche ſie ſich drehen, bey der Bewegung derſelben rings um die Sonne, aufs genauſte in ihrer Lage verharren, und jede derſelben ſich ſelbſt immer parallel bleiben; wenn alle Puncte eben des Planeten gleich ſtark von der Sonne gezogen würden, das iſt, wenn die anziehende Kraft der Sonne jedem dieſer Puncte eben die Geſchwindigkeit

T. XIII. F. 189. keit gegen dieſelbe beybrächte: und mit den anziehenden Kräften der übrigen himliſchen Körper hat es eben die Bewandniß. Ja ſelbſt bey der Verſchiedenheit des Zugs, welchen der verſchiedene Abſtand verſchiedener Theile des Planeten von dem Mittelpuncte der Sonne verurſachen muß, kan man ſich dieſen von einer ſolchen Beſchaffenheit ſeiner Theile, und von einer ſolchen Geſtalt und Stellung gegen die Sonne einbilden, daß dadurch aller Einfluß, welchen dieſer verſchiedene Zug auf die Lage ſeiner Axe haben könte, gänzlich vernichtet werden muß. Man denke ſich eine völlig runde Kugel, welche in eben der Entfernung von dem Mittelpuncte überal gleich dichte iſt, und laſſe ſich dieſelbe in einer beliebigen Entfernung von der Sonne, um einen ihrer Durchmeſſer, welchen man wählen wil, herumdrehen, ſo hat man einen Planeten, welcher bey aller Verſchiedenheit des Zugs der Sonne, welche von der verſchiedenen Entfernung der verſchiedenen Theile der Kugel von dem Mittelpuncte der Sonne herrühret, doch immer fortfahren wird, ſich um eben den Durchmeſſer als ſeine Axe zu drehen. Beyde Umſtände treffen bey der Erde beynahe zu. Dieſelbe iſt ſo klein, daß ihr Durchmeſſer, welches der gröſte Unterſchied iſt, um welchen einige Theile derſelben mehr oder weniger von der Sonne entfernet ſeyn können als andere, in Anſehung der ganzen Entfernung kaum in Betrachtung komt: und ihre Geſtalt komt einer volkommenen Kugel gar nahe. Zwar trägt auch der Mond das ſeinige zur Veränderung der Lage der Erdaxe bey, und dieſer ziehet, bey ſeiner geringen Entfernung von derſelben, einige Theile der Erde viel ſtärker als andere. Es wird aber überhaupt dieſer Zug durch die geringe Maſſe des Mondes ſehr gemäßiget; und was die übrigen Planeten bey der Sache thun können, iſt noch viel weniger. Alles dieſes macht die Veränderung der Lage dieſer Achſe gering genug, und läßt ſie erſt nach einer Zeit von etlichen Monathen oder Jahren merklich werden.

§. 995. Was aber den Mond und die Sonne anlangt, ſo iſt an einer ſo gar genauen Beſtimmung der Lage ihrer Axen ſo viel nicht gelegen. Wir können alſo, wenn auch dieſelben viel ſtärkeren Veränderungen unterworfen ſeyn ſolten, als die Axe der Erde, dieſe gar wol bey Seite ſetzen, und bey der Erforſchung der eigentlichen Lage derſelben, vorausſetzen, daß dieſe, wo nicht beſtändig, doch einige Monathe oder Jahre nach einander, eben dieſelbe bleibe. Die Art aber, die Winkel, welche jede dieſer Axen mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet, die Puncte des Himmels nach welcher ſie gerichtet iſt, und die Zeit des Umlaufs um dieſelbe

dieſelbe mit einer hinlänglichen Zuverläßigkeit auszumachen, wird auch die Mittel aufklären, deren man ſich bey der Beſtimmung der Lagen der Axen des Jupiters, des Mars und der Venus, ſamt den Zeiten des Umlaufs dieſer Planeten bedienen konte. T. XIII. F. 189.

Der Mond drehet ſich würklich um ſeinen Mittelpunct.

§. 996. Der Mond erſcheinet uns, auch wenn wir ihn mit den bloſſen Augen anſehen, ſehr fleckicht. Betrachten wir ihn aber durch ein gutes Fernrohr, ſo finden wir nicht nur groſſe Strecken ſeiner Oberfläche viel dunkler als andere: ſondern es zeigen ſich auch in beyden verſchiedene kleine Plätze, die gar merklich heller ſind als alles übrige, und bey der gegenwärtigen Unterſuchung gar wohl als Merkmale gebraucht werden können: wie denn auch dieſe Plätze, ſo wohl als die übrigen vorzüglich in die Augen fallenden Theile des Monds, durch beſondere Nahmen von einander unterſchieden werden. Die meiſten dieſer Flecken erſcheinen uns zu jeder Zeit gleich deutlich, wenn nur unſere Luft rein iſt, und ſie ein hinlängliches Licht von der Sonne empfangen. Nur einige wenige dem Rande des Mondes nahe liegende Theile ſeiner Oberfläche entziehen ſich öfters unſerm Geſichte, indem andere an der entgegengeſetzten Seite, die vorher unſichtbar waren, zum Vorſchein kommen, und die, welche in oder bey dem Mittelpuncte der Mondſcheibe geſehen wurden, ſich dem Umkreiſe nähern: und zwar ſo, daß dieſe ganze Veränderung von nichts andern herrühren kan, als daß eben die Seite des Monds, obwohl gröſtentheils, jedoch nicht völlig, gegen die Erde gekehret bleibt; ſondern es das Anſehen hat, als ob ſich derſelbe herumwenden, und uns auch ſeine von der Erde abgekehrte Hälfte zeigen wolte. Dieſe beſtändige Heiterkeit, welche wir an dem Monde wahrnehmen, widerſpricht einem Dunſtkreiſe, welcher denſelben ſo, wie die Luft die Erde einhüllen ſolte, augenſcheinlich: noch vielweniger aber läſt uns die unmerklich kleine Brechung der Strahlen, die bey dem Monde vorbeygehen, und das plötzliche Verſchwinden und wieder Erſcheinen der Fixſterne, die von demſelben von Zeit zu Zeit bedecket werden, an etwas dergleichen gedenken. Wie wir denn auch an der uns ſichtbaren Oberfläche des Monds keine Spuren von Seen oder Flüſſen entdecken; obwohl einige mehr dunkele Flecken deſſelben den Nahmen der Meere bekommen. Denn wenn wir auf die Schatten Acht haben, welche bey dieſem oder jenem Stande der Sonne einige Theile deſſelben auf die übrigen werfen können, ſo ſehen wir deutlich,

T. XIII. F. 189. lich, daß die Oberfläche des Mondes von der Oberfläche einer vollkommen genauen, gedruckten oder etwas länglichten Kugel durchaus abweiche: und daß an gar vielen Stellen dieſer Körper ſehr bergicht ſey. Die Spitzen dieſer Berge erſcheinen uns da, wo der erleuchtete Theil aufhöret, von den übrigen abgeriſſen, weil ſie erleuchtet werden, indem das an denſelben gegen die Sonne zu liegende Thal noch mit Schatten bedecket iſt. Man hat ſich dieſes Mittels bedienet, die Höhe der Berge des Mondes zu berechnen, und dadurch gefunden, daß ſie kaum niedriger ſind, als die höchſten der unſrigen.

Beobachtungen, welche die Pole des Mondes beſtimmen.

§. 997. Da der Mond, indem er um die Erde ringeherum gehet, beynahe immer die nehmlichen Puncte ſeiner Oberfläche gegen die Erde richtet: ſo iſt kein Zweifel übrig, ob er ſich auch, in Abſicht auf den unendlichen Raum, um ſeinen Mittelpunct herumdrehe: und es ſind nur die angezeigten Umſtände dieſer Bewegung auszumachen. Dieſes aber kan alſo geſchehen. Man bemerket an drey verſchiedenen, ſo weit als es ſich thun läßt, von einander entferneten Tagen eben des Monaths, wie viel der Ueberſchuß der Abweichung von unſerm Gleicher eines der merklichſten Puncte der Oberfläche des Monds, über die Abweichung des Mittelpuncts ſeiner Scheibe, oder der Ueberſchuß dieſer letztern Abweichung über die erſtere, von eben dem Gleicher betrage, und erforſchet zugleich den Vorſprung des einen dieſer Puncte vor dem andern, ſamt den eigentlichen Zeitpunct jeder dieſer drey Beobachtungen. Hieraus berechnet man den Unterſchied der Längen des in der Oberfläche des Monds angenommenen Puncts, und des Mittelpuncts deſſelben, welche man ihnen zuſchreiben würde, wenn man ſie aus dem Mittelpuncte der Erde betrachten könte, wie auch den Unterſchied der Breiten eben der zween aus dem Mittelpuncte der Erde betrachteten Puncte, und auch dieſes für jede drey der gemachten Beobachtungen. Dieſe Unterſchiede werden klein genug ausfallen, und können immer durch Secunden angegeben werden.

§. 998. Nun iſt es nöthig auch die Längen und Breiten zu finden, mit welchen ein in den Mittelpunct des Mondes geſetztes Auge eben das in der Oberfläche deſſelben angenommene Punct in dem Augenblicke einer jeden der drey Beobachtungen geſehen haben würde, wenn dieſer Körper durchſichtig wäre; welches, wenn nur auch die Gröſſe des Winkels bekant iſt, in welchen dem in den Mittelpunct

telpunct der Erde geſetzten Auge in eben den Zeitpuncten der halbe Durchmeſſer des Monds erſcheinet, alſo geſchehen kan. Es wird in einer Ebene das Punct T (*Tab. XIII. Fig.* 190.) angenommen, welches die Mitte der Mondſcheibe vorſtellen ſoll, wie wir dieſe aus dem Mittelpuncte der Erde ſehen würden, und zugleich den Ort der gegen uns gekehrten Oberfläche des Mondes angiebt, in welchem eine von den Mittelpuncte deſſelben nach dem Mittelpuncte der Erde gezogene gerade Linie jene Oberfläche durchſticht; ſo daß ein in dieſen Punct der Oberfläche des Monds geſetztes Auge die Erde in ſeinem Zenit ſehen müſte. Um dieſen Punct T wird mit einem Radius von ſo vielen Theilen eines an ſich willkührlichen Maaßſtabes, als viele Secunden zur Zeit der Beobachtung, mit welcher man eben beſchäftiget iſt, in dem ſcheinbaren Halbmeſſer des Monds enthalten waren, der Umkreis eines Cirkels $APBQ$ beſchrieben, und vermittelſt der Durchmeſſer PQ, AB in ſeine vier Quadranten getheilet. Einer dieſer Durchmeſſer PQ wird als ein Theil des durch den Mittelpunct des Monds gehenden Breitenkreiſes betrachtet: wodurch der andere AB zu einem Theile eines der Ecliptic parallel liegenden kleinern Cirkels der Himmelskugel wird, deſſen Fläche, indem ſie den Mond durchſchneidet, in der Oberfläche deſſelben einen andern Kreis verzeichnet, welchen man die Ecliptic deſſelben nennen kan, weil ſeine Fläche, ins unendliche erweitert, mit der eigentlichen Fläche der Ecliptic zuſammenfält. Die Pole dieſer auf den Mond in unſern Gedanken verzeichneten Ecliptic ſind P, Q, und es können auf derſelben die Längen der verſchiedenen Puncte des Mondes eben ſo angegeben werden, wie dieſes bey einer Erdkugel auf dem Gleicher geſchiehet: da denn die Breiten eben der Puncte auf die Cirkelbogen fallen, welche von dieſer Ecliptic nach einem der Pole P, Q dergeſtalt laufen, daß ſie, bey ihrer Ergänzung, auch durch den andern hindurchgehen. Die gerade Linie AB iſt der orthographiſche Entwurf dieſer Ecliptic, wie PQ der Entwurf desjenigen Breitenkreiſes, welcher durch T gehet. Auch PAQ, PBQ ſind die Entwürfe zwoer Hälften eines eben dergleichen Kreiſes, welcher zugleich den gegen den Mittelpunct der Erde gekehrten Theil des Mondes von dem davon abgekehrten, wenigſtens beynahe, abſondert. Die Entwürfe der übrigen Breitenkreiſe ſind Ellipſen, die ſämtlich die PQ zu ihrer gröſſern Axe haben, wie bey der Erde die Mittagskreiſe. Wir müſſen uns hier in Acht nehmen, die Längen und Breiten der verſchiedenen Flecken des Monds, wie ſie von der Erde geſehen werden, mit denjenigen, welche wir

T. XIII. F. 190.

T. XIII. F. 190. ihnen zuſchreiben würden, wenn wir uns auf den Mond verſetzen, oder die verſchiedenen Theile ſeiner Oberfläche aus deſſen Mittelpunct betrachten könten, nicht zu verwirren.

Schlüſſe aus der beſchriebenen Zeichnung.

§. 999. Bisher war die Rede von den erſtern. Sol nun aber die in dem zweiten Verſtande genommene Länge und Breite zu dem Puncte des Mondes *M* gefunden werden, deſſen von dem *T* an gerechnete Länge und Breite an dem Himmel, wie ſie von der Erde geſehen wird, aus der Beobachtung bekant iſt: ſo werden aus dem angenommenen Maaßſtabe, ſo viele Theile von *T* auf die *TP*, getragen, als viele Secunden in dem Ueberſchuſſe der Breite des Puncts *M* über die Breite des *T* enthalten ſind, wenn nehmlich der Pol *P* der nordliche, und die Breite des *M* die gröſſere iſt. Denn wäre die Breite des *T* die gröſſere, ſo müſte dieſe Zahl der Theile von *T* nach *Q* geſetzt werden. Eben ſo wird auch der Unterſchied der Längen der beyden Puncte *T* und *M*, von eben dem *T*, auf die *AB*, und zwar nach der Morgenſeite *A*, oder nach der Abendſeite *B* getragen, nachdem dieſe oder jene Länge die gröſſere iſt; und man kan ſich dabey, ohne einen groben Fehler, eben des Maaßſtabes bedienen, wiewohl eigentlich dazu ein anderer gebraucht werden ſolte, deſſen Theile, welche die Secunden vorſtellen, etwas kleiner ſind; weil *AB* nicht die Ecliptic des Himmels ſelbſt, ſondern einen ihr parallel liegenden kleinern Cirkel vorſtellet, ſo weit dieſer in die Scheibe des Monds fält. Sind auf dieſe Art die Puncte *C* und *D* bezeichnet, ſo vollendet man das Rechteck *CD*, deſſen Ecke *M* der orthographiſche Entwurf des beobachteten Puncts, wenigſtens ohne einen ſonderlichen Fehler, ſeyn wird.

§. 1000. Stellet man ſich nun, durch das dergeſtalt gefundene Punct *M*, und durch die beyden Pole *P*, *Q* die Hälfte der Ellipſe *PMQ* vor, welche *TE* zu ihrer kleinern Axe bekömt; denn es iſt nicht nöthig dieſe Ellipſe würklich zu beſchreiben: ſo iſt eben die *TE* der Entwurf der von dem Puncte *T* gerechneten Länge des Puncts *M*, welche geſucht wird; und alſo *TE* der Sinus derſelben, zu dem Radius *TB*. Es wird alſo dieſe Länge durch die Verhältniß *TE* : *TB* ſogleich gegeben; und da dieſe Verhältniß *TE* : *TB* der *CM* : *CN* gleich iſt, ſo kan die verlangte Länge, durch die bloſſe Verlängerung der *CM* bis an den Umkreis des Cirkels *APBQ*, alsbald gefunden werden, weil dadurch die Verhältniß ihres

T. XIII. F. 190.

ihres Sinus zum Radius gegeben wird. Was aber die Breite eben des Puncts anlangt, ſo iſt der Entwurf derſelben der elliptiſche Bogen *EM*. Dieſer aber hält ſo viele Grade und deren Theile, als *BN*, welcher von eben der verlängerten *CM* abgeſchnitten wird, und der Sinus dieſes *BN* verhält ſich zu dem Radius wie *TC* zu *TP*. Zu eben dem Bogen *BN* iſt *CN* der Coſinus: oder der Sinus des Bogens *PN*, um welchen der Punct *M* von dem Pole *P* abweichet.

§. 1001. Es iſt andem, daß dieſe Arbeit nicht die volkommenſte Richtigkeit geben kan, da die von dem Mittelpuncte der Erde durch den in der Oberfläche des Mondes angenommenen Punct *M* gezogene Linie, der von dannen nach *T* gezogenen nicht völlig parallel iſt; und alſo der Entwurf des Mondes auf die Fläche, welche den gegen die Erde gekehrten Theil deſſelben von den übrigen abſondert, welchen Entwurf wir würklich machen, indem wir dieſen Körper anſehen, nicht völlig orthographiſch ſeyn kan. Es iſt aber der Fehler, welchen wir begehen, indem wir ſtatt des perſpectiviſchen einen orthographiſchen Entwurf annehmen, gering genug, inſonderheit bey denjenigen Puncten der Oberfläche des Monds, die nicht weit von deſſen Mittel *T* entfernet ſcheinen; und dergleichen Puncte ſind bey der gegenwärtigen Unterſuchung die vortheilhafteſten, weil die Wege, welche ſie nehmen, indem ſich der Planet herumdrehet, der Fläche des Entwurfs beynahe parallel ſind, und alſo am meiſten in die Augen fallen. Auſſerdem wäre es leicht den Ort des Puncts *M* in dem Entwurfe zu verbeſſern, und man dürfte ihn zu dem Ende, nur, nach den bey dem Entwurfe der Erde (617) gegebenen Gründen, in der verlängerten *TM* etwas weiter von *T* entfernen, da denn nicht nur die Zeichnung richtiger ausfallen würde, ſondern auch auf dieſelbe eine genaue Rechnung gegründet werden könte. Es erfordert aber unſer Zweck dergleichen Weitläuftigkeiten keinesweges. Das einzige iſt noch anzumerken, daß da der Ort der Ecliptic, in welchem die Erde aus dem Monde geſehen wird, in jedem Zeitpuncte demjenigen gerade entgegen ſtehet, in welchem alsdann die Erde den Mond ſiehet; man die Länge des in der Oberfläche des Monds, und in der von dem Mittelpuncte deſſelben nach dem Mittelpuncte der Erde lauffenden Linie, liegenden Puncts *T*, immer wiſſen könne. Man kan alſo, indem man den gefundenen Unterſchied der Längen der Puncte *T* und *M*, zu jener hinzuſetzet, oder davon abziehet, auch die Länge des Puncts *M* finden; das iſt, die Stelle der Ecliptic, in welcher uns dieſes Punct *M* erſcheinen würde, wenn wir aus dem Mittelpuncte des

T. XIII. F. 190. Mondes darnach ſehen könten. Dieſe Längen des angenommenen Puncts *M* nun, ſamt den dazu gehörigen Entfernungen von einem der Pole *P* oder *Q*, müſſen für jeden der drey Zeitpuncte gefunden werden. Der berühmte Tob. Meyer ſetzt die in drey verſchiedenen Zeitpuncten von ihm beobachteten Längen und Breiten des mit dem Nahmen Manilius belegten Flecken alſo an:

	I.			*II.*			*III.*		
Zwiſchen Zeit	0^{d}.	0^{h}.	0′.	8^{d}.	2^{h}.	42′.	5^{d}.	1^{h}.	30′.
Länge	0^{s}.	14°.	42′.	4^{s}.	1°.	19′.	6^{s}.	7°.	24′.
Entfernung ꝛc.		76,	55		75,	46		74.	4.

Die Pole des Mondes zu entdecken.

§. 1002. Vermittelſt dieſer Zahlen kan nun einer der Pole, von welchen angenommen wird, daß ſich der Mond um dieſelbe drehe, ſamt der Lage der Axe dieſer Bewegung, vermittelſt eines ſtereographiſchen Entwurfs des Mondes gefunden werden. Das Auge wird in denjenigen Pol der Ecliptic geſetzt, von welchem der angenommene Flecken am wenigſten abweichet, und dieſer iſt zu dem *T. XIII. F.* 191. Manilius der mitternächtige *P*. Der (*Tab. XIII. Fig.* 191.) in der Fläche des Entwurfs zum Mittelpuncte gemachte *P* iſt der Entwurf dieſes Pols; und der um denſelben beſchriebene Kreis *ABCD* ſtellet die Ecliptic vor, die wir uns in der Oberfläche des Mondes gezeichnet einbilden. Dieſer Kreis *ABCD* kan nicht zu groß gemacht werden, und erſcheinet in der Zeichnung viel zu klein. Er wird in die zwölf gewöhnliche Zeichen getheilet, und man kan in dieſer Arbeit weiter gehen, wenn man die Grade und Minuten der Zeichen nicht lieber durch einen guten Winkelmeſſer angeben will. Die Breitencirkel, welche ſich auf dieſe Ecliptic und den Pol *P* beziehen, werden den Geſetzen der ſtereographiſchen Entwürfe gemäß, durch die Halbmeſſer dieſer Ecliptic vorgeſtellet, deren jeder von dem Mittelpuncte nach demjenigen Puncte des Umkreiſes läuft, welches die Länge angiebt, zu welcher die auf demſelben anzugebende Breite gehöret. Und damit auch dieſes richtig geſchehen könne, wird einer dieſer Halbmeſſer *PD* in die ungleichen Theile getheilet, welche die Zahl der Grade der Ergänzung der Breite angeben, die jeder bey *P* anfangende Theil dieſes *PD* vorſtellet. Wie dieſe Theilung verrichtet werde, iſt bey der Betrachtung der ſtereographiſchen Entwürfe geſagt worden; und es iſt die Theilung für jeden Halbmeſſer eben dieſelbe.

§. 1003. Nach dieſer Vorbereitung wird bey *e* die Länge von 0^{s}, 14°, 42′ angemerket, welche der Flecken Manilius in der erſten Beobachtung hatte, bey *f* die Länge der zweyten Beobachtung von 4^{s}, 1°, 19′, und bey *g* die Länge der dritten, welche 6^{s}, 7°, 24′ betrug. Nach jedem dieſer Puncte *e*, *f*, *g* wird von *P* ein Radius gezogen, und es werden auf den erſten derſelben *Pe* von dem *P* in *E* ſo viele, von eben dem Puncte nach *D* gezählte Theile des *PD* getragen, als viele die erſte Ergänzung der Breite angiebt, welche 76 Grade und 55 Minuten enthielte. Auf eben die Art wird auch in der *Pf* das Punct *F* bemerket, indem man die *PF* ſo vielen Theilen des *PD* gleich machet, als die zweyte Ergänzung von 75°, 46′ angeben, und bey der Beſtimmung des Puncts *G*, zu welchem die dritte Ergänzung, nehmlich 74°, 4′ gehört, wird nicht anders verfahren. Damit ſind die Stellen, welche der Flecken nach und nach in den drey Beobachtungen hatte, auf die Fläche der Ecliptic in *E*, *F*, *G* entworfen, und es wird gewiſſermaaſſen durch die Lage der Puncte *E*, *F*, *G* und ihre Ordnung die Bewegung des Manilius vorgeſtelt. Es muß nehmlich der Entwurf des Weges, welchen dieſer Flecken beſchreibt, indem ſich der Mond um ſeine Axe herumdrehet, durch die drey Puncte *E*, *F*, *G* hindurch gehen. Nun iſt dieſer Weg ein Cirkelkreis; und der ſtereographiſche Entwurf eines in der Oberfläche einer Kugel gezeichneten Cirkels iſt immer wieder ein Cirkel. Man darf alſo nur, wie in der Geometrie gelehret wird, den Mittelpunct dieſes Cirkels *Q* ſuchen, um ſich in den Stand zu ſetzen dieſen Entwurf durch *E*, *F*, *G* würklich zu verzeichnen. *T. XIII. F.* 191.

§. 1004. Obwohl unſere Zeichnung ſehr klein iſt, ſo zeiget ſie doch deutlich genug, daß der zu den angegebenen Beobachtungen gefundene Mittelpunct *Q* von dem Pole der Ecliptic *P* entfernet ſey. Nun iſt dieſer *Q* zwar nicht der genaue Entwurf des einen Pols des Mondes, aber doch in dem gegenwärtigen Falle, da *PQ* ſehr klein iſt, von demſelben ſo wenig entfernet, daß man *Q* ohne merklichen Fehler für den Entwurf des Pols, und alſo *PQ* für die Vorſtellung der Abweichung deſſelben von dem Pole der Ecliptic *P*, annehmen kan. Wenn man alſo dieſe *PQ* von *P* auf die *PD* träget, ſo wird die Zahl der Grade und deren Theile, welche dieſe Abweichung ausmachen, ſogleich entdecket. Genauer aber und den Gründen gemäß, wird die Lage der Axe des Mondes in Abſicht auf die Fläche der Ecliptic folgender Geſtalt gefunden.

T. XIII. F. 191. §. 1005. Man ziehe durch *P* und *Q* den Durchmeſſer *MN*, und verlängere denſelben bis an den äuſſern Cirkel, welchen er in den Puncten *m*, *n* erreichen wird. Bey der ſo gar kleinen Entfernung des Puncts *Q* von *P*, kan dieſes freylich nicht mit einer ſo zuverläßigen Richtigkeit geſchehen, daß wir bey der Beſtimmung der Puncte *m* und *n* in den Umkreis des Cirkels *ABCD* vor einen Fehler von ein paar Graden ſicher wären. Eine gröſſere Zeichnung aber wird dieſe Ungewißheit gar ſehr vermindern. Hier müſſen wir die ſo gut als wir konten gezogene *MN* als vollkommen richtig annehmen, und alsdenn gehet ſie nicht nur durch den Entwurf des Pols der auf den Mond verzeichneten Ecliptic *P*, ſondern auch durch den Entwurf des geſuchten Pols des Mondes, obwohl dieſer von dem Mittelpuncte *Q* etwas verſchieden iſt. Es ſtellet alſo dieſe in *m*, *n* verlängerte *MN* einen Kreis vor, welcher völlig mit demjenigen übereinkomt, welchen man bey der Erde den Colur der Wendkreiſe nennet. Demnach ſind die Puncte *m* und *n* für den Mond die Wendpuncte, deren erſteres *n* unſere kleine Zeichnung beynahe in den 10ten Grad des Stiers, das andere *m* aber in den zehnten Grad des Scorpions ſetzet. Von dieſem *m* iſt der Punct, in welchem die Ecliptic von dem Gleicher des Mondes dergeſtalt geſchnitten wird, daß jene anfängt ſich über dieſen nach der mitternächtigen Seite zu erheben, um drey Zeichen entfernet. Es fällt alſo dieſes Punct, welches ein Bewohner des Monds mit eben dem Rechte für den Anfang der Ecliptic annehmen könte, als die Bewohner der Erde den Widder zum erſten Zeichen machen, nach der gegenwärtigen Zeichnung in den zehnten Grad des Waſſermanns, welches ſeine Länge auf 10^s, 10° ſetzet. Der aufſteigende Knote der Mondbahn hatte zur Zeit der Beobachtung ohngefehr die Länge von 10^s, 9° dieſe iſt alſo nur um einen Grad kleiner als jene; welcher Unterſchied gar wohl als ein Fehler der viel zu kleinen Zeichnung angeſehen werden kan. Denn genauere Schlüſſe entfernen dieſe zween Puncte kaum weiter von einander; und ſie werden deswegen, und weil eine völlig genaue Beſtimmung ſchwerlich möglich iſt, für völlig einerley gehalten.

§. 1006. Nun wird der Winkel, welchen die Fläche der Ecliptic mit der Fläche des Gleichers des Monds einſchlieſſet, oder die Abweichung des Pols der Ecliptic von dem Pole des Gleichers, deren Entwurf ohne einen ſichtbaren Fehler die *PQ* vorſtellet, alſo gefunden. Die vermittelſt des Maaßſtabes *PD* zu entdeckende Zahl der Grade des in *MP* entworfenen Bogens iſt 74. Der in

PN

PN entworfene Bogen aber mag deren 77 und etwas drüber enthalten. Beyde T. XIII. F. 191. Bogen zuſammen geben den in MN entworfenen, welcher von dem Pole des Gleichers, von welchem die Rede iſt, gleich getheilet wird. Es kan alſo geſetzt werden, $MN = 151^\circ, 12'$, und alſo, wenn Q dieſen Pol in ſeiner völligen Richtigkeit bedeutet, $MQ = NQ = 75^\circ, 36'$, wovon $MP = 74^\circ$ abgezogen die Abweichung $PQ = 1^\circ, 36'$ übrig läſt. Durch eine viel gröſſere Arbeit ſind nur einige wenige Minuten mehr oder weniger herausgebracht worden.

Die Zeit eines Umlaufs.

§. 1007. Bey einer ſo geringen Abweichung der Fläche des Gleichers des Mondes von der Fläche der Ecliptic wird der Bogen, welchen ein Flecken deſſelben in einer gewiſſen Zeit um ſeine Axe beſchreibet, genau genug durch die Zahl der Grade und Minuten gemeſſen, um welche eben der Flecken ſeine Länge, wie dieſe einem in den Mittelpunct des Mondes geſetzten Auge erſcheinet, in eben der Zeit verändert. Da nun nach der (1001) angenommenen Beobachtung der Flecken Manilius in einer Zeit von 8 Tagen, 2 Stunden und 42 Minuten, das iſt, in 11682 Minuten, ſeine Länge mit $3^s, 16^\circ, 37'$, oder 6397 Minuten vermehret; und in der Zeit von 5 Tagen 1 Stunde und 30 Minuten, oder 7290 Minuten um $2^s, 6^\circ, 5'$, welches 3960 Minuten beträgt: zu den drey Zahlen 11682, 6397, 7290 aber die vierte Proportionalzahl 3991 iſt, welche von 3960 ſo ſehr nicht abweichet; ſo machet dieſe Rechnung es ſehr wahrſcheinlich, daß das Drehen des Mondes um ſeine Axe gleichförmig ſey, welches durch eine genauere Rechnung beſtätiget wird. Bey ſo geſtalten Sachen iſt kaum zu zweifeln, daß die Bewegung des Mondes, welche wir hier betrachten, wie alle andern dieſer Art, nachdem ſie demſelben einmal beygebracht worden iſt, blos durch ſeine Trägheit unterhalten werde; und daß dabey ſeine Axe, und der mit dieſer verbundene Gleicher nicht weiter von ihren Lagen abweichen, als nothwendig geſchehen muß, wenn die zwo Linien, in deren einer die Fläche der Ecliptic von der Fläche des Gleichers des Mondes, in der andern aber von der Fläche ſeiner Bahn geſchnitten wird, einander parallel bleiben ſollen. Erſt nach vielen Jahren kan es ſich zeigen, ob hierinnen eine Veränderung vorgehe, und was es damit vor eine Bewandniß habe. Die bisherigen Beobachtungen ſind nicht hinlänglich, uns hierinne eine völlige Gewißheit zu geben.

T. XIII. F. 191. §. 1008. Wenn aber angenommen wird, daß die Linie, in welcher die Fläche der Ecliptic von der Fläche des Gleichers des Mondes geſchnitten wird, immer der Knotenlinie ſeiner Bahn parallel ſey; ſo kan die in der Oberfläche deſſelben gezeichnete Ecliptic, der wir uns bisher bedienet haben die Stellen der Flecken anzugeben, unmöglich beſtändig durch eben die Puncte dieſer Oberfläche hindurchgehen. Die Puncte, in welchen dieſe auf den Mond gezeichnete Ecliptic von deſſen Gleicher geſchnitten wird, gehen bey ſo geſtalten Sachen mit den Knoten ſeiner Bahn zugleich zurück, und kommen endlich, in beynahe neunzehn Jahren, ganz herum, indem zugleich der Pol des Mondes um den Pol dieſer Ecliptic den kleinen Cirkel beſchreibet, deſſen Umkreis von dem letztern Pole um ohngefehr 1 Grad und 36 Minuten abweichet. Da nun der Pol des Mondes unbeweglich an demſelben haftet, und alſo der Gleicher deſſelben immer durch die nehmlichen Puncte ſeiner Oberfläche hindurchgehet: ſo müſſen die Puncte dieſer Oberfläche nothwendig, nach einer gar nicht langen Zeit, in Abſicht auf die Ecliptic und die Pole derſelben, eine ganz andere Lage bekommen. In ſo ferne iſt die auf den Mond gezeichnete Ecliptic einer beſtändigen Veränderung unterworfen, und alſo nicht geſchickt die Lage der Flecken deſſelben auf eine Art zu beſtimmen, die ohne Weitläuftigkeit zu allen Zeiten gebraucht werden könte. Man muß, wenn dieſes ſchicklich geſchehen ſoll, ſich an den Gleicher des Mondes und deſſen Pole halten, und ſich durch dieſe Pole einen Mittagskreis vorſtellen, welcher zugleich durch das Punct der Oberfläche, deſſen Stelle anzugeben iſt, hindurchgehe. Alsdann kan, vollkommen ſo wie bey der Erdbeſchreibung gewöhnlich iſt, die Breite des Puncts auf dieſem Mittagskreiſe, von dem Gleicher nach dem nächſten Pole zu, genommen werden. Den Unterſchied der Längen zweener dergleichen Puncte aber wird der Theil des Gleichers angeben, welcher zwiſchen den durch dieſelben gelegten Mittagkreiſen enthalten iſt: und es hindert nichts einen dieſer Mittagkreiſe, der ſich vorzüglich dazu ſchicket, für den erſten anzunehmen, um von denſelben die Längen ſelbſt anzufangen.

§. 1009. Auf dieſe Eintheilung gründet ſich eigentlich die genaue Rechnung, aus welcher die Gleichförmigkeit des Drehens des Mondes um ſeine Axe geſchloſſen wird: wie auch die Berechnung der Zeit, in welcher er mit dieſer Bewegung ganz herumkömt. Wiewohl auch daraus, daß uns ein groſſer Theil der Oberfläche des Mondes nie zu Geſichte komt, geſchloſſen werden kan, daß dieſe

Zeit derjenigen, in welcher er ſeinen Umlauf um die Erde verrichtet, gleich ſeyn, und alſo 27 Tage 7 Stunden, 43 Minuten und 5 Secunden betragen müſſe. Denn wäre jene Zeit gröſſer oder kleiner als dieſe, ſo müſte der Mond nach vielen Jahren einen Theil ſeiner von uns abgekehrten Oberfläche gegen uns gewendet, und einen Theil der uns anfänglich ſichtbaren, unſerm Geſichte entzogen haben. Aus dieſem Drehen des Monds um ſeine Axe, und aus derjenigen Bewegung, mit welcher ſein Mittelpunct rings um die Erde herumgehet, folget nun die Erſcheinung, nach welcher wir die verſchiedene Flecken deſſelben nicht immer an eben der Stelle ſeiner Scheibe, ſondern bald in einer kleinern bald in einer gröſſern Entfernung von dem Rande dieſer Scheibe, oder ihren Mittelpuncte antreffen, und von Zeit zu Zeit an der einen Seite deſſelben uns einige Flecken verſchwinden, indem an der entgegengeſetzten andere zum Vorſchein kommen. *T. XIV. F.* 191.

Länge des Mittelpuncts der Mondſcheibe.

§. 1010. Die Fläche der 192ſten Zeichnung ſey die Fläche des Gleichers des Mondes, und in derſelben *O* der orthographiſche Entwurf eines Auges, welches von der Oberfläche der Erde nach dem Monde ſiehet: welches Auge man ſich demnach in der geraden Linie vorſtellen muß, die durch *O* der Fläche des Blattes perpendicular ſtehet. *L* ſey der Mittelpunct des Mondes, oder der orthographiſche Entwurf deſſelben in eben der Fläche, und der um dieſen Punct *L* beſchriebene kleine Kreis, der Entwurf ſeines Gleichers: da denn die Axe deſſelben, durch das Punct *L*, der nehmlichen Fläche des Blattes perpendicular ſeyn wird. Wenn man nun durch dieſe Axe und durch *O* eine andere Fläche leget, ſo wird dieſe Fläche auch ſelbſt der Fläche des Entwurfs perpendicular, und gehet durch den eigentlichen Ort des Auges. Sie ſchneidet zugleich den Körper des Mondes, und bezeichnet dadurch in deſſen Oberfläche denjenigen ſeiner Mittagskreiſe, deſſen Fläche durch das Auge gehet, welchen Mittagskreis alſo dieſes Auge ſich als eine der geraden Linie vorſtellet, die durch den Mittelpunct der ihr erſcheinenden Mondſcheibe hindurchgehen. Die von *O* nach *L* laufende *OL* iſt der Entwurf dieſer ſchneidenden Fläche, und *AL* der Entwurf des eben beſchriebenen Mittagskreiſes, welcher durch den Mittelpunct der Mondſcheibe gehet, und in welchem man ſich zugleich da oder dort einen der Flecken des Mondes einbilden kan. *T. XIV. F.* 192.

§. 1011.

T. XIV. F. 192. §. 1011. Wird nun das Punct *O* geändert, welches meiſt immer geſchiehet, wenn man ſich in der Oberfläche der Erde ein anderes den Mond betrachtendes Auge vorſtellet; ſo bekömt auch *OL*, und der Theil derſelben *AL* eine andere Lage, bey welcher ſie mit der zuerſt angenommenen, an dieſer oder jener Seite, einen Winkel einſchlieſſet. Das verſetzte Auge ſetzt den Mittelpunct in einen andern Mittagskreis des Mondes, denjenigen nehmlich, deſſen Entwurf die neue *AL* iſt, und welcher immer, an dieſer oder jener Seite, bey dem in dem erſten angenommenen unbeweglich an der Oberfläche des Monds haftenden Puncte oder Flecken vorbey gehet. Dieſe Veränderung des Mittelpuncts muß nothwendig eine Veränderung in die Scheibe bringen, welche uns dem nach dem Auge gekehrten Theil der Oberfläche des Mondes vorſtellet. Es betrift aber dieſe Veränderung, in ſoferne ſie blos von der Verſetzung des Entwurfs des Auges *O* herrühret, allein die Länge des Mittelpuncts der Scheibe, welche dadurch gröſſer oder kleiner wird, und hat in die Breite derſelben keinen Einfluß. Aus der Horizontparallaxe des Mondes aber, oder dem Winkel, in welchem der halbe Durchmeſſer der Erde von demſelben geſehen wird (528), iſt zu ſchlieſſen, daß dieſe Veränderung der Länge des Mittelpuncts der Mondſcheibe bis an zween Grade ſteigen könne.

§. 1012. Ob wohl alſo bey der Beſtimmung des Mittelpuncts der Mondſcheibe dieſe Art einer Parallaxe, welche von der Gröſſe der Erde herrühret, nicht übergangen werden muß, ſo können wir ſie doch vors erſte bey Seite ſetzen, welches geſchiehet, wenn wir nunmehro annehmen, daß *O* der Entwurf des Mittelpuncts der Erde ſey, und alſo dem Auge ſeine Stelle in der durch dieſen Mittelpunct und durch die Axe des Monds gehenden Fläche anweiſen. Iſt nun der Mond in ſeiner Bahn ſo weit fortgerückt, daß der Entwurf ſeines Mittelpuncts, der anfänglich *L* war, gegenwärtig in *l* fällt: und alſo der um dieſen Punct beſchriebene kleine Kreis deſſen Gleicher vorſtellet; ſo würde, wenn der Mond in der Zeit dieſes Uebergangs aus *L* in *l* ſich um ſeine Axe nicht gedrehet hätte, die Vorſtellung des Mittagskreiſes *LA* in *la* fallen, welche der *LA* durch *l* parallel iſt. Hätte er ſich ſo weit gedrehet, daß nunmehro das an ſeiner Oberfläche haftende Punct ſeines Gleichers *a*, in die *lO* fiele, und alſo der durch das Drehen der *la* beſchriebene Winkel *alO*, dem *LOl*, welchen der Entwurf des Mittelpuncts des Monds bey ſeinem Uebergange aus *L* in *l* um *O* beſchrieben hat, gleich wäre: ſo würde eben der Mittagskreis, welcher durch den Mittelpunct der Mondſcheibe hindurch-

hindurchgehet, noch immer den Gleicher in eben dem Puncte A, a ſchneiden; T. XIV. F. 192. und die Länge dieſes Mittelpuncts würde die vorige ſeyn. Denn der Mittagskreis des Mondes, in welcher dieſer Mittelpunct lieget, iſt kein anderer, als deſſen Fläche durch O gehet. Nun iſt aber der Winkel, welchen die al um das Punct l beſchreibet, dem in eben der Zeit beſchriebenen IOL gar ſelten gleich. Jener Winkel wächſt gleichförmig, und bekomt in jeden gleichen Zeiten gleiche Zuſätze (1009): die Winkel aber, welche der Mond in gleichen Zeiten in ſeiner Bahn um die Erde beſchreibet, haben gar verſchiedene Gröſſen; und dieſe Ungleichheit wird dadurch, daß dieſe Winkel in die Fläche des Gleichers orthographiſch entworfen werden, welches in der gegenwärtigen Vorſtellung geſchehen, und dadurch der Winkel LOl erhalten worden iſt, zwar zuweilen gemindert, aber auch öfters vergröſſert. Wenn alſo der Entwurf des Mittelpuncts des Mondes in einer gewiſſen Zeit aus L in l übergegangen iſt, ſo kan der Winkel alb, welchen der nach Belieben verlängerte Halbmeſſer ſeines Gleichers la indeſſen um l beſchrieben hat, ſowohl gröſſer als kleiner ſeyn, als LOl; wiewohl, da die Zeiten der beyden Umläufe gleich ſind, der Unterſchied eine gewiſſe Gränze nie überſteigen kan; ſondern wieder abnehmen muß, nachdem er dieſelbe erreichet hat. Alsdann aber iſt der Winkel blO derjenige, um welchen in der Zeit des Uebergangs des Puncts L bis in l die Länge des Mittelpuncts der Mondſcheibe vermehret wurde. Denn am Ende dieſer Zeit befindet ſich dieſer Mittelpunct in der lO; das Punct des Gleichers aber, ſo an der Oberfläche des Mondes unbeweglich haftet, a oder A oder ſein Entwurf, fällt in eben dem Zeitpuncte in die lb. Da alſo $alO = lOL$, ſo iſt der Winkel blO, deſſen Maaß die Veränderung der Länge angiebt, der Unterſchied der beyden Winkel LOl und alb, deren erſterer der Mond in der Fläche ſeines Gleichers um die Erde beſchrieben, um den zweyten aber ſich in eben der Zeit um ſeine Axe gedrehet hat. Bey der genauern Betrachtung des Laufs des Mondes werden wir ſehen, daß der Winkel blO bis ohngefehr zu 8 Graden anwachſen könne.

Breite des Mittelpuncts der Mondſcheibe.

§. 1013. Was nun aber die Breite des Puncts anlangt, welches wir, indem wir von unſerm in der Oberfläche der Erde befindlichen Orte nach dem Monde ſehen, zum Mittelpuncte der Scheibe machen, die uns deſſen Oberfläche vorſtellet: ſo ſey nunmehro die Bahn des Mondes, ſamt den übrigen

T. XIV. F. 193. hieher gehörigen Flächen auf eine Ebene entworfen, welcher die Knotenlinie dieſer Bahn perpendicular iſt. Die 193ſte Zeichnung ſey dieſer orthographiſche Entwurf, und in demſelben *N* der Entwurf der Knoten, ſamt der ganzen Knotenlinie, welche man ſich demnach auf die Fläche des Blattes perpendicular vorſtellen muß, wie auch des Mittelpuncts der Erde, durch welchen dieſe Linie hindurchgehet. Die nach Belieben zu verlängernde *AB* ſey der Entwurf der Fläche der Ecliptic, mit welcher die durch eben das Punct *N* gezogene *CD* einen Winkel von 1 Grad und ohngefehr 36 Minuten einſchlieſſet: *ENF* aber ſey der Entwurf der Bahn des Mondes, welches ſeyn wird, wenn der Winkel *FNB* fünf Grade um eine Zahl von Minuten übertrift, die nicht gröſſer iſt, als 18. Alsdenn lieget *CD* der Fläche des Gleichers des Mondes parallel, und der Winkel *FND*, welchen die Fläche ſeiner Bahn mit dieſer *CD* einſchlieſſet, kan beynahe auf 3 Grade und 40 Minuten geſezt werden. Wird nun *FN* für die Entfernung des Monds von der Erde angenommen, oder für den Halbmeſſer ſeiner Bahn, welche wir uns auch hier cirkelrund vorſtellen, und *FD* der *CD* perpendicular gezogen, ſo bekomt, da *NF* aus beynahe 60 Halbmeſſern der Erde beſtehet (530), dieſe *FD* eine Länge von nicht gar vier dergleichen Halbmeſſern. Um ſo viel entfernet ſich der Mittelpunct des Mondes höchſtens von der in *CD* entworfenen Fläche: welcher er, auſſer wenn er ſich in dem bey *F* entworfenen und dem dieſem *F* entgegengeſezten Puncte ſeiner Bahn befindet, immer näher iſt. Denn bey den Puncten dieſer Bahn, deren Entwurf in *L* fällt, iſt *LM* ſeine Entfernung von der Fläche *CD*, welche deſto kleiner wird, je mehr man *L* dem *N* nähert, und bey dem Puncte *N* gar verſchwindet. Mit den in der andern Hälfte der durch die Knotenlinie getheilten Bahn aber hat es eben die Bewantniß, auſſer daß hier der Mond ſich von der Fläche *CD* an der andern Seite entfernet.

§. 1014. Da der Mond bey ſeinem Umlanfe um die Erde ſeinen Gleicher mit ſich nimmet, von welchem geſezt wird, daß er bey dieſem ganzen Umlaufe immer in eine der Flächen falle, die der in *CD* entworfenen parallel ſind; ſo muß, indem derſelbe durch einen der Knoten ſeiner Bahn gehet, deren Entwurf *N* iſt, ſelbſt die *CD* dieſe Fläche vorſtellen, welche zugleich durch den Mittelpunct der Erde gehet, und in der Oberfläche derſelben eine Menge von Stellen angiebt, aus deren jeder der Mittelpunct der Mondſcheibe ohne einige Breite geſehen wird, wiewohl aus einigen mit einer gröſſern und aus andern mit einer kleinern

nern Veränderung ſeiner Länge. Stellet aber L den Ort des Monds in einiger T. XIV. F. 193. Entfernung von dem nächſten Knoten vor, und alſo die durch ſeinen Mittelpunct der CD parallel laufende LG die Fläche ſeines Gleichers: ſo kan zwar dieſe LG die Erde ebenfals treffen, wenn NL klein genug iſt: bey einer gröſſern Entfernung aber wird ſie bey derſelben vorbey gehen. Geſchiehet das erſte, ſo fallen wieder unendlich viele Puncte der Erde in die Fläche des Gleichers des Monds, aus deren jedem der Mittelpunct der Scheibe ohne Breite geſehen wird. In dem zweyten Falle aber iſt kein dergleichen Punct auf dem Erdboden anzugeben: ſondern es ſehen alle Bewohner derſelben den Mittelpunct ihrer Mondſcheibe, auſſer ſeinem Gleicher, einige mit einer kleinern und andere mit einer gröſſern Breite. Und es iſt nicht ſchwer dieſe Breite auszumachen, wenn nur die Entfernung des angenommenen Auges von der Fläche LG bekant iſt.

§. 1015. Denn wenn in der 194ſten Zeichnung L wieder den Mittel- T. XIV. F. 194. punct des Mondes, O aber den in der Oberfläche der Erde irgendwo angenommene Ort des Auges bedeutet: und man ſchneidet den Mond durch ſeine Axe und durch das Punct O vermittelſt einer Fläche, die perpendicular auf die Fläche ſeines Gleichers fallen, und dieſe in einer geraden Linie LP ſchneiden wird; ſo wird in der Oberfläche des Monds der durch den um L beſchriebenen Cirkel vorgeſtelte Mittagskreis bezeichnet, in welchem der Mittelpunct der dem Auge O erſcheinenden Mondſcheibe anzutreffen iſt, und die Breite dieſes Mittelpuncts wird durch das Maaß des Winkels OLP angegeben. Es iſt aber OP die als bekant angenommene Entfernung des Auges O von der Fläche des Gleichers des Monds, die LO aber iſt von der LN der vorigen 193ſten Zeichnung ſehr wenig verſchieden, und kan auf allem Fall auch genauer berechnet werden. Hat man aber dieſe LO, ſo wird in dem bey P rechtwinklichten Dreyecke PLO, aus den zwo Seiten LO und OP, der Winkel OLP allerdings gegeben. Man ſiehet nach einer gar kleinen Ueberlegung, daß die PO die Gröſſe von fünf Halbmeſſern der Erde nie gar erreichen könne, weil ſie nicht gröſſer werden kan als die Summe der FD in der 193ſten Zeichnung, und des Halbmeſſers der Erde. Da der halbe Durchmeſſer der Erde aus dem Monde ohngefehr in einem Winkel von einem Grade geſehen wird, ſo kan die gröſte Breite, welche der Mittelpunct der Mondſcheibe erreichet, beynahe auf fünf Grade geſetzt werden.

T. XIV. F. 194. §. 1016. Auf dieſe Betrachtung nun lieſſen ſich die Rechnungen gründen, vermittelſt welcher die Längen und Breiten eben des Mittelpuncts für jeden gegebenen Zeitpunct, und für jeden Ort des Erdbodens, aus welchem der Mond betrachtet wird, zu finden wäre. Es würde aber der Nutze dieſer Beſtimmung in dem folgenden beſtehen, wobey vorausgeſetzt wird, daß man mit einer Karte, oder welches viel beſſer iſt, mit einer Kugel verſehen ſey, auf welche der Gleicher des Monds, ſamt deſſen Polen gezeichnet, und nach denſelben alle Flecken, die uns an der Oberfläche des Monds erſcheinen, jeder nach ſeiner wahren Länge und Breite, wie dieſe ein geſchickter Bewohner des Mondes angeben würde, geordnet ſind. Würde nun auf dieſer Kugel der für eine gewiſſe Zeit und einen gewiſſen Ort des Erdbodens berechnete Mittelpunct der Scheibe abgeſtochen, und dieſer Punct zum Pole einer Halbkugel gemacht, indem man um denſelben einen ihrer gröſten Cirkel herum beſchriebe: ſo würde der Umkreis dieſes Cirkels nicht merklich gröſſer ſeyn als der zu jener Zeit an demſelben Orte ſichtbare Umkreis der Mondſcheibe, und man würde die Flecken, durch welche dieſer Umkreis hindurchgehet, ſamt der Lage und Ordnung aller übrigen entdecken, ſo daß man in dem Stande wäre, davon eine deutliche Vorſtellung zu machen, als wozu ein orthographiſcher Entwurf der Halbkugel völlig hinlänglich wäre. Bey dem allen wäre dieſe Arbeit mühſam, und von einem geringen Nutzen. Die umſtändliche Entdeckung der Urſachen des ſcheinbaren Hin- und Herſchwankens des Monds, oder der ſo genanten Libration deſſelben, iſt für uns das wichtigſte, und wir können uns nunmehro zu der Sonne wenden, deren Axe, ſamt der Zeit, in welcher ſich dieſer herrliche Weltkörper um dieſelbe herumdrehet, ebenfals auszumachen war.

Von den Sonnenflecken.

§. 1017. Es erſcheinet uns aber die Sonne, auch wenn wir ſie durch ein Fernrohr betrachten, als ein in allen ihren Theilen gleich ſtarke mit den helleſten und lebhafteſten Glanz belegte Scheibe, welcher dem Auge unerträglich und endlich verderblich ſeyn würde, wenn man ſich nicht dabey ſehr wenig durchſichtiger, oder ſtark mit Lampenruß bedeckter Gläſer bediente, welche den gröſten Theil des Lichts abhalten. Wir konten alſo an der Oberfläche der Sonne keine Bewegung merken, wenn ſich nicht von Zeit zu Zeit Flecken an derſelben zeigten, welche dienen können einige Theile dieſer Oberfläche von den übrigen zu unterſcheiden. Denn es ſind dieſe Flecken nicht beſtändig, ſondern ſie entſtehen und verſchwinden wieder, ohne ſich im geringſten an einige Zeit zu binden. Doch dauren einige derſelben zuweilen einen bis zwey Monathe und drüber, und alsdann merket man an denſelben eine Bewegung, vermöge welcher ſie an dem, einem Bewohner der Erde nach Morgen gekehrten Rande der Sonne, zum Vorſchein kommen, und an der Abendſeite wieder verſchwinden, nachdem ſie die ganze Scheibe der Sonne in beynahe 14 Tagen, in einer mehr oder weniger gekrümten Linie, durchlaufen haben. Dieſe Bewegung haben alle Flecken mit einander gemeinſchaftlich, auch diejenigen, welche in einer mehr oder weniger von dem Rande der Sonnenſcheibe entferneten Gegend zuerſt entſtehen, oder daſelbſt verſchwinden. Uebrigens aber ſind die Wege, welche das Auge auf die Sonnenſcheibe entwirft, wenn man verſchiedene an verſchiedenen Stellen derſelben ſichtbare Flecken viel Tage nach einander betrachtet, dergeſtalt gekrümmet, und liegen dergeſtalt gegen einander, daß daraus geſchloſſen werden muß, es haben die Flecken ihren Sitz ſelbſt in der Oberfläche der Sonne, und haften unbeweglich an derſelben. Wenigſtens muß ihre Bewegung in dieſer Oberfläche gar gering ſeyn, da wir ſie nicht merken können. Die Betrachtung des orthographiſchen Entwurfs der Wege, welche die in der Oberfläche der Erde liegende Städte, Berge und andere Merkmaale einem in die Sonne geſetzten Auge, bey dem täglichen Umlaufe dieſes Planeten, zu beſchreiben ſcheinen würden, kan hiebey zu einer Erläuterung dienen. T. XIV. F. 194.

§. 1018. Die Geſtalt der Sonnenflecken iſt gar nicht regelmäßig, und ſchwerlich ſind jemals zween derſelben einander ähnlich, oder von eben der Gröſſe, geſehen worden. Ja es verändert ſich gemeiniglich jeder beſonderer Flecken, ſo lang er ſichtbar iſt, mit der Zeit, und theilt ſich wohl in zween oder mehrere. Meiſtentheils ſind ſie wie mit einem Dampfe und Schatten umgeben, welcher mehr Licht hat als der innere Kern, und auch dieſer Kern iſt nicht durchaus gleich dunkel. Man hat dieſer Flecken verſchiedene geſehen, deren Durchmeſſer nicht kleiner war, als eine Minute, und alſo den Durchmeſſer der Erde mehr als dreymal übertraf, welcher aus der Sonne in einem Winkel geſehen wird, der dreymal genommen beträchtlich weniger gibt, als eine Minute. Ueberhaupt aber erſcheinet eben der Flecken, welcher nahe an der Mitte der Sonnenſcheibe nach allen Seiten beynahe gleich ausgedehnet war, deſto mehr länglicht, je mehr er ſich ihrem Rande nähert, bis er ganz nahe an demſelben zu einem dünnen dem Rande parallel liegenden Streiffen wird. Aus allen dieſem wird geſchloſſen, daß die Sonnenflecken nichts anders ſeyn können, als Theile ihrer Oberfläche,

T. XIV. F. 194. welche auf einige Zeit ihr Vermögen zu leuchten verlohren, oder doch an demſelben eine ſtarke Verminderung erlitten haben. Wären ſie Planeten, die, wie die übrigen, um die Sonne lauffen, ſo müſten ſie uns immer in eben der Geſtalt und Gröſſe erſcheinen. Wären ſie aber dichte Dampfwolken, ſo iſt nicht gläublich, daß ſie ihre Geſtalt ſo lange behalten könten, als ſie es würklich thun, und ihren Ort auf der Oberfläche der Sonne ſo gar wenig verändern ſolten.

§. 1019. Wie aber und durch was für Urſachen einigen Theilen der Oberfläche der Sonne ihr Vermögen zu leuchten von Zeit zu Zeit entzogen werde, iſt ſchwerlich mit einiger Zuverläßigkeit zu ſagen, da uns von der Beſchaffenheit der Körper, die ſich in dieſer Oberfläche aufhalten, ſo wenig bekant iſt. Wenn wir auf den hellen Glanz ſehen, mit welchem die Sonne den ungeheuren Raum, in welchem ſich die Planeten um dieſelbe herum bewegen, ſo ſtark erleuchtet, daß den Bewohnern der Erde dieſes Licht öfters ſo gar beſchwerlich wird, und erwegen, daß nach aller Wahrſcheinlichkeit, ſich die Strahlen derſelben wenigſtens bis zu den äuſſerſten uns noch ſichtbaren Fixſternen erſtrecken; aber auch dabey nicht vergeſſen, daß der geringe Theil dieſer Lichtſtrahlen, welcher die Erde erreichet, faſt die einzige Urſache aller Wärme ſey, ſo dieſelbe belebet, gegen welche die Würkung aller Feuer, die in und auf der Erde brennen, kaum in einige Betrachtung kommen kan. So haben wir einen Grund die Sonne durchaus für feurig, oder doch über und über mit einer brennenden oder glüenden Materie überdeckt zu halten, und es kan uns keinesweges unwahrſcheinlich ſcheinen, daß dieſe Materie flüßig ſey, da ſelbſt unſer Feuer einen groſſen Theil der Körper, mit welchen wir hier auf der Erde umgehen, zu ſchmelzen pflegt. Alsdenn aber können wir uns vorſtellen, daß dieſe ungeheure glüende, und dadurch in eine heftige Wallung geſetzte See, bey welcher über dieſes die anziehende Kraft der Planeten eine Art von einer ſehr veränderlichen Ebbe und Fluth verurſachen muß, ſich von Zeit zu Zeit von einigen der innern feſten Theile der Sonne, welche ſie vorher bedeckt hatte, zurück ziehe, welche ſodann als Inſeln hervorragen, und weil ſie ſchwach oder gar nicht brennen, uns ſo lang als dunckle Flecken erſcheinen werden, bis ſie eine neue Ueberſchwemmung bedecket.

§. 1020. Es folget aber aus dieſem Begriffe, daß die Sonnenflecken meiſt immer an eben den Stellen ihrer Oberfläche entſtehen müßten, nehmlich an denjenigen, welche der angenommenen Ueberſchwemmung vorzüglich ausgeſetzt ſind;

welches die Erfahrung nicht beſtätiget. Wir können aber auch in dem innern T. XIV. F. 194. feſten Theile der Sonne heftige Feuer vermuthen, welche groſſe Strecken des Bodens der ihn bedeckenden glüenden See, welche eben deswegen, weil ſie ſo tief lagen, wenig branten, von Zeit zu Zeit über ihre Oberfläche erheben, und ſie dadurch zu dunkeln Inſeln machen. Wir wiſſen, daß auf unſerer Erde nicht nur hohe Berge, ſondern auch viele groſſe Inſeln durch die Würkung der unterirdiſchen Feuer entſtanden ſind; unter welchen diejenige iſt, welche im Archipelagus bey Santerin, zum Anfange des gegenwärtigen Jahrhunderts, zuſehens hervor gekommen, unter den heftigſten Erſchütterungen, durch ausgeworfene brennende Materien vergröſſert worden, und in wenigen Jahren bis zu einem Umfange von beynahe vier Meilen angewachſen iſt. Die Hiſtorie erwähnet vieler andern dergeſtalt aus dem Grunde der See erhabener Erdſtrecken, welche ſeit dem die bequemſten Wohnplätze für Menſchen und Thiere abgeben. Die viel häufiger in der Sonne entſtehende Inſeln aber mögen, durch das heftige Feuer der ſie umgebenden See, nach und nach entzündet, zum Theil verzehret und dergeſtalt auseinander geworfen werden, daß die Plätze, auf welchen ſie ſtunden, nach einiger Zeit von der übrigen Oberfläche der Sonne nicht mehr zu unterſcheiden ſind. Vielleicht läßt ſich dieſes hören; wer kann uns aber ſagen, ob dieſe oder eine andere Erklärung die richtige ſey? die Sonne hat alle Würkungen unſers Feuers: können aber dieſe Würkungen nicht auch von etwas andern herrühren, ſo eigentlich kein Feuer iſt? Oder, wenn wir einen jeden Körper, der uns Wärme und Licht giebt, feurig nennen wollen, ſo iſt zu beweiſen, daß das Sonnenfeuer von der Art desjenigen ſey, deſſen wir uns auf der Erde bedienen, und in eben dergleichen Körper würke, bevor wir von dem einen auf das andere ſchlieſſen.

Lage der Sonnenaxe, und Zeit ihres Umlaufs.

§. 1021. Wir gebrauchen aber hier die Sonnenflecken als bloſſe Merkmaale, vermittelſt welcher wir einige Puncte der Oberfläche der Sonne von den übrigen unterſcheiden; und bey dieſer Abſicht iſt uns an ihrer Beſchaffenheit und an der Art, wie ſie entſtehen, und wieder verſchwinden, wenig gelegen. Es kan aber ein jeder ſolcher Flecken, der lange genug dauret, gebraucht werden, die Lage der Axe der Sonne in Anſehung der Fläche der Ecliptic zu finden, und dadurch die Linie anzugeben, in welcher die Fläche des Gleichers der Sonne jene Fläche ſchneidet, ſamt den Winkel, welchen dieſe beyde Flächen mit einander einſchlieſſen:

T. XIV. F. 194. ſchlieſſen: doch ſind diejenigen Flecken, deren Bahnen, welche ſie bey dem Drehen der Sonne um ihre Axe zu beſchreiben ſcheinen, ſich dem Mittelpuncte der Sonnenſcheibe am meiſten nähern, auch hier den übrigen vorzuziehen, weil ſie die gröſte Richtigkeit geben. Man bemerket in drey Zeitpuncten, die weit genug von einander entfernet ſind, um wieviel der gewählte Flecken mehr oder weniger von unſerm Gleicher abweiche, als der Mittelpunct der Sonnenſcheibe, wie auch was dieſer Punct vor dem Flecken, oder der Flecken vor dem Mittelpuncte, für einen Vorſprung habe: und ſchlieſſet daraus den Unterſchied der Längen und der Breiten eben der zween Puncte, des Flecken nemlich und des Mittelpuncts, wie dieſe von dem Beobachtungsplatze geſehen worden, deſſen Entfernung von dem Mittelpuncte der Erde hier in keine Betrachtung kömt, da die Sonne ſo gar weit von uns abſtehet. Aus dieſen Unterſchieden, und den bekanten Stellen, welche der Mittelpunct der Erde in jedem der angenommenen drey Zeitpuncte in der Ecliptic einnahm, wird nun ferner, eben ſo wie dieſes bey dem Mond geſchehen konte (998...), die Länge und Breite entdecket, welche ein in den Mittelpunct der Sonne geſetztes Auge dem Flecken in eben den Zeitpuncten zuſchreiben würde. Worauf denn, vermittelſt des ſtereographiſchen Entwurfs (1002), der eine Pol der Sonne berechnet, und alles übrige, wie bey dem Monde, ausgemacht werden kan.

§. 1022. Der auf dieſe Art zu entdeckende Winkel, welchen die Axe der Sonne mit der Axe der Ecliptic, und die Fläche ihres Gleichers mit der Fläche der Ecliptic, einſchlieſſet, hält beynahe $7\frac{1}{2}$ Grad, und die Linie, in welcher dieſe beyden Flächen einander ſchneiden, erſtrecket ſich von dem achten oder zehnten Grad der Zwillinge, nach dem eben ſo vielſten Grade des Schützen. Ob hierinne einige Veränderung vorgehe, muß die Zeit lehren. Der ganze Umlauf der Sonne um ihre Axe aber, in Anſehung der Ecliptic, welche auch hier als unbeweglich angeſehen wird, geſchiehet in 25 Tagen, 14 Stunden und 8 Minuten.

Umlauf der übrigen Planeten.

§. 1023. Der Planet Jupiter hat die Geſtalt einer gedruckten Kugel, deren kleinſter Durchmeſſer ſich zu dem gröſſeſten wie 13 zu 14 verhält. Auf ſeiner Oberfläche erſcheinen bald mehrere bald wenigere veränderliche Streiffen, der Ecliptic parallel, und zuweilen zeigt ſich auf derſelben ein Flecken, aus deſſen Bewegung

T. XIV. F. 194. wegung geſchloſſen werden konte, daß dieſer Planet ſich in der kurzen Zeit von 9 Stunden und 56 Minuten einmal um ſeine Axe herumdrehe, welche der kleinſte ſeiner Durchmeſſer iſt, und auf der Fläche der Ecliptic beynahe perpendicular ſtehet, ſo daß die Fläche ſeines Gleichers von der Fläche der Ecliptic gar wenig, und ſchwerlich mehr als um einen Winkel von drey Graden, abweichet.

§. 1024. Auf der Oberfläche des Mars erſcheinen groſſe Flecken, die zwar veränderlich ſind, aber doch dienen konten die Forſcher zu verſichern, daß auch dieſer Planet, und zwar in der Zeit von 24 Stunden und 40 Minuten, ſich um ſeinen Mittelpunct drehe, wie auch daß die Axe dieſer Bewegung der Fläche ſeiner Bahn beynahe perpendicular ſey. Auf der Oberfläche der Venus aber können kaum in den mehr mittägigen Ländern, bey völlig heiterer Luft, einige Flecken bemerket werden, aus welchen geſchloſſen worden iſt, daß ihr Umlauf in 23 Stunden und 22 Minuten geſchehe. Ein neuerer italiäniſcher Aſtronom vergröſſert in der That dieſe Zeit gar ſehr, indem er ſie auf 24 Tage und 8 Stunden ſetzet, aber mit wenigem Beyfalle. An den zween übrigen Planeten, dem Saturnus und dem Mercur, ſind keine Flecken zu ſehen. Es läſt ſich alſo die Zeit, in welcher ſie ſich um ihren Mittelpunct, und eine durch denſelben gehende Axe herumdrehen, durch die Beobachtung nicht beſtimmen. Denn daß ſie ſich dergeſtalt drehen, iſt wohl nicht zu zweifeln.

Der
Aſtronomiſchen Vorleſungen
achtzehnter Abſchnitt.
Von dem Rückgange der Nachtgleichen.

Was für Bewegungen bey der Axe eines Planeten ſtatt finden.

§. 1025.

Wir haben bisher die Axen der Weltkörper als unbeweglich betrachtet, das iſt, wir haben denſelben keine andere Bewegung zugeſchrieben, als die ſie dadurch bekommen, daß der Mittelpunct des Körpers, zu welchen die Axe gehöret, in ſeiner Bahn fortrücket. Es bleibt nehmlich, nach den bisherigen Begriffen, bey aller dieſer Bewegung des Mittelpuncts, die durch denſelben hindurchgehende Axe ſich ſelbſt parallel, und ſchlieſſet bey ihrer Verlängerung mit einer jeden unbeweglichen Fläche Winkel ein, die beſtändig eben die Gröſſe behalten, und nach eben T. XIV. F. 195. der Seite gerichtet ſind: ſo daß, wenn in der 195ſten Zeichnung PQ eine unbewegliche Fläche vorſtellet, welche die Axe eines Weltkörpers AB bey ihrer Verlängerung in B antrift, eben die Axe, nachdem ſie mit dem Mittelpuncte ihres Körpers in ab übergegangen iſt, da ſie eben die Fläche PQ in dem Puncte b erreichet, die von den nach Belieben angenommenen Puncten A und a dieſer Axen auf die Fläche PQ perpendicular fallende AC und ac in dieſer Fläche die Linien BC, bc beſtimmen werden, die einander ſo wohl parallel ſind, als ab der AB parallel iſt, und mit den Axen die einander gleichen Winkel $ABC = abc$ einſchlieſſen: wodurch die rechtwinklichten Dreyecke $ABC : abc$ einander ähnlich, und ihre Flächen gleichfals parallel werden. Wir haben geſehen, daß, ſo lang bey einem Weltkörper keine gröſſere Veränderung vorgehet, als diejenige iſt, welche Ueberſchwemmungen und Erdbeben, ſamt deren Folgen, bey der Erde zu verurſachen

chen pflegen, die vorzügliche Axe dieſes Körpers, deren Eigenſchaften (990.) hinlänglich erkläret worden ſind, immer durch eben die Puncte der Oberfläche derſelben hindurch gehen werde: und daß, ohngeachtet dieſer Körper nicht genau kugelrund, ſondern, wie unſere Erde, bey ſeinen Polen zuſammen gedrücket iſt, dennoch keine Kraft, welche alle Theile deſſelben nach Linien, die einander ſämtlich parallel ſind, mit eben der Geſchwindigkeit beweget, in dem eben beſchriebenen Stande dieſer Axe einige Veränderung verurſachen könne. Es würde nehmlich bey jeder Dauer der Würkung einer ſolchen Kraft, und ſelbſt bey jeder Veränderung der Richtung, nach welcher ſie alle Puncte des Körpers in Bewegung ſetzet, ſowohl *ab* der *AB*, und *bc* der *BC* parallel bleiben, als auch der Winkel *abc* ſeine vorige Gröſſe *ABC* behalten. T. XIV. F. 195.

§. 1026. Es ſind aber die Bedingungen, bey welchen die Axe der Erde dergeſtalt in ihrer einmal angenommenen Lage verharren würde, bey dieſer keinesweges in der völligen Strenge anzutreffen. Die ſchiefe Lage des Gleichers derſelben in Abſicht auf die Fläche der Ecliptic, in welcher ſich der Mittelpunct der Sonne befindet, geſtattet nicht, daß die daſelbſt über den Inbegrif einer völlig runden Kugel erhabene Theile derſelben gleich ſtark gegen dieſen Punct gezogen werden. Der Mond thut dabey noch mehr, indem er ſtärker als die Sonne in die Erde würket, und vielleicht tragen auch einige Planeten das ihrige bey, die Axe der Erde nach und nach von ihrer vorigen Lage abzubringen.

§. 1027. Bey dieſer Abweichung finden zwo Bewegungen ſtatt, deren keine von der andern abhängig iſt, ſo daß ſowohl jede derſelben vor ſich beſtehen kan, als auch beyde zugleich da ſeyn können. Durch die erſte wird der Winkel *ABC* verändert, welchen die Axe mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet. Dieſes kan geſchehen, ohne daß deswegen die Linie *BC* oder die Fläche *ABC* aufhöre in der Lage zu verharren, bey welcher jede *abc* der *ABC* und jede *bc* der *BC* parallel iſt, und ſich nach eben dem Puncte der unendlich groſſen in der Fläche *PQ* verzeichneten und getheilten Ecliptic erſtrecket. Nur wird dadurch der Winkel, welchen die mit der *AB* unbeweglich verknüpfte Fläche des Gleichers der Erde mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet, nothwendig geändert, obwohl mit der *bc* auch die Linie, in welcher dieſe beyden Flächen einander ſchneiden, und dadurch den Anfang der Ecliptic beſtimmen, ſich immer parallel bleibt. Die zweyte

T. XIV. F. 195. Bewegung beſtehet in der Veränderung der Linie *BC*, welche um das Punct *B*, nach dieſer oder jener Seite, ringsherum gehen kan, ohne daß dadurch der Winkel *ABC* gröſſer oder kleiner würde. Bey dieſer Bewegung wird die Fläche *ABC* mit genommen, und drehet ſich zugleich um die *BD*, welche der Fläche *PQ* perpendicular iſt, und mit dem Puncte *B* zugleich in *bd* übergehet. Dieſe *BD*, *bd* iſt die Axe der Ecliptic, mit welcher die Axe der Erde den Winkel *ABD*, *abd* einſchlieſſet, welcher ſo lang *ABC*, *abc* ſeine Gröſſe behält, auch ſelbſt unverändert bleibt. Um dieſe Axe *BD* würde alſo die *AB*, bey dieſer Bewegung der Fläche *ABC*, die Oberfläche eines geraden Kegels beſchreiben, wenn das Punct *B* indeſſen an ſeiner Stelle verharrete; und man kan ſich, ohngeachtet *B* in *b* übergehet, dieſe coniſche Bewegung der *AB* dennoch vorſtellen, wenn man nur den Uebergang des *B* in *b* in den Gedanken bey Seite ſetzt, oder den ganzen Zwiſchenraum *Bb*, ſo groß er auch ſeyn mag, als nichts betrachtet; welches in der That geſchiehet, indem man ſowohl *bd* als *BD* als die Axe der Ecliptic anſiehet.

§. 1028. Es iſt aber die Fläche *ABC*, welche durch die Axe der Ecliptic *DB*, und zugleich durch die Axe der Erde *AB* hindurch gehet, diejenige, in welcher an der Himmelskugel der Colur der Sonnenwenden gezeichnet wird; und dieſer Fläche iſt die in der *PQ* liegende Linie *BE*, in welcher dieſe *PQ* von der Fläche des Gleichers geſchnitten wird, immer perpendicular, welches nicht ſeyn könte, wenn nicht auch der Winkel *CBE* gerade wäre. Wenn alſo die Fläche *ABC* ſich um die Axe *DB* herumdrehet, ſo gehet auch die *BE* in der Fläche *PQ* um das Punct *B* herum, und erſtrecket ſich immer nach andern und andern Puncten der ins unendliche erweiterten Fläche *PQ*. Nun wird in der verlängerten *BE* der Anfang der Eintheilung der Ecliptic genommen, deren Mittelpunct man ſich immer in *B* vorſtellen kan. Es wird alſo dieſer Anfang durch die Bewegung, welche wir vor uns haben, geändert, und rücket mit der *PE* immer weiter und weiter fort. Eben dieſer Anfang der Ecliptic iſt auch das Punct der Nachtgleiche unſers Frühlings, von welchem bereits an verſchiedenen Stellen angemerket worden iſt, daß er an den Sternhimmel, wider die Ordnung der Zeichen, zurückgehe. Nunmehro iſt es uns um die Urſache dieſes Rückgangs zu thun; und da derſelbe von der coniſchen Bewegung die Erdaxe *AB* um die Axe der Ecliptic *DB* herrühret, ſo iſt der eigentliche Grund dieſer coniſchen Bewe-

gung

T. XIV. F. 195.

gung zu unterſuchen, ohne dabey die Veränderung des Winkels *ABC* oder *ABD* auſſer Acht zu laſſen. Auf die Axen der Sonne, des Mondes und der Planeten, von welchen wir wiſſen, daß ſie ſich um ihren Mittelpunct herumwälzen, dürften wir hier nicht beſonders ſehen, wenn wir auch im Stande wären, die Abhandlung derſelben zu unternehmen, da ſie von ſo geringen Nutzen iſt. Wir werden bey der Erdaxe Schwürigkeiten genug antreffen, welche uns zwingen werden mit einer Erklärung der gröbern Umſtände zufrieden zu ſeyn, welche jedoch auch, durch eine gekünſtelte Nachahmung der coniſchen Bewegung ſolcher Axen, erläutert werden ſollen.

Gründe der Bewegung der Axe einer Scheibe.

T. XIV. F. 196.

§. 1029. Es ſey *ADBE* (*Tab. XIV. Fig.* 196.) eine unbeugſame körperliche Scheibe, durch die zween Durchmeſſer *AB*, *DE* in vier Quadranten getheilet. In jedem dieſer Quadranten lieget eines der Puncte *F*, *G*, *H*, *K*, wie ein jedes anderes in dem ſeinigen. Das iſt, es iſt *F* in dem Quadranten *BCD* ſo weit von *AB* entfernet, als *G*, *H* oder *K* von demſelben entfernet ſind: und eben ſo verhält es ſich auch mit den Entfernungen eben der Puncte von dem andern Durchmeſſer *DE*. In jedes dieſer vier Puncte *F*, *G*, *H*, *K* würket eine Kraft, deren Richtung der Fläche der Scheibe perpendicular iſt: ſo daß, wenn man ſich durch *C* eine Linie dieſer Fläche perpendicular vorſtelt, welche die vorzügliche Axe der Scheibe ſeyn wird, die Richtungen der vier Kräfte ſämtlich dieſer Axe parallel werden. Es würken aber die vier Kräfte nach dieſen Richtungen nicht alle nach eben der Seite; ſondern, wenn man ſich, gröſſerer Deutlichkeit wegen, die Scheibe horizontal vorſtellet, ſo würken zwo derſelben *F* und *G* niederwärts, und die übrigen *H*, *K* aufwärts: übrigens aber ſind die vier Kräfte einander ſämtlich gleich. Man hat zu gröſſerer Deutlichkeit die zween Quadranten, in welchen die nach der einen Seite würkende Kräfte angebracht werden ſollen, mit + bezeichnet, und die übrigen, deren Kräfte nach der entgegengeſetzten würken, mit —. Es können den vier zuerſt angenommenen Kräften vier andere zugeſetzt werden, die gröſſer oder kleiner als die vorigen, einander aber ebenfals gleich ſind, und auf die angezeigte Art in vier Puncte der Scheibe würken, deren jeder in ſeinem Quadranten ſo liegt, wie jeder der übrigen in dem ſeinigen; und dieſen wieder vier andere, mit welchen es eben die Bewantniß hat, und ſo ohne Ende. Ja wir könten die Kräfte, mit eben dem Erfolge, auch anders annehmen, wenn es unſer gegenwärtiger Zweck erfoderte.

T. XIV. F. 196. §. 1030. Es iſt aber der Erfolg aller dergeſtalt angebrachten Kräfte, ſo viele deren auch ſeyn mögen, dieſer. Wenn der Durchmeſſer *AB* bey *A* und *B* unterſtützt wird, ſo geben die Kräfte einander ein völliges Gleichgewicht: denn die vier erſten leiſten dieſes, und ſo auch die vier andern, und jede vier der übrigen, welche zuſammen gehören. Es kan alſo die Scheibe von der geringſten Kraft um *AB* gedrehet werden, ſowohl wenn dieſe Linie *AB* ruhet, als auch wenn ſie ſelbſt in einer Bewegung ſtehet; nur müſſen, wie angenommen worden iſt, die Kräfte bey jeder Lage der Scheibe gerade in dieſelbe würken. Wird aber der Durchmeſſer *DE* unterſtützt, ſo iſt es klar, daß ſich die Scheibe dergeſtalt um denſelben drehen werde, daß die Puncte *A* und *B* einen Cirkel beſchreiben, in deſſen Fläche zugleich die Axe fortgehen wird. In den Mittelpunct der Scheibe *C* aber haben alle dieſe Kräfte keinen Einfluß, welcher denſelben in Bewegung ſetzen könte. Denn es wird dieſer Punct von den in der Hälfte der Scheibe *DEA* angebrachten Kräften eben ſo ſtark nach der einen Seite getrieben, als von den in der Hälfte *DEB*, nach der entgegengeſetzten. Er bleibt im Gleichgewicht, und kan, ohngeachtet ſich die Scheibe um *DE* drehet, einer jeden in denſelben würkenden Kraft folgen, und jede ihm eingedrückte geradlinichte Bewegung fortſetzen.

§. 1031. Dieſes ſind die Würkungen der bey der Scheibe angebrachten Kräfte, welche erfolgen, wenn dieſe vor ſich ſonſt keine andere Bewegung hat, als die ihr die angenommenen Kräfte beybringen. Alsdenn wächſet die Bewegung der Scheibe um *DE*, ſo lang die Kräfte fortfahren in dieſelbe zu würken, beſtändig; weil, da ſie vor ſich ohne Veränderung fortdauren würde, alle Augenblick ein neuer Zuſatz dazu komt. Zwar iſt der Zuſatz, welchen dieſe Bewegung in einem unendlich kleinen Zeitraume empfängt, auch ſelbſt unendlich klein, und alſo auch die Bewegung, bald nach ihrem Anfange, ſehr langſam. Es hindert aber dieſes nicht, daß mit der Zeit ihre Geſchwindigkeit ſo groß werde, als man will. Befindet ſich nun die Scheibe über dieſes auch in dem Zuſtande einer Bewegung, mit welcher ſie ſich ohne Aufhören, und ohne Veränderung der Geſchwindigkeit, um ihren Mittelpunct *C*, und die durch denſelben ihrer Fläche perpendicular gehende Axe, herumdrehen würde: ſo folget aus dieſer und der wachſenden Bewegung, welche ihr die in *F*, *G*, *H*, *K* ꝛc. würkende Kräfte beybringen, eine ganz andere Art des Drehens, welches wir umſtändlich erwegen müſſen.

§. 1032. Wir können hiebey, zu einer deſto gröſſern Deutlichkeit, den nachfolgenden Saz voraus ſenden. Wenn AB, CD (*Tab. XIV. Fig.* 197.) die Wege ſind, welche von den Puncten A, C in eben der Zeit T beſchrieben werden, der erſte AB mit einer Geſchwindigkeit, die in der ganzen Zeit T eben dieſelbe bleibt, der zweyte CD aber mit einer ſolchen, die mit der Zeit gleichförmig anwächſet, und alſo in einer doppelten Zeit zweymal ſo groß wird, in einer dreyfachen dreymal ſo groß und ſo ferner: t aber bedeutet einen beliebigen Theil der Zeit T, in welchem das Punct A den Weg Ab zurück legt, und C den Weg Cd machet: ſo kan t immer ſo klein genommen werden, daß, obwohl der mit einer gleichförmigen Geſchwindigkeit beſchriebene Weg AB viel kleiner iſt, als der andere CD, doch Ab nach Willkühr gröſſer werde als Cd. Denn aus dem Begriffe einer gleichförmigen Geſchwindigkeit folgt $T : t = AB : Ab$, oder $Ab = \frac{t.\,AB}{T}$; von einer gleichförmig anwachſenden Geſchwindigkeit aber wird erwieſen $TT : tt = CD : Cd$, woraus folgt $Cd = \frac{tt.\,CD}{TT}$. Es iſt alſo $Ab : Cd = \frac{t.\,AB}{T} : \frac{tt.\,CD}{TT}$; das iſt, wenn man beyderſeits durch $\frac{t}{T}$ dividiret: $Ab : Cd = AB : \frac{t.\,CD}{T}$. Da nun in dieſer Proportion, ſo groß auch die CD ſeyn mag, das lezte Glied $\frac{t.\,CD}{T}$ immer verkleinert werden kan, wenn man nur die Zeit t immer kleiner und kleiner nimt, ſo kan auch Cd in Anſehung der Ab ſo klein werden, als man ſie haben will. T. XIV. F. 197.

Würkungen bey einer gedrehten Scheibe.

§. 1033. Stellet man ſich nun die beſchriebene Scheibe $AEBD$ (*Tab. XIV. Fig.* 196.) in einer Verticalfläche gegen das Auge gekehret vor, ſo würken die in H, K angebrachten Kräfte vorwärts, die in F, G aber rückwärts. In der 198ſten Zeichnung iſt $AEBD$ eben die vermittelſt der Durchmeſſer AB, DE in ihre vier Quadranten getheilte Scheibe, und es ſind dieſe Quadranten ebenfals mit $+$, $-$ bezeichnet, damit man in einem Blicke ſehen möge, nach welcher Seite die in jedem derſelben angebrachten Kräfte gerichtet ſind. LC iſt die vor- T. XIV. F. 198.

T. XIV. F. 198. zügliche Axe dieſer Scheibe, welche bey der gegenwärtigen Lage derſelben in den Horizont fällt. Wird nun die Scheibe um dieſe Axe *LC* in Bewegung geſetzt, ſo bekömt dadurch kein Punct derſelben einiges Beſtreben von der Fläche der Scheibe *AEBD* abzuweichen: und insbeſondere ſtehet der Punct *A* im Begriffe, den Umkreis *AEBD* zu durchlaufen, und alſo in einer gewiſſen Zeit aus *A* in *M* überzugehen. Wenn die an die verſchiedene Puncte der Scheibe angebrachten, durch die Zeichen +, — angedeuteten Kräfte nicht da wären, ſo würde, bey aller Freyheit der Axe *LC* ſich nach Belieben zu kehren, die drehende Bewegung um dieſelbe würklich erfolgen, und durch die Trägheit der Scheibe unverändert erhalten werden.

§. 1034. Nun ſind aber in dieſer Zeit die an dieſelbe angebrachten Kräfte, welche in die verſchiedene Puncte derſelben, der Axe parallel, theils nach dieſer, theils nach jener Seite würken, nicht müßig. Sie drehen die Scheibe um den Durchmeſſer *DE*, und entfernen das Punct *A* von der Fläche *AEBD* vorwärts in einen Bogen, welcher wegen ſeiner Kleinigkeit als eine gerade Linie angeſehen werden kan, die der Fläche *AEBD* perpendicular und alſo der Axe *CL* ebenfals parallel iſt. Iſt nun *MN* dieſer kleine Bogen, ſo iſt das Punct *A* in der Zeit, in welcher es vor ſich den Bogen *AM* beſchrieben hätte, würklich aus *A* in *N* übergegangen, und der Halbmeſſer der Scheibe, der im Anfange dieſer Zeit *AC* war, befindet ſich am Ende derſelben nicht in *MC*, ſondern in *NC*. Der Weg *AN*, welchen das Punct *A* würklich genommen hat, kan gleichfals als geradlinicht angeſehen werden, weil die Zeit, von welcher die Rede iſt, ſo klein genommen werden kan, als man wil, und die Natur der Sache erfordert, daß man ſie unendlich klein gedenke. Eigentlich aber iſt dieſer Weg *AN* ein Theil des Umkreiſes des in der Ebene *ACN* um den Mittelpunct *C* mit dem Radius *AC* beſchriebenen Cirkels, weil *NC* nichts anders iſt, als die in dieſe Stelle übergegangene *AC*; und da eben die Linie *NC* auch an der Scheibe haftet, ſo muß dieſe in eben der Zeit aus ihrer vorigen Lage in diejenige übergegangen ſeyn, welche durch die drey Puncte *ACN* beſtimmt wird, ſo daß nunmehro die zwo geraden Linien *CA* und *CN* in dieſelbe fallen können. Es hat ſich alſo die Scheibe um die *AB* gedrehet, welches ohne einigen Widerſtand von Seiten der in dieſelbe würkenden Kräfte geſchehen konte; und der durch dieſes Drehen verurſachte Winkel iſt *MAN*, um welchen die Scheibe von ihrer vorigen Lage abgewichen iſt.

T. XIV. F. 198.

1035. Dieſer Winkel *MAN* wird durch die Verhältniß der Seiten des bey *M* rechtwinklichten Dreyecks *MAN* gegeben, und iſt alſo, da in eben der unendlich kleinen Zeit *MN* mit einer von der Ruhe an wachſenden, *AM* aber mit einer unveränderten Geſchwindigkeit beſchrieben wird, und demnach (1032) *MN* in Anſehung der *AM* ſo klein als man wil gemacht werden kan, zu der unendlich kleinen Zeit, auch ſelbſt unendlich klein. Er iſt dem *ECG* gleich, um welchen ſich die *CE* von ihrer erſten Lage entfernet hat, indem ſie in *CG* übergegangen iſt, und *E* den Bogen *EG* beſchrieben hat, wie man ſogleich ſiehet. Die Geſchwindigkeit, mit welcher das Punct der Scheibe *A* in dem Umkreiſe *ANG* fortgehet, verhält ſich zu der vorigen in *AME*, wie *AN* zur *AM*, und iſt alſo, da zu dem unendlich kleinen Winkel *MAN* genommen werden muß *AN* = *AM*, von derſelben nicht verſchieden.

§. 1036. Wenn nun, nachdem die Scheibe dergeſtalt aus ihrer vorigen Lage in die Fläche *ACG* übergebracht worden iſt, die der Axe parallel würkende Kräfte, welche dieſes geleiſtet haben, aufhören ſich thätig zu erweiſen, ſo wächſet der Winkel *MAN* nicht weiter; ſondern die Scheibe fähret fort ſich mit ihrer vorigen Geſchwindigkeit in der Fläche *ACG* um ihre Axe zu drehen, die freylich nicht mehr die *CL* ſeyn kan, ſondern von dieſer Linie ebenfals abgewichen ſeyn muß. Denn es iſt bey ſo geſtalten Sachen keine Kraft vorhanden, welche die Trägheit der Scheibe überwaltigen könte, die ſie unveränderlich in den Zuſtand des Drehens um ihre Axe erhält. Und in der That iſt die Veränderung, welche ein einzelner Schlag oder Stoß, deſſen Richtung der Axe einer ſich um dieſe ſchnell drehenden Scheibe parallel iſt, in dieſer Bewegung verurſachet, ſchwerlich zu merken. Wenn aber die nach Linien, die der Scheibe perpendicular ſind, in dieſe würkende Kräfte, welche bemühet ſind, dieſelbe um einen ihrer Durchmeſſer herumzudrehen, in ihrer Thätigkeit fortfahren, ſo fähret auch die Scheibe fort, ihre Lage zu verändern, indem zugleich ihre Axe *CL* aus ihrer Stelle weichet. Es geſchiehet aber dieſes, nachdem die Kräfte verſchiedentlich würken, auf verſchiedene Art, wobey alles auf die Linie *DE* ankommt, welche die nach einer Seite würkende und durch die Zeichen + angedeuteten Kräfte, von denen abſondert, welche bemühet ſind die Scheibe nach der entgegengeſetzten Seite zu bewegen, und durch das Zeichen — von jenen unterſchieden werden. Man muß ſich die *DE* nun nicht mehr auf die Scheibe gezeichnet vorſtellen, welches machen würde, daß ſie ſich mit derſelben

T. XIV. F. 198. zugleich um *C* herumdrehete, ſondern ſie dergeſtalt von derſelben abſondern, daß ſie durch das Drehen der Scheibe um ihre Axe *CL* keinesweges aus ihrer Lage gebracht wird. Doch muß dieſe *DE* die Scheibe immer berühren, damit ſie die Puncte derſelben, in welche die mit + bezeichneten Kräfte würken, von den mit — bezeichneten, unterſcheiden möge: woraus folget, daß dieſe Kräfte keinesweges an gewiſſe Puncte der Scheibe gebunden ſind, ſondern daß jedes Punct derſelben, welches bey der angenommenen Lage vorwärts getrieben wurde, einen Trieb bekomme rückwärts zu gehen, ſo bald es von der mit + bezeichneten Seite der Linie *DE* in die mit — bezeichnete übertritt. Jede der angenommenen Kräfte würket in jedes Punct der Scheibe, das ſich in Abſicht auf die beyden Linien *DE* und *AB* an eben den Ort befindet, oder vielmehr durch denſelben hindurchgehet, gleich ſtark und nach eben der Richtung, welche immer der Fläche der Scheibe perpendicular iſt.

§. 1037. Da nun die *AB*, um welche die in einer anhaltenden Kreisbewegung um ihre Axe ſtehende Scheibe ſich zugleich würklich drehet, dieſer *DE* in der Fläche der Scheibe immer perpendicular iſt, ſo wird auch dieſe *AB* von ihrer vorigen Stelle abgebracht, ſo wohl, wenn ſich die *DE* ändert, als auch, wenn, bey unveränderter *DE*, die Scheibe ſelbſt eine andere Lage bekomt. Es mag aber dieſe *AB* ruhen, oder auch ſelbſt in Bewegung ſeyn: ſo ſind die Winkel, welche die ſich um dieſelbe drehende Scheibe in gleichen Zeiten beſchreibt, einander immer gleich, ſo lang die Kräfte ihre Gröſſe behalten, und in der Geſchwindigkeit, mit welcher ſich die Scheibe um ihre Axe drehet, nichts geändert wird. Da alſo, wenn man ſich die auf einander folgenden Theilchen eines gewiſſen Zeitraums, unendlich klein und einander ſämtlich gleich vorſtellet, der kleine um *AB* beſchriebene Winkel, mit welchem die Scheibe in dem erſten dieſer Zeittheilchen von ihrer vorigen Lage abgewichen iſt, in dem zweiten durch nichts anders vermehret wird, als durch denjenigen, welchen eben die Kräfte der Scheibe in dieſem zweiten Augenblicke beybringen, und ſo in dem dritten, vierten und jedem der nachfolgenden: ſo müſſen auch, bey einerley Kräften, dieſe Winkel wie die Zeiten anwachſen, und das Drehen der Scheibe um *AB* muß gleichförmig ſeyn. Dieſes würde nicht ſtatt haben, wenn auch die Bewegung der Scheibe um *AB* durch die Trägheit derſelben unterhalten würde; indem alsdann die derſelben in dem erſten Augenblicke beygebrachte Bewegung in dem zweiten fortdauren, und in demſelben durch einen neuen

T. XIV. F. 198.

Zuſatz vermehret werden würde, wobey der in dieſem zweiten Augenblicke beſchriebene Winkel nothwendig gröſſer ausfallen müſte, als der in dem erſten, und ſo immer fort. Wir haben aber (1036) geſehen, daß die Kreisbewegung der Scheibe um *AB*, von welcher die Rede iſt, aufhöre, ſobald die Kräfte vernichtet werden, welche in die Puncte der Scheibe ihrer Axe parallel würkten.

Weitere Aufklärung.

T. XIV. F. 199.

§. 1038. Wir wollen nun, die Sache einigermaaſſen ſinnlich zu machen und ſie dadurch zu einer deſto gröſſern Deutlichkeit zu bringen, annehmen, daß (*T. XIV. Fig.* 199.) *DAE* die Hälfte einer um ihren Mittelpunct *C*, und die dadurch gehende Axe, nach *DAE* herum laufenden Scheibe vorſtelle, oder vielmehr die Hälfte des Raums, in welchem ſich die Scheibe dergeſtalt drehet. Die durch den Mittelpunct dieſes Raums, welcher zugleich der Mittelpunct der Scheibe iſt, gezogene *DCE*, welche die in die Scheibe der Axe parallel würkende Kräfte, die da bemühet ſind, dieſelbe nach der einen Seite zu neigen, von den gegenſeitigen abſondert, ſey dem Horizonte parallel, und es falle alſo die auf dieſe *DE* perpendicular gezogene *AC*, ſo die Hälfte des Durchmeſſers iſt, um welchen die Scheibe von dieſen Kräften gedrehet wird, in eine Verticalfläche. Wird nun auch in der Horizontfläche zu eben dem Mittelpuncte *C*, und eben dem Durchmeſſer der halbe Cirkel *DBE* beſchrieben, mit welchem die Scheibe einen Winkel *ADB* oder *AEF* einſchlieſſet, der eine jede Gröſſe haben, und gerade, ſpitzig oder ſtumpf ſeyn kan, hier aber als ſtumpf vorgeſtellet wird: ſo wird durch die gedoppelte Bewegung der Scheibe, mit welcher dieſelbe ſich ſowohl um ihre Axe nach *DAE*, als auch um die *AC* drehet, der Theil des Umkreiſes derſelben *AE* in *AF* übergebracht. Denn es wird noch immer geſetzt, daß die Kräfte, welche in die Quadranten *ACD* und *ACE* würken, diejenigen ſind, welche wir uns mit + bezeichnet vorſtellen; und dieſe Kräfte ſind bemühet die Scheibe, durch Verminderung des Winkels *ADB* = *AEF*, an der einen Seite dem Horizonte zu nähern, indem ſie ſich an der andern von demſelben entfernet; wie dieſes auch die übrigen Kräfte thun, welche man ſich in der hier nicht gezeichneten Hälfte der Scheibe vorſtellen muß. Iſt nun die Zeit, in welcher *AE* in *AF* übergegangen iſt, unendlich klein, und folgends auch der Winkel *EAF*: ſo ſind die zween Bogen *AE* und *AF* einander bey *E* und *F* deſto genauer parallel, je weniger *AF* von dem Quadranten *AE* zu unterſcheiden iſt. Denn die genauen Quadranten *AE* und *AG* ſind bey

T. XIV. F. 199. bey jeder Gröſſe des Winkels *EAF* einander bey *E* und *G* parallel; bey der unendlichen Kleinigkeit des Winkels *EAF* aber kan *GF* für nichts gehalten werden, welcher Begriff das Punct *G* in *F* bringet. Sind aber die Bogen *AE* und *AF* bey *E* und *F* parallel, ſo müſſen auch die nach eben der Seite gekehrten Winkel, welchen ſie mit der *EF* einſchlieſſen, einander gleich ſeyn, da dieſe *EF*, wegen ihrer unendlichen Kleinigkeit, ebenfals als gerade anzuſehen iſt: alſo haben die Winkel *AEB*, *AFB* einerley Gröſſe, und die Neigung der Scheibe gegen den Horizont, ſo durch dieſen Winkel angegeben wird, wird in dem gegenwärtigen Falle, durch die in dieſelbe würkende Kräfte, welche beſtändig bemühet ſind eben den Winkel zu vermindern, in der That nicht geändert.

§. 1039. Dieſes iſt der erſte Umſtand, welcher bey den angenommenen Bedingungen ſtatt hat: und wenn der Zweifel aufſteigen ſolte, daß obwohl der Winkel, *AEF*, von welchem die Rede iſt, in einer unendlich kleinen Zeit ſich nicht verändert, doch nach einer beträchtlichen Währung von einigen Minuten oder Stunden, die Kleinigkeiten, welche hier auſſer Acht gelaſſen werden, ſo ſehr anwachſen können, daß die davon herrührende Veränderung dieſes Winkels gar wohl merklich wird: ſo darf man nur erwegen, daß die gebrauchten Schlüſſe für jeden Zeitpunct, und für jede Lage, in welcher ſich die Scheibe in dieſem Zeitpuncte befindet, eben dieſelben bleiben. Denn wenn, indem die Scheibe aus ihrer vorigen Lage in *ACF* übergehet, der Bogen *AF* gröſſer oder kleiner wird, als der Quadrant *AG* = *AF*; ſo drehet ſie ſich nicht weiter um die *AC*, ſondern um einen andern Durchmeſſer, deſſen Hälfte *aC*, in der über den Horizont *DBE* erhabenen Hälfte der Scheibe, den gemeinſchaftlichen Durchſchnitt dieſer zwo Flächen *CF* perpendicular iſt. Dadurch wird der Bogen *aF* auch für den folgenden Augenblick zu einem Quadranten, und und es zeigen ſich überhaupt eben die Gründe, auf welche wir vorher bauen konten.

§. 1040. Wollen wir die Geſchwindigkeit der Bewegung ausmachen, mit welcher der Durchſchnitt der beyden Flächen *CE*, oder das äuſſerſte Punct dieſes Halbmeſſers *E*, in dem Horizonte um *C* herumgehet, indem die Scheibe fortfähret ſich um ihre Axe nach der Seite *DAF* zu drehen: ſo dürfen wir nur aus der Spitze des Winkels *E* in dem Dreyecke *AEF* auf die ihm entgegengeſetzte Seite *EF* eine Linie perpendicular ziehen, welches geſchiehet, wenn nur die Puncte *E* und *G* mit einander verknüpft werden. Denn die *EG* iſt von einem um den Pol *A* durch *E* beſchriebenen Cirkelbogen nicht zu unterſcheiden, woraus der Schluß leicht zu machen iſt, daß der Winkel *EGA* oder *EGF* gerade ausfallen werde. Eben ſo wenig wird ſich auch das Dreyeck *EGF* von einem geradlinichten unterſcheiden laſſen, und alſo ſeyn $EG : EF = \sin GFE : 1$. Nun iſt *EG* das Maaß des Winkels *EAF*, welchen wir dq nennen wollen, und *EF* das Maaß des Winkels *ECF* zu eben dem Radius *CE*: und weil dieſe Winkel zugleich beſchrieben werden, ſo verhalten ſich die Geſchwindigkeiten, mit welchen ſie beſchrieben werden, wie dieſe Maaſſe. Der Sinus des Winkels *GFE* iſt zugleich der Sinus des daneben ſtehenden *GFB* oder *AFB*, welcher dem *AEB* gleich iſt. Wird alſo dieſer Winkel blos durch *E* bezeichnet, ſo wird $EF = \frac{dq}{\sin E}$, und dadurch die Geſchwindigkeit, mit welcher das Punct *E* in dem Umkreiſe *DBE* von *E* durch *F* nach *B* fortgehet, vermittelſt derjenigen angegeben, mit welcher ſich die Scheibe um *AC* oder *aC* herumdrehet. T. XIV. F. 199.

§. 1041. Der Winkel *E* bleibt beſtändig von eben der Gröſſe, und alſo auch $\sin E$. Und wenn die unendlich kleinen Augenblicke, in welchen *EG*, *EF* beſchrieben werden, ſämtlich gleich groß genommen werden: ſo kan auch vor jeden derſelben dq von der nehmlichen Gröſſe ſeyn. Alsdann bekömt auch *EF* immer einerley Gröſſe, und die Geſchwindigkeit, mit welcher das Punct *E* durch *F* nach *B* fortgehet, und *CE* um *C* einen Winkel beſchreibt, bleibt immer einerley. Wird aber dq, und die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich die Scheibe um einen ihrer Durchmeſſer drehet, nach und nach geändert, ſo muß auch, bey eben dem Winkel *E*, die Geſchwindigkeit des Puncts *E* in eben der Verhältniß wachſen oder abnehmen. Da nun dq nicht geändert wird, ſo lang die in die Scheibe ihrer Axe parallel würkende Kräfte immer dieſelben bleiben: ſo werden in dieſem Falle die beyden Bewegungen, ſowohl diejenige, mit welcher ſich die Scheibe von *D* durch *A* nach *F*, um ihre Axe drehet; als auch die andere, mit welcher das Punct *E* ſamt der Linie *CE*, in welcher die Scheibe den Horizont ſchneidet, von *E* durch *F* nach *B* zurückgehet, beſtändig fortdauren. Die Axe der Scheibe wird dabey die Oberfläche eines geraden Kegels, deſſen Spitze in *C* fällt, ſeine Axe aber auf dem Horizonte ſenkrecht ſtehet, und alſo mit der Axe der Scheibe Winkel einſchlieſſet, die denen bey *E* gleich ſind, mit einer gleichförmigen Bewegung beſchreiben.

T. XIV. F. 199. §. 1042. Man ſiehet gar leicht, daß eben dieſes erfolgen werde, wenn der Mittelpunct einer Scheibe unbeweglich iſt, und in die Axe derſelben eine Kraft würket, die ſich bemühet dieſe Axe in der Verticalfläche, in welcher ſie liegt, um jenen Mittelpunct herumzudrehen. Die Richtung dieſer Kraft muß der Axe perpendicular ſeyn, wenn ſonſt keine andere Würkung folgen ſoll als dieſes Drehen. Läuft ſie ſchief an die Axe, ſo wird dieſe zugleich nach ihrer Länge getrieben, woraus zwar, weil der Mittelpunct befeſtiget iſt, keine Bewegung erfolget, es hat aber auch dieſer Theil der ſchief in die Axe würkenden Kraft in das Drehen derſelben keinen Einfluß. Was aber eine perpendicular in die Axe würkende Kraft anlangt, welche bemühet iſt, dieſe um den Mittelpunct der Scheibe, an welcher ſie unbeweglich haftet, herumzudrehen; ſo ſiehet man leicht, daß, wovon auch dieſe Kraft herrühren mag, dieſelbe ſich in die vier Quadranten dergeſtalt vertheilen werde, wie dieſes gleich Anfangs angenommen, und in der 196ſten Zeichnung vorgeſtellt worden iſt: und umgekehrt müſſen die bey der Scheibe auf die beſchriebene Art angebrachten Kräfte, in der angenommenen unendlich kleinen Zeit, die Axe ſowohl als die Scheibe, um den durch *dq* angedeuteten Winkel, von ihrer vorigen Stelle abbringen.

Eine körperliche Vorſtellung der erklärten Bewegung.

§. 1043. Dieſes nun giebt uns ein Mittel an die Hand, die Bewegung, von welcher hier die Rede iſt, durch eine ziemlich leichte Einrichtung würklich ſichtbar zu machen. T. XIV. F. 200. *ADBE* (*Tab. XIV. Fig.* 200.) iſt der Durchſchnitt einer gedruckten Kugel von dichtem Holze oder Bley, durch ihre Axe, an deren eigentlichen Geſtalt übrigens nicht viel gelegen iſt; ſo daß an deren Stelle auch ein jeder Cylinder genommen werden kan, deſſen Höhe beträchtlich kleiner iſt, als der Durchmeſſer ſeiner Grundfläche. *AB* iſt der Durchmeſſer des Gleichers dieſer Kugel, der hier in der Fläche des Horizonts vorgeſtellt wird, welches der Zuſtand iſt, in den ſich die völlig zugerichtete Kugel von ſelbſt ſetzet, wenn ſie die ihr eingedruckte Bewegung nach und nach verlieret; und *DE* ihre Axe, alſo *C* der Mittelpunct. Bey *D* und *E* wird dieſe Axe *DE* von kurzen Walzen umgeben, die feſt an der Kugel haften, und zu einen beſondern Gebrauch beſtimmet ſind, aus welchem ſich ihre Gröſſe leicht abnehmen laſſen wird. In dieſen Walzen bey *D* und *E* ſind kleine mit Meßing gefütterte coniſche Vertieffungen, deren Spitzen genau in die eigentliche hinlänglich verlängerte Axe der Kugel *DE* fallen. *FGIH*

iſt

iſt ein vierſeitiges ſtarkes Rämchen, welches dienet die Kugel, vermittelſt zwoer durch deſſen Seiten *FG*, *HI* hindurchgehende Schrauben *K* und *L*, die ſich in coniſche Spitzen endigen, dergeſtalt aufzuhenken, daß ſie ſich aufs freyſte um ihre Axe *DE* drehen laſſe: welche Bewegung der Kugel durch einen ſtarken, um einen der Abſätze *D*, oder *E*, der am meiſten zur Hand iſt, herumgewickelten Faden beygebracht wird, welchen man ſtark anziehet, indem das Rämchen zurück gehalten wird. Der Faden entwickelt ſich, und wird, da er nicht angebunden, ſondern blos zur erſten Befeſtigung durch eines der durch die Abſätze *D*, *E* gebohrten kleinen Löcher durchgeſtecket iſt, endlich völlig loß, und kan bey Seite gethan werden. Die der Kugel dergeſtalt beygebrachte Kreisbewegung aber dauret lang, und in dieſem Zuſtande der Bewegung um ihre Axe *DE* werden wir uns dieſelbe in dem Verfolg immer vorſtellen. T. XIV. F. 200.

§. 1044. Das Rämchen *FGHI* iſt für ſich ſo gemacht, daß der Mittelpunct ſeiner Schwere in *C* fällt, welches zugleich der Mittelpunct der Schwere der Kugel iſt. Es können aber an eine der Seiten, durch welche die Schrauben *K*, *L* gehen, die Bleygewichte *M*, *N*, zuſammen oder paarweiſe befeſtiget, und dadurch dieſe Seite viel ſchwerer gemacht werden, als die entgegengeſetzte. In dem verlängerten Durchmeſſer des Gleichers *AB*, bey *O* und *R*, wird auch dieſer Ramen geſtützt; doch ſo, daß er ſich nicht nur um die Puncte *O*, *R*, und folgends um *AB*, frey drehen laſſe: ſondern auch dieſe Puncte in dem Horizont fortgehen, und um *C* einen Cirkelkreis beſchreiben können. Dieſes letztere wird erhalten, wenn man das Rämchen, ſo wie dieſes die Zeichnung vorſtellet, bey *O* und *R* an einem von dicken Drate verfertigten elaſtiſchen Hacken *OSR* henket, welcher bey *S*, vermittelſt eines durchgehenden dünnen Stifts, dergeſtalt an dem Ringe *T* befeſtiget iſt, daß, wenn man dieſen mit der Hand faſſet, oder ſonſt aufhenket, der Hacke *OSR*, mit allem was daran haftet, ſich um den Stift bey *S* drehen könne. Zwar verurſachet dieſe Einrichtung bey *S* einiges Reiben, welches die Bewegung um dieſes Punct nicht ſo frey läſt, als ſie ſeyn ſolte. Es hat aber dieſelbe andere Bequemlichkeiten, welche ihr vor andern Mitteln, die gebraucht werden könten den Durchmeſſer *AB*, ſamt dem Mittelpuncte *C*, ſo wie es verlangt wird, zu unterſtützen, den Vorzug zu geben ſcheinen.

T. XIV. F. 201. §. 1045. Die 201ſte Zeichnung ſtellet einen andern Durchſchnitt der an ihrem Ramen haftenden Kugel vor, deſſen Fläche ebenfals auf dem Horizonte ſenkrecht iſt, und durch die Axe der Kugel *DE* hindurch gehet: welche Axe aber nun nicht mehr in die Verticallinie *FG* fält, ſondern mit dieſer den ſpitzigen Winkel *FCP* einſchlieſſet. *AB* iſt der Durchmeſſer des Gleichers der Kugel, welcher in eben der Fläche mit der *FG* den Winkel *ACF* einſchlieſſet, ſo den vorigen *FCP* zu einen rechten Winkel ergänzet: mit dem Horizonte *HI* aber macht dieſer Gleicher an der Seite *P* den ſtumpfen Winkel *ACI*. Der Mittelpunct der Kugel *C* wird durch die Linie geſtützet, welche durch denſelben auf die Fläche des Schnitts perpendicular fält, und ſich bis an die Puncte des Rämchens erſtrecket, die unmittelbar an dem Haken haften. Man kan ſich aber, ſtatt dieſer würklichen Befeſtigung, eine jede andere Kraft vorſtellen, die unmittelbar in den Mittelpunct *C* würket, und denſelben an ſeiner Stelle erhält, ohne die übrige Bewegung, ſo die Kugel haben kan, zu verhindern. Denn in der That hat die ganze Einrichtung keinen andern Zweck, als den Mittelpunct dergeſtalt unbeweglich zu machen.

§. 1046. Nun iſt die Seite des Rämchens, in welcher ſich die Schraube *L* befindet, durch das daran befeſtigte Bley, ſchwerer gemacht worden, als die entgegengeſetzte, und dadurch wird der Theil der Axe *CE* niedergedrücket. Sie würde ſich alſo würklich nach dieſer Seite um *C* drehen, und *A* würde in der Verticalfläche *FCH* um *C* einen aufwärts gehenden Cirkelbogen beſchreiben, wenn die Kugel keine Bewegung um die Axe *DE* hätte. Iſt aber, wie wir ſetzen, die Kugel in dem Zuſtande eines Drehens um *DE*, welcher durch die Trägheit derſelben unterhalten wird, ſo wird dadurch die Kugel ſo weit in ihrer Lage erhalten, daß der Winkel *ACH* oder *LCI* in ſeiner Gröſſe keine Veränderung leidet (1038). Es drehet ſich ſtatt deſſen, daß *LCI* abnehmen und *HCA* wachſen ſolte, die Kugel zugleich um die durch ihren Mittelpunct gehende Verticallinie *FG*, und zwar links, wenn die Kugel ſich um ihre Axe rechts drehet, und umgekehrt. Weil bey dieſer Bewegung der Winkel *ECF* ſeine Gröſſe ebenfals behält, ſo beſchreibet die Axe der Kugel, oder eigentlich ihre Hälfte *EC*, um die Verticallinie *CF* einen geraden Kegel, und die Linie, in welcher die durch *C* gehende Horizontfläche von der Fläche des um den Durchmeſſer *AB* beſchriebenen Gleichers geſchnitten wird, ſo keine andere iſt, als die *OR* der vorigen 200ten Zeichnung, gehet ebenfals in der Horizontfläche, in Abſicht auf die Bewegung der Kugel um

ihre

ihre Axe *DE*, rückwärts. Das an der Seite *L* angebrachte Gewicht, welches den Theil der Axe *CE* niederdrückt, würket in die um den Durchmeſſer *AB* beſchriebene Scheibe, deren Umkreis der Gleicher der Kugel iſt, nicht anders, als es thun würde, wenn dieſe Scheibe allein und von der übrigen Maſſe der Kugel befreyet wäre: und dieſe Maſſe kan nichts anders thun, als daß ſie die Trägheit der Scheibe verſtärket, und alle Bewegungen langſamer macht, als ſie ſonſt bey eben den Kräften ſeyn würden. *T. XIV. F.* 201.

§. 1047. Die Bewegung um die Verticallinie *FG* müſte nicht den geringſten Widerſtand finden, wenn in der Gröſſe des Winkels *ACH* ganz und gar keine Veränderung vorgehen ſolte. Denn dieſe Bewegung iſt das einzige, wodurch der Gleicher *AB* zurückgehalten, und verhindert wird, ſich der Horizontfläche zu nähern, welches man ihn alsbald und plötzlich thun ſiehet, ſobald man das Rämchen hindert ſich mit dem übrigen um *FG* zu drehen. Nun wird durch die Reibung des Hakens an dem Stifte bey *S* (*Tab. XIV. Fig.* 200.) dieſe Bewegung allerdings vermindert: und dieſes iſt die Urſache, warum bey einer Kugel, wie wir ſie vor uns haben, der Winkel *ACI*, welchen der Gleicher derſelben mit dem Horizonte an der Seite einſchlieſſet, gegen welche ihn die das Rämchen beſchwerende Gewichte *M*, *N* drehen, beſtändig, wiewohl langſam, abnimt, bis er endlich gar verſchwindet, und die Axe *ED* in die Verticallinie *FG* zu liegen komt.

Eine Berechnung dieſer Bewegung.

§. 1048. Es hat aber dieſer Winkel *ACI* für ſich die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich unſere Kugel um *FG* drehet, keinen Einfluß. Dieſes und alles übrige, ſo etwas zu einer deutlichern Einſicht in die Bewegung beytragen kan, die wir an einer ſolchen Kugel wahrnehmen, ſo weit es hier nöthig iſt, aufzuklären, müſſen wir erſtlich die in die Axe derſelben würkende Kraft ausmachen, welche, indem ſie die eine ihrer Hälften *CP* niederdrücket, den Winkel *ACI*, den der Gleicher der Kugel mit dem Horizonte einſchlieſſet, zu vermindern, und den Gleicher ſelbſt um die Linie, welche durch *C* der Fläche des Durchſchnitts perpendicular gehet, herum zu drehen bemühet iſt. Dieſe Kraft rühret von den Gewichten her, womit das Rämchen an der einen Seite beſchweret iſt, welche ſämtlich in ein gewiſſes Punct der Axe würken, nicht anders, als ob an daſſelbe, vermittelſt

T. XIV. F. 201. mittelſt eines Fadens, ein ſchwerer Körper von gehöriger Gröſſe angehenket wäre. Denn es müſſen die Gewichte dergeſtalt an das Rämchen befeſtiget ſeyn, daß dieſes erfolgen muß; welches keine Schwierigkeit hat. Es ſey *M* dieſes Punct der Axe, in welchem man ſich alle Gewichte, die daſſelbe, der *FG* parallel, niederdrücken, verſammlet vorſtellen kan, und das daſelbſt anzubringende Gewicht, welches dieſen Punct eben ſo ſtark nach der *MN* gerade unterwärts ziehen würde, ſey *p*. Wird nun durch *M* die *MO* der Axe perpendicular gemacht, und *NO* derſelben parallel gezogen, damit ſie mit jener das rechtwinklichte Dreyeck *MNO* bilden möge; ſo verhält ſich das nach *MN* ziehende Gewicht *p*, zu der Kraft nach *MO*, welche allein angewendet wird die Kugel, wie geſagt worden iſt, um *C* zu drehen, wie *MN* zur *MO*, das iſt, wie der Radius zu dem Sinus des Winkels *MNO*. Nun iſt dieſer Winkel *MNO* dem *NMC* und dieſer wieder dem *MCF* gleich, welcher den *MCI* zu einen rechten Winkel ergänzet, ſo daß $FCM + MCI + ACM$ zween rechte Winkel ausmachen. Die zween letztern dieſer Winkel geben den *ACI*; es iſt alſo auch dieſer Winkel *ACI* die Ergänzung des *FCM* oder *MNO* zu zween rechten Winkeln, und wir haben $\sin ACI = \sin MNO$. Da alſo der Winkel *ACI*, welcher kein anderer iſt als der Winkel *AEB* der 199ſten Zeichnung, bey der Betrachtung jener Zeichnung *E* genant worden iſt: ſo kan kurz geſetzt werden, wie 1 zu $\sin E$, ſo *p* zu der geſuchten Kraft, welche das Gewicht *p* anwendet, die Kugel zu drehen, und es wird dieſe Kraft durch $p . \sin E$ ausgedrücket: woraus zu ſehen iſt, daß ſich dieſe Kraft mit dem Winkel *E* zugleich ändere, indem ſie mit dem Sinus deſſelben wächſet und abnimt.

§. 1049. Nunmehro müſte die Länge des Weges gefunden werden, welchen das Punct des Gleichers *A* in einer gewiſſen Zeit beſchreiben würde, wenn in dieſer Zeit die Kraft *p* nicht nach der *MN*, ſondern nach *MO* perpendicular in die Axe, und in eben das Punct derſelben *M* würkte. Dieſer Weg fält ganz in den Umkreis des um *C* mit dem Halbmeſſer *CA* beſchriebenen Cirkels, in welchem das Punct *A* in der geſetzten Zeit ſo oft man wil herumkommen, und überdieſes einen Theil des Umkreiſes von dieſer oder jener Gröſſe beſchreiben kan, welche Krümmung aber hier, da es uns blos um die Länge des Weges zu thun iſt, in keine Betrachtung komt. Weil angenommen wird, daß die Kraft *p* beſtändig in eben den Umſtänden würke, ſo wächſt die Bewegung, mit welcher *A* dieſen Weg beſchreibet, gleichförmig an, wie diejenige, mit welcher ein ſchwerer Körper in einem leeren Raume gerade niederfält; und die, von ſeinem Anfange an, genommene Theile deſſelben verhalten ſich wie die Quadrate der Zeiten, in welchen ſie beſchrieben werden. Der ganze in der angenommenen Zeit von dem Puncte *A* dergeſtalt zurückgelegte Weg aber kan zwar aus der Geſtalt, innern Beſchaffenheit und Gröſſe der Kugel, immer geſchloſſen werden, wenn alles dieſes mit der Kraft *p* zuſammen gehalten wird, welche beſtändig nach *MO* in eben das Punct der Axe *M* würket, und wir werden in dem Verfolg eine dergleichen Rechnung würklich vornehmen. Für unſern gegenwärtigen Zweck aber wäre dieſelbe zu weitläuftig; und wir können annehmen, es ſey die Länge dieſes Weges gefunden worden, und werde durch den Buchſtaben *a* bedeutet: die Zeit aber, in welcher er beſchrieben wird, mag eine Secunde ſeyn. T. XIV. F. 201.

§. 1050. Iſt nun *dt* ein unendlich kleiner Theil der Secunde, und es ſoll der Weg ausgedrückt werden, welchen unter den angezeigten Umſtänden das Punct *A* in der Zeit *dt* beſchreibet, ſo wird, weil von einer gleichförmig anwachſenden Bewegung die Rede iſt, geſchloſſen: wie 1, als das Quadrat von 1, zu dt^2, dem Quadrate von *dt*, ſo der in der Zeit 1 beſchriebene Weg *a* zu dem verlangten, welcher demnach adt^2 ſeyn wird. Nun iſt aber nicht *p* die Kraft, welche in der Zeit *dt* nach der Richtung *MO* in die Axe der Kugel würket, ſondern die daraus hergeleitete, deren Gröſſe *p. ſin E* ausdrücket, und es iſt uns eigentlich um die Gröſſe des Weges zu thun, welcher bey der Würkung dieſer Kraft *p. ſin E* von dem Puncte *A* in der Zeit *dt* beſchrieben wird. Dieſe aber iſt leicht auszumachen. In den Umſtänden, welche wir vor uns haben, da nehmlich beyde Bewegungen in der Zeit *dt* gleichförmig anwachſen, verhalten ſich die in gleichen Zeiten vom Anfange an beſchriebene Wege immer wie die Kräfte, ſo groß oder klein auch dieſe Zeiten ſeyn mögen. Wir haben alſo: wie die Kraft *p* zu der Kraft *p. ſin E*, das iſt, wie 1 zu *ſin E*, ſo der in der Zeit *dt* durch die Würkung der *p* beſchriebene Weg adt^2, zu dem geſuchten; welcher demnach durch *a. ſin E.* dt^2 angegeben wird.

§. 1051. Der dergeſtalt entdeckte Weg nun iſt die *MN* der 198ſten Zeichnung, in welcher *AEBD* eben ſowohl den Gleicher der Kugel vorſtellen kan, als er vorher eine bloſſe um ihre vorzügliche Axe *CL* gedrehte Scheibe vorſtellte. Denn ob wir wohl bey der Beſtimmung des Weges des Puncts *A* das Drehen T. XIV. F. 198.

T. XIV. F. 198. der Kugel um ihre Axe vors erſte bey Seite geſetzt haben; ſo ſiehet man doch leicht, daß, wenn dieſe Bewegung dazu komt, daraus nichts folgen könne, als daß die in dieſer Zeichnung auf der Scheibe ſenkrecht ſtehende MN nun nicht mehr durch den Ort gehet, welche das Punct der Scheibe A beym Anfange der Zeit dt einnahm, da ſie durch das Drehen derſelben um ihre Axe CL in dieſer Zeit um eben die AM fortgeſchoben worden iſt, welche das Punct A in derſelben dt beſchrieben haben würde, wenn ſeine Bewegung in dem Kreiſe $AEBD$ geblieben, und nicht durch die in die Axe CL würkende Kraft verändert worden wäre. Es iſt demnach $MN = a.\,\sin E.\,dt^2$; und wenn man die Geſchwindigkeit, mit welcher das Punct A bemühet iſt um die Axe CL herumzugehen, c nennet, indem man C die Länge des in den Umkreis eines Cirkels fallenden Weges bedeuten läſt, welchen dieſes Punct für ſich in der angenommenen Zeit einer Secunde beſchreiben würde, ſo iſt bey der Gleichförmigkeit dieſer Bewegung, welche blos durch die Trägheit der Scheibe oder Kugel erhalten wird, $1 : dt = c : AM$, und alſo $AM = cdt$.

§. 1052. Aus dieſen zween Wegen AM und MN, deren erſtern das Punct der Scheibe A wegen der Trägheit derſelben, den zweyten aber vermöge der in ihre Axe würkenden Kraft, in eben der Zeit dt zu beſchreiben bemühet iſt, wird der Winkel MAN beſtimmet, um welchen die Scheibe von ihrer vorigen Lage abweichet, indem das Punct würklich aus A in N übergehet. Denn es verhält ſich $AM : MN$ wie der Radius zu der Tangente dieſes Winkels. Nun iſt $AM : MN = cdt : a.\,\sin E.\,dt^2 = c : a.\,\sin E.\,dt$. Demnach iſt $\tan MAN = \frac{a.\,\sin E.\,dt}{c}$, welches auch ohne den oben (1032) angebrachten Satz, für ſich zeiget, daß dieſe Tangente unendlich klein ſey, und alſo mit dem Maaſſe ihres Winkels zuſammenfalle. Nun iſt MAN gleich dem Winkel ECG, welchen der Bogen EG miſſet. Wird alſo der Halbmeſſer der Scheibe $AEBD$ oder des Gleichers der Kugel, CA nehmlich CE oder CG, durch r bedeutet, ſo wird aus $AM : MN = CE : EG$ geſchloſſen: $EG = \frac{ra.\,\sin E.\,dt}{c}$.

T. XIV. F. 199. §. 1053. Der alſo entdeckte Bogen EG iſt zugleich EG in der 199ſten Zeichnung, ſo den Winkel EAF miſſet, um welchen die Scheibe von ihrer vorigen Lage abweichet, indem ſie ſich um die in ihrer Oberfläche liegende

AC

AC oder *aC* herumdrehet. Dieſe *AC* nun iſt nicht in allen Fällen eine Verticallinie, ob ſie zwar immer der Horizontlinie *DE* perpendicular iſt, und alſo in eine der durch *C* gehenden Verticalflächen zu liegen komt. Bey dieſem leztern Umſtande bleibt die Linie *AC* nicht beſtändig an ihrem Orte, ſondern komt, indem die *CE* in *CF* übergehet, auch ſelbſt in eine andere durch *aC* angedeutete Stelle. Es iſt deswegen meiſtentheils ſchwer, das Drehen der Scheibe um dieſe Linie mit ſo vieler Richtigkeit zu bemerken, als nöthig iſt zu entſcheiden, ob die Geſchwindigkeit dieſer Bewegung immer eben dieſelbe bleibe oder nicht, und ob ſie wachſe oder abnehme. Viel deutlicher iſt diejenige Bewegung zu ſehen, mit welcher die *CE* in der Horizontfläche *DEB* in *CF* übergehet, und dadurch um *C* und die durch dieſes Punct gehende Verticallinie den Winkel *ECF* beſchreibt: und das Maaß dieſes Winkels *EF* iſt leicht auszumachen. Wir haben geſehen, daß ſich die *EG* zur *EF*, wie $\mathit{ſin}\ E : 1$ verhalte. Wird aber geſezt $\mathit{ſin}\ E : 1 = \frac{ra.\,\mathit{ſin}\ E.\ dt}{c} : EF$, ſo kömt $EF = \frac{ra}{c}.\ dt$, welcher Ausdruck einfacher iſt, als der vorhergehende, und insbeſondere zeiget, daß der Winkel *E* oder *AEF*, welchen die Scheibe mit dem Horizonte einſchlieſſet, in die gegenwärtige Bewegung nicht den geringſten Einfluß habe: wie auch, daß, ſo lang die Wege *a* und *c* eben dieſelben bleiben, auch in der Geſchwindigkeit dieſer Bewegung, bey welcher *E* in dem Umkreiſe *EBD* fortrücket, keine Veränderung vorgehen werde. Denn die durch *dt* angezeigte Zeit kan immer von eben der Gröſſe angenommen werden; *r* aber iſt der halbe Durchmeſſer der Scheibe, oder des Gleichers der Kugel, und behält alſo nothwendig immer die nehmliche Länge. T. XIV. F. 199.

§. 1054. Die Geſchwindigkeit ſelbſt, mit welcher das Punct *E* in dem Umkreiſe *EBD* fortgehet, wird durch $\frac{ra}{c}$ ausgedruckt. Denn da die Geſchwindigkeit einer jeden gleichförmigen Bewegung aus dem bey derſelben in einer gewiſſen Zeit beſchriebenen Wege herausgebracht wird, wenn man dieſen durch jene dividiret; ſo iſt hier der Weg $\frac{radt}{c}$, und die Zeit *dt*. Auf eben die Art wird geſchloſſen, daß die Geſchwindigkeit der durch die Trägheit der Kugel unterhaltenen Bewegung des Puncts *A*, mit welcher daſſelbe den Gleicher derſelben beſchreibt;

T. XIV. F. 199. ſchreibt, c ſeyn werde. Es verhält ſich alſo jene Geſchwindigkeit des Puncts E zu dieſer des A, wie $\frac{ra}{c}$ zu c, oder wie ra zu cc. Durch c wird zugleich die Geſchwindigkeit angegeben, mit welcher ſich die Kugel um ihre Axe drehet, und durch $\frac{ra}{c}$ diejenige, mit welcher CE, der Halbmeſſer der Scheibe oder der Gleicher der Kugel DAE, in welcher dieſelbe oder die Fläche des Gleichers von der Horizontfläche DEB geſchnitten wird, in dieſer zurück gehet, indem er ſich aus der Stelle CE in CF und ſo weiter nach B drehet.

T. XIV. F. 201. §. 1055. Wenn wir nun alles dieſes auf die 201ſte Zeichnung anwenden, in welcher ACI der Winkel iſt, welchen wir E nennen; ſo muß man ſich den eben beſchriebenen Durchſchnitt der beyden Flächen, durch C der Fläche des Durchſchnitts der Kugel, welchen dieſe Zeichnung vorſtellet, perpendicular einbilden. Wenn nun dieſer Durchſchnitt ſich in dem Horizonte um das Punct C und die dadurch gehende Verticallinie FG gleichförmig herumdrehet, ſo ſtehet nothwendig auch die ganze Fläche der Zeichnung in einer gleichförmigen Bewegung um eben die FG, bey welcher insbeſondere die halbe Axe der Kugel CP die Oberfläche eines geraden Kegels beſchreibet, und CQ die Oberfläche eines andern welchen beyden die Kegelaxe FG gemeinſchaftlich iſt. Denn da, wie wir geſehen haben, der Winkel ACI nicht geändert wird, ſo muß auch ſeine Ergänzung zu zween rechten Winkeln FCP immer eben dieſelbe bleiben. Und dieſes iſt dasjenige, ſo man an einer nach der gegebenen Vorſchrift verfertigten Kugel ſehen kan, wenn dieſelbe in die gehörige Bewegung geſetzt wird, wiewohl mit einigen Abweichungen, welche bey dem unvermeidlichen Anreiben der Kugel und ihres Rämchens an die Stifte, um welche ſie ſich bewegen, nothwendig erfolgen. Dadurch, und durch einigen Widerſtand der Luft wird die Geſchwindigkeit c, mit welcher ſich die Kugel um ihre Axe PQ herumdrehet, mit der Zeit kleiner, welches für ſich allein die Geſchwindigkeit der Bewegung um die FG vermehren müſte. Denn da dieſe durch $\frac{ra}{c}$ ausgedrückt wird, ſo muß ſie nothwendig wachſen, ſobald ſich die c vermindert. Es bekomt aber auch die Bewegung um FG, durch die Reibung des ganzen Zuſammenhangs an dem Stifte S der 200ſten Zeichnung, einen Widerſtand, welcher beträchtlich ſtärker iſt als der vorige, und, wie wir geſehen haben, eine beſtändige Veränderung des Winkels ACI verurſachen muß, die nicht ehe

aufhö-

aufhören kan, als nachdem die Fläche des Gleichers *AB*, ſo wie ſie in dieſer Zeichnung erſcheinet, dem Horizonte parallel worden, und die Axe der Kugel *ED* in die *FG* gefallen iſt, bey welchem Umſtande ſich die beyden Bewegungen um *FG* und *DE* in eine einzige verwandeln. T. XIV. F. 201.

Anwendung auf die Erdkugel.

§. 1056. Es iſt nicht nöthig, daß wir uns länger bey dieſer Scheibe und gedrückten Kugel aufhalten. Es war uns blos um eine Art eines Verſuchs zu thun, welcher die beſtändige Abweichung der Erdaxe von ihrer vorigen Lage, welche ſeit mehr als zweytauſend Jahren bemerket worden iſt, im kleinen ſichtlich machen ſolte. Wir müſſen nunmehro betrachten, wiefern ein von unſerer Erde entfernter Weltkörper, welcher die Theile derſelben nach den ausgemachten Geſetzen anziehet, bey dieſer eben dergleichen leiſten könne, als die an unſere kleine Kugel bey *M* angebrachten Gewichte leiſteten: und wollen uns dabey vorzüglich an die Sonne halten. Obwohl die Erde würklich die Geſtalt einer bey ihren Polen gedruckten Kugel hat: ſo würde doch die anziehende Kraft der Sonne in der Lage ihrer Axe keine Veränderung machen, wenn ſie ſich immer in der Fläche des Gleichers der Erde befände: es müſte denn ſeyn, daß die Dichtigkeit der Materie, aus welcher dieſe gedruckte Kugel beſtehet, in verſchiedenen Entfernungen von ihrem Mittelpuncte viel mehr verſchieden wäre, als es uns die Erfahrungen vermuthen laſſen, die wir in der Oberfläche derſelben haben können. Man ſiehet dieſes leicht ein, wenn man erweget, wie bey dieſem Stande der Sonne, die zu beyden Seiten des Gleichers ſich in der nehmlichen Lage befindende Theile der Erde von derſelben angezogen werden. Es wird aber die Sonne faſt immer auſſer der Fläche des Gleichers angetroffen, bey welchem Stande derſelben die Erde von der durch ihren Mittelpunct gehenden Fläche der Ecliptic in zwo Hälften geſchnitten wird, deren Lagen, in Abſicht auf dieſe Fläche, einander völlig zuwieder ſind. Die Sonne würket in den einen dieſer Theile anders als in den andern, und dadurch wird das Gleichgewicht gehoben, welches in dem vorigen Falle ſtatt hatte. Aber dieſes geſchiehet nicht nach den einfachen Geſetzen, nach welchen die an unſere Kugel angebrachten Gewichte würkten. Dieſes verurſachet eine beträchtliche Verſchiedenheit, und machet eine umſtändliche Erklärung der Sache ſo ſchwer und weitläuftig, daß wir uns hier nicht ſehr tief in dieſelbe werden einlaſſen können.

T. XIV. F. 202. §. 1057. Es ſey *SC* (*Tab. XIV. Fig.* 202.) die von dem Mittelpuncte der Sonne *S* nach dem Mittelpuncte der Erde *C* laufende gerade Linie, welche immer ganz in die Fläche der Ecliptic fället, und bey dem Stande der Sonne, welcher hier angenommen wird, mit der Axe der Erde *PQ* einen ſchiefen Winkel *SCP* oder *SCQ* einſchlieſſet. Denn die Zeichnung ſtellet die Erde, als durch die Fläche dieſes Winkels geſchnitten vor, wodurch eben die elliptiſche Figur *APBQ* zum Vorſchein kommen muß, welche ein jeder anderer Durchſchnitt giebt, deſſen Fläche durch die Axe derſelben *PQ* gehet. In dieſem Durchſchnitte iſt *AB* ein Durchmeſſer des Gleichers, und kan als der orthographiſche Entwurf dieſes Kreiſes angeſehen werden: und wenn man ſich durch *DCE* eine Ebene vorſtellet, auf welche die *SC* perpendicular fällt, ſo wird durch dieſe Ebene der erleuchtete Theil der Oberfläche der Erde, von dem finſtern abgeſondert. Die Fläche der Zeichnung iſt die Fläche desjenigen Mittagskreiſes der Erde, in welchem ſich die Sonne befindet; alſo giebt der Winkel *ACS* die Abweichung der Sonne, und *SCQ* das Complement derſelben.

§. 1058. Es komt nun darauf an, daß wir bey der Erde dergleichen Kräfte entdecken, als erfordert werden, dieſelbe ſo, wie wir bey der kleinen Kugel bemerkt haben, um ihren Mittelpunct zu drehen. Hiebey müſſen wir uns vor allen Dingen erinnern, daß, da alle Puncte der völlig freyen Erde von der Sonne gegen ihren Mittelpunct *S* gezogen werden, dieſe Kräfte in der Lage der Erdaxe, und des mit derſelben verknüpften Gleichers, nichts ändern würden, wenn ſie einander ſämtlich gleich wären, und nach Directionen würkten, die der *CS* parallel liegen, es möchte ſich die Erde um ihre Axe drehen oder nicht. Die Würkung ſolcher Kräfte kan, wie wir an verſchiedenen Stellen geſehen haben, in nichts andern beſtehen, als daß alle Puncte der Erde ſich der Sonne mit eben der Geſchwindigkeit nähern, mit welcher dieſes der Mittelpunct der Erde thut, wobey kein Drehen, das von dieſen Kräften herrühren ſolte, ſtatt findet. Dieſes kan alſo nicht anders erfolgen, als wenn auſſer den angezeigten noch andere Kräfte in die verſchiedene Puncte der Erde würken: von welchen noch diejenigen abzuziehen ſind, welche dieſe Puncte gerade nach dem Mittelpuncte der Erde *C* treiben; weil auch hievon kein Drehen erfolget. Werden demnach von allen Kräften, welche in die verſchiedenen Puncte der Erde würken, diejenigen abgeſondert, welche jedes Punct, nach einer der *CS* parallel laufenden Linie, mit eben der Geſchwindigkeit

digkeit treiben, als den Mittelpunct der Erde, wie auch die, welche blos bemühet ſind, eben die Puncte dem C zu nähern: ſo bleiben diejenigen übrig, welche allein einiges Drehen der Kugel um dieſen Mittelpunct C, und eine Abweichung der Axe von ihrer vorigen Lage, verurſachen können. Die Annäherung der Erde gegen die Sonne, welche von den abgeſonderten Kräften verurſachet wird, wird gröſtentheils durch die Bewegung gehoben, mit welcher ſich die Erde von der Sonne zu entfernen bemühet iſt, indem ſie in ihrer Bahn bleibt, und würde völlig gehoben werden, wenn dieſe Bahn ein genauer um den Mittelpunct der Sonne beſchriebener Cirkel wäre. Alsdann vertreten dieſe zwo einander entgegengeſetzten Kräfte die Stelle derjenigen, welche den Mittelpunct unſerer kleinen Kugel unbeweglich in ſeinem Orte erhielt. Es hat aber auch die würkliche Bewegung der Erde, welche von den hier abgeſonderten oder andern Kräften herrühret, für ſich in das Drehen derſelben keinen Einfluß. Wie denn auch die kleine zur Erläuterung dieſer Betrachtung vorgeſchlagene Kugel (*Tab. XIV. Fig.* 200), wenn man ſie nur an dem Ringe bey T dergeſtalt faſſet, daß alle Bewegungen derſelben frey bleiben, nach Belieben fortgetragen werden kan, ohne daß dabey in dieſen Bewegungen einige Veränderung zu ſpüren wäre. T. XIV. F. 202.

Vorſtellung der Kräfte, die hier in Betrachtung kommen.

§. 1059. Die angezeigte Abſonderung der Kräfte nun würklich zu verrichten, und dadurch diejenigen, welche vermögend ſind die Axe PQ um ihren Mittelpunct C zu drehen, beſonders herauszubringen, ſey F ein in der Ebene DCS liegender körperlicher Punct der Erde, welchen die Sonne nach FS ziehet. Wird nun durch dieſen Punct FG der CS parallel gemacht, und das Parallelogram CG vollendet: ſo würket der Zug nach FS eben dasjenige, was zwo andere Kräfte würken, deren eine nach FC, die andere nach FG gerichtet iſt, wenn ſie nur auch die durch dieſe Linien FC, FG auszudrückende Gröſſen haben. Die nach dem Mittelpuncte der Erde gerichtete Kraft FC komt hier in keine Betrachtung: die nach FG aber hat ihre rechte Gröſſe, wenn ſie ſich zu der nach FS, wie die Linie FG oder CS zu der FS verhält, und würde in das Drehen der Kugel keinen Einfluß haben, wenn ſie derjenigen, mit welcher C nach S gezogen wird, völlig gleich wäre. Blos der Unterſchied dieſer Kräfte kan eine Abweichnug der Axe PQ verurſachen, welcher demnach zu entdecken iſt. Es

T. XIV. F. 202. bedeute der einzelne Buchſtabe *M* die Kraft, mit welcher die Sonne den körperlichen Punct *C* oder einen jeden andern in einer gewiſſen Entfernung an ſich ziehet. Dieſe Entfernung kan nach Belieben angenommen werden, wenn nur die Stärke des Zugs *M* durch die Würkung gegeben wird, welche er in dieſer Entfernung leiſtet: das iſt, durch die Geſchwindigkeit, welche er dem gezogenen Puncte in einer gewiſſen Zeit beybringet, oder den Raum, welchen dieſer Punct in einer unendlich kleinen Zeit zu beſchreiben, durch den Zug gezwungen wird. Wird nun dieſe Entfernung zur Einheit genommen, ſo iſt $CS^2 : 1 = M$ zu der Kraft, mit welcher der Mittelpunct der Erde nach *CS* gezogen wird, und alſo dieſe Kraft $= \frac{M}{CS^2}$, oder $= \frac{M.\,CS}{CS^3}$; und auf eben die Art wird auch die in den Punct *F* nach *FS* würkende Kraft $= \frac{M}{FS^2}$ gefunden. Hieraus wird ferner, vermittelſt der Verhältniß *FS* zur *FG* oder *CS*, die Kraft nach *FG* durch $\frac{M.\,CS}{FS^3}$ ausgedrückt, und der Unterſchied der Kräfte, von welchen die zween Puncte *C* und *F* nach den Parallelen *CS*, *FG* gezogen werden, iſt leicht zu ſchlieſſen. Nur müſſen wir den Ausdruck deſſelben, ſo viel möglich iſt, zu verkürzen ſuchen.

§. 1060. Das Punct *F* mag vors erſte an der Seite der Fläche *DE* genommen werden, an welcher die Sonne liegt. Wird nun von demſelben die *FH* dieſer Fläche *DE* parallel gezogen (welche Linie wir bald mit einer durch *F* der *DE* parallel gelegten Fläche verwechſeln werden) ſo iſt der Winkel *FSH* immer ſo klein, daß *FS* der *SH* gleich genommen werden kan, wodurch in dem gegenwärtigen Falle wird $FS = CS - HC$. Die *HC* iſt ſelbſt in Anſehung der *CS* gar ſehr klein, und kan auſſer Acht gelaſſen werden, wenn ſie die *CS* vermehren oder vermindern ſoll, wiewohl ſie für ſich allerdings in Betrachtung gezogen werden muß. Aus $FC = CS - HC$ aber wird $FC^3 = CS^3 - 3CS^2.HC$; denn die übrigen Theile dieſer dritten Dignität ſind ſo klein, daß ſie in Anſehung der angenommenen für nichts gehalten werden können. Nun iſt der Unterſchied der gefundenen Kräfte, $\frac{M.\,CS}{FS^3} - \frac{M.\,CS}{CS^3} = M.\,CS\left(\frac{1}{FS^3} - \frac{1}{CS^3}\right)$

woraus, wenn man die Brüche beyde zu eben der Benennung bringet, der Ausdruck eben des Unterſchiedes $\frac{M.\,CS}{CS^3.\,FS^3}\,(CS^3 - FS^3)$ entſtehet. Aus dem vorhergehenden aber folgt: $CS^3 - FS^3 = 3CS^2.\,HC$, wodurch eben der Ausdruck in $\frac{M.\,CS}{FS^3.\,CS^3}.\,3CS^2.HC$ verwandelt wird, welcher ferner dieſen, $\frac{3M.\,HC}{FS^3}$ giebt, ſo gar leicht zu überſehen iſt. T. XIV. F. 202.

§. 1061. Wird zweytens das Punct F an der andern von der Sonne abgekehrten Seite der Ebene DE genommen, und alles wie vorher gemacht, ſo wird FS gröſſer als CS und alſo der Unterſchied der Kräfte, mit welchen die Puncte C und F gegen die Sonne gezogen werden, $\frac{M.\,CS}{CS^3} - \frac{M.\,CS}{FS^3} = \frac{M.\,CS}{CS^3.\,FS^3}\,(FS^3 - CS^3)$. Es iſt aber nunmehro $FS = CS + CH$, und folgends $FS^3 = CS^3 + 3CS^2.\,CH$, und $FS^3 - CS^3 = 3CS^2.\,CH$. Demnach iſt, der geſuchte Unterſchied $\frac{3M.\,CS^3.\,CH}{CS^3.\,FS^3} = \frac{3M.\,CH}{FS^3}$, wie vorher: ſo daß, wenn CH an dieſer Seite der HC an der andern gleich genommen wird, die beyden Unterſchiede beynahe eben die Gröſſe bekommen. Denn völlig gleich können ſie einander nicht ſeyn, da die CF des einen beynahe um $2CH$ gröſſer iſt, als die CF des andern. Es hat aber dieſes in Anſehung des Ganzen ſo wenig zu ſagen, daß ohne Bedenken für jede der zwo CF die Entfernung CS geſeßt werden kan, welches bey eben der CH, dieſelben einander völlig gleich machet. In beyden Fällen aber drückt der gefundene Unterſchied die Kraft aus, mit welcher das Punct F nach FR, der MN parallel, getrieben wird, und mit welcher dieſes Punct F ferner in ein jedes Punct der KL würket, unter welchen die K vorzüglich zu betrachten ſind. Wir ſehen den Mittelpunct der Erde C als unbeweglich, und die verſchiedenen Theile derſelben als dergeſtalt mit einander verbunden an, daß die in dieſelbe würkenden Kräfte, welche uns beſchäftigen, nicht hinlangen ſie von einander abzuſondern. Wird nun ein Punct F in der von der Sonne erleuchteten Hälfte des Durchſchnitts $AMBN$ angenommen, ſo ſiehet man leicht, daß indem es nach FR gegen die Sonne gezogen wird, es hinwiederum in das Punct K mit der ganzen Kraft dieſes Zuges,

nach

T. XIV. F. 202. nach eben der KR, würken müſſe. Liegt aber F in der finſtern Hälfte dieſes Durchſchnitts, ſo darf man nur erwegen, daß weil alsdenn C ſtärker nach der Sonne gezogen wird als F, dieſes zurück bleiben, und in das Punct K mit der ganzen Kraft würken müſſe, welche es zurück hält.

§. 1062. Es wird demnach jede dieſer Kräfte durch den Ausdruck $\frac{3M.HC}{CS^3}$ angegeben, in welchem M den unveränderlichen Zug bedeutet, den die Sonne in einer gewiſſen Entfernung äuſſert, CS aber die Entfernung ihres Mittelpuncts von dem Mittelpuncte der Erde. Dieſe bleibt nun zwar nicht immer einerley; es hat aber ihre Veränderung in die Kräfte, welche wir betrachten, einen ſo geringen Einfluß, daß wir ſie bey Seite ſetzen, und für CS den mittlern Abſtand der Sonne von der Erde D nehmen können. Die noch übrige HC iſt die Entfernung des Puncts F, in welches der Zug der Sonne würket, von DE, oder der durch dieſe Linie gelegten Fläche, welcher die SC perpendicular iſt. Wenn man ſich noch eine andere dergleichen Fläche durch F gelegt vorſtellet, welche der vorigen parallel ſeyn wird, ſo bekomt die HC für jeden in dieſer Fläche liegenden Punct eben die Gröſſe. Wird aber eine dritte Fläche der durch DE parallel gemacht, welche die Kugel ebenfals ſchneidet, ſo wird die zu den Puncten dieſer Fläche gehörige CH gröſſer oder kleiner, indem ſie überhaupt die Entfernung des Puncts von der durch DE gelegten Fläche angiebt. Bezeichnen wir alſo dieſe veränderliche Entfernung durch z, ſo wird überhaupt eine jede der Kräfte, von welchen hier die Rede iſt, durch $\frac{3Mz}{D^3}$ ausgedrückt; und man ſiehet ſogleich, daß dieſe Kräfte, mit welchen die Sonne zween verſchiedene Puncte der Erde von der Fläche DE zu entfernen bemühet iſt, ſich gegen einander wie ihre durch z angedeutete Entfernungen verhalten. Jede dieſer durch $\frac{3Mz}{D^3}$ ausgedruckten Kräfte nun iſt für ſich bemühet die Linie DE, und mit derſelben den Durchmeſſer des Gleichers AB ſamt der Axe PQ, nach dieſer oder jener Seite zu neigen. Werden aber einige derſelben zuſammen genommen, ſo können ſie bey dieſer Würkung einander ſowohl hinderlich als beförderlich ſeyn: und wenn ſie alle genommen werden, ſo iſt immer ein Theil derſelben bemühet die DE nach der einen Seite zu neigen, indem die übrigen ihr die gegenſeitige Neigung beybringen,

welches

T. XIV. F. 203. welches die gröſſere dieſer Würkung nothwendig vermindern, und öfters gar vernichten muß. Insbeſondere aber wird (*T. XIV. Fig.* 203.) die durch *F* der *MN* parallel gezogene Sehne *RL*, bey der angenommenen Lage der Axe *PQ* von der *DE* bey *K* in die ungleichen Theile *KR*, *KL* zerſchnitten. Wird nun *KT* der *KL* gleich gemacht: ſo lieget einem jeden in der *KT* anzunehmenden Puncte *F* in der *KL* ein anderes entgegen, welches von *K* eben ſo weit entfernet iſt als *F*. Dieſe Puncte würken, indem ſie von der Sonne angezogen werden, nach einander entgegengeſetzten Richtungen gleich ſtark in *K*, und erhalten daſſelbe dadurch im Gleichgewichte. Sie können alſo zu dem Drehen der *DE* um *C* nichts beytragen. Nur die übrigen Puncte der Linie *RK*, die auſſer dem *T* bis an *R* liegen, können dieſes leiſten, und auf dieſe und die übrigen ihres gleichen komt die ganze Würkung, welche wir hier betrachten, lediglich an. Wenn in einer jeden der *MN* parallel laufenden Sehne ein Punct eben ſo gefunden wird, wie wir *T* in die Sehne *RL* gebracht haben, indem wir nehmlich *KT* der *KL* gleich machten; ſo gehet durch alle dieſe Puncte der elliptiſche Bogen *DTM* an der einen, und *ETN* an der andern Seite, und die krumlinichten Figuren *DLNC*, *DTMC*, *MLEC*, *ETNC* werden einander ſämtlich gleich und ähnlich: woraus, und weil auch *DAMC* der *EBNC* gleich und ähnlich iſt, ferner geſchloſſen wird, daß auch die Figuren *DAMT* und *EBNT* gleich und ähnlich ſeyn werden. Die in dieſen letztern an der einen Seite zwiſchen den Bogen *DAM* und *DTM* und an der andern zwiſchen *EBN* und *ETN* liegende Puncte aber ſind die einzigen in der Fläche der Zeichnung liegende, von welchen *DCE* gedrehet wird. Sowohl jene als dieſe ſind bemühet, die Winkel *DCM*, *ECN* zu vermindern, und die Puncte in *DAMT* tragen zu dieſer Veränderung eben ſo viel bey, als die in *EBNT*, ſo daß die Würkung der Puncte, die ſich in jeder dieſer krumlinichten Figuren allein befinden, oder vielmehr die Kräfte, welche bemühet ſind, dieſe Puncte von der *DCE* zu entfernen, die Hälfte der ganzen iſt.

§. 1063. Man ſiehet hieraus zugleich, daß bey der Berechnung dieſer Würkungen gar vieles auf den Winkel *ACD* ankommen werde, welcher den *MCA* zu einen rechten ergänzet, und alſo durch die Abweichung der Sonne gegeben wird. Denn nachdem der Winkel *ACD* gröſſer oder kleiner wird, werden auch die Figuren *DAMT*, *EBNT* gröſſer oder kleiner: und man begreiffet die vornehmſten Umſtände, bey welchen ſie dergeſtalt wachſen oder abnehmen,

T. XIV. F. 203. gar leicht, wenn man die Ellipſe *APBQ*, in der Fläche, in welcher die unbeweglichen Linien *DE* und *MN* den rechten Winkel *MCD* einſchlieſſen, ohne ihren Mittelpunct von *C* zu entfernen, bald ſo bald anders leget. Auſſerdem aber komt es bey dem Drehen einer Linie um einen ihrer Puncte, oder einer Ebene um eine in derſelben gezeichnete gerade Linie, nicht allein auf die Stärke der Kraft an, welche dieſes Drehen verrichten ſoll; ſondern es iſt dabey zugleich auf die Entfernung der Direction dieſer Kraft, von dem Puncte oder der Linie, welche bey dieſer Bewegung in Ruhe bleibt, zu ſehen. Beydes zuſammen giebt das aus der Lehre von dem Hebel bekannte Moment, auf welches bey der Beurtheilung ſolcher Bewegungen alles ankomt. Nun werden aber bey der Veränderung des Winkels *ACD* immer einige Puncte, die vorher in der Figur *DAMT* oder *EBNT* enthalten waren, aus derſelben ausgeſchloſſen, und andere in dieſelbe gebracht, deren Momente von den Momenten der vorigen mehr oder weniger verſchieden ſind. Die zu den Kräften, welche nach der Direction *LR* in das Punct *K* würken, gehörige Entfernung iſt *KC*, oder eine jede andere gerade Linie, welche aus *RL* auf die *MN* perpendicular fällt. Wird für ein anderes Punct der *DE* die Directionslinie der Kräfte, welche immer der *MN* parallel bleibt, dieſer *MN* genähert, oder weiter von derſelben entfernet, ſo wird auch das Moment der Kräfte kleiner oder gröſſer, als es auſſerdem ſeyn würde. Es ſind aber die Puncte, welche bey der Veränderung des Winkels *ACD* aus der Figur *DAMT* ausgeſchloſſen werden, ganz anders von der *MN* entfernet, als die in dieſelbe hineingebrachten.

§. 1064. Die würkliche Berechnung der Summe der Momente aller Kräfte, welche in die Linie *DE* würken, und bemühet ſind dieſelbe nach *DM*, *EN* um *C* herumzudrehen, iſt eine der ſchwerſten, und könnte aus dieſer Urſache hier wegbleiben. Ich will mich aber dennoch bemühen, denjenigen, welche eine hinlängliche Einſicht in die Analytic und die Mechanic haben, die Gründe derſelben mit aller möglichen Deutlichkeit vorzutragen, ohne dabey allzuviel vorauszuſetzen. Es ſind aber die in der Fläche des Durchſchnitts *AMBN* liegende Theile der Kugel nicht die einzigen, welche die Linie *DCE* dergeſtalt gegen *M* und *N* neigen, und dadurch die Winkel *ACM*, *BCN* vermindern, ob ſie wohl die einzigen ſind, die unmittelbar in die *DE* würken. Wird die Erde vermittelſt einer andern Fläche geſchnitten, die der bisher betrachteten parallel iſt: ſo wird jedes in

dieſer

dieſer neuen Fläche liegendes Punct der Erde eben ſo wie *F*, der *MN* parallel, nach der Sonne gezogen, und es folgen daraus eben die Würkungen, welche wir bey dem Puncte *F*, und den übrigen in der Fläche *AMBN* geſehen haben. Die durch den neuen Durchſchnitt zum Vorſchein gebrachte Figur iſt immer der *AMBN* ähnlich, und alſo eine Ellipſe, wenn *AMBN* eine Ellipſe iſt, wie wir dieſes annehmen. Und wenn a noch immer die *AC*, v aber die Entfernung der Fläche des neuen Durchſchnitts von dem Mittelpuncte *C* bedeutet, ſo iſt die gröſſere Axe dieſer Ellipſe $\sqrt{(aa - vv)}$, wie gar leicht zu ſehen iſt, wenn man erweget, daß der Mittelpunct einer jeden ſolchen Ellipſe in die Fläche des durch *AB* vorgeſtellten Gleichers der Kugel, und zugleich in die gerade Linie fallen müſſe, welche durch *C* der Fläche des Durchſchnitts *ABPQ* ſenkrecht gehet. Denn es folget hieraus, daß die gröſſere Axe einer jeden vermittelſt des beſchriebenen Durchſchnitts zum Vorſchein gebrachten Ellipſe eine Sehne des Gleichers ſeyn werde, die dem Durchmeſſer deſſelben *AB* parallel lieget, und von ſeinem Mittelpuncte um die Länge v entfernet iſt. Iſt nun *apbq* eine dieſer der *APBQ* ähnlichen Ellipſen, und es wird in derſelben der Bogen *dpn* in *dtm*, wie auch *eqm* in *etn* gelegt, ſo wird auch die krumlinichte Figur *damt* der *DAMT* ähnlich, folgends zugleich der *EBNT*, welcher die *ebnt* ebenfalls ähnlich iſt. Die in dieſen Figuren *damt*, *ebnt* liegenden Puncte ſind die einzigen, welche, indem ſie von der Sonne angezogen werden, zur Verminderung der Winkel *ACM*, *BCN* etwas beytragen; und ſie leiſten dieſes, bey ihrer Entfernung von der Fläche *APBQ*, in eben dem Maaſſe, in welchem ſie es leiſten würden, wenn ſich die Ellipſe *apbq*, ſo wie ſie gezeichnet iſt, würklich in der Fläche *APBQ* befände. T. XIV. F. 203.

Zu der Ellipſe.

§. 1065. Zur würklichen Berechnung nun, welche wir vorhaben, müſſen noch einige Eigenſchaften der Ellipſen aus denjenigen, die wir Anfangs geſehen haben, hergeleitet werden. Es iſt zu dem Ende die Hälfte der 203ten Zeichnung in der 204ten, ſo weit ſie zu dem gegenwärtigen Zwecke nöthig iſt, wiederhohlet und mit eben den Buchſtaben bezeichnet worden. Die *RI* iſt in derſelben aus dem Puncte *R* dem Halbmeſſer des Gleichers *AC* perpendicular, und *O* der Durchſchnitt eben des Durchmeſſers mit der *RL*. Wird nun auch hier jede *CI* durch x angegeben, und die dazu gehörige *RI* durch y, indem a noch T. XIV. F. 204.

immer

T. XIV. F. 204. immer die gröſſere Axe der Ellipſe MAN bedeutet, und c die kleinere, ſo wiſſen wir, daß ſeyn werde $aayy = ccaa - ccxx$, oder $aayy + ccxx = ccaa$. Wird aber genommen $aa = cc + ee$, und alſo $aa - ee = cc$, ſo entſtehet hieraus $aayy + aaxx - eexx = ccaa$, oder $aa(yy + xx) - eexx = ccaa$; da denn e die Entfernung des Mittelpuncts der Ellipſe von einem ihrer Nabel angiebt.

§. 1066. Es bedeute φ den Winkel $ACM = KOC = IOR$, von welchem wir wiſſen, daß er der Abweichung der Sonne gleich ſey, und folgends $\sin\varphi$ den Sinus dieſes Winkels, und $\cos\varphi$ ſeinen Coſinus; wodurch man bekömt: $CK : CO = \sin\varphi : 1 = RI : RO$, und $CK : KO = \sin\varphi : \cos\varphi = RI : IO$. Wird nun auch eine jede CK durch u angegeben, und die dazu gehörige KR oder KL durch z, ſo iſt $CO = \frac{u}{\sin\varphi}$, und $KO = \frac{u.\cos\varphi}{\sin\varphi}$; woraus folget $RO = z - \frac{u.\cos\varphi}{\sin\varphi}$. Nun iſt auch $RI = RO.\sin\varphi$. und $OI = RO.\cos\varphi$. Alſo $RI = y = z.\sin\varphi - u.\cos\varphi$, und $x = CO + OI = \frac{u}{\sin\varphi} + z.\cos\varphi - \frac{u.\cos\varphi^2}{\sin\varphi}$. Es iſt aber $\frac{u}{\sin\varphi} - \frac{u.\cos\varphi^2}{\sin\varphi} = \frac{u(1-\cos\varphi^2)}{\sin\varphi}$, und $1 - \cos\varphi^2 = \sin\varphi^2$; alſo $x = z.\cos\varphi + u \sin\varphi$. Aus den Gleichheiten, $x = z.\cos\varphi + u.\sin\varphi$, und $y = z.\sin\varphi - u.\cos\varphi$ folget ferner $x^2 = z^2.\cos\varphi^2 + 2zu.\cos\varphi.\sin\varphi + u^2.\sin\varphi^2$, und $y^2 = z^2.\sin\varphi^2 - 2zu.\cos\varphi.\sin\varphi + u^2.\cos\varphi^2$; welches giebt, wenn man überall anſtatt $\sin\varphi^2 + \cos\varphi^2$ das Quadrat des Radius 1 ſetzet, $x^2 + y^2 = z^2 + u^2$. Durch dieſe Werthe nun wird die Gleichung $aa(xx + yy) - eexx = ccaa$ in dieſe $aa(zz + uu) - ee(z^2.\cos\varphi^2 + 2zu.\cos\varphi.\sin\varphi. + u^2.\sin\varphi^2) = ccaa$ verwandelt, welche auch alſo geſchrieben werden kan: $(aa - ee.\cos\varphi^2)zz - 2ee.\cos\varphi.\sin\varphi.uz + (aa - ee.\sin\varphi^2)uu = ccaa$.

§. 1067. Wird nun zu einer weitern Verkürzung geſetzt $aa - ee.\cos\varphi^2 = mm$, $aa - ee.\sin\varphi^2 = nn$, und $ee.\cos\varphi.\sin\varphi = kk$, ſo folget hieraus, wenn gehörig multipliciret wird, $m^2n^2 = a^4 - a^2e^2.\sin\varphi^2 -$

$a^2e^2.$

$a^2e^2. \cos\varphi^2 + e^4. \sin\varphi^2. \cos\varphi^2$, das iſt, (weil wider $\sin\varphi^2 + \cos\varphi^2 = 1$); T. XIV. F. 204. $m^2n^2 = a^4 - a^2e^2 + e^4. \sin\varphi^2. \cos\varphi^2$. Aus dem geſetzten folgt $e^4. \cos\varphi^2. \sin\varphi^2 = k^4$. Alſo haben wir $m^2n^2 = a^4 - a^2e^2 + k^4$; oder $a^4 - a^2e^2 = m^2n^2 - k^4$. Es iſt aber $a^4 - a^2e^2 = a^2(a^2 - e^2) = a^2c^2$, weil $c^2 = a^2 - e^2$; und alſo auch $aacc = m^2n^2 - k^4$, und $k^4 = m^2n^2 - a^2c^2$: vermittelſt welcher Benennungen, die letzte Gleichung des vorhergehenden Abſatzes in die folgende verwandelt wird:

$$m^2z^2 - 2k^2uz + n^2u^2 = a^2c^2$$

oder

$$z^2 - \frac{2k^2uz}{m^2} = \frac{a^2c^2 - n^2u^2}{m^2}.$$

Die Wurzeln dieſer Gleichung geben die zwo Linien KR und KL zu einer jeden $u = CK$. Es werden aber dieſe Wurzeln durch die gewöhnliche Regel unmittelbar alſo angegeben: $z = \frac{k^2u}{mm} \mp \surd\left(\frac{a^2c^2 - n^2u^2}{m^2} + \frac{k^4u^2}{m^4}\right)$. Nun kan, was hier unter dem Wurzelzeichen ſtehet, auch alſo geſchrieben werden $\frac{m^2a^2c^2 - m^2n^2u_2 + k^4u^2}{m^4}$; und wenn man ſtatt k^4 ſeinen in dem vorhergehenden gefundenen Werth $m^2n^2 - a^2c^2$ ſetzt, ſo wird eben der Bruch in dieſen $\frac{m^2a^2c^2 - m^2n^2u^2 + m^2n^2u^2 - a^2c^2u^2}{m^4}$ verwandelt, welcher Ausdruck nichts anders bedeutet, als der viel kürzere $\frac{a^2c^2(m^2 - u^2)}{m^4}$. Es iſt alſo die verlangte Quadratwurzel, $= \frac{ac}{mm}\surd(m^2 - u^2)$, und es werden die zwo Wurzeln der Gleichung vermittelſt dieſer Verkürzung durch $z = \frac{k^2u \mp ac\surd(m^2 - u^2)}{mm}$ angegeben. Die gröſſere derſelben giebt KR, welche als poſitiv angeſehen wird, und es iſt alſo $KR = \frac{k^2u + ac\surd(m^2 - u^2)}{mm}$, die kleinere Wurzel aber giebt $KL = \frac{k^2u - ac\surd(m^2 - u^2)}{mm}$, welche ſo lange negativ bleibt, als CK kleiner iſt, dann CD.

T. XIV. F. 204. §. 1068. Denn wenn, indem ſich die *RL* beſtändig von der *MN* entfernet, endlich *CK* der *CD* gleich wird, ſo wird dieſe *KL* zu einem bloſſen Puncte, und es iſt alſo für dieſen Fall $k^2u = ac\,\sqrt{}(m^2 - u^2)$ und $k^4u^2 = m^2a^2c^2 - a^2c^2u^2$, woraus, wenn wieder anſtatt des k^4 ſein Werth geſetzt wird, folget $m^2n^2u^2 - a^2c^2u^2 = m^2a^2c^2 - a^2c^2u^2$, das iſt, $n^2u^2 = a^2c^2$, oder $nu = ac$, und $u = \frac{ac}{n}$, wodurch alſo nunmehro die durch *u* bedeutete Linie *CD* gegeben wird. Hat ſich das Punct *D* noch weiter von dem *C* entfernet, ſo daß es nun in der verlängerten *CD* auſſer *D* in *k* fällt; ſo kan eine durch dieſes *k* der *MN* parallel gezogene Linie den Umkreis *MAN* nur an der Seite *A* ſchneiden und wenn dieſes in *r* und *l* geſchiehet, ſo wird auſſer der *kr*, die immer poſitiv bleibt, auch die *kl* poſitiv. Es iſt alſo $rl = kr - kl = \frac{k^2u + ac\sqrt{(mm - uu)}}{mm} - \frac{k^2u - ac\sqrt{(mm - uu)}}{mm} = \frac{2ac\sqrt{(mm - uu)}}{mm}$. Entfernet ſich die Linie *kr* noch weiter von der *MN*, welcher ſie immer parallel bleibt, ſo wird die Sehne *rl* immer kleiner und kleiner, und verſchwindet endlich gar, indem die beyden *l* und *r* in ein Punct zuſammen fallen, in welchem die *rlk* die Ellipſe nun nicht mehr ſchneidet, ſondern blos berühret. Für dieſen Fall iſt alſo $\frac{2ac\sqrt{(mm - uu)}}{mm} = 0$, und $\sqrt{}(mm - uu) = 0$; woraus flieſſet $uu = mm$ und $u = m$. Wolte man dem Puncte *k* eine noch gröſſere Entfernung von *C* geben, ſo würde die durch daſſelbe der *MN* parallel gezogene Linie mit der Ellipſe gar keine Gemeinſchaft haben. Demnach iſt der krumlinichte Raum *DAMTD* ganz zwiſchen der *MN* und der ihr dergeſtalt parallel gezogenen *klr* enthalten, daß dieſe *klr* die Ellipſe nicht ſchneidet, ſondern nur berühret, und man kan die zu dieſer Tangente gehörige *CK*, welche iſt $u = m$, als die Höhe dieſer Figur *DAMTD* anſehen.

Summe der Momente der hier würkenden Kräfte.

§. 1069. Nach dieſer Vorbereitung können wir uns zur Berechnung der Kräfte wenden, mit welchen die Sonne, indem ſie in die körperlichen Puncte des Raums *DAMTD* auf die erklärte Art würket, die Ellipſe in ihrer Fläche um das Punct *C* zu drehen bemühet iſt. Der Anfang kan mit einem jeden in

T. XIV. F. 204. der Linie *RK* liegenden Puncte *F* gemacht werden, welche *RK* wir nunmehro als die Höhe eines geraden körperlichen Priſma anſehen müſſen, deſſen Grundfläche ein Quadrat von einer unendlich kleinen Seite iſt, welche, weil ſie durchaus eben dieſelbe bleibt, gar wohl zur Einheit gemacht werden kan. Wird dieſes Priſma durch Schnitte, die ſämtlich der *RK* perpendicular ſind, in unendlich viele Theile getheilet, ſo bekant jeder dieſer unendlich kleinen Theile ebenfals die Geſtalt eines geraden Priſma, deſſen in der *RK* genommene Höhe wir *dz* nennen können, wodurch, da die Grundfläche 1 iſt, und *dz* eben ſo viel bedeutet als $1 \times dz$, auch der körperliche Inhalt eines jeden ſolchen Theilchen angegeben wird. Ja es kan *dz* auch die Maſſe eben dieſes Theilchen bedeuten. Denn da uns gänzlich unbekant iſt, nach welchem Geſetze die Dichtigkeit der Erde in verſchiedenen Entfernungen von ihrem Mittelpuncte wachſe oder abnehme, ſo finden wir uns gewiſſermaaſſen gezwungen, ihr durchaus eben die Dichtigkeit zuzuſchreiben; da denn die Maſſe eines jeden Theils derſelben mit ſeiner Gröſſe zugleich wächſet, und beyde aus einer jeden zur Einheit genommenen Maſſe durch eben die Zahl ausgedrückt werden. Die Länge *FK*, um welche das angenommene Theilchen *dz* in der *RK* von *CD* entfernet iſt, ſey *z*. Nun war die erklärte von dem Zuge der Sonne herrührende Kraft, die hier in Betrachtung komt, zu dem Puncte *F*, $= \frac{3Mz}{D^3}$; und da in dieſem Ausdrucke *D* die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne bedeutet, welche bey der Berechnung der Länge *M*, um welche ſich der Mittelpunct der Erde in einer gewiſſen kleinen Zeit der Sonne nähert, gar wohl zur Einheit gemacht werden kan, ſo kan eben die Kraft auch kürzer durch $3Mz$ angegeben werden. Multipliciret man alſo dieſe $3Mz$ durch die Maſſe *dz*, ſo wird durch $3Mzdz$ die ganze Kraft ausgedrückt, welche die Sonne anwendet, das bey *F* liegende Theilchen nach der Richtung *FR* von *CD* zu entfernen; welche Kraft ſodann mit ihrer ganzen Stärke in das Punct *K* würket, und, weil *C* dabey als unbeweglich anzuſehen iſt, die *CD* ſamt der Ellipſe um dieſes Punct *C* herumdrehet.

§. 1070. Die Kraft, mit welcher alle von *K* bis an *F* liegende Theile, welche ein Priſma ausmachen, deſſen Höhe die *KF* iſt, dergeſtalt in das Punct *K* würken, beſtehet aus der Summe der zu jedem dieſer Theile gehörigen $3Mzdz$, und iſt demnach $\frac{3}{2}Mzz + c$, in welchem Ausdrucke der erſte Theil durch eine der erſten Regeln der Integralrechnung gefunden wird, *c* aber eine gewiſſe Gröſſe bedeutet,

T. XIV. F. 204. deutet, die immer dieſelbe bleibt, um die wir uns aber hier nicht zu bekümmern haben. Denn dieſer Ausdruck iſt allgemein, man mag das Punct F in der RK ſetzen, wohin man will. Setzet man alſo daſſelbe in R, und macht dadurch $z = KR$, ſo wird die ganze Kraft aller in dieſer KR liegenden Theile durch $\frac{3}{2} M. KR^2 + c$, und, aus eben dem Grunde, die Kraft aller Theile in der KT durch $\frac{3}{2} M. KT^2 + c$, angegeben. Nun iſt $KT = KL$, und wenn auch die letztere dieſer Linien negativ iſt, ſo iſt doch das Quadrat derſelben KL^2 eben ſowohl poſitiv als KT^2. Es kan alſo auch $\frac{3}{2} M. KL^2 + c$ für den Ausdruck aller Kräfte in KT gebraucht werden, und demnach der Unterſchied von beyden, welcher iſt $\frac{3}{2} M. KR^2 - \frac{3}{2} M. KL^2$, oder $\frac{3}{2} M. (KR^2 - KL^2)$ für denjenigen, welcher die Kraft angiebt, mit welcher die in der RT liegenden Theile in eben das Punct K würken; und wir haben geſehen, daß dieſe allein in Betrachtung zu ziehen ſeyn. Nun iſt $KR = \frac{k^2 u + ac \sqrt{(m^2 - u^2)}}{mm}$ und $KL = \frac{k^2 u - ac \sqrt{(m^2 - u^2)}}{mm}$; alſo $KR^2 - KL^2 = \frac{4 k^2 acu \sqrt{(m^2 - u^2)}}{m^4}$, welches durch $\frac{3}{2} M$ multipliciret, vor die geſuchte Kraft des RT giebt $\frac{6 M. k^2 acu \sqrt{(m^2 - u^2)}}{m^4}$. So lang nun in den Winkel ϕ keine Veränderung vorgehet, bedeuten alle Buchſtaben dieſes Ausdrucks, auſſer dem einzigen u, beſtändige Gröſſen. Setzen wir alſo $\frac{6 M. kkac}{m^4} = f$, und verwandeln dadurch den eben herausgebrachten Ausdruck in $fu \sqrt{(mm - uu)}$, ſo wird durch f ebenfals eine beſtändige Gröſſe bedeutet.

§. 1071. Wenn man ſich nun neben das an die RT angelegte Priſma ſo viele andere von eben der Grundfläche und Höhe gelegt vorſtellet, als nöthig ſind, in der Fläche der Zeichnung ein Rechteck zu bedecken, deſſen der CD parallel genommene Breite die unendlich kleine du iſt, und dadurch ein neues Priſma zu Wege bringet, ſo verhält ſich die Kraft des vorigen zu der Kraft des neuen wie 1 zu du, und es wird alſo dieſe Kraft $= fudu \sqrt{(mm - uu)}$. Die Richtung derſelben iſt die vorige KR, auf welche aus C, ſo hier für den Ruhepunct angenommen werden muß, die $CK = u$ perpendicular fällt. Demnach wird das Moment dieſer Kraft, mit welchem ſie bemühet iſt, die Linie CD um C herumzudrehen, durch das Product aus beyden, $fuudu \sqrt{(mm - uu)}$ ausgedrücket, und

die Summe der Momente aller dergleichen Priſmen, welche auf die beſchriebene T. XIV. F. 204.
Art in die Figur *DAMTD* gebracht werden und dieſelbe ganz bedecken, iſt dasjenige, warum es uns nunmehro zu thun iſt. Nun iſt aber das Integral zu $fuudu\, \surd(m^2 - u^2)$, oder welches eben das bedeutet, zu $f(m^2 - u^2)^{1:2} u^2 du$, dieſes, $\frac{1}{4} f m^2 \int (m^2 - u^2)^{1:2} du - \frac{1}{4} f (m^2 - u^2)^{3:2} u + C$, wie man ſehen kan, wenn man von dieſen leztern die Differentialgröſſe nimt. Dieſe iſt $\frac{1}{4} fm^2 (m^2 - u^2)^{1:2} du + \frac{3}{4} f (m^2 - u^2)^{1:2} uudu - \frac{1}{4} f (m^2 - u^2)^{3:2} du$. Denn C iſt eine beſtändige Gröſſe. Das lezte Glied der Differentialgröſſe $- \frac{1}{4} f (m^2 - u^2)^{3:2} du$ kan auch alſo geſchrieben werden $- \frac{1}{4} f (m^2 - u^2)(m^2 - u^2)^{1:2} du$, und läſt ſich folgends in dieſe zwey andre theilen, $- \frac{1}{4} f m^2 (m^2 - u^2)^{1:2} du + \frac{1}{4} f (m^2 - u^2)^{1:2} u^2 du$. Dadurch wird das ganze Differential $\frac{1}{4} f m^2 (m^2 - u^2)^{1:2} du - \frac{1}{4} fm^2 (m^2 - u^2)^{1:2} du + \frac{3}{4} f (m^2 - u^2)^{1:2} uudu + \frac{1}{4} f (m^2 - u^2)^{1:2} uudu$, welches genau ſo viel iſt, als $f(m^2 - u^2)^{1:2} uudu$, oder $fuudu\, \surd(m^2 - u^2)$. Demnach wird zu einer jeden u die Summe der Momente, welche wir ſuchen, durch $\frac{1}{4} fm^2 \int (m^2 - u^2)^{1:2} du - \frac{1}{4} f \times (m^2 - u^2)^{3:2} u + C$, angegeben, und es iſt dabey nichts übrig, als daß wir uns die Bedeutung dieſer Ausdrücke deutlich vorſtellen.

§. 1072. Mit dem mittlern $\frac{1}{4} f (m^2 - u^2)^{3:2} u$, welcher auch alſo geſezt werden kan $\frac{1}{4} fu (m^2 - u^2) \surd(m^2 - u^2)$, hat es keine Schwierigkeit. Was aber den erſten $\frac{1}{4} f m^2 \int (m^2 - u^2)^{1:2} du$ anlangt, ſo bedeutet in demſelben $\int (m^2 - u^2)^{1:2} du$ oder $\int du\, \surd(m^2 - u^2)$ die Summe aller $du\, \surd(m^2 - u^2)$. Wird aber mit dem Radius $CA = m$ (*Tab. XIV. Fig.* 205.) T. XIV. F. 205.
der Quadrante eines Cirkels *ABC* beſchrieben, und in demſelben *CE* der u gleich genommen, ſo wird durch $\surd(m^2 - u^2)$ die der *AC* parallel laufende *DE* angegeben, wie leicht zu ſehen iſt, wenn man auch *DC* ziehet. Stellet man ſich alſo *Ee* unendlich klein, und der du gleich vor, ſo wird durch $du\, \surd(m^2 - u^2)$ nichts anders als das aus den Seiten *ED*, und ed gebildete Rechteck *DE*ed ausgedrückt, und $\int du\, \surd(m^2 - u^2)$ iſt die Summe aller Rechtecke dieſer Art, die vom erſten Anfange an, da *DE* in die *CA* gefallen iſt, bis an die *DE* oder *de*, in dem Raume *ECAD* enthalten ſind. Demnach bedeutet $\int du\, \surd(m^2 - u^2)$ ſelbſt dieſen Raum *ECAD*, welcher anfänglich, da $u = 0$, und *DE* in die *AC* fällt, gar keine Gröſſe hat, nach und nach aber mit der u bis zur Gröſſe des Quadranten *ACB* anwächſet, welche er erreichet, ſobald u dem Halbmeſſer m gleich

T. XIV. F. 205. gleich wird. Was aber die beſtändige Gröſſe C anlangt, ſo iſt die Summe der Momente, mit welcher wir uns beſchäftigen, nichts, wenn u nichts iſt, wie man leicht ſiehet. Es wird aber durch $u = 0$ auch $\frac{1}{4} fu(m^2 - u^2) \surd(m^2 - u^2) = 0$, weil u unter den Factoren dieſes Ausdrucks mit vorkomt. Demnach zu dieſem Falle $0 = 0 + 0 + C$, das iſt $C = 0$, und dieſes muß auch ſonſt, bey einer jeden Gröſſe der u, ſtatt haben.

§. 1073. Wir können alſo, wenn wir die geſuchte Summe der Momente S nennen, dieſe zu einer jeden u durch $S = \frac{1}{4} fm^2 \times ECAD - \frac{1}{4} fu (m^2 - u^2) \surd(m^2 - u^2)$ angeben. Iſt aber $u = m$, ſo wird $m^2 - u^2 = 0$ und es verſchwindet der zweyte Theil dieſes Ausdrucks. Da nun, indem u bis zu m angewachſen iſt, zugleich $ECAD$ die Gröſſe des Quadranten ACD erreichet hat, ſo wird die Summe der Momente aller in dem Raume $DAMTD$ der 204ten Zeichnung liegender körperlicher Puncte durch $S = \frac{1}{4} fm^2.\ ACB$ gegeben. Denn es ſind, wie wir (1068) geſehen haben, dieſe Puncte ſämtlich zwiſchen der MN dieſer 204ten Zeichnung und einer andern Linie enthalten, welche dieſer MN in der Entfernung m parallel läuft. Wenn π die Hälfte des Umkreiſes des mit dem Radius 1 beſchriebenen Cirkels bedeutet, und alſo $1 : \pi$ die Verhältniß eines jeden Durchmeſſers zu dem Umkreiſe ſeines Cirkels iſt, ſo iſt $ACB = \frac{1}{4} \pi m^2$. Dadurch wird $S = \frac{1}{16} fm^4 \pi$; und weil die Sonne in die andere Hälfte der elliptiſchen Scheibe, welche man ſich an der andern Seite der MN vorſtellen muß, auf eben die Art würket, ſo iſt die ganze Summe aller Momente der Kräfte, welche ſie anwendet die Scheibe in ihrer Fläche um C zudrehen, zweymal ſo groß, und wird durch $\frac{1}{8} fm^4 \pi$ ausgedruckt. Nun iſt $f = \frac{6M.kkac}{m^4}$ (1070). Laſſen wir alſo S die letztere Summe aller Momente bedeuten, und ſetzen in dem Ausdrucke derſelben dieſen Werth des f an ſeinen gehörigen Ort, ſo wird $S = \frac{6\ M.\ kkac}{m^4} \times \frac{1}{8} m^4 \pi = \frac{3}{4} M.\ kkac\pi$. Auch iſt geſetzt worden, $kk = ee.\ \mathit{ſin}\ \varphi.\ \mathit{cos}\ \varphi$; und man weiß, daß zu einem jeden Winkel, welchen φ bedeuten mag $2\ \mathit{ſin}\ \varphi.\ \mathit{cos}\ \varphi = \mathit{ſin}\ 2\varphi$, und alſo $\mathit{ſin}\ \varphi.\ \mathit{cos}\ \varphi = \frac{1}{2}\ \mathit{ſin}\ 2\varphi$. Wird alſo auch dieſes angewendet, ſo entſtehet $S = \frac{3}{8} M.\ eeac\pi.\ \mathit{ſin}\ 2\varphi$.

T. XIV. F. 203.

§. 1074. Die elliptiſche Scheibe $APBQ$, ($T.$ $XIV.$ $Fig.$ 203.) welche die Sonne mit dieſer Gewalt S um ihren Mittelpunct zu drehen bemühet iſt, hat durchaus zu ihrer Dicke die unendlich kleine Linie, welche bey dieſer Betrachtung zur Einheit gemacht worden iſt. Denn ſie kann weder dicker noch dünner ſeyn, als die neben einander gelegten Priſmen, aus welchen wir ſie zuſammen geſetzt haben. Giebt man dieſer Scheibe eine andere, ebenfalls unendlich kleine Dicke dv, ſo wird die Summe der Momente in der Verhältniß $1 : dv$ vermehret oder vermindert, und es muß, wenn dieſe Summe angegeben werden ſoll, der Ausdruck der vorigen durch dv multipliciret werden. Bleibet alsdenn der Winkel φ immer eben derſelbe, ſo werden zu Ellipſen von verſchiedener Geſtalt und Gröſſe, auſſer der willkührlichen dv, nur die Axen a, c, ſamt der von beyden abhangenden e veränderlich, und es kann, mit Abſonderung der beſtändigen von dieſen veränderlichen Gröſſen, geſchrieben werden $S = \frac{3}{8} M\pi \mathit{ſin.}\, 2\varphi \times aceedv$.

§. 1075. Dieſes nun führet uns unmittelbar zu der Summe der Momente einer gedruckten Kugel. Wenn wir diejenige, ſo durch ihren Mittelpunct geſchnitten, die Ellipſe $APBQ$ der 203ten Zeichnung gab, mit einer andern Fläche, in der Entfernung v der $APBQ$ parallel ſchneiden; ſo wiſſen wir (125), daß dadurch eine kleinere Ellipſe zum Vorſchein gebracht werde, die der $APBQ$ ähnlich iſt, und $\surd(aa - vv)$ zur Hälfte ihrer gröſſern Axe hat (1064). Wenn alſo apbq dieſe Ellipſe iſt, deren Axe ab mit der MN den Winkel a$CM = ACM = \varphi$ einſchlieſſet, ſo folget aus der Aehnlichkeit der zwo Ellipſen $APBQ$ und apbq, vermöge welcher $AC : CP =$ aC : Cp, daß die kleinere Axe der letztern Ellipſe $Cp = \frac{c}{a} \surd(aa - vv)$ ſeyn werde; und eben ſo wird auch die Entfernung des Mittelpuncts dieſer apbq von einem ihrer Nabel geſchloſſen $= \frac{e}{a} \surd(aa - vv)$. Stellet man ſich alſo an ſtatt eben der apbp eine elliptiſche Scheibe vor, deren Dicke dv iſt, und ſetzet in dem veränderlichen Factor des letztern Ausdrucks $aceedv$, die dergeſtalten entdeckten zu dieſer Scheibe gehörigen Werthe, welche denſelben in $\frac{c}{a}(aa - vv) \times \frac{ee}{aa}(aa - vv)\, dv = \frac{cee}{a^3}(aa - vv)^2 dv$ verwandeln; ſo wird die Summe aller Momente, welche von der Würkung der Sonne

T. XIV. F. 203. in dieſe Scheibe herrühren, $= \frac{3}{8}M.\pi.\sin 2\varphi \times \frac{cee}{a^3}(aa - vv)^2dv$. Der Ausdruck gilt für eine jede dergleichen Scheibe, ſo gros oder klein auch zu derſelben die Entfernung v ſeyn mag: und es wird, bey der Veränderung dieſer v der Factor $\frac{\frac{3}{8}M.\pi.\sin 2\Phi.\, cee}{a^3}$ nicht verändert. Wenn man alſo ſtatt dieſer beſtändigen Gröſſe den einzelnen Buchſtaben b ſetzet, ſo wird eben die Summe der Momente auch kürzer durch $b(aa - vv)^2dv$ angegeben.

§. 1076. Nun läßt ſich die ganze Kugel in dergleichen unendlich dünne Scheiben zertheilen. Es iſt alſo die Summe der Momente aller dieſer Scheiben auch die Summe der Momente der Kugel, und wir dörfen nur das gefundene $b(aa - vv)^2dv$ integriren, wenn wir dieſe Summe angeben wollen. Zu dem Ende wird ſtatt $(aa - vv)^2$ geſchrieben $a^4 - 2a^2v^2 + v^4$, welches giebt $b(aa - vv)^2dv = ba^4dv - 2ba^2v^2dv + bv^4dv$. Hier wird das Integral gar leicht entdecket, und es iſt daſſelbe $ba^4v - \frac{2}{3}ba^2v^3 + \frac{1}{5}bv^5 + C$, welches demnach die Summe der Momente eines jeden zwiſchen den zwo Flächen $APBQ$ und $apbq$ enthaltenen Theils der Kugel ausdrücket, wenn dieſe Flächen einander parallel, und um die durch v angegebene Weite von einander entfernet ſind. Denn die beſtändige Gröſſe C wird auch hier gar leicht entdecket. Wenn v ganz und gar keine Gröſſe hat, und alſo $APBQ$ eine bloſſe Oberfläche ohne Körper iſt: ſo haben keine Momente ſtatt. Es fallen aber bey $v = 0$ auch alle übrigen Glieder des Ausdrucks weg, weil ſie ſämtlich den Factor v enthalten. Es wird alſo für dieſen und alle übrige Fälle geſchloſſen $C = 0$, und die Summe der Momente des eben beſtimmten Theils der Kugel iſt genau $ba^4v - \frac{2}{3}ba^2v^3 + \frac{1}{5}bv^5$. Wird alſo hierinne ferner geſetzt $v = a$, welche Gröſſe die v nicht überſteigen kann, ſo erhält man die Summe der Momente der ganzen an der einen Seite des Schnitts $APBQ$ liegenden Halbkugel, welche demnach $ba^5 - \frac{2}{3}ba^5 + \frac{1}{5}ba^5 = (\frac{18}{15} - \frac{10}{15})ba^5 = \frac{8}{15}ba^5$ iſt. Eben ſo vieles betragen auch die Momente der andern Hälfte, und demnach iſt die Summe aller Momente der ganzen Kugel $= \frac{16}{15}ba^5$.

§. 1077. Da nun b ſtatt der Gröſſe $\frac{\frac{3}{8}M.\pi.\sin 2\Phi.\, cee}{a^3}$ ſtehet, ſo wird, wenn man dieſe wieder an ihren Ort ſetzet, eben die Summe durch $\frac{2}{5}M.\pi.\sin 2\varphi.$

aacee

$aacee$ angegeben. Nun iſt $\frac{4}{3}\ \pi aac$ die Gröſſe der gedruckten Kugel, welche T. XIV. F. 203. erzeiget wird, indem ſich die Ellipſe $APBQ$ um ihre Axe PQ herumdrehet (122), und wenn wir dieſe Kugel T nennen, weil ſie eigentlich die Erde ſeyn ſoll, ſo wird $\pi aac = \frac{3}{4} T$. Dieſes verkürzt den Ausdruck noch mehr, und er wird dadurch in $S = \frac{3}{10} MTee\ ſin\ 2\phi$ verwandelt, wenn auch nunmehro S die Summe aller Momente bedeutet. Für T aber kan auch die ganze Maſſe der Erde genommen werden, weil wir uns dieſelbe hier als durchaus gleich dichte vorſtellen.

§. 1078. Wenn nun in A oder irgend einem andern Puncte der Fläche $APBQ$, nach einer in eben der Fläche liegenden Directionslinie, eine Kraft V dergeſtalt würket, daß a die Entfernung dieſer Directionslinie von dem Mittelpunct C wird, und alſo $V \times a$ das Moment der Kraft V vorſtellet: und es ſoll dieſe Kraft bey dem Drehen der Kugel eben die Würkung haben, welche die Sonne vermittelſt der gefundenen Summe der Momente S leiſtet, ſo iſt die Gleichheit $V \times a = S$ die einzige Bedingung, bey welcher dieſes geſchehen kan. Daraus aber folgt, daß die Kraft V ſelbſt die Gröſſe $\frac{S}{a}$ oder $\frac{\frac{3}{10} MTee.\ ſin\ 2\Phi}{a}$ haben müſſe. Uebrigens wird die Kraft V, wie eine jede andere, durch die Geſchwindigkeit angegeben, welche ſie einer gewiſſen Maſſe in einer beſtimten Zeit beybringet, oder durch die Länge des Weges, welchen ſie dieſe Maſſe in der angenommenen Zeit zu beſchreiben zwinget, indem ſie in dieſelbe gleichförmig würket. An die Stelle der Maſſe aber kan ein jeder anderer Widerſtand geſetzt werden, der eben das leiſtet, was die Mäſſe durch ihre Trägheit thut. Wird alſo bey der Kugel dieſer Widerſtand ausgemacht, ſo wird die Geſchwindigkeit, welche die Kraft V dem Puncte A, in welches ſie unmittelbar würket, in der feſtgeſetzten Zeit beybringet, und der Weg, welchen ſie denſelben in dieſer Zeit zu machen zwinget, gar leicht angegeben.

§. 1079. Soll alſo die Bewegung entdecket werden, welche die Sonne dem in dem Gleicher der Kugel liegenden Punct A beybringen würde, wenn die Kugel ſich nicht um ihre Axe PQ drehete: ſo iſt nun nichts mehr nöthig, als daß wir den angezeigten Widerſtand ausmachen, welchen die Kugel, vermöge ihrer Trägheit, einer Kraft deren Richtung in der Ebene $APBQ$ der AC perpendicular iſt, in dem Falle thut, da der Mittelpunct der Kugel unbeweglich an ſeinem

T. XIV. F. 203. Orte erhalten wird, und alſo die bey *A* angebrachte Kraft nichts anders leiſten kan, als daß dieſe jene um eine Axe, welche durch *C* der Fläche *APBQ* perpendicular fällt, ringsherum drehet. Wir können bey dieſer Unterſuchung *APBQ* als einen Cirkel, und *CA* als den Halbmeſſer der von denſelben erzeugten vollkommen runden Kugel anſehen. Denn obwohl die Erde, auf welche dieſe Betrachtung angewendet werden ſoll, etwas von dieſer Geſtalt abweichet; ſo machen doch die Fehler, welchen man ſich ausſetzet, indem man dieſelbe durchaus von einerley Dichtigkeit annimt, es ſehr überflüßig, die Sache von einer andern Seite ſo genau zu nehmen.

Der von der entdeckten Kraft zu überwältigende Widerſtand.

§. 1080. Dieſen Widerſtand nun durch die Maſſe, welchen die in *A* angebrachte gleichförmig würkende Kraft, in der Zeit, in welcher ſie dieſes mit der Kugel verknüpfte Punct *A* durch einen gewiſſen Raum beweget, eben ſo weit forttreiben würde, gehörig auszudrücken, wollen wir annehmen, daß die gerade Linie *CBA* (*Tab. XIV. Fig.* 206.) ein Hebel ſey, an welchem die Maſſe *B* T. XIV. F. 206. haftet, welche durch eine bey *A* angebrachte Kraft in der Zeit *t* durch *Bb* beweget werden ſoll; welches nicht anders geſchehen kan, als wenn eben die Kraft in eben der Zeit *t* das Punct des Hebels *A* durch *Aa* fortſchiebet. Wenn nun die Kraft unmittelbar in *B* würkte, ſo würde ihre Gröſſe $B \times Bb$ ſeyn. Da ſie aber bey *A* angebracht iſt, und vermittelſt des Hebels *AC* in die Maſſe *B* würket, ſo iſt $AC : CB$ wie die vorige $B \times Bb$ zu der bey *A* angebrachten Kraft, welche demnach durch $\frac{B.\,CB.\,Bb}{AC}$ ausgedrücket wird. Der Raum, durch welchen dieſe Kraft die geſuchte Maſſe bewegen ſoll, indem ſie in dieſelbe unmittelbar würket, iſt *Aa*. Wird alſo das gefundene durch *Aa* dividiret, ſo iſt $Q = \frac{B.\,CB.\,Bb}{AC.\,Aa}$ dieſe Maſſe, welche der Kraft bey *A* eben ſo ſtark widerſtehet, als die Maſſe *B*, welche dieſe Kraft nicht unmittelbar, ſondern vermittelſt des Hebels *CBA* in Bewegung ſetzet: und da $Bb : Aa = CB : AC$, ſo kan auch etwas bequemer geſagt werden $Q = \frac{B.\,CB^2}{AC^2}$. Auf dieſen Grundſatz werden wir bauen müſſen.

T. XIV. F. 207. §. 1081. In der 207ten Zeichnung erſcheinet ein um den Mittelpunct C mit dem Halbmeſſer CB beſchriebener Cirkel, welchen ein anderer mit dem Halbmeſſer Cb beſchriebener umgiebt, den wir uns kaum gröſſer vorſtellen als den CB, ſo daß der zwiſchen den beyden Umkreiſen enthaltene Ring unendlich ſchmal geworden. Dieſer Ring hat durchaus die ebenfals unendlich kleine dx zu ſeiner Dicke, welche man ſich demnach auf die Fläche deſſelben perpendicular vorſtellen muß. Dadurch wird der Ring körperlich: die Maſſe deſſelben aber wird, aus dem bereits öfters wiederholten Grunde, blos durch den Raum angegeben, welchen er einnimt. Dieſen Raum, oder die körperliche Gröſſe des Rings, zu finden, ſey $CB = z$ und $Bb = dz$. Wenn nun π ſeine vorige Bedeutung behält, ſo wird $2\pi z$ der Umkreis des zu z gehörigen Cirkels, und $2\pi z dz$ die zwiſchen den beyden Umkreiſen enthaltene Grundfläche des Rings, welche durch dx multipliciret den Inhalt oder die Maſſe des Rings ſelber durch $2\pi dx.\ zdz$ angiebt. Dieſe Maſſe nun ſey die B des eben gezeigten Grundſatzes: denn man ſiehet leicht, daß dieſes angenommen werden könne, da der Ring überall gleich weit von C entfernet iſt. Der Halbmeſſer CB aber ſey nach Belieben in A verlängert und es ſey $CA = a$. Wenn nun die Maſſe Q angezeigt werden ſoll, welche einer in der Fläche der Zeichnung und der in derſelben beſchriebenen Kreiſe, bey A gehörig anzubringenden Kraft, die da bemühet iſt den Ring um C zu drehen, durch ihre Trägheit eben ſo ſtark widerſtehet, als der Ring; ſo darf nur ſtatt $Q = \frac{B.\ CB^2}{CA^2}$, vermöge desjenigen, ſo theils gezeigt, theils angenommen worden iſt, geſetzt werden, $Q = \frac{2\pi dx}{aa}.\ z^3dz$. In dieſem Ausdrucke bedeutet blos z, und wenn man will, dz eine veränderliche Gröſſe: alles übrige, und ſelbſt dx, bleibt beſtändig eben daſſelbe, weil einem jeden Ring, ſo groß oder klein auch ſein Halbmeſſer z ſeyn mag, eben die Dicke zugeſchrieben wird.

§. 1082. Das Integral von z^3dz iſt $\frac{z^4}{4}$. Und wenn demnach nunmehro Q den Wiederſtand eines Rings von einer willkührlichen Breite anzeigen ſoll, deſſen Dicke nach wie vor die unendlich kleine dx iſt, ſo wird $Q = \frac{\pi z^4 dx}{2aa} + C$. Zur völligen Beſtimmung dieſer Q für jede Breite des Rings muß die beſtändige

Gröſſe

T. XIV. F. 207. Gröſſe C entdecket werden. Iſt aber die Rede von einer Scheibe, ſo wiſſen wir, daß wenn durch $z = 0$, die Scheibe zu einem bloſſen Punct gemacht wird, auch Q nichts ſeyn werde. Da alſo zu eben der Vorſtellung $z = 0$ auch $\pi z^4 dz$ verſchwindet, ſo folget, daß auch ſeyn werde $C = 0$. Es giebt alſo $Q = \frac{\pi z^4 dx}{2aa}$, ohne weitern Zuſatz, den Widerſtand einer jeden um den Mittelpunct C beſchriebenen Scheibe, deren Dicke die dx iſt: und man darf nur in dieſem Ausdrucke z den Halbmeſſer der Scheibe, zum Beyſpiel CD, bedeuten laſſen, um den Widerſtand, welchen dieſelbe der bey A angebrachten Kraft leiſtet, durch die Maſſe Q auszudrücken.

T. XIV. F. 205. §. 1083. Iſt nun in dem Quadranten ABC der 205ten Zeichnung dem Halbmeſſer AC die DE in einer beliebigen Entfernung parallel gezogen, und man ſtellet ſich eben dem AC noch eine andere Linie ed gleichlaufend vor, welche von der DE um die unendlich kleine Ee entfernet iſt; ſo wird, wenn ſich der Quadrant um ſeinen andern Halbmeſſer CB herumdrehet, und alſo eine halbe Kugel bildet, zugleich von dem Vierecke $DEed$, deſſen Winkel, bey E und e gerade ſind, eine dergleichen Scheibe erzeuget, als wir betrachten: und wenn $Ee = dx$ und $DE = z$, ſo iſt auch für dieſe Scheibe $Q = \frac{\pi z^4 dx}{2aa}$. Benennen wir die Entfernung dieſer Scheibe von dem Mittelpunct C durch x, und laſſen a den Halbmeſſer der Kugel $CA = CD = CB$ bedeuten, ſo wird $z^2 = aa - xx$ und $z^4 = (aa - xx)^2 = a^4 - 2a^2x^2 + x^4$, welches jenen Ausdruck in $Q = \frac{\pi (aa - xx)^2 dx}{2aa}$ verwandelt, der auch alſo geſchrieben werden kan: $Q = \frac{\pi}{2aa}$ $(a^4dx - 2a^2x^2dx + x^4dx)$. Hievon aber iſt das Integral $\frac{\pi}{2aa}$ $(a^4x - \frac{2a_2x3}{3} + \frac{x^5}{5}$, welches da es zu $x = 0$ ganz zu nichts wird, den Widerſtand angiebt, welchen der von der Figur $ACED$ bey ihrem Umlaufe um die CB erzeugte Theil der Halbkugel, einer bey A nach der Direction der daſelbſt auf die Fläche des Quadranten perpendicular fallenden AF angebrachten Kraft giebt, welche bemühet iſt, denſelben um den Halbmeſſer CB herumzudrehen. Wird alſo CE der CB gleich gemacht, und zu dem Ende geſetzt $x = a$, ſo entſtehet für

den

den Widerſtand der ganzen von dem Quadranten *ABC* gebildeten Halbkugel, $\frac{\pi}{2aa}(a^5 - \frac{2}{3}a^5 + \frac{a^5}{5}) = \frac{\pi}{2aa}.\frac{8a^5}{15}$. Der Widerſtand der ganzen Kugel iſt gedoppelt ſo groß; und es iſt alſo, wenn Q nunmehro die Maſſe bedeutet, welche der nach *AF* würkenden Kraft eben ſo ſehr widerſtehet, als die um *C* zu drehende Kugel, $Q = \frac{8\pi a^3}{15}$. T. XIV. F. 205.

§. 1084. Die Gröſſe der zu dem Halbmeſſer *a* gehörigen Kugel iſt $= \frac{4}{3}\pi a^3$, und weil angenommen wird, daß die Dichtigkeit derſelben durchaus die nehmliche ſey, ſo wird durch eben den Ausdruck auch ihre Maſſe angegeben. Obwohl dieſe völlig runde Kugel etwas gröſſer iſt als die gedruckte, deren Maſſe oben durch *T* angedeutet worden iſt: ſo kan doch ohne Bedenken der Unterſchied übergangen, und die Maſſe dieſer Kugel jener *T* gleich geſeßt werden. Ja es kan durch etwas weitläuftigere Schlüſſe gezeigt werden, daß damit gar kein Fehler begangen werde, weil durch dieſelbe zu der gedruckten Kugel, in welcher *a* den Halbmeſſer des Gleichers und *c* die halbe Axe angiebt, der Ausdruck $Q = \frac{8}{15}\pi aac$ herausgebracht wird, in welchem $\frac{4}{3}\pi aac$, ſo den Inhalt der gedruckten Kugel angiebt, nicht anders enthalten iſt, als $\frac{4}{3}\pi a^3$ in dem gegenwärtigen. Wird aber in dieſem Ausdrucke $\frac{8}{15}\pi a^3 = \frac{2}{5}.\frac{4}{3}\pi a^3$, geſeßt $\frac{4}{3}\pi a^3 = T$; ſo komt $Q = \frac{2}{5}T$. Dieſes iſt alſo der Widerſtand der ganzen Kugel: und es verhält ſich die Maſſe derſelben *T* zu der Maſſe Q, welcher die nach *AF* gleichförmig würkende Kraft in eben der Zeit eben die Geſchwindigkeit eindrücken würde, welche ſie dem Puncte *A* beybringt, indem ſie die Kugel um ihren Mittelpunct *C* drehet, wie 5 zu 2. Nun war die bey dem Puncte *A* anzubringende, und nach der *AF* würkende Kraft, welche dieſem Puncte *A* eben die Bewegung beybringet, welche ihm die Sonne giebt, indem ſie die Erde um ihren Mittelpunct *C* drehet, (1078) $= \frac{3}{10}\frac{M.Tee}{a}.\sin 2\varphi$. Wird alſo dieſer Ausdruck durch die eben gefundene Maſſe ^2T getheilet; und dadurch $\frac{3}{4}\frac{Mee}{a}.\sin 2\varphi$ herausgebracht; ſo erhält man den Raum, durch welchen die bey *A* angebrachte Kraft, in der zur Einheit angenommenen oder noch anzunehmenden Zeit, das Punct *A* bewegen würde, wenn

T. XIV. F. 205. ſie, ſo lang dieſe Zeit währet, gleichförmig in daſſelbe würkte. Demnach iſt dieſer Raum $= \frac{3M.ee.\sin 2\Phi}{4a}$.

Gröſſe des jährlichen Rückgangs der Nachtgleichen.

§. 1085. Wenn wir nun die nach dieſer Vorſchrift zu berechnende Bewegung des Puncts des Gleichers A mit derjenigen zuſammen halten, mit welcher dieſer A, wie ein jeder anderer Punct deſſelben, bey dem beſtändigen Drehen der Erde um ihre Axe fortgehet; ſo haben wir alles, ſo erfodert wird, die Veränderung der Puncte der Tag- und Nachtgleichen, nach welcher dieſelben wider die Ordnung der Zeichen in der Ecliptic zurückgehen, in ſo weit dieſe von der Würkung der Sonne herrühret, nicht nur zu erklären, ſondern auch zu berechnen. Und es iſt dieſe Berechnung von derjenigen, die oben bey der zur Erläuterung dieſer Bewegung dienenden Scheibe gebraucht worden iſt, wenig verſchieden. T. XIV. F. 208. Es ſtelle DAE (*Tab. XIV. Fig.* 208.) die Hälfte des Gleichers der Erde vor, deſſen Fläche die Fläche der Ecliptic mit einem Winkel von beynahe $23\frac{1}{2}$ Graden ſchneidet. In dieſer Fläche der Ecliptic ſey um den Mittelpunct C mit dem Halbmeſſer CD ein anderer halber Cirkelkreis DME beſchrieben; da denn die verlängerte CD durch den Anfangspunct des Zeichens ♎, CE aber durch den Anfang des ♈ gehen wird. Befindet ſich nun die Sonne in der verlängerten CM, in welche Linie ſie von D nach der Seite DM übergegangen iſt; ſo wird ihre Länge von D durch die in dem Bogen DM enthaltene Zahl der Grade und deren Theile angegeben, deſſen Sinus zugleich der Sinus ſeiner Ergänzung ME iſt. Wird aber ferner in der durch M und die Axe des Gleichers CP gehenden Fläche, welche auf die Fläche des Gleichers ſenkrecht fällt, mit eben dem Halbmeſſer CD der Bogen PAM beſchrieben, ſo miſſet AM die Abweichung der Sonne, und es iſt alſo $ACM = \varphi$; durch den Bogen DA aber, deſſen Sinus zugleich den Sinus des AE abgiebt, wird der von eben dem D an gerechnete gerade Aufgang derſelben angegeben.

§. 1086. Die Sonne iſt bemühet das Punct des Gleichers A dem M zu nähern, und dadurch den Bogen AM ſamt dem Winkel ACM zu vermindern. Die Zeit, welche zur Beſtimmung der Gröſſe dieſer Veränderung angenommen werden muß, ſey eine Stunde. Wenn man nun auch in der herausgebrachten

Vor-

T. XIV. F. 208. Vorſchrift $\frac{3Mee.\, \sin 2\Phi}{4a}$, ſich unter M denjenigen Raum vorſtellet, um welchen ſich die Erde in eben der Zeit einer Stunde der Sonne nähert, indem ſie in ihrer Bahn verbleibt, und nicht, wie ſie vermöge ihrer Trägheit zu thun bemühet iſt, von dieſer nach der Berührungslinie abweichet: ſo wird durch eben den Ausdruck der Weg angegeben, welchen das Punct A nach AM in einer Stunde zurück legen würde, wenn die Kraft der Sonne, von welcher dieſe Bewegung herrühret, die ganze Zeit lang gleichförmig in daſſelbe würkte. Bedeutet alſo wieder dt einen unendlich kleinen Theil der Stunde, ſo wird der in dieſer Zeit dt zurückgelegte Weg $= \frac{3Mee.\, \sin 2\Phi}{4a} dt^2$. Dieſer ſey AG. Da aber auch das Punct A ſeine gleichförmige Bewegung in dem Gleicher fortſetzet, ſo ſey $OA = b$ der Theil dieſes Kreiſes, welchen er in einer Stunde beſchreibet, und alſo bdt derjenige, welchen er in der Zeit dt zurückleget. Alsdenn iſt, wie wir bereits geſehen haben, der Winkel AOG derjenige, um welchen der Gleicher in eben der Zeit dt von ſeiner durch die Puncte O, A, C beſtimten Lage abgewichen iſt, indem er ſich nunmehro von O durch G nach F erſtrecket. Die Gröſſe dieſes Winkels AOG, oder das Maaß deſſelben zum Radius 1, wird durch $\frac{AG}{OA} = \frac{3Mee.\, \sin 2\Phi\, dt}{4ab}$ gegeben, ſo in der Proportion $OA : AG = 1 : \tan.\, AOG$ das vierte Glied ausmachet. Und aus dieſem Winkel kan ferner der Bogen EF geſchloſſen werden, der den Winkel ECF miſſet, um welchen der gemeinſchaftliche Durchſchnitt der Flächen des Gleichers und der Ecliptic CE in dieſer letztern Fläche in eben der Zeit dt zurückgehet.

§. 1087. Wir müſſen aber, ehe wir uns auf den kleinen Bogen EF einlaſſen, zuvor den Winkel OFM betrachten, welchen der Gleicher bey ſeiner neuen Lage mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet. Das Punct M, nach welchem ſich die beyden A und O richten, beweget ſich in der Zeit, in welcher die Sonne von dem Anfange der Wage bis zu den Anfang des Widders gelangt, in dem Kreiſe DME von D bis in E. Alſo bekomt in dieſer Zeit auch A eine jede mögliche Stelle in dem DAE, und der Bogen AE, welcher von dem OE nicht unterſchieden wird, eine jede Gröſſe, die den halben Umkreis nicht übertrift: fol-

T. XIV. F. 208. gends auch DO oder DA. So groß oder klein aber auch OE ſeyn mag, ſo iſt doch der Bogen OF immer kleiner als derſelbe, und man ſiehet dieſes leicht, wenn man ſich in der Oberfläche der durch den Halbmeſſer CA zu den Mittelpunct C beſtimten Kugel den Bogen Ee um den Pol O beſchrieben einbildet. Nun iſt nach einer der bekanteſten Regeln, die zur Auflöſung der Kugeldreyecke dienen, $\sin OE : \sin OF = \sin OFM : \sin OEM$; die Winkel OFM, OEM aber ſind immer ſpitzig, da keiner derſelben die Gröſſe von $23\frac{1}{2}$ Graden erreichet, und wachſen alſo indem ihre Sinus wachſen. Was aber die Bogen anlangt, ſo iſt nur ſo lang $\sin OE > \sin OF$, als dieſe Bogen kleiner ſind als Quadranten. Werden ſie gröſſer als Quadranten, ſo iſt, wie bereits oben, bey der Betrachtung der Bewegung der Knotenlinien angemerkt worden iſt, $\sin OE < \sin OF$. Demnach iſt zwar in dem Falle wenn OE oder AE kleiner, und alſo DA gröſſer iſt als ein Quadrant, der Winkel OFM gröſſer als OEM. Iſt aber AE gröſſer als ein Quadrant, und folgends DA kleiner, ſo iſt umgekehrt OFM kleiner als OEM. Es wächſet alſo die Schiefe der Ecliptic, oder der Winkel, welchen der Gleicher der Erde mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet, nur in der Zeit, in welcher die Sonne von einem Puncte der Nachtgleichen bis zu dem nächſten Wendpunct übergehet, und nimt aber auch in derjenigen, in welcher ſie von den Wendpuncten bis zu den Puncten der Nachtgleichen fortrücket, eben ſo ſehr ab. Dadurch bekomt dieſer Winkel AEM oder ADM ſeine Gränzen, welche er nie überſchreitet, und würde nie gröſſer ſeyn als zur Zeit der Sonnenwenden, und nie kleiner als zur Zeit der Nachtgleichen, wenn ſeine Veränderung blos von der anziehenden Kraft der Sonne herrührete. Auch folget hieraus, daß kurz vor und nach dem Augenblicke der Sonnenwende der Winkel $AEM = ADM$ gar nicht geändert werde; ſondern, wenn dt ſich mit dieſem Augenblicke anfängt oder endiget, OFM dem OEM völlig gleich bleibe; welches demjenigen gemäß iſt, ſo wir bey unſerer kleinen Kugel (1039) geſehen haben.

§. 1088. Es würket aber der Mond beynahe eben ſo in die Erde als die Sonne, und bringet bey dieſer eben dergleichen Veränderungen hervor, wie leicht zu ſehen iſt, wenn man ſich den halben Cirkelkreis DME nur nicht in der Fläche der Ecliptic, ſondern in der Fläche der Bahn des Mondes beſchrieben vorſtellet, indem DAE, und was damit verbunden iſt, das vorige bleibt. Da aber die Fläche der Bahn des Mondes einer beſtändigen Veränderung unterworfen iſt, ſo ſind auch die Winkel, um welche der Zug des Mondes den Gleicher der Erde T. XIV. F. 208. DAE, ſamt deſſen Axe CP von ihrer Lage abbringt, viel ſchwerer zu berechnen, als die von der Sonne herrührenden Abweichungen dieſer Art; mit welchen jene Winkel zuſammen genommen werden müſſen, wenn die ganze Veränderung für einen gewiſſen Zeitpunct beſtimmet werden ſoll. Betrift dieſe Veränderung die Schiefe der Ecliptic, ſo wird der Winkel, um welchen dieſelbe in einem gewiſſen Zeitpuncte gröſſer oder kleiner ausfällt als die 23 Grade, $28\frac{1}{3}$ Minuten, ſo die mittlere Gröſſe dieſer Schiefe ausmachen, die Nutation der Ecliptic genennet. Dieſe aber wächſt nicht höher als bis zu 9 Secunden, welches die ganze Veränderung der Schiefe in die engen Schranken von 18 Secunden einſchlieſſet, die wir bey der Berechnung, welche wir vor uns haben, gar wohl bey Seite ſetzen, und der Ecliptic die beſtändige Schiefe von 23 Graden $28\frac{1}{3}$ Minuten zuſchreiben können.

§. 1089. Wenn nun dieſer Winkel AEM oder ADM durch den Buchſtaben I bedeutet wird, ſo iſt in dem Kugeldreyecke OEF, $\sin I : \sin OF = \sin AOG : \sin EF$. Statt der Seite OF kann auch die AE genommen werden, welche hier von derſelben nicht zu unterſcheiden iſt, und ſtatt des Sinus dieſer AE der Sinus des Vorſprungs DA. Der Bogen EF aber iſt, bey ſeiner unendlichen Kleinigkeit, von ſeinem Sinus oder dem Sinus, des Winkels ECF, welchen er miſſet, eben ſo wenig zu unterſcheiden, als wir das Maaß des Winkels AOG von ſeinem Sinus oder ſeiner Tangente unterſcheiden konnten. Es kann alſo auch geſchrieben werden $\sin I : \sin DA = AOG : ECF$, woraus folget $ECF = \frac{\sin DA}{\sin I}. AOG$. Da wir alſo gefunden haben $AOG = \frac{3M. ee. \sin 2\phi.}{4ab} dt$, ſo iſt, wenn wir den Winkel ECF oder ſein Maaß der Kürze wegen dq nennen, $dq = \frac{3M\,ee. \sin DA. \sin 2\phi}{4ab. \sin I.}. dt$. Um dieſen Winkel gehet die Linie CE in der Zeit dt zurück, indem die Sonne von M nach E vorwärts gehet: und es iſt nun noch auszumachen, wie gros der Winkel q ſeyn werde, zu welchen der entdeckte dq in einem beſtimmten Theil des Jahres anwächſet.

§. 1090. Gleichwie b den Theil des Gleichers der Erde anzeiget, um welchen jedes Punct deſſelben in einer Stunde fortrücket, und M die Weite bedeutet, um welche ſich die Erde in eben der Zeit, der Sonne nähert; ſo ſey auch b der Weg, welchen dieſelbe in einer Stunde in ihrer Bahn zurück leget, welcher

T. XIV. F. 208. im Mittel 2 Minuten und 27,8 Secunden, das iſt 147,8 Secunden beträgt. Alsdenn wird M der Querſinus zu dieſem Bogen b, welcher, da wir die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne zur Einheit gemacht haben, und uns die mit dieſem Radius beſchriebene Bahn derſelben als cirkelrund vorſtellen, aus den Tafeln deſto leichter berechnet werden könte, wenn wir ihn brauchten. Der Theil des Bogens b aber, welchen die Erde in der unendlich kleinen Zeit dt beſchreibt, ſey dz, und demnach: 1 Stunde zur dt wie b zu dz, oder $dt = \frac{dz}{b}$. Dadurch wird z, die Summe aller dz, welche die Erde von einem gewiſſen Zeitpuncte an bis an denjenigen, in welchem ſie ſich in der CM befindet, in ihrer Bahn beſchrieben hat, und es kan geſetzt werden $z = DM$. Aus den Regeln, vermittelſt welcher die rechtwinklichen Kugeldreyecke aufgelöſet werden, deren eine iſt $1 : \sin AMD = \sin DM : \sin DA$, und die andere $1 : \sin AMD = \cos AM : \cos ADM$, folgt, $\cos AM : \cos ADM, = \sin DM : \sin. DA$, das iſt $\cos \varphi : \cos I = \sin z : \sin DA$, oder $\sin DA = \frac{\sin z. \cos I.}{\cos \phi}$. Es iſt aber auch $1 : \sin DM = \sin ADM : \sin AM$, das iſt $1 : \sin z = \sin I : \sin \varphi$, und alſo $\sin \varphi = \sin z. \sin I$, und $\sin 2\varphi = 2 \sin \varphi. \cos \varphi$. Hieraus wird

$$\frac{\sin DA. \sin 2\Phi}{\sin I} = \frac{2 \sin DA \ \sin \Phi. \cos \Phi}{\sin I} = \frac{2 \sin z. \cos I. \sin z. \sin I. \cos \Phi}{\cos \Phi. \sin I}$$

$= 2 \cos I. (\sin z)^2$, und wenn man auch für dt das ihm gleiche $\frac{dz}{b}$ ſetzet, ſo wird die Gleichung $dq = \frac{3 Mee. \sin DA. \sin 2\Phi}{4ab. \sin I}. dt$ durch alles dieſes in $dq = \frac{3 Mee}{4ab}. 2. \cos I. (\sin z)^2. \frac{dz}{b}$ verwandelt, welche in einer beſſern Ordnung alſo ſtehet: $dq = \frac{3 Mee. \cos I}{2abb}. (\sin z)^2 dz$. In dieſem Ausdrucke bedeutet blos z eine wachſende Gröſſe, und man darf nur das Integral deſſelben ausmachen, wenn man die zu jeder z gehörige q aus dieſer z beſtimmen will.

T. XIV. F. 205. §. 1091. Wir müſſen zu dem Ende anmerken, daß wenn $d. \cos z$ die unendlich kleine Linie Ee der 205ten Zeichnung bedeutet, um welche der Coſinus des mit dem Radius 1 beſchriebenen Bogens Bd abnimt, indem der Bogen ſelbſt den

den Zuwachs $dz = Dd$ bekomt, immer ſey $\mathit{ſin}\ z : 1 = -d.\cos z : dz$, oder $dz = -\frac{d.\cos z}{\mathit{ſin}\ z}$. Denn hierdurch wird dasjenige, ſo in dem zu integrirenden Ausdrucke unbeſtändig iſt, in $-\mathit{ſin}\ z.\ d.\cos z$ verwandelt, welches nichts anders als das unendlich kleine Rechteck Ed bedeuten kan. Die Summe aller ſolcher Rechtecke von B an, da der Bogen z nichts war, bis an die DE, da er zur Gröſſe BD angewachſen iſt, iſt die krumlinichte Figur DEB, welche wächſet, indem der Coſinus CE abnimt, und zum Quadranten des Cirkels ACB wird, wenn der Coſinus ſeine Gröſſe ganz verlieret, da denn $\frac{1}{2}\pi$ den Bogen BA bedeutet, der Quadrant ACB ſelbſt aber durch $\frac{1}{4}\pi$ angegeben wird. Es iſt alſo zu einer jeden Gröſſe des Bogens z, welche in der Zeichnung durch BD vorgeſtellet wird, $q = \frac{3Mee.\cos I}{2abb} \times BED$, zu $z = \frac{1}{2}\pi$ aber, $q = \frac{3Mee.\cos I}{8abb}.\pi$, und folgends wenn z endlich dem ganzen Umkreiſe des Cirkels 2π gleich wird, $q = \frac{3Mee.\cos I.\pi}{2abb}$. Welcher Ausdruck noch, zum Behuf der Rechnung, ſehr abgekürzet werden kann. T. XIV. F. 205.

§. 1092. Wir müſſen uns zu dem Ende erinnern, daß M den Querſinus des Bogens b bedeute, um welchen die Erde in einer Stunde in ihrer Bahn fortrücket. Dieſer b iſt ſo klein, daß er von ſeiner Sehne kaum unterſchieden werden kan, und dieſe Sehne iſt $2\mathit{ſin}\ \frac{1}{2}b$, deren eines demnach überall ſtatt des andern genommen werden kann, indem man ſich vorſtellet $2\mathit{ſin}\ \frac{1}{2}b = b$. Da nun in einem Cirkel die Sehne eines jeden Bogens die mittlere Proportionallinie zwiſchen dem Durchmeſſer und dem Querſinus des Bogens iſt; ſo haben wir in dem gegenwärtigen Falle $2 : 2\ \mathit{ſin}\ \frac{1}{2}b = b : M$ und alſo $\frac{M}{b} = \mathit{ſin}.\ \frac{1}{2}b$, wofür auch geſezt werden kann $\frac{M}{b} = \frac{1}{2}b = 73'',9$, weil $b = 147'',8$. Ferner iſt der Bogen b, welchen jeder Punct des Gleichers in einer Stunde beſchreibt, der zwölfte Theil des halben Cirkelkreiſes, zu welchem der Halbmeſſer a gehöret, und alſo $b = \frac{a\pi}{12}$, folgends $12ab = aa\pi$. Da ſich alſo die zulezt, für $z = 2\pi$ herausgebrachte Gröſſe des Winkels q auch alſo angeben läſſet $q = 18.\ \frac{M}{b}.\frac{ee}{12ab}.\ \cos I.\ \pi$; ſo wird durch dieſe gehörig ange-

brachte

T. XIV. F. 205. brachte Gleichheiten, $q = 18 \sin \tfrac{1}{2}b. \frac{ee}{aa\pi}. \cos I. \pi$; oder, weil $18. \sin \tfrac{1}{2}b = 1330''$, und π ausfällt, noch kürzer $q = 1330'' \times \frac{ee}{aa}. \cos I$, welches eine gar leichte Rechnung gibt, zu deren Behuf nur noch $\frac{ee}{aa}. \cos I$ durch Zahlen auszudrücken iſt.

§. 1093. Nun bedeutet a den halben Durchmeſſer des Gleichers der Erde, und wenn c wieder die Hälfte der Axe derſelben vorſtellt, ſo iſt $ee = aa - cc$. Wir haben aber an ſeinem Orte (264) gefunden $a : c = 57237 : 56917$, welche Verhältniß auch durch $1 : 0{,}9944$ angegeben wird; woraus folget $aa : cc = 1 : 0{,}98883$, und $aa : (aa - cc) = aa : ee = 1 : 0{,}01117$. Der $\cos I$ iſt $= 0{,}91729$, und aus beyden folgt $\frac{ee}{aa}. \cos I = 0{,}01024$, welche Zahl in die 1330 Secunden multipliciret, deren nicht mehr giebt als 13,6. Um ſo viel würden alſo die Puncte der Nachtgleichen in einem Jahre zurück gehen, wenn die Sonne allein in die Erde würkte, und einer Rechnung, bey welcher die Geſtalt der Erde als vollkommen bekannt vorausgeſetzt, und dieſem Planeten durchaus einerley Dichtigkeit zugeſchrieben wird, gänzlich zu trauen wäre.

§. 1094. Es würket aber der Mond, wie bey der Nutation, ſo auch bey dem Rückgange der Nachtgleichen, ſtärker als die Sonne. Dieſes iſt die Urſache, warum die berechnete von der Sonne allein herrührende Gröſſe dieſes Rückgangs ſo viel weniger beträgt als die 50 Secunden, welche die Aſtronomen, nach einer genauen Unterſuchung, demſelben im Mittel zuſchreiben. Nehmen wir an, daß die Kraft, mit welcher die Erde von dem Monde angezogen wird, zu der dieſelbe anziehenden Kraft der Sonne ſich wie 5 zu 2 verhalte, wie dieſes die Erſcheinungen bey der Ebbe und Fluth wahrſcheinlich gemacht haben; ſo kann die Verhältniß der mittlern Gröſſe des in einem Jahre von dem Monde verurſachten Rückgangs, zu der Gröſſe desjenigen, welchen in der nehmlichen Zeit die Sonne würket, von eben der Verhältniß 5 : 2 kaum verſchieden ſeyn. Iſt aber dieſes, ſo beträgt jener mittlere Rückgang genau 34 Secunden, und beyde zuſammen geben deren 47,6, alſo nur 2,4 Secunden weniger, dann die Beobachtungen. Und muß nicht auch etwas für die Würkung der übrigen Planeten gerechnet werden?

Der

Der Aſtronomiſchen Vorleſungen

neunzehnter Abſchnitt.

Lauf der Planeten in ihren wahren Bahnen.

Vorbereitung zu dieſer Lehre.

§. 1095.

Nun iſt uns bei den himmliſchen Körpern nichts übrig, als die Betrachtung der Bahn, welche der Mittelpunct eines jeden in dem die Sonne umgebenden Raume beſchreibt, und die Beſtimmung der Zeit, in welcher er jeden Theil dieſer Bahn zurück leget. Dieſe Bewegung ſtehet mit derjenigen, mit welcher ſich eben der Körper um ſeine Axe drehen mag, in keiner Verbindung: und kan beſtehen, ſo wol, wenn die Axe, um welche ſich der Körper drehet, in Abſicht auf die Fixſterne immer die nehmliche Lage behält; als auch, wenn dieſelbe von einer dergleichen Kraft, als wir betrachtet haben, gezwungen wird, nach und nach von dieſer Lage abzuweichen, und bei ihrer Verlängerung durch andere und andere Puncte des Sternhimmels hindurch zu gehen. Wir können alſo, bei der Betrachtung der Bewegung der Mittelpuncte, welche wir vor uns haben, den Stand und die Bewegung der Axe des Körpers, ſammt der Drehung deſſelben um dieſe Axe, völlig bei Seite ſetzen. Es iſt uns nur blos um den Ort zu thun, welchen ein Planet, ein Mond oder Comet in jedem Zeitpuncte wirklich einnimmt, um daraus den Stand deſſelben, in Abſicht auf die Fixſterne und die Sonne ſchlieſſen zu können, welche wir, die wir dieſen Körper aus der ebenfalls in Bewegung ſtehenden Erde betrachten, ihm in eben dem Zeitpuncte zuſchreiben. Wir muſten dieſen Ort, ſamt der Bewegung, mit welcher der Mittelpunct des bewegten Körpers durch denſelben hindurch gehet, bisher als bekant vorausſetzen, oder uns zur Beſtimmung deſſelben blos der mittlern Bewegungen bedienen, welche nur in einigen wenigen Fällen eine erträgliche Richtigkeit geben.

§. 1096. Die Gründe, auf welche wir bei dieſer Betrachtung bauen müſſen, ſind bereits angezeiget. Alle Körper, welche den Zuſammenhang der Sonne, der Hauptplaneten und Cometen ausmachen, die uns je zu Geſicht kommen können, ziehen einander, und zwar ſo, daß man ſich die Kraft, mit welcher jeder derſelben einen jeden der übrigen an ſich ziehet, als beinahe gänzlich in ſeinen Mittelpunct verſamlet vorſtellen kan (886). Dieſes erleichtert die gegenwärtige Unterſuchung gar ſehr, indem es uns erlaubt dieſe Körper ſämtlich als bloſſe Puncte anzuſehen, und ihre Maſſen ebenfals in der Einbildung in eben die Mittelpuncte zuſammen zu pfropfen, welche wir als die Mittelpuncte dieſer Maſſen anſehen müſſen, ob wir wol nicht völlig verſichert ſeyn können, daß ſie es wirklich ſind. Aus dem beſtändigen Beſtreben eines jeden dieſer körperlichen Puncte ſich mit einem jeden der übrigen zu vereinigen, und aus der geradelinichten Bewegung, welche demſelben ein für allemal nicht anderſt eingedrückt worden iſt, als dieſes ein nach einer ſchicklichen Richtung angebrachter Stoß geleiſtet haben würde, folgen alle Bewegungen derſelben; und es hat in den Lauf, mit welchem jeder dieſer Puncte zu jeder Zeit nach dieſer oder jener Strecke fortrücket, ein jeder der übrigen ſeinen Einfluß, welcher die Bewegung, ſo jener Punct auſſerdem haben würde, mehr oder weniger ändert, und bei einer völlig genauen Beſtimmung aller Umſtände der Bewegung, die er wirklich hat, mit in Betrachtung gezogen werden muß. Es iſt aber dieſe vollkommene Richtigkeit von Menſchen nicht zu erwarten: und noch zur Zeit haben auch die ſcharfſinnigſten Nachforſcher dieſer Dinge nicht mehr zu ihren Zweck gemacht, als die Vermeidung allzumerklicher Fehler. Da alſo die Kraft, mit welcher die Sonne jeden Hauptplaneten und die mit demſelben verbundene Monden an ſich ziehet, diejenige weit übertrift, mit welcher die Hauptplaneten in einander wirken: ſo kommen vors erſte die Folgen dieſer vorzüglichen Kraft allein in Betrachtung, indem man die Bahnen berichtiget, welche jeder Hauptlanet um die Sonne beſchreiben müſte, wenn er von dieſer allein, und ſonſt von keinen andern Weltkörper angezogen würde, und die Geſetze ausmacht, nach welchen ſie bei ſo geſtalter Sache in dieſen Bahnen fortrücken würden. Nachdem dieſes geſchehen iſt, werden auch die von dem Zuge der übrigen himliſchen Körper herrührende Abweichung von dieſer Bahn und von dieſen Geſetzen unterſucht, und, ſo weit es ſich thun laſſen will, berechnet; welches dann zu einem Mittel dienet, den eigentlichen Ort des Hauptplaneten, mit welchem man beſchäftiget iſt, für jeden Zeitpunct viel genauer anzugeben: und eben dergleichen wird auch bei den Nebenplaneten und den Cometen, ſo weit es noch zur Zeit geſchehen kan, beobachtet. Dieſes iſt der gewöhnliche Weg in dieſer ſchweren Sache zu einer hinlänglichen Zuverläßigkeit zu gelangen, auf welchem wir, ſo weit es unſre Kräfte erlauben wollen, fortgehen werden.

Gründe dieſer Lehren.

§. 1097. Wenn wir nun die Sonne mit einem der Hauptplaneten, welcher unſere Erde ſeyn mag, beſonders zuſammen nehmen, ſo haben wir (828) geſehen, daß zwar dieſe Körper beide um den gemeinſchaftlichen Mittelpunct ihrer Maſſen Figuren beſchreiben, die einander ähnlich ſind; unter welchen aber die von dem Mittelpuncte der Sonne beſchriebene, wegen des geringen Abſtandes deſſelben von jenem Mittelpuncte der Maſſen, ſo klein ausfällt, daß ſie ganz als ein Punct betrachtet, und dadurch dem Mittelpuncte der Sonne alle Bewegung abgeſprochen werden kan. Nach dieſer Vorſtellung wird der Planet immer nach einem Puncte gezogen, welcher völlig in Ruhe iſt, und beſchreibet ſeine Bahn um die Sonne, indem er beſtändig bemühet iſt, ſich dieſem Puncte, welches genau in die Mitte derſelben fällt, zu nähern, und alſo von der geraden Linie, nach welcher er, vermöge ſeiner Trägheit, auſſerdem fortgehen würde, gegen denſelben abweichet.

§. 1098. Bei ſo geſtalten Sachen iſt die Kraft, welche die Abweichung des Planeten von ſeinem geradlinichten Weg verurſachet, blos der in denſelben würkende Zug der Sonne, und die Maſſe des Planeten hat in dieſelbe keinen Einfluß (864). Es iſt uns nur um den Zwiſchenraum zu thun, um welchen der von der Sonne angezogene Planet ſich dieſer in einer gewiſſen Zeit mehr nähert, oder von derſelben weniger entfernet, als er gethan haben würde, wenn er in der geraden Linie geblieben wäre, nach welcher, beim Anfang dieſer Zeit, ſeine Bewegung gerichtet geweſen iſt. Wenn aber, wie hier angenommen wird, alle körperliche Theile eines Planeten gleich ſtark von der Sonne angezogen werden, ſo bekömt auch jeder dieſer Theile in eben dem Zeitpuncte die nehmliche Geſchwindigkeit gegen die Sonne, und würde ſich alſo, in der angenommenen Zeit, wenn er allein wäre, oder mit den übrigen Theilen eben des Planeten in gar keiner Verbindung ſtünde, der Sonne weder mehr noch weniger nähern, als ein jeder anderer Theil, oder der aus allen zuſammengeſetzte Körper des Planeten.

§. 1099. So viel man weiß gehet in der Maſſe der Sonne, nach welcher ſich die anziehende Kraft derſelben richtet, auch in einer ſehr langen Zeit keine merkliche Veränderung vor. Bliebe nun auch die Entfernung eines Planeten von der Sonne eine Zeitlang eben dieſelbe, ſo würde auch in der Kraft, mit welcher er der Sonne genähert wird, in dieſer ganzen Zeit keine Veränderung vorgehen. Der Zug der Sonne würde gleichförmig in den Planeten würken, und dieſer würde ſich derſelben nach eben den Geſetzen nähern, nach welchen unſere ſchweren Körper auf die Erde fallen. Nun befindet ſich kein Planet immer in eben der Entfernung von der Sonne; denn keiner beſchreibt einen vollkommenen Cirkelkreis um den Mittelpunct derſelben. Es iſt aber auch der Unterſchied des gröſten und kleinſten Abſtandes eben des Planeten von dieſem Mittelpuncte ſo groß nicht, daß nicht für jeden derſelben ein kleiner Zeitraum angenommen werden könte, in welchem ſeine Entfernung von der Sonne weder merklich wächſet, noch merklich abnimt: und alsdenn behält der Zug, mit welchem die Sonne in dieſen Planeten wirket, dieſe ganze Zeit über, beinahe eben die Gröſſe. Bei einem Cometen iſt der Zwiſchenraum, in welchem er ſich in der angenommen Zeit eines Tages, einer Stunde, oder etwas dergleichen, der Sonne nähern, oder von derſelben entfernen kan, zwar viel gröſſer als bei den Planeten: und wenn dieſes iſt, ſo wird er auch am Anfang dieſer Zeit beträchtlich ſtärker oder ſchwächer gezogen, als beim Ende derſelben. So groß aber auch der Unterſchied der Entfernungen beym Anfang und dem Ende der zuerſt angenommenen Zeit ſeyn mag, ſo wird derſelbe doch, wenn man dieſe Zeit theilet, und ſtatt der ganzen, ſich ihre Hälfte, ihr Zehntheil, und ſo weiter, gedenket, nothwendig zugleich vermindert; und man kan, wenn dieſer Theilung der Zeit keine Gränzen geſetzt, und die Theile derſelben alſo wirklich unendlich klein gemacht werden, auch den Unterſchied der Weiten, um welche der Mittelpunct eines Cometen im Anfang und am Ende dieſer unendlich kleinen Zeit, welche dt bedeuten mag, von dem Mittelpuncte der Sonne entfernet war, dahin bringen, daß er in Anſehung des Ganzen für nichts zu halten iſt. Noch vielmehr iſt alſo dieſes von den Planeten richtig: und es wird mit Recht angenommen, daß die Kraft, mit welcher die Sonne einen jeden Weltkörper anziehet, ſo lang die unendlich kleine Zeit dt währet, ihre beſtändige Gröſſe behalte. Wird alſo dieſe Kraft v genannt, und es bedeutet ds den Zwiſchenraum zwiſchen dem Orte, in welchem ſich der Mittelpunct des gezogenen Körpers am Ende der Zeit dt befinden würde, wenn die Kraft v nicht in denſelben gewürket hätte, und demjenigen, in welchem er von dieſer Kraft, währender Zeit dt, wirklich gebracht worden iſt: ſo giebt das Geſetz gleichförmig würkender Kräfte $ds = vdt^2$. Das iſt, es verhält ſich ds zu einem andern dergleichen Zwiſchenraum, welcher durch die Anwendung eben der Kraft v in einer unendlich kleinen Zeit beſchrieben wird, die gröſſer oder kleiner iſt als die vorige, wie dt^2 zu dem Quadrate dieſer andern Zeit: und wenn auch die Kraft, welche in dieſer leztern Zeit würket, von der v verſchieden iſt, wie vdt^2 zu demjenigen, ſo heraus gebracht wird, wenn man ſtatt v dieſe andere Kraft, und ſtatt dt die unendlich kleine Zeit ihrer Würkung ſezet.

§. 1100. Wir haben uns dieſen Saz bereits (868 ...) zu Nuze gemacht, und werden bei der Unterſuchung der Bahnen der Weltkörper auf denſelben ferner bauen müſſen. Ein zweiter Saz dieſer Art iſt ebenfals erwieſen (810) und durch die 151 Zeichnung erleutert worden, welche hier (*Tab. XV. Fig.* 209.) mit einigen Zuſäzen wiederhohlet wird. Wenn nehmlich ein körperlicher Punct die Bahn $ABDEF$ beſchreibet, indem er beſtändig nach dem unveränderlichen Puncte C getrieben wird, ſo verhält ſich bei jeder Gröſſe der Winkel BCD, DCE und ECF, die Zeit, in welcher der Theil der Bahn BD beſchrieben wird, zu derjenigen, in welcher eben der Punct den Weg EF zurückleget, wie der Ausſchnitt BCD zu dem Ausſchnitte ECF. Die Wege BD, EF ſind die Bogen dieſer Ausſchnitte. Hieraus folgt ein nicht weniger allgemeiner Saz, welcher die Winkel der Ausſchnitte BCD, ECF mit einander vergleichet, wenn ſie unendlich klein ſind, und in gleichen Zeiten beſchrieben werden.

T. XV. Fig. 209.

§. 1101. Wenn nehmlich mit dem Radius CB, der kleiner iſt als CE der Cirkelbogen $BGIK$ beſchrieben wird, und mit dem Radius EC der EH, ſo iſt in dem Falle, da die Winkel BCD, ECF unendlich klein ſind, der Cirkelausſchnitt BCG von dem BCD, und ECH von dem ECF nicht zu unterſcheden, und alſo, da bei der angenommenen Gleichheit der Zeiten die Ausſchnitte BCD, ECF einander gleich ſind, auch $BCG = ECH$. Nun iſt BCG :

T. XV. F. 209. $ECH = BC \times BG : EC \times EH$. Alſo auch $BC \times BG = EC \times EH$, und $EC : BC = BG : EH$. Es iſt aber auch $EC : IC = EH : IK$, und da $IC = BC$, ſo folgt hieraus $EC : BC = EH : IK$, welche Proportion mit der vorigen verbunden giebt $EC^q : BC^q = BG : IK$. Dieſe $BG : IK$ nun iſt die Verhältniß der Winkel BCD, ECF, welche um die Spitze C in gleichen Zeiten beſchrieben werden. Es verhalten ſich alſo dieſe Winkel BCD, ECF wie die Quadrate der Entfernungen BC, EC verkehrt geſetzt: ſo daß, wenn eine dieſer Entfernung BC für Eins angenommen, und der bei derſelben beſchriebene Winkel BCD ebenfals als einfach betrachtet wird: r aber eine jede andere Entfernung EC des bewegten Puncts von dem ruhenden C bedeutet, bei welcher der Winkel ECF beſchrieben wird, kurz geſagt werden kan $ECF = \frac{1}{rr}$.

§. 1102. Wenn die Bahn bei F von der FM und bei D von der DN berühret wird, auf welche Linien aus dem Puncte C, nach welchem die Kräfte gerichtet ſind, die CM, CN perpendicular fallen; ſo wird, ſo lange man die Ausſchnitte FEC, DBC als geradlinichte Dreyecke anſehen kan, zu welchen FE, DB die Grundlinien, CM aber und CN die Höhen ſind, $FEC = \frac{1}{2}FE.CM$, und $DBC = \frac{1}{2}DB.CN$. Werden alſo die Ausſchnitte gleich angenommen, damit die Theile der Bahnen FE, DB die in den durch dieſe Gleichheit der Ausſchnitte ausgedruckten gleichen Zeiten beſchriebene Wege bedeuten mögen, ſo wird auch $FE.CM = DB.CN$, und $FE : DB = CN : CM$. Die Verhältniß der in den gleichen Zeiten beſchriebenen Wege $FE : DB$ iſt auch die Verhältniß der Geſchwindigkeiten, mit welchen der Planet dieſe Wege durchläuft. Es verhalten ſich alſo dieſe eigentlichen Geſchwindigkeiten, wie CN, CM die Entfernungen der berührenden Linien von dem Puncte C, verkehrt genommen.

§. 1103. Wird der Winkel MFC, welchen die Tangente mit der von dem Berührungspuncte F nach C gezogenen geraden Linie einſchlieſſet, ϕ, und alſo ſein Sinus $\sin \phi$, FC aber r genant, ſo wird aus der Proportion $1 : \sin \phi = FC : CM$, dieſe CM gleich dem $r.\sin \phi$, welcher Ausdruck zugleich die CN angeben wird, wenn man ϕ den Winkel NDC, und r die DC bedeuten läßt. Und wenn ferner die Geſchwindigkeit, mit welcher der Planet bei dem angenommenen Puncte ſeiner Bahn, F oder D fortgehet, durch g angedeu-

tet

tet wird, ſo bekomt man den kurzen Ausdruck, $g = \frac{1}{r.\sin\phi}$, welcher ſich in $g = \frac{1}{r}$ verwandelt, wenn der Winkel ϕ gerade, und alſo ſein Sinus dem Radius gleich iſt. Die Zeiten dt, in welchen der Planet die Wege BD, EF machet, ſind unendlich klein, und die Veränderung der Geſchwindigkeit, mit welcher jeder dieſer Wege beſchrieben wird, die ſich in dieſen Zeiten zutragen können, kommen eben ſo wenig in einige Betrachtung, als diejenigen, um welche die Entfernungen BC, DC und EC, FC in eben den Zeiten vermehret oder vermindert werden. Dieſes iſt der Grund der gegenwärtigen Schlüſſe. Ja es kan, wenn nur von ſolchen Veränderungen die Rede iſt, die nicht mehr in die Sinne fallen, ſtatt der unendlich kleinen dt, öfters eine Zeit von gar beträchtlicher Länge genommen werden, ohne daß eben die Schlüſſe einen merklichen Fehler geben ſolten. T. XV. Fig. 209.

§. 1104. Ferner iſt aus dem, ſo wir geſehen haben, bekant, daß wenn ein Punct oder Körper den Umkreis eines Cirkels beſchreiben ſoll, nach deſſen Mittelpunct er beſtändig von der Centralkraft gezogen oder ſonſt getrieben wird, dieſe Kraft durchaus mit eben der Stärke würken müſſe. Auch iſt die Geſchwindigkeit mit welcher der Punct oder Körper in dem Umkreiſe des Cirkels fortgehet, in allen Theilen deſſelben die nehmliche (811): woraus folget, daß wenn zween Puncte, in welche auſſer der nach dem Mittelpuncte gerichteten ſonſt keine fremde Kraft würket, welche die ihnen einmal eingedruckte Bewegung vermehren oder vermindern könte, zween verſchiedene Cirkelkreiſe beſchreiben, die Zeiten, in welcher jeder derſelben einen Grad oder andern Theil ſeines Umkreiſes zurücklegt, welcher einen Theil des von dem andern zurückgelegten ähnlich iſt, immer in einerley Verhältniß gegen einander ſtehen werden. Die Zeiten in welchen die ganzen Umkreiſe beſchrieben werden, ſind hievon nicht ausgenommen. Wenn $T : t$ die Verhältniß der Zeiten iſt, in welchen die Körper ganz herum kommen, und man theilet jeden der durch dieſe Bewegung beſchriebenen Umkreiſe in ſo viele gleiche Theile, als eine nach Belieben anzunehmende Zahl n Einheiten enthält, ſo iſt $\frac{T}{n}$ die Zeit, in welcher der erſte Körper einen durch dieſe Theilung herausgebrachten Theil ſeines Umkreiſes durchläuft, und $\frac{t}{n}$ die Zeit in welcher der zweite einen dergleichen Theil des ſeinigen zurückleget. Die Theile, welche herausgebracht werden indem

zween

T. XV. Fig. 209 zween Cirkelkreiſe deren gleich viele bekommen, ſind einander ähnlich, und enthalten eben die Zahl von Graden und Minuten. Es iſt aber auch augenſcheinlich, daß die Verhältniß $\frac{T}{n} : \frac{t}{n}$, was auch n für eine Zahl ſeyn mag, der $T : t$ immer gleich ſey.

§. 1105. Was die nach dem Mittelpuncte der Sonne gerichtete Centralkraft ſelbſt anlangt, von welcher die Planeten in ihren Bahnen erhalten werden, ſo haben wir (874) geſehen, daß wenn m die Maſſe der Sonne, und r die Entfernung des Planeten von derſelben, und v die Centralkraft ſelbſt bedeutet, immer ſeyn werde $v = \frac{m}{rr}$. Dieſes ſaget auch gegenwärtig, daß wenn die Sonne einmal in der Entfernung R, das zweitemal aber in der Entfernung r in gleiche Maſſen würket, und V, v die Kräfte bedeuten, mit welchen ſie dieſe Maſſen anziehet, die Proportion $V : v = \frac{m}{RR} : \frac{m}{rr} = m.\, rr : m.\, RR.$ in allen Fällen ſtatt haben werde. Da die Maſſe der Sonne m beſtändig dieſelbe bleibt, und alſo in der Verhältniß nichts ändert; ſo kan auch geſetzt werden $V : v = rr : RR$, oder kurz $v = \frac{1}{rr}$. Wir haben (1101) geſehen, daß bey eben der Bedeutung des Buchſtaben r, durch $\frac{1}{rr}$ der unendlich kleine Winkel angegeben werde, welchen der Planet in einer unendlich kleinen Zeit beſchreibt, wenn man ſich dieſe Zeit bey der Vergleichung der Winkel immer von eben der Gröſſe vorſtellet. Alsdenn aber wird durch die Gröſſe eines ſolchen Winkels auch die Geſchwindigkeit gegeben, mit welcher er, von der aus dem Mittelpuncte der Sonne durch den Mittelpunct des Planeten gezogenen geraden Linie, beſchrieben wird. Dieſe Art der Geſchwindigkeiten, welche man die Winkelgeſchwindigkeiten nennen kan, wird alſo ebenfals durch $\frac{1}{rr}$ ausgedrückt, und die Centralkräfte ſtehen mit derſelben in einerley Verhältniß.

§. 1106. Wir haben auch umgekehrt (875) aus dem Geſetz der Centralkräfte, nach welchem bey eben der Maſſe m, $v = \frac{1}{rr}$, geſchloſſen, daß wenn der zu dem Halbmeſſer r gehörige Cirkelkreis in der Zeit t ganz beſchrieben wird, die durch $tt = r^3$ angedeutete Proportion ſtatt haben werde. Wenn nehmlich R den Halbmeſſer eines andern Cirkelkreiſes, und T die Zeit bedeutet, in welcher er ganz beſchrieben wird, ſo iſt ohne Ausnahme $TT : tt = R^3 : r^3$. Es iſt alſo hierbey nur noch anzumerken, daß dieſe Proportion eben ſo wol ſtatt finde, wenn durch T, t zwar nicht die Zeiten des ganzen Umlaufs angedeutet werden, aber doch ſolche, in welchen die Körper, zu welchen die Entfernungen R, r gehören, einander ähnliche Cirkelbogen beſchreiben; weil nehmlich dieſe Zeiten ſich ſo wie jene gegen einander verhalten (811). Und nun haben wir alles, ſo zur Entdeckung der Bahnen der Hauptplaneten erfordert wird, in ſo ferne die Bewegung derſelben blos von einem ihnen beygebrachten Stoß, ſamt dem Zuge der Sonne, herrühret. T. XV. F. 209.

Geſtalten der Planeten = Bahnen.

§. 1107. Es ſey AB (*Tab. XV. Fig.* 210.) die zu entdeckende Bahn, in welcher der Mittelpunct des Planeten aus P in Q übergegangen iſt, und alſo den Theil derſelben PQ beſchrieben hat, welchen wir für unendlich klein annehmen. C ſey der Mittelpunct der Sonne, nach welchem er bey dieſem Uebergang, und ſonſt immer getrieben wird. Werden nun auch die Linien CP, CQ gezogen, ſo wird die zu dieſem Uebergang angewendete Zeit durch den Ausſchnitt PCQ ausgedruckt, und mit einer jeden andern dergleichen Zeit vergleichen. RP berühret die Bahn AB bey dem Puncte P, und CR fällt ſenkrecht auf dieſe berührende Linie. Man kan ſich alſo PQ als einen Theil eben der RP vorſtellen, wodurch der Ausſchnitt PCQ zu einem geradlinichten Dreyeck wird, welches die PQ zur Grundlinie, die CR aber zu ſeiner Höhe hat, und alſo ſetzen $PCQ = \frac{1}{2}PQ \times CR$, woraus bey der oben feſtgeſetzten Benennung folget $dt = \frac{1}{2}PQ \times CR$: wiewol man auch, weil es hier auf bloſſe Verhältniſſe ankomt, ſtatt der halben die ganze PQ nehmen kan. Eben die krumme Linie AB wird auch bey Q von der QT berühret, welche, da AB nothwendig überall gegen den Punct C einwärts gebogen ſeyn muß, die vorige Berührungslinie PR, ſo wie dieſes die Zeichnung bey T vorſtellet, ſchneiden wird; woraus folgt, daß T. XV. F. 210.

T. XV. F. 210. auch die geraden Linien PD, QD, deren eine durch P der PT, die andere aber durch Q der QT ſenkrecht ſtehet, bey irgend einem Puncte D zuſammen laufen müſſen. Von dieſem Puncte D an haben die beiden DP, DQ einerley Länge. Dieſes ſiehet man ein, wenn man erweget, daß bey einer beſtändigen Verminderung der PQ, bey welcher ſie endlich zu nichts wird, die QD endlich auf die PD falle, und alſo, ehe dieſes geſchiehet, nur um eine unendliche Kleinigkeit von derſelben verſchieden ſeyn könne. Es läßt ſich alſo ein mit der Oefnung $PD = QD$ um D beſchriebener Cirkelbogen ab gedenken, welchen die Linien PT, QT ebenfals bey P und Q berühren, und welcher überhaupt zwiſchen dieſen Puncten P, Q mit der krummen Linie AB völlig zuſammenfällt, ſo daß man den Theil der AB zwiſchen den Puncten P und Q zugleich als den zwiſchen eben den Puncten enthaltenen Theil des Cirkelbogens ab anſehen muß. Nun giebt in dem Vierecke $TPDQ$, deſſen Winkel bey P, Q gerade ſind, der Winkel PTQ mit dem bey D zuſammen, ebenfals zween rechte Winkel, welche auch die Summe der beyden $PTQ + QTR$ ausmachen. Es iſt alſo der Winkel QTR dem bey D gleich. Und da eben die den Cirkelbogen berührende Linien, mit der Sehne deſſelben PQ, bey P und Q gleiche Winkel einſchlieſſen, welchen zuſammen der äuſſere QTR gleich, und alſo doppelt ſo groß iſt als der eine QPT, ſo iſt auch $D = 2QPT$. Alle dieſe Winkel ſind unendlich klein: ſie verhalten ſich alſo gegen einander wie ihre Sinus, und man kan auch ſetzen $\sin D = 2 \sin QPT$.

§. 1108. Wenn wir nun aus Q die QS der PC parallel ziehen, und dadurch den Winkel RSQ dem RPC gleich machen, den wir der Kürze wegen hier wieder um ϕ nennen wollen, ſo kan, da $2SPQ = 2QPT = D$, die Proportion $\sin PSQ : \sin SPQ = PQ : SQ$, oder $2\sin, PSQ : 2\sin SPQ = PQ : SQ$, welche in dem Drenecke SPQ, wie in einem jeden andern ſtatt hat, auch alſo ausgedrückt werden, $2\sin \phi : \sin D = PQ : SQ$. Nun iſt auch in dem Dreyecke PDQ, deſſen Winkel bey P von einem rechten Winkel nicht zu unterſcheiden iſt, $\sin D : 1 = PQ : PD$, aus welcher Proportion und der vorigen, durch die Zuſammenſetzung der Verhältniſſe entſtehet, $2 \sin \phi : 1 = PQ^2 : PD\, SQ$, woraus geſchloſſen wird, $SQ = \frac{PQ^2}{2PD.\ \sin \phi}$. Um dieſe SQ wird der Planet in der Zeit, in welcher er mit der Geſchwindigkeit, die er bey P hatte, vermöge ſeiner Trägheit, vor ſich aus P in S übergegangen wäre, nach geraden Linien, die, wie SQ, der PC ſämtlich parallel ſind, einwärts gezogen,

zogen, und dadurch gezwungen, den Theil ſeiner Bahn PQ zu beſchreiben. Es T. XV. F. 210. iſt alſo dieſe SQ der Raum, welcher (1099) durch ds angedeutet wird; PD aber iſt der Radius der Krümmung des Theils der Bahn PQ, als welche mit der Krümmung des zwiſchen P, Q enthaltenen Theils des Cirkelbogens ab völlig einerley iſt. Wenn wir alſo dieſen Radius PD nunmehro ϱ nennen, indem wir r noch immer die Entfernung PC bedeuten laſſen: ſo wird aus $SQ = \frac{PQ^2}{2\,PD.\,\sin\phi}$ dieſer andere Ausdruck $ds = \frac{PQ^2}{2\varrho.\,\sin\phi}$ unmittelbar herausgebracht.

§. 1109. Nun konten wir aus den Geſetzen der Bewegungen gleich Anfangs ſchlieſſen $ds = vdt^2$, und da in den Fällen, welche hier allein in Betrachtung kommen, $v = \frac{1}{rr}$, und $dt = \frac{1}{2}PQ.\,CR = \frac{1}{2}\,PQ.\,r.\,\sin\phi$, folgends $dt^2 = \frac{1}{4}PQ^2 r^2\,(\sin\phi)^2$, ſo folgt hieraus $ds = \frac{1}{4}PQ^2(\sin\phi)^2$, welcher Ausdruck mit demjenigen, den uns die Geometrie an die Hand gab, verglichen, die Frage beantworten wird. Jener Ausdruck war $ds = \frac{PQ^2}{2\varrho.\,\sin\phi}$. Setzen wir alſo, da ds beiderſeits eben daſſelbe iſt, $\frac{1}{4}PQ^2(\sin\phi)^2 = \frac{\frac{1}{2}PQ^2}{\varrho.\,\sin\phi}$, ſo folget daraus $(\sin\phi)^2 = \frac{2}{\varrho.\,\sin\phi}$, und $\varrho = \frac{2}{(\sin\phi)^3}$. Hierdurch wird die geſuchte Bahn vermittelſt des Radius ihrer Krümmung ϱ angegeben, welcher in eben der Verhältniß zunehmen muß, in welcher die Würfelzahl $(\sin\phi)^3$ abnimt. Oder wenn P den zu irgend einen andern Punct der Bahn gehörigen Radius der Krümmung, und Φ den Winkel bedeutet, welchen die in dieſem Puncte die Bahn berührende gerade Linie, mit dem aus dem Mittelpuncte der Sonne nach demſelben laufenden ſogenanten Radius-Vector einſchlieſſet: ſo muß die Proportion $\varrho : P = \frac{1}{(\sin\phi)^3} : \frac{1}{(\sin\Phi)^3}$, ſamt der daraus folgenden $\varrho : P = (\sin\Phi)^3 : (\sin\phi)^3$ überall ſtatt finden. Denn die in $\frac{2}{(\sin\phi)^3}$ an der Stelle des Zehlers ſtehende Zahl 2 hat in die Verhältniß keinen Einfluß, und man kan ohne Bedenken ſchreiben $\varrho = \frac{1}{(\sin\phi)^3}$, ohne dadurch der Richtigkeit des Aus-

T. XV. F. 210. drucks etwas zu benehmen. Es iſt alſo nur noch zu forſchen übrig, was das vor eine Linie ſey, bey welcher der allgemeine Ausdruck des Radius ihrer Krümmung $\varrho = \frac{1}{(\sin\phi)^3}$ ſtatt findet?

§. 1110. Sehen wir aber auf dasjenige zurück, ſo beym erſten Anfang
T. I. F. 14. von der Ellipſe gezeigt worden iſt, ſo iſt in der 14ten Zeichnung, wenn wir den Mittelpunct der Sonne in F ſetzen, und alſo dieſen Punct F, mit dem in der gegenwärtigen 210ten bey C erſcheinenden, vor einerley halten, auch der Winkel FDL derjenige, welchen wir hier ϕ nennen, woraus folget $FD : FL = 1 : \sin\phi$, und $FL = FD.\ \sin\phi$. Nun war aber (§. 66) $FL^q = \frac{FD}{GD}\cdot cc$, und es wird hieraus vermittelſt des eben gefundenen Werths der FL geſchloſſen $FD^q(\sin\phi)^2 = \frac{FD}{GD}\cdot cc$, welches giebt $(\sin\phi)^2 = \frac{cc}{FD.\ GD}$. Die Puncte F, G, aus welchen die FD, GD nach eben dem Puncte D des Umfangs der Ellipſe gezogen ſind, ſind die zween Nabel derſelben, und wir haben bey der beſondern Betrachtung dieſer Figur den einen FD auch r und den andern GD, ϱ genennet, welches uns erlaubt etwas kürzer zu ſchreiben $(\sin\phi)^2 = \frac{cc}{r\varrho}$, und $\sin\phi = \frac{c}{\sqrt{r\varrho}}$, woraus folget $(\sin\phi)^3 = \frac{c^3}{r\varrho\sqrt{r\varrho}}$, und umgekehrt $r\varrho\sqrt{r\varrho} = \frac{c^3}{(\sin\phi)^3}$. Der Buchſtabe r bedeutet in dieſem Ausdrucke eben den Radius Vector, welchen wir in dem vorhergehenden mit dieſer Benennung belegt haben (1101), ϱ aber iſt in demſelben keineswegs der Radius der Krümmung, ſondern es wird dieſer (§. 74) durch v angedeutet, allwo für die Ellipſe herausgebracht worden iſt $vv = \frac{r^3\varrho^3}{a^2c^2}$, welches giebt $v = \frac{r\varrho\sqrt{r\varrho}}{ac}$, aus welchem Ausdrucke $v = \frac{cc}{a(\sin\phi)^3}$ entſtehet, wenn in demſelben für $r\varrho\sqrt{r\varrho}$ die ihm gleiche Gröſſe $\frac{c^3}{(\sin\phi)^3}$ geſetzt wird. Nun iſt (48) $\frac{cc}{a}$ die Hälfte des zur gröſſern Axe der Ellipſe gehörigen Parameters $2b$: es kan alſo b an deſſen Stelle geſetzt, und etwas

was kürzer geſchrieben werden $v = \frac{b}{(\mathit{ſin}\ \phi)^3}$, wodurch die Proportion $(\mathit{ſin}\ \phi)^3 : 1 = b : v$ angegeben wird, welche dienet, den Radius der Krümmung der Ellipſe zu einem jeden Winkel ϕ anzugeben. T. XV. F. 210.

§. IIII. Es iſt aber dieſer Ausdruck mit dem für die Bahn eines Planeten entdeckten $\frac{1}{(\mathit{ſin}\ \phi)^3}$ völlig einerley. Denn auf die Verſchiedenheit der Zehler, welche beyderſeits beſtändige Gröſſen ſind, komt nichts an, und man kan zum Ueberfluß immer, ſtatt der willkührlichen Einheit des leztern Ausdrucks, den halben Parameter b ſetzen, und demſelben durchaus die Geſtalt des erſten $\frac{b}{(\mathit{ſin}\ \phi)^3}$ geben. Bey ſo geſtalten Sachen iſt nicht zu zweifeln, daß die durch die angenommenen Kräfte in ihrer Bewegung erhaltenen Planeten um die Sonne Ellipſen beſchreiben können, welche einen ihrer Nabel in dem Mittelpuncte derſelben antreffen. Und wenn es keine andere krumme Linie gäbe, deren Radius der Krümmung durch eben die Gleichung $\varrho = \frac{b}{(\mathit{ſin}\ \phi)^3}$ ausgedrückt wird, ſo wären wir blos hierdurch verſichert, daß dieſe Bahnen würklich dergleichen Ellipſen seyn müſſen. Man findet aber, wenn man ſich die Mühe giebt die Rechnung zu unternehmen, daß zu den übrigen Kegelſchnitten, der Parabel und den Hyperbeln, der Radius der Krümmung ϱ vermittelſt eben der Proportion $(\mathit{ſin}\,\phi)^3 : 1 = b : \varrho$ aus dem Winkel ϕ und dem halben Parameter b beſtimmet werde; wiewol dieſelbe, auſſer dieſen durch den Schnitt der Kegel zum Vorſchein gebrachten krummen Linien, für keine andere gelten kan: und man muß hieraus ſchlieſſen, es ſey an ſich gar wohl möglich, daß ein nach den Geſetzen, an welche wir uns halten müſſen, von der Sonne angezogener Weltkörper auch ein Parabel oder eine Hyperbel beſchreibe. Allein da dieſe Linien nicht, wie der Umkreis eines Cirkels oder einer Ellipſe, in ſich ſelbſt zurückkehren, und dadurch einen ebenen Raum rings umher beſchlieſſen; ſondern vielmehr ſich, nach verſchiedenen Seiten, ohne Ende von ihren Nabeln entfernen: ſo verſchwindet aller Gedanke, daß die Bahnen der Planeten Parabeln oder Hyperbeln ſeyn ſolten; weil, wenn dieſes wäre, ſie ſich nur eine kurze Zeit in der Nachbarſchaft der Sonne aufhalten könten, und alsdenn dieſe auf ewig verlaſſen müſten. Dieſes läßt für die Bahn eines Planeten keine andere

T. XV. F. 210. dere Linie übrig, als eine Ellipſe, es müſte denn ſeyn, daß dieſe Ellipſe dadurch, daß die beiden Nabel derſelben ſich in ein Punct vereiniget haben, zu einem Cirkelkreis worden wäre. Jedoch eben dieſes zeiget, daß keiner unſerer Planeten einen genauen Cirkel beſchreibe. Solte er dieſes thun, ſo müſte der Mittelpunct dieſes Cirkels, in welchem ſich die Nabel der Ellipſe vereiniget haben, in den Mittelpunct der Sonne fallen. Dadurch aber würde die Bewegung dieſes Planeten vollkommen gleichförmig werden, welches den Erſcheinungen zuwider iſt.

Umſtändlichere Betrachtung einer elliptiſchen Bewegung.

T. XV. F. 211. §. 1112. Wenn nun die Ellipſe *ABPD* (*Tab. XV. Fig.* 211.) eine der Bahnen vorſtellt, welche die Hauptplaneten um die Sonne beſchreiben, deren Mittelpunct in ihrem Nabel S ruhet, durch welchen die gröſſere Axe der Ellipſe AP gezogen iſt, die zugleich durch ihren Mittelpunct C und den andern Nabel F hindurch gehet: und man läſt auch hier die Buchſtaben a, b, c, e eben die Linien bedeuten, welche vermittelſt derſelben gleich Anfangs angegeben worden ſind, a nehmlich die Hälfte der gröſſern Axe CA oder CP; c die Hälfte der kleinern CB oder CD; b die Hälfte des zu der Axe AP gehörigen Parameters, welcher die durch S oder F der kleinern Axe parallel laufende Sehne EG der Ellipſe iſt (48), indem $b = ES = SG$, und endlich e die Eccentricität CS oder CF: ſo werden vermittelſt der Gleichheiten $ab = cc$, und $aa = cc + ee$ (48, 41) durch jede zwo dieſer vier Linien a, b, c, e die zwo übrigen gegeben. Da alſo a und c die Geſtalt und Gröſſe der Ellipſe, zu welcher ſie als ihre Axen gehören, ohnſtreitig beſtimmen, ſo leiſten dieſes auch jede zwo andere. Wenn blos die Verhältniß der Axen $a : c$ gegeben iſt, ſo kan zwar eine derſelben nach Belieben angenommen, und vermittelſt der Verhältniß die andere dazu gefunden werden. Es werden aber alsdenn die dergeſtalt beſchriebene zwo Ellipſen einander nicht nothwendig gleich, ſondern nur ähnlich (31): und eben ſo beſtimmet auch die bloſſe Verhältniß jeder zwo anderer der vier Linien, nicht zwar die Gröſſe, wohl aber die Geſtalt der Ellipſen, zu welchen ſie gehören.

§. 1113. Indem nun der Planet in ſeiner elliptiſchen Bahn rings herum läuft, komt er nothwendig einmal bey A und einmal bey P in die Axe derſelben, und er iſt bey A um $SA = a + e$, bey P aber um $SP = a - e$ von der Sonne entfernet, ſo daß $SF = 2e$ den Unterſchied der beiden Entfernungen

nungen ausmachet. Rücket der Planet in ſeiner Bahn aus A in M fort, indem T. XV. F. 211. er den von dem Mittelpuncte der Sonne S durch ſeinen eigenen Mittelpunct gezogenen Radius Vector SM mit ſich nimt, ſo entſtehet der Winkel ASM, welchen wir (47) v genant, und ſeinen Coſinus, vermittelſt der Vorſchrift $r = \frac{cc}{a - e.\cos v}$, mit dieſem Radius, oder der Entfernung des Planeten von der Sonne $SM = r$, verglichen haben. Anfangs nun, wenn der Planet M dem Puncte A noch ſehr nahe läuft, iſt $\cos v$ kaum kleiner als 1, und man fehlet nur um etwas weniges, wenn man ſetzet $e.\cos v = e$, wodurch wird $r = \frac{cc}{a - e}$, oder da $cc = aa - ee$, $r = \frac{aa - ee}{a - e} = a + e$, welches vollkommen richtig iſt, wenn ſich der Planet ſelbſt in A befindet. Bey einer weitern Abweichung des Puncts M von A wird der Winkel v gröſſer, alſo $\cos v$ kleiner, und $a - \cos v$ wieder gröſſer. Es muß alſo auch $\frac{cc}{a - e.\cos v}$ nunmehro eine kleinere Entfernung r geben, als vorher, da der Winkel ASM kleiner war: und ſo nimt dieſe Entfernung immer ab, indem der Winkel ASM nach und nach anwächſet, bis er endlich die Gröſſe des rechten Winkels ASE erreichet hat, da $\cos v$ nichts wird, und indem er $e.\cos v$ ebenfals vernichtet, den Ausdruck in $r = \frac{cc}{a} = b$ verwandelt. Rücket alsdenn der Planet noch weiter fort, zum Beyſpiel bis in m, ſo wird der $\cos v$ negativ, und die Vorſchrift wird für dieſe Fälle ſchicklicher, wenn wir, mit Veränderung des Zeichens, ſetzen $r = \frac{cc}{a + e.\cos v}$. Alsdenn iſt $a + e.\cos v$ gröſſer als a; es beträgt aber anfänglich, da v einen rechten Winkel nur wenig übertrift, dieſes nur etwas geringes, und machet r nicht viel kleiner als b; nach und nach aber wird, bey dem fernern Wachsthum des Winkels, $a + e.\cos v$ immer gröſſer und gröſſer. Es nimt alſo auch nunmehro, bey der fortgeſetzten Bewegung des Planeten, ſeine Entfernung von dem Mittelpuncte der Sonne r beſtändig ab, bis ſie endlich bey P, da $\cos v$ wieder der Einheit gleich wird, durch $r = \frac{cc}{a + e} = \frac{aa - ee}{a + e} = a - e$ gegeben wird, welche die kleinſte unter allen iſt. Denn man ſiehet leicht, daß, indem der Planet in der andern Hälfte ſeiner Bahn von P

T. XV. F. 211. durch G, D nach A zurückkehret, ſeine Entfernung von S eben ſo zunehmen müſſe, wie ſie in der erſtern abgenommen hat.

§. 1114. Das Punct A wird von vielen, welche die griechiſchen Wörter *Aphelium, Perihelium* genau überſetzen wolten, die Sonnenferne, P aber die Sonnennähe des Planeten genennet. Es ſcheinet mir aber die Benennung des gröſten und kleinſten Abſtands des Planeten von der Sonne ſchicklicher zu ſeyn. Beyde Puncte der Axe A, P bekommen auch, ohne Unterſchied, die Benennung der Apſiden ſeiner Bahn, und die erſte A heiſſet die höchſte, Apſis ſumma, die zweite B aber die niedrigſte, Apſis ima; weswegen auch die durch beyde gezogene AP die Linie der Apſiden genennet wird. Sie iſt die einzige unter allen Sehnen der Ellipſe, die durch einen ihrer Nabel S gezogen werden können, welche dieſelbe in zween einander gleiche Theile theilet. Denn da ein jeder durch C gezogener Durchmeſſer dieſe gleiche Theilung verrichtet (25), und eine jede durch ein von dem C verſchiedenes Punct gezogene Linie einem dieſer Durchmeſſer parallel werden muß; ſo kan dieſe Linie eben den Raum nicht gleichfals dergeſtalt theilen: wiewohl die Theile der Gröſſe nach deſto weniger verſchieden werden, je kleiner der Winkel iſt, welchen die durch S gezogene Sehne mit der Axe AP einſchlieſſet.

§. 1115. Der unendlich kleine Winkel, um welchen ASM in der Zeit dt vermehret wird, wenn dieſe für einen jeden dergleichen Winkel die nehmliche iſt, oder die Geſchwindigkeit, mit welcher der Radius MS, indem ſich der Planet durch M beweget, dieſen unendlich kleinen Winkel beſchreibt, wird durch $\frac{1}{rr}$ angegeben (1101), welcher Ausdruck dienet dieſe Art der Geſchwindigkeiten, welche demſelben in jeden zween Puncten ſeiner Bahn zukommen, mit einander zu vergleichen. Es verhält ſich alſo dieſe Winkelgeſchwindigkeit bey A zu der bey P, wie $SP^q : SA^q$. Wird demnach die Verhältniß der Winkelgeſchwindigkeiten, bey dem größten und kleinſten Abſtande des Planeten von der Sonne, deren jene die kleinſte, dieſe aber die gröſte unter allen iſt, durch richtige Beobachtungen entdecket, ſo wird eben dadurch die Verhältniß $SP^q : SA^q$ gegeben, und die Verhältniß $SP : SA$, welche halb ſo hoch iſt als jene, iſt ohne viele Mühe herauszubringen. Nun iſt $SP = a - e$, und $SA = a + e$, alſo $SP : SA =$

$a - e$

$a - e : a + e$, woraus folget $SA + SP : SA - SP = 2a : 2e = a : e$, welche Verhältniß $a : e$ dergeſtalt vermittelſt der Winkelgeſchwindigkeiten gefunden, und dadurch die Geſtalt der Ellipſe beſtimmet wird. T. XV. F. 211.

§. 1116. Die Zeit welche der Planet brauchet von *P* bis in *A* zu gelangen, wird ſowohl durch die Hälfte des elliptiſchen Raums *PDAP* angegeben, als diejenige, in welcher er in ſeiner Bahn von *A* bis in *P* gehet, durch deſſen andere Hälfte *ABPA*. Es ſind demnach dieſe Zeiten einander gleich, und man kan ſich dieſer Gleichheit der Zeiten, in welchen ein Planet, von irgend einem Puncte einer durch den Mittelpunct der Sonne gezogenen geraden Linie *AB*, bis wieder an dieſe Linie, und von dannen zurück an ſeine erſte Stelle komt, als eines ſichern Merkmahles bedienen, daß der Planet, in dem Augenblicke, in welchem er dieſe Linie durchkreuzet hat, ſich in einer ſeiner Apſiden, *A* oder *P*, befunden habe. Wird alſo der Punct des Sternhimmels, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne geſetztes Auge den Planeten in eben den Augenblick geſehen haben würde, richtig angemerket; ſo werden eben dadurch die Apſiden ſeiner Bahn entdecket, und die Lage der durch den Mittelpunct der Sonne gehenden geraden Linie, welche ſie mit einander verknüpfet, das iſt, der gröſſern Axe der von dem Planeten beſchriebenen Ellipſe, wird völlig beſtimmet. Und wenn auch die Geſchwindigkeiten, mit welchen eben der Körper bey *A* und *P* ſeine Winkel um die Sonne beſchreibet, aus richtigen Beobachtungen bekant ſind, ſo hat man alles, ſo zur Kentniß der wahren Geſtalt ſeiner Bahn erfordert wird. Nicht nur die Verhältniß $e : a$ ſondern auch dieſe andern, $b : a$ und $c : a$ werden dadurch gegeben.

Vergleichung der Bewegungen zweener Planeten.

§. 1117. Jeder beſonderer Planet beobachtet dieſe Geſetze bey ſeinem Umlaufe um die Sonne, ſo ſehr auch ſeine Bahn von den Bahnen der übrigen, an Geſtalt und Gröſſe, verſchieden ſeyn mag. Nehmen wir aber der Planeten zweene, deren jeder ſeine beſondere Ellipſe um die Sonne beſchreibt, indem er beſtändig nach dem in einem der Nabel dieſer Ellipſe ruhenden Mittelpuncte derſelben, ſo, wie wir hinlänglich geſehen haben, gezogen wird; ſo finden wir ohne viele Umſchweife, daß die Vorſchrift (875), nach welcher ſich die Zeiten des Umlaufs dieſer Planeten richten würden, wenn ihre Bahnen recht cirkelrund wären, auch bey der würklichen Geſtalt dieſer Bahnen ſtatt haben, wenn man nur, anſtatt der

T. XV. F. 211. Halbmeſſer der Cirkel, die Hälften der gröſſern Axen der Ellipſen, oder anſtatt ihrer Durchmeſſer, die gröſſeren Axen ſelbſt ſetzet. Dieſes zu zeigen, wird der Theil AH der Linie, welche die Ellipſe bey einem ihrer Scheitel berühret, unendlich klein angenommen, und durch H die HI, der AS parallel, bis an das Punct der Ellipſe I gezogen, von welchem, der Deutlichkeit wegen, IK auf AS perpendicular fällt. Alsdenn iſt $AK = HI$ die unendlich kleine Linie, welche (50) z genennet worden iſt, die $IK = AH$ aber iſt die y eben des Satzes, welcher bey den hier angenommenen Umſtänden, da nehmlich $AK = z$ unendlich klein iſt, die Gleichheit $yy = 2bz$ angab. Wenn wir nun ferner AS durch f andeuten, ſo wird der Ausſchnitt IAS durch $\frac{1}{2}fy$ ausgedrücket, der Inhalt der ganzen Ellipſe $ABPD$ aber iſt (89) $= \pi ac$. Wie nun dieſer ganze Raum πac ſich zu dem Ausſchnitte $\frac{1}{2}fy$ verhält, eben ſo verhält ſich die Zeit t, in welcher der Planet von A bis wieder zu A ſeinen Umlauf ganz verrichtet, zu derjenigen, welche er zur Beſchreibung des Bogens AI anwendet. Es wird alſo dieſe letztere unendlich kleine Zeit durch $\frac{fty}{2\pi ac}$ und ihr Quadrat durch $\frac{ffttyy}{4\pi^2a^2c^2}$ angegeben, welchen Ausdruck, $yy = 2bz$ und $cc = ab$, in $\frac{2ffttbz}{4\pi^2a^3b} = \frac{ffttz}{2\pi^2a^3}$ verwandelt. Die zur Beſchreibung des Bogens AI angewendete Zeit iſt diejenige, welche in dem allgemeinen Satze (1099) $ds = vdt^2$ durch dt angedeutet wird, und es iſt in unſerm gegenwärtigen Falle ds eben des Satzes $= z$, und $v = \frac{1}{ff}$, welche Werthe geben $z = \frac{1}{ff} \times \frac{ffttz}{2\pi^2a^3}$, woraus folget $\frac{tt}{2\pi^2a^3} = 1$, oder $tt = 2\pi^2a^3$. Hierdurch aber wird die Proportion, deren Richtigkeit zu erweiſen war, völlig bekant. Denn wenn wir uns die Bahn eines andern Planeten vorſtellen, zu welchem A die Hälfte der gröſſern Axe iſt, und T die Zeit des Umlaufs dieſes andern Planeten bedeutet; ſo iſt allerdings auch $TT = 2\pi^2A^3$, und folgends $tt : TT = 2\pi^2a^3 : 2\pi^2A^3 = a^3 : A^3$, weil die beſtändige Gröſſe $2\pi^2$ in der Verhältniß nichts ändert.

§. 1118. Wir können hieraus ſogleich noch einen andern Schluß ziehen. Die Zeit, in welcher der Planet ſeine Bahn ganz beſchreibet, haben wir t genant, der von dieſer Bahn umſchloſſene Raum aber iſt πac. Nehmen wir nun eine

andere Zeit von der beſtimten Gröſſe eines oder mehrerer Täge oder Stunden an, T. XV. F. 211.
und bezeichnen dieſe Zeit durch b, ſo verhält ſich die Zeit t zu dieſer b, wie jener Raum πac zu dem Ausſchnitte eben der Ellipſe, welchen der Radius Vector des Planeten in der Zeit b bildet. Wird alſo dieſer Ausſchnitt q genennet, ſo iſt $q = \frac{\pi bac}{t}$, und $q^2 = \frac{\pi^2 b^2 a^2 c^2.}{tt}$. Wenn wir aber wieder für cc das ihm gleiche ab ſetzen, und uns dabey der gefundenen Gleichheit $tt = 2\pi^2 a^3$ bedienen, ſo erhalten wir $q^2 = \frac{\pi^2 b^2 a^3 b}{2\pi^2 a^3} = \frac{b^2 b}{2}$. Auch dieſes iſt zugleich zu einem jeden andern Planeten richtig. Wenn wir den von dieſem andern Planeten in eben der Zeit b beſchriebenen Ausſchnitt Q nennen, ſo wird für denſelben $Q^2 = \frac{b^2 B}{2}$, und folgends $Q^2 : q^2 = \frac{b^2 B}{2} : \frac{b^2 b}{2} = B : b$ oder $Q : q = \sqrt{B} : \sqrt{b}$. Es iſt nehmlich die Verhältniß der von zween Planeten in eben der Zeit beſchriebene Ausſchnitte immer halb ſo hoch, als die Verhältniß ihrer durch B und b bedeuteten Parameter.

§. 1119. Dieſer Satz iſt bey einer jeden Gröſſe der angenommenen Zeit b richtig. Man kan ſich alſo dieſe Zeit auch unendlich klein gedenken, wenn man ihr nur immer die nehmliche Länge giebt: der Satz ſelbſt aber läſt ſich aufs kürzeſte durch $q = \sqrt{b}$ ausdrücken. Iſt nun in der 210 Zeichnung PCQ der in T. XV. F. 211.
dieſer unendlich kleinen Zeit beſchriebene Ausſchnitt, ſo kan, da der Inhalt deſſelben durch $\frac{PQ \times CR}{2}$ (1107) angegeben wird, auch geſchrieben werden $\frac{PQ \times CR}{2} = \sqrt{b}$, woraus folget $PQ = \frac{2\sqrt{b}}{CR}$. Die dergeſtalt beſtimten Wege PQ werden ſämtlich in eben der Zeit b beſchrieben, und da dieſe unendlich klein iſt, ſo iſt die Bewegung, mit welcher die Planeten in derſelben fortrücken, gleichförmig. Es verhalten ſich alſo dieſe Wege PQ wie die Geſchwindigkeiten, mit welchen ſie beſchrieben werden, und es wird durch den Ausdruck $\frac{2\sqrt{b}}{CR}$ die Geſchwindigkeit eines jeden Planeten, mit welcher er in einem gewiſſen Zeitpuncte fortgehet, mit der Geſchwindigkeit eines jeden andern, zu eben dem oder einem von demſelben verſchiedenen Zeitpuncte verglichen, ſo bald die Parameter der Bahnen, und die

zu

T. XV. F. 210. zu dieſen Zeitpuncten gehörigen Entfernungen der Tangenten CR bekant ſind. Da es auch hier auf eine bloſſe Verhältniß ankomt, ſo führet uns der etwas einfachere Ausdruck $PQ = \frac{\sqrt{b}}{CR}$ eben ſo weit: und ſtatt der CR kan auch geſchrieben werden $r.\,\mathit{ſin}\,\phi$ (1103).

§. 1120. Vermittelſt der Zeit des Umlaufs t, und b dem Parameter der elliptiſchen Bahn eines Planeten, kan auch der von dieſer Bahn umſchloſſene Raum mit einem jeden andern dergleichen Raume verglichen werden, zu welchem eben das bekant iſt. Denn es wird ein jeder ſolcher Raum durch πac angegeben, wovon das Quadrat $\pi^2a^2c^2$ iſt, welcher Ausdruck, durch die öfters gebrauchte Gleichheit $cc = ab$, in π^2a^3b verwandelt wird. Nun hatten wir (1107) $tt = 2\pi^2a^3$, welches gehörig angebracht eben das Quadrat π^2a^3b durch $\frac{ttb}{2}$ ausdrücket, wofür, aus der öfters wiederhohlten Urſache, ttb geſetzt werden kan. Demnach iſt der von der Bahn des Planeten umſchloſſene Raum ſelbſt $= t\sqrt{b}$, und die Verhältniß jeder zwo ſolcher elliptiſchen Figuren iſt aus der Verhältniß der Zeiten, in welchen die Planeten dieſelbe beſchrieben, und aus einer andern, die halb ſo hoch iſt, als die Verhältniß der vorzüglichen Parameter derſelben, zuſammen geſetzt. Jene Verhältniß wird durch t und dieſe durch $\sqrt{b}$ angedeutet.

Bewegung der Apſiden.

§. 1121. Die Kräfte, mit welchen jeder Planet von einem jeden der übrigen angezogen wird, verurſachen, wie bereits erinnert worden iſt, eine Abweichung von dieſen Bewegungen, welche zwar, bey der kleinern Verhältniß der Maſſen aller dieſer Körper gegen die einzige Maſſe der Sonne (902), ſo gar groß nicht iſt; zumahlen da jene Kräfte einander öfters zuwider ſind, und Würkungen hervorbringen, deren einige die übrigen ganz oder zum Theil vernichten; es kan aber doch dieſe Abweichung nicht gänzlich übergangen werden. Sie wird bey den Hauptplaneten gröſtentheils aufgehoben, wenn man den elliptiſchen Bahnen derſelben eine Bewegung zuſchreibt, mit welcher jede ſich in der Fläche, in welcher ſie lieget, um denjenigen Nabel, bey welchem ſich die Sonne befindet, nach dieſer oder jener Seite dergeſtalt herumdrehet, daß die gröſſere Axe Winkel bildet, die ihre Spitze in dieſem Puncte haben: da denn auch die beyden Apſiden

fort,

fortrücken müſſen, entweder beyde nach eben der Seite, nach welcher die Bewegung des Planeten gerichtet iſt, oder beyde nach der entgegengeſetzten. Denn wenn *ABPD* (*Tab. XV. Fig.* 212.) die Ellipſe vorſtellt, welche ein Planet beſchreiben würde, wenn auſſer dem Zuge der Sonne ſonſt keine andere Kraft in denſelben würkte: es iſt aber der Planet würklich, durch eine ſolche fremde Kraft, von dieſer Bahn *ABPD* abgebracht und in *M* verſetzt worden, welches Punct angenommen werden kan, wie man will, wenn es nur nicht weiter von dem Nabel der Ellipſe *S* entfernet wird, als *A*, und nicht weniger als *B*: ſo kan man immer die Figur *ABPD* ſo lange um das Punct *S* herumdrehen, bis der Umkreis derſelben das Punct *M* erreichet. Dadurch wird der Planet nicht zwar in ſeine vorige Bahn *ABPD*, aber doch in die *abpd* gebracht, welche jener *ABPD* gleich und ähnlich: und alſo nicht weniger bekant iſt, als dieſelbe. Bey dieſer Bewegung beſchreibet der Theil der Axe *AS* um das Punct *S* den Winkel *ASa*, welcher, bey einer andern Lage des Puncts *M* in Abſicht auf die *AS*, ſowohl an die Seite *D* fallen kan, als er hier an der Seite *B* gezeichnet iſt. Wird nun dieſe Bewegung der Axe mit der daran haftenden Ellipſe beſtändig unterhalten, und vermittelſt derſelben der Winkel *ASa* bald gröſſer bald kleiner gemacht, bald an dieſe und bald an jene Seite der *AP* geſetzt, nachdem dieſes die Abweichung des Planeten erfordert; ſo kan derſelbe allerdings in ſeiner dergeſtalt bewegten Bahn erhalten werden. *T. XV. F. 212.*

§. 1122. Wenn alſo die Lage, welche die Axe *AP* in einem gewiſſen Zeitpuncte gehabt hat, vermittelſt zweener Puncte des Sternhimmels oder der Ecliptic, durch welche ſie bey ihrer Verlängerung damals hindurch gegangen, richtig beſtimmet worden iſt; ſo kan vermittelſt des Winkels *ASa* oder *PSp*, wenn er bekant iſt, auch die Lage der Axe *ap* für einen jeden andern Zeitpunct angegeben werden. Alsdenn beweget ſich der Planet in dieſem Zeitpuncte, wie auch kurz vor und nach demſelben, faſt eben ſo in der Bahn *abpd*, als er ſich in derſelben bewegen würde, wenn dieſe Bahn *abpq* immer eben dieſelbe bliebe, und nie einiger Veränderung unterworfen wäre. Es iſt nichts übrig, ſo durch die Würkung der übrigen Planeten geändert werden könte, als die Geſchwindigkeit, mit welcher der angenommene in den verſchiedenen Stellen ſeiner Bahn *abpq* fortrücket. Aber auch dieſe Abweichung iſt gering, und wird vors erſte, und wenn bey der Beſtimmung des Orts, welchen der Planet in einem gewiſſen Zeitpuncte einnimmt,

T. XV. F. 212. nicht die äuſſerſte Strenge erfordert wird, für immer bey Seite geſetzt. Man ſiehet leicht, daß alles dieſes mit einer deſto gröſſern Zuverſicht geſchehen könne, je weniger überhaupt der Lauf des angenommenen Planeten, durch die anziehende Kraft der übrigen, verändert wird.

§. 1123. Dieſe Veränderung der Axe *AP*, vermittelſt welcher ſie mit der Zeit eine andere Lage *ap* erhält, ob ſie wohl immer durch den Mittelpunct der Sonne *S* hindurch gehet, wird dadurch angedeutet, daß man den beyden Apſiden *A*, *P* eine Bewegung zuſchreibt. Es würde nehmlich ein in die Sonne geſetztes Auge, wenn es dieſe Puncte *A* *P* unmittelbar ſehen könte, dieſelben nach einiger Zeit an einem andern Orte erblicken, und ſich alſo vorſtellen, es habe jeder derſelben den Bogen beſchrieben, welcher den Winkel *ASa* oder *PSp* miſſet; welche Bogen ganz in der Fläche liegen, in welcher der Planet ſeinen Umlauf verrichtet. Dieſe Bewegung der Apſiden, ſo ſich immer vermuthen läſt, und von welcher uns die Sternforſcher belehren, daß ſie würklich ſtatt finde, machet, daß die Zeit des Umlaufs eines Planeten von derjenigen verſchieden iſt, welche er braucht von einer ſeiner Apſiden *A* oder *P* bis wieder in dieſelbe zu gelangen. Denn wenn wir uns die gerade Linie vorſtellen, in welche beym Anfange eines gewiſſen Zeitraums die Axe *AP* gefallen: ſo verrichtet der Planet ſeinen Umlauf, indem er von dem Puncte *A* dieſer Linie bis wieder in die *SA*, oder von *P* bis wieder in die *SP* gelanget, er mag die Puncte *A* und *P*, von welchen er ausgegangen iſt, genau erreichen oder nicht. Iſt nun in dieſer Zeit die Axe *AP* in *ap* übergetreten, und hat ſich alſo das Punct der gröſten Entfernung von der Stelle *A* nach eben der Seite in *a* entfernet, nach welcher die Bewegung des Planeten gerichtet iſt: ſo muß derſelbe ſeine Bewegung noch durch den ganzen zwiſchen *A* und *a* enthaltenen Raum fortſetzen, bevor er bey dem Puncte der gröſten Entfernung anlangt, welches ſich nunmehro in *a* befindet, und eben die Bewandniß hat es auch mit dem Puncte der kleinſten Entfernung *p*. Wäre die Bewegung der Apſiden der Bewegung des Planeten zuwider, ſo würde die Zeit, nach welcher der Planet von einer derſelben bis wieder dahin gelanget, kleiner ausfallen als die Zeit ſeines ganzen nach den Fixſternen gerechneten Umlaufs. Es iſt aber der Unterſchied dieſer Zeiten gar gering, und beträgt nur einige wenige Minuten, weswegen er, ſo lange nur von der Zeit eines einzigen, oder einiger wenigen Umläufe die Rede iſt, anfänglich bey Seite geſetzt werden kan, welches ſo viel heiſſet als anneh-

annehmen, daß die Axe *AP* in dieſer ganzen Zeit ohne einige Bewegung in ihrer Lage verbleibe, und ſo lang dieſelbe währet, bey ihrer Verlängerung durch eben die Puncte des Sternhimmels hindurchgehe. *T. XV. F.* 212.

Die Anomalien der Planeten.

§. 1124. Die Lage der Axe, welche ſie zu einer gewiſſen Zeit hat, wird vor bekant angenommen; denn es wird ſich erſt in dem nachfolgenden zeigen laſſen, wie dieſelbe zu einem jeden Planeten zu entdecken ſey. Alsdenn komt es bey der Beſtimmung des Orts, welchen ein Planet in jedem Zeitpuncte an dem Sternhimmel einzunehmen ſcheinet, fürnehmlich darauf an, daß man den Winkel anzugeben wiſſe, welchen der von dem Mittelpuncte der Sonne *S* nach dem Mittelpuncte des Planeten gezogene Radius (*T. XV. F.* 211.) Vector *SM* mit der *SA* oder *PS* einſchlieſſet, welche von eben dem Puncte *S* durch den Ort der gröſten oder kleinſten Entfernung gehet. Gemeiniglich wird das erſte gebraucht, und alsdenn iſt *ASM* der verlangte Winkel. Man nennet ihn die **wahre Anomalie** des Planeten, denn es wird das Wort Anomalie auch bey andern Winkeln gebraucht, welche dieſes mit dem *ASM* gemeinſchaftlich haben, daß eine ihrer Seiten in der Axe *AP* lieget, wenn ſie etwas zur Beſtimmung des Orts beytragen, welchen der Planet in ſeiner Bahn einnimt. Ja es wird eben das Wort öfters auch auf andere Gröſſen angewendet, die keine Winkel ſind, wenn durch dieſelben dieſer oder jener Winkel gegeben wird, welchem die Benennung einer Anomalie zukömt. Da dieſer allgemeine Vortrag etwas dunkel ſeyn dürfte, werden wir wohl thun, wenn wir uns anfänglich nur an die Erklärungen der beſondern Arten der Anomalien halten; welche nach und nach folgen werden; da ſich denn zeigen wird, daß bey dieſen Benennungen viel willkührliches ſey, welches davon herrühret, daß bey der Verbeſſerung der irrigen Vorſtellungen, welche ſich die Alten von dem Laufe der Planeten gemacht haben, man doch die Redensarten, deren ſie ſich bey der Erklärung und dem Vortrage derſelben bedienten, ſo weit es ſich thun ließ, hat beybehalten wollen. Dadurch verlohren dieſe Redensarten und Worte öfters ihre urſprüngliche Bedeutung, und wurden auch den Sprachkundigen dunkel.

§. 1125. Wenn der Zeitpunct bekant iſt, in welchem ſich der Planet das letztemal in dem Puncte ſeiner gröſten Entfernung von der Sonne *A* befunden hat, ſo iſt die Zahl der Tage und Stunden, welche von jenem Zeitpuncte bis

T. XV. F. 211. zu dem, für welchen der Ort des Planeten geſucht wird, verfloſſen iſt, leicht zu berechnen. Nun iſt auch die ganze Zeit des Umlaufs deſſelben bekant, und die Hälfte derſelben, in welcher er in ſeiner Bahn von A bis an P, und von P bis wieder in A gelanget. Es kan alſo jene Zeit, welche wir t nennen wollen, mit dieſer Zeit des halben Umlaufs $\frac{1}{2}T$ verglichen werden. Wird nun geſetzt, daß in der Zeit t der Planet in ſeiner Bahn aus A in M übergegangen ſey, ſo wiſſen wir (810) daß der Ausſchnitt ASM ſich zu dem ganzen elliptiſchen Raume $ABPD$ wie t zu T, und folgends zu der Hälfte deſſelben $ABPA$, wie $t : \frac{1}{2}T$ verhalte. Es iſt uns alſo die Verhältniß des Ausſchnitts ASM zu dem Raume $ABPA$ gegeben: und es komt nur darauf an, daß wir dieſen Raum $ABPA$, von der Linie SA an, in der gegebenen Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$ zu theilen, oder von demſelben den Ausſchnitt ASM abzuſondern wiſſen, welcher zu der Hälfte der elliptiſchen Figur $ABPA$ die gegebene Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$ hat (814), als welches in der Zeichnung nicht geſchehen kan, ohne daß zugleich der Winkel ASM, die wahre Anomalie des Planeten, ſichtlich werde; aus welcher ſodann auch die Entfernung deſſelben von der Sonne SM, geſchloſſen werden kan, wenn ſie verlangt wird.

§. 1126. Zu dieſer Theilung der Ellipſe, auf welche bey der Berechnung des Orts eines Planeten endlich alles ankömt, zu gelangen, kan man ſich den nachfolgenden Weg vorſtellen, welcher, ob er wohl die Theilung nicht ſo ſehr erleichtert, als er dieſes zu verſprechen ſcheinet, doch verſchiedenes bey denſelben T. XV. F. 213. gar ſchön aufkläret. Man nehme (*Tab. XV. Fig.* 213.) $Sa = \sqrt{ac}$, welches die mittlere Proportionallinie zwiſchen den Hälften der zwo Axen der Ellipſen a und c bedeutet; und beſchreibe mit dieſem Radius um den Nabel S den Cirkel $aBpD$, deſſen Inhalt (89) dem elliptiſchen Raume $ABPD$, und die Hälfte deſſelben $aBpa$ der Hälfte dieſes Raums gleich ſeyn wird. In dem Umkreiſe des Cirkels gebe man dem Bogen am zu der Hälfte amp die Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$, und ziehe mS, ſo wird ſich auch der Ausſchnitt aSm zu der Hälfte des Cirkels $aBpa$ wie $t : \frac{1}{2}T$ verhalten. Wenn man ſich alſo den elliptiſchen Ausſchnitt ASM dem Ausſchnitte aus dem Cirkel aSm gleich vorſtellet, ſo wird auch $ASM : aBpa = t : \frac{1}{2}T$, oder, weil $aBpa = ABPA$, $ASM : ABPA = t : \frac{1}{2}T$, und es komt die Theilung der Ellipſe, die hier verlangt wird, blos darauf an, daß man den Ausſchnitt ASM dem aSm gleich zu machen wiſſe. Weil dieſe Ausſchnitte den kleinern aSn mit einander gemeinſchaftlich haben, ſo folget aus der Gleichheit derſelben

ſelben dieſe andere $nSm = AanM$; und wenn die Linie SM alſo gezogen wird, T. XV. F. 213. daß der kleinere Ausſchnitt des Cirkels nSm dem vierſeitigen Raume $AanM$ gleich ausfällt, ſo iſt auch $ASM = aSm$, folgends wird durch die SM der elliptiſche Raum in der Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$ getheilet.

§. 1127. Hierdurch nun wird zwar die Theilung ſelbſt kaum erleichtert; es führet aber doch daſſelbe zu einigen wichtigen Anmerkungen. Wenn man ſetzet, daß der Umkreis $aBpD$ von dem in einer gleichförmigen Bewegung ſtehenden Puncte m in eben der Zeit T beſchrieben werde, in welcher der Planet M in ſeiner elliptiſchen Bahn aus A bis wieder in A gelanget: ſo wird die Bewegung jenes Puncts m in der That zur mittlern Bewegung des Planeten M. Und wenn man überdieſes annimmt, daß das Punct m ſeinen Umlauf in dem Cirkelkreiſe in dem nehmlichen Zeitpuncte, in welchem der Planet durch das Punct ſeiner gröſten Entfernung von der Sonne A hindurchgehet, bey a anfange, und folgends auch mit dem Planeten zugleich in dem andern Theile der Axe SPp anlange: ſo wird, nach der angenommenen Bedeutung, der Winkel aSm die mittlere Anomalie des Planeten, welche zu der wahren ASM gehöret. Dieſes iſt der eigentliche Verſtand des Worts, wie wohl, wie bereits angemerket worden iſt, man öfters auch eine jede andere Gröſſe, die ſich zu einer beſtändigen und bekanten Gröſſe ſo verhält, wie der Winkel aSm oder ASM zu einem ebenfals beſtändigen und bekanten Winkel, die mittlere oder wahre Anomalie des Planeten nennet: weil nehmlich vermittelſt dieſer Verhältniß, aus dem gegebenen Winkel, der verlangte aSm oder ASM immer zu ſchlieſſen iſt. Es ſey A eine beſtändige Gröſſe, und R bedeute einen rechten oder jeden andern Winkel, deſſen Gröſſe bekant iſt, z aber ſey eine Gröſſe von der Art der A, welche mit dem Winkel ASM zugleich dergeſtalt anwächſt, daß die Proportion $z : A = ASM : R$ immer ihre Richtigkeit behält; ſo kan, vermittelſt der bekanten Gröſſen A und R, zu einer jeden z der Winkel ASM gefunden werden. Aus dieſer Urſache kan auch z die Benennung der wahren Anomalie des Planeten bekommen, oder wenn in der Proportion der Winkel aSm ſtatt des ASM gebraucht wird, der mittlern. Dieſes letztere iſt gewöhnlicher als das erſte, und in dieſem Verſtande iſt der Ausſchnitt aSm, der ihm gleiche ASM, oder auch die Zeit t, die mittlere Anomalie.

T. XV. F. 213. §. 1128. Der Unterſchied der beyden Anomalien iſt eigentlich der Winkel mSn, welcher zu der kleinern hinzugeſetzt, die gröſſere giebt, und von der gröſſern abgezogen, die kleinere übrig läſt. Man nennet derowegen dieſen Winkel mSn die Aequation, und kan ihn zu teutſch die Vergleichung nennen. Er wächſet immer mit dem Ausſchnitte mSn zugleich, und wird durch die Verhältniß dieſes Ausſchnitts zu ſeinem halben oder ganzen Cirkel gegeben. Da alſo der Ausſchnitt mSn immer der krumlinichten Figur $AanM$ gleich iſt: ſo kan in dem eben erklärten Verſtande, auch dieſe Figur $AanM$ als die Vergleichung angeſehen, und daraus, wie dieſe nach und nach anwächſet, auf die Gröſſe der zu einer jeden Anomalie eben des Planeten gehörigen Vergleichung geſchloſſen werden.

§. 1129. Zu der wahren Anomalie ASM, welche der Bogen an miſſet, iſt, wie wir geſehen haben, die Vergleichung das Viereck $AanM$. Machet man den Bogen an um das Theilchen rn gröſſer, ſo wird die Vergleichung um das kleine Viereck Mnr vermehret, und die dadurch entſtehende gröſſere Vergleichung gehöret zu der wahren Anomalie aSr. Das Viereck Mnr ſelbſt iſt von einem Rechtecke deſto weniger verſchieden, je kleiner die rn genommen wird; und wir können uns immer dieſe rn kleiner vorſtellen als einen Grad, oder noch beſſer, kleiner als eine Minute. Wenn wir nur die Gröſſe, die wir dieſer rn zuerſt gegeben haben, hernach beſtändig behalten: ſo bekommen alle auf die Art zu verſchiedenen Anomalien gebildete Vierecke Mnr eben die Höhe, und verhalten ſich alſo wie ihre Grundlinien Mn. Mit eben der Verhältniß der zwiſchen der Ellipſe und dem Cirkelkreiſe enthaltenen Theile der MS wachſen alſo auch die Vergleichungen, indem die wahren Anomalien ſelbſt um die durch rn gemeſſene gleiche Theile zunehmen. Und es iſt das Wachsthum der Vergleichungen das gröſte, wenn der Planet bey A in ſeiner gröſten Entfernung von der Sonne ſtehet, und nimt, indem derſelbe von dannen durch M nach B übergehet, beſtändig ab, bis endlich bey B, allwo die Vergleichung dem Dreyecke ABa gleich iſt, dieſe zu wachſen aufhöret, und die dem Bogen aB zukommende Vergleichung von der zu dem kleinern, $aB - rn$, oder gröſſern $aB + rn$ gehörigen, bey der angenommenen unbeträchtlichen Gröſſe rn, nicht mehr zu unterſcheiden iſt: ſo daß, wenn zu der durch aB gemeſſenen wahren Anomalie die Vergleichung k gehöret, eben dieſe k auch bey der durch die Bogen $aB - rn$ und $aB + rn$ zu meſſenden gebraucht werden kan, um durch den Zuſatz dieſer k aus der wahren die mittlere Anomalie herauszubringen. T. XV. F. 213.

§. 1130. Da nun, wenn die wahre Anomalie durch den Bogen aB gemeſſen wird, die dazu gehörige mittlere $aB + k$ ſeyn muß, ſo wird auch zu der um rn kleinern wahren Anomalie $aB - rn$ die mittlere $aB - rn + k$ und der um eben die Kleinigkeit rn gröſſern $aB + rn$ die mittlere $aB + rn + k$ gehören. Der Unterſchied der zwo wahren Anomalien aB und $aB - rn$ iſt rn, welcher zugleich der Unterſchied der dazu gehörigen mittlern $aB + k$ und $aB - rn + k$ iſt, und auch herausgebracht wird, wenn man an der einen Seite die wahre Anomalie aB von der $aB + rn$, und an der andern die zu jener gehörige mittlere $aB + k$ von der zu dieſer gehörigen $aB + rn + k$ abziehet. Nun miſſet rn den Winkel MSr, welchen der ſich in ſeiner Bahn bewegende Planet in einer gewiſſen ſehr kleinen Zeit um die Sonne beſchreibt, und der Unterſchied der zu dem Anfang und dem Ende eben der kleinen Zeit gehörigen mittlern Anomalien iſt der Winkel an eben dem S, welchen das Punct m bildet, indem es in eben der Zeit in ſeiner cirkelrunden Bahn fortrücket. Wenn ſich der Planet bey B befindet, ſo ſind dieſe zween Winkel einander gleich: das iſt, der in ſeiner Bahn durch B gehende Planet und das Punct m beſchreiben in eben der kleinen Zeit gleiche Winkel um die Sonne, und die Winkelgeſchwindigkeit des einen, iſt zugleich die Winkelgeſchwindigkeit des andern. Die Geſchwindigkeit des Puncts m iſt die mittlere Geſchwindigkeit des Planeten. Wenn demnach noch immer von den kleinen Winkeln die Rede iſt, welche von den Planeten in eben der Zeit um die Sonne beſchrieben werden, ſo bewegt ſich der Planet bey dem Puncte B, da ſeine Bahn den Cirkelkreis $aBpD$ durchkreutzet, und ſeine Entfernung von S der $\sqrt{ac}$ gleich iſt (1126), mit ſeiner mittlern Geſchwindigkeit. Man ſiehet leicht, daß eben dieſes auch bey dem Puncte D ſtatt finde, in welchem die Bahn den Cirkel das zweytemal ſchneidet.

§. 1131. Von dem Puncte B an, indem nehmlich der Planet aus demſelben nach P übergehet, wird der Unterſchied der beyden Anomalien immer kleiner und kleiner, ſo daß er bey P ganz und gar verſchwindet, und der Planet, wenn er bey dieſem Puncte ſeiner geringſten Entfernung von der Sonne angelanget iſt, keiner Vergleichung bedarf. Denn wenn der Planet in ſeiner Bahn bis

T. XV. F. 213. in M' gekommen iſt, das Punct der mittlern Bewegung aber in der ſeinigen in m'; ſo iſt, wie immer, der elliptiſche Ausſchnitt ASM' gleich dem Ausſchnitte des Cirkels aSm'. Es haben aber dieſe zween Ausſchnitte den Raum $BaSM'$ mit einander gemeinſchaftlich, welcher von dem elliptiſchen Ausſchnitte ASM' abgezogen, das krumlinichte Dreyeck BAa übrig läſt. Wird aber eben der Raum $BaSM'$ von dem Ausſchnitte aSm' abgezogen, ſo bleibt die Figur $BM'Sm'$ übrig, welche demnach dem Dreyecke BAa gleich ſeyn muß. Da nun eben dieſe Figur $BM'Sm'$ durch die in n' verlängerte SM' in die zwey Theile $BM'n'$ und $n'Sm'$ getheilt wird, ſo iſt auch $BAa = BM'n' + n'Sm'$ und alſo $n'S'm = BAa - BM'n'$. Aus der Gleichheit der halben Ellipſe $ABPA$ und des halben Cirkels $aBpa$, welche den Raum BaP mit einander gemeinſchaftlich haben, folgt $BPp = BAa$. Es kan alſo auch geſetzt werden $n'Sm' = BPp - BM'n'$, das iſt, $n'S'm = M'Ppn'$. Der Winkel $n'Sm'$, welcher eigentlich die Vergleichung abgiebt, wächſet wie der Ausſchnitt $n'Sm'$, und alſo auch wie die ihm gleiche Figur $M'Ppn'$. Da alſo dieſe Figur $M'Ppn'$, indem ſich der Planet in ſeiner Bahn von B durch M' der Stelle P nähert, beſtändig abnimt, ſo nimt bey dieſer Bewegung auch die Vergleichung ab, und verlieret endlich bey P, ſo wie die Figur, alle Gröſſe.

Gröſte Vergleichung.

§. 1132. Demnach iſt die Vergleichung, welche dem Planeten bey den Puncten B, D zukomt, die gröſte unter allen. Und da dieſelbe gänzlich von der Geſtalt der Ellipſe $ABPD$ abhängt, welche er bey ſeinem Umlaufe um die Sonne beſchreibt, indem, ſo bald dieſe Geſtalt durch die Verhältniß $a : c$ gegeben iſt, eine dergleichen Zeichnung als die gegenwärtige 213te iſt, verfertiget werden kan, welche den Raum BAa oder BPp völlig beſtimmet: ſo kan umgekehrt dieſe gröſte Vergleichung gebraucht werden, dieſe Geſtalt, das iſt, die Verhältniß $a : c$ oder $a : e$ auszumachen. Man hält ſich gemeiniglich an das leztere, indem man a zur Einheit machet, und die dazu gehörige Eccentricität e ſuchet. Wir müſſen aber, bevor wir uns auf dieſe Unterſuchung einlaſſen können, noch umſtändlicher betrachten, wie dieſe gröſte, und eine jede andere Vergleichung der mittlern Anomalie mit der wahren, von der Geſtalt der Ellipſe abhänge, indem wir nehmlich die Verhältniß $a : e$, ſamt den übrigen die daraus flieſſen, für bekant annehmen, und die bequemſten Wege anzeigen, welche gebraucht werden von derſelben zu der Vergleichung zu gelangen. T. XV. Fig. 213.

§. 1133. Der Winkel BSa iſt die wahre Anomalie, zu welcher die durch den Raum BAa angegebene gröſte Vergleichung gehöret, und es folgt aus dem ſo wie gleich anfangs (47) geſehen haben, daß, wenn v dieſen Winkel BSa, und r die BS bedeutet, um welche der Planet bey B von der Sonne entfernet iſt, ſeyn werde $\cos v = \frac{ar - cc}{er}$. Nun wird auſſer der zu Einheit gemachten a, auch c und e, bey der Bahn des Planeten, als bekant angeſehen, und es iſt in dem Falle, welchen wir vor uns haben, $r = \sqrt{ac}$. Wir haben alſo alle zur Beſtimmung dieſes $\cos v$ nöthigen Gröſſen, und können, wenn wir für a die 1, und für r die Quadratwurzel von c ſetzen, den Coſinus des Winkels v auch nach dieſer Vorſchrift $\cos v = \frac{\sqrt{c} - cc}{e\sqrt{c}}$ herausbringen, welche, wenn beyderſeits durch $\sqrt{c}$ dividiret wird, ſich in die etwas einfachere $\cos v = \frac{1 - c\sqrt{c}}{e}$ verwandelt. Es wird aber gemeiniglich der folgende Weg für bequemer gehalten. Man ziehet BF nach dem zweiten Nabel der Ellipſe, von welchem die Sonne um $FS = 2e$ entfernet iſt. Da nun zu B, wie zu einem jeden andern Punct der Ellipſe, $BS + BF = 2a$; ſo wird durch die bekanten BS und a die BF immer gegeben, und man hat alle drey Seiten des Dreyecks BSF, aus welchen demnach ein jeder Winkel dieſes Dreyecks, und insbeſondere der verlangte BSA berechnet werden kan.

Verſchiedene Wege von der einen Anomalie zu der andern zu gelangen.

§. 1134. Wenn nun zu einer jeden wahren Anomalie die mittlere, und alſo auch die Vergleichung, als der Unterſchied von beyden, in unſerer Gewalt iſt, ſo können wir auch die zu der alſo entdeckten wahren Anomalie BSA gehörige Gleichung entdecken, welche die gröſſeſte unter allen iſt. Dieſes aber, wie auch der Uebergang von der mittlern Anomalie zu der wahren, wäre leicht genug, wenn der Satz des Seth Wardus, welchen wir vom 91ſten bis zum 96ſten Abſatz betrachtet, und unter den gehörigen Umſtänden der Wahrheit beynahe gemäß gefunden haben, ſeine völlige Richtigkeit hätte. Es wurden daſelbſt aus den beyden

T. XV. F. 214. Nabeln einer Ellipſe S und F (*Tab. XV. Fig.* 214.) an ein beliebiges Punct ihres Umkreiſes M die Linien SM und FM gezogen, welche mit der gröſſern Axe derſelben AP die Winkel MSA, MFA einſchloſſen, und erwieſen, daß die Verhältniß des Winkels MFA zu zween rechten Winkeln, von der Verhältniß des elliptiſchen Ausſchnitts MSA zur halben Ellipſe $AMPA$, deſto weniger verſchieden ſey, je weniger die Ellipſe von einem um den Durchmeſſer AP beſchriebenen Cirkel abweichet, und je kleiner alſo ihre Eccentricität iſt; ſo daß bey einer ſehr kleinen Eccentricität die beyden Verhältniſſe, ohne einen ſonderlichen Fehler, als einander vollkommen gleich angeſehen werden können. Denn wenn wir die aus dieſen Verhältniſſen entſtehende Proportion: wie zween rechte Winkel zu dem Winkel MFA, ſo die halbe Ellipſe zu dem Ausſchnitte MSA, als völlig richtig annehmen, und ſetzen S ſey der Mittelpunct der Sonne, um welchen ein Planet in der Zeit t aus dem Puncte ſeiner gröſten Entfernung A in M übergegangen iſt: ſo iſt der Winkel ASM die zu der Zeit t gehörige wahre Anomalie dieſes Planeten. Es verhält ſich aber auch die halbe Zeit des Umlaufs deſſelben zu der Zeit t, wie ſich zween rechte Winkel zu dem Winkel MFA verhalten. Demnach iſt der Winkel MFA derjenige, welchen der Planet in eben der Zeit t von der Linie FA an, mit ſeiner mittlern Bewegung, um F beſchrieben haben würde, das iſt, die mittlere Anomalie deſſelben.

§. 1135. Wolte man alſo für einen Planeten, deſſen elliptiſche Bahn ihrer wahren Geſtalt nach völlig bekant iſt, zu jeder mittlern Anomalie die wahre, und zu jeder wahren die mittlere, durch die bloſſe Zeichnung entdecken: ſo dürfte man nur eine dieſer Bahn ähnliche Ellipſe, oder auch nur eine der Hälften, in welche ſie durch ihre gröſſere Axe getheilet wird $AMPA$, in einer hinlänglichen Gröſſe entwerfen, und in derſelben, vermittelſt der von dem Mittelpuncte C beyderſeits aufgetragenen Eccentricität, die beyden Nabel S und F, jeden an ſeinen gehörigen Ort ſetzen. Denn wenn nach Belieben einer dieſer Nabel S zum Orte der Sonne gemacht, und dadurch das Punct der gröſſeſten Entfernung des Planeten von der Sonne A, ſamt dem Puncte ſeiner ſtärkſten Annäherung P beſtimmet wird, und es ſoll zu einer gegebenen mittlern Anomalie deſſelben Planeten die wahre gefunden werden; ſo darf man nur den dieſer mittlern Anomalie gleichen Winkel AFM an den Nabel F und die Axe AP dergeſtalt anſetzen, wie er in der Zeichnung erſcheinet. Die bis an die Ellipſe verlängerte Seite dieſes Winkels FM, *FM* wird den Ort des Planeten in ſeiner Bahn angeben, und die von dieſem Puncte *M* nach *S* gezogene *MS* mit der *SA* den ſeiner wahren Anomalie gleichen Winkel *MSA* einſchlieſſen: woraus folget, daß $SMF = MFA - MSA$ die Vergleichung ſeyn werde, welche zwar hier nicht gebraucht wird. Auf eben dieſe Weiſe wird auch zu der wahren Anomalie *ASM* die mittlere *AFM* gefunden, indem man vom Winkel *ASM* anfängt, und, nachdem vermittelſt deſſelben das Punct *M* entdecket worden iſt, von dieſem Orte des Planeten nach *F* die *MF* ziehet. T. XV. F. 214.

§. 1136. Aber nur gar ſelten wird durch eine dergleichen Zeichnung das geſuchte mit der verlangten Richtigkeit herausgebracht. Gemeiniglich wird gerechnet, und die Gründe dazu ſind die folgenden. Man verlängere die *FM* ſo lange, bis *MN* der *MS* gleich wird, und ziehe die *NS*. T. XV. F. 215. Das dergeſtalt gebildete Dreyeck *NSM* wird gleichſchenklicht, und der Winkel deſſelben *N* gleich dem *NSM*, alſo $MSF = NSF - NSM = NSF - N$. Die aus den zween Theilen *MF* und $MN = MS$ zuſammengeſetzte *FN* aber iſt gleich der $AP = 2a$. Nun iſt auch zu dem Dreyecke *NSF* der äuſſere Winkel *MFA* gleich der Summe der innern $NSF + N$, und die Seite $SF = 2e$; folgends die Summe der zwo Seiten $FN + SF = 2a + 2e$, und ihr Unterſchied $FN - SF = 2a - 2e$, demnach die Verhältniß der Summe zum Unterſchied $(a + e) : (a - e)$; und es lehret die Trigonometrie, daß ſich die Summe $FN + SF$ zu dem Unterſchiede $FN - SF$ in einem jeden ebenen Dreyecke, wie die Tangente der halben Summe der Winkel $NSF + N$ zu der Tangente ihres halben Unterſchiedes $NSF - N$ verhalte. Es iſt alſo in dem gegenwärtigen Falle, $(a + e) : (a - e) = tan. \frac{1}{2}MFA : tan. \frac{1}{2}MSF$. Die Winkel *MFA* und *MSF* oder *MSA* ſind die zwo Anomalien, welche demnach, vermittelſt der Verhältniß $(a + e) : (a - e)$, unmittelbar mit einander verglichen werden. Es iſt aber $a + e$ gleich der größten Entfernung des Planeten von der Sonne *SA*, und $a - e$ gleich der kleinſten Entfernung deſſelben *SP*. Die Verhältniß dieſer Linien bleibt zu eben den Planeten immer die nehmliche, welches eine neue Bequemlichkeit ausmachet.

§. 1137. Die Vergleichung *SMF*, welche dieſes Verfahren an die Hand giebt, zeiget, ihrer kleinen Unrichtigkeit ohngeachtet, ſehr deutlich, daß ſo lang die mittlere Anomalie *AFM* weniger beträgt, als 180 Grade oder zween rechte

Winkel,

T. XV. F. 215. Winkel, die dazu gehörige wahre ASM immer noch kleiner ſey, und wenn ſie vermittelſt der Vergleichung aus der mittlern herausgebracht werden ſoll, einen Abzug derſelben erfodere. Wird aber die mittlere Anomalie, welche, wie die wahre, in einem fort, von dem Theile der Apſidenlinie SFA bis wieder an denſelben gerechnet wird, gröſſer als zween rechte Winkel, weil der Planet von A durch M und P in die andere Hälfte ſeiner Bahn PQA übergetreten iſt, in welcher er ſich hinwiederum von der Sonne entfernet, da er ſich in der vorigen Hälfte AMP derſelben immer genähert hatte: ſo iſt, wenn er ſich in dieſer Hälfte bey einem beliebigen Puncte Q befindet, ſeine mittlere Anomalie $= 4R - AFQ$, und die wahre, $4R - ASQ$. Da alſo auch hier AFQ gröſſer iſt als ASQ, ſo iſt nunmehro die mittlere Anomalie kleiner als die wahre, und es wird ein Zuſatz der Vergleichung erfodert, wenn aus derſelben die wahre herausgebracht werden ſoll. Uebrigens aber ſiehet man, daß wenn AFQ dem AFM gleich iſt, auch ASQ dem ASM gleich ſeyn werde, und $SQF = SMF$, wie auch die wahre zu dem Puncte Q gehörige Vergleichung, gleich der wahren zu dem Puncte M gehörigen, wiewohl die Vergleichung bey der gegenwärtigen Art zu rechnen nicht gebraucht wird.

§. 1138. Nachdem die Winkel des Dreyecks MSF gefunden ſind, wird auch die Entfernung des Planeten von der Sonne vermittelſt der Proportion $\sin SMF : \sin MFS = FS : SM$ entdecket. Die Vergleichung SMF aber wird, nach den bey der gegenwärtigen Lehre angenommenen Sätzen, die gröſſeſte unter allen, wenn das Punct M in die kleinere Axe der Ellipſe, und alſo in eines der Puncte m fällt. Dieſes wäre vermittelſt eines durch die drey Puncte S, F und m beſchriebenen Cirkels leicht zu erweiſen, wenn es nicht als für ſich klar angenommen werden könte. Iſt aber SmF die gröſte Vergleichung, ſo iſt $SmC = CmF$ die Hälfte derſelben. Da nun $Sm = mF = a$, folgends aus dem rechtwinklichten Dreyecke SmC oder FmC, $a : e = 1 : \sin SmC$, ſo wird durch dieſe Proportion die Hälfte der gröſten Vergleichung aus der Eccentricität, und dieſe hinwiederum aus jener SmC, unmittelbar angegeben. Wer in der ein und zwanzigſten Zeichnung (*Tab. II*) das Punct E in die verlängerte kleinere Axe der Ellipſe ſetzen, und die Fehler erwegen will, welche bey dieſem Stande des Planeten in denen auf dieſe Zeichnung gegründeten Schlüſſen begangen werden, wird dieſe Proportion, welche, wenn $æ$ die gröſte Aequation bedeutet, auch alſo geſetzt werden kan, $a : e = 1 : \sin \frac{1}{2}æ$, richtig genug finden. Und da den Bahnen

nen aller Planeten, wenn man bey denſelben blos auf ihre durch die Verhältniß $a : e$ beſtimte Geſtalt ſiehet, die a zur Einheit gemacht werden kan, welches giebt $e = \sin \frac{1}{2}æ$, ſo folget hieraus, daß die Zahl e, welche die Eccentricität einer jeden Bahn, aus der zur Einheit gemachten a derſelben ausdrückt, dem $\sin \frac{1}{2}æ$ immer beynahe gleich ſey: und alſo die e zwoer verſchiedener Bahnen, mit den zu eben den Bahnen gehörigen $\sin \frac{1}{2}æ$ in einerley Verhältniß ſtehen. T. XV. F. 215.

Genauere Berechnung der Anomalien.

§. 1139. Bey dem allen fehlet die nach dieſer Anweiſung geführte Rechnung, nicht zwar bey der gröſten Vergleichung, wohl aber bey denjenigen, welche ſie zu einer mittlern Anomalie von ohngefehr 45 oder 135 Graden angiebt, auch bey einer kleinen Eccentricität, die noch nicht 0,017 der CA oder CP beträgt, etwas mehr als um den vierten Theil einer Minute: woraus leicht zu ermeſſen ſtehet, wie ſehr eben die Rechnung fehlen müſſe, wenn ſie auf die Bahn eines Planeten angewendet wird, zu welcher die Verhältniß $SC : CA$ beträchtlich gröſſer iſt: und dieſes iſt der Fall bey den allermeiſten, inſonderheit aber bey dem Mars und dem Mercurius. Aus dieſer Urſache iſt das beſte, man bediene ſich bey der Theilung des elliptiſchen Raums, welche unumgänglich nöthig iſt, wenn zu der mittlern Anomalie die wahre, oder zu der wahren die mittlere gefunden werden ſoll, der gleich in dem erſten Abſchnitte (99 . . . 113) umſtändlich erklärten Theilung des Cirkels, von welcher der Uebergang auf die Ellipſe gar leicht iſt; und welche, wenn nur die Verhältniß der Eccentricität SC, zur mittlern Entfernung des Planeten von der Sonne AC, mit einer völligen Zuverläßigkeit angenommen werden kan, die Aufgabe mit einer faſt überflüßigen Richtigkeit auflöſet.

§. 1140. Es ſey AMP (*Tab. XV. Fig.* 216.) die Hälfte der wahren Bahn eines Planeten, und zu derſelben AP die Linie ſeiner Apſiden, C der Mittelpunct dieſer elliptiſchen Bahn, und S der Nabel, in welchem man ſich den Mittelpunct der Sonne vorſtellet, alſo SC die Eccentricität, PS die kleinſte Entfernung des Planeten von der Sonne, SA die gröſſeſte, und $PC = CA$ die mittlere. Mit dieſer CA ſey um den Mittelpunct C der Cirkel $AEDP$ beſchrieben, welcher den Namen des eccentriſchen Kreiſes bekömt, weil deſſen Mittelpunct C von dem Puncte S abweichet, in welchen die Spitzen der wahren Anomalien nothwendig fallen, und nach der anfänglich gebrauchten natürlichen Vorſtellung T. XV. F. 216.

T. XV. F. 216. (*Fig.* 213.) auch die Spitzen der mittlern. Man bilde ſich ein, daß in dem Umkreiſe dieſes Cirkels *ADP* ſich ein Punct nach eben den Geſetzen bewege, welche die Planeten bey den Bewegungen in ihren wahren Bahnen beobachten; und es verhalte ſich alſo, wenn dieſer Punct bey *E* angelangt iſt, die Zeit t, welche er gebraucht hat aus *A* in *E* überzugehen, zu der Hälfte der Zeit ſeines Umlaufs $\frac{1}{2}T$, an deren Ende er ſich bey *P* befindet, wie der Ausſchnitt *ASE* zu dem halben Cirkel *AEPA*. Bey dieſer Vorſtellung nennet man den Winkel bey dem Mittelpuncte *ACE* die eccentriſche Anomalie des Planeten, welcher die Hälfte ſeiner Bahn *AMP* in eben der Zeit $\frac{1}{2}T$ beſchreibet, und man bedienet ſich derſelben als eines Mittels, aus der wahren Anomalie dieſes Planeten ſeine mittlere, und aus der mittlern deſſen wahre Anomalie zu ſchlieſſen: zu welchem Ende die Verbindungen ausgemacht werden muſten, in welchen dieſe eccentriſche Anomalie vors erſte mit der mittlern, und vors zweyte mit der wahren Anomalie eben des Planeten ſtehet.

§. 1141. Man theile, zum Behuf der erſten dieſer Aufgaben, auch den halben Umkreis *AEP* bey *D* in der Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$, und endige alſo durch dieſen Punct *D* den Bogen *AD*, welcher das Maaß der mittlern Anomalie des Planeten ſeyn wird. Weil nun auch, wenn man *DC* ziehet, der Ausſchnitt *ACD* zu dem halben Cirkel *AEPA*, die Verhältniß des Bogens *AD* zu dem halben Umkreiſe *AEP*, und folgends der Zeit t zu der Zeit des halben Umlaufs $\frac{1}{2}T$ bekömt, welcher die Verhältniß des Ausſchnitts *ASE* zu eben dem halben Cirkel *AEPA* gleich gemacht werden muſte: ſo folget hieraus, daß die beyden Ausſchnitte *DCA* und *ESA* beyde zu dem halben Cirkel *AEPA* in eben der Verhältniß ſtehen, und folgends einander gleich ſeyn werden; und es iſt leicht umgekehrt zu ſchlieſſen, daß wenn zween dergleichen Ausſchnitte *DCA* und *ESA* einander gleich gemacht werden, bey der in der Zeichnung erſcheinenden Ordnung der Puncte *P*, *S*, *C*, *A*, der kleinere Bogen *AE* die zu den gröſſern *AD*, als der mittlern Anomalie, gehörige eccentriſche meſſen werde. Es komt alſo die ganze Sache darauf an, daß man zu dem Falle, da die Ausſchnitte *ESA*, *DCA* einander gleich ſind, den Bogen *AE* aus dem *AD*, und dieſen *AD* wieder aus jenem *AE*, zu finden wiſſe. Dieſes aber iſt in dem erſten Abſchnitte umſtändlich gewieſen worden, und wir haben insbeſondere (107) geſehen, daß wenn *N* den kleinern Bogen *AE*, *M* aber den gröſſern *AD* bedeutet, man nur der Glei-

chung

T. XV. F. 216.

chung $M = N + e. \sin N$ ein Genügen leiſten dürfe, um von dem einen dieſer Bogen zu den andern zu gelangen. Wir haben gefunden, daß wenn N der gegebene Bogen iſt, die Sache gar bald geſchehen ſey: es ſind aber auch Mittel beygebracht worden, die Arbeit zu erleichtern, wenn M der gegebene, und N der geſuchte Bogen iſt. Da alſo M die mittlere, und N die eccentriſche Anomalie angiebt, ſo wird durch $M = N + e. \sin N$ hinlänglich angezeiget, wie jede dieſer Anomalien von der andern abhänge, wenn man ſich nur erinnert, daß in dieſer Gleichung e die aus der zur Einheit gemachten AC beſtimte Eccentricität SC bedeute, oder daß $AC : SC = 1 : e$.

T. XV. F. 217.

§. 1142. Was nun aber die Verbindung der eccentriſchen Anomalie mit der wahren anlangt, ſo wird dieſelbe vermittelſt einer beſondern Eigenſchaft der rechtwinklichten Dreyecke einfach genug angegeben. Es ſey (*Tab. XV. Fig.* 217.) ABC ein bey C rechtwinklichtes Dreyeck. Man verlängere eine der Seiten BC, die dieſen Winkel C einſchlieſſen, in D, bis $BD = BA$, und ziehe DA. Dadurch wird das Dreyeck ABD gleichſchenklicht, und der Winkel D gleich der Hälfte des ABC, aber auch $DC = AB + BC$. Da nun, wie in einem jeden rechtwinklichten Dreyecke, $DC : AC = 1 : \tan D$. ſo iſt auch $(AB + BC) : AC = 1 : \tan \frac{1}{2} ABC$, und dieſe Proportion kan unmittelbar aus dem Dreyecke ABC hergenommen werden, wenn man nicht auſſer Acht läſt, daß die Seiten AB, BC, deren Summe genommen werden muß, den Winkel ABC, von welchem die Rede iſt, einſchlieſſen, AC aber demſelben entgegenſtehe.

T. XV. F. 216.

§. 1143. Wird nun aus E (*Tab. XV. Fig.* 216.) allwo ſich der angenommene Punct am Ende der Zeit t befindet, eine Linie EG der Axe AP perpendicular gezogen, welche die wahre Bahn des Planeten in M ſchneidet; ſo wird der elliptiſche Raum $AMPA$ durch die von dieſem Puncte nach S laufenden MS in eben der Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$ getheilet, in welcher die ES den halben Cirkel $AEPA$ theilte (90): alſo iſt M der wahre Ort des Planeten zu eben dem Zeitpuncte, zu welchem die durch den Bogen AE gemeſſene eccentriſche Anomalie ACE gehöret, und die wahre Anomalie, welche aus dieſer ACE beſtimt werden ſoll, iſt ASM. Wir wollen der Kürze halber dieſe wahre Anomalie Q, die eccentriſche aber, wie vorher, N nennen, ſo daß $Q = ASM$, und $N = ACE$: x

T. XV. F. 216. aber ſoll die CG, y die GE, und r die SM bedeuten, zu welcher wir (45) gefunden haben $ar = aa + ex$; denn in der Bedeutung der Buchſtaben a, c, e wird nichts geändert. Da nun $EC + CG : EG = 1 : \tan \frac{1}{2}ECG$, ſo iſt $\tan \frac{1}{2}N = \frac{y}{a + x}$. Aus $a : c = EG : MG$ aber wird die MG durch $\frac{cy}{a}$ ausgedruckt, und da auch $MS + SG : MG = 1 : \tan \frac{1}{2}MSA$, ſo iſt $\tan \frac{1}{2}Q = \frac{cy}{a\,(r + e + x)} = \frac{cy}{ar + ae + ax}$; woraus entſtehet, wenn man anſtatt des ar ſeinen Werth $aa + ex$ ſetzet, $\tan \frac{1}{2}Q = \frac{cy}{aa + ex + ae + ax} = \frac{cy}{(a + e)\,(a + x)}$. Es verhält ſich alſo $\tan \frac{1}{2}N$ zur $\tan \frac{1}{2}Q$ wie $\frac{y}{a + x}$ zu dem $\frac{cy}{(a + e)\,(a + x)}$ das iſt, wie 1 zu $\frac{c}{a + e}$ oder wie $a + e : c$, und wir haben die Proportion $a + e : c = \tan \frac{1}{2}N : \tan \frac{1}{2}Q$, vermittelſt welcher die wahre Anomalie Q aus der eccentriſchen N eben ſo berechnet wird, wie dieſe aus jener. Die Verhältniß $a + e : c$ bleibt für eben die Bahn immer eben dieſelbe, und dieſes iſt auch hier eine beſondere Bequemlichkeit.

§. 1144. Da $cc = aa - ee$, und aus der eben herausgebrachten Proportion folget $(a + e)^2 : c^2 = (\tan \frac{1}{2}N)^2 : (\tan \frac{1}{2}Q)^2$, ſo kan auch geſetzt werden $(a + e)^2 : (aa - ee) = (\tan \frac{1}{2}N)^2 : (\tan \frac{1}{2}Q)^2$. Nun iſt $(a + e)^2 = (a + e)(a + e)$, und $aa - ee = (a + e)(a - e)$, alſo $(a + e)^2 : (aa - ee) = (a + e)(a + e) : (a + e)(a - e) = (a + e) : (a - e)$, woraus folget $(a + e) : (a - e) = (\tan \frac{1}{2}N)^2 : (\tan \frac{1}{2}Q)^2$, und $\sqrt{(a + e)} : \sqrt{(a - e)} = \tan \frac{1}{2}N : \tan \frac{1}{2}Q$, welche Proportion von verſchiedenen ſtatt der vorigen gebraucht wird. Sie vermindert die Arbeit nicht, iſt aber leicht zu merken. Denn $a + e$ iſt die gröſte Entfernung des Planeten von der Sonne SA, und $a - e$ die kleinſte SP.

* * *

Der Aſtronomiſchen Vorleſungen

zwanzigſter Abſchnitt.

Berechnung der Stellen der Planeten.

Lage der Apſidenlinie der Erdbahn.

§. 1145.

Dieſes ſind nun die Sätze, auf welche die Berechnung des Laufs eines jeden Hauptplaneten gegründet wird, und welche nur einiger Zugaben bedürfen, wenn ſie bey den Cometen eben die Dienſte leiſten ſollen. Auch bey der Berechnung des Laufs der Monden oder Nebenplaneten komt das fürnehmſte auf dieſelben an, wenn man nur in die Stelle der Sonne den Hauptplaneten ſetzet, zu welchem der zu berechnende Mond gehöret. Es waren aber, bevor die Rechnung auf jeden beſondern Planeten angewendet, und dadurch der wahre Ort deſſelben, zu dieſem oder jenem vergangenen, gegenwärtigen oder zukünftigen Zeitpuncte, gefunden werden konte, auſſer der Zeit des Umlaufs dieſes Planeten, welche bereits in dem vorhergehenden für jeden als bekannt angenommen worden iſt, und der Epoche, das iſt, eines Zeitpuncts, welcher füglich zum Anfang ſeiner Bewegung zu machen war, auch die Linien und Winkel zu entdecken, welche zur völligen Beſtimmung der Geſtalt und Lage der Bahn deſſelben unentbehrlich ſind; wozu eben die Sätze vortreflich dienen. Bey der Erde, deren Mittelpunct nie ſo ſehr von der Fläche der Ecliptic abweichet, daß es hier nöthig wäre auf dieſe Abweichung Acht zu haben, und deren Ort in der Ecliptic, bey welchem ſie ein in den Mittelpuncte der Sonne geſetztes Auge ſehen würde, demjenigen gerade entgegenſtehet, bey welchem unſere an der Erde haftende Augen zu eben der Zeit den Mittelpunct der Sonne ſehen; und alſo faſt unmittelbar durch die Beobachtung zu entdecken iſt, werden dieſe Linien und Winkel am leichteſten gefunden: und wir, die wir den Lauf der übrigen Weltkörper von dieſem in einer immerwährenden Bewegung ſtehenden Beobachtungsplatze betrachten, werden, was bey demſelben würkliche Meſſungen erfordert, nie genau ausmachen, ſo lang uns der Ort unbekant bleibt, welcher dieſen Platz, zur Zeit der Beobachtung einnahm.

§. 1146. Zur völligen Berichtigung der Lage der elliptiſchen Bahn, welche die Erde um die Sonne beſchreibet, iſt nicht mehr nöthig, als daß die Puncte der Ecliptic angegeben werden, durch welche die gröſſere Axe derſelben hindurchgehet. Da dieſe Axe die Apſidenlinie der Bahn iſt, und durch den Mittelpunct der Sonne läuft, ſo wird ihre Lage völlig beſtimmet, wenn der Punct der Ecliptic angegeben wird, in welchem wir die Sonne am meiſten von der Erde entfernet ſehen, oder auch der demſelben entgegengeſetzte, bey welchem ihre Entfernung von der Erde die kleinſte unter allen iſt. Nun kan der gröſte und kleinſte Winkel, in welchem wir den Durchmeſſer der Sonne ſehen, uns anzeigen, daß ihr Mittelpunct ſich nicht weit von einem oder dem andern dieſer Puncte befinde: und wir können aus der beobachteten Gröſſe der Bogen, um welche die Sonne in vier und zwanzig Stunden der mittlern Zeit in der Ecliptic fortzurücken ſcheinet, eben dergleichen Schlüſſe ziehen. Denn dieſe Bogen meſſen die Winkel, welche die Erde in eben der Zeit um den Mittelpunct der Sonne bildet. Ein Winkel dieſer Art aber iſt der kleinſte unter allen, wenn ſich die Erde bey der höhern Apſide der Bahn, in ihrer gröſten Entfernung von der Sonne befindet; und der gröſte, wenn ſie bey ihrer niedern Apſide, der Sonne am näheſten iſt (1101).

§. 1147. Es können aber die kleinen Winkel, auf welche ſich dieſe Schlüſſe gründen, nicht ſo genau gemeſſen werden, als zu einer völlig richtigen Beſtimmung der geſuchten Puncte der Ecliptic nöthig wäre: und da die Geſchwindigkeit, mit welcher die Sonne fortzurücken ſcheinet, nie eine beträchtliche Zeit lang eben dieſelbe bleibt, ſondern faſt immer im Wachſen, oder im Abnehmen iſt: ſo müßten auch die Zeiten, vermittelſt welcher die Winkelgeſchwindigkeit der Erde angegeben wird, kleiner genommen werden, als ein natürlicher Tag, welches die Schwürigkeit der Beobachtungen ſehr vermehren würde. Wäre dieſes nicht, ſo könten eben dieſe kleinen Winkel auch gebraucht werden, die kleinſte Entfernung der Erde von der Sonne $a - e$ mit der gröſten $a + e$ zu vergleichen,

und

und dadurch die eigentliche Geſtalt ihrer Bahn völlig zu beſtimmen. Denn es verhält ſich $a - e$ zu $a + e$, wie der ſcheinbare Durchmeſſer der Sonne zur Zeit ihrer größten Entfernung von der Erde, zu demjenigen, welchen wir ihr zuſchreiben, wenn ihre Entfernung die kleinſte iſt. Und wir haben (1115) geſehen, daß wenn m der kleinſte Winkel iſt, welchen ein Planet in einer gewiſſen Zeit um die Sonne beſchreibt, n aber der größte, welchen er in eben der Zeit bildet, die Proportion $\sqrt{m} : \sqrt{n} = (a - e) : (a + e)$ immer ſtatt haben werde. Es wird alſo die Verhältniß $a - e : a + e$ durch jene Winkel, und zwar durch jede Art derſelben beſonders, angegeben: und dadurch (1112) die Geſtalt der Ellipſe, zu welcher a die Hälfte der gröſſern Axe und e die Eccentricität bedeutet, völlig beſtimmet. T. XV. F. 216.

§. 1148. Viel genauer wird der Ort der beyden Apſiden durch die Zeit entdecket, welche die Erde braucht von einem Puncte der Ecliptic bis zu dem zu gelangen, welcher jenem gerade entgegen ſtehet, ſo daß der zwiſchen beyden enthaltene Theil dieſes Kreiſes genau ſechs Zeichen oder 180 Grade beträgt. Denn da, in der Zeit eines halben Umlaufs der Erde, die verlängerte Apſidenlinie ihrer Bahn, ohne merklichen Fehler, durch eben die Puncte der Ecliptic hindurch gehet, weil die Veränderung der Lage dieſer Linie ſo geringe iſt, daß ſie erſt nach einer viel längern Zeit gemerket werden kan: ſo iſt die Zeit, welche der Mittelpunct der Erde brauchet von dem erſten Puncte zu dem zweyten zu gelangen, faſt genau die Hälfte der Zeit ihres Umlaufs, ſonſt aber immer gröſſer oder kleiner. Wenn alſo in der 218ten Zeichnung S die Sonne vorſtellet, und die um dieſen Punct, als einen ihrer Nabel beſchriebene Ellipſe ABP, die Bahn der Erde; ſo iſt der Cirkelkreis $DEFG$, welcher ſeinen Mittelpunct in eben dem S hat, die Ecliptic zu einem dahin geſetzten Auge; und wenn man die Apſidenlinie AP beyderſeits bis an dieſen Kreis verlängert, ſo ſind die Puncte a, p, deren eigentliche Stellen verlangt werden, bereits beynahe bekant. T. XV. F. 218. Die Beobachtungen der Sternſeher voriger Zeiten, welche ſich um derer Entdeckung bemühet haben, geben ſie ohne grobe Fehler, wenigſtens genauer, als wenn ſie unmittelbar aus den (1146) angezeigten Gründen hergeleitet werden ſolten, welche man in Ermangelung jener ältern Beſtimmungen gebrauchen müſte. Um die Zeit nun, in welcher ſich die Erde bey einem dieſer Puncte a befindet, einen oder ein paar Tage vorher und hernach, wird zu richtig beſtimmten Puncten der mittlern Zeit, der Ort derſelben, aus dem aufs genaueſte beob-

achteten

T. XV. F. 218. achteten Ort der Sonne in der Ecliptic geſchloſſen. Die Zuſammenhaltung dieſer Beobachtuugen kan alsdenn auch die tägliche und ſtündliche Bewegung der Erde geben, welche ſie zu der Zeit hatte; wenn man nicht auch dieſe aus den bereits vorhandenen Tafeln nehmen will. Eben die Beobachtungen wiederhohlet man ſechs Monate hernach, in einem Zeitraume, von welchem man verſichert iſt, daß der Durchgang der Erde durch *p* in denſelben falle. Alsdenn iſt es leicht die Stellen anzugeben, welche die Erde bey *a* von Stunden zu Stunden eingenommen hat, und die Zeitpuncte zu entdecken, in welchen ſie ſich in der Gegend *p* von jeder dieſer Stellen um 180 Grade entfernet befunden: unter welchen Puncten ſodann diejenigen den eigentlichen Stellen der Apſiden am nächſten liegen werden, von deren einem bey *a* bis zu dem andern bey *p* zu gelangen, die Erde eine Zeit brauchte die von der Hälfte der Zeit ihres ganzen Umlaufs am wenigſten abweichet. Denn gemeiniglich wird einige Abweichung überbleiben, und die gefundene Zeit der Hälfte der Zeit des Umlaufs nicht genau gleich ſeyn.

§. 1149. Es ſey *D* das dergeſtalt entdeckte Punct, welches von dem eigentlichen Orte der Ecliptic *a*, in welchem die Erde, bey ihrer größten Entfernung von der Sonne aus dieſer geſehen wird, um den Bogen *DA* entfernet iſt, und dieſem *D* ſtehe das Punct *F* gerade entgegen. Alsdenn zeiget die Vergleichung des elliptiſchen Abſchnittes *dfBd* mit der Hälfte derſelben *APBA*, daß die Zeit *t*, welche die Erde brauchet von *d* durch *B* in *f* zu gelangen, kleiner ſey als die Zeit des halben Umlaufs $\frac{1}{2}T$, wenn, wie in der Zeichnung, die Länge des gefundenen Puncts *D* gröſſer iſt, als die Länge des Punets *a*, und alſo der Mittelpunct der Ellipſe *C* an der weſtlichen Seite der *DF* lieget; und gröſſer, wenn die Länge des *a* gröſſer iſt, als die Länge des gefundenen *D*, wodurch der Mittelpunct *C* an die oſtliche Seite der für dieſen Fall zu ziehenden *DF* gebracht wird: ſo daß hinwiederum daraus, daß *t* gröſſer oder kleiner iſt als $\frac{1}{2}T$, geſchloſſen werden kan, ob das geſuchte Punct der Ecliptic *a*, vor dem gefundenen *D* vorhergehe, oder demſelben nachfolge, und um jenes Punct *a* völlig zu beſtimmen, nichts als der Bogen $Da = Fp$, oder der Winkel $DSa = FSp$ auszumachen übrig iſt. Dieſes aber kan alſo geſchehen. Es ſey *a* der Bogen der Ecliptic, welchen die Erde, in ihrer gröſten Entfernung von der Sonne bey *A*, einem in dieſe geſetzten Auge, in der Zeit einer Stunde zu beſchreiben ſcheinet, und *p* derjenige, welchen ſie in eben der Zeit eben dem Auge zurückzulegen ſcheinet, wenn ſie demſelben bey *P*

am

T. XV. F. 218. am nächſten iſt. Der geſuchte Bogen Da aber ſey z, welcher Buchſtabe demnach auch die Gröſſe des Bogens Fp angeben wird. Weil nun bey dieſen Benennungen eine Stunde zur Einheit gemacht wird, ſo iſt $\frac{z}{a}$ die Zeit, in welcher die Erde den Bogen Da zu durchlaufen ſcheinet, und $\frac{z}{p}$ diejenige, in welcher eben das Auge ſie von p bis F fortgehen ſiehet. Bey der Lage der Puncte D und a, welche die Zeichnung angiebt, entſtehet die Zeit t, in welcher die Erde in ihrer Bahn von d durch B bis f gelanget, aus $\frac{1}{2}T$, der Zeit des halben Umlaufs von A durch B bis P, wenn man von dieſer $\frac{1}{2}T$ die Zeit abziehet, in welcher ſie ſich in dem Bogen aD aufhält, und der dadurch herausgebrachten diejenige zuſetzet, welche ſie braucht den pF zu beſchreiben. Es iſt alſo $t = \frac{1}{2}T - \frac{z}{a} + \frac{z}{p}$ woraus folget $\frac{1}{2}T - t = \frac{z}{a} - \frac{z}{p}$, und wenn man durchaus durch ap multipliciret, $ap\,(\frac{1}{2}T - t) = pz - az = (p - a)z$; demnach $z = \frac{ap}{p - a} \times (\frac{1}{2}T - t)$. Der Unterſchied der Zeiten $\frac{1}{2}T - t$ iſt ein bekanter Theil einer Stunde, und kan durch einen Bruch angegeben werden, welcher ſich auf dieſelbe als die ganze Einheit beziehet. Durch dieſen Bruch wird der nach der Vorſchrift $\frac{ap}{p - a}$ gefundene Bogen oder Winkel multipliciret, um den geſuchten z herauszubringen. Und eben ſo kan auch in dem zweyten Falle verfahren werden, da a vor dem Puncte D in der Ecliptic vorhergehet. Nur wird, weil nunmehro t gröſſer iſt als $\frac{1}{2}T$, der Winkel z negativ gefunden, welches die der vorigen widrige Lage der Puncte a und D erfodert, und dieſelbe anzeigen würde, wenn die Sache nicht bereits bekant wäre.

§. 1150. Dieſe Rechnung würde die Puncte des Sternhimmels, nach welchen ſich die verlängerte Apſidenlinie AP erſtrecket, vermittelſt der Puncte der Ecliptic a und p mit einer völligen Richtigkeit angeben, wenn ſie ohne Veränderung immer eben dieſelben blieben. Denn es iſt leicht bey dieſer Rechnung den Rückgang des Anfangs der Ecliptic mit in Betrachtung zu ziehen, welcher verurſachet, daß nach einiger Zeit eben die Puncte derſelben nicht mehr in die vorigen Puncte des Sternhimmels fallen, und die Erde ihren Umlauf in der Ecliptic in

T. XV. F. 218. einer kürzern Zeit verrichtet, als ſie würklich, in Abſicht auf die völlig unbeweglichen Fixſterne, in ihrer Bahn ganz herum kommt. Man darf nur annehmen, daß dieſer Umlauf nicht ehe vollendet werde, als nachdem die Erde, auſſer den zwölf Zeichen der bewegten Ecliptic, noch die 50,3 Secunden in derſelben beſchrieben hat, um welche der Anfang dieſes Kreiſes indeſſen zurück gegangen iſt; und ſo die Hälfte und jeder anderer Theil deſſelben nach Proportion, um dieſe Bewegung zu vernichten. Die Zeit eines ſolchen Umlaufs beträgt, wie wir geſehen haben, 365 Tage, 6 Stunden, 9 Minuten und 10 Secunden, deren Hälfte, wenn in der Lage der AP keine Veränderung vorgieng, der $\frac{1}{2}T$, in welcher die Erde in ihrer Bahn aus A in P, und aus P wieder in A übergehet, völlig gleich ſeyn würde. Wird aber, indem die Erde aus A durch B nach P übergehet, zugleich die Lage der AP verändert, ſo kan dieſe Gleichheit der Zeiten unmöglich ſtatt haben, und es wird gefehlet, wenn man ſtatt T die nach den Fixſternen beſtimte Zeit des Umlaufs gebrauchet. Es war aber dieſer Fehler anfangs nicht zu vermeiden. Man muſte, ohne ſich an denſelben zu kehren, die Lage der AP, vermittelſt der Puncte a und p der Ecliptic ſo genau als möglich war beſtimmen, und den Nachkommenden überlaſſen, vermittelſt der Vergleichung dieſer Beobachtungen mit ihren eigenen, nachzuforſchen, ob in der Zwiſchenzeit einige Veränderung in der Lage der Apſidenlinie AP vorgegangen ſey, oder nicht, und wieviel dieſe Abweichung betrage. Gegenwärtig wird nicht mehr gezweifelt; und es wird angenommen, daß das Punct a in hundert Jahren um einen Grad, 49 Minuten und 10 Secunden, von dem beweglichen Anfang der Ecliptic, nach der Morgenſeite fortrücke, welches für das Jahr 65,5 Secunden beträgt. Es braucht alſo die Erde mehr als die ganze Zeit eines Umlaufs von dem in dieſer Bewegung ſtehenden Puncte A ihrer Bahn bis wieder zu demſelben zu gelangen, und es enthält die Zeit dieſes Umlaufs von A bis wieder zu A, oder von P bis zu P, welcher der anomaliſche genant wird, 365 Tage, 6 Stunden, 15 Minuten und 20 bis 24 Secunden. Die Hälfte dieſer Zeit iſt diejenige, welche hier durch $\frac{1}{2}T$ angedeutet wird, und übertrift die Zeit der Hälfte des periodiſchen Umlaufs um 3 Minuten, 6 bis 7 Secunden. Die größte Entfernung der Erde von der Sonne aber war beym Anfange des 1750 Jahres um 9 Zeichen, 8 Grade, 38 Minuten und 4 Secunden von dem Anfange der Ecliptic entfernet. Es befindet ſich alſo gegenwärtig die Erde in dieſer ihrer größten Entfernung von der Sonne wenn ſie dieſe in dem 9ten Grade des Krebſes ſiehet, zu welcher Zeit wir unſern Sommer haben.

ben. Im Gegentheil iſt die Sonne beym Anfang unſers Winters am wenigſten T. XV. F. 218. von uns entfernet; die jenſeits des Gleichers der Erde liegende Länder aber haben von dieſem das Gegentheil. Die Sonne iſt ihnen im Sommer näher als im Winter.

Größte Vergleichung und Eccentricität der Erdbahn.

§. 1151. Man kan ſich des dergeſtalt für einen gewiſſen Zeitpunct entdeckten und für einen jeden andern leicht zu berechnenden Orts der größten oder kleinſten Entfernung der Erde von der Sonne bedienen, die zu ihrer Bahn gehörige größte Vergleichung zu finden, aus welcher ſodann die eigentliche Geſtalt dieſer Bahn geſchloſſen wird. Es wird der Zeitpunct angemerket, in welchem die Erde aus der Sonne in *a* geſehen wird, und ſich alſo in ihrer Bahn bey *A* befindet. Zu dieſer Zeit iſt die Geſchwindigkeit, mit welcher die Sonne in der Ecliptic fortzurücken ſcheinet, die kleinſte, und nimt in den darauf folgenden Monaten beſtändig zu. Endlich iſt ſie bis zur mittlern Geſchwindigkeit angewachſen, indem die Sonne in einem Tage 59 Minuten und 8 Secunden der Ecliptic zurück geleget hat. Dieſer Tag, und der Ort, welchen die Sonne in einer gewiſſen Stunde deſſelben einnahm, wird ebenfals angemerkt. Für dieſe Zeit und für dieſen Ort iſt, wie wir geſehen haben, die Vergleichung die allergrößte. Man kan aber auch, indem man die kleinere der entdeckten Längen von der gröſſern abziehet, die zu dem letztern Orte gehörige wahre Anomalie entdecken. Die Zeit aber, in welcher die Sonne von *a* bis an dieſen letztern Ort übergegangen iſt, giebt die mittlere Anomalie derſelben: und aus beyden Anomalien iſt der Unterſchied derſelben, das iſt, die geſuchte größte Vergleichung, leicht zu haben. Man ſiehet leicht, daß man ſich des dem *a* entgegen geſetzten Punctes der Ecliptic *p* eben ſo gut bedienen, und mit einem der Puncte derſelben, bey welchem die wahre Bewegung der Sonne ihrer mittlern Bewegung gleich iſt, eben ſowohl den Anfang machen könne, als mit *a* oder *p*.

§. 1152. Die Vergleichung der Erdbahn nimt am ſtärkſten zu, wenn ſich dieſe bey einem der Puncte *A* oder *P* (*Tab. XV. Fig.* 213.) befindet. Es T. XV. F. 213. muß alſo der Zeitpunct, in welchem ihr Mittel in eines dieſer Puncte gefallen iſt, auf das genauſte angegeben ſeyn, wenn die darauf gegründete Rechnung nicht fehlerhaft werden ſoll. Bey den Puncten *B* und *D* aber, welche die Erde in den Augenblicken einnimt, in denen ihr die wahre Bewegung der Sonne der

T. XV. F. 218. mittlern Bewegung derſelben gleich erſcheinet, kan ein beträchtlicher Fehler begangen werden, ohne daß die dadurch herausgebrachte größte Vergleichung von der wahren merklich abweiche: weil die zu den Puncten dieſer Bahn, die beyderſeits dem B und D nahe genug ſind, gehörige Vergleichung kaum kleiner iſt, als die zu dieſen Puncten B, D gehörige allergrößte (1129). Dieſes iſt die Urſache, warum man ſich bey dieſer Arbeit der Puncte A und P gar nicht bedienet, welche demnach auch unbekant ſeyn können. Man merket, bey eben dem Umlaufe der Erde um die Sonne, nur die Stellen der Ecliptic an, in welcher dieſe mit ihrer mittlern Geſchwindigkeit fortzurücken ſcheinet, ſamt den Zeitpuncten, bey welchen ſich dieſes zuträgt, ſo genau nehmlich dieſe beſtimt werden können, und ſchlieſſet daraus die Stellen der Puncte B und D, ſamt dem Winkel BSD, welwelcher doppelt ſo groß iſt, als die zu einem dieſer Puncte B gehörige wahre Anomalie ASB. Die Hälfte der Zeit, in welcher die Erde aus D in B übergegangen iſt, iſt diejenige, welche ſie gebraucht von A in B zu gelangen: und aus dieſer Zeit iſt, vermittelſt ihrer mittlern Bewegung, die zu eben dem B gehörige mittlere Anomalie zu ſchlieſſen. Der Ueberſchuß der gröſſern dieſer Anomalien über die kleinere nun, iſt die geſuchte größte Vergleichung, wie vorher. Es iſt aber ASB kleiner als die zu B gehörige mittlere Anomalie, und PSB gröſſer. Man ſiehet leicht, daß auch dieſe Entdeckung von wiederholten Meſſungen einen Zuwachs der Richtigkeit erhalten könne, inſonderheit wenn bey der auf dieſe Meſſungen gegründeten Rechnung auch auf die kleinen Veränderungen geſehen wird, welche der Zug der Planeten in dem Umlaufe der Erde verurſachet. Indeſſen wird von den neuen Aſtronomen die größte Vergleichung der Erdbahn, mit Zuverſicht, auf 1 Grad, 55 Minuten und 32 Secunden geſetzt, von welchem Bogen 57 Minuten und 46 Secunden die Hälfte ſind.

§. 1153. Der Sinus dieſes Bogens, welcher die Hälfte der Vergleichung der Erdbahn ausmachet, iſt 0,0168028, (1138) welcher der Eccentricität dieſer Bahn ſo nahe iſt, daß er keiner Verbeſſerung bedarf. Wolte man dieſe unternehmen, ſo müſte zu der alſo entdeckten Eccentricität, welche ſich auf die Hälfte der gröſſern Axe, oder die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, als die Einheit beziehet, wie (1133) gezeiget worden iſt, die größte Vergleichung geſucht, dieſe mit der gefundenen zuſammen gehalten, und nachdem ſie mehr oder weniger von derſelben abweichet, die Eccentricität vermehret oder vermindert werden.

T. XV. F. 218. werden. Es bringt aber der ungemein ſorgfältige la Caille, ſamt verſchiedenen andern, nicht weniger als 0,01680207 für dieſe Eccentricität heraus, welche von derjenigen, die der Sinus unmittelbar angab, kaum verſchieden iſt; ſo daß, faſt mit einer völligen Gewißheit, die Verhältniß der halben Axe der Erdbahn zu ihrer Eccentricität auf 1000000 zu 16802 geſetzt, und dadurch die Geſtalt dieſer Bahn völlig beſtimmet wird. Wenn man die halbe Axe nur in tauſend gleiche Theile zerfällt, ſo bekomt die Eccentricität noch nicht gar 17 dieſer Theile: welches zeiget wie wenig dieſe Bahn von einem völlig runden Cirkel verſchieden ſey, deſſen Mittelpunct von dem Mittelpuncte der Sonne um dieſe 17 Theile entfernet iſt.

Vergleichungs-Tafel.

§. 1154. Die Vergleichungstafel, vermittelſt welcher die zu einer jeden mittlern Anomalie gehörige wahre Anomalie gefunden wird, iſt allein auf die eigentliche Geſtalt der Erdbahn gegründet, und konte, ſo bald dieſe berichtiget war, nach den umſtändlich angegebenen Grundſätzen (1134...) verfertiget werden. Sie enthält gemeiniglich die, zu jedem Grad oder jeder zehenten Minute der bey dem Puncte der größten Entfernung der Erde von der Sonne ihren Anfang nehmenden mittlern Anomalie, gehörige Vergleichung, welche, wenn die mittlere Anomalie nicht gröſſer iſt als ſechs Zeichen, von derſelben abgezogen, ſonſt aber, wenn die mittlere Anomalie gröſſer iſt, ihr zugeſetzt, die wahre giebt. Da zu jeden zwo mittlern Anomalien, deren eine um eben ſo viele Grade und deren Theile kleiner iſt, als ſechs Zeichen, oder der halbe Umkreis der Ecliptic, um welche Zahl der Grade und deren Theile die andere dieſen halben Umkreis übertrift, die nehmliche Vergleichung gehöret (1137); ſo konte dadurch die Tafel auf die Hälfte verkleinert werden. Denn daß zu einer der zwo mittlern Anomalien, welcher eben die Vergleichung zukomt, dieſe zugeſetzt, von der andern aber abgezogen werden müſſe, wenn die wahre herausgebracht werden ſoll, iſt leicht zu merken, und wird zum Ueberfluß in der Tafel angezeigt. Da übrigens die Tafel viel zu weitläuftig ausfallen würde, wenn ſie, auch nur zu allen Minuten der mittlern Anomalie, die Vergleichung angeben ſolte: ſo erfodert ſie, wie faſt alle andere Tafeln, eine kleine Rechnung, vermittelſt welcher die zu einer in derſelben nicht enthalten mittlern Anomalie gehörige Vergleichung gefunden wird. Die Anweiſung zu dieſer Rechnung wird ſelbſt in den Anfangsgründen gegeben, und gründet ſich in dem gegenwärtigen Falle darauf, daß wenn drey mittlere Anomalien wenig von einander

T. XV. F. 218. verſchieden ſind, die Differenzen jeder zwo derſelben ſich wie die Differenzen der dazu gehörigen wahren Anomalien verhalten werden. Iſt nun durch alle dieſe Mittel die wahre Anomalie der Erde zu einem gewiſſen Zeitpuncte entdeckt worden, ſo wird, wenn man dieſelbe zu der Länge des Puncts der größten Entfernung der Erde von der Sonne hinzuſetzet, auch die Länge des Mittelpuncts derſelben für eben den Zeitpunct herausgebracht. Und es kan uns nicht irren wenn die Tafeln nicht unmittelbar zu der wahren Bewegung der Erde, ſondern zu der ſcheinbaren der Sonne eingerichtet ſind; da der Uebergang der einen dieſer Bewegungen zu der andern ſo gar leicht iſt, daß der wahre aus der Sonne geſehene Ort der Erde nichts mehr als einen Zuſatz oder Abzug von ſechs Zeichen erfodert, wenn das Punct der Ecliptic entdecket werden ſoll, in welchem die Erde zu der Zeit die Sonne ſiehet.

Berechnung der mittlern Anomalie.

§. 1155. Da alſo bey der Berechnung des wahren Orts der Sonne die mittlere Anomalie als bekant voraus geſetzt werden muß, ſo iſt noch anzuzeigen, wie dieſe für jeden Zeitpunct zu finden ſey. Es komt aber hiebey das meiſte auf die Kentniß des mittlern Orts der Sonne an, bey welchem nehmlich dieſelbe in dem gegebenen Zeitpuncte erſcheinen würde, wenn die Erde, mit einer gleichförmigen Bewegung, in gleichen Zeiten gleiche Winkel um dieſelbe beſchriebe. Dieſer mittlere Ort wird entdecket, ſo bald ein Punct der Ecliptic bekant iſt, in welchem die Sonne zu einer gewiſſen ebenfals bekanten Zeit erſchienen iſt. Denn wenn L die wahre Länge dieſes Puncts der Ecliptic bedeutet, und es iſt t die ſeit der Beobachtung verfloſſene Zeit: ſo verhält ſich T, die ganze Zeit des Umlaufs der Sonne in der bewegten Ecliptic, mit einem Worte, das tropiſche Jahr von 365 Tagen, 5 Stunden, 48 Minuten und 49 Secunden, zu der Zeit t, wie der ganze Umkreis der Ecliptic von 12 Zeichen oder 360 Graden, zu dem mit der gleichförmigen Bewegung, die hier angenommen wird, in der Zeit t beſchriebenen Bogen derſelben. Die in dieſem Bogen enthaltene Zahl der Grade wird gröſſer oder kleiner als zwölf Zeichen, nachdem t länger oder kürzer iſt als ein tropiſches Jahr. Es mag aber jenes oder dieſes ſeyn, ſo wird dieſe Zahl der Grade und ihrer Theile zu der Länge L hinzugethan, und von der Summe werden 360 Grade ſo oft abgezogen, als ſie in derſelben enthalten ſind: da denn der Ueberſchuß die mittlere Länge der Sonne l für eben den Zeitpunct geben wird. Alsdenn iſt die mittlere Anomalie der Sonne zu eben dem Zeitpuncte der Ueberſchuß dieſer gefundenen Länge l über die

die Länge des Puncts der größten Entfernung; und man muß dieſe Länge von der T. XV. F. 218. *l* abziehen, wenn man die mittlere Anomalie haben will, welche bis zu zwölf Zeichen fortgezählet wird. Es kan aber dieſer Abzug immer geſchehen, wenn man die *l*, fals ſie zu klein ſeyn ſolte, um zwölf ganze Zeichen vergröſſert.

§. 1156. Bey dem allen iſt dieſe Rechnung etwas weitläuftig, inſonderheit wenn die Zeit *t* viele Jahre enthält, welche ſeit dem zur Epoche gemachten Zeitpuncte verfloſſen ſind. Und wenn die Zeit vor dieſer Epoche verfloſſen iſt, und ſich alſo *t* genau mit derſelben endiget: ſo erfodert auch dieſer Umſtand einige Aufmerkſamkeit. Es iſt andem, daß die Weitläuftigkeit der Rechnung, welche eine viele Jahre enthaltende Zeit verurſachet, die vor oder nach der feſtgeſetzten Epoche verfloſſen ſind, ſich heben laſſe, wenn man nur anmerket, daß ſo viele Jahre in dieſer Zeit enthalten ſind, eben ſo viele ganze Umläufe, oder eben ſo vielmal zwölf Zeichen, auch in dem geſuchten Bogen enthalten ſeyn müſſen. Denn wenn nunmehro *t* nicht die ganze gegebene Zeit, ſondern nur den Ueberſchuß der in derſelben enthaltnen Tage, Stunden und deren Theile, über die vollen Jahre bedeutet, und *p* den Ueberſchuß des geſuchten Bogens, über die ganzen in denſelben enthaltenen Umkreiſe, ſo ſiehet man ohne vieles Nachſinnen, daß auch *p* in der Zeit *t* beſchrieben werde, und demnach die Proportion, wie das tropiſche Jahr zu *t*, ſo der ganze Umkreis der Ecliptic, oder zwölf Zeichen, zu *p*, auch bey dieſer Bedeutung der Buchſtaben ſtatt haben müſſe. Es wird aber die Berechnung der mittlern Bewegung, nicht nur der Erde, ſondern auch aller übrigen Planeten, vermittelſt beſonderer dazu verfertigten Tafeln noch mehr erleichtert, deren Einrichtung die folgende iſt.

Tafeln der mittlern Bewegung.

§. 1157. Man berechnet aus einem genau beſtimten Orte der Sonne, und aus dem Zeitpuncte, in welchem ſie bey demſelben geſehen worden iſt, vermittelſt der eben beygebrachten Sätze, den mittlern Ort derſelben für den Anfang eines gewiſſen Jahres, oder das Ende des vorhergehenden. Es wird dazu ein gemeines Jahr von 365 Tagen gewählet, und der Anfang deſſelben in den Mittag der mittlern Zeit des unmittelbar vorhergehenden 31ſten Decembers geſetzt. Da alſo durch ſehr richtige Beobachtungen gefunden worden iſt, daß im Jahr 1751, den 30ſten Junius um 11 Uhr, 42 Minuten und 57 Secunden der mittlern Zeit, nach der pariſer Uhr, ſich die Sonne in ihrer größten Entfernung

von

T. XV. F. 218. von der Erde, und in einer Länge von 3 Zeichen, 8 Graden, 39 Minuten und 56 Secunden befunden habe; zu dem Puncte der größten Entfernung aber, ſo wohl als zu dem ihm gerade entgegenſtehenden Puncte der ſtärkſten Annäherung, der mittlere Ort dem wahren gleich iſt: ſo konte hieraus geſchloſſen werden, daß am Mittage des 31ſten Decembers des Jahres 1749, in welchen der Anfang des 1750ſten geſetzt wird, die mittlere Länge derſelben 9 Zeichen, 10 Grade und 43,4 Secunden enthalten habe. Wird nun zu dieſer Länge die mittlere Bewegung von 59 Minuten und 8 Secunden, um welche die Sonne in einem Tage in der Ecliptic fortrücket, hinzugeſetzt, ſo komt der mittlere Ort derſelben im Mittage des erſten Jenners, und man ſiehet leicht, wie ferner für den zweyten Jenner, und überhaupt für jeden Tag dieſes Jahres, zu verfahren ſey. Dieſe Arbeit noch mehr zu erleichtern, werden die Monatstage, wie ſie in einem gemeinen Jahre auf einander folgen, ordentlich hingeſchrieben, und neben jeden wird die Gröſſe des Bogens der Ecliptic, um welchen die Sonne von dem Anfange des Jahres an, bis an den Mittag deſſelben Tages fortgerückt iſt, wie gewöhnlich angegeben. Hieraus entſtehet eine Tafel, welche ſich ohne einige Veränderung für jedes gemeines Jahr ſchicket, und die mittlere Länge der Sonne für den aſtronomiſchen Anfang eines jeden Tages deſſelben angiebt, wenn man nur die bey dieſem Tage angemerkte Bewegung der Sonne zu der Länge, welche ſie beym Anfange dieſes Jahres hatte, hinzuſetzet.

§. 1158. Soll alſo dieſe Tafel der jährlichen Bewegung zu dem auf 1750 folgenden Jahr 1751 gebraucht werden, ſo iſt nur nöthig die mittlere Bewegung für den Anfang dieſes Jahres auszumachen, welches, da dieſes ebenfals ein gemeines Jahr iſt, nichts erfodert, als daß man zu den 9^{s}, 10°, 00′, 43″, 4, welche den mittlern Ort der Sonne beym Anfange jenes Jahres angaben, noch die 11^{s}, 29°, 45′, 40″, 5 hinzuſetzet, welche die Sonne in 365 Tagen mit ihrer mittlern Bewegung zurücklegt. Die dadurch herausgebrachte 9^{s}, 9°, 46′, 23″,4 geben die mittlere Länge der Sonne zu dem Anfange des 1751ſten Jahres. Im Gegentheil wird die mittlere Länge zu dem Anfange des vor 1750 vorhergehenden 1749ſten Jahres gefunden, wenn man eben den in 365 Tagen beſchriebenen Bogen von der zu dem Anfange jenes Jahres gehörigen Länge 9^{s}, 10°, 00′, 43″, 4 abziehet, da denn 9^{s}, 10°, 15′, 3″ übrig bleiben. Und ſo wird mit einem jeden gemeinen Jahre verfahren, wenn zu der mittſern Länge, welche die Sonne beym Anfang deſſelben hatte, ihre mittlere Länge zu dem Anfange des folgenden; oder aus der mittlern Länge beym Ende des Jahres die mittlere Länge zu deſſen Anfang, gefunden werden ſoll. T. XV. F. 218.

§. 1159. Iſt nun aber das Jahr, welches wie alle übrigen im Mittag des 31ſten Decembers des vorigen ſeinen Anfang nimt, ein Schaltjahr, ſo kan zwar, für jeden Mittag der zween erſten Monate deſſelben die mittlere Länge der Sonne auf eben die Art gefunden werden, indem man nehmlich zu der Länge beym Anfange des Jahres die in der Tafel neben dem Monatstage ſtehende mittlere Bewegung hinzuſetzet: weil in dem Schaltjahre die Tage dieſer Monate nicht anders gezählet werden als in dem gemeinen. Es hat aber in dieſem Jahre der Februar 29 Tage, deren letztere in der Tafel nicht ſtehet, und man muß alſo, wenn man die mittlere Länge dieſes und eines jeden in dem Schaltjahre auf denſelben folgenden Tages aus der Tafel nehmen will, der in derſelben angeſetzten Zahl die Bewegung eines Tages zu ſetzen. Dieſes geſchiehet wenn man für die Bewegung zum 29ſten Februar, die in der Tafel zu den erſten März angeſetzte, für die Bewegung dieſes erſten Märzes die Bewegung des zweiten, und ſo ferner für einen jeden Tag, die Bewegung des darauf folgenden nimt. Weil aber dieſes in den ganzen zehen Monaten geſchehen muß, welche in dem Schaltjahre nach dem Februar verflieſſen, ſo wird von verſchiedenen der neuern Sternforſcher für bequemer gehalten, daß man die Bewegung des Tages, um welchen das Schaltjahr länger iſt als ein gemeines, gleich anfangs zuſetze: welches geſchiehet, wenn man zum Anfange eines Schaltjahres nicht den 31ſten December des vorigen, ſondern den erſten Jenner des Schaltjahres ſelbſt nimt. Dieſes heiſſet in der That das vor dem Schaltjahr des Calenders vorhergehende Jahr zum Schaltjahr, und den auf den 31ſten December deſſelben folgenden Tag zum Schalttag machen, damit das eigentliche Schaltjahr des Calenders als ein gemeines von 365 Tagen angeſehen werden könne. Der Ort der Sonne für das Ende des dergeſtalt angenommenen Schaltjahres wird der Zahl der in demſelben enthaltenen Tage, die um 1 gröſſer iſt als 365, gemäß angeſetzt. Dadurch wird in der That die in der Tafel für jeden Tag der zween erſten Monate angeſetzte mittlere Bewegung um die Bewegung eines Tages zu groß: man kan aber dieſem leicht abhelfen, wenn man für die Bewegung eines jeden Tages, wie ſie in der Tafel angeſetzt wird, die Bewegung des vorhergehenden nimmet, und alſo für die Bewegung des erſten Jen-

T. XV. F. ners, die Bewegung des vorhergehenden 31ſten Decembers, welche 00 iſt.
218. Es iſt leicht die Tage dieſer zween erſten Monate des Schaltjahres in der Tafel beſonders anzuſetzen; und wenn dieſes geſchehen iſt, ſo wird der Ort der Sonne für jeden Mittag des Schaltjahres völlig ſo berechnet, wie in einem gemeinen Jahre. Der um einen Tag weiter hinausgeſetzte Anfang des Jahres berichtiget alles, hat aber in die Rechnung ſelbſt keinen Einfluß.

§. 1160. Da alſo nach dieſer Einrichtung, welche das Schaltjahr des Calenders zu einen gemeinen Jahr machet, dieſes Jahr nicht mehr als 365 Tage bekomt: ſo wird die mittlere Länge der Sonne zu dem Anfange eines unmittelbar auf das Schaltjahr folgenden Jahres ebenfals gefunden, wenn man der mittlern Länge, welche die Sonne bey dem in den Tafeln um einen Tag ſpäter angeſetzten Anfang des Schaltjahres hatte, die Bewegung eines gemeinen Jahres zuſetzet. Im Gegentheil werden von dem erſten Jenner bis an den 31ſten December des vorhergehenden Jahres 366 Tage gezählet, welche ein Schaltjahr ausmachen: und es muß demnach von der mittlern Länge, welche die Sonne beym Anfange eines Schaltjahres hatte, die Bewegung eines ganzen Schaltjahres von $0^s, 0^\circ, 44', 48'', 8$ abgezogen werden, wenn man die mittlere Länge zum Anfange des vorhergehenden gemeinen Jahres haben will. Dieſes muſte überhaupt bey der Verfertigung der Tafel in Acht genommen werden, in welcher zu einer Reihe auf einander folgender Jahre die mittlern Längen angegeben werden, welche die Sonne bey dem Anfange eines jeden dieſer Jahre hatte: wobey man ſich ſeit 1600 des Gregoriſchen Calenders bedienet, in den vorhergehenden Jahren aber des Julianiſchen, und wenn dieſes nöthig wird, die Jahre von der Geburt Chriſti zurück zählet. Es wird alles leicht begreiflich, wenn man zum Grunde legt, daß bey der Berechnung der Tafeln der mittlern Bewegungen, nicht dem eigentlichen Schaltjahre des Calenders, ſondern dem unmittelbar vorhergehenden, 366 Tage zugeſchrieben werden, indem man den letzten Tag deſſelben als den Schalttag anſiehet.

§. 1161. Das Jahr ſelbſt wird durch die ſogenannte Jahrzahl angegeben, welche nach dem heutzutage faſt durchgängig eingeführten Gebrauch, von dem erſten Jenner des Calenders an, bis zum Ende des Decembers geſchrieben wird: und es wird dieſer Gebrauch auch auf die Jahre, welche vor der Geburt des

Herren

Herren vorhergegangen ſind, erſtrecket. Da nun in unſern Calendern der Tag der Geburt Chriſti auf den 25ſten December geſetzt wird, ob man wohl weder dieſen Tag, noch ſelbſt das Jahr derſelben mit einer zuverläßigen Richtigkeit anzugeben weiß: ſo wird das erſte Jahr nach Chriſti Geburt, deſſen Jahrzahl 1 iſt, mit dem auf dieſen December folgenden Jenner angefangen, das nächſte, zu welchem die Jahrzahl 2 gehöret, mit dem darauf folgenden, und ſo immer fort, durch alle Zeiten. Woraus folget, daß das Jahr der Geburt Chriſti ſelbſt die Jahrzahl 0 haben, und das erſte Jahr vor derſelben ſich vor dem erſten Jenner dieſes Jahres endigen werde. Demnach iſt die Jahrzahl dieſes unmittelbar vor dem Jahre Chriſti vorhergehenden Jahres wieder 1, das vorhergehende hat die Jahrzahl 2, und ſo gehet es weiter. Weil es aber zu weitläuftig geweſen wäre, ſo viel tauſend Jahre, als die Hiſtorie ſeit der Bewohnung der Erde angiebt, in die Tafel zu bringen, und zu jedem die mittlere Länge, welche die Sonne bey dem Anfange deſſelben hatte, anzugeben: ſo geſchiehet dieſes nur mit einigen wenigen, welche man aus dieſer oder jener Urſache als die vorzüglichſten anſehen kan, und es wird noch eine andere Tafel angefüget, welche anzeiget, um wie viele Theile der Ecliptic die Sonne, vermöge ihrer mittlern Bewegung, in einem Zeitraume von einer gewiſſen Zahl von Jahren ſich von demjenigen Orte entfernet hat, welchen ſie im Anfange dieſes Zeitraums einnahm. Einige dieſer Zeitraume enthalten mehr, andere aber weniger Jahre, und es werden dieſe Zahlen der Jahre überall ſo gewählet, daß weder die Julianiſchen noch die Gregoriſchen Schalttage bey denſelben Verwirrungen machen können. Zu den Jahren vor Chriſti Geburt, wird die Epoche gröſſer genommen als die Jahrzahl, damit auch hier die fernere Rechnung durch eine bloſſe Addition verrichtet werden möge. *T. XV. F.* 218.

§. 1162. Nachdem aus dem mittlern Orte der Sonne beym Anfange des Jahres die mittlere Länge derſelben für den Anfang eines jeden Tages deſſelben Jahres nach dieſen Gründen berechnet iſt, wird derſelben ferner die Bewegung von ſo vielen Stunden Minuten und Secunden, als deren von dem Anfange dieſes Tages bis an einen gegebenen Zeitpunct verflieſſen, aus einer beſondern Tafel zugeſetzt, wenn man die Länge derſelben zu dieſem Zeitpuncte haben will. Die Stunden und deren Theile werden durch ein nach der mittlern Zeit mit völliger Richtigkeit gehenden Uhr angegeben, und von dem Augenblicke, in welchem dieſelbe zu Mittag *XII*, 00, 00 weiſet, bis zu 24 Stun-

T. XV. F. 218. den, in einem fortgezählet. Uebrigens ſiehet man leicht, daß es nicht nöthig ſey, bey den verſchiedenen Additionen, welche dieſe Rechnung erfodert, Abſätze zu machen, da man dieſelbe ſämtlich zugleich verrichten kan.

Berechnung des wahren Orts der Sonne.

§. 1163. Es ſtehet in eben den bisher beſchriebenen zur mittlern Bewegung der Sonne gehörigen Tafeln auch die Länge des Puncts der größten Entfernung der Erde von der Sonne für die nehmlichen Epochen, ſamt der Bewegung deſſelben für jeden Zeitraum, mit angezeichnet: man kan alſo die Zahlen, welche die Länge dieſes Puncts zu der gegebenen Epoche, und ſeine ſeitdem geſchehene Bewegung angeben, mit dem zur Beſtimmung der mittlern Länge der Sonne nöthigen, zugleich aus der Tafel nehmen, und alsdann, durch die bloſſe Zuſammenſetzung dieſer Zahlen, die wahre von dem Anfange der Ecliptic gerechnete Länge des Puncts der größten Entfernung der Erde, zu den angegebenen Zeitpunct herausbringen. Sind dergeſtalt die beyden Längen, die mittlere nehmlich der Sonne, und die wahre des Fernpuncts, zu eben dem gegebenen Zeitpuncte entdecket worden: ſo wird die zu eben dem Zeitpuncte gehörige mittlere Anomalie immer vermittelſt des Abzugs der letztern von der erſtern gefunden, wenn man man nur jener, in den Fällen da ſie kleiner iſt als dieſe, zwölf Zeichen zuſetzet.

§. 1164. Die dergeſtalt entdeckte mittlere Anomalie nun giebt, vermittelſt der dazu verfertigten Tafel (1154), die Vergleichung, durch deren Zuſatz oder Abzug aus der mittlern die wahre Anomalie der Sonne entſtehet. Weil aber nicht eigentlich dieſe Anomalie, ſondern der wahre Ort der Sonne verlangt wird, ſo erſparet man ſich eine kleine Rechnung, wenn man dieſe Vergleichung unmittelbar zu der mittlern Länge der Sonne hinzuſetzet, oder davon abziehet, nachdem dieſes oder jenes bey der mittlern Anomalie geſchehen muß. Es iſt leicht den Grund dieſer etwas kürzern Rechnung einzuſehen, wenn man erweget, daß gleichwie die mittlere Anomalie mit der mittlern Länge der Erdferne zuſammen genommen, die mittlere Länge der Sonne ausmachet; auch die wahre Länge derſelben die Summe ihrer wahren Anomalie und eben der Länge der Erdferne ſey: und alſo der Unterſchied, welcher zwiſchen den zwo Anomalien obwaltet, zugleich den Unterſchied der mittlern und wahren Länge abgebe. Es ſtehen aber in den neueſten Tafeln der mittlern Bewegung, auſſer den bisher in Betrachtung gezogenen, noch andere Zahlen,

T. XV. F. 218. len, welche zu kleinen Verbeſſerungen Anweiſung thun, die theils der ungleiche Rückgang der Nachtgleichen, theils aber die von dem Zuge des Jupiters, der Venus und des Mondes bey dem Laufe der Erde verurſachten Abweichungen, nothwendig machen, wenn die Länge der Sonne aufs genauſte berechnet werden ſoll: welche Verbeſſerungen nach dieſen Anweiſungen, oder wie man ſie ſonſt nennet, Argumenten, aus beſondern dazu angefügten Tafeln genommen, und nach Maaßgebung der Tafeln, dem vorigen beygefüget, oder davon abgezogen werden müſſen, wenn es der Zweck der Berechnung erfodert. Noch wird vermittelſt einer beſondern Tafel zu jeder mittlern Anomalie der Sonne, ihre Entfernung von der Erde angegeben, oder vielmehr der Logarithme der Zahl, welche dieſe Entfernung ausdrückt, wenn die mittlere auf 100000 geſetzt wird. Auch dieſe Logarithmen leiden einige Verbeſſerungen, welche aber die dazu gehörigen Zahlen ſelbſt kaum würklich verändern können.

§. 1165. Die Zeit, auf welche ſich die Tafeln beziehen, iſt immer die mittlere: der Ort der Sonne aber, und eines jeden andern himmliſchen Körpers wird zu einen Punct der wahren Zeit verlangt, welcher als gegeben anzuſehen iſt. Es muſte alſo vor allen Dingen dieſe gegebene wahre Zeit in die mittlere verwandelt werden, das iſt, es muſte die Secunde einer nach der mittlern Zeit richtig gehenden Uhr angezeiget werden, welcher mit dem gegebenen durch den ſcheinbaren täglichen Umlauf der Sonne um die Erde beſtimten Puncte der wahren Zeit zuſammenfällt, wenn der verlangte Ort der Sonne auf einmal, mit der völligen Richtigkeit, welche die Tafeln gewähren können, ſolte gefunden werden. Nun wird aber, wie wir an ſeinem Orte (419) geſehen haben, bey der Verwandlung der wahren Zeit in die mittlere, oder der mittlern in die wahre, der wahre Ort der Sonne in der Ecliptic als bekant vorausgeſetzt, welches eine Schwürigkeit macht, die am leichteſten gehoben werden kan, wenn man einen guten Calender bey der Hand hat, in welchem der wahre Ort der Sonne für jeden Monatstag berechnet ſtehet. Denn es iſt zur Verwandlung der wahren Zeit in die mittlere, oder der mittlern in die wahre, eben nicht nothwendig, daß dieſer Ort nach der äuſſerſten Strenge bekant ſey, welche, als zu dem gemeinen Gebrauche überflüßig, bey einem Calender nicht beobachtet wird. Hat man aber kein dergleichen Hülfsmittel bey der Hand, ſo rechnet man vors erſte zu der gegebenen wahren Zeit nicht anders, als ob ſie die mittlere wäre, und bedienet ſich des dergeſtalt herausgebrachten Orts der Sonne, zur Entdeckung der mitt-

T. XV. F. 218. lern Zeit, welche dadurch genau genug beſtimmet wird. Alsdann ſuchet man, durch eine völlige Wiederhohlung eben der Rechnung, zu dieſer mittlern Zeit den wahren Ort der Sonne, welcher keiner weitern Verbeſſerung bedarf. Oder man berechnet nur den Unterſchied der zwo Zeiten, das iſt, den Ueberſchuß der Minuten und Secunden, ſo die wahre Zeit angeben, über diejenigen, die in der mittlern Zeit enthalten ſind, oder dieſer über jene, und ſuchet den Weg, welchen die Sonne mit ihrer mittlern Bewegung in dem kleinen Zeitraume zurücke legt, der dieſen Unterſchied ausmachet: welcher Weg zu den zur mittlern Zeit gefundenen hinzugeſetzt, oder davon abgezogen, nachdem die wahre oder die mittlere Zeit durch eine gröſſere Zahl von Minuten und Secunden angegeben wird, die wahre Länge der Sonne, zu der angenommenen oder gegebenen wahren Zeit, herausbringen wird.

§. 1166. Uebrigens ſiehet man leicht, daß wenn die Tafeln, aus welchen man rechnet, für einen Mittagskreis geſtellet ſind, welcher von dem verſchieden iſt, nach deſſen Uhr man ſich bey der Beſtimmung der wahren Zeit richten will, man vor allen Dingen die Zeiten der Tafeln in die Zeiten dieſer Uhr verwandeln müſſe: welches leicht geſchiehet, wenn der Unterſchied der Längen zweyer Oerter, deren einer in dem einen, der andere aber in dem andern Mittagskreiſe lieget, genau genug bekant iſt. Und wenn dieſer Unterſchied der Längen durch den Unterſchied der Uhren beyder Oerter angezeigt wird, ſo bedarf es keiner weitern Rechnung, als der Addition dieſes Unterſchieds zu der in den Tafeln angegebenen Epoche, wenn der Mittagskreis der Tafeln an der Abendſeite des Mittagskreiſes der Uhr lieget, oder deſſen Subtraction, wenn jener ſich an der Morgenſeite dieſes letztern befindet. Die Veränderung iſt bloß bey den Epochen nöthig, weil die ſeit denſelben verfloſſene Zeiten nach jeder Uhr auf einerley Art angegeben werden: der Grund dieſer kleinen Rechnung aber iſt in dem vorhergehenden deutlich genug entdecket worden.

Stellen der übrigen Planeten in ihren Bahnen.

§. 1167. Die Berechnung des Orts eines jeden der übrigen fünf Hauptplaneten in ſeiner eigenen Bahn, iſt, wenn man die Lage der Fläche dieſer Bahn eben ſo für bekant annimt, wie dieſes bey der Fläche der Ecliptic geſchiehet, von der Berechnung des Orts der Erde in der ihrigen, nicht verſchieden. Wenn die eigentliche Geſtalt einer ſolchen Bahn, vermittelſt ihrer Eccentricität oder der dazu gehörigen größten Vergleichung, gegeben iſt, ſamt der Lage der Linie ihrer Apſiden, T. XV. F. 218. und dem Orte, bey welchem ſich der Planet in einem gewiſſen Zeitpuncte befunden hat, der dadurch zur Epoche wird: ſo kan, vermittelſt der bekanten mittlern Bewegung dieſes Planeten, die wahre Stelle deſſelben in ſeiner Bahn für jeden gegebenen Zeitpunct nach eben den Regeln gefunden werden, welche bey der Berechnung des Orts der Erde in der ihrigen zu beobachten, und deswegen deſto umſtändlicher erkläret worden ſind. Ein in den Mittelpunct der Sonne geſetztes Auge kan, ſo lang es ſich mit einem Planeten allein beſchäftiget, nicht mehr verlangen.

§. 1168. Da aber das Licht eine beträchtliche Zeit brauchet von dem Planeten bis zu dieſem Auge zu gelangen, und daſſelbe den Planeten bey jedem Puncte ſeiner Bahn um dieſe Zeit ſpäter ſiehet, als er daſelbſt anlanget: ſo wird, da es uns fürnehmlich um die Erſcheinungen zu thun iſt, bey der Beſtimmung einer Epoche nicht auf den wahren Ort geſehen, ſondern auf denjenigen, in welchem der Planet, wegen der von der Bewegung des Lichts herrührenden Verſpätung, dem in die Sonne geſetzten Auge erſcheinet. Der Unterſchied, um welchen jeder Planet bey verſchiedenen Stellen ſeiner Bahn mehr oder weniger von der Sonne abſtehet, iſt ſo gar groß nicht. Es braucht alſo das Licht beynahe immer eben die Zeit von eben dem Planeten bis zur Sonne zu gelangen: und da die Winkel, welche derſelbe in dieſer Zeit um die Sonne beſchreibt, klein genug ſind, und alſo die viel kleinern Unterſchiede derſelben hier in keine Betrachtung kommen können, ſo ſind auch für jeden Planeten dieſe Winkel als einander durchaus gleich anzunehmen. Alsdenn aber iſt es leicht zu jedem Orte der Bahn, in welchem ein Planet dem in die Sonne geſetzten Auge zu einer gröſſern Zeit erſcheinet, denjenigen zu finden, welchen er in eben dem Zeitpuncte würklich einnimt. Denn da das Auge für ſich ohne Bewegung iſt, ſo darf man nur den eben erklärten, aus dem, ſo wir an ſeinem Orte (973) geſehen haben, gar leicht zu berechnenden Winkel, dem Orte der Erſcheinung zuſetzen. Die Zeit aber, in welcher ein in die Sonne geſetztes Auge den Planeten einen nach Belieben angenommenen Theil ſeiner Bahn beſchreiben ſiehet, iſt, bey der angenommenen Gleichheit dieſer Winkel, von derjenigen, in welcher er dieſen Theil würklich beſchreibet, der Gröſſe nach nicht zu unterſcheiden.

Heliocentriſche Länge und Breite eines Planeten.

T. XV. F. 218. §. 1169. Soll nun aber, zu eben dem in dem Mittelpuncte der Sonne angenommenen Beobachtungsplatze, der Ort des Planeten nicht durch den Winkel, welchen er in der Fläche ſeiner Bahn von einem feſtgeſetzten Anfange an um die Sonne beſchrieben hat, ſondern durch ſeine, wie gewöhnlich, in der Ecliptic vom Anfange des Widders gezählte Länge, und die dazu gehörige Breite angegeben werden: ſo muß vor allen Dingen die Lage der Knotenlinie bekant ſeyn, in welcher die Fläche der Ecliptic von der Fläche der Bahn des Planeten geſchnitten *T. XV. F.* 219. wird. Wenn *VAMB* (*Tab. XV. Fig.* 219.) die in ihrer Fläche um die Sonne *S* als ihren Mittelpunct beſchriebene Ecliptic vorſtellet, *ONED* aber einen in der Fläche der Bahn des Planeten, welche jene in der *MN* ſchneidet, um eben den Mittelpunct *S* beſchriebenen Kreis von der nehmlichen Gröſſe: ſo kan *N* den aufſteigenden Knoten ☊ des Planeten bedeuten, und *M* den niederſteigenden ☋: weil, nachdem der Planet aus der Sonne in der *SN* geſehen worden iſt, er ſich an der mitternächtigen Seite über die Fläche der Ecliptic erhöhet; und an der mittägichen ſich unter dieſelbe erniedriget, nachdem er, von eben der Stelle betrachtet, die *SM* zu durchkreuzen geſchienen hat. Iſt nun *V* der Anfang der Ecliptic, oder der Anfang des Widders: ſo iſt *VN* die Länge des aufſteigenden Knotens des Planeten, deſſen Bahn ſich in der Fläche der *OEMD* befindet, welche Länge bekant ſeyn muß. Der Anfang *O* des Kreiſes *NEMD*, welcher bey dem Planeten die Stelle der Ecliptic vertritt, indem er gebraucht wird die Winkel zu meſſen, welche derſelbe rings um die Sonne beſchreibt, konte allerdings nach Willkühr angeſetzt werden. Man hat ihn derowegen, zur Vermeidung unnöthiger Weitläuftigkeit, in dem Kreiſe *NEMD* eben ſo weit von dem aufſteigenden Knoten *N* entfernet, als *V* in der Ecliptic von demſelben *N* entfernet iſt, indem man den Bogen *ON* dem *VM* gleich gemacht: ſo daß der Knoten *N* eben die Länge bekomt, man mag dieſe Länge in der Fläche der Ecliptic von dem Puncte *V*, oder in dem Kreiſe *NEMD* von dem *O* an rechnen. Die Länge des zweyten Knoten *M* wird durch die Länge des *N* zugleich mit beſtimmet, welche ſie nothwendig um die Hälfte des ganzen Umkreiſes übertreffen muß.

§. 1170. Iſt nun *P* der Ort, welchen der Planet in ſeiner ganz in die Fläche *OEMD* fallenden Bahn zu einer gewiſſen Zeit einnimt, und es iſt in eben der Fläche von *S* durch *P* die *SQ* gezogen: ſo wird durch die (1167) ange-

angezeigte Rechnung der Bogen *OQ*, ſamt der Entfernung des Planeten von der Sonne *SP* entdecket, welchen man die Länge des Planeten in ſeiner eigenen Bahn nennen kan: und es kan dieſe Länge *OQ*, ſowohl als *SP*, nunmehro als bekant vorausgeſetzt werden. Man laſſe aus *P* die *Pp* der Fläche der Ecliptic perpendicular fallen, und entwerffe alſo den Planeten in dieſer Fläche *VAMB* in dem Puncte *p* orthographiſch. Die durch *Pp* und *S* gelegte Fläche *QSR* wird ſenkrecht auf die Fläche der Ecliptic fallen, und eine von denen ſeyn, in welchen die Breiten der Planeten, mit welcher man ſie aus der Sonne ſiehet, angegeben werden; ſo daß wenn man in dieſer Fläche, welche durch *SQ* gehet, und die Fläche der Ecliptic in *SR* ſchneidet, um den Mittelpunct *S* den Bogen *QR* beſchreibt, die in dieſem Bogen enthaltene Grade und deren Theile, die Breite des Planeten meſſen werden: *VR* aber iſt die in der Fläche der Ecliptic genommene eigentliche Länge des Planeten, welche, zuſamt der dazu gehörigen Breite geſucht wird. *T. XV. Fig.* 219.

§. 1171. Da die Bogen *ON* und *OQ* bekant ſind, ſo wird durch den Abzug des erſtern von dem letztern der *NQ* gar leicht gefunden. Nun hat das Kugeldreyeck *QNR* bey *R* einen rechten Winkel, und es können alle übrigen Seiten ſamt dem übrigen Winkel deſſelben *NQR* entdeckt werden, wenn nur auch der Winkel *N* bekant iſt, welchen die Fläche der Bahn des Planeten mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet. Denn dieſer Winkel *N* ſchickt ſich vollkommen zu dieſer Entdeckung, weil er kaum einiger Veränderung unterworfen iſt, und, als ein neuer Grund der Rechnung, für jeden Planeten gefunden werden kan. Alsdenn wird die heliocentriſche Breite *QR* ſogleich durch die veränderliche *NQ* gegeben, wenn man machet $\sin R$, das iſt 1 zu $\sin N$, ſo $\sin NQ$ zu $\sin QR$. Es iſt alſo $\sin QR = \sin N \times \sin NQ$, welche leichte Beſtimmung Anlaß gegeben hat den Bogen *NQ* das Argument der Breite des Planeten zu nennen, welches immer in der Bahn des Planeten genommen wird, und bey deſſen auffſteigenden Knoten *N* anfängt. Eben ſo leicht wird auch die *NR* gefunden, welche zu der Länge des Knoten *VN* hinzugeſetzt, die eigentliche Länge des Planeten *VR* giebt. Man macht nehmlich wie $1 : \cos N = \tan NQ : \tan NR$, oder $\tan NR = \cos N . \tan NQ$. Der alſo zu entdeckende Bogen *NR* heiſſet das in der Fläche der Ecliptic genommene Argument des Planeten: denn man ſiehet leicht, daß vermittelſt eben der Regel, von der *NR* wenn ſie bekant iſt, auf die *NQ* geſchloſſen werden könne. In den Tafeln wird unter dem Namen der Reduction zu jeder

T. XV. F. 219. Gröſſe des *NQ* der Unterſchied beyder Argumente *NQ* und *NR* angegeben, und dadurch die Rechnung ſehr erleichtert. Es iſt aber *NQ* gröſſer als *NR*, ſo lange ſie kleiner iſt als ein Quadrant; oder gröſſer als zween, aber kleiner als drey Quadranten. Iſt aber *AQ* gröſſer als ein oder drey Quadranten, und kleiner als deren zween oder viere, ſo iſt *NQ* kleiner als *NR*; woraus man die Fälle leicht ſchlieſſet, in welchen *NR* der *NQ* gleich wird.

§. 1172. Aus der helioceutriſchen Breite des Planeten wird die Länge *Sp*, um welche der orthographiſche Entwurf deſſelben *p*, in der Fläche der Ecliptic, von dem Mittelpuncte der Sonne entfernet iſt, vermittelſt der Proportion $1 : cos\ lat = SP : Sp$ entdecket. Dieſe *Sp* heiſſet die verkürzte Entfernung des Planeten von der Sonne; vermittelſt welcher *Sp*, und des zu jeder *Sp* gehörigen Winkels *NSR*, der orthographiſche Entwurf der Bahn eines jeden Planeten in der Fläche der Ecliptic beſchrieben werden kan. *Pp* aber, die Entfernung des Planeten von der Fläche der Ecliptic, iſt, wenn man ſie brauchen ſolte, vermitteſt der Proportion $1 : ſin\ lat = SP : Pp$ herauszubringen. Und damit wären auch die Fragen, welche von dem aus der Sonne geſehenen Orte eines Planeten, in Abſicht auf die Ecliptic, vorkommen können, berichtiget.

Geocentriſche Länge und Breite.

§. 1173. Es iſt aber die dergeſtalt zu berechnende Länge oder Breite des Planeten gar ſelten diejenige, mit welcher wir ihn von der Erde, und zwar, wenn alles auf das genaueſte genommen wird, von dem Mittelpuncte derſelben, erblicken, und gemeiniglich wird dieſe, ohne oder mit der wahren Entfernung des Planeten von der Erde, verlangt. Man ſiehet leicht, daß in dieſe geocentriſche Länge und Breite, die Stelle, welche die Erde in dem Zeitpuncte einnimt, für welchen ſie verlangt wird, einen gar ſtarken Einfluß habe: und es iſt alſo zu dieſem Behuf auch die Länge derſelben, ſamt ihrer Entfernung von der Sonne zu entdecken. Hat man beyde Längen, ſo wohl die des Planeten, oder eigentlich des Entwurfs deſſel-
T. XV. F 220, 221. ben *p*, (*Tab. XV. Fig.* 220, 221.) als auch die Länge der Erde *T*, ſo giebt der Unterſchied derſelben den Winkel *TSp*, welchen die von dem Mittelpuncte der Sonne *S* nach *T* und *p* gezogene gerade Linien *ST*, *Sp* in der Fläche der Ecliptic einſchlieſſen. Man thut wohl wenn man dieſen Winkel *TSp* mit einiger Sorg-

falt

T. XV. F. 220, 221.

falt auf ein Blatt zeichnet, welches die Fläche der Ecliptic vorſtellen ſoll, und dabey die Ordnung ſeiner Seiten Sp, ST beobachtet, indem man die zur gröſſern Länge gehörige, welche hier Sp iſt, nach der Richtung des Laufs der Planeten vorhergehen, und die andere ST daruf folgen läßt. Dieſer TSp heißt der **Winkel bey der Sonne**, oder der **Commutations-Winkel**, auf deſſen Seite ST man die Entfernung der Erde von der Sonne, auf die Sp aber die verkürzte Entfernung des Planeten, aus einem ſchicklichen Maaßſtabe tragen, und dadurch die Sonne S, die Erde T und den Entwurf des Planeten p, in der Ordnung, in welcher ſie ſich würklich in der Fläche der Ecliptic befinden, vorſtellen kan: zu welchem Ende, bey der Beſtimmung der Entfernung Sp, eben die Einheit gebraucht werden muß, aus welcher die SP ausgedrücket wird; und dieſe Einheit iſt die in 10000 oder 100000 Theile zerfällte mittlere Entfernung der Erde von der Sonne.

§. 1174. Wird nun dadurch, daß man auch die Seite Tp ziehet, das Dreyeck STp vollendet, ſo iſt der Winkel STp derjenige, um welchen das in T geſetzte Auge den Planeten, ſeiner Länge nach, von der Sonne entfernet ſiehet, das iſt, der Unterſchied der geocentriſchen Längen des Planeten und der Sonne. Aus dieſer Urſache wird dieſer Winkel die **Elongation** genennet: man giebt ihm aber auch den Namen des **Winkels an oder bey der Erde**. Aus dieſem Winkel STp iſt nun die geocentriſche Länge des Planeten leicht zu haben, wenn man nur weiß ob dieſe Länge gröſſer oder kleiner ſey, als die Länge der Sonne, welches auszumachen gar leicht iſt, wenn man erweget, daß wenn das Auge in S dem Puncte p eine gröſſere Länge zuſchreibt als dem T, im Gegentheil dem in T geſetzten Auge die Länge des p kleiner erſcheinen werde, als die Länge des S, und umgekehrt. Der mit dem STp zugleich beſtimte Winkel SpT führet den Namen der **Parallaxe der Erdbahn**, oder auch des **Winkels bey dem Planeten**, wie wohl er ſeine Spitze nicht eigentlich in dem Mittelpuncte des Planeten, ſondern in ſeinem Entwurfe p hat. Endlich giebt die Tp, wenn ſie nach dem bey Auſtragung der ST, Sp gebrauchten Maaßſtab gemeſſen wird, die wahre Entfernung der Erde von eben dem Puncte p. Man ſiehet aber leicht, daß die auf die bekanten Seiten ST, Sp, und auf den von denſelben beſchloſſenen Winkel TSp, gegründete trigonometriſche Rechnung die übrigen Winkel und Seiten des Dreyecks TSp viel richtiger geben werde, als dieſes die Zeichnung leiſten kan.

§. 1175. Um nun auch die geocentriſche Breite zu erlangen, ſtelle man ſich Pp der Fläche der Ecliptic perpendicular, und dem Abſtande des Planeten von

T. XV. F. 220, 221. dieſer Fläche gleich vor, ſo daß P den eigentlichen Ort des in p entworfenen Planeten angebe. Werden nun auch SP, TP nach dieſen über die Fläche der Ecliptic erhabenen, oder unter dieſelbe verſenkten Puncte P gezogen, ſo iſt der Winkel PSp die heliocentriſche Breite, welche als bekant vorausgeſetzt wird, und PTp die geſuchte geocentriſche. Da nun die Dreyecke PSp, PTp beyde bey p rechtwinklicht ſind: ſo iſt $Sp : Pp = 1 : \tan PSp$, und $Tp : Pp = 1 : \tan PTp$. Die mittlern Glieder dieſer Proportion ſind einerley: es wird alſo mit Hinweglaſſung derſelben geſchloſſen $Tp : Sp = \tan PSp : \tan PTp$, vermittelſt welcher Proportion, wenn die Tp, Sp beyde bekant ſind, die geocentriſche Breite PTp aus der heliocentriſchen PSp ſogleich entdecket wird. Es iſt aber auch $Tp : Sp = \sin TSp : \sin STp$, und alſo, wenn man dieſe letztere Verhältniß ſtatt der erſtern gebrauchen will, $\sin TSp : \sin STp = \tan PSp : \tan PTp$; welche Regel die Stelle der vorigen vertritt, wenn man die Tp nicht berechnet hat. TSp iſt der Winkel an der Sonne, und STp der Winkel bey der Erde, deren Sinus ſich demnach wie die Tangenten der aus dieſen Stellen geſehenen Breiten verhalten.

§. 1176. Wenn auch PT, die eigentliche Entfernung des Planeten von der Erde, verlangt wird, ſo iſt dieſelbe aus dem Dreyecke PTp zu haben, ſo bald die Winkel deſſelben ſamt einer Seite Tp oder Pp berechnet ſind. Da aber auch $\sin PSp : 1 = Pp : SP$, und $\sin PTp : 1 = Pp : PT$; ſo kan auch hier, mit Hinweglaſſung der mittlern Glieder, geſchloſſen werden $\sin PTp : \sin PSp = SP : TP$, welche Proportion die geſuchte Entfernung TP, aus den beyden Breiten PTp und PSp, und aus der SP, unmittelbar giebt. Es erfodert aber, wenn alles nach möglicher Strenge genommen werden ſoll, der alſo herausgebrachte Ort des Planeten, und inſonderheit deſſen Länge, eine zweyfache Verbeſſerung. Denn erſtlich kan, wegen der anziehenden Kraft der übrigen himliſchen Körper, der Ort des Planeten in ſeiner Bahn nicht völlig derjenige ſeyn, welchen die erklärte Rechnung giebt; und zweytens iſt bey derſelben die Zeit, welche das Licht brauchet von den Planeten zu unſerer Erde zu gelangen, und die ſcheinbare Abweichung, welche dieſe Bewegung des Lichts, mit der Bewegung der Erde zuſammen genommen, bey den Stellen der Planeten verurſachet, nicht in Betrachtung gezogen worden. Es iſt aber gar ſelten nöthig bey dieſer Berechnung ſo genau zu Werke zu gehen; und wenn es nöthig iſt, ſo ſind die Gründe der Rechnung, welche dieſe Verbeſſerungen erfodern, ſo weit es ſich thun lieſſe, in dem vorhergehenden beygebracht worden.

* * *

Der Aſtronomiſchen Vorleſungen

ein und zwanzigſter Abſchnitt.

Gründe des Laufs der Planeten.

Allgemeine Anmerkungen.

§. 1177.

Aus der zur Berechnung des Laufs der Planeten gegebenen Anweiſung iſt nun zu ſehen, daß die Gründe, ſo zur völligen Beſtimmung des Laufs der fünf Planeten dienen, die in Begleitung der Erde ihren Weg unmittelbar um die Sonne nehmen, eben diejenigen ſind, welche die Berichtigung des Laufs der Erde erforderte; daß aber denſelben noch die eigentliche Lage der Fläche, in welcher jeder dieſer Planeten ſeine Bahn beſchreibt, zugeſetzt werden müſſe; welche durch die Länge des aufſteigenden Knotens dieſer Bahn, und durch die Neigung der Fläche derſelben gegen die Fläche der Ecliptic, am ſchicklichſten beſtimmet wird. Es ſind aber dieſe Gründe zu den Planeten viel ſchwerer zu entdecken, als zu der Erde, deren Ort in der Ecliptic, aus dem ihm gerade entgegen geſetzten Orte der Sonne, welchen die Beobachtungen genau genug angeben, zu jeder Zeit geſchloſſen wird: da im Gegentheil der Punct der Ecliptic, in welchem wir einen dieſer Planeten ſehen, nur alsdenn mit demjenigen überein komt, bey welchem ein in den Mittelpunct der Sonne geſetztes Auge denſelben zu eben der Zeit erblicken würde, wenn ſich dieſer Planet genau in ſeiner Oppoſition oder Conjunction mit der Sonne befindet. Die Zeit der Zuſammenkunft eines der obern Planeten mit der Sonne, iſt, wegen der geringen Breite, in welcher er uns bey dieſem Stande erſcheinen muß, ſchwerlich zu entdecken: und wenn einer der Untern in ſeiner Zuſammenkunft mit der Sonne geſehen werden ſoll, ſo muß er ebenfals eine ſtarke Breite haben,

T. XV. F. 220, 221. oder, wenn dieſe Zuſammenkunft eine untere iſt, eine ſo geringe, daß er uns ſelbſt in der Scheibe der Sonne erſcheinet. Bey dem allen ſind die Zeiten der Conjunctionen und Oppoſitionen der Planeten die vornehmſten Mittel, deren ſich die Forſcher bey der Berichtigung ihres Laufs bedienen, wiewohl ſie denſelben auch noch andere zuſetzen, als die Zeitpuncte, in welchen einer der untern Planeten, in ſeiner größten Entfernung von der Sonne geſehen wurde, und alſo der Ueberſchuß ſeiner Länge über die Länge der Sonne, oder dieſer über jene, der größte war: wie auch diejenigen, in welchen der Planet ohne einige Breite in der Fläche der Ecliptic erſchien; ſamt einigen andern, welche die beſondere Art zu ſchlieſſen erfodert.

§. 1178. Es führen aber die hiebey anzubringende Schlüſſe ſelten gerade und mit völliger Gewißheit zu demjenigen, ſo vermittelſt derſelben herausgebracht werden ſoll, wie dieſes in der Geometrie geſchiehet. Was bey denſelben als bekant voraus geſetzt werden muß, wird nicht immer mit einer völligen Richtigkeit gegeben, ſondern weichet bald mehr bald weniger von der Wahrheit ab. Die wahre Anomalie eines Planeten wird aus der mittlern, wenn man vollkommen richtig verfahren will, nicht gerade zu entdeckt, ſondern man muß ſich des erklärten Umweges bedienen, von dieſer zu jener zu gelangen. Dieſes zwinget uns bey den Schlüſſen, in welche dieſe Anomalien einen Einfluß haben, eben ſo zu verfahren, indem wir, was eigentlich geſucht wird, als bekant vorausſetzen, davon das bekante herzuleiten ſuchen, und das dergeſtalt herausgebrachte, mit dem aus der Beobachtung oder andern Gründen würklich bekanten zuſammen halten; da ſich denn zeigen muß, ob das angenommene der Wahrheit gemäß ſey, oder nicht; nach welcher Seite es von derſelben abweiche, und wie viel dieſe Abweichung betrage: worauf die dergeſtalt entdeckte Abweichung gebraucht werden kan, den bey der als bekant angenommenen, in der That aber geſuchten Gröſſe, begangenen Fehler zu heben, oder wenigſtens zu vermindern. Ja es ſind dieſe Umſchweife ſo gar den geometriſchen Methoden vorzuziehen, wenn dieſe in der Anwendung, wegen dieſer oder jener unvermeidlichen Fehler, das geſuchte nicht genau genug geben können. Welcher Art zu ſchlieſſen man ſich aber auch bedienen mag, ſo muß, was als würklich bekant vorausgeſetzt wird, von der Wahrheit wenig abweichen; und man muß Sorge tragen, daß die Fehler, welche dabey begangen ſeyn mögen, in den Schluß einen ſo geringen Einfluß haben, als dieſes nur zu erhalten möglich iſt. Dazu können die bereits vorhandenen von groſſen Männern

nern ſorgfältig verfertigte Tafeln vieles beytragen, wenn man ſich derſelben mit derjenigen Achtſamkeit bedienet, mit welcher ſie bey dieſer Arbeit die viel unrichtigere Tafeln der Alten ſelbſt mit Nutzen gebraucht haben. Indeſſen wird hier nichts weniger, als eine Verbeſſerung der Gründe der neueſten Tafeln unternommen: ſondern der ganze Zweck iſt zu zeigen, wie dieſe Gründe aus den Beobachtungen am kürzeſten und ſicherſten haben entdeckt werden können, und gröſtentheils würklich entdeckt worden ſind.

T. XV. F. 220, 221.

§. 1179. Ehe wir aber zur Sache ſelbſt ſchreiten wird es nicht undienlich ſeyn noch einige Betrachtungen vorauszuſenden, welche, ob ſie wohl nicht unumgänglich nothwendig ſind, doch eine mehrere Erläuterung geben, und etwan vorkommenden Zweifeln vorbeugen können. Bey der Berechnung des Laufs eines Planeten wird derſelbe, vermittelſt der von ſeinem Mittelpuncte der Fläche der Ecliptic perpendicular gezogenen Pp (*Fig.* 219.) in dieſer Fläche bey p orthographiſch entworfen; und wenn man ſich vorſtellet, daß der Planet, bey ſeinem Umlaufe um die Sonne, dieſe Pp mitnimt, ſo beſchreibet auch das Punct p in dieſer Fläche eine in ſich ſelbſt laufende krumme Linie, die der Entwurf der Bahn in eben der Fläche iſt. Es ſey NA (*Tab. XV. Fig.* 222.) ein Theil der würklichen Bahn eines Planeten, und Na ein Theil eines dergleichen Entwurfs, S die Sonne und SN die der Fläche der Bahn und der Fläche der Ecliptic gemeinſchaftliche Knotenlinie. Wenn nun der Planet ſich erſtlich in P, und ſein Entwurf in p befindet, nach einiger Zeit aber der Planet in P', und der Entwurf in p' angelanget iſt, und es werden von P, P', wie auch von p, p' nach dem Mittelpuncte der Sonne gerade Linien gezogen, ſo kan der Ausſchnitt pSp' eben ſo gut zu einem Maaſſe der Zeit dienen, welche der Planet gebraucht hat aus P in P', und ſein Entwurf aus p in p' überzugehen, als wir dieſes von dem Ausſchnitte PSP' wiſſen. Denn wenn wir noch einen andern Ausſchnitt NSP, und den Entwurf deſſelben NSp, nach Willkühr nehmen; ſo haben wir gleich Anfangs (20) geſehen, daß der Ausſchnitt NSp zu dem pSp' eben die Verhältniß haben werde, in welcher NSP zu PSP' ſtehet. Nun verhält ſich NSP zu dem PSP' wie die Zeit, welche der Planet brauchet aus N in P, und ſein Entwurf aus N in p überzugehen, zu derjenigen, welche verflieſſet, indem der Planet aus P ferner in P' und ſein Entwurf aus p in p' fortrücket. Es werden ſich alſo auch die Ausſchnitte NSp, pSp' wie dieſe Zeiten verhalten.

T. XV. F. 219.

T. XV. F. 222.

T. XV. F. 222. §. 1180. Die Schlüſſe, welche bey beſondern Umſtänden ſtatt finden, als wenn ſtatt der Ausſchnitte die ganzen von den fortgeſetzten *NA*, *Na* umſchloſſene Figuren, oder ihre Hälften genommen werden, ſind hieraus leicht zu ziehen. Und man ſiehet unter andern, daß, da die Axe der würklichen Bahn des Planeten die einzige durch *S* gehende gerade Linie iſt, welche den von derſelben umgränzten Raum in zween gleiche Theile theilet; auch der Entwurf dieſer Axe der einzige ſeyn werde, welcher bey dem Entwurfe der Bahn eine dergleichen Theilung verrichtet: ſo daß, wenn *P′* der Scheitel der Bahn nicht iſt, auch die Theile, in welche die von der fortgeſetzten *Na* umſchloſſene Figur, durch die verlängerte *p′S* zerſchnitten wird, ungleich ausfallen müſſen. Es wäre nicht ſchwer zu zeigen, daß dieſer orthographiſche Entwurf der Bahn des Planeten ebenfals eine Ellipſe ſeyn werde, die aber von der Geſtalt dieſer Bahn beträchtlich abweichet, und keinen ihren Nabel in der Sonne *S* hat. Weil aber dieſe Umſtände in die Schlüſſe, die uns gegenwärtig beſchäftigen, keinen Einfluß haben, ſo kan die Erörterung derſelben gar wohl übergangen werden.

Zu den Conjunctionen und Oppoſitionen.

§. 1181. Die zweyte Anmerkung betrift die Zuſammenkunft und den Gegenſchein zweener Planeten, oder eines Planeten und der Sonne, welche, bey der merklichen Bewegung des Lichts, von welcher weitläuftig gehandelt worden iſt, ſich gar ſelten genau an den Ort und zu der Zeit zutragen, ſo die Beobachtungen angeben. Dieſes, ſo weit es nöthig iſt, zu erleutern, wollen wir die Bahnen der Planeten wieder ſämtlich in die Fläche der Ecliptic bringen, und das Auge in den Mittelpunct der Sonne ſetzen. Wenn nun dieſes Auge *C* (*T. XV. F.* 223.) die beyden Planeten *A* und *B* an eben der Stelle des Himmels erblicken ſoll, ſo muß das von beyden ausflieſſende Licht nicht nur in eben der geraden Linie *ABC* nach *C* gehen, ſondern auch in eben dem Zeitpuncte daſelbſt anlangen. Nun erfordert der letztere Umſtand, daß das von *A* ausflieſſende Licht in eben dem Zeitpuncte bey *B* ankomme, in welchem der der Sonne nähere Planet daſelbſt eintrift, weil, wenn dieſes nicht geſchiehet, das Licht des einen Planeten, welches ſich eben ſo geſchwind beweget als das Licht des andern, gewiß eher oder ſpäter in *C* eintreffen wird. Alsdann aber kan in dem Zeitpuncte, in welchem das Licht von *A* ausgegangen iſt, der nähere Planet noch nicht in *B* ſtehen, ſondern muß um den Theil ſeiner Bahn *BD* zurück geblieben ſeyn, welchen zu beſchreiben er eben

T. XV. F. 223.

ſo viel Zeit haben muß, als das Licht braucht aus *A* in *B* zu gelangen. Dieſe *AB* iſt, wie man ſo gleich ſiehet, der Unterſchied der Entfernungen der beyden Planeten von der Sonne. Befindet ſich aber (*Tab. XV. Fig.* 224.) die Sonne *C* zwiſchen den Planeten *A*, *B* in der geraden Linie *ACB*, und man machet $CG = CB$, ſo muß, wenn das in die Sonne geſetzte Auge dieſe Planeten in der *AB* einander entgegen geſetzt ſehen ſoll, aus den angezeigten Urſachen, das Licht des mehr entfernten in eben dem Zeitpuncte bey *G* angelanget ſeyn, in welchem das Licht des nähern bey *B* von demſelben ausflieſſet. Alſo ſtehet in dem Augenblicke, in welchem *A* ſein Licht nach der *AC* ſendet, der nähere Planet noch nicht bey *B*, ſondern iſt in ſeiner Bahn um den Bogen *DB* zurück geblieben, welchen er in eben der Zeit beſchreibet, in welcher das Licht den Weg *AG* zurück leget, welcher *AG* auch nunmehro den Unterſchied der beyden Entfernungen $AC - BC$ ausmachet. Es wird alſo die Gröſſe des Winkels *DCB* in beyden Fällen auf einerley Art gefunden. Wir wiſſen, daß das Licht 8 Minuten und 7 Secunden Zeit brauche, von der Sonne bis zu uns zu gelangen, das iſt 0,135 einer Stunde. Machen wir nun dieſen Weg, das iſt, die Entfernung der Erde von der Sonne, zur Einheit, aus welcher $AC - BC$ durch *d* ausgedruckt wird, ſo wird durch $0{,}135 . d$ die Zeit angegeben, welche das Licht auf dieſem Wege *d* zubringet. Und wenn *b* den Winkel bedeutet, welchen der Planet *B* in einer Stunde um die Sonne *C* beſchreibt, ſo flieſſet aus der Proportion $1 : 0{,}135 . d = b : DCB$, die Gröſſe dieſes Winkels $DCB = 0{,}135 . bd$.

T. XV. F. 224.

§. 1182. Es folget hieraus, daß in dem Zeitpuncte, in welchem ſich der äuſſere Planet bey *A* befunden hat, die Zuſammenkunft deſſelben mit dem innern, oder ſeine Oppoſition gegen dieſen, ſich noch nicht ereignet habe; weil dieſer innere damahls nicht in *B*, ſondern etwas zurück in *D* geſtanden iſt. Es müſſen alſo, wenn eine dieſer Begebenheiten würklich erfolgen ſoll, die beyden Planeten, jeder in ſeiner Bahn, ſo lange fortrücken, bis ſie beyde in einer geraden Linie *EFC* oder *ECF* anlangen, welche vor ſich oder verlängert, durch den Mittelpunct der Sonne gehet; zu welchem Ende der äuſſere den Winkel *ACE*, der innere aber den *DCF* beſchreiben muß, welcher der Summe der beyden $ACE + DCB$ gleich iſt: und dieſes in eben der Zeit, bey deren Anfang ſich der äuſſere Planet in *A* und der innere in *D* befunden hat. Wenn aber *a* den Winkel bedeutet, welchen der äuſſere Planet in einer Stunde um die Sonne beſchreibt, gleichwie *b* die Gröſſe des in

eben

T. XV. F. 224. eben der Zeit von dem innern um eben die Spitze beſchriebenen Winkels angab, ſo iſt, weil die Bewegungen in einer ſo kurzen Zeit gleichförmig ſind, auch $b : a = DCF : BCF$. woraus folget: $b - a : a = DCF - BCF : BCF$, und wenn wir ſtatt $DCF - BCF$ den Winkel DCB ſchreiben, $b - a : a = DCB : BCF$. Dadurch wird der Winkel BCF gegeben, um welchen das Punct der wahren Zuſammenkunft oder Oppoſition E von dem Puncte der ſcheinbaren A entfernet iſt, und man kan, indem man ſtatt DCB den gefundenen Werth dieſes Winkels ſetzet, kurz ſchreiben $BCF = \frac{0,135.abd}{b - a}$.

§. 1183. Die Zeit, welche verflieſſet indem der Planet aus A in E übergehet, wird gefunden, wenn man den Winkel a, welchen der äuſſere Planet in einer Stunde beſchreibt, mit dem gefundenen BCF zuſammen hält, weil jener ſich zu dieſem, wie eine Stunde zu der geſuchten Zeit verhält, welche demnach durch $\frac{0,135.\, bd}{b - a}$ ausgedrücket wird. Es iſt dieſes die Zeit nicht bey deren Anfang der äuſſere Planet von der Sonne in A geſehen wurde, da er derſelben in der Zuſammenkunft oder im Gegenſcheine mit dem innern B erſchienen iſt, ſondern das in die Sonne geſetzte Auge hatte dieſe Erſcheinung um die ganze Zeit ſpäter, welche das Licht brauchte von A bis in C zu gelangen, welche Zeit demnach von der gefundenen abgezogen werden muß, wenn man diejenige haben will, welche ſeit dem Augenblicke der Erſcheinung bis an denjenigen verflieſſet, in welchem ſich die zween Planeten würklich in eben der Linie ABC oder ACB befinden. Wenn wir aber AC, die Entfernung des äuſſern Planeten von der Sonne, e, und BC, die Entfernung des innern, i nennen, ſo wird durch die Proportion $1 : e = 0,135 : q$, dieſe Zeit q auf $0,135.e$ geſetzt. Es iſt alſo die zwiſchen der anſcheinenden und der wahren Zuſammenkunft oder Oppoſition verfloſſene Zeit $= 0,135 \times \frac{bd}{b - a} - 0,135.e$, welcher Ausdruck gar leicht in dieſen $0,135.\frac{ae - bi}{b - a}$ verwandelt wird, wenn man ſich nur erinnert, daß $d = e - i$.

§. 1184. Nun ſind aber zu den Planeten die Winkel BCF ſehr klein, und eben die Bewandniß hat es auch mit den eben angegebenen Zeiten. Wenn wir den Jupiter und die Erde zu einem Beyſpiele nehmen, ſo iſt, wenn die Entfernung der Erde von der Sonne i auch nunmehro zur Einheit gemacht wird, *T. XV. F.* 224. $e = 5{,}2$, und alſo $d = 4{,}2$; der Winkel b aber hält 148 Secunden, und der a, welchen Jupiter in einer Stunde um die Sonne beſchreibt, hat deren 12. Alſo iſt $b - a = 136$, und $\frac{0{,}135}{136} = 0{,}001$; bd aber iſt $= 621{,}6$, und folgends $\frac{0{,}135 \cdot bd}{b - a} = 0{,}001 \times 621{,}6 = 0{,}621$, welche Zahl den Winkel BCF angiebt, wenn man ſie durch $a = 12$ multipliciret, wodurch 7,45 Secunden kommen, das iſt, etwas weniger als $7\frac{1}{2}$. Ferner aber giebt $0{,}135 . e = 0{,}135 \times 5{,}2 = 0{,}702$, welche Zahl gröſſer iſt, als die 0,621, von welcher ſie abgezogen werden ſoll. Wird alſo die letztere von der erſtern weggenommen, ſo bleibt 0,081, welche Zahl die Theile einer Stunde angiebt, um welche ſich die Zuſammenkunft oder Oppoſition eher zuträgt, als ſie dem in die Sonne geſetzten Auge erſcheinet, und dieſe Zeit beträgt etwas weniger als 5 Minuten. Der Schluß, welcher hieraus folget, iſt, daß der Ort und die Zeit, in welcher ein in die Sonne geſetztes Auge zween Planeten in ihrer Zuſammenkunft oder Oppoſition ſiehet, ohne Bedenken für diejenigen angenommen werden können, in welchem ſie ſich würklich in dem einen oder dem andern dieſer Stände befinden. Und es ſind aus dieſer Berechnung auch diejenigen Fehler zu ermeſſen, die da begangen werden, wenn man die Zeit und den Ort, in welchem die Erde einen Planeten in ſeiner Zuſammenkunft mit der Sonne, oder in ſeiner Oppoſition gegen dieſelbe ſiehet, für den Ort der wahren Zuſammenkunft oder Oppoſition annimmt. Es ſind aber auch, vermittelſt der gebrauchten und erläuterten Gründe, die Verbeſſerungen zu entdecken, welche dieſe Fehler, wenn ſie zu groß ſcheinen ſollten, völlig heben können.

Entdeckung der Knotenlinie.

§. 1185. Die Lage der Knotenlinie in der Fläche der Ecliptic zu entdecken, wird zu der Zeit, wenn der Planet dieſer Fläche ſehr nahe iſt, ſeine geocentriſche Breite etliche Tage nach einander beobachtet, welches am füglichſten geſchehen kan, indem er durch den Mittagskreis gehet, da denn der Augenblick, in welchem dieſes geſchiehet, mit anzumerken iſt. Hat man nun zwo, drey, oder mehrere ſolche Breiten, mit dem zu jeder gehörigen Zeitpuncte: ſo ſtellet man die Tåge, in welchen die Beobachtungen gemacht worden ſind, durch die gleichen Theile einer geraden Linie *AB*, *BC*, *CD* (*Tab. XV. Fig.* 225 226.) und ſo weiter vor, die ferner in Stunden und die gewöhnliche Theile der Stunden getheilet werden können. An die Puncte dieſer geraden Linie, ſo die Zeitpuncte vorſtellen, in welchen die Beobachtungen geſchehen ſind, *F*, *G*, *H* ſetzet man die Linien *Ff*, *Gg*, *Hh* der *AE* perpendicular, und giebt jeder derſelben, aus einem in ſchicklicher Gröſſe angenommenen Maaßſtabe, ſo viele Theile, als viele Secunden die Breite in dieſem Zeitpuncte ausmachten. Da nun in dem Zeitraume, in welchem alle dieſe Beobachtungen gemacht worden, das Auge ſich beynahe in eben der Fläche befunden hat, in welcher ſich der Planet beweget, ſo können, wenn der Puncte *f*, *g*, *h* mehrere ſind als zween, die übrigen, von der durch den erſten *f* und letzten *h* gezogenen geraden Linie *fh* kaum merklich abweichen. Iſt aber dieſes, ſo wird durch das Punct *I* der Linie *AH* der Zeitpunct, in welchem ſich der Planet ohne einige Breite in der Fläche der Ecliptic befunden hat, ſogleich angegeben, und es iſt gar leicht auf dieſe Zeichnung eine Rechnung zu gründen, bey welcher man ſich der Puncte *g*, *h*, die dem *I* zunächſt liegen, vorzüglich bedienet. Solte ſich bey der durch die Puncte *f*, *g*, *h* laufenden Linie aber doch einige Krümmung zeigen, welche nicht als eine Würkung der bey dergleichen Beobachtungen kaum gänzlich zu vermeidenden Fehler angeſehen werden kan; ſo würde dieſe durch die Puncte *f*, *g*, *h* mit aller möglichen Sorgfalt gezeichnete krumme Linie das geſuchte Punct *I* ebenfals entdecken: und wenn es ſich der Mühe verlohnet, ſo giebt es Mittel auch auf dieſen Fall eine Rechnung anzuwenden, deren Gründe ich, nach verſchiedenen andern, an ſeinem Orte (*) gegeben habe.

T. XV. F. 225, 226.

§. 1186. Nachdem dergeſtalt der Zeitpunct entdecket worden, in welchem der Planet durch die Knotenlinie gegangen, und folgends dem Mittelpuncte der Sonne in einem ſeiner Knoten erſchienen iſt: ſo darf man nur die aus eben dem Puncte geſehene Länge des Planeten, welche er in dieſem Zeitpuncte hatte, nach der gegebenen Anweiſung (1171) aus den Tafeln berechnen, als welche zugleich die Länge deſſelben Knoten ſeyn wird. Will man den Tafeln nicht völlig trauen, ſo kan der Ort des Knoten in der Ecliptic entdeckt werden, wenn man zu eben dem Zeitpuncte, in welchem der Planet ſich in demſelben befunden hat, auch den Win-

---

(*) Elem. Calc. Int. P. I. §. 44.

Winkel bey der Erde STp (*Fig.* 220, 221), welcher in dem gegenwärtigen Falle, da ſich der Planet in der Fläche der Ecliptic befindet, zugleich der STP iſt, aus den Beobachtungen ſchlieſſet. Man weiß alsdenn den Ort der Erde in der Ecliptic, und ihre Entfernung von der Sonne ST, aus den Sonnentafeln, die immer viel genauer ſind als alle übrigen, und kan auch SP oder Sp mit einer ſtarken Zuverſicht aus den Tafeln für den Planeten nehmen, weil die meiſten bey ihrem Umlaufe um die Sonne ihre Entfernung von derſelben ſo gar ſehr nicht ändern. Alsdenn aber wird aus dem Winkel STp, und aus den beyden Seiten TS und Sp, der Winkel SpT geſchloſſen, wodurch auch TSp, der dritte Winkel des Dreyecks STp, bekannt wird, welcher dienet die Knotenlinie Sp in Anſehung der ST richtig anzuſetzen. *T. XV. F.* 220, 221.

§. 1187. Das ſicherſte aber iſt, wenn auſſer der Zeit des Durchgangs des Planeten durch ſeine Knotenlinie, man auch den Zeitpunct weiß, in welchem er ſich kurz vor oder nach dieſem Durchgange in der Oppoſition mit der Sonne befunden hat. Denn es iſt alsdenn der Punct der Ecliptic T, in welchem ſich die Erde zur Zeit dieſer Oppoſition befunden hat, ſehr genau bekant, und man kan ohne grobe Fehler den kleinen Winkel TSp, welchen der Planet in der bekanten Zeit des Uebergangs von dem Puncte der Oppoſition bis zum Knoten, oder von dieſem zu jenem, in der Fläche der Ecliptic beſchrieben hat, aus den Tafeln nehmen, oder auch zur Entdeckung dieſes Winkels TSp ſich der Sp bedienen. Eben ſo wird auch verfahren, wenn ſtatt des Augenblicks der Oppoſition, der Zeitpunct der Zuſammenkunft des Planeten mit der Sonne aus den Beobachtungen geſchloſſen werden kan, wozu der Durchgang der Venus und des Mercurs durch die Sonnenſcheibe die ſchönſte Gelegenheit giebt: da die heliocentriſchen Breiten, welche zur Entdeckung des Zeitpuncts erfordert werden, in welchem der Planet durch den Knoten ſeiner Bahn gegangen iſt, auf der Sonnenſcheibe gar genau genommen werden können, und die Zuſammenkunft ſichtbar gemacht wird, wenn man durch den Mittelpunct dieſer Scheibe eine Linie der Fläche der Ecliptic perpendicular zeichnet. Solte ſich der Fall ereignen, bey welchen der Planet, bey ſeiner Oppoſition oder Zuſammenkunft mit der Sonne, ohne einige Breite erſcheinet: ſo würde das Punct der Ecliptic, bey welchem die Erde zu der Zeit aus der Sonne geſehen wird, zugleich der Ort des Planeten und des Knotens ſeiner Bahn ſeyn, und alle weitere Rechnung wegfallen.

Neigung der Fläche der Bahn gegen die Fläche der Ecliptic.

T. XV. F. 227. §. 1188. Wenn nun *NT*, (*Tab. XV. Fig.* 227.) die Knotenlinie der Bahn des Planeten, entdecket iſt, ſo wird ferner die Neigung der Fläche dieſer Bahn gegen die Fläche der Ecliptic alſo gefunden. Man erwartet die Zeit, in welcher ſich die Erde *T* in dieſer Knotenlinie, der Planet aber auſſer derſelben in *P* befindet, von welchem Puncte die *Pp* der Fläche der Ecliptic *NTp* perpendicular fällt, und alſo in dieſer den Planeten bey *p* entwirft. Wird nun von *T* in der Fläche der Ecliptic die *Tp*, und in der Fläche der Bahn des Planeten *NPT* die *TP* gezogen, ſo iſt *PTp* die geocentriſche Breite des Planeten, welche durch die Beobachtung ausgemacht werden muß: zuſamt deſſen geocentriſche Länge, welche eben die Beobachtung giebet. Aus dieſer Länge und dem Orte des Knotens *N* wird der Winkel *NTP* geſchloſſen, welcher die Entfernung des Puncts *p* von dem Knoten angiebt. Alsdenn iſt in der bey *p* rechtwinklichten dreyſeitigen Ecke *PNTp*, zu welcher man ſich leicht ein rechtwinklichtes Kugeldreyeck einbilden kan, die Seite *PTp* ſamt der *NTp* gegeben, und es wird der jener entgegengeſetzte Winkel geſucht, welchen die zwo Flächen *PNT*, *TNp* mit einander einſchlieſſen. Dieſen aber entdecket die unter den Regeln für die Kugeldreyecke ſtehende Proportion; $\textit{ſin}\, NTp : 1 = \tan PTp : \tan PNp$, ohne einiger Vorbereitung, und man ſiehet aus derſelben zugleich, daß wenn der Winkel *NTp* gerade iſt, und alſo $\textit{ſin}\, NTp = 1$, auch ſeyn werde $PTp = PNp$; wiewohl dieſes auch für ſich klar iſt.

Lage der Apſidenlinie.

§. 1189. Wenn verſchiedene heliocentriſche Längen eines Planeten, welche er zu gewiſſen Zeiten gehabt hat, durch die zu dieſen Zeiten beobachtete Oppoſition oder Conjunction deſſelben mit der Sonne, bekant ſind; ſo finden ſich unter denſelben öfters zwo, durch welche die Lage der Apſidenlinie dieſes Planeten, oder des Entwurfs derſelben in der Fläche Ecliptic, eben ſo entdeckt werden kan, wie dieſes bey der Apſidenlinie der Erdbahn geſchehen konte. Wenn nehmlich zwo Oppoſitionen gewählet werden; und es wird von dem zwiſchen beyden verfloſſenen Zeitraume die ganze Zeit des Umlaufs des Planeten ſo oftmals abgezogen, als dieſes geſchehen kan, um dadurch den Zeitpunct zu entdecken, in welchem der Planet das leztemal aus der Sonne an eben der Stelle des Sternhimmels geſehen werden konte, welche er zur Zeit der erſtern Oppoſition einzunehmen geſchienen: man findet aber, daß die von dieſem bis an den Zeitpunct der lezten Oppoſition verfloſſene Zeit genau die Hälfte der Zeit des ganzen Umlaufs

ſey,

ſey, ſo haben ſich dieſe Oppoſitionen gewiß in der Linie der Apſiden ereignet. T. XV. F. 227. Iſt die nach dem Abzuge ſo vieler ganzen Umläufe, als deren in der zwiſchen den zwo Oppoſitionen verfloſſenen Zeit enthalten waren, übergebliebene Zeit t kleiner als $\frac{1}{2}T$, die Hälfte der Zeit des ganzen Umlaufs, ſo hat der Planet zur Zeit der zweyten Oppoſition ſeine Apſidenlinie bereits verlaſſen, und dieſe ſtehet weiter zurück. Iſt aber die Zeit t gröſſer als $\frac{1}{2}T$, ſo hatte er dieſelbe zur Zeit dieſer zweiten Oppoſition noch nicht erreichet: und wenn nunmehro in der 218ten Zeichnung ABP die Bahn des Planten um die Sonne in S, und die verlängerte AP die Apſidenlinie bedeutet, die Puncte d, f aber, welche das in die Sonne geſetzte Auge mit den Puncten der Ecliptic D, F vor einerley hält, ſind diejenigen, in welchen ſich der Planet in den Augenblicken der zwo Oppoſitionen befunden hat: ſo läſſet ſich immer aus der Gröſſe des Unterſchiedes $\frac{1}{2}T - t$, oder $t - \frac{1}{2}T$ die Gröſſe des Winkels DSa ohngefähr beurtheilen. Wird nun dieſer Winkel klein genug gefunden, ſo wird das Maaß derſelben durch eben die Regel entdecket, welche zur Berichtigung der Apſidenlinie der Sonne gebraucht werden konte (1149), und dadurch die Lage der ap auch in dem gegenwärtigen Falle genau genug beſtimmet.

§. 1190. Es wird nehmlich die Lage dieſer Linie ap durch das Punct der Ecliptic D oder F angegeben, bey welchem der Planet zur Zeit der einen oder der andern Oppoſition aus der Sonne geſehen worden iſt, deſſen Länge mit derjenigen, die die Erde in eben dem Zeitpuncte hatte, völlig übereinkomt. Weil aber der Anfang der Ecliptic an dem Sternhimmel immer von Morgen bis gegen Abend zurückgehet, ſo muß auf dieſe Veränderung, die ſich in der zwiſchen den zwo Beobachtungen verfloſſenen Zeit zugetragen hat, gleichfals gerechnet, und dadurch dieſer Anfang an ein unbewegliches Punct gebunden werden. Dieſes geſchiehet am füglichſten, wenn man der Länge, welche der Planet zur Zeit der erſten und ältern Oppoſition hatte, den kleinen Bogen zuſetzet, um welchen der Anfang der Ecliptic, in der zwiſchen den zwo Oppoſitionen verfloſſenen Zeit gegen Abend fortgerücket iſt, und durch die Summe die damalige Länge deſſelben aus dem Puncte des Sternhimmels beſtimmet, bey welchem ſich zur Zeit der zweyten Oppoſition der Anfang der Ecliptic befunden hat. Eben die Vergleichung muß auch ſonſt überall geſchehen, wenn die Zeiten der Beobachtungen beträchtlich von einander verſchieden ſind, und alsdenn iſt die Zeit des periodiſchen Umlaufs, wenn aufs ſtrengſte verfahren werden ſoll, hier nicht nach dem beweglichen Anfange der Ecliptic, ſondern nach

T. XV. F. 227. den unbeweglichen Fixſternen zu rechnen. Mit den Zuſammenkünften der Planeten und der Sonne aber, wird, wenn ſie ſtatt der Oppoſitionen gebraucht werden ſollen, wie mit dieſen, verfahren.

Entdeckung der größten Vergleichung.

§. 1191. Die größte Vergleichung, welche vor ſich die Eccentricität und die ganze Geſtalt der Bahn eines Planeten angiebt, wird durch die vermittelſt der Beobachtung der Oppoſitionen und Zuſammenkünfte beſtimte Stellen, in welchen der Planet zu gewiſſen Zeiten aus dem Mittelpuncte der Sonne zu ſehen war, ebenfals unmittelbar gegeben, wenn man deren eine hinlängliche Anzahl hat. Man wählet unter dieſen Stellen zwo, bey welchen die Geſchwindigkeit, mit welcher er ſich um die Sonne bewegte, die mittlere war. Da es hiebey eben nicht auf Puncte ankömt; und die Theile der Bahn eines jeden Planeten, welche er einem in die Sonne geſetzten Auge mit einer Geſchwindigkeit zu beſchreiben ſcheinet, die von ſeiner mittlern Geſchwindigkeit nicht merklich verſchieden iſt, eine beträchtliche Gröſſe haben; ſo iſt die Richtigkeit, mit welchen die Tafeln dieſe Stellen angeben, zu dem gegenwärtigen Zwecke immer hinlänglich: und man kan ſetzen der Planet habe ſich zur Zeit der einen Beobachtung in *B*, zur Zeit der andern aber in *D* der 213ten Zeichnung befunden, welche in dem vorhergehenden hinlänglich erkläret iſt. Alsdenn werden die Längen dieſer Puncte *B*, *D* durch die Beobachtungen gegeben, deren Unterſchied den Winkel *BSD* miſſet, welcher doppelt ſo groß iſt, als die wahre Anomalie des Planeten *ASB*. Aus den Zeitpuncten aber, in welchen der Planet der Sonne bey *B* und *D* erſchienen iſt, wird die Zeit geſchloſſen, welche er gebraucht hat den Winkel *BSD* zu beſchreiben, und es kan der Winkel berechnet werden, welchen er in dieſer Zeit mit ſeiner mittlern Bewegung um *S* beſchrieben haben würde. Dieſer Winkel iſt, wie man leicht ſiehet, doppelt ſo groß als die zu dem Puncte *B* gehörige mittlere Anomalie. Es iſt alſo zu dieſer Stelle *B* des Planeten, ſowohl die wahre als auch die mittlere Anomalie zu entdecken, und man kan, durch den Abzug jener von dieſer, die zu eben dem Puncte *B* gehörige Vergleichung finden, welche die größte aller zu eben dem Planeten gehörigen Vergleichungen ſeyn wird. Es iſt kein Fehler zu befürchten, wenn die beobachteten Stellen des Planeten genau diejenigen ſind, welche in der Zeichnung bey *B* und *D* angegeben werden. Weil aber nicht zu hoffen iſt, daß dieſes ſogleich zutreffen werde, ſo kan man, wenn mehrere Beobachtungen vorhanden

handen ſind, deren zwo andere eben ſo behandeln, und alsdann wieder zwo andere, bis ſie endlich ſämtlich gebraucht worden ſind. Die dergeſtalt herausgebrachte Vergleichungen können nicht gröſſer ſeyn, als die geſuchte allergrößte; und von dieſer weicht die größte der gefundenen gar nicht, oder doch am wenigſten ab. T. XV. F. 227.

Uebergang zur Eccentricität.

§. 1192. Da nun aus der größten Vergleichung der Bahn eines Planeten die Eccentricität derſelben geſchloſſen werden kan, indem die dazu (1138) angegebene Regel $e = ſin\ \frac{1}{2}æ$, ſamt der Verbeſſerung des dadurch herausgebrachten, überall hinlänglich ſind: ſo kan zwar die Geſtalt und die Lage der Bahn eines jeden, vermittelſt des bisher gezeigten, berichtiget werden. Es ſind aber die dazu nothwendigen Beobachtungen nicht immer in der Gewalt des rechnenden Forſchers, und dieſes hat die Aſtronomen gezwungen, auch anderen Wegen, die zu dem vorgeſetzten Ziele führen möchten, nachzuſpüren. Derſelben ſind verſchiedene, bey deren einem immer andere Dinge, Zeiten, Längen, Winkel, als bekant vorausgeſetzt werden, dann bey andern. Wir können uns aber hier an der einzigen Anweiſung begnügen, welche aus dreyen von dem Mittelpuncte der Sonne geſehenen Stellen eines Planeten in ſeiner Bahn, und aus der Zeit, zu welcher er ſich in jeder derſelben befunden hat, die Geſtalt dieſer Bahn, die Lage der Linie ihrer Apſiden, ſamt einem Zeitpuncte, in welchem er ſich in derſelben befunden hat, zu entdecken lehret: welche mit Recht dem übrigen vorgezogen wird, wo ſie nur angewendet werden kan. Es ſind, wie bereits angemerket worden iſt, die vermittelſt dieſer Anweiſung zu entdeckenden Dinge meiſtentheils bekant, und es iſt den gegenwärtigen Aſtronomen nur um die Verbeſſerung desjenigen zu thun, ſo ihnen die Vorgänger hinterlaſſen haben. Doch hoffe ich die Leichtigkeit der Sache werde mich entſchuldigen, wenn ich der Methode zu dieſer Verbeſſerung zu gelangen, ein paar geometriſche Auflöſungen vorſetze, welche aus den drey heliocentriſchen Längen des Planeten in ſeiner Bahn, und den zu dieſen Längen gehörigen Zeiten, oder der Gröſſe der geraden Linien, um welche der Planet in dieſen Zeitpuncten von der Sonne entfernet geweſen iſt, die Geſtalt und Lage dieſer Bahn mit gar geringen Fehlern entdecken würden, wenn uns auch von dieſen geſuchten Dingen gar nichts bekant wäre.

Geometriſcher Weg zu dem geſuchten.

T. XVI. F. 228.

§. 1193. Die erſte dieſer Auflöſungen iſt auf die Vergleichung des Wardus gegründet, welche zu der gegenwärtigen Abſicht eine hinlängliche Richtigkeit hat. Wenn *PCAE* (*Tab. XVI. Fig.* 228.) die elliptiſche Bahn des Planeten vorſtellet, und bey derſelben *AP* die Linie der Apſiden, *S* die Sonne, und *F* der andere Nabel iſt: ſo wird nach dieſer Lehre die Zeit, in welcher der Planet von dem Puncte *C* ſeiner Bahn in *A* gelanget, durch den Winkel *CFA* ausgedruckt, und diejenige, in welcher er von *D* bis in *A* fortrücket, durch den Winkel *DFA*. Demnach wird auch die Zeit, in welcher der Planet aus *C* in *D* übergehet, durch den Winkel *CFD* angegeben, und diejenige, in welcher er ferner von *D* den Theil ſeiner Bahn *DE* beſchreibt, durch den *DFE*. Sind nun *C*, *D*, *E* die drey vermittelſt ihrer Längen gegebenen Stellen des Planeten, in deren jeder er in ſeinem bekanten Zeitpuncte aus der Sonne *S* geſehen werden konte: ſo werden aus dieſen Längen die Winkel *CSD*, *DSE* leicht geſchloſſen, und können demnach als bekant angeſehen werden. Die Zeit aber, in welcher der Planet aus *C* in *D* übergegangen iſt, giebt den Winkel *CFD*, welchen der Planet in eben der Zeit mit ſeiner mittlern Bewegung um die Sonne beſchrieben haben würde; und der Winkel *DFE* wird durch die Zeit, in welcher er den Theil ſeiner Bahn *DE* beſchrieben hat, auf die nehmliche Weiſe gegeben. *FCS* iſt der Unterſchied der beyden Anomalien *AFC* und *ASC*, und ſo $FDS = AFD - ASD$, wie auch $FES = AFE - ASE$.

§. 1194. Wird nun um den Mittelpunct *S* mit dem Radius *SB*, welcher der Axe *AP* der elliptiſchen Bahn des Planeten gleich iſt, ein Cirkel beſchrieben, deſſen Umkreis die verlängerten *SC*, *SD*, *SE* in *M*, *N*, *R* antreffen: ſo wird, weil $SC + CM = AP = SC + CF$, die *CM* gleich der *CF*, und aus eben dem Grunde $DN = DF$, wie auch $ER = EF$. Es ſind demnach die Dreyecke *FCM*, *FDN*, *FER* gleichſchenklicht, und der Winkel *CFM* iſt die Hälfte des Winkels *SCF*, *DFN* die Hälfte des *SDF*, und *EFR* die Hälfte des *SEF*. Nun folget aus $FCS = AFC - ASC$, und $FDS = AFD - ASD$, wenn man das letztere von dem erſtern abziehet, $FCS - FDS = CFD - CSD$, und alſo $\frac{1}{2}FCS - \frac{1}{2}FDS = \frac{1}{2}CFD - \frac{1}{2}CSD$. Der Winkel *MFN* aber entſtehet aus dem *CFD*, wenn man von dieſem den *CFM* wegnimt, und darauf *DFN* zuſetzet. Alſo iſt $CFD - \frac{1}{2}FCS +$

T. XVI. F. 228. $\frac{1}{2}FDS = MFN$, welches mit dem vorigen vereiniget, giebt $CFD = MFN + \frac{1}{2}CFD - \frac{1}{2}CSD$, woraus folget $MFN = \frac{1}{2}CFD + \frac{1}{2}CSD$. Auf eben die Weiſe wird auch an der andern Seite geſchloſſen $NFR = \frac{1}{2}DFE + \frac{1}{2}DSE$, nach welchen Vorſchriften die Winkel *MFN*, *NFR* aus den bekanten *CFD*, *CSD*, und *DFE*, *DSE* ſogleich zu haben ſind, und man kan auch ſetzen $MFN = \frac{1}{2}(MSN + CFD)$, $NFR = \frac{1}{2}(NSR + DFE)$. Die Winkel *CFD*, *DFE* ſind, wie wir geſehen haben, diejenigen, welche der Planet um die Sonne mit ſeiner mittlern Bewegung in eben den Zeiten beſchreiben würde, in welcher er mit ſeiner wahren Bewegung die Winkel *CSD*, *DSE* würklich beſchreibet.

§. 1195. Wenn man von *M* nach *N* eine gerade Linie ziehet, und auf dieſe, als ſeine Sehne, den Abſchnitt eines Cirkel ſetzet, in welchem ein Winkel von der Gröſſe des *MFN* dergeſtalt angebracht werden kan, daß ſeine Spitze in den Bogen des Abſchnitts falle, indem die Seiten mit der *MN* ein Dreyeck bilden: ſo gehet dieſer Bogen nothwendig durch *F*. Und wenn man auch die Puncte *N*, *R* vermittelſt einer geraden Linie verknüpft, welche man zur Sehne eines Abſchnittes macht, in welches ein Winkel von der Gröſſe des *NFR* eben ſo geſetzt werden kan: ſo muß auch der Bogen dieſes Abſchnitts durch *F* gehen. Es ſchneiden alſo die zween Bogen einander in *F*, welches Punct der zweyte Nabel der Ellipſe iſt: und dieſes Punct kan dadurch entdecket werden, welches das einzige iſt, ſo zur Beſtimmung der Geſtalt und Lage dieſer Ellipſe erfodert wird. Die ganze Arbeit kan alſo geſchehen.

§. 1196. Man nimt eine beliebige Ebene für diejenige an, in welcher ſich der Planet um die Sonne beweget, und beſchreibet in derſelben um den Punct *S*, (*Tab. XVI. Fig.* 229.) welcher das Mittel der Sonne vorſtellen ſoll, mit einem Halbmeſſer der nicht zu groß genommen werden kan, einen Cirkel, deſſen Umkreis man von einem beliebigen Puncte *O*, in die gewöhnlichen Zeichen und Grade theilet: oder, weil durch die bekanten Mittel jede Zahl der Grade von einem Cirkelbogen abgeſchnitten werden kan, ſich nur getheilet vorſtellet. Von dieſem Puncte *O*, als dem Anfange zu den in der Fläche ſeiner Bahn gerechneten Längen des Planeten, nimt man deſſen drey beobachtete Längen würklich, und beſtimmet dadurch die Puncte *M*, *N* und *R*, wodurch ſogleich die Bogen *MN* und T. XVI. F. 229.

T. XVI. F. 229. NR gegeben werden, ſo die Winkel MSN, NSR meſſen. Man berechnet aus den mit der Zeit des ganzen Umlaufs zuſammen gehaltenen Zeiten, welche der Planet gebraucht hat aus der SM in SN, und aus SN ferner in SR überzugehen, die Winkel, welche er mit ſeiner mittlern Bewegung in eben den Zeiten beſchrieben haben würde; deren erſtern, welcher zu den Winkel MSN gehöret, wir Φ, und den zweyten zu NSR gehörigen Ψ nennen wollen, und machet $\frac{1}{2}(MSN + \Phi)$ wie auch $\frac{1}{2}(NSR + \Psi)$. Alsdenn verknüpfet man MN, und ſetzet auf die Sehne MN den Abſchnitt MGN, welcher einen Winkel von der Gröſſe des $\frac{1}{2}(MSN + \Phi)$ faſſet. Dieſes geſchiehet gar leicht. Man läßt aus S auf die MN eine Perpendicularlinie fallen, welche die MN bey H in die zwey gleiche Theile $MH = HN$ theilen wird, und machet den Winkel IMH gleich der Ergänzung des $\frac{1}{2}(MSN + \Phi)$, damit in dem rechtwinklichten Dreyecke IMH, der Winkel MIH dem $\frac{1}{2}(MSN + \Phi)$ ſelbſt gleich werde. Alsdenn iſt I der Mittelpunct zu den Bogen MGN, um welchen dieſer Bogen durch M und N beſchrieben werden muß. Auf eben die Art verfähret man auch mit der NR. Man theilet auch dieſe Sehne vermittelſt einer geraden Linie, welche derſelben aus S perpendicular fällt, bey K in die zween gleiche Theile NK und KR, und ſetzet an RK das Complement des Winkels $\frac{1}{2}(NSR + \Psi)$, aber, weil hier dieſer $\frac{1}{2}(NSR + \Psi)$ gröſſer iſt, als ein rechter Winkel, an die äuſſere Seite, damit auch nunmehro der Mittelpunct des durch N und R zu beſchreibenden Cirkelbogens NQR in L, die Spitze des rechtwinklichten Dreyecks RKL, fallen möge, von welchem NQR eine kurze Betrachtung klar machen wird, daß er allerdings mit der NR den Abſchnitt NQR bilde, welches einen Winkel von der Gröſſe des $\frac{1}{2}(NSR + \Psi)$ faſſet. Da alſo die Bogen MGN, NQR beyde durch den Nabel der Ellipſe F gehen, und einander in denſelben durchſchneiden müſſen; ſo wird dieſer Punct F eben dadurch ſichtlich, und man kan durch denſelben und durch S die Apſidenlinie ziehen, deren Lage dadurch völlig beſtimmet wird.

§. 1197. Demnach iſt der Punct C, welcher die SF in zween gleiche Theile theilet, der Mittelpunct zu der Bahn des Planeten, von welchem die Hälfte des Halbmeſſers SM nach der einen und andern Seite der verlängerten SF getragen, in derſelben das Punct der gröſten Entfernung des Planeten von der Sonne A, und das Punct ſeiner ſtärkſten Annäherung P angiebt. Wird eben die Linie SF bis an den Cirkelkreis verlängert, ſo ſind die Puncte a, p in welchen ſie denſelben erreichet,

T. XVI. F. 229.

reichet, diejenigen, in welchen dieſe A, P aus der Sonne geſehen werden, und es wird alſo durch a die Länge des A, und durch p die Länge des P in der Fläche der Bahn des Planeten angegeben, welche beyde, wie gewöhnlich, von dem Anfange O gerechnet werden (1169). Die Zeichnung ſelbſt iſt zu dem Beyſpiele gemacht worden, welches la Caille an der Bahn des Mercurs giebt. An einem 15 Julius enthielt die Länge dieſes Planeten 5 Zeichen, 24 Grade, 30 Minuten und 54 Secunden, an dem darauf folgenden 6 Auguſt aber 8 Zeichen, 4 Grade, 54 Minuten und 57 Secunden, und dem nächſten 7 September, 11 Zeichen, 18 Grade, 1 Minute und 40 Secunden. Demnach wird der Winkel MSN durch 70 Grade, 24 Minuten und 3 Secunden, der NSR aber durch 103 Grade 6 Minuten und 43 Secunden gemeſſen. Der zwiſchen der erſten und zweyten Beobachtung verfloſſene Zeitraum von 22 Tagen aber ſetzt die durch Φ bedeutete mittlere Bewegung auf 90 Grade 2 Minuten, und die zu dem zwiſchen den 6 Auguſt und 7 September verfloſſenen Zeitraum gehörige Ψ auf $130°$, $57'$, $27''$. Demnach iſt $\frac{1}{2}(MSN + \Phi) = 80°, 13', 1''$ und $\frac{1}{2}(NSR + \Psi) = 117°, 4', 10''$. Eine nach dieſen Gründen in mäßiger Gröſſe verfertigte Zeichnung nun gab beynahe 8^s, $14°$ für die Länge des A, welche la Caille nach einer mühſamen Rechnung auf 8^s, $13°$, $53'$, $57''$ ſetzet. Die Eccentricität aber, welche nach eben der Rechnung 0,208843 der mittlern Entfernung des Planeten von der Sonne beträgt, ſchien in der Zeichnung 0,2115 eben der mittlern Entfernung zu enthalten; welches eine Uebereinſtimmung iſt, die kaum zu erwarten war.

Ein anderer Weg.

T. XVI. F. 228.

§. 1198. Die zweyte Auflöſung, zu welcher auſſer den Winkeln CSD (*Tab. XVI. Fig.* 228.) und DSE auch die Linien CS, DS, ES bekant ſeyn müſſen, um welche der Planet von der Sonne entfernet war, als er erſtlich bey C, darauf bey D und endlich bey E beobachtet wurde, konte nicht gebraucht werden, wenn nicht Mittel da wären, dieſe Entfernungen zu entdecken. Erweget man aber, daß wenn die kleinen Abweichungen bey Seite geſetzt werden, mit welcher ein Planet durch die anziehende Kraft der übrigen Weltkörper von dem Wege abgebracht wird, welchen er auſſerdem um die Sonne nehmen würde; dieſer Planet, nachdem er einen oder etliche ſeiner Umläufe ganz vollendet hat, ſich wieder genau bey eben dem Puncte ſeiner Bahn befindet, bey welchem er dieſe Umläufe anfieng; ſo biethet ſich dieſes Mittel ſogleich dar. Denn es iſt daraus zu ſchlieſ-

T. XVI. F. 229. ſen, daß auch das in der Fläche der Ecliptic liegende Punct, in welchem die Stelle, welche der Planet bey dem Ende ſeines Umlaufs in ſeiner Bahn einnimt, orthographiſch entworfen wird, mit dem Entwurfe desjenigen, bey welchem er dieſen Umlauf angefangen hat, beynahe völlig einerley ſeyn, und alſo dieſer Entwurf durch die Stellen, welche der Planet beym Anfange und beym Ende ſeines Umlaufs einnahm, in der That kennbar und ſichtlich werde, in welchen Zeitpunct man auch den Anfang oder das Ende dieſes Umlaufs geſetzt haben mag. Was aber die Erde anlangt, die ihren Umlauf in einer ganz andern Zeit verrichtet als der Planet, ſo wird immer der Punct der Ecliptic, bey welchem ſie ſich in dem zum Anfange des Umlaufs des Planeten gemachten Zeitpuncte befunden hat, von demjenigen, welchen ſie am Ende deſſelben einnimt, mehr oder weniger entfernet ſeyn. Dieſes kan dienen, die drey Entfernungen des Planeten von der Sonne, ſamt den Winkeln, welche dieſe Linien mit einander einſchlieſſen, zugleich zu entdecken.

T. XVI. F. 230. §. 1199. Denn wenn das Punct der Ecliptic *p* (*Tab. XVI. Fig.* 230.) der kentbare Entwurf des Planeten beym Anfange und beym Ende des angenommenen Umlaufs iſt, und es ſtehet die Erde bey dem erſten dieſer Zeitpuncte in *T*, bey dem letztern aber in *V*, ſo ſind die Stellen dieſer Puncte *T* und *V* völlig bekant: das iſt, wir wiſſen aus den zum Umlaufe der Erde berichtigten Tafeln die Verhältniß der Linie *TS* zur *VS*, ſamt den zwiſchen beyden enthaltenen Winkeln *TSV*: und es kan hieraus in dem Dreyecke *TSV* auch die Verhältniß der dritten Seite *TV*, zu jeder der vorigen *TS* oder *VS*, ſamt der Gröſſe der Winkel *STV*, *SVT* geſchloſſen werden. Iſt nun die geocentriſche Länge des Planeten oder des Puncts *p* durch Beobachtungen entdecket worden, ſowohl da ſich die Erde bey *T* befand, als auch indem ſie, mit Verflieſſung der Zeit des Umlaufs des Planeten, in *V* übergegangen iſt: ſo wird vermittelſt der erſten dieſer Längen, und dem bekanten Orte der Sonne der Winkel *STp* gegeben, und aus dieſem, ſamt dem bekanten *STV*, der *VTp* geſchloſſen: aus der zweyten geocentriſchen Länge des Planeten aber, welche die Beobachtung angab, als ſich die Erde in *V* befand, und der damahligen Länge der Sonne, bekomt man den Winkel *SVp*, welcher in der gegenwärtigen Zeichnung von dem ebenfals bekanten *SVT* abgezogen, den *TVp* übrig läßt. Dadurch werden in dem Dreyecke *TVp* alle Winkel bekant, die Seite *TV* aber kan ebenfals als bekant angeſehen werden, weil man ſie vermittelſt der gegebenen Verhältniß *TV* : *TS* immer aus der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne ausdrucken kan, welche als bekant angeſehen, und bey dieſen Rechnungen gemeiniglich zur Einheit gemacht wird. Alsdenn aber wird, aus den bekanten Winkeln des Dreyecks *TVp*, und aus der Seite *TV*, die *Tp* geſchloſſen, welche mit der bekanten *TS* den ebenfals bekanten Winkel *STp* einſchlieſſet, und alſo zur Entdeckung der übrigen Winkel des Dreyecks *STp*, wie auch deſſen dritter Seite *Sp*, hinlängliche Mittel an die Hand giebet. T. XVI. F. 230.

§. 1200. Die dergeſtalt herauszubringende *Sp* iſt die verkürzte Entfernung des Planeten von der Sonne; und da die Lage der Knotenlinie der Bahn dieſes Planeten als bekant vorausgeſetzt wird, ſo kan aus dem Orte derſelben, und aus dem Winkel *TSp*, auch das in der Fläche der Ecliptic genommene Argument der Breite geſchloſſen werden. Die ebenfals bekante Neigung der Fläche der Bahn des Planeten gegen die Fläche der Ecliptic giebt alsdenn auch das in jener Fläche genommene Argument der Breite, zuſamt der heliocentriſchen Breite des Planeten ſelbſt; wenn man ſich zur Entdeckung dieſer Breite nicht lieber, der zugleich mit der Länge, aus der Beobachtung geſchloſſenen geocentriſchen bedienen will: und die Regeln, zu dieſen Winkeln zu gelangen, werden aus den angegebenen (1171), vermittelſt welcher der eigentliche Ort eines Planeten in ſeiner Bahn in der Fläche der Ecliptic entworfen wird, gar leicht hergeleitet. Alsdenn giebt die verkürzte Entfernung *Sp*, mit der heliocentriſchen Breite, die wahre Entfernung des Planeten von der Sonne. Aus den zu zween Puncten der Bahn gehörigen Argumenten der Breiten aber, werden die Winkel, welche die von dieſen Puncten nach dem Mittelpuncte der Sonne laufende Entfernungen mit einander einſchlieſſen, durch eine bloſſe Subtraction des kleinern von dem gröſſern, berechnet.

§. 1201. Sind nun die drey dergeſtalt gefundenen Entfernungen des Planeten von der Sonne *CS*, *DS*, *ES*, (*Tab. XVI. Fig.* 228.) deren erſtere mit der zweyten den Winkel *CSD* einſchlieſſet, und die zweyte mit der dritten den *DSE*, welche, ſo bald ſie berechnet ſind, auch den zwiſchen der erſten und letzten dieſer Entfernungen enthaltenen Winkel *CSE* geben werden: und wir ſetzen wieder, daß die Apſidenlinie der Bahn des Planeten die *AP* ſey, deren Lage, ſamt der eigentlichen Geſtalt der Bahn *AEPC* geſucht wird: ſo komt, weil das Punct der Ecliptic *N* bekant iſt, die Beſtimmung der Lage blos darauf an, daß wir die Gröſſe des Winkels *DSA* entdecken; und ein jeder der zween andern Winkel T. XVI. F. 228.

CSA,

T. XVI. F. 228. CSA, ESA könte uns eben den Dienſt leiſten. Wir wollen uns aber an den kleinſten DSA halten, und denſelben v, den bekanten Winkel CSD aber φ, und den ebenfals bekanten DSE, ψ nennen. Wenn nun auch hier a die Hälfte der gröſſern Axe der elliptiſchen Bahn $AEPC$ bedeutet, c die Hälfte der kleinern, und e ihre Eccentricität: ſo wird aus dem allgemeinen Satze (47) $\cos v = \frac{ar - cc}{er}$, wenn wir für v den Winkel DSA, und für r die DS annehmen, dieſer beſondere: $\cos v = \frac{aDS - cc}{eDS}$. Setzt man aber für v den Winkel $CSA = \varphi + v$, zu welchem $r = CS$, ſo bekomt man $\cos(\varphi + v) = \frac{aCS - cc}{eCS}$, und eben ſo giebt $ESA = \psi - v$ die Gleichheit $\cos(\psi - v) = \frac{aES - cc}{eES}$. Jeder dieſer Ausdrücke würde die geſuchte Lage der AP angeben, wenn die Geſtalt der Bahn bekant wäre, und wir alſo c und e, aus der zur Einheit gemachten a, auszudrücken wüſten: welche Verhältniſſe demnach zuerſt entdecket werden müſſen.

§. 1202. Nun wiſſen wir, daß $\cos(\varphi + v) = \cos\varphi.\ \cos v - \text{ſin}\,\varphi.\ \text{ſin}\,v.$ und $\cos(\psi - v) = \cos\psi.\ \cos v + \text{ſin}\,\psi.\ \text{ſin}\,v$, (*) und können alſo die zwo letztern Gleichungen auch alſo anſetzen:

$$\cos\varphi.\ \cos v - \text{ſin}\,\varphi.\ \text{ſin}\,v = \frac{aCS - cc}{eCS},\ \text{und}$$

$$\cos\psi.\ \cos v + \text{ſin}\,\psi.\ \text{ſin}\,v = \frac{aES - cc}{eES}.$$

Multipliciret man aber die Glieder des erſten dieſer Sätze durch $\text{ſin}\,\psi$ und die Glieder des zweyten durch $\text{ſin}\,\varphi$, ſo wird herausgebracht:

$$\cos\varphi.\ \text{ſin}\,\psi.\ \cos v - \text{ſin}\,\varphi.\ \text{ſin}\,\psi.\ \text{ſin}\,v = \frac{aCS - cc}{eCS}.\ \text{ſin}\,\psi.\ \text{und}$$

$$\cos\psi.\ \text{ſin}\,\varphi.\ \cos v + \text{ſin}\,\psi.\ \text{ſin}\,\varphi.\ \text{ſin}\,v = \frac{aES - cc}{eES}.\ \text{ſin}\,\varphi$$

welche Gröſſen gehörig addiret geben

(cos

(*) Anal. finit. §. 433.

$$(\cos\varphi.\ \sin\psi + \cos\psi.\ \sin\varphi)\cos v = \frac{aCS - cc}{e.\,CS}.\ \sin\psi + \frac{aES - cc}{e.\,ES}.\ \sin\varphi.$$ T. XVI. F. 228.

Nun iſt $\cos\varphi.\ \sin\psi + \cos\psi.\ \sin\varphi = \sin(\varphi + \psi)$, und $\cos v = \frac{aDS - cc}{eDS}$, und es wird durch dieſe Werthe die letzte Gleichung in die folgende verwandelt:

$$\sin(\varphi + \psi).\ \frac{aDS - cc}{eDS} = \frac{aCS - cc}{eCS}.\ \sin\psi + \frac{aES - cc}{eES}.\ \sin\varphi,$$

aus welcher e ausfällt, wenn man durchaus durch dieſe Zahl multipliciret. Alsdenn kan eben die Gleichung auch alſo geſetzt werden:

$$\sin(\varphi + \psi)\,a - \sin(\varphi + \psi)\,\frac{cc}{DS} = \sin\psi.\ a - \sin\psi.\ \frac{cc}{CS} + \sin\varphi.\ a - \sin\varphi.\ \frac{cc}{ES},$$

oder auch ſo:

$$\left(\frac{\sin\Phi}{ES} + \frac{\sin\psi}{CS} - \frac{\sin(\Phi + \psi)}{DS}\right)cc = (\sin\varphi + \sin\psi - \sin(\varphi + \psi)a,$$

welcher Ausdruck verkürzt wird, wenn wir ſetzen $\frac{\sin\Phi}{ES} + \frac{\sin\psi}{CS} - \frac{\sin(\Phi + \psi)}{DS} = M$, das iſt, $\frac{\sin CSD}{ES} + \frac{\sin DSE}{CS} + \frac{\sin CSE}{DS} = M$, indem dadurch die Gleichung dieſe Geſtalt erhält: $Mcc = (\sin\varphi + \sin\psi - \sin(\varphi + \psi)a$, woraus ſogleich folget $\frac{cc}{a} = \frac{\sin\Phi + \sin\psi - \sin(\Phi + \psi)}{M}$, oder, wenn auch hier die Buchſtaben der Zeichnung gebraucht werden: $\frac{cc}{a} = \frac{\sin CSD + \sin DSE - \sin CSE}{M}$.

§. 1203. Die nach dieſer Vorſchrift herausgebrachte Linie $\frac{cc}{a}$ iſt der halbe Parameter der Ellipſe, deren Geſtalt geſucht wird; welcher demnach, da die Winkel

T. XVI. F. 228. CSD, DSE, CSE, ſamt den Entfernungen CS, DS, ES gegeben ſind, immer entdeckt werden kan. Vermittelſt dieſes Parameters, und der zur Einheit gemachten a, wird die Geſtalt der Bahn völlig beſtimmet; und es kan daraus ferner c und e geſchloſſen werden. Dadurch wird alles bekant, ſo die Gleichung $\cos v = \frac{a.DS - cc}{eDS}$ zur Berechnung des $\cos v$ erfodert, und es wird nach dieſer Vorſchrift, der $\cos v$, und vermittelſt deſſelben der Winkel $v = DSA$ immer gefunden.

Genauere Berechnung des geſuchten.

§. 1204. Es iſt immer gut, wenn der Winkel DSA oder NSa klein iſt, und die MSN, NSR von rechten Winkeln nicht ſehr abweichen. Dieſer Umſtand hat in dem (1197) behandelten beſondern Falle die Schlüſſe der Wahrheit ſo nahe gebracht, als wir geſehen haben, weil bey demſelben die Vergleichung des Wardus nur gar kleinen Fehlern unterworfen iſt. Es iſt aber dieſe Lage der drey Puncte der Ecliptic M, N und R, auch zu dem folgenden Wege vorzüglich zu wählen, welcher auf völlig richtigen Gründen beruhet, ob er wohl durch viele Umſchweife zu dem geſuchten führet. Es wird nehmlich die Eccentricität, ſamt dem Winkel NSa, als bekant angenommen, und vermittelſt dieſer Gröſſen aus dem bekanten MSN die mittlere Bewegung des Planeten geſchloſſen, welche wir oben mit Φ benennet haben (1196). Eben dieſes geſchiehet auch bey der mittlern Bewegung Ψ, welche man vermittelſt eben der für bekant angenommenen Gründe zu dem bekanten NSR ſchlieſſet. Die dergeſtalt geſchloſſenen Winkel Φ und Ψ werden alsdenn mit denen zuſammen gehalten, welche die Beobachtungen angaben, und dadurch die Fehler entdecket, um welche die angenommene Eccentricität, bey dem Winkel NSa, dieſe Φ und Ψ zu groß oder zu klein angaben; aus welchen man ſodann auf die Fehler des angenommenen zurück ſchlieſſet, und daſſelbe verbeſſert. Dieſes aber geſchiehet mit einer deſto gröſſern Richtigkeit, je ſtärker der Einfluß iſt, welchen die bey der angenommenen Eccentricität und dem Winkel NSa begangene Fehler in die daraus berechneten Φ und Ψ haben. Nun iſt dieſer Einfluß der ſtärkſte, wenn die Vergleichung, vermittelſt welcher aus der wahren Anomalie des Planeten die mittlere herausgebracht wird, die gröſte unter allen iſt, welches, wenn der Winkel NSa klein iſt, und die MSN, NSR weder ſehr ſpitzig noch ſehr ſtumpf ſind, immer beynahe ſtatt findet.

T. XVI. F. 228. §. 1205. Uebrigens wird auf dieſem Umwege nicht gezeichnet, ſondern gerechnet, und ich werde ſelbſt, bey der Erklärung deſſelben, mich der oben (1197) angezogenen Rechnung, des la Caille bedienen. Bey dem allen aber will ich im ganzen, ſtatt der Rechnung eine Zeichnung ſetzen, weil ich hoffe dadurch den Vortrag kürzer, faßlicher und gründlicher zu machen. Der Uebergang von dieſer Zeichnung auf die ausführliche Rechnung iſt ſo leicht, daß eine jede Anweiſung dazu überflüßig ſeyn würde. Zum Behuf derſelben werden zu der, vermittelſt der (1193) erklärten Zeichnung oder aus den ältern Tafeln, mit Wahrſcheinlichkeit beſtimten Stelle der größten Entfernung a zwo Gröſſen angenommen, zwiſchen welche der Winkel NSa fallen, oder denen er wenigſtens ſehr nahe kommen würde, wenn bey der Beſtimmung des Puncts a ganz und gar kein Fehler obwaltete. Dieſe Winkel mögen in dem gegenwärtigen Falle, der kleinere 8 und der gröſſere 9 Grade zu ihrem Maaſſe haben, wiewohl unſere Zeichnung erlaubet, jenen beträchtlich gröſſer anzunehmen, ohngefähr von 30 oder 45 Minuten über acht Grade: wir bleiben aber fürs erſte bey den vollen 8 Graden. Eben ſo wird auch die Gröſſe der Eccentricität nach den wahrſcheinlichſten Gründen die man haben kan, zum erſten Verſuch auf 0,205 geſetzt, für welche Zahl wir der Kürze wegen e ſchreiben wollen. Wird nun auch die dadurch, daß man den Winkel NSa auf 8 Grade geſetzt hat, beſtimte Lage der Apſidenlinie als ganz richtig angenommen, ſo wird NSa zur wahren Anomalie des Puncts N, und es iſt aus derſelben, vermittelſt des bekanten Winkels MSN die wahre Anomalie leicht zu ſchlieſſen, welche man dem Puncte M zuſchreiben muß. Man berechnet die zu jeder dieſer Anomalie gehörige mittlere, nach den erklärten, völlig richtigen Gründen, und nimt in dem Falle, welchen die Zeichnung vorſtellet, den Ueberſchuß der gröſſern über die kleinere. Dieſer Ueberſchuß, welcher in unſerm gegenwärtigen Falle 90°, 7′ 57″ ausmachet, giebt die zur wahren Bewegung des Planeten aus der Linie SM in die SN gehörige mittlere, indem er nehmlich den Winkel miſſet, welchen der Planet mit ſeiner mittlern Bewegung um die Sonne in eben der Zeit beſchrieben haben würde, in welcher er den Winkel MSN würklich beſchrieben hat. Nun konte dieſe mittlere Bewegung aus den Beobachtungen geſchloſſen werden, und wir haben geſehen, daß ſie nicht mehr als 90 Grade und 2 Minuten betrage. Es iſt alſo die berechnete um 5 Minuten 57 Secunden zu groß, welches ein gewiſſes Zeichen giebt, daß die angenommenen Gründe $e = 0{,}205$, und $NSa = 8°$, nicht beyde richtig ſeyn können. Indeſſen wird der entdeckte Fehler von 5′, 57″,

T. XVI. F. 228. um welche die Rechnung zu viel gab, angemerket. Man ſetzet nunmehro den Winkel *NSa* auf 9 Grade, und wiederholet zu eben der Eccentricität $e = 0{,}205$ die ganze Rechnung, um die mittlere Bewegung herauszubringen, welche bey dieſer Gröſſe des Winkels *NSa*, und der dadurch beſtimten Lage der Apſidenlinie *ap*, der wahren Bewegung des Planeten aus der *SM* in die *SN*, zukömt. Dieſe wird von 89°,40′,26″ gefunden, welche von eben den aus der Beobachtung geſchloſſenen 90 Graden und 2 Minuten um 21 Minuten 34 Secunden zurück bleibt. Auch dieſer Fehler von 21′, 34″, um welche die zweyte Rechnung zu wenig gegeben hat, wird angemerkt.

T. XVI. F. 231. §. 1206. Nun wird eine gerade Linie *AB* (*Tab. XVI. Fig.* 231.) von ſchicklicher Gröſſe angenommmen, welche beyderſeits nach Belieben verlängert werden kan. Dieſe *AB* ſoll in dem gegenwärtigen Beyſpiele den Grad bedeuten, um welchen (*Fig.* 228.) die zwo angenommene Längen des Puncts der größten Entfernung des Planeten *a*, dadurch, daß erſtlich geſetzt wurde $NSa = 8°$, und zweytens $NSa = 9°$, von einander verſchieden werden: und man könte hier zu *A* die Zahl 8°, und zu *B*, 9° ſchreiben. Denn in andern Fällen kan, wie man leicht ſiehet, die Zahl der in *AB* enthaltenen Minuten von der gegenwärtigen verſchieden ſeyn, und *A*, *B* können ganz andere Puncte bedeuten. Dieſe *AB* kan in ihre Minuten und deren Theile zerfället werden, wenn man dieſe Theilung nicht lieber aus einem Maaßſtabe nehmen will. Durch *A* und *B* werden der *AB* andere Linien perpendicular gezogen, und auf die erſte wird in *AC*, aus eben dem oder einem andern Maaßſtabe, der Fehler von 5′, 57″ geſetzt, um welchen der auf 8 Grade geſetzte Winkel *NSa* die mittlere Bewegung zu groß angab; auf die zweyte aber in *BD* der von 21′, 34″, um welche die mittlere Bewegung zu klein ausfällt, wenn man eben dieſem Winkel *NSa* die Gröſſe von 9 Graden zuſchreibt, und zwar an die der vorigen *AC* entgegen geſetzte Seite, weil dieſer letztere Fehler die mittlere Bewegung nicht vermehret, ſondern vermindert. Die durch die Puncte *C*, *D* zu ziehende gerade Linie wird die *AB* bey dem Puncte *E* ſchneiden, in welches, bey der angenommenen Eccentricität *e*, der Punct der größten Entfernung des Planeten von der Sonne geſetzt werden muß, wenn den beyden erſtern Erſcheinungen deſſelben bey *M* und *N* ein Genüge geſchehen ſoll: und man kan in unſerer Zeichnung die Entfernung dieſes Puncts *E* von dem *A* leicht finden. Es enthält dieſe *AE* 12 Minuten und 59 Secunden; wodurch der Winkel *NSa* auf 8°, 12′, 59″ geſetzt wird.

T. XVI. F. 231.

§. 1207. Es iſt aber nicht genug, daß der alſo gefundene Ort der größten Entfernung die aus den zwo erſtern Beobachtungen geſchloſſene mittlere Bewegung richtig angebe. Er muß, wenn er völlig richtig ſeyn ſoll, eben dergleichen auch bey der mittlern Bewegung leiſten, welche die zweyte Beobachtung, mit der dritten zuſammen gehalten, angiebt, und es iſt nachzuforſchen, ob dieſes zutreffe oder nicht. Zu dem Ende wird noch zu eben der Eccentricität e, aber zu der vermittelſt des Puncts E in der 231ſten Zeichnung entdeckten Stelle der größten Entfernung, der Winkel berechnet, welchen der Planet in der Zeit, in welcher er aus der SN in die SR der vorigen 228ſten übergehet, mit ſeiner mittlern Bewegung um die Sonne beſchreiben würde: welches vollkommen ſo geſchiehet, wie gleich Anfangs gezeiget worden iſt. Man ſuchet nehmlich die zu der wahren Anomalie $NSa = 8^\circ, 12', 59''$ gehörige mittlere: und, da durch eben den NSa und den bekanten Winkel NSR, auch RSa gegeben wird, welcher RSa dadurch, daß man den Punct a als richtig geſetzt anſiehet, die wahre Anomalie zu dem Puncte R wird, ſo berechnet man auch zu dieſer Anomalie die mittlere: beydes nach den völlig richtigen Gründen. Die Summe der zwo mittlern Anomalien iſt alsdenn die geſuchte mittlere Bewegung zu dem Winkel NSR, welchen der Planet würklich um die Sonne beſchrieben hat. Sie wird 130 Graden und 18 Secunden gleich gefunden, und iſt alſo beträchtlich kleiner als die von $130^\circ, 57', 27''$, welche die Beobachtungen angeben. Dieſes zeiget, daß E der Ort der größten Entfernungen nicht ſey: indeſſen wird auch der hiebey entdeckte Fehler von $57', 9''$ angemerkt, und durch die der AB perpendicular gemachte EF vorgeſtellt.

§. 1208. Hieraus wird geſchloſſen, daß die angenommene Eccentricität $e = 0{,}205$ unmöglich allen drey Beobachtungen zugleich ein Genügen leiſten könne. Man verändert alſo dieſelbe und ſetzet ſtatt der vorigen $e' = 0{,}21$. Hierauf fängt man die Arbeit von vorne an, und ſucht zu eben den Puncten A und B, davon jenes das Ende des achten, und dieſes das Ende des neunten Grades bedeutet, das Punct G auf eben die Art, nach welcher E zu eben den Puncten A, B, bey der Eccentricität e entdeckt worden iſt, welches man von dem B um 12 Minuten und 43 Secunden entfernet finden wird. Da AE nur etwas weniges mehr, nehmlich $12'$ und $59''$ enthält, ſo iſt beynahe $EG = AB$, und genau $EG = 59', 44''$. Und, da E das Punct angab, in welches die größte Entfer-

T. XVI. F. 231. nung des Planeten geſetzt werden muſte, wenn zu der Eccentricität = e, den zwo erſten Beobachtungen ein Genüge geſchehen ſolte, und *G* dasjenige, welches eben das leiſtet, wenn e' zur Eccentricität gemacht wird: ſo folget hieraus, daß indem die Eccentricität von e zu e' um 0,05 anwächſet, das Punct der größten Entfernung um die in der *EG* enthaltene Zahl der Minuten und Secunden fortrücke, und alſo der Winkel *NSa* (*Fig.* 228.) um 59′, 44″ vergröſſert werde. Man kan annehmen, daß zu einer andern Vergröſſerung oder Verkleinerung dieſes Winkels, bey welcher den Beobachtungen ein Genüge geſchehen ſoll, die Eccentricität nach Proportion gröſſer oder kleiner werde, ſo lang dieſe Veränderung des Winkels und der Eccentricität klein genug ſind.

§. 1209. Nun wird zu eben der zweyten Eccentricität e', und zu dem entdeckten Ort der größten Entfernung, welchen das Punct *G* angiebt, auch die mittlere Bewegung geſucht, welche der dritten, mit der zweyten zuſammen gehaltenen Beobachtung zukömt; das iſt der Winkel, welchen bey dieſer e' und dem Orte *G* der Planet mit ſeiner mittlern Bewegung um die Sonne in eben der Zeit beſchreiben würde, in welcher er den *NSR* würklich beſchreibet. Die Rechnung ſetzt dieſen Winkel auf 131°, 14′, 35″, welches um 17′, 8″ mehr iſt als die 130°, 57′, 27″, ſo die Beobachtungen als das wahre Maaß dieſes Winkels angeben. Auch dieſer Fehler wird in *GH* gehörig aufgetragen, indem man nehmlich dieſe Linie durch *G* der *AB* perpendicular machet, und ihr aus dem angenommenen Maaßſtabe die rechte Gröſſe giebt; wobey aber auch die Lage dieſer *GH* nicht auſſer Acht zu laſſen iſt, welche der *EF* entgegen geſetzt werden muß, weil hier die berechnete mittlere Bewegung die gröſſere iſt, da ſie zu dem Puncte *E* die kleinere war. Wird nun durch die dergeſtalt entdeckten zween Puncte *F* und *H* eine gerade Linie gezogen, ſo wird vermittelſt des Puncts, in welchem, die *AB* von dieſer *FH* geſchnitten wird, beynahe der Ort angegeben, in welchem zu der wahren Eccentricität der Bahn des Planeten, das Punct der größten Entfernung deſſelben von der Sonne, geſetzt werden muß, damit den beyden letztern Erſcheinungen ein Genüge geſchehen möge. Denn es verhält ſich hier alles eben ſo, wie bey dem zu den zwo erſtern Beobachtungen gleich Anfangs entdeckten *E*, auſſer daß hier *EF* zu der einen Eccentricität e, und *GH* zu der andern e' berechnet worden iſt; welches verurſachet, daß dieſe Eccentricitäten beyde in das Punct des Durchſchnittes der *AB* ihren Einfluß haben, und vermittelſt deſſelben den zu der

zweyten

zweyten und dritten Beobachtung geſuchten Ort der größten Entfernung des Planeten von der Sonne, zu der wahren Eccentricität ſeiner Bahn, genauer angeben. In der gegenwärtigen Zeichnung iſt dieſer Punct des Durchſchnittes von dem B ſo wenig entfernet, daß man rechnen muß wenn man entdecken will, ob derſelbe an dieſer oder jener Seite des B liege, und wie viel ſeine Entfernung von dem B betrage. Dieſe Rechnung zeiget, daß der geſuchte Punct des Durchſchnittes, dem A näher als B, und von demſelben nur um 58 Minuten 57 Secunden entfernet ſey, welche 58′, 57″ alſo zu der wahren Eccentricität, die Gröſſe des Winkels NSa für die zwo leztern Beobachtungen angeben, aus welchem Winkel NSa, und der bekanten Länge des N ſodann auch die Länge des a oder A geſchloſſen werden kan. Wird aber von den gefundenen 58′, 57″ die $AE = 12', 59''$ abgezogen, ſo wird durch den Ueberſchuß von 45′, 58″ die Entfernung eben des Schneidungspuncts bey B von dem E angegeben. T. XVI. F. 231.

§. 1210. Soll nun eben der nahe an B gefundene Punct auch der erſten und zweiten Beobachtung ein Genüge leiſten, und alſo den Ort der größten Entfernung mit durchgängiger Richtigkeit angeben, ſo muß angenommen werden, daß durch die Veränderung der angenommenen Eccentricitäten in die wahre, auch die durch G angegebene Stelle in die bey B entdeckte zurückgezogen worden ſey. Wir können aber aus der (1208) beygebrachten Anmerkung ſchlieſſen, daß dieſes beynahe geſchehen werde, wenn man den Ueberſchuß der wahren Eccentricität über die angenommene kleine e, zu dem Zuſatze 0,005, vermittelſt deſſen aus derſelben die gröſſere angenommene Eccentricität e' entſtanden iſt, die Verhältniß EB zur EG giebt, das iſt, weil hier B eigentlich das Punct des Durchſchnittes bedeutet, die Verhältniß von 45′, 48″ zu 59′, 44″ oder von 2748 zu 3584, welche zugleich die Verhältniß der FE zu $FE + GH$ iſt. Der Zuſatz, welchen dieſe Proportion giebt, iſt 0,003847, ſo zu der zuerſt angenommenen 0,205 hinzugethan, dieſelbe auf 0,208847 vermehret, welche Zahl demnach die Eccentricität der Bahn des Mercurs, aus der zur Einheit gemachten mittlern Entfernung deſſelben von der Sonne, genau genug ausdrücken wird. In der That hat einiger Zweifel ſtatt, ob die herausgebrachten Zahlen in aller Abſicht die gehörige Richtigkeit haben, da der Weg, auf welchem ſie entdeckt worden ſind, nicht geometriſch iſt. Es kan aber dieſer Zweifel gehoben werden, wenn man die Rechnung, mit welcher bey dieſer Unterſuchung der Anfang gemacht werden muſte, zu den

als

T. XVI. F. 231. als völlig richtig herausgebrachten Gröſſen wiederhohlet, und die dadurch herausgebrachten mittlern Bewegungen mit denjenigen zuſammen hält, ſo die Beobachtungen geben: da ſich denn zeigen wird, ob ſie mit denſelben ſo weit überein kommen, daß man mit den entdeckten Gründen dieſer Rechnung zufrieden ſeyn kan. Wäre dieſes nicht, ſo müſten die noch übrigen gar ſehr kleine Fehler, nach eben der Anweiſung, gebeſſert werden.

Bewegung der Apſiden, und Epochen der mittlern Bewegung des Planeten.

§. 1211. Da die Zuſammenkünfte des Mercurs und der Sonne, wegen der geringen Entfernung dieſes Planeten von derſelben, nur in wenigen Fällen beobachtet werden können, wenn er ſich nehmlich bey gewiſſen Stellen ſeiner Bahn befindet, die leicht zu beurtheilen ſind; ſo muſten, nachdem die Lage der Apſidenlinie dieſer Bahn und ihrer Eccentricität beynahe gefunden worden, zu einer genauern Berichtigung dieſer Gründe noch andere Mittel gebraucht werden, deren ausführliche Erörterung uns zu weit von unſerm Zwecke abführen würde. Es mochten aber die Puncte des Himmels, durch welche die Apſidenlinie eines Planeten bey ihrer Verlängerung hindurchgehet, auf dieſe oder eine andere Art entdeckt worden ſeyn; ſo war, ſo bald dieſe Puncte vor zween weit genug von einander entfernte Zeitpuncte mit einer hinlänglichen Zuverläßigkeit beſtimmet waren, die Frage leicht zu beantworten, ob in der zwiſchen denſelben verfloſſenen Zeit die Apſidenlinie in ihrer Lage unverrückt geblieben ſey, oder ob ſie ſich in dem (1121) erklärten Verſtande um die Sonne gedrehet habe? wie groß der Winkel ſey, um welchen ſie in dieſer Zeit von ihrer vorigen Lage abgewichen iſt, und wie viel die Abweichung in einem, zehen, oder hundert Jahren betrage? Dieſes iſt die Bewegung des Puncts der gröſten Entfernung des Planeten, welche die neueſten Beobachtungen, und zwar für jeden, auſſer Zweifel ſetzen. Das Punct der gröſten Entfernung eines jeden Planeten rücket beſtändig nach der Ordnung der Zeichen von Abend gegen Morgen fort. Es iſt aber dieſe Bewegung langſam, und beträgt das Jahr nur ohngefehr $1\frac{1}{2}$ Minute; für einige Planeten mehr und für andere weniger: übrigens aber iſt ſie gleichförmig; ſo daß, wenn die eigentliche Gröſſe derſelben für dieſen oder jenen Planeten bekant iſt, zuſamt dem Puncte der Ecliptic, bey welchem ſich die gröſte Entfernung dieſes Planeten in einem gewiſſen Zeitpuncte befunden hat, aus dem Zeitraume, welcher ſeit dem verfloſſen iſt, der

Ort deſſelben zu einem jeden andern Zeitpuncte leicht berechnet werden kan. Die Tafeln, in welchen die zu dieſer Rechnung nöthigen Epochen angegeben werden, ſamt den Bewegungen zu gewiſſen ſchicklich angenommenen längern oder kürzern Zeiten, erleichtern die Arbeit noch mehr. T. XVI. F. 231.

§. 1212. Nachdem der kleine Bogen der Ecliptic, um welchen die größte Entfernung eines Planeten in einer gewiſſen Zeit fortrücket, dergeſtalt entdecket worden iſt, wird ferner aus der Zeit ſeines Umlaufs um die Sonne in Anſehung des Sternhimmels, die Zeit des anomaliſtiſchen Umlaufs, in welchem er nehmlich ſeine Bahn ganz beſchreibet, gefunden, indem man die mittlere oder wahre Zeit berechnet, welche er gebrauchet, den Bogen der Ecliptic, um welchen die größte Entfernung in der Zeit dieſes Umlaufes fortgerückt iſt, um das in die Sonne geſetzte Auge zu beſchreiben. Dieſe kurze Zeit, zu der Zeit des Umlaufs in Anſehung der Fixſterne hinzugeſetzt, wird die Zeit des anomaliſtiſchen Umlaufs ſofort angeben.

§. 1213. Und nun kan auch der Zeitpunct entdecket werden, in welchem der Planet, bevor er aus der Sonne bey einem gewiſſen Puncte der Ecliptic geſehen werden konte, das letztemal durch den Ort ſeiner größten Entfernung gegangen iſt, oder das erſtemal nach dieſer Beobachtung durch denſelben gehen wird. Es ſey *D* (*Tab. XVI. Fig.* 228.) der Ort des Planeten in ſeiner Bahn zur Zeit T. XVI. F. 228. der Beobachtung, und *N* der Punct der Ecliptic, bey welchem er damals dem in die Sonne geſetzten Auge erſchienen iſt: *A* aber ſey das Punct der größten Entfernung des Planeten. Da nun *a*, der Ort dieſes Puncts *A* oder die Lage der Apſidenlinie *AP*, bekant iſt, ſo wird die wahre Anomalie *ASD*, welche der Planet zur Zeit der Beobachtung hatte, leicht entdecket; und es iſt rathſam unter verſchiedenen gleichrichtigen Beobachtungen diejenige zu wählen, zu welcher dieſe Anomalie die kleinſte iſt, um deſto weniger zu fehlen. Zu dieſer wahren Anomalie *ASD* nun wird die mittlere gefunden, wenn nicht bereits beyde, durch die vorhergehenden Rechnungen, welche vorgenommen werden muſten die Lage der Apſidenlinie und die Eccentricität zu beſtimmen, ſo genau bekant ſind, daß ſie keiner Verbeſſerung bedürfen. Dieſe mittlere Anomalie nun, welche in Graden und deren Theilen gegeben wird, verhält ſich zu 360 Graden, wie die Zeit, welche der Planet brauchet, den Theil ſeiner Bahn *DA* zu durchlaufen, zu der Zeit ſeines ganzen anomaliſchen Umlaufs. Es wird alſo die zur Beſchreibung des Bo-

T. XVI. F. 228. gens *DA* nöthige Zeit, durch dieſe Proportion entdecket, welche zu derjenigen, in welcher er bey *D* oder *N* geſehen worden iſt, hinzugeſetzt oder davon abgezogen, den Zeitpunct angeben wird, in welchem ſich der Planet bey dem Puncte ſeiner größten Entfernung *A* befunden hat.

§. 1214. Iſt aber der Zeitpunct, in welchem der Planet durch *A* gegangen iſt, bekant, ſo kan auch zu einer jeden andern nach Belieben angenommenen Epoche der Punct der Ecliptic gefunden werden, bey welchem ihn die Sonne ſehen würde, wenn ſeine mittlere Bewegung die wahre wäre. Gemeiniglich iſt die Epoche der Anfang eines Jahres, welcher, wenn dieſes Jahr ein gemeines iſt, in den Mittag des vorhergehenden 31ſten Decembers, zu einem Schaltjahre aber in den Mittag des erſten Jenners deſſelben geſetzt wird. Denn auch nunmehro wird, zum Behuf und zur gröſſern Bequemlichkeit der neuern Tafeln, das vor dem Schaltjahre des Calenders vorhergehende, zum Schaltjahr, und der letzte Tag deſſelben zum Schalttag gemacht, wie dieſes bey Berechnung der Tafeln der mittlern Bewegung der Sonne beobachtet wird: an ſtatt daß die ältern Tafeln ſich völlig nach den Calender richteten, und ſo wie dieſer, den 29ſten Februar zum Schalttag machten. Von einer dieſer Epochen, (denn es werden derer, zur Erleichterung der Schlüſſe, mehrere gemacht) wird alsdenn die mittlere Bewegung des Planeten berechnet, indem man aus der Zeit ſeines Umlaufs in der Ecliptic die Zahl der Grade Minuten und Secunden ſchlieſſet, welche er in einem Tage, in einer Stunde, in zehn oder mehr Tagen oder Jahren zurückleget, welche Zeiten dann, ſamt den dazu gehörigen Bogen oder Winkel, in eine geſchickte Ordnung gebracht, die Tafeln der mittlern Bewegung ausmachen, aus welcher die mittlere Länge des Planeten zu jedem Zeitpuncte, ohne groſſe Weitläuftigkeit zu nehmen iſt. Wird alsdann von dieſer mittlern Länge, die Länge des Puncts der größten Entfernung, welche er in eben dem Zeitpuncte hatte, gehörig abgezogen, indem man nehmlich jener Länge 360° zuſetzet, wenn ſie kleiner iſt als dieſe: ſo wird die mittlere Anomalie für eben den Zeitpunct herausgebracht; aus welcher vermittelſt der Tafel der Vergleichung, ferner die wahre Anomalie, und der Punct der Ecliptic, bey welchem er würklich von der Sonne geſehen wird, eben ſo zu ſchlieſſen ſind, wie dieſes bey der Erde geſchiehet.

Der Aſtronomiſchen Vorleſungen

zwey und zwanzigſter Abſchnitt.

Von dem Laufe der Cometen.

Erſcheinungen und deren verſchiedene Erklärung.

§. 1215.

Die Cometen erſcheinen uns, wie dieſes bereits (772) angemerket worden, und jedermann bekant iſt, nur von Zeit zu Zeit, gemeiniglich nur einer auf einmal, ſelten zween oder drey zugleich. Ihr Licht iſt meiſtentheils ſehr gemäßiget, wiewohl die alten Schriften auch ſolcher Cometen Erwehnung thun, welche die Oberfläche der Erde beträchtlich erleuchtet, ja, welches mir unglaublich iſt, ſogar das Licht der Sonne übertroffen haben ſollen. Der Körper eines Cometen erſcheinet, wiewohl ebenfals ſelten, beynahe eben ſo gerundet und genau umgränzet, wie der Körper eines Planeten: gemeiniglich aber wird derſelbe von einem ſtarken Dunſtkreiſe umgeben, deſſen Licht zwar ſchwächer iſt, als das Licht des inwendigen Körpers, aber dieſen doch das Anſehen einer runden Scheibe benimt; und dieſer den Körper des Cometen einhüllende Dunſtkreis bildet gemeiniglich eine Art eines Schweifs, welcher ſich von dem Cometen nach der der Sonne entgegen geſetzten Seite erſtrecket, und wenn der Winkel, welchen die von der Erde nach dem Cometen laufende gerade Linie, mit der von der Sonne durch denſelben zu ziehenden einſchlieſſet, etwas groß iſt, öfters viele Grade des Himmels dergeſtalt zu bedecken ſcheinet, daß die in dieſem Raume ſtehende Fixſterne uns dennoch größtentheils ſichtbar bleiben. Wenn wir verſichert ſeyn könten, daß alle unter den Namen der Cometen beſchriebene Erſcheinungen würkliche Cometen geweſen, ſo würde die Zahl derjenigen, deren in den Büchern Erwehnung geſchiehet, bis zu zwey oder

T. XVI. F. 231. vierhundert anlaufen. Nehmen wir aber nur diejenigen, welche von den neuen Sternforſchern mit Fleiß beobachtet worden ſind, ſo ſteiget die Zahl derſelben gegenwärtig nahe an ſechzig, und wird noch von Jahren zu Jahren vermehret. Wir können einen Cometen, ſo klein auch ſeine Entfernung von der Erde ſeyn mag, nicht ſehen, wenn er ſich unter unſerm Geſichtkreiſe befindet. Wir ſehen ihn aber auch nicht, wenn er mit der Sonne zugleich über denſelben ſtehet: es müſte denn ſeyn, daß in der Zeit, in welcher die Erde einen Cometen in der Nachbarſchaft der Sonne erblicken würde, wenn ihn dieſes hellere Licht nicht verdunkelte, ſich eine gänzliche Sonnenfinſterniß ereignete, in welchem Falle der Comet geſehen werden kan, ſo lange die Verfinſterung währet: und dieſes hat ſich würklich kurz vor der Geburt unſers Herrn zugetragen. Bey ſo geſtalten Sachen können wir nicht zweifeln, daß gar viele Cometen, völlig unbemerkt, bey der Erde vorbeygehen, und die Muthmaſſung kan uns nicht übertrieben ſcheinen, nach welcher einige die Zahl aller Cometen in die hunderte oder tauſende ſetzen.

§. 1216. Der Winkel, in welchem der Durchmeſſer eines Cometen geſehen wird, iſt in den allermeiſten Fällen kleiner als diejenigen ſind, in welchem uns die Planeten erſcheinen; wiewohl auch von verſchiedenen Cometen das Gegentheil angegeben wird. Ja einer ſoll ſogar der Sonne oder dem Monde gleich geſehen worden ſeyn; welches jedoch vermuthlich von ſeinem Dunſtkreiſe, und nicht von dem Körper ſelbſt zu verſtehen iſt, welchen ein bloſſes Auge ſchwerlich von jenem unterſcheidet. Eben der Comet bleibt öfters drey, vier bis ſechs Monate an dem Himmel ſichtbar, in welcher Zeit er ſeinen Ort in Abſicht auf die Firſterne immer merklich, und öfters in einem kurzen Theile dieſer Zeit ſehr ſtark, verändert. Denn es hat Cometen gegeben, welche in einem Tage um 40 bis 120 Grade an dem Sternhimmel fortgerücket ſind. Dieſe ſcheinbare Bewegung geſchiehet bald nach dieſer bald nach jener Seite, nach der Ordnung der Zeichen oder wieder dieſelbe, und der Comet nähert ſich dabey dieſem oder jenem Pole der Ecliptic, indem er ſich von dem gegenſeitigen entfernet (772): ſo daß die Bewegung der Cometen, mit welcher ſie an dem Sternhimmel ſich einigen Puncten deſſelben zu nähern und von andern wegzugehen ſcheinen, uns viel verworner und unordentlicher vorkommen muß, als die Bewegung der Planeten; deren Lauf gleich Anfangs wenigſtens in den Thierkreis eingeſchloſſen werden konte, deſſen Stelle bey den Cometen von dem ganzen Sternhimmel vertreten wird. Bey dem allen hätten diejenigen unter den alten Philoſophen, welche die Cometen für blosſe Lufterſcheinungen erklärten, bey einer mehrern Achtſamkeit den Urgrund dieſer Meinung eben ſo wohl entdecken können; als andere aus eben den, in der That nur groben, Beobachtungen geſchloſſen haben, daß ſie eine beſondere Art von Weltkörpern ausmachen, die immer dieſelben bleiben, und in dem unendlichen Raume um die Sonne ihren ordentlichen Lauf haben, mit welchem ſie, wie die Planeten, gewiſſe Bahnen nach gewiſſen Geſetzen beſchreiben, und in denſelben, einige in einer kürzern und andere in einer längern Zeit, herumkommen. Das Unglück iſt, daß jene Meinung, welcher Ariſtoteles beypflichtete, in die Schulen eingeführet, und darüber eine genauere Beobachtung der Cometen, viele Jahrhunderte lang, als unnütz bey Seite geſetzt worden. T. XVI. F. 231.

§. 1217. Die neuern, welche ſich dieſe von der Unwiſſenheit geſetzte Schranken nicht aufhalten lieſſen, entdeckten vermittelſt ihrer Meſſungen gar bald, daß die Cometen, welche ihnen zu Geſicht kamen, ungemein weiter von der Erde entfernet waren, als der Mond; und alſo unmöglich vor bloſſe Lufterſcheinungen erkläret werden konten. Und obwohl dem ohngeachtet man ſie als eine Art von Wolken anſehen wolte, die aus den Ausdünſtungen der Planeten entſtehen, und, nachdem ſie eine längere oder kürzere Zeit in dieſer Geſtalt geblieben ſind, wieder aufgelöſt und zerſtreuet werden: ſo konte doch ein Einfall, welcher den Naturgeſetzen ſo wenig als dieſer gemäß iſt, und den Erſcheinungen mehr widerſpricht, als daß er ſie erklären ſolte, nicht lange beſtehen; und es blieb nichts übrig als die Meinung derjenigen, welche, durch gründlichere Schlüſſe bewogen, die Cometen mit zu den beſtändigen Weltkörpern rechneten, zu erneuern, und für wahr anzunehmen. Alsdenn aber erſtreckten ſich die Kräfte, welche ſich bey der Bewegung der Planeten thätig erweiſen (781), auch auf dieſelbe, und es muſte demjenigen, ſo oben (1111) gezeigt worden iſt, gemäß angenommen werden, entweder, daß jeder Comet, nachdem er ſich der Erde ein einziges mal gezeiget hat, ſich nach einer Parabole oder Hyperbole auf immer von der Sonne entferne; oder daß er ſich in einer Ellipſe bewege, welche einen ihrer Nabel in dem Mittelpuncte der Sonne hat. Es war nicht ſchwer unter dieſen verſchiedenen Bahnen die Wahl zu treffen, und dadurch die ganze Frage auf die Lage und Geſtalt der Ellipſe, welche jeder beſonderer Comet um die Sonne beſchreibet, einzuſchränken.

Beſondere Geſetze der Bewegung eines Cometen.

T. XVI. F. 231. §. 1218. Die Arbeit würde unendlich worden ſeyn, wenn ſich nicht die Betrachtung dargeboten hätte, daß jede Ellipſe, welche die Bahn eines Cometen abgiebt, gar ſehr länglich ſeyn könne, ſo daß ihre kleinere Axe einen gar geringen Theil der gröſſern ausmachet, und die Eccentricität der mittlern Entfernung des Cometen von der Sonne beynahe gleich wird. Die gemeine Erſcheinung, daß jeder Comet, nachdem er ſich auf eine kurze Zeit der Sonne ſo ſehr genähert hat, daß er von der Erde geſehen werden konte, ſich derſelben auf viele Jahre entziehet, in welcher er uns völlig unſichtbar bleibt, gab dieſe Geſtalt ſogleich an die Hand, und dieſes auf eine ſo ungezwungene Art, daß kaum einiger Zweifel übrig bleiben konte. Nun weichet aber der Theil einer Ellipſe, welcher ſich von einem ihrer in die gröſſere Axe fallenden Scheitel beyderſeits bis in die Gegend des nächſten Nabels, und etwas über denſelben hinaus, erſtrecket, von einer zu eben dem Nabel, und zu jenem vorzüglichen Scheitel, mit dem Parameter der Ellipſe beſchriebenen Parabel, deſto weniger ab, je länglichter nach der eben gegebenen Erklärung die Ellipſe iſt. Denn zu einer ſolchen Ellipſe wird auch der Parameter in Anſehung der gröſſern Axe ſehr klein, wobey, was wir gleich Anfangs [illegible]1) geſehen haben, ſo lang der Umkreis der Ellipſe von einem ihrer Nabel wenig entfernet iſt, beynahe ſtatt findet. Nun war es, bey der Berichtigung der Bahn eines Cometen, vornehmlich um den Theil derſelben zu thun, in welchem der Comet der Sonne ſo nahe iſt, daß er noch von der Erde geſehen werden kan, und die vollſtändige Betrachtung derſelben konte ſo lang bey Seite geſetzt werden, als man ſich weder in die mittlere Entfernung eines jeden beſondern Cometen von der Sonne, noch in die Zeit ſeines Umlaufs, einlaſſen durfte. Man konte alſo, ohne in den Erſcheinungen einen merklichen Fehler zu befürchten, die Bahnen aller Cometen für würkliche Parabeln halten, und ſich dieſer Annäherung bey der Beſtimmung ihres Laufs bedienen.

§. 1219. Nun ſind aber (58) alle Parabeln einander ähnlich, welches für ſich dieſe Abhandlung gar ſehr erleichtert. Es wird aber auch der Inhalt einer jeden von einem paraboliſchen Bogen, und einer oder mehrern geraden Linien, umſchloſſenen ebenen Figur geometriſch angegeben: und wir haben, insbeſondere
T. XVI. F. 232. (119) geſehen, wie der Inhalt eines jeden paraboliſchen Ausſchnittes *PSC*, (*Tab. XVI. Fig.* 232.) aus der Tangente der Hälfte ſeines Winkels *PSC* zu beſtimmen

T. XVI. F. 232.

men ſey, wenn P die Scheitel der Parabel AB, und folgends SP ein Theil ihrer Axe, S aber der Nabel iſt; welches die mühſame Berechnung, durch welche in einer elliptiſchen Bahn zu der mittlern Anomalie die wahre, und zu der wahren hinwiederum die mittlere gefunden wird, in einer paraboliſchen keinen Platz finden läßt. Es komt hier nicht einmal die mittlere Anomalie in Betrachtung, in ſoferne ſie ein Winkel oder das Maaß eines Winkels iſt: ſondern man findet die zu einer jeden wahren Anomalie CSP gehörige Zeit, in welcher nehmlich der Comet aus der Linie SC in die SP übergehet, und aus der Zeit die wahre Anomalie, unmittelbar, wenn nur die Zeit, welche zu irgend einer andern wahren Anomalie eben des Cometen gehöret, als bekant voraus geſetzt werden kan. Das bequemſte iſt, zum Behuf dieſer Rechnung den rechten Winkel PSE, welchen die durch den Nabel gezogene DE mit der Axe SP einſchlieſſet, zur bekanten wahren Anomalie zu machen; und zu dem Ende die Zeit zu ſuchen, in welcher der Comet aus dem Puncte E ſeiner Bahn in P, oder aus P in D übergehet. Dieſes kan vermittelſt der Sätze geſchehen, die bald folgen werden. Gegenwärtig iſt es genug, wenn wir uns die bekante zur wahren Anomalie ESP gehörige Zeit unter Q, und eine andere, in welcher der Comet von dem in ſeiner Bahn nach Belieben angenommenen Puncte C in P übergehet, und alſo den Winkel CSP zu ſeiner wahren Anomalie machet, unter q vorſtellen.

§. 1220. Nun wird die Verhältniß dieſer Zeiten $Q : q$ durch die Verhältniß des Ausſchnittes PSE zu dem PSC angegeben, welcher ſie gleich ſeyn muß, da der Comet, indem er ſeine Bahn um die Sonne beſchreibet, von dieſer beſtändig nach S, dem Nabel der Bahn, gezogen wird. Wir haben aber (119) geſehen, daß, wenn t die Tangente der Hälfte der wahren Anomalie, das iſt, die Hälfte des Winkels PSC bedeutet, jener Ausſchnitt PSE zu dieſem PSC die Verhältniß $4 : (t^3 + 3t)$ bekomme. Dieſe iſt alſo auch die Verhältniß $Q : q$, und die Proportion $4 : (t^3 + 3t) = Q : q$ hat bey der Bahn eines jeden Cometen ſtatt. Man hat immer $q = \frac{t^3 + 3t}{4} . Q$, und q wird nach dieſer Vorſchrift, zu der wahren Anomalie eines jeden Cometen, aus einem bekanten Zeitmaaſſe ausgedrückt, ſobald zu demſelben die Zeit Q, die zu der wahren Anomalie von 90 Graden gehöret, durch ein dergleichen Zeitmaaß angegeben worden iſt, als unſere mittlern Tage, Stunden und deren Theile ſind. Man kan aus eben der Proportion die Vorſchrift

T. XVI. F. 232. ſchrift $t^3 + 3t = \frac{4q}{Q}$ herleiten, nach welcher, wenn die Q bekant iſt, zu einer jeden gegebenen oder angenommenen Zeit q die Tangente t, und vermittelſt derſelben die wahre Anomalie zu finden wäre. Allein da dieſe Vorſchrift, wie ſie da liegt, die Auflöſung einer cubiſchen Gleichung erfordert, die nicht ohne Weitläuftigkeit geſchiehet: ſo wurde vor bequemer gefunden vors erſte zu einer hinlänglichen Anzahl wahrer Anomalien, und zu der aus jeder derſelben geſchloſſenen Tangente t, die Zeit q zu finden, und alsdenn, vermittelſt einer daraus verfertigten Tafel, von einer jeden andern angegebenen oder angenommenen q auf die dazu gehörige wahre Anomalie zurück zu ſchlieſſen.

Ein zur Beſtimmung des Laufs eines Cometen dienender Zeitraum.

§. 1221. Was aber die Zeit Q anlangt, welche der Comet auch anwendet, aus dem Puncte ſeiner Bahn P, in welchem er am wenigſten von der Sonne entfernet iſt, in D überzugehen, allwo ſeine wahre Anomalie 90 Grade beträgt: ſo wird dieſelbe leicht genug entdecket, wenn um eben dem Nabel S, in welchem man ſich den Mittelpunct der Sonne vorſtellt, mit dem Radius SP ein Cirkel beſchrieben wird, welchen eben der Comet, oder ein jeder anderer Körper, der beſtändig nach S gezogen wird, nicht anders beſchreiben kan, als wenn er ſich gleichförmig beweget (811). Stellen wir uns dieſen Cirkel als eine Ellipſe vor, ſo iſt der Durchmeſſer deſſelben zugleich der Parameter dieſer Ellipſe, und ihre beyden Nabel fallen in S zuſammen (48). Zu derjenigen Ellipſe aber, welche eigentlich die Bahn des Cometen iſt, ſo daß nur ein geringer Theil derſelben mit der Parabel ABP ohne merkliche Fehler zuſammfällt, iſt DE der vorzügliche Parameter. Da nun $DS = 2SP$, ſo verhält ſich auch der Parameter der Bahn des Cometen zu dem Parameter des Cirkels, wie 2 zu 1. Nun iſt in dem vorhergehenden (1118) bewieſen worden, daß die Verhältniß jeder zween Ausſchnitte, welche zween Planeten, deren jeder in ſeiner beſondern Bahn fortgehet, in eben der Zeit um die Sonne beſchreiben, halb ſo hoch ſey als die Verhältniß der Parameter dieſer Bahnen: und die Cometen ſind von dieſem allgemeinen Geſetze nicht auszuſchlieſſen. Daraus aber folget unmittelbar, daß in dem gegenwärtigen Falle, da die Verhältniß der Parameter 2 : 1 iſt, die Verhältniß des paraboliſchen Ausſchnittes PSD, zu dem Ausſchnitte aus dem Cirkel PSM,

T. XVI. F. 232.

welcher in eben der Zeit Q beſchrieben wird, $\sqrt{2} : 1$ ſeyn werde. Es kan aber auch dieſe Proportion, von der gegenwärtigen Parabel und dem dazu beſchriebenen Cirkel insbeſondere, gar leicht erwieſen werden; und es wird zu einer deſto gröſſeren Deutlichkeit dienen wenn dieſer Beweis wiederhohlet wird. Er beſtehet in dem folgenden.

§. 1222. Da die Kräfte, mit welchen die zween Körper, deren einer die Parabel APB deren andere aber den Umkreis des Cirkels beſchreibet, wenn ſich dieſe Körper beyde in P befinden, nach PS gegen die Sonne gezogen werden, einander völlig gleich ſind, weil in der gegenwärtigen Betrachtung die Maſſen dieſer Körper nichts ändern können: ſo müſſen ſich auch dieſelben in eben der unendlich kleinen Zeit dt der Sonne gleich ſtark nähern. Da nun der eine Körper, von welchem angenommen wird, daß er in dieſer Zeit dt den unendlich kleinen paraboliſchen Bogen PF beſchrieben habe, derſelben dadurch um PH näher gekommen iſt, welche Linie beſtimmet wird, wenn man ſich die FH der DE parallel vorſtellet: ſo muß in eben der Zeit dt der andere Körper in dem Umkreiſe des Cirkels aus P in G fortgerückt ſeyn, welcher Punct G in eben der FH lieget. Werden alſo von F und G die geraden Linien FS und GS nach S gezogen, ſo werden die Ausſchnitte PSF, PSG gebildet, deren einer von dem einen Körper, und der andere von dem andern in eben der Zeit dt um S beſchrieben wird, und man ſiehet leicht, daß der Ausſchnitt PSF ſich zu dem Ausſchnitte PSG wie FH zur GH verhalten werde. Nun iſt in der Parabel APB, zu welcher $SE = b$ die Hälfte des Parameters iſt, $FH^q = 2bx$, wenn x die PH bedeutet, in dem Cirkel aber, welcher SP zum Halbmeſſer, und alſo $SE = b$ zum Durchmeſſer hat, iſt $GH^q = bx - xx$, wenn x eben die PH vorſtellet. Dieſe x iſt in der gegenwärtigen Betrachtung unendlich klein, und alſo auch xx in Anſehung des bx als nichts anzuſehen. Es kan alſo xx weggelaſſen, und angenommen werden $GH^q = bx$. Alsdann aber entſtehet die Proportion $FH^q : GH^q = 2bx : bx = 2 : 1$, welche giebt $FH : GH = \sqrt{2} : 1$. Da alſo $PSF : PSG = FH : GH$, ſo verhält ſich der erſte dieſer unendlich kleinen Ausſchnitte zu dem zweyten allerdings wie $\sqrt{2}$ zur 1. Nun kan man ſich den ganzen in der Zeit Q zu beſchreibenden paraboliſchen Ausſchnitt PSD in unendlich viele andere getheilet vorſtellen, deren jeder ſo groß iſt als PSF, und folgends von dem Cometen in eben der Zeit dt beſchrieben wird. Und wenn n die Zahl dieſer kleinen in dem PSD enthaltenen Aus-

T. XVI F. 232. Ausſchnitte iſt, ſo iſt $PSD = n. PSF$. Wird aber der Ausſchnitt PSG in eben die Zahl n multipliciret, und dadurch der Ausſchnitt des Cirkels PSM herausgebracht, welchen der zweyte Körper in eben der Zeit Q bildet, in welcher der erſte aus P in D übergehet, ſo wird auch, weil die Bewegung in dem Cirkel gleichförmig iſt, $PSM = n.PSG$; und alſo $PSD : PSM = n.PSF : n.PSG = PSF : PSG = \sqrt{2} : 1$, welches zu erweiſen war.

§. 1223. Damit wir dieſe Proportion zur Entdeckung der Zeit Q für einen gewiſſen Cometen gebrauchen können, müſſen wir noch anmerken, daß in der Zeit des Umlaufs eines Körpers, welcher ſeine elliptiſche Bahn um einen andern in einem ihrer Nabel liegenden, nach den angenommenen Geſetzen beſchreibt, keine Veränderung vorgehe, ſo lang die gröſſere Axe dieſer Ellipſe die vorige bleibt, man mag die kleinere Axe derſelben ſo groß oder klein machen, als man will, und dadurch der Ellipſe dieſe oder eine andere Geſtalt geben, ſelbſt den Cirkel nicht ausgeſchloſſen. Dieſes folget unmittelbar aus der (1117) erwieſenen Proportion $TT : tt = A^3 : a^3$, in welcher T, t die Zeiten des Umlaufs, und A, a die gröſſern Axen zwoer Ellipſen bedeuten, welche um den dritten Körper beſchrieben werden. Die kleinern Axen dieſer Ellipſen haben in dieſen Ausdruck keinen Einfluß, und wenn $A = a$ ſo wird auch $T = t$, wie ſich auch dieſe kleinern Axen gegen eben die gröſſere A oder a verhalten mögen. Iſt alſo SP die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, das iſt, die Hälfte der gröſſern Axe der Ellipſe, welche die Erde um die Sonne beſchreibet: und man ſtellet ſich vor, daß ein Körper, welcher in eben der Entfernung ſo ſtark gegen S gezogen wird, als die Erde, in dem Cirkelkreiſe PGM herumgehen ſoll, ſo iſt die Zeit, in welcher er dieſen Umkreis ganz beſchreibet, mit derjenigen in welcher die Erde in ihrer elliptiſchen Bahn herumkomt, völlig einerley, und enthält alſo wie jene, 365 Täge, 6 Stunden, 9 Minuten und 10 Secunden, oder 365 Täge und 0,256379 eines Tages, welche Zahl zur Rechnung bequemer iſt. Man ſiehet leicht, daß hier von dem Umlaufe in Anſehung der Fixſterne die Rede ſey: vermittelſt dieſes Zeitraums aber wird die Zeit Q, in welcher ein Planet, deſſen kleinſte Entfernung von der Sonne eben der SP gleich iſt, aus P in ſeiner Bahn bis in D gelangen würde, alſo gefunden:

§. 1224. Wenn b noch immer die $SD = 2SP$ bedeutet, ſo wird der Inhalt des paraboliſchen Ausſchnitts PSD durch $\frac{1}{3}bb$ angegeben (118). Wenn

alſo

alſo geſchloſſen wird $\sqrt{2} : 1 = \frac{1}{3}bb : PSM$, ſo wird die Gröſſe dieſes Ausſchnitts T. XVI. F 232. PSM, welchen der Körper, deſſen Bahn der Cirkelkreis PGM iſt, in der Zeit Q beſchreibet, völlig beſtimmet, und es iſt $PSM = \frac{bb}{3\sqrt{2}}$. Wenn aber auch nunmehro π die Zahl bedeutet, welche den Umkreis eines Cirkels aus deſſen zur Einheit gemachten Durchmeſſer ausdrücket; ſo wird der Inhalt des Cirkels $PGMP$ durch $\frac{\pi bb}{4}$ angegeben, und es verhält ſich demnach dieſer Inhalt zu dem Ausſchnitte PSM wie $\frac{\pi bb}{4}$ zu $\frac{bb}{3\sqrt{2}}$, das iſt, wie $\frac{\pi}{4}$ zu $\frac{1}{3\sqrt{2}}$, oder wie π zu $\frac{4}{3\sqrt{2}}$, oder auch wie π zu $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Nun ſtehet die Zeit, in welcher der Körper, von dem angenommen wird daß er ſich in $PGMP$ bewege, in dieſem Kreiſe ganz herumkomt, das iſt, die Zeit eines vollen Umlaufs der Erde, zu der Zeit Q, in welcher eben der Körper den Theil dieſer Bahn PGM zurückleget, in der Verhältniß der Scheibe $PGMP$ zu dem Ausſchnitte PSM. Alſo iſt, wenn P die Zeit eines Umlaufs der Erde bedeutet, $\pi : \frac{2\sqrt{2}}{3} = P : Q$, und es wird Q vermittelſt des Ausdruckes $Q = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} . P$ völlig gegeben. Vermöge deſſelben iſt $lQ = l2 + \frac{1}{2}l2 + lP - l3 - l\pi$, welche Vorſchrift giebet: $lQ = 2{,}0398716$, und $Q = 109{,}6154$ Tägen, welches ſo viel iſt als 109 Täge, 14 Stunden, 46 Minuten und 20 Secunden. Dieſes iſt alſo die Zeit, in welcher ein Comet, deſſen kleinſte Entfernung von der Sonne der mittlern Entfernung der Erde von derſelben gleich iſt, die wahre Anomalie PSD, ſo durch 90° gemeſſen wird, um die Sonne zu beſchreiben anwendet.

Die zur wahren Anomalie gehörige Zeit.

§. 1225. Es iſt nicht ausgemacht, und auch kaum glaublich, daß es einen Cometen gebe, deſſen kleinſter Abſtand von der Sonne die angenommene Gröſſe hätte. Man bedienet ſich aber der zu dieſem, allem Anſehen nach bloß in unſerer Einbildung beſtehenden Cometen gehörigen Zeit Q, wie einer jeden andern q, zu welcher die Tangente der Hälfte der wahren Anomalie t iſt, eben dieſe

T. XVI. F. 232. Zeiten für einen andern Cometen zu finden, deſſen kleinſte Entfernung von der Sonne bekant iſt, und alſo gegen die mittlere Entfernung der Erde von derſelben in einer gegebenen Verhältniß ſtehet. Man laſſe, zur Erleichterung dieſer Schlüſſe, die Parabel APB der gegenwärtigen Zeichnung die Bahn dieſes andern Cometen ſeyn, und den Cirkel PGM die Bahn des dazu gehörigen Körpers vorſtellen. Wenn nun Q' die Zeit bedeutet, in welcher dieſer andere Comet aus P in D übergehet, ſo wird aus der vollkommenen Aehnlichkeit beyder Fälle ſogleich geſchloſſen, daß die Verhältniß dieſer Zeit Q' zu der vorigen Q, der Verhältniß der Zeit, in welcher der gegenwärtige Körper den Kreis $PGMP$ ganz beſchreibet, zu derjenigen die der vorige brauchte den ſeinigen zu durchlaufen, gleich ſeyn müſſe. Nun iſt die Verhältniß der Quadrate der Zahlen, welche dieſe Zeiten des Umlaufs angeben, dreymal ſo hoch, als die Verhältniß der Entfernung SP zu der vorigen, welche wir nunmehro durch ST andeuten wollen, weil ſie der mittlern Entfernung der Erde T von der Sonne S gleich iſt. Demnach iſt bey dieſer Benennung die Verhältniß der Zeiten ſelbſt $= \sqrt{SP^3} : \sqrt{ST^3}$, das iſt, wir haben $Q' : Q = \sqrt{SP^3} : \sqrt{ST^3}$ und $Q' = Q\sqrt{\frac{SP^3}{ST^3}}$, welches die Zeit Q' aus der vorigen Q und aus der Verhältniß $ST : SP$ beſtimmet. Setzen wir aber $ST : SP = 1 : f$, ſo wird $\frac{SP^3}{ST^3} = f^3$, und es kan kürzer geſchrieben werden $Q' = Q\sqrt{f^3}$, welches den vorzüglich bequemen Ausdruck $lQ' = lQ + \frac{3}{2}lf$ giebet.

§. 1226. Denn wenn t noch immer die Hälfte der Tangente einer wahren Anomalie PSC bedeutet, ſo verhält ſich zu einer jeden Parabel, deren Scheitel in P fällt, der Ausſchnitt PSD, deſſen Winkel gerade iſt, und alſo eine wahre Anomalie von 90 Graden angiebt, zu dem Ausſchnitte PSC, wie 4 zu $t^3 + 3t$ (119). Es iſt alſo nicht nur $4 : t^3 + 3t = Q : q$, zu der zuerſt betrachteten Parabel, deren SP der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne gleich war; ſondern, wenn zu einer jeden andern q' die zu eben der durch t angegebene wahren Anomalie gehörige Zeit iſt, ſo haben wir auch $4 : t^3 + 3t = Q' : q'$, und es iſt alſo ſowohl $q' = \frac{t^3 + 3t}{4} . Q'$, als $q = \frac{t^3 + 3t}{4} . Q$. Wird aber in dem erſten dieſer Ausdrücke ſtatt Q' das ihm gleiche $Q\sqrt{f^3}$ geſetzt, ſo wird daraus

aus $q' = \frac{t^3 + 3t}{4} . Q\sqrt{f^3}$, welche Gleichung ferner, durch $\frac{t^3 + 3t}{4} . Q = q$, T. XVI. F. 232.
in dieſe $q' = q\sqrt{f^3}$ verwandelt wird, die da giebt $lq' = lq + \frac{3}{2}lf$.

§. 1227. Dieſes beleuchtet den ganzen Weg, welchen die Aſtronomen gebahnet haben die zur wahren Anomalie eines Cometen gehörige Zeit zu entdecken, und hinwiederum von dieſer Zeit, wenn ſie bekant iſt, zur wahren Anomalie zu gelangen, wenn nur die kleinſte Entfernung des Cometen von der Sonne, oder der Parameter ſeiner Bahn bekant iſt, von welchem jene Entfernung immer den vierten Theil ausmachet. Sie haben vermittelſt der Gleichheiten $Q = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} . P$, in welcher P die Zeit des Umlaufs der Erde bedeutet, und $q = \frac{t^3 + 3t}{4} . Q$ eine Tafel verfertiget, aus welcher zu einer jeden vermittelſt der Tangente ihrer Hälfte t angegebenen wahren Anomalie, die Zeit q, und zu dieſer Zeit, wenn ſie gegeben wird, die wahre Anomalie unmittelbar, oder vermittelſt der kurzen Rechnung gefunden werden kan, die bey dem Gebrauche der Tafeln faſt immer nöthig iſt. Wenn nun zu einem Cometen die kleinſte Entfernung SP bekant iſt, und alſo aus der Verhältniß derſelben zur mittlern Entfernung der Erde von der Sonne, die Zahl $f = \frac{SP}{ST}$ geſchloſſen werden kan: ſo wird zu einer jeden, wie gewöhnlich in Graden und Minuten angegebenen wahren Anomalie dieſes Cometen die Zeit q' entdecket, wenn nur die zu eben der wahren Anomalie gehörige Zeit q aus der Tafel genommen, und durch $\sqrt{f^3}$ multipliciret wird. Oder, wenn dieſes zu mühſam ſcheinet, ſo wird zu dem lq dieſer andere $\frac{3}{2}lf$ hinzugeſetzt, und dadurch $lq' = lq + \frac{3}{2}lf$ herausgebracht. Wird aber eine Zeit q' gegeben, in welcher der Comet von dem Puncte P ſeiner Bahn, allwo ſeine Entfernung von der Sonne die kleinſte iſt, bis zu einem andern, oder von dieſem bis zu jenem fortgehet, und man ſoll die zu dieſer Zeit gehörige wahre Anomalie finden: ſo wird erſtlich, nach der Vorſchrift $lq = lq' - \frac{3}{2}lf$, welches aus der vorigen unmittelbar flieſſet, die Zeit q entdeckt, und ſodann die dazu gehörige Anomalie aus der Tafel genommen, welche zugleich die verlangte ſeyn wird. Die Rechnung vermittelſt der Logarithmen wird dadurch erleichtert, daß in der Tafel die Theile der Tage nicht durch

T. XVI. F. 232. Stunden und Minuten, ſondern durch zehntheiliche Brüche angegeben werden, welche wenn es nöthig iſt, in Stunden und deren gewöhnliche Theile überſetzt werden müſſen.

Vorſtellung der den Zeiten gemäß getheilten Bahn eines Cometen.

§. 1228. Vermittelſt eben der Tafel, die dieſen Rechnungen zum Grunde *T. XVI. F.* 233. dienet, kan eine in ſchicklicher Gröſſe gezeichnete Parabel *DPE* (*T. XVI. F.* 233) ſo die Bahn eines Cometen vorſtellen ſoll, zu welcher die kleinſte Entfernung *SP* der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne *ST* gleich iſt, in Theile zerfällt werden, deren jeder von dem Cometen in einem natürlichen Tage, oder in einer gewiſſen Zahl ſolcher Täge, beſchrieben wird. Man nimt die zu einer gewiſſen Zahl der Täge, als 40, gehörige wahre Anomalie 48°, 56′ aus der Tafel, und machet den Winkel *PSQ* gleich dieſer wahren Anomalie. Alsdenn iſt *PQ* der in 40 Tagen beſchriebene Bogen; und wenn auf eben die Art mit einer jeden andern Zahl natürlicher Täge, von eins zu eins, fünf zu fünfe, oder wie hier, von zehn zu zehen, verfahren wird, ſo wird endlich die verlangte Theilung erhalten: und es kan zu jedem Theilungspuncte, *Q*, *R*, *T* die Zahl der Täge geſchrieben werden, welche der Comet brauchet den zwiſchen denſelben und dem *P* enthaltenen Bogen zu durchlaufen; aus welchen Zahlen ſodann die Anzahl der Täge, in welchen er aus *Q* in *R*, und aus *T* in *Q* oder *R* übergehet, gar leicht berechnet wird.

§. 1229. Es kan aber auch die dergeſtalt getheilte Parabel die Bahn eines jeden andern Cometen vorſtellen, zu welcher *SP* kleiner oder gröſſer iſt als *ST*, und bey derſelben eben die Dienſte leiſten, wenn man nur die Einheit, auf welche ſich die bey den Theilungspuncten ſtehende Zahlen beziehen, nun nicht den natürlichen Tag ſeyn läßt, ſondern einen andern Zeitraum dafür annimt, der gemeiniglich kleiner iſt als der natürliche Tag, ob er wohl auch gröſſer ſeyn kan. Dieſer Zeitraum wird zu einem jeden Cometen durch die Verhältniß *ST* : *SP* beſtimt, und wir wollen ihn, in Nachahmung der Künſtler, die ſich bey ihren Riſſen des verjüngten Maaßſtabes bedienen, den zu dieſen Cometen und ſeiner Bahn gehörigen verjüngten Tag nennen. Stellet man ſich nun dieſen verjüngten Tag zu der Bahn des Cometen, welche die getheilte Parabel angeben ſoll, von der gehörigen Gröſſe vor, und beziehet die Zahlen der Theilung auf denſelben, ſo iſt alles übrige wie in dem vorigen Falle, da SP der ST gleich war; und insbeſondere die Verhältniß der Zeiten, in welchen zween nach Belieben anzunehmende Bogen TQ und PR beſchrieben werden, aus den bey den Puncten T, P, Q, R ſtehenden Zahlen leicht zu nehmen. In dem gegenwärtigen Beyſpiele iſt dieſe Verhältniß 90 : 70 = 9 : 7, und eben ſo wird in allen andern Fällen verfahren. T. XVI. F. 233.

§. 1230. Soll nun aber auch die Zeit, in welcher ein Comet, deſſen SP von der ST verſchieden iſt, einen gewiſſen Theil ſeiner Bahn PQ, TQ oder QR beſchreibet, in natürlichen Tägen und deren Theilen angegeben werden, ſo iſt nur noch die Länge ſeines verjüngten Tages, oder die Verhältniß deſſelben zu dem natürlichen, auszumachen. Zu dem Ende müſſen wir uns erinnern, daß immer die Zahl der verjüngten Täge des Cometen, deſſen SP von der ST verſchieden iſt, welche zu einer nach Belieben angenommenen Anomalie PSQ gehören, der Zahl der natürlichen Täge gleich ſey, ſo in der Bahn, zu welcher $SP = ST$, eben der Anomalie PSQ zukomt. Demnach kan in der Gleichung $q' = q\sqrt{f^3}$, welche wir zuletzt gehabt haben (1226), q immer die Zahl der verjüngten Täge bedeuten, die zu den Cometen, für welchen die gezeichnete und getheilte Parabel gelten ſoll, bey der angenommenen Anomalie PSQ ſtehet; und dieſe Zahl der verjüngten Täge giebt die Zeit an, in welcher der Comet von dem Puncte P ſeiner Bahn in Q übergehet, indem q' die Zahl der natürlichen Täge vorſtellet, welche eben der Comet braucht, eben den zu der Anomalie PSQ gehörigen Bogen PQ zu durchlaufen. Da alſo die Zahl q' natürlicher Täge, und die Zahl q verjüngter, eben die Zeit angeben, ſo muß umgekehrt der verjüngte Tag ſich zu dem natürlichen wie q' zu q verhalten. Nun iſt aus der Gleichung: $q' : q = \sqrt{f^3} : 1$, alſo auch der verjüngte Tag zu dem natürlichen wie $\sqrt{f^3} : 1$. Da alſo der natürliche Tag zur Einheit gemacht wird, ſo wird immer der verjüngte aus dieſer Einheit und den Theilen derſelben durch die Zahl $\sqrt{f^3}$ ausgedruckt: und man kan den verjüngten Tag für jeden Cometen finden, ſo bald zu denſelben, vermittelſt der Proportion $ST : SP = 1 : f$, die Zahl f entdecket iſt. Alsdenn wird ein jeder durch die Zahl q angegebener Zeitraum, deren Einheit der verjüngte Tag iſt, durch die Zahl q' von natürlichen Tägen ausgedrückt, wenn man machet $q' = q\sqrt{f^3}$: und wenn ein Zeitraum durch die Zahl q' natürlicher Täge angegeben wird, ſo wird umgekehrt die Zahl der verjüngten q eben den Zeitraum ausdrückenden gefunden, wenn genommen wird $q = \frac{q'}{\sqrt{f^3}}$.

Entfer-

Entfernung eines Cometen von der Sonne.

T. XVI. F. 233. §. 1231. Wenn die wahre Anomalie eines Cometen, ſamt deſſen kleinſter Entfernung von der Sonne, bekant ſind, ſo wird auch deſſen Entfernung von der Sonne entdeckt, die ihm bey dieſer Anomalie zukomt. Denn wir haben (57) geſehen, daß wenn v den Winkel HFK der zwölften Zeichnung (*Tab. I.*) bedeutet, und r die geſuchte Entfernung FH, ſeyn werde $r = \frac{b}{1 - \cos v}$. Nun macht aber, wenn die Parabel als die Bahn eines Cometen angeſehen wird, die wahre Anomalie AFH mit dem HFK zween rechte Winkel. Es iſt alſo der Coſinus des einen dieſer Winkel dem Coſinus des andern gleich, und demſelben gerade entgegen geſetzt. Läſſet man alſo nunmehro v die wahre Anomalie AFH bedeuten, ſo wird $r = \frac{b}{1 + \cos v}$. Nun iſt bekant, daß $\sqrt{\frac{1 + \cos v}{2}} = \cos \frac{1}{2}v$, was auch v vor einen Winkel bedeuten mag (*), und es folgt hieraus $1 + \cos v = 2(\cos \frac{1}{2}v)^2$, welches in dem vorigen gehörig angebracht, giebt $r = \frac{b}{2(\cos \frac{1}{2}v)^2}$, oder $r = \frac{\frac{1}{2}b}{(\cos \frac{1}{2}v)^2}$. Es iſt aber $\frac{1}{2}b = FA$ die kleinſte Entfernung des Cometen von der Sonne, und da $\frac{1}{2}v$ die Hälfte der wahren Anomalie bedeutet, ſo kan vor $\cos \frac{1}{2}v$ mit eben dem Rechte bloß *cos.* geſchrieben werden, mit welchem man die Tangente dieſes Winkels durch das bloſſe t andeutet: wodurch der Ausdruck in dieſen (*Fig.* 233) $r = \frac{\frac{1}{2}b}{(\cos)^2} = \frac{SP}{(\cos)^2}$ verwandelt wird, aus welchem ſogleich folget $(\cos)^2 . r = SP$.

Berechnung des Laufs eines Cometen.

§. 1232. Dieſes iſt alles, ſo der Anweiſung zur Berechnung des Orts, in welchem ein Planet in einem gegebenen Zeitpuncte von der Erde geſehen wird, noch beygefügt werden muſte, um ſie auch bey einem jeden Cometen brauchbar zu machen, zu welchem die Gründe der Rechnung in unſerer Gewalt ſind. Es ſind T. XVI. F. 234. aber dieſe Gründe, zu deren Erleuterung die 234ſte Zeichnung dienet, in welcher $AMBN$ die um den Mittelpunct der Sonne S beſchriebene Ecliptic, und MPN die paraboliſche Bahn des Cometen vorſtellen ſoll; 1) der Zeitpunct, in welchem ſich der Comet bey dem Puncte ſeiner kleinſten Entfernung P befunden hat, oder beſin-

---

(*) Anal. fin. §. 436.

befinden wird, welcher zur Epoche dienet. 2) Die Entfernung dieſes Puncts P von der Sonne, oder die Linie SP, welche mit der mittlern Entfernung der Erde von derſelben ST verglichen, die Verhältniß $ST : SP$ giebt. 3) Der Ort des aufſteigenden Knotens N in der Ecliptic, das iſt, die Länge deſſelben, welche, wenn die verlängerte SI nach dem Anfange der Ecliptic läuft, durch den Winkel ISN gegeben wird. 4) Die Neigung der Fläche, in welcher der Comet ſeine Bahn beſchreibt, gegen die Fläche der Ecliptic, oder der Winkel PNB, welchen dieſe Flächen mit einander einſchlieſſen. 5) Die in der Fläche der Bahn des Cometen genommene Länge des Puncts der ſtärkſten Annäherung P, welche, wie bey den Planeten (1169), aus der Länge des aufſteigenden Knoten ISN, und aus dem Winkel PSN zuſammen geſetzt wird, wenn man, wie gewöhnlich, beyde Winkel, den einen von der SI und den andern von SN, nach eben der Seite B, P bis zu vier rechten Winkeln, oder 360 Graden anwachſen läßt. Man muß aber auch wiſſen ob der Comet, aus der Sonne betrachtet, rechtläufig oder rückläufig ſey. T. XVI. F. 234.

§. 1233. Alsdenn wird vor allen Dingen, vermittelſt der Proportion $ST : SP = 1 : f$, dieſe f und aus derſelben $\sqrt{f^3}$, gefunden, welche den verjüngten Tag des Planeten, in Theilen des natürlichen angiebet. Dieſes geſchiehet am geſchwindeſten vermittelſt der Logarithmen, indem man machet $lf = lSP - lST$, und alsdenn zu dem Logarithmen von $\sqrt{f^3}$, drey Hälften des lf nimt, da denn, wenn man fortfahren will mit Logarithmen zu rechnen, $\frac{3}{2}lf$ für ſich hinlänglich iſt. Nun wird aus dem Zeitpuncte, für welchen der Ort des Cometen berechnet werden ſoll, und aus demjenigen, in welchem er bey P geweſen iſt, oder daſelbſt ſeyn wird, der zwiſchen dieſen zweyen Zeitpuncten enthaltene Zeitraum in zehntheilichen Brüchen des natürlichen Tages berechnet. Die gefundene Zahl, welche dieſen Zeitraum dergeſtalt ausdrücket, durch $\sqrt{f^3}$ dividiret, wird eben den Zeitraum in verjüngten Tagen des Cometen und deſſen Theilen angeben, für welche die wahre Anomalie aus der (*Fig.* 233) getheilten Parabel genommen werden könte, wenn in derſelben die kleinern Theile ohne Fehler und ſichtbar wären; aus der Tafel aber immer mit einer hinlänglichen Richtigkeit genommen werden kan. Die dergeſtalt entdeckte wahre Anomalie des Cometen wird mit der Länge des Puncts P zuſammen gehalten, und nachdem ſich der Comet an der Seite M oder N dieſes Puncts befindet, zu derſelben hinzugeſetzt, oder davon abgezogen, um die in der Fläche ſeiner Bahn genommene Länge des Cometen herauszubringen. Iſt nun C der

T. XVI. F. 234. durch dieſe Länge oder die Anomalie *PSC* gegebene Ort des Cometen in ſeiner Bahn, ſo wird auch die Entfernung deſſelben von der Sonne *CS* vermittelſt der (1231) gegebenen Anweiſung berechnet.

§. 1234. Nun iſt auch der Winkel *NSC* in unſerer Gewalt, als welcher gefunden wird, wenn man von der entdeckten Länge des Cometen in ſeiner Bahn die Länge des Knoten *ISN* abziehet. Es giebt dieſer Winkel *NSC* auch hier das Argument der Breite, und dienet in dem bey *D* rechtwinklichten Kugeldreyecke *CSND*, deſſen Winkel bey *N* bekant iſt, und deſſen Seiten die Winkel *CSN, DSN, CSD* meſſen, nicht nur die Breite *CSD*, in welcher er aus der Sonne geſehen wird, ſondern auch den Winkel *NSD* zu finden, welcher zu dem *ISN* hinzugethan, die Länge des Cometen in der Fläche der Ecliptic ausmachet. Aus dem Winkel *CSD* aber und der Seite *CS* wird auch die Seite *SE* des rechtwinklichten Dreyecks *CSE* gefunden, ſo die verkürzte Entfernung des Cometen von der Sonne iſt, und dadurch *E*, der Entwurf des Cometen in der Fläche der Ecliptic, völlig beſtimmet. Das übrige geſchiehet vollkommen ſo, wie bey den Planeten. Es wird auch der Ort der Erde in der Fläche der Ecliptic *T*, durch ihre Länge und ihre wahre Entfernung von der Sonne, zu dem angegebenen Zeitpuncte völlig beſtimt, und dadurch in dieſer Fläche ein Dreyeck *TSE* gebildet, deſſen zwo Seiten, *SE* und die Entfernung der Erde von der Sonne *ST*, ſamt dem zwiſchen denſelben enthaltenen Winkel *TSE* bekant ſind, wodurch die zween übrigen Winkel dieſes Dreyecks, ſamt der dritten Seite deſſelben *TE*, wenn dieſe verlangt wird, ebenfalls gegeben werden. Denn es werden vornehmlich die Winkel gebraucht, unter welchen *STE*, der ſeine Spitze in der Erde hat, den Unterſchied der Länge des Cometen und der Sonne angiebt, und uns in den Stand ſetzt auch die in der Fläche der Ecliptic genommene Länge des Cometen ſelbſt, vermittelſt der bekanten Länge der Sonne, herauszubringen. Die Breite, in welcher der Comet von der Erde geſehen wird, iſt alsdenn, vermittelſt der Sinus der Winkel dieſes Dreyecks *STE*, aus der entdeckten Sonnenbreite *CSD*, wie (1175) bey den Planeten gewieſen worden iſt, herzuleiten, wiewohl man auch vermittelſt ſeiner Seiten zu eben dem Zwecke gelangen könte. Was weiter verlangt werden mag, und unter dieſen die wahre Entfernung des Cometen von der Erde, iſt hieraus leicht zu berechnen, und die Wege dar zu biethen ſich einem jeden, dem die Berechnung der Planeten bekant iſt, faſt von ſelbſten dar.

Entdeckung der Gründe, welche den Lauf eines Cometen beſtimmen.

§. 1235. Es müſſen aber die angezeigten fünf Gründe des Laufs eines jeden beſondern Cometen bekant ſeyn, wenn der Ort deſſelben zu jedem gegebenen Zeitpuncte berechnet werden ſoll; und dieſe Entdeckung iſt nicht leicht. Der Comet erſcheinet nur eine kurze Zeit; man muß bey demſelben die Beobachtungen anſtellen mehr wie man kan, als wie man will, und kan die Umſtände, in welchen ſie die gröſte Zuverläßigkeit verſprechen, nicht immer erwarten. Ueberhaupt ſind ſo viele von dem Beobachtungsplatze geſehene Längen und Breiten deſſelben, ſamt den dazu gehörigen Zeiten zu ſamlen, als man haben kan. Aber auch die Entdeckung dieſer Längen und Breiten iſt nicht ohne Schwürigkeit, weil ein Comet ſelten in der Mittagsfläche zu ſehen iſt, und alſo das leichteſte Mittel den Vorſprung eines himliſchen Körpers vor der Sonne, und die Abweichung deſſelben von dem Gleicher zu beobachten, hier meiſtentheils wegfällt. Man kan die Entfernung des Cometen von zween Fixſternen nehmen, deren Längen und Breiten bekant ſind, und daraus die Länge und Breite deſſelben ſchlieſſen. Man kan ſich auch zur Beſtimmung ſeines Vorſprungs vor irgend einem bekanten Fixſtern, ſtatt der Mittagsfläche, eines ſichtlich gemachten Theils dieſer oder jener durch die Weltaxe gehenden Stundenfläche bedienen, und durch den daraus geſchloſſenen geraden Aufgang des Cometen, und deſſen zugleich beobachtete Höhe, ſeinen Ort an dem Himmel zur Zeit der Beobachtung finden. Das zugleich mit der Höhe genommene Azimut des Cometen würde zu eben dem Zwecke führen; und es iſt zu vermuthen, daß noch andere Mittel da ſind, die Länge und Breite, mit welchen der Comet zu einem gewiſſen Zeitpuncte würklich von der Erde geſehen worden iſt, mit einer hinlänglichen Richtigkeit, zu entdecken. *T. XVI. F. 234.*

§. 1236. Wenn zur Zeit einiger dieſer Beobachtungen die Breiten des Cometen klein genug befunden worden ſind, ſo wird der Augenblick ſeines Durchgangs durch die Fläche der Ecliptic, und durch ſeine Knotenlinie, wie bey den Planeten entdeckt, und durch dieſe Kentniß die übrige Unterſuchung in etwas erleichtert. Die Zeitpuncte, in welchen ſich der Comet in dem Gegenſtande gegen die Sonne, oder in ſeiner Zuſammenkunft mit derſelben gezeiget hat, würden dazu noch mehr beytragen, da ſie die eigentlichen Stellen der Ecliptic angeben, bey welchen der Comet in dieſen Zeitpuncten geſehen werden konte. Es iſt aber

T. XVI. F. 234. die erſtere Art dieſer Erſcheinungen ſelten: und die Zuſammenkunft eines Cometen mit der Sonne kan ſchwerlich gemerket werden, es müſte dann derſelbe bey der Gelegenheit einer Sonnenfinſterniß ſichtbar werden, oder, wie die Venus und der Mercur zuweilen thun, durch die Sonnenſcheibe durch zu gehen ſcheinen. Zwar kan auch aus dem Wachſen oder Abnehmen des Winkels, in welchem wir den Körper eines Cometen ſehen, auf deſſen Annäherung an die Erde, oder die zunehmende Entfernung von derſelben geſchloſſen werden, welches der Beurtheilung ſeines Laufs um die Sonne zu einem Grunde dienet, inſonderheit wenn dabey die Stärke des Lichts, welches er uns zuwirft, nicht auſſer Acht gelaſſen wird. Und der Dunſtkreis eines Cometen, vornehmlich aber die Länge ſeines Schweifs, pflegt ebenfalls bey deſſen Annäherung an die Sonne, und einige Zeit nachher zu wachſen. Es iſt aber von allen dieſen Beobachtungen, und ſelbſt von der Geſchwindigkeit, mit welcher der Comet an jedem Tage ſeiner Erſcheinung an dem Sternhimmel fortrücket, nichts mehr zu erwarten, als eine ohngefehre Beſtimmung der Lage ſeiner Bahn, durch welche die Gegend, in welche der Punct ſeiner gröſten Annäherung fallen möchte, ſamt der Zeit, in welcher er ſich bey demſelben befindet, beyläufig angegeben wird, ſamt dem Umſtand, ob der Comet rechtläufig oder rückläufig ſey. Es iſt gut wenn man dieſe Dinge vorausſetzen kan, und die genauere Unterſuchung wird dadurch ſehr erleichtert. Doch iſt auch die vorläufige Kentniß derſelben nicht unumgänglich nothwendig.

§. 1237. Unſere heutigen Aſtronomen bedienen ſich zur Ausfindung der Bahn eines Cometen vorzüglich dreyer, zu verſchiedenen Zeiten, von der Erde beobachteten Längen und Breiten deſſelben, und erreichen ihren Zweck deſto ſicherer, je mehr die Zeitpuncte dieſer Beobachtungen aus einander fallen: auſſer daß diejenigen, in welchen der Comet ohne einige Breite erſchienen iſt, nicht leicht übergangen werden, weil ſie die kürzeſte Rechnung erfodern. Alsdenn beſtehet die ganze Arbeit darinne, daß ſie eine Parabel zu beſchreiben ſuchen, deren Nabel in den Mittelpunct der Sonne fällt, welche den drey angenommenen Beobachtungen ein Genüge leiſtet. Ohnfehlbar giebt es einen geometriſchen Weg hierzu: es muß aber derſelbe ſehr weitläuftig und mühſam ſeyn, da er noch nicht entdeckt und gebahnet iſt; und dieſes rühret vornehmlich davon her, daß nicht einmal von der Fläche, in welcher die Parabel beſchrieben werden ſoll, mehr bekant iſt, als daß ſie durch den Mittelpunct der Sonne gehe. Man hat alſo den Weg des Verſuchens

chens erwählet, nach welcher durch den Mittelpunct der Sonne eine Fläche bald ſo bald anderſt gelegt, und die in dieſer Fläche beſchriebene Parabel ſo lange geändert wird, bis endlich der verlangte Zweck erhalten iſt. Die Arbeit würde ungemein lang und äuſſerſt verdrüßlich ſeyn, wenn man ſich nicht dabey an die Geometrie halten, und eine gewiſſe Ordnung beobachten wolte. Da ſie aber bey dem allen noch weitläuftig genug bleibt, ſo habe ich bereits vor vielen Jahren an eine Art eines Werkzeuges gedacht, welches den größten Theil der Arbeit, die zur Entdeckung der Bahn eines Cometen unternommen werden müſte, zu einem bloſſen Werke der Finger machet. Zwar kan daſſelbe, wie die meiſten ſolcher Nachahmungen, bey der geringen Gröſſe, in welcher es auszuführen iſt, nicht die vollkommenſte Richtigkeit geben. Es wird aber auch dieſe nicht immer verlangt: und wenn ſie verlangt wird, ſo iſt es, wenn das geſuchte, wie hier, durch Proben entdeckt werden ſoll, immer gut daſſelbe vors erſte ohne ſonderliche Fehler zu wiſſen. Dieſes erſparet eine Menge unnützer Verſuche, indem dadurch die ganze Arbeit auf die Berichtigung der kleinen Fehler eingeſchrenket wird, welche das Werkzeug zweifelhaft läſſet. Ich will dieſe Einrichtung, und die Art damit zu verfahren, ſo deutlich als es mir möglich ſeyn wird, beſchreiben. T. XVI. F. 234.

Ein zur Entdeckung der Bahn eines Cometen beſtimtes Werkzeug.

§. 1238. Der Grund von allem iſt eine auf die (1227) erklärte Art getheilte Parabel; und man würde mit einer einzigen auskommen können, wenn nicht die Parameter der Bahnen; welche die Cometen um die Sonne beſchreiben, ſo gar ſehr verſchieden wären. Denn es iſt, auſſer der lage der Fläche, in welcher eine ſolche Bahn beſchrieben wird, nur um die Verhältniß des Viertels ihres Parameters, dem die kleinſte Entfernung des Cometen von der Sonne gleich iſt, zu der mittlern Entfernung der Erde zu thun, welche, wie eine jede andere Verhältniß, eben ſo wohl angegeben werden kan, wenn man dem erſten Gliede eine beſtändige Gröſſe giebt, und das zweyte derſelben gemäß machet, als wenn man das zweyte unverändert läßt, und nur das erſte vermehret oder vermindert. Wir werden uns würklich des erſtern dieſer Mittel bedienen, und zu der als bekant angenommenen kleinſten Entfernung des Cometen, die mittlere Entfernung der Erde ſuchen. Es ſind aber die Bahnen der Cometen ſo ſehr von einander verſchieden, daß einige derjenigen welche noch von der Erde geſehen werden, wenigſtens vier-

T. XVI. F. 234. mal weiter von der Sonne entfernet bleiben, als die Erde; da im Gegentheil andere der Sonne über hundertmal näher kommen. Bey ſo geſtalten Sachen würde, wenn die Bahn eines Cometen durch eben die Parabel vorgeſtellt werden ſolte, die mittlere Entfernung der Erde für einige viel zu groß und für andere zu klein ausfallen. In der That ſind der Cometen, bey welchen ſich die eine oder die andere dieſer Unbequemlichkeiten ereignen würde, nur wenige: ſie zwingen uns aber doch, wenn die Einrichtung einige Vollſtändigkeit erhalten ſoll, wenigſtens drey gehörig getheilte Parabeln anzugeben, von welchen bald dieſe bald jene zu gebrauchen ſeyn wird. Ein derſelben ſchicket ſich zu den meiſten Cometen, und dieſe will ich die mittlere nennen, weil ihr Parameter zwiſchen den Parametern der beyden übrigen im Mittel ſtehet, die bloſſe Nothhelfer ſind, und nur in ſeltenen Fällen gebraucht werden.

§. 1239. Dieſe mittlere Parabel nun wird alſo verfertiget. Aus einem Maaßſtabe, deſſen zur Einheit gemachten Theil ich einen Zoll nennen will, weil meines Erachtens die ſchicklichſte Gröſſe, die man derſelben geben kan, wol etwas mehr, aber nicht viel weniger betragen kan, als einen pariſer Zoll, werden drey
T. XVI. F. 235. ſolche Längen genommen, und es wird mit dieſem Halbmeſſer *SA* (*Tab. XVI. Fig.* 235.), um den Mittelpunct *S*, der den Ort der Sonne vorſtellen ſoll, der Cirkelkreis *ABC* beſchrieben. Durch eben den Punct *S* wird auch, zur Axe der Parabel, die *AQ* gezogen, und in derſelben *SP* dem vierten Theile der *AS*, und alſo dreyvierteln eines Zolls, gleich gemacht. Das Punct *P* iſt alsdenn die Scheitel der Parabel, zu welchem dieſelbe um den Nabel *S* mit der gehörigen Sorgfalt beſchrieben, und beyderſeits von *P* an nach *D* und *E* ſo weit fortgeſetzt werden muß, daß der Theil der Axe *PQ*, welcher zu dieſem Theile der Parabel *DPE* gehöret, fünf bis ſechsmal ſo groß werde, als die *SA*; ob wohl dieſe *PQ* in der Zeichnung, wegen des engen Raums, viel kleiner erſcheinet. Es geſchiehet aber die Zeichnung auf einem aus hölzernen Schienen zuſammengeſetzten Gitterwerke, welches von auſſen dergeſtalt abgerundet wird, daß dieſer Rand die Parabel ſo genau als möglich iſt angiebt: auf die Ebene der alſo abgerundeten Schiene aber wird die Theilung getragen, und wie (1227) gewieſen worden iſt, mit den gehörigen Ziffern bezeichnet. Die zweyte und dritte Parabel wird nach eben der Anweiſung gemacht, auſſer daß die eine nicht mehr als ein Viertel des angenommenen Zolls zur Entfernung ihres Scheitels von dem Nabel *SP* bekomt, die andere aber drey

volle Zolle; die Axe *PQ* aller dieſer Parabeln aber bekommet die angezeigte Länge der Axe der mittlern, zu welcher *SP* dreyviertel eines Zolls betrug. T. XVI. F. 235.

§. 1240. Der Nabel *S* erfodert ein Mittel, welches ihn unbeweglich an ſeinem Orte erhält, nach welcher Seite man auch die Parabel um denſelben drehen und wenden mag. Dieſes kan vermittelſt einer kleinen nach einem ihrer Durchmeſſer durchbohreten wohl abgerundeten Kugel erhalten werden, wenn ſie ſo gefaßt wird, wie ſehr gewöhnlich iſt, daß ſie ſich nehmlich frey um ihren Mittelpunct drehen kan. Die ganze Einrichtung wird in der Zeichnung (*Tab. XVI. Fig.* 236.) T. XVI. F. 236. ohngefähr in der wahren Gröſſe im Durchſchnitte vorſtellet, bey welcher nichts zu ſagen iſt, als daß ſich die Kugel auch um den äuſſerſten Abſatz der gleich zu beſchreibenden eiſernen Stütze *SC*, welcher durch ihren Mittelpunct hindurchgehet, drehen, und von demſelben leicht abnehmen laſſen müſſe. Dieſer Mittelpunct *S* fällt übrigens genau in den Nabel der Parabel, und liegt alſo in der Oberfläche des Gitterwerks, in welcher dieſe gezeichnet iſt. *PQ* iſt ein Durchſchnitt dieſes Gitterwerks, in welchen die Axe der eigentlichen Parabel fällt; und dieſes macht die Sache noch deutlicher. Es iſt nicht nöthig, daß die Kugel dieſes Gitterwerk *PQ* in dem Stande, in welchem es die Zeichnung vorſtellet, oder einen andern, ſchwebend erhalte. Sie kan alſo loſe genug gefaſſet, und dadurch die Bewegung der Parabel ſelbſt deſto leichter und freyer gemacht werden. Es wird dem ohngeachtet die Parabel in einer jeden Lage bleiben, in welche ſie gebracht worden iſt, wenn man nur auch ein Punct *Q* ihrer Axe unbeweglich macht. Die Stütze *CS* wird von Eiſen, ſo dünne als es die Gefahr ſie zu beugen erlauben will, und von *C* bis *S* funfzehn der angenommenen Zolle hoch gemacht. Sie iſt rund, und läuft von unten bis an den Abſatz bey *S* nach und nach dünner zu, damit ihr die Parabel *PQ* deſto näher gebracht werden könne, wenn dieſes die Umſtände erfodern.

§. 1241. Das dicke Brett *AB*, an welches die Stütze *CS* zu befeſtigen ſeyn wird, wird von gutem Holze ſo gearbeitet, daß die Ebene deſſelben, welche beym Gebrauche, da man das Brett flach auf einen Tiſch legt, dem Geſichte ausgeſetzt iſt, ſo wenig als möglich einiger Veränderung unterworfen ſey. Es kan dieſes Brett die Geſtalt eines Quadrats bekommen, deſſen Seite funfzehn unſerer angenommenen Zolle hält, wie wohl daran ſo viel nicht gelegen iſt. Das Mittel deſſelben wird zum Mittelpuncte eines Cirkels gemacht, welcher mit einem

T. XVI. F. 236. Halbmeſſer von vier bis fünf Zollen, in die Ebene des Bretts beſchrieben, und wie bey der Ecliptic gewöhnlich iſt, in Zeichen und Grade getheilet werden muß. Auſſerdem werden um eben den Mittelpunct in der Fläche des Bretts noch andere Cirkel beſchrieben, deren kleinſter $\frac{1}{4}$ des Zolls um ſeinem Halbmeſſer bekomt, der zweyte $\frac{2}{4}$, der dritte $\frac{3}{4}$ und ſofort von Viertel zu Viertel, bis zwiſchen dem größten und der getheilten Ecliptic ein Zwiſchenraum von ohngefehr $\frac{2}{4}$ übrig bleibt. Die an dieſes Brett nachher befeſtigte Stütze *SC* fällt mit ihrer Mittellinie, die zugleich durch den Mittelpunct der kleinen Kugel *S* gehet, in den Mittelpunct dieſer Cirkel; ſo daß die gerade Linie, welche den Mittelpunct der Kugel mit dem Mittelpuncte der Cirkel verknüpft, der Ebene des Brettes ſenkrecht wird.

§. 1242. Es iſt aber dieſe Ebene des Bretts diejenige nicht, ſo die Fläche der Ecliptic vorſtellen ſoll, ſondern derſelben nur parallel. Die eigentliche Fläche der Ecliptic muß man ſich, durch den Mittelpunct der Kugel *S* gehend, gedenken, und, weil ihr die Ebene des Bretts parallel ſeyn ſoll, durchaus gleich weit von dieſer Ebene entfernen. Es iſt nicht ſchwer ein jedes in der Ebene des Bretts angegebenes Punct, in dieſe bloß in der Einbildung beſtehende Fläche der Ecliptic überzutragen, unter welchen die Theilungspuncte des in jener Ebene beſchriebenen Cirkels mit ſind: und in ſoferne kan die Ebene des Bretts die Stelle der Ebene der Ecliptic, und der in derſelben beſchriebene und getheilte Cirkel, die Ecliptic ſelbſt vertreten. Man verſiehet ſich mit einem gedoppelten Winkelhacken, welchen zwey T. XVI. F. 237. rechtwinklichte Brettchen *ABCD* und *EC* (*Tab. XVI. Fig.* 237.) geben, wenn man ſie unter einen beliebigen Winkel *ABE* an einander füget. In dieſem Winkelhacken wird *CS* der Länge der Stütze *CS* der vorhergehenden Zeichnung, von der Ebene des Bretts bis an den Mittelpunct der Kugel, gleich gemacht, durch das Punct *S* die *SF* der Seite *CD* parallel gezogen, und zu dem in dieſer *SF* ſchicklich angenommenen *T*, das Rechteck *SD* vollendet. Wenn man nun den dergeſtalt eingerichteten Winkelhacken, auf die dem Horizonte beynahe parallel gemachte Ebene des Bretts ſetzet: ſo wird die *BC*, und eine jede, wie *TG* derſelben parallel laufende Linie, dieſer Ebene perpendicular; die *FS* aber fällt ganz in die durch den Mittelpunct der Kugel gehende Fläche, die eigentlich die Fläche der Ecliptic vorſtellen ſoll, und dieſes dergeſtalt, daß das Punct dieſer Linie *T*, in der eigentlichen Vorſtellung der Fläche der Ecliptic, ſo zu liegen komt, wie das Punct *G* in der Ebene des Bretts lieget. Jeder der zween Puncte *T*, *G* iſt der orthographiſche

Entwurf des andern, und zu denſelben, vermittelſt des Winkelhackens, leicht genug zu finden. Eine jede in der Fläche *ABCD* gezogene gerade Linie *HT*, *KT* aber ſchlieſſet mit der *FS* eben den Winkel ein, mit welchem ſie ſich gegen die durch dieſelbe *FS* gehende Fläche der Ecliptic neiget. *T. XVI. F. 237.*

§. 1243. Dieſes wäre die ganze Einrichtung; auſſer daß man zu dem würklichen Gebrauche derſelben ſich mit dünnen Fäden verſehen, und auf Mittel bedacht ſeyn muß dieſe Fäden in der Luft dergeſtalt zu ſpannen, daß ſie, ſo lang man will, durch die nehmlichen Puncte hindurchgehen. Wenn das Brett mitten auf einen freyſtehenden Tiſch von hinlänglicher Gröſſe gelegt wird, ſo finden ſich dieſe Mittel gar leicht. Man kan an dem Rande des Tiſches aufrecht ſtehende Stützen anſchrauben, und einige etwas ſchwere Bleygewichte, an welche die Fäden gebunden ſind, geben gleichfals eine gute Befeſtigung, wenn ſie auf den Tiſch oder ſelbſt auf das Brett gelegt werden: ein runder Tiſch aber macht alles noch bequemer. Auch iſt eine Regel nöthig, vermittelſt welcher man einen jeden Durchmeſſer der auf das Brett gezeichneten Ecliptic ziehen kan, ohngeachtet der Mittelpunct dieſes Kreiſes, durch die gleich Anfangs an das Brett befeſtigte Stütze, völlig bedecket wird; welches erhalten werden kan, wenn man nur eine gemeine Regel, an der Stelle, bey welcher die Stütze derſelben hinderlich ſeyn würde, wenn man dieſe an zween einander entgegen geſetzte Puncte der Ecliptic anlegen wolte, daſelbſt, ſo weit es nöthig iſt, aushöhlet.

Gebrauch des beſchriebenen Werkzeuges.

§. 1244. Sind nun die drey beobachteten Längen und Breiten des Cometen die folgenden, welche der Herr de la Lande als ein Beyſpiel aufführet,

Zeit		Länge	Breite	
I. Septemb.	15^d, 15^h, 47′ ...	3^s, 10°, 22′ ...	10°, 20′.	Nord.
II. Septemb.	30, 6, 8 ...	5, 1, 42 ...	0, 0	
III. Octob.	12, 16, 42 ...	5, 26, 19 ...	3, 3½	Süd.

ſo wird zu jedem der drey Zeitpuncte dieſer Beobachtungen der Ort der Sonne in der Ecliptic, ſamt der Entfernung der Erde von derſelben, aus den Tafeln genommen. Der Unterſchied der Länge der Sonne und der Länge des Planeten giebt alsdann den Winkel bey der Erde für jede Beobachtung. Es iſt aber

T. XVI. F. 237.

	Ort der Sonne	ihre Entfernung von der Erde	der Winkel bey der Erde
I.	$5^{s}, 23^{\circ}, 23'$ ...	1,004	$73^{\circ}, 1'$
II.	6, 7, 42 ...	1,000	36, 0
III.	6, 20, 1 ...	0,996	23, 42.

Ferner iſt anzumerken, daß von dem Zeitpuncte der erſten Beobachtung bis an den Zeitpunct der zweyten 14 Tage, 14 Stunden und 21 Minuten verfloſſen ſind, und von dem Zeitpuncte der zweyten Beobachtung bis an den Zeitpunct der dritten, 12 Tage, 10 Stunden und 34 Minuten. Eben dieſe Zeiten werden auch durch die zehntheiliche Brüche 14,6 und 12,44 angegeben, deren Einheiten Tage ſind. Es ſind alſo von der erſten Beobachtung bis an die letzte 27,04 Tage verfloſſen.

§. 1245. Soll nun nach dieſer Vorbereitung die Bahn des beobachteten Cometen nach allen Umſtänden entdeckt werden, ſo werden

1°. in der Ecliptic des Bretts *AB*, (*Fig.* 236) an welchem zwar die Stütze befeſtiget, die Parabel aber, welche dieſe Bahn vorſtellen ſoll, noch nicht angebracht iſt, die drey Puncte *A*, *B*, *C* (*Tab. XVII. Fig.* 238.) bemerket, T. XVII. F. 238. welche die Stellen der Sonne zu den Zeiten der drey Beobachtungen angegeben. Die Erde hat ſich in eben den Zeitpuncten in den Stellen *D*, *E*, *F* befunden, welche jenen gerade entgegen liegen: ſo daß *AD*, *BE*, *CF* Durchmeſſer der Ecliptic werden, und dieſe Durchmeſſer ſind auf dem Brette würklich zu zeichnen.

2°. An dem Durchmeſſer *AD*, und an das Punct derſelben *D* wird ein Winkel *ADI* geſetzt, welcher dem zur erſten Beobachtung gehörigen Winkel an der Erde gleich iſt. Dieſes kan vermittelſt der getheilten Ecliptic ſelbſt geſchehen, wenn man die *DI* ſo ziehet, daß ſie von der Ecliptic den Bogen *Ad*, von gedoppelt ſo vielen Graden und Minuten abſchneide, als das Maaß des gedachten Winkels ausmachen. Der Winkel hielt 73°, 1′, alſo ſind in *Ad* 146°, 2′ enthalten. Eben ſo wird auch an das Punct *E* der zu der zweyten Beobachtung gehörige Winkel *BEII* an der Erde von 36°, angeſetzt, indem man dem Bogen *Be* deren 72 giebt, und an das Punct *F* der dritte *CFIII*, von 23°, 42′, indem man von der Ecliptic den Bogen *Cf* von 47°, 22′ abſchneidet. Wenn nun zu der Zeit der erſten Beobachtung *D* den Ort der Erde vorſtellet, von welchem nach der

Sonne

T. XVII. F. 238.

Sonne die *DS* gezogen iſt, ſo hat ſich der Comet in dieſem Zeitpuncte in einer Fläche befunden, welche durch *DI* der Fläche der Ecliptic perpendicular iſt: und eben dieſes iſt auch von den Puncten *E* und *F*, ſamt den dazu gehörigen Linien *EII* und *FIII* zu ſagen. Die Linien *DI*, *EII*, *FIII* ſelbſt aber haben keinen weitern Nutzen, als daß ſie die Richtungen anderer angeben, welche wir in der Oberfläche des Bretts denſelben parallel machen müſſen, und können alſo leicht ſo gezeichnet werden, daß ſie in der Theilung nichts verderben.

3°. Damit wir nun auch die Breiten vorſtellen können, mit welchen der Comet in den drey Beobachtungen der Erde erſchienen iſt: ſo wird zu der erſten auf den gedoppelten Winkelhacken (*Fig.* 237) die Linie *HT* durch *T* ſo gezogen, daß ſie mit der *FS*, die der *CD* parallel lieget, einen Winkel von 10°, 20′ einſchlieſſe, welche die Breite des Cometen bey der erſten Beobachtung ausmachten. Bey der zweyten hatte derſelbe keine Breite: es iſt alſo die *FS* ſelbſt die zu dieſer Breite gehörige Linie. Bey der dritten Beobachtung war die Breite von 3°, 3½′ ſüdlich. Es muſte alſo die *KT*, welche mit der *FS* einen Winkel von dieſer Gröſſe einſchlieſſet, die der *KT* wiedrige Lage bekommen. Man kan ſich hiebey nicht irren, wenn man auf die Gegend, nach welcher ſich die Linien *DI*, *EII*, *DIII* erſtrecken, zurück ſiehet, und ſich erinnert, daß die *FS* immer in die Fläche der Ecliptic falle. Alles was bisher geſchehen iſt, bleibt zu eben dem Cometen, und zu eben den Beobachtungen deſſelben, das nehmliche. Das folgende wird durch Verſuche bewerkſtelliget, bey welchen man Fehler begehen kan, deren Betrachtung uns der Wahrheit immer näher und näher bringen wird.

4°. Es iſt aber das einzige, ſo bey dieſen Verſuchen willkührlich angenommen wird, die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, oder vielmehr die Verhältniß dieſer Entfernung, welche wir uns auch hier unter *ST* vorſtellen können, zur kleinſten Entfernung des Cometen von derſelben *SP*. Dieſe *SP* iſt immer diejenige, ſo zur Parabel gehöret die man gebrauchen will, was aber die *ST* anlangt, ſo wird für dieſelbe der Halbmeſſer eines der um *S* der auf das Brett gezeichneten Cirkelkreiſe nach Gutdünken angenommen. Es darf dieſer Halbmeſſer *ST*, oder wie er in der 238ſten Figur bezeichnet iſt, *St*, nicht gröſſer ſeyn, als drey unſerer zu Einheiten gemachten Zolle, wenn nicht zuweilen einige Beobachtungen unbrauchbar werden ſollen. Denn es ſind nur diejenigen Theile der Bahnen der Cometen gezeichnet worden, in welchen dieſelben, bey dieſer Gröſſe

T. XVII. F. 238. der Erdbahn von uns geſehen werden können. Wird alſo die Erdbahn gröſſer angenommen, ſo kan es ſich zutragen, daß bey der erſten oder letzten Beobachtung, und vielleicht auch bey der mittelſten, der Comet ſo weit von der Sonne entfernet geweſen, daß ihn die Parabel, wie ſie gezeichnet und auf das Holz gebracht worden iſt, nicht mehr erreichen kan, da ſie denn unbrauchbar wird. Iſt dieſes nicht zu befürchten, ſo kan die angenommene ST das Maaß von drey Zollen gar wohl überſteigen. Es mag aber die ST ſo groß genommen werden als man will, ſo werden, vermittelſt der Proportion $\sqrt{SP^3} : \sqrt{ST^3} = q' : q$ die zwiſchen den Beobachtungen verfloſſene Zeiten, welche in natürlichen Tagen angegeben ſind, durch verjüngte Täge des Cometen ausgedrückt, deſſen kleinſte Entfernung von der Sonne durch die Verhältniß $SP : ST$ beſtimmet wird. Denn wir haben geſehen, daß wenn q' die Zahl der in einem gewiſſen Zeitraume enthaltenen natürlichen Tage bedeutet, q die Zahl der in eben dem Zeitraume enthaltenen zu der Verhältniß $SP : ST$ verjüngten ſeyn werde. Dieſe letztern Zahlen, nehmlich die q, werden durch die Ziffer angegeben, welche der getheilten Parabel beygeſchrieben ſind.

5°. Es wird gemuthmaſſet, daß der mit dem Radius $St = ST$ in der Fläche des Bretts beſchriebene Cirkel die Bahn der Erde, in ihrer wahren Gröſſe in Abſicht auf die zur Bahn des Cometen gemachten Parabel, vorſtelle, und es iſt zu unterſuchen, in wie ferne dieſe Muthmaſſung der Wahrheit gemäß ſey. Iſt aber der Kreis würklich die Erdbahn, oder vielmehr der Entwurf derſelben in der Ebene des Bretts, ſo ſind die Puncte t, v, x die orthographiſchen Entwürfe der Stellen der Erde, t zur erſten Beobachtung, v zur zweyten, und x zur dritten. Denn es iſt nicht nöthig, gleich Anfangs, auf die Eccentricität der Erdbahn mit Acht zu haben, und es iſt Zeit genug die Fehler, welche dadurch begangen werden, daß man die Linien St, Sv, Sx, einander gleich machet, vermittelſt der bekanten Entfernungen der Erde von der Sonne zu verbeſſern, wenn ſie bey einer ſo kleinen Vorſtellung je merklich werden. Um nun zu dieſen Entwürfen t, v, x die eigentlichen Stellen der Erde in der Fläche der Ecliptic zu beſtimmen, welche der Fläche des Bretts parallel und überall um die auf den gedoppelten Winkelhacken (*Fig.* 237) getragene GT von dieſer entfernet iſt; und zugleich die geraden Linien, in welchen der Comet in den drey Beobachtungen von der Erde geſehen worden iſt, in ihren wahren Lagen in Abſicht auf die Fläche der Ecliptic anzu-

anzugeben: wird zur erſten Beobachtung der Winkelhacken dergeſtalt auf das Brett geſetzt, daß deſſen Seite *DC* der auf dem Brette gezeichneten *DI* parallel werde, und das Punct derſelben *G* genau in *t* falle. Alsdenn iſt der auf eben dem Winkelhacken mit *T* bezeichnete Punct der Ort der Erde, und die durch daſſelbe gezogene *TH* fällt in die verlangte Linie. Man kan alſo dieſe Linie vermittelſt eines Fadens ſichtbarlich verlängern, wenn man dieſen dergeſtalt dehnet, daß er, ſo weit er in das Rechteck *ABCD* fällt, die in demſelben gezeichnete *TH* ganz bedecke, und dieſes muß würklich bewerkſtelliget werden. Eben dergleichen geſchiehet nun auch zur zweyten Beobachtung, indem man den Punct *G* des Winkelhackens in *v* ſetzet, und die Seite deſſelben *CD* der auf dem Brette gezeichneten *EII* parallel machet; da denn der zweyte Faden nach der *SI* geſpannet werden muß, weil bey dieſer Beobachtung der Comet keine Breite hatte. Endlich wird zur dritten Beobachtung das Punct *G* in *x* gebracht, die *CD* der *FIII* des Bretts parallel gemacht, und dem Faden die Richtung der auf den Winkelhacken gezeichneten *TK* gegeben. Es kan kommen, daß ein bereits geſpanter Faden dem Winkelhacken im Wege ſtehe, wenn man dieſen zu der folgenden Beobachtung anſetzen will. Alsdann iſt dieſer Faden ſo lang bey Seite zu thun, indem man eines der Puncte, an welche man ihn befeſtiget hat, in dieſem Zuſtande läßt, das andere aber bloß zeichnet, damit man hernach, auch ohne den Winkelhacken, den Faden durch daſſelbe legen und anziehen könne. Kleine Gewichte, welche man an die Fäden aufgehängt hat, um dieſe dadurch zu dehnen, können alles dieſes gar leicht machen. T.XVII. F. 238.

6°. Sind nun nach dieſer Anweiſung die drey Fäden richtig geſpannet, ſo wird die Parabel aufgeſetzt, indem man den Abſatz der Stütze *SC* (*Fig.* 235) durch das in ihre Kugel gebohrte Loch *S* gehen läſſet, wodurch der Nabel der Parabel an den Mittelpunct der Kugel gebunden wird. Man wendet alsdann die Parabel um ihren dergeſtalt befeſtigten Nabel; und verſuchet, ob man ſie durch dieſes Wenden und Drehen in eine Lage bringen könne, bey welcher die Fäden durch drey Puncte derſelben hindurchgehen, die mit Zahlen bezeichnet ſind, die, in der gehörigen Ordnung von einander abgezogen, die Zahlen der (*n.* 4) zu der angenommenen Verhältniß *SP* : *ST* berechneten verjüngten Tage übrig laſſen. Es wäre ein beſonderes Glück, wenn dieſes gleich bey der erſten Probe erfolgen ſolte: gemeiniglich wird die Parabel, wie man ſie auch durch ihren Nabel legen mag, *T. XVII. F. 238.* dieſe Zahlen nicht angeben. Es wird aber doch auch aus dieſer Probe zu ſchlieſſen ſeyn, ob die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne zu groß oder zu klein angenommen worden ſey, und wie viel ohngefähr der Unterſchied dieſer angenommenen von der wahren Entfernung betragen möge.

7°. Man fängt alſo die ganze Arbeit von vorne an, denn nicht einmal die bey der erſten Probe gebrauchte Länge des verjüngten Tages kan weiter gebraucht werden, ſondern es muß zu jeder beſondern Verhältniß *SP* : *ST*, welche man annimt, die Zahl *q* von neuem berechnet werden. Auch die zweyte Probe wird die Sache ſchwerlich ausmachen, ſondern man wird gemeiniglich derſelben mehrere anſtellen müſſen; wobey jedoch immer die vorhergehenden einiges Licht auf die nachfolgenden werfen, und insbeſondere anzeigen werden, welche von den beyden übrigen Parabeln, anſtatt der zuerſt aufgeſetzten mittlern, gebraucht werden müſſe, wenn ſich dieſe zu dem Cometen, deſſen Lauf zu berichtigen iſt, nicht allzuwohl ſchicket. Doch kan man ſich bey allen Proben ſo lange an die auf das Brett gezeichneten Kreiſe halten, bis die Wahrheit ſo weit erreicht wird, daß eine noch genauere Berichtigung eine neue, zwiſchen zwo der gezeichneten fallende Erdbahn erfodert. Es iſt nicht nöthig dieſe Bahn würklich zu zeichnen. Man kan die drey Puncte *t*, *v*, *x*, welche in dieſer neuen Bahn die Entwürfe der Stellen der Erde ſeyn ſollen, auch ohnedem in den Halbmeſſern *SD*, *SE*, *SF* anſetzen, indem man ſich, weil der Mittelpunct bedeckt iſt, nach den Umkreiſen der um denſelben beſchriebenen Cirkel richtet, und dabey auch die Verſchiedenheit der Entfernung der Erde von der Sonne, welche ſie in den Zeitpuncten der drey Beobachtungen hatte, in Acht nehmen, wenn ſie zu einer ſichtbaren Gröſſe ſteiget.

8°. Iſt nun nach verſchiedenen Verſuchen endlich den drey zuerſt gewählten Beobachtungen ein hinlängliches Genügen geſchehen, ſo kan eine vierte Beobachtung, wenn ſie denſelben zugeſetzt, oder ſtatt einer unter ihnen gebraucht wird, die herausgebrachte Verhältniß *SP* : *ST*, ſamt der Lage der Parabel, beſtätigen, oder zu einer noch gröſſern Richtigkeit bringen: und dieſes iſt auch von der fünften, ſechſten und ſo vielen andern zu ſagen, als nur vorhanden ſeyn mögen, wenn ſie nach den Geſetzen der Wahrſcheinlichkeit angewendet werden. Hat man ſich durch dieſe Mittel endlich befriediget, ſo wird die Parabel, wie leicht geſchehen kan, in der entdeckten Lage unbeweglich erhalten.

§. 1246. Die dergeſtalt feſtgeſetzte Parabel nun zeiget alles, ſo auſſer T. XVII. F. 238. der bereits entdeckten Verhältniß *SP* : *ST* von derſelben zu erwarten war, indem ſie den Theil der elliptiſchen Bahn des Cometen, in welchem derſelbe von der Erde geſehen werden kan, in ſeiner wahren Gröſſe und Lage vorſtellet. Die Puncte dieſer Bahn, in welchen er ſich in den Zeitpuncten der Beobachtungen befunden hat, ſind mit Ziffern bezeichnet, welche die Zahlen der verjüngten Täge angeben, die der Comet gebraucht hat von dem Puncte ſeiner größten Annäherung, bis an jedes dieſer Puncte zu gelangen: und wir wiſſen die Zahlen zu finden, welche eben die Zeiten in natürlichen Tägen angeben. Wir brauchen dieſer Zahlen nur eine, welche zu der Zeit der Beobachtung, zu welcher ſie gehöret, hinzugeſetzt oder davon abgezogen, den Zeitpunct angeben wird, in welchem der Comet am wenigſten von der Sonne entfernet geweſen iſt, oder ſeyn wird. Entdecken wir aber vermittelſt des gedoppelten Winkelhackens zween Puncte der Parabel, deren Entfernung von dem Brette der *CS* dieſes Winkelhackens gleich iſt, und laſſen von denſelben auf die Oberfläche des Bretts Perpendicularlinien fallen, um ſie in dieſer orthographiſch zu entwerfen, ſo wird der durch dieſe Entwürfe gehende Durchmeſſer der gezeichneten Ecliptic der Knotenlinie der Bahn des Cometen parallel, und zeiget, wenn er ſichtlich gemacht wird, in derſelben die Puncte der wahren Ecliptic, durch welche er hindurchgehet. Es iſt dieſer Durchmeſſer eigentlich der Entwurf der Knotenlinie in der Ebene des Brettes, und eine jede gerade Linie, welche demſelben in dieſer Ebene perpendicular gezogen wird, kan dienen die Neigung der Fläche der Bahn des Cometen gegen die Fläche der Ecliptic, vermittelſt zwoer weit genug von einander entferneter gerader Linien zu entdecken, die aus der Fläche der Parabel auf dieſe Linie dergeſtalt fallen, daß ſie auch der Fläche des Bretts perpendicular werden. Denn dieſe auf das Brett ſenkrecht fallende Linien, bilden mit der in deſſen Oberfläche angenommenen ein Viereck, welches zween neben einander liegende rechte Winkel hat, und in welchem die drey Seiten, ſo dieſe Winkel einſchlieſſen, immer zu haben ſind. Dadurch aber werden auch die ſchiefen Winkel dieſes Viereckes gegeben, von welchen der Uebergang zu der geſuchten Neigung gar leicht iſt.

§. 1247. Will man auch die Länge des Puncts der kleinſten Entfernung des Cometen von der Sonne haben, ſo darf man nur auch die Axe der Parabel, durch die erklärten Mittel in der Fläche des Bretts orthographiſch entwerfen, weil dieſer Entwurf, gehörig verlängert, die gezeichnete Ecliptic in dem geſuchten

T. XVII. F. 238. Puncte ſchneiden wird. Und alsdenn wird auch die Breite dieſes Puncts eben ſo entdecket, wie die Neigung der Fläche der Bahn gegen die Fläche der Ecliptic gefunden werden konte, indem man nehmlich von zween Puncten der Axe der Parabel auf den Entwurf derſelben Perpendicularlinien fallen läſſet. Es kan auch, nachdem die Parabel richtig geſetzt worden iſt, nicht nur der Ort des Cometen in ſeiner Bahn für jeden Zeitpunct angegeben werden, ſondern es iſt auch die Länge und Breite, in welcher derſelbe in eben dem Zeitpuncte von der Erde geſehen wird, durch eben die Einrichtung zu entdecken. Den Ort in der Bahn zeigen die der Parabel beygeſchriebenen Ziffern, wenn man nur die Länge des verjüngten Tages weiß, auf welchen ſie ſich beziehen, ſamt dem Zeitpuncte, in welchem er bey dem Puncte ſeiner kleinſten Entfernung von der Sonne, oder einem jeden andern bekanten Puncte ſeiner Bahn geweſen iſt, oder ſeyn wird. Wird nun auch die Erde für eben den Zeitpunct an ihren wahren Ort geſetzt, welches vermittelſt des gedoppelten Winkelhackens und des an demſelben gezeichneten Puncts *T* geſchiehet, ſo kan durch dieſe zween Puncte, welche den Cometen und die Erde vorſtellen, ein Faden geſpannet, und deſſen Lage in Abſicht auf die Ebene des Bretts, und die in demſelben gezeichnete Ecliptic, vermittelſt eben des Winkelhackens gefunden werden; und die gleich Anfangs erklärten Gründe der ganzen Ausführung ſind hinlänglich, hierzu die Anweiſung zu geben.

§. 1248. Bey dem allen kan die Richtigkeit, mit welcher das Werkzeug alle dieſe Gröſſen darſtellet, nur mittelmäßig ſeyn, inſonderheit wenn bey der Ausarbeitung und dem Gebrauche deſſelben nicht eben der gröſte Fleiß angewendet wird. Die Rechnung erſetzt dieſe Unvollkommenheit, wenigſtens gröſtentheils, und es iſt nun zu zeigen, wie dieſe Rechnung von geübten Aſtronomen geführet werde. Zu dem Ende müſſen wir noch einige Betrachtungen bey der Parabel machen, welche die Gründe dieſer Rechnung zeigen, und zugleich einiges Licht auf die erklärte mechaniſche Auflöſung zurückwerfen werden.

Verſchiedene Beſtimmungen einer Parabel.

§. 1249. Wenn in einer Ebene drey Puncte *E*, *F*, *G* (*Tab. XVII. Fig.* 239, 240.) gegeben werden, deren eines *F* der Nabel einer Parabel werden ſoll, welche durch die zween übrigen *E* und *G* hindurchgehet: ſo kan dieſe Parabel beſchrieben werden, wenn man nur die Axe derſelben durch das Punct *F* zu ziehen, und in dieſer den Scheitel A anzugeben weiß, und es iſt (56) gezeigt T. XVII. F. 239. 240. worden, wie dieſes zu verrichten ſey. Es wird aber eine Linie, welche zur Axe der Parabel gemacht werden kan, ſamt dem dazu gehörigen Scheitel alſo entdecket. Man beſchreibet um das gegebene Punct E, mit dem Halbmeſſer EF, einen Cirkelkreis, und um G, mit dem Halbmeſſer GF, einen andern, welcher den vorigen in F ſchneiden wird. Man ziehe eine gerade Linie DH, welche die Kreiſe beyde berühre, den einen in D und den andern in H. Die dieſer DH durch F perpendicular gezogene, und nach Belieben in B verlängerte PB, wird die verlangte Axe ſeyn, und das Punct A welches die FP in die zween gleichen Theile $FA = AB$ theilet, der dazu gehörige Scheitel. Denn wenn man von dem Mittelpuncte E, die ED der PB, und EI der DH parallel ziehet; und alſo das Rechteck $DEIP$ vollendet, ſo endiget ſich ED in dem Berührungspuncte D, welches zeiget, daß der Halbmeſſer EF dieſer ED, und folgends auch der PI gleich ſey. Eben dieſes hat auch bey dem andern um G beſchriebenen Cirkel ſtatt, zu welchem alſo $GF = GH = PK$. Da nun alſo, wenn zu der Axe PB der Scheitel A und den Nabel F, eine Parabel zu beſchreiben iſt, immer ein Punct derſelben M beſtimmet wird, wenn man in der Axe ein Punct L nach Belieben annimt, durch daſſelbe die LM der Axe perpendicular ziehet, und FM der LP gleich machet: ſo müſſen, da zu den Puncten E und G die Gleichheiten $EF = IP$ und $GF = KP$ erwieſen ſind, dieſe Puncte E und G in eben die Parabel zu liegen kommen.

§. 1250. Dergeſtalt wird durch die gerade Linie DH, welche die zween um E und G beſchriebene einander in F ſchneidende Cirkelkreiſe berühret, immer eine Parabel angegeben, welche ihren Nabel in F hat, und durch die Puncte E, G hindurchgehet. Es werden aber eben die zween Cirkel auch von einer andern Linie dh (*Tab. XVII. Fig.* 241.) berühret, welche eben ſo gebraucht werden kan, wie T. XVII. F. 241. die vorige DH, und, wenn dieſes geſchiehet, eine Parabel EaG geben, die eben den Nabel F hat, und durch eben die Puncte E und G gehet, ob wohl ihr Scheitel a von dem Scheitel der Parabel EAG gar ſehr abweichet. Es haben aber dieſe zwo Parabeln eine entgegengeſetzte Lage, ſo daß, wenn ſie beſchrieben werden ſollen, indem eine von dem Nabel F nach dem beyden gemeinſchaftlichen Puncte E laufende gerade Linie FE, ſich um F nach dem Puncte G, welcher ebenfalls beyden Parabeln gemeinſchaftlich iſt, herumdrehet, und zugleich, wie ein

T. XVII. F. 241. anderer Radius Vector, nach Nothdurft länger oder kürzer wird; dieſe Winkelbewegung zu der Parabel *EAG* nothwendig derjenigen zuwider ſeyn muß, welche zur Beſchreibung des andern *EaG* erfodert wird: woraus folget, daß auch, wenn dieſe zwo Parabeln die Bahnen zweener Cometen vorſtellen ſollen, der eine rechtläufig und der andere rückläufig ſeyn müſſe.

§. 1251. Wenn alſo zu einem Cometen nicht nur die Lage zweener Puncte ſeiner Bahn, von deren erſten *E* er nach den zweyten *G* übergehet, in Anſehung des in die Sonne fallenden Nabels *F* angegeben werden, ſondern auch geſagt wird, ob dieſer Comet rechtläufig oder rückläufig ſey; ſo iſt es leicht unter den zwo Parabeln *EAG*, *EaG* diejenige zu wählen, die ſich zur Bahn dieſes Cometen ſchicket. Es iſt aber würklich jede der zwo dergeſtalt beſtimten Parabeln die einzige in ihrer Art. Wäre dieſes nicht, und könte man ſtatt der Bahn *EAG*, welche zu einen rückläufigen Cometen gehören mag, noch eine andere zu einem rückläufigen Cometen gehörige Bahn beſchreiben, deren Scheitel auſſer *A* fiel; ſo müſte zu dieſer andern Bahn wo nicht der Winkel *AFE*, doch wenigſtens die Gröſſe der *FA* von dem gezeichneten verſchieden ſeyn. Wir werden aber alsbald ſehen, daß keines von beyden ſtatt haben könne, da durch die gegebene Summe oder den Unterſchied der zween Winkel *EFA* und *AFG*, und die dazu gehörige Seiten *FE*, *FG*, dieſe Winkel beyde völlig beſtimmet werden, und uns bekant iſt, wie zu jedem dieſer Winkel, und der dazu gehörigen *EF* oder *FG*, der Theil der Axe *FA* zu finden ſey. Es wird aber eine Regel, welche zu dieſer Beſtimmung dienet, und bey der Entdeckung der Bahn eines Cometen mit Vortheil zu gebrauchen iſt, durch die nachfolgenden Schlüſſe herausgebracht.

T. XVII. F. 242. §. 1252. Sind in der Parabel *AB* (*Tab. XVII. Fig.* 242.) welcher Nabel *F* iſt, die Scheitel *P* aber, ſamt dem dahin reichenden Theile der Axe *FP* unbekant ſind, die Linien *FA*, oder *FA'* und *FB* gezogen, deren Gröſſen, ſamt dem Winkel *AFB*, welchen ſie einſchlieſſen, bekant ſind: ſo fällt der Scheitel *P* entweder zwiſchen die Puncte *A*, *B*, oder auſſer dieſelbe, wenn *A'* ſtatt des *A* gegeben oder angenommen wird. In dem erſten Falle, iſt der bekante Winkel *AFB* die Summe der geſuchten $PFA + PFB$; in dem zweyten aber $A'FB$ gleich dem Unterſchiede dieſer Winkel $PFB - PFA'$. Man mache zu dem erſten Falle $a = \frac{1}{4}PFB + \frac{1}{4}PFA$. Da nun $PFB + PFA$ nothwendig weniger

beträgt

beträgt als vier rechte Winkel, ſo wird der Winkel a immer kleiner als ein rechter, der Unterſchied $\frac{1}{4}PFB - \frac{1}{4}PFA$ aber, welcher noch viel kleiner iſt, ſey $= x$. Alsdann iſt $a + x = \frac{1}{2}PFB$, und $a - x = \frac{1}{2}PFA$. Nun wiſſen wir (1231), daß $FA = \frac{FP}{(\cos \frac{1}{2}PFA)^2}$, und $FB = \frac{FP}{(\cos \frac{1}{2}PFB)^2}$. Es iſt alſo $FA : FB = (\cos \frac{1}{2}PFB)^2 : (\cos \frac{1}{2}PFA)^2$, und $\sqrt{FA} : \sqrt{FB} = \cos \frac{1}{2}PFB : \cos \frac{1}{2}PFA. = \cos(a + x) : \cos(a - x)$. Ferner iſt bekant, daß zu jeden zween ſpitzigen Winkeln a und x, der Coſinus der Summe $a + x$, ſey $\cos a. \cos x - \sin a. \sin x$, und der Coſinus ihrer Differenz $a - x = \cos a. \cos x + \sin a. \sin x$, wenn nehmlich auch hier der Radius zur Einheit gemacht wird, und alſo $\sqrt{FA} : \sqrt{FB} = (\cos a. \cos x - \sin a. \sin x) : (\cos a. \cos x + \sin a. \sin x)$. Wenn aber die Summen und die Differenzen der Glieder dieſer Verhältniſſe genommen werden, ſo folget hieraus $(\sqrt{FB} + \sqrt{FA}) : (\sqrt{FB} - FA) = 2\cos a. \cos x : 2\sin a. \sin x$, und wenn man die Glieder der letztern Verhältniß beyde durch $2\sin a. \cos x$ dividiret, ſo wird eben die Verhältniß auch durch $\frac{\cos a}{\sin a} : \frac{\sin x}{\cos x}$ angegeben. Nun iſt $\frac{\cos a}{\sin a} = \cot a$, und $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$. Alſo $(\sqrt{FB} + \sqrt{FA}) : (\sqrt{FB} - \sqrt{FA}) = \cot a : \tan x$. T. XVII. F. 242.

§. 1253. Zu dem zweyten Falle aber mache man $a = \frac{1}{4}PFB - \frac{1}{4}PFA'$, und $x = \frac{1}{4}PFB + \frac{1}{4}PFA'$, wodurch die beyden Winkel a und x ebenfalls immer ſpitzig werden. Alsdenn wird $x + a = \frac{1}{2}PFB$, und $x - a = \frac{1}{2}PFA'$, und $\cos \frac{1}{2}PFB = \cos x. \cos a - \sin x. \sin a$, wie auch $\cos \frac{1}{2}PFA' = \cos x. \cos a + \sin x. \sin a$. Da nun die Proportion $\sqrt{FA'} : \sqrt{FB} = \cos \frac{1}{2}PFB : \cos \frac{1}{2}PFA'$ hier eben ſo wohl ſtatt findet, als in dem vorigen Falle; ſo wird hieraus $\sqrt{FA'} : \sqrt{FB} = (\cos x. \cos a - \sin x. \sin a) : (\cos x. \cos a + \sin x. \sin a)$, und es folget ferner $(\sqrt{FB} + \sqrt{FA'}) : (\sqrt{FB} - \sqrt{FA'}) = 2\cos x. \cos a : 2\sin x. \sin a$, welche Verhältniß von der zu dem vorigen Falle herausgebrachten in nichts verſchieden iſt, und eben ſo, wie jene, giebt $(\sqrt{FB} + \sqrt{FA'}) : (\sqrt{FB} - \sqrt{FA'}) = \cot a : \tan x$. Es wird alſo der Winkel x aus den Entfernungen FA, FB, und aus dem gegebenen Winkel $a = \frac{1}{4}AFB$ in beyden Fällen durch eben die Regel herausgebracht, und man findet hernach den gröſſern der geſuchten Winkel PFB, welcher an der gröſſern Entfernung FB lieget, wenn

T. XVII. F. 242. man machet $PFB = 2(a + x)$; der zu der kleinern Entfernung gehörige kleinere Winkel PFA', PFA'' aber iſt in dem erſten Falle $= 2(a - x)$ und in dem zweyten $= 2(x - a)$. Das eine und das andere zeiget den gedoppelten Unterſchied der Winkel a und x an. Es iſt aber in dem erſten Falle der gegebene a gröſſer als der geſuchte, und in dem letzten kleiner: ſo daß bey allen dieſen Dingen nicht die geringſte Zweydeutigkeit übrig bleibt, und die Lage der Axe FB durch die Linien FA, FB oder FA'', FB, und durch den von denſelben eingeſchloſſenen Winkel AFB, völlig beſtimmet, und als eine einzige angegeben wird.

Genauere Berechnung der Bahn eines Cometen.

§. 1254. Nach allen dieſen Vorbereitungen iſt zur genauern Berechnung der Bahn eines Cometen nichts weiter nöthig, als Trigonometrie: und ob wohl die ins gröbere beſtimte Bahn dieſe Rechnung gar ſehr verkürzen muß, weil ſie nichts zu thun übrig läßt, als die dabey begangenen Fehler zu verbeſſern: ſo iſt dieſelbe doch nicht unumgänglich nothwendig, ſondern es kan die Wiederhohlung der Rechnung, wiewohl durch lange Umſchweife, zu eben den Zweck führen. Ich will mich bemühen die Sache ſo vorzutragen, wie ſie, meines Erachtens, ſowohl in Anſehung ihrer Gründe als der Ausübung, am leichteſten zu überſehen iſt, ob ich wohl dabey etwas weniges von den Vorſchriften der groſſen Aſtronomen, die ich vor Augen habe, werde abgehen müſſen. Es ſind bey dieſer Rechnung keine Zeichnungen nöthig, auſſer in ſofern ſie derſelben zu einer Richtſchnur dienen, und die Begriffe der Dinge, welche berechnet werden ſollen, deutlich und lebhaft machen. Ich werde mich auch bey den Zeichnungen, die in dieſer Abſicht zu entwerfen ſeyn werden, weder an das oben (1244) beygebrachte, noch an ein anderes Beyſpiel halten.

§. 1255. Sind nun die drey Beobachtungen, wie bey der körperlichen Vorſtellung geſchehen muſte, mit Bedacht gewählet worden, ſo wird der Anfang mit eben der Zeichnung (*Fig.* 238) gemacht, welche bey jener Vorſtellung zum Grunde alles übrigen gedienet hat. Man hat dieſe Zeichnung bereits auf dem Brette, welches die Fläche der Ecliptic vorſtellete; und es iſt leicht in dieſelbe, vermittelſt des gedoppelten Winkelhackens, die orthographiſchen Entwürfe der Stellen zu bringen, welche der Comet in den Zeitpuncten der drey Beobachtungen würklich einnahm, und die Entfernungen dieſer Puncte von dem Mittelpuncte der

auf

auf dem Brette gezeichneten Ecliptic anzumerken, welche die verkürzten Entfernungen angeben werden, die der Comet in dieſen Zeitpuncten hatte. Wir brauchen dieſer verkürzten Entfernungen nur zwo, deren jede aus der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne, die man ſich in 1000 gleiche Theile getheilet vorſtellet, ſo genau als möglich beſtimmet werden muß. Es iſt nicht viel daran gelegen zu welchen der drey Beobachtungen dieſe angenommenen verkürzten Entfernungen gehören, ob zu der erſten und zweyten, oder zu der erſten und dritten, oder der zweyten und dritten. Doch thut man wohl, wenn man diejenige Beobachtung, welche der Zeit nach vorher gegangen iſt, auch immer vorhergehen läßt, damit man deſto leichter überſehen könne, ob der Comet rechtläufig oder rückläufig ſey. Mit dieſer Einſchränkung wird die an ſich willkührliche Ordnung der drey Beobachtungen, nach welcher eine die erſte, die andere die zweyte, und die übrige die dritte genant wird, ein vor allemal feſt geſetzt. Eben die körperliche Vorſtellung aber giebt auch die verkürzten Entfernungen des Cometen von der Erde zu eben den Zeiten der Beobachtungen, die man aber nur beyläufig zu wiſſen braucht. Ja es iſt ſehr wohl gethan, wenn man den Theil der Bahn, welchen der Comet von der erſten Beobachtung bis zur zweyten beſchrieben hat, in eben der Fläche orthographiſch entwirft; welches vermittelſt des gedoppelten Winkelhackens leicht genug geſchiehet, weil eine ſehr mittelmäßige Richtigkeit dieſes Entwurfs hinlangt, den Zweck derſelben völlig zu erreichen. *T. XVII. F. 242.*

Berechnung der Bahn eines Cometen, aus zwo angenommenen verkürzten Entfernungen.

§. 1256. Iſt nun *ASB* (*Tab. XVII. Fig.* 243.) der Winkel, welchen die Erde in der zwiſchen der erſten und zweyten Beobachtung verfloſſenen Zeit um die Sonne beſchrieben hat, ſo wird *SA* der Entfernung derſelben von dieſer *S* zur Zeit der erſten Beobachtung, und *SB* dem Zwiſchenraume zwiſchen eben den Körpern zur Zeit der zweyten Beobachtung gleich gemacht. An *A* wird der Winkel *SAM*, um welchen die Länge des Cometen zur Zeit der erſten Beobachtung von der Länge der Sonne verſchieden ſchien, gehörig angeſetzt, und an *B* derjenige Winkel dieſer Art, welcher bey der zweyten Beobachtung ſtatt hatte, indem überall die Ordnung der Zeichen der Ecliptic beobachtet, und die Zeichnung derſelben gemäß gemacht wird. Alsdann iſt es leicht vermittelſt der beynahe bekanten *SM*, *SN*, die Dreyecke *SAM*, *SBN* zu ſchlieſſen; und ſolte ſich dabey ein *T. XVII. F. 243.*

T. XVII. F. 243. Zweifel ereignen, weil eben die SM auf zwo verſchiedene Arten aus dem nehmlichen Puncte S an die AM gelegt werden kan, und ſo die SN an die BN: ſo kan dieſer Zweifel durch die beyläufig bekanten AM, BN gehoben werden. Der von M bis an N gezeichnete Entwurf der Bahn des Cometen MPN aber zeiget, daß derſelbe rückläufig ſey.

§. 1257. Nun wird 1°. in dem Dreyecke ASM, aus den bekanten Seiten AS, SM und dem Winkel A, der Winkel M, geſchloſſen, wodurch zugleich ASM bekant wird, welches die aus der Sonne geſehene Entfernung des Entwurfs des Cometen M von der Erde iſt; und eben die Rechnung wird auch bey dem Dreyecke SBN vorgenommen. Dadurch wird die Summe der Winkel $MSA + ASB + BSN$ gegeben, die den Winkel MSN, um welchen ſich der Comet von der erſten Beobachtung bis zur zweyten, in Abſicht auf die Ecliptic beweget, und ſeine Länge verändert hat, zu vier rechten Winkeln ergänzet. Und weil die Puncte der Ecliptic bekant ſind, nach welchen die verlängerten SA und SB laufen, ſo ſind auch diejenigen leicht anzugeben, in welchen die Entwürfe des Cometen M und N, in den Zeiten der zwo Beobachtungen, aus der Sonne geſehen werden konten.

2°. Der Comet ſtand zur Zeit der erſten Beobachtung gerade über dem Puncte M, in einer Entfernung von der Fläche der Ecliptic, ſo von der Erde in einem Winkel geſehen wird, welcher die aus der Beobachtung bekante geocentriſche Breite des Cometen ausmachet. Es wird alſo die heliocentriſche Breite deſſelben zu eben dem Zeitpuncte gefunden, wenn man machet: wie $SM : AM$ ſo die Tangente der geocentriſchen Breite zu der Tangente der heliocentriſchen. AM iſt in dieſer Verhältniß unbekant; man kan aber auch hier die Mühe dieſe Seite AM zu berechnen erſparen, wenn man ſtatt der $SM : AM$ die ihr gleiche Verhältniß $\sin A : \sin ASM$ gebrauchet. Eben ſo wird auch die Breite entdeckt, mit welcher der Comet zur Zeit der zweyten Beobachtung aus der Sonne geſehen werden konte, da ſein Entwurf in das Punct N fiel.

3°. Aus den für bekant angenommenen Entfernungen SM, SN, werden ferner in den rechtwinklichten Dreyecken, die dergeſtalt auf dieſen Linien ſtehen, daß ihre größten Seiten von S bis an die Stellen reichen, welche der Comet zur Zeit

T. XVII. F. 243. jeder der zwo Beobachtungen einnahm, dieſe größten Seiten gefunden, um welche der Comet damals von der Sonne entfernet war. Wenn wir die Zahl, welche die *SM* ausdrücket, *a* nennen, und die welche *SN* angiebt, *b*, ſo verhält ſich der Coſinus der zur erſten Beobachtung entdeckten heliocentriſchen Breite zum Radius, wie *a* zur damaligen Entfernung des Cometen von der Sonne: und eben ſo iſt es auch bey der zweyten Beobachtung.

4°. Die dergeſtalt entdeckten zwo Entfernungen des Cometen von der Sonne fallen, wie jede zwo in einem Puncte zuſammenlaufende Linien, beide in eine Fläche, und ſchlieſſen in derſelben einen Winkel ein, welcher das einzige iſt, ſo uns noch fehlet, wenn wir in der nehmlichen Fläche eine Parabel beſchreiben ſollen, die ihren Nabel in *S* hat, und durch die beyden beobachteten Stellen des Cometen hindurchgehet, welche Parabel ſodann von der wahren Bahn deſſelben deſto weniger abweichen wird, je geringer die, bey der Anſetzung der Zahlen *a* und *b*, begangenen Fehler ſind. Denn die Lage der Fläche, in welcher die Parabel zu beſchreiben iſt, wird durch die zwo von dem Cometen nach dem Mittelpuncte der Sonne laufenden Entfernungen, oder durch den Mittelpunct der Sonne und die zwo beobachteten Stellen des Cometen, durch welche ſie hindurch gehen muß, völlig beſtimmet.

5°. Es wird aber, wenn eine der Linien *SM, SN* diejenige iſt, in welcher die Fläche der Ecliptic von der Fläche der Bahn des Cometen geſchnitten wird, dieſer Winkel leicht genug entdecket. Es ſey *NSB* (*Tab. XVII. Fig.* 244.) *T. XVII. F. 244.* die Fläche der Ecliptic, *LSN* die Fläche der Bahn des Cometen, und *SN* die Knotenlinie, alſo *N* ſelbſt die Stelle des Cometen zur Zeit der einen Beobachtung. Wenn ſich nun derſelbe bey der andern gerade über *M* in *L* befunden hat, ſo iſt *LSN* der geſuchte Winkel, welchen die von den zwo Stellen *L* und *Q* nach der Sonne *S* gezogenen geraden Linien einſchlieſſen. Es iſt aber in der bey *M* rechtwinklichten Ecke *LSNM* die Grundſeite *MSN* gleich anfangs gefunden worden, und *LSM* iſt die heliocentriſche Breite des auſſer der Fläche der Ecliptic geſehenen Cometen. Alſo kan, vermittelſt der bekanten zur Auflöſung ſolcher dreyſeitigen Ecken oder Kugeldreyecke dienenden Regeln, nicht nur die Seite *LSN*, ſondern auch der Winkel bey *N* gefunden werden, mit welchem ſich die Fläche der Bahn des Cometen gegen die Fläche der Ecliptic neiget.

T. XVII. F. 245. 6°. Iſt aber weder SM noch SN (F. 245.) die Knotenlinie, ſo wird die Weiſe, den verlangten Winkel zu finden, am deutlichſten eingeſehen, wenn man die Flächen, die bey dieſer Betrachtung durch die Sonne gelegt werden müſſen, bis um die um den Mittelpunct derſelben beſchriebene Himmelskugel erweitert, deren Oberfläche ſie in Cirkelbogen ſchneiden werden, ſo die Maaſſe der gegebenen und des geſuchten Winkels abgeben. Es ſey MSQ ein Theil der Fläche der Ecliptic, und in derſelben der Bogen MN das Maaß des Winkels MSN, dieſer und der vorigen Zeichnungen. Auf die Fläche MSQ falle die SP perpendicular, und es ſey alſo P der eine Pol der Ecliptic. Alsdenn hat ſich der Comet zur Zeit der erſten Beobachtung in der durch PS und SM gelegten Fläche PSM befunden, und zur Zeit der zweyten in der durch PS und SN gehenden PSN, die Bogen PLM aber und PKN ſind Quadranten, in welchen die Puncte L, K bey welchen der Comet in eben den Zeitpuncten von der Sonne geſehen werden konte, angegeben werden, wenn man ML dem Maaſſe der heliocentriſchen Breite, die er bey der erſten Beobachtung hatte, gleich machet, und NK dem Maaſſe der heliocentriſchen Breite zu der zweyten. Alsdenn aber ſind PL, PK die Ergänzungen dieſer Maaſſe, und alſo bekant: der Winkel LPK aber, welchen die beyden Flächen PSM, PSN einſchieſſen, wird von dem bekanten Bogen MN gemeſſen. Die Fläche der Bahn des Cometen gehet durch die drey Puncte L, S, K, und es ſchlieſſen in derſelben LS, und KS den verlangten Winkel ein: die Fläche der Ecliptic aber wird von eben derſelben in SQ geſchnitten. Nun giebt die Trigonometrie Anweiſung aus den zwo Seiten PL und PK, ſamt den dazwiſchen enthaltenen Winkel LPK, die Seite LK zu finden, welche den Winkel LSK miſſet: und wenn man alsdenn den Winkel $PKL = QKN$ haben will, ſo hat es mit demſelben keine Schwürigkeit. Man läſſet nehmlich, wenn PK die gröſſere Seite iſt, aus dem derſelben entgegen geſetzten Winkel L, den Bogen LO, deſſen Radius dem SP gleich ſeyn muß, dieſer PK perpendicular fallen, und ſuchet in dem rechwinklichten Dreyecke PLO die Seite OP, welche von der bekanten PK abgezogen, den Bogen OK übrig läſſet. Aus dieſem OK und den bekanten PO, PL wird alsdenn die Seite LK gefunden, wenn man machet: $\cos OP : \cos OK = \cos PL : \cos LK$: und aus dem hieraus zu berechnenden Winkel QKN und der Seite KN des rechtwinklichten Dreyecks KQN, kan ferner KQN, die Neigung der Fläche der Bahn gegen die Fläche der Ecliptic, geſchloſſen werden, wie auch die Seite QN.

7°. Da aus der heliocentriſchen Länge des Cometen zur Zeit der zweyten Beobachtung der Ort des Punctes *N* in der Ecliptic bekant iſt, ſo wird durch den gefundenen Bogen *QN* auch die Länge des einen Knoten *Q* gegeben, welchem der andere gerade entgegen ſtehet; und es iſt leicht zu ſehen, welcher von beyden der aufſteigende ſey. Die Neigung der Fläche der Bahn gegen die Fläche der Ecliptic *KQM* konte ebenfalls entdeckt werden; es bleibt alſo bey der Lage der Fläche der Bahn nichts zu fragen übrig. Was aber die Parabel ſelbſt anlangt, welche dieſe Bahn vorſtellen ſoll, ſo kan dieſelbe aus den zwo Entfernungen des Cometen von der Sonne, deren erſtere in *SL* und die andere in *SK* fällt, und aus dem, wie gewieſen worden iſt, berechneten Winkel *LSK* auf die (1249) erklärte Weiſe beſchrieben werden, wenn man es thun will. Es iſt aber hinlänglich, wenn man die wahre Anomalie des Cometen zu der einen oder der andern ſeiner Stellen, da er nehmlich einem in die Sonne geſetzten Auge in *L* oder *K* erſchienen ſeyn würde, nach der ebenfalls erwieſenen Regel (1252) berechnet; aus welcher wahren Anomalie und der dazu gehörigen Entfernung, ſodann auch die kleinſte Entfernung des Cometen von der Sonne, oder der Theil der Axe ſeiner Bahn, welcher von dem Brennpuncte bis an deren Scheitel reichet, zu haben iſt. Wir wollen dieſe Entfernung noch immer mit *SP*, und die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne = 10000, mit *ST* bezeichnen. T. XVII. F. 245.

8°. Die dergeſtalt entdeckte Parabel würde den Theil der Bahn des Cometen, in welchem derſelbe von der Erde geſehen werden kan, ſo nahe kommen, als es möglich iſt, da dieſe Bahn nicht eigentlich die Geſtalt einer Parabel ſondern einer Ellipſe hat; wenn nur die zur Beſtimmung derſelben zuerſt angenommenen verkürzten Entfernungen des Cometen von der Sonne ohne Fehler wären. Und da die Zeiten, in welchen der Comet von dem Puncte ſeiner größten Annäherung gegen die Sonne, bis zu einem andern durch die wahre Anomalie gegebenen Puncte ſeiner Bahn, oder von dem letztern bis zu dem erſtern übergehet, vermittelſt der Tafel, auf welche wir uns ſo oft haben beziehen müſſen, in verjüngten Tägen dieſes Cometen, und deſſen Theilen gegeben wird; ſo können nunmehro eben die Zeiten auch in natürlichen Tägen und deſſen Theilen angegeben werden, da wir im Stande ſind, die Verhältniß des verjüngten Tages der Cometen zu dem natürlichen auszumachen. Wir haben (1230) geſehen, daß der natürliche Tag ſich zu dem verjüngten wie $\sqrt{ST^3}$ zu $\sqrt{SP^3}$ verhalte. Wenn alſo der natürliche Tag

T. XVII. F. 245. zur Einheit gemacht wird, ſo wird aus demſelben der verjüngte durch $\frac{\sqrt{SP^3}}{\sqrt{ST^3}}$ ausgedrückt, und eine jede Zahl q verjüngter Täge, die in einem gewiſſen Zeitraume enthalten ſind, giebt die Zahl q' der in eben dem Zeitraume enthaltenen natürlichen Täge, wenn man ſie in $\frac{\sqrt{SP^3}}{\sqrt{ST^3}}$ multipliciret. Nun haben wir angenommen $ST = 10000$, es iſt alſo $\sqrt{ST} = 100$ und $\sqrt{ST^3} = 1000000$, folgends $q = \frac{q'\sqrt{SP^3}}{1000000}$. Gemeiniglich wird die Rechnung vermittelſt der Logarithmen verrichtet, zu welcher $l.1000000$ die Zahl 6 iſt, und alſo $lq = lq' + \frac{3}{2}lSP - 6$ Iſt nun die dergeſtalt zu berechnende Zeit diejenige, welche zu einer der zwo Beobachtungen gehöret, ſo wird aus derſelben und der Zeit dieſer Beobachtung, auch der Zeitpunct herausgebracht, in welchem er am wenigſten von der Sonne entfernet geweſen iſt, oder ſeyn wird.

Prüfung und Verbeſſerung der herausgebrachten Bahn.

§. 1258. Nun iſt zu unterſuchen, ob die dergeſtalt entdeckte Parabel würklich vor die Bahn des beobachteten Cometen angenommen werden könne, das iſt, ob ſie ſich auch zur dritten Beobachtung ſchicke, und derſelben genug thue. Und wenn dieſes nicht iſt, ſo ſind die Fehler auszumachen, welche zu einer genauern Berechnung dieſer Bahn führen können. Es wird zu dem Ende zu dieſer Parabel, welche, weil ſie zuerſt gefunden worden iſt, die erſte heiſſen mag, die Zeit geſucht, welche der Comet, der dieſelbe beſchreiben ſoll, brauchet, von der Stelle dieſer Bahn, in welche ihn die erſte Beobachtung ſetzet, bis an diejenige zu gelangen, in welcher er ſich zur Zeit der zweyten Beobachtung befunden hat, und dieſe Zeit wird mit der zwiſchen den zwo Beobachtungen würklich verfloſſenen zuſammen gehalten. Es wird auch ferner die Länge berechnet, in welcher der in dieſer Bahn fortlaufende Comet, in dem Zeitpuncte der dritten Beobachtung, die bisher noch nicht gebraucht worden iſt, der Erde erſcheinen muſte, und mit der zu der Zeit würklich beobachteten geocentriſchen Länge zuſammen gehalten. Iſt der Unterſchied zwiſchen beyden Zeiten, und zugleich der Unterſchied zwiſchen beyden Längen ſo geringe, daß man denſelben als eine Folge der bey den Beobachtungen nie gänzlich zu vermeidenden Fehler, und der Abweichung der Parabel von der Ellipſe anſehen kan, in welcher ſich der Comet würklich beweget, ſo wird die entdeckte Bahn als richtig

richtig angenommen, und die Arbeit iſt geendiget. Da aber dieſes Glück ſchwerlich jemals zu erwarten iſt, T. XVII. F. 245. ſondern ſich gemeiniglich, ſowohl bey den Zeiten als auch bey den Längen, ein beträchtlicher Unterſchied äuſſern wird: ſo werden beyde Differenzen, zum Behuf der folgenden Rechnung angemerket. Ich ſetze die zwiſchen der erſten und zweyten Beobachtung verfloſſene Zeit ſey gröſſer als die berechnete, und der Ueberſchuß jener über dieſe ſey h: ſo daß $-h$ geſchrieben werden muß, wenn die berechnete Zeit die gröſſere iſt. Eben ſo laſſe ich g den Ueberſchuß der beobachteten geocentriſchen Länge, über die berechnete bedeuten, und ſchreibe $-g$, wenn die berechnete Länge die gröſſere iſt. Man kan ſich aber auch anſtatt dieſer der Längen der geocentriſchen Breiten vollkommen ſo bedienen, wie die Längen genutzt werden.

§. 1259. Nun wird die ganze Arbeit von vorne angefangen, und für $SM = a + 100$, und $SN = b$, eine zweyte Parabel vollkommen ſo herausgebracht, wie zu $SM = a$, und $SN = b$ die erſte berechnet worden iſt, und noch eine dritte, zu welcher angenommen wird $SM = a$ wie bey der erſten, aber $SN = b + 100$. Zu jeder dieſer neuen Parabel wird die Zeit gefunden, welche der Comet, der dieſelbe beſchreiben ſoll, haben muß, von dem Puncte ſeiner Bahn, in welches ihn die erſte Beobachtung ſetzet, bis an das Punct der zweyten zu gelangen. Ich ſetze wieder, daß jede dieſer Zeiten gröſſer ſey, als diejenige, welche in der erſten Parabel zu eben den Uebergang erfordert wurde, und nenne den Ueberſchuß der Zeit der zweyten über die Zeit der erſten t, und den Ueberſchuß der Zeit der dritten über eben die Zeit der erſten t', ſo daß auch hier $-t$, $-t'$ die gewöhnliche der vorigen entgegengeſetzte Bedeutung bekommen. Endlich werden auch die geocentriſchen Längen berechnet, welche in den beyden neuen Bahnen der Zeit der dritten Beobachtung zukommen, und der Ueberſchuß einer jeden dieſer Längen über diejenige, ſo die erſte Bahn angab, entdecket. Dieſe Differenzen ſollen, bey eben den Bedingungen, s, s' heiſſen, ſo daß zu der zweyten Parabel, für welche $SM = a + 100$ und $SN = b$, die Differenzen t, und s, zur dritten aber, deren $SM = a$ und $SN = b + 100$, dieſe andern t', s' gehören.

§. 1260. Setzen wir nun, daß a um x, und b um y vermehret werden müſſe, wenn die beyden verkürzten Entfernungen $SM = a + x$ und $SN = b + y$ die Bahn des Cometen mit einer hinlänglichen Richtigkeit angeben ſollen:

T. XVII. F. 245. ſo komt alles auf die Entdeckung der Gröſſen x und y an, welche bey dem Gebrauche des beſchriebenen Werkzeuges, in Anſehung der a und b nicht groß ſeyn können. Nun wiſſen wir aber, daß wenn $SN = b$ bleibt, SM aber zu $a + 100$ wird, der hinlänglich erklärte Unterſchied der Zeit t entſtehe; und der Fehler kan nicht beträchtlich ſeyn, wenn wir denjenigen, welcher ſtatt des t komt, wenn a nicht um 100, ſondern um x vermehret wird, auf $\frac{tx}{100}$ ſetzen, welches die vierte Proportionalzahl iſt zu 100, x und t. Aus eben dem Grunde muß auch die Zeit, welche um t' vermehret wird, wenn man $SM = a$ bleiben läßt, und nur SN auf $b + 100$ ſetzet, beynahe den Zuſatz $\frac{t'y}{100}$ bekommen, wenn SN nicht zu $b + 100$, ſondern zu $b + y$ anwächſet, weil dieſer Zuſatz zu dem t' ſich wie y zu 100 verhält. Werden alſo die Linien SM, SN, die vorher a und b waren, beyde vergröſſert, die eine um x, und die andere um y, ſo iſt der Ueberſchuß der Zeit, welcher dadurch entſtehet, die Summe der gefundenen $\frac{tx + t'y}{100}$, welcher Ueberſchuß den bey der Zeit entdeckten Fehler b erſetzen, und alſo dieſem b gleich ſeyn muß, das iſt, es muß ſeyn $tx + t'y = 100b$. Dieſes beſtimmet die Gröſſe des einen Zuſatzes x aus dem andern y: ſoll aber jeder derſelben bloß durch bekante Gröſſen angegeben werden, ſo wird auſſer dieſer Gleichheit noch eine andere erfodert, welche der bey der geocentriſchen Länge der dritten Beobachtung begangene Fehler g gewähret.

§. 1261. Wenn nehmlich SM allein um 100 vermehret wird, indem $SN = b$ bleibet, ſo bekomt die geocentriſche Länge den Zuſatz s. Hieraus folget wie vorher, daß wenn die SN noch immer ihre Gröſſe behält, die SM aber nicht um 100 ſondern um x vermehret wird, der Zuſatz zur geocentriſchen Länge $\frac{sx}{100}$ ſeyn werde. Und da, wenn die $SM = a$ unverändert bleibt, der SN aber 100 zugeſetzt werden, die Vermehrung der geocentriſchen Länge s' iſt, ſo wird aus eben dem Grunde, wenn a bleibt, aus b aber $b + y$ entſtehet, dieſe Länge um $\frac{s'y}{100}$ vermehret. Beydes zuſammen giebt $\frac{sx + s'y}{100}$, welches der zu

$SM = a$ und $SN = b$ gefundenen Länge zugeſetzt werden muß, damit, mit Vernichtung des Fehlers g, die wahre beobachtete Länge herauskomme. Es muß alſo ſeyn $sx + s'y = 100g$, welche Gleichung mit der vorigen, die Gröſſen der Zuſätze x und y, welche zu den angenommenen a und b kommen müſſen, wenn beyden Umſtänden ein Genüge geſchehen, und ſowohl die Zeit als die Länge richtig herausgebracht werden ſoll, aus den bekanten Differenzen h, g, t, t', s, s' beſtimmet. T. XVII. F. 245.

§. 1262. Wenn man nehmlich die zwo gefundenen Gleichungen unter einander ſchreibt, und darauf die erſte durch s' die zweyte aber durch $-t'$ multipliciret, ſo entſtehen aus dieſen Gleichungen

$$tx + t'y = 100.b$$
$$sx + s'y = 100.g$$

die folgenden

$$s'tx + s't'y = 100.s'b$$
$$-t'sx - t's'y = -100.t'g$$

welche, wenn ſie addiret werden, geben $(s't - t's)\,x = 100(s'h - t'g)$, woraus folget $x = \frac{s'b - t'g}{s't - t's}.\ 100.$ Wird aber die erſte eben der Gleichungen durch $-s$ und die zweyte durch t multipliciret, ſo entſtehen dieſe zwo andern:

$$-stx - st'y = -100.sh$$
$$+tsx + ts'y = 100.tg,$$

welche, wenn ſie eben ſo vereiniget werden, geben $(ts' - st')\,y = 100\,(tg - sb)$ woraus geſchloſſen wird $y = \frac{tg - sb}{ts' - st'}.\ 100.$ Die Nenner ſind beyderſeits einerley, und es folgt alſo aus dieſen zween Ausdrücken die Proportion $x : y = (s'b - t'g) : (tg - sb)$.

§. 1263. Vermittelſt dieſer zwo Vorſchriften, bey welchen man auf die Zeichen der gegebenen Unterſchiede h, g, t, s, t', s' wohl acht haben muß, damit man ſich bey den Zeichen der geſuchten x, y nicht irren möge, werden dieſe x, y würklich berechnet, welche der Wahrheit deſto näher kommen werden, je kleiner ſie ſind, das iſt, je glücklicher man bey der Wahl der angenommenen a und b geweſen iſt. Iſt dieſes, ſo können nunmehro $SM = a + x$ und $SN =$

T. XVII F. 245. $b + y$ für die wahren verkürzten Entfernungen des Cometen von der Sonne angenommen, und es kan zu denſelben ſo, wie bisher immer geſchehen iſt, die Parabel entdeckt werden, welche ſie angeben. Dieſe Parabel wird eben ſo geprüfet wie die vorhergehenden, und wenn der Beobachtungen mehrere ſind als drey, ſo wird mit Fleiß unterſucht, ob und wie weit eben die Parabel auch dieſen übrigen Beobachtungen ein Genügen leiſte. Thut ſie dieſes mit einer hinlänglichen Richtigkeit, ſo wird ſie vor die wahre Bahn des Cometen gehalten; wo nicht, ſo können die noch übrigen Fehler, welche, wenn nur a und b nicht allzu ſehr von der Wahrheit abweichen, immer gering genug ausfallen müſſen, ferner gebeſſert werden, indem man mit den gefundenen verkürzten Entfernungen $SM = a + x$, $SN = b + y$ den Anfang machet, und die ganze Arbeit, völlig ſo, wie ſie zu $SM = a$ und $SN = b$ verrichtet worden iſt, wiederhohlet. Ich hoffe aber, das vorgeſchlagene Werkzeug werde dieſe Wiederhohlung ſelten nöthig ſeyn laſſen.

Die Zeit des Umlaufs giebt das übrige.

§. 1264. Die Zeit des Umlaufs eines Cometen wird durch die Parabel, welche mit einem Theile ſeiner Bahn beynahe zuſammen fällt, nicht beſtimmet. Solte dieſe Zeit aus den Beobachtungen geſchloſſen werden, welche bey einem Cometen in dem Zeitraume angeſtellet werden können, in welchem er der Sonne ſo nahe läuft, daß er von der Erde zu ſehen iſt; ſo müſten dieſe Beobachtungen die gröſſere Axe ſeiner eigentlichen elliptiſchen Bahn angeben, welches die Parabel nicht thun kan. Wolte man die Bahn, der Wahrheit gemäß, als eine Ellipſe betrachten, die Geſtalt dieſer Ellipſe vermittelſt ber Beobachtungen ausmachen, und alsdenn, aus der bekanten Entfernung des Nabels dieſer Ellipſe von dem ihm zunächſtliegenden Scheitel derſelben, die Gröſſe dieſer Axe ſchlieſſen: ſo würde dieſes eine ſehr beſchwerliche Arbeit geben, von welcher wenig richtiges zu erwarten wäre, da ein ſehr geringer bey derſelben begangener Fehler, die Geſtalt der Ellipſe, und die aus derſelben geſchloſſene Länge der gröſſern Axe, ſtark genug verändern kan. Denn da die Abweichungen, welche, indem ſie aus der Ellipſe eine Parabel machen, in der That die Axe der Ellipſe ins unendliche verlängern, gar klein ſind; ſo müſſen noch viel kleinere Fehler hinlangen, dieſe Axe zwar nicht unendlich, aber doch ſehr ſtark zu vermehren oder zu vermindern. Derowegen iſt wohl das

beſte

T. XVII. F. 245. beſte, daß man die Cometen noch zur Zeit bloß durch die Lagen ihrer paraboliſchen Bahnen, und die Gröſſen der Parameter dieſer Parabeln, oder die kleinſten Entfernungen der Cometen von der Sonne, von einander unterſcheide, und wenn es ſich findet, daß verſchiedene ſolche Bahnen in allen dieſen Umſtänden ſo ſehr mit einander übereinkommen, daß man den Unterſchied als eine Folge nicht völlig richtiger Beobachtungen anſehen, oder ſie einigen Veränderungen zuſchreiben kan, die ſich bey dem Laufe des Cometen zugetragen haben mögen: dieſe dem Anſehen nach verſchiedene Bahnen vor eine und eben dieſelbe zu halten, in welcher ein gewiſſer einzelner Comet ſeinen Umlauf verrichtet. Werden überdieſes auch die Zeiten einerley gefunden, nach deren Verflieſſung der Comet ſich wieder in dem Scheitel ſeiner Bahn befindet, welcher zunächſt an der Sonne liegt, ſo wird vollens aller Zweifel gehoben, ob der Comet der vorige ſey oder nicht, und es wird dadurch zugleich die Zeit ſeines Umlaufs auf das zuverläßigſte angegeben.

§. 1265. Eine dergleichen Uebereinſtimmung der Bahnen wurde inſonderheit bey dem Cometen entdecket, welcher im Jahr 1456, den 9ten Junius, im Jahr 1531 den 28ſten Februar, im Jahr 1607 den 26ſten October und im Jahr 1682 den 14ten September ſich der Sonne am meiſten genähert hat. Die zwiſchen jeden zwo dieſer Annäherungen, die zunächſt auf einander folgen, verlaufene Zeit, beträgt etwas mehr oder weniger als 75½ Jahre. Es konte alſo dieſer Comet um das Jahr 1759 wieder erwartet werden, in welchem er ſich auch würklich eingeſtellt, und den 12ten März der Sonne am ſtärkſten genähert hat. Es beträgt alſo die Zeit des Umlaufs dieſes Cometen bald mehr bald weniger als die angeſetzte Zahl der 75½ Jahre, und es iſt kein Wunder, wenn ſich bey dieſer Zeit eben ſo ſtarke Veränderungen zutragen, als bey den übrigen Linien und Winkeln, durch welche die Lage und Gröſſe einer Bahn beſtimmet wird. Denn die Cometen ſind allem Anſehen nach gar dünne Körper, welche, wenn ſie bey den gröſſern Planeten vorbey gehen, von der anziehenden Kraft derſelben, in der Bewegung, die ſie auſſerdem haben würden, eine gar ſtarke Veränderung leiden.

§. 1266. Wenn wir ſetzen, daß die Zeit des Umlaufs dieſes Cometen 76 mal ſo groß ſey als die Zeit des Umlaufs der Erde, ſo iſt der Logarithme dieſer

T. XVII. F. 245. ſer Zahl 1,8808136, und $\frac{2}{3}l76 = 1,2538757$, welchem die Zahl 17,942 zukomt. Durch dieſe Zahl wird die Hälfte der gröſſern Axe der Bahn eben des Cometen aus der zur Einheit angenommenen mittlern Entfernung der Erde von der Sonne angegeben. Denn da auch die Zeit des Umlaufs der Erde gebraucht worden iſt, die Zeit des Umlaufs des Cometen zu meſſen, ſo iſt nach der bekanten Regel (875), wenn D die Hälfte der gröſſern Axe des Cometen, und T die aus dieſer Einheit ausgedrückte Zeit des Umlaufs bedeutet $D^3 = TT$, und alſo $lD = \frac{2}{3}lT$. Der Herr de la Lande macht dieſe D etwas gröſſer, weil er die Zeit des Umlaufs gröſſer annimt, indem er ihr 28070 Tage zuſchreibt. Wir können ſie, da doch keine völlige Zuverläßigkeit zu haben iſt, auf 18 ſetzen. Die kleinſte Entfernung eben des Cometen von der Sonne wird auf 0,583 geſetzt, welche Zahl von 18 abgezogen für die Eccentricität 17,417 übrig läſſet. Dieſe Eccentricität, mit der Hälfte der gröſſern Axe zuſammen, giebt die größte Entfernung des Cometen von der Sonne 35,417. Die hieraus leicht zu berechnende Hälfte der kleineren Axe eben der Ellipſe aber iſt 4,544, aus welchen Maaſſen es leicht iſt, die Bahn dieſes Cometen zu entwerfen. Es giebt auſſer dieſem noch ein paar andere Cometen, deren Wiederkunft zu einer geſetzten Zeit erwartet wird, aber mit einer viel geringeren Zuverläßigkeit, als diejenigen hatten, welche die Rückkehr des eben beſchriebenen zuerſt ankündigten.

Der Aſtronomiſchen Vorleſungen
drey und zwanzigſter Abſchnitt.
Von dem Laufe des Mondes.

Einleitung.

§. 1267.

Wir konten bey der Beſtimmung des Laufs der Hauptplaneten und Cometen auf die Abweichungen, welche davon herrühren, daß jeder dieſer Körper nicht nur von der Sonne, ſondern auch von allen übrigen angezogen wird, nicht beſonders ſehen. Es wird eine tiefe Einſicht und groſſe Fertigkeit in der Analytic erfodert, wenn man dieſe Abweichung aus ihren Gründen herleiten will, und die würkliche Berechnung derſelben iſt ſehr weitläuftig und mühſam. Wir müſſen uns mit dem wenigen begnügen, ſo hin und her von dieſen Abweichungen beygebracht worden iſt, und mit der allgemeinen Betrachtung, daß ein jeder Weltkörper A die Bewegung eines andern B deſto mehr verändern müſſe, je gröſſer die Maſſe des A in Abſicht auf die Maſſe dieſes B iſt, und je näher die Körper A, B bey einander vorbeygehen: die Veränderung aber, welche der Körper A durch ſeine anziehende Kraft bey der Bewegung des B verurſachet, in nichts anderen beſtehen könne, als daß entweder dieſer Körper B gezwungen wird mit einer gröſſern oder kleinern Geſchwindigkeit in ſeiner Bahn fortzugehen, oder, daß er dieſe Bahn verläſſet, und einen andern Weg nimt, welcher, wenn A nicht ſelbſt in der Fläche dieſer Bahn lieget, immer zugleich den Körper B von derſelben Fläche entfernen, und die Bahn ſelbſt dergeſtalt krümmen wird, daß es unmöglich iſt, eine Fläche anzugeben, in welche dieſe Bahn ganz und gar fallen ſolte.

§. 1268. Aus der Urſache kan auch der Lauf der Nebenplaneten, deren Betrachtung noch allein übrig iſt, hier mit keiner Vollſtändigkeit abgehandelt werden, die völlig befriedigend wäre. Jeder Nebenplanet wird nicht nur von ſeinem Hauptplaneten, ſondern auch, mit dieſem zugleich, von der Sonne ſtark angezogen. Wären die von dem leztern Zuge herrührenden Geſchwindigkeiten, mit welcher ſich beyde der Sonne nähern, einander völlig gleich, und ihre Richtungen aufs genauſte parallel, ſo würde hieraus, in dem Umlaufe des Nebenplaneten um die Sonne, keine Veränderung erfolgen, weil die Bewegungen und die Würkungen zweener oder mehrerer Körper in einander, dadurch, daß dieſe oder jene Kraft ſie ſämtlich zugleich nach Parallellinien mit einerley Geſchwindigkeit fortſchiebet, nie geſtöret werden (813). Nun ſind aber die Winkel, welche die von einem Nebenplaneten nach dem Mittelpuncte der Sonne laufenden Linien, mit der von dem Hauptplaneten eben dahin reichenden einſchlieſſen, nicht immer ſo klein, daß ſie als Nichts betrachtet werden könten, und in dieſen Linien werden die beyden Körper nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogen. Auch iſt der Abſtand des Hauptplaneten von der Sonne nicht immer ſo groß, daß in Anſehung deſſelben der Unterſchied, um welchen ihre Nebenplaneten zuweilen mehr und zuweilen weniger von der Sonne entfernet ſind, beynahe verſchwinden ſolte. Es muß alſo der Zug der Sonne die Bewegung eines jeden Nebenplaneten verändern, die eine mehr und die andere weniger: wozu, wenn mehrere Nebenplaneten um eben den Hauptplaneten herumlaufen, ſich noch die Kraft geſellet, mit welcher jeder derſelben von jedem der übrigen angezogen wird, ſo die Abweichungen noch gröſſer macht. Denn was die übrigen Hauptplaneten anlangt, unter welchen Jupiter der größte iſt; ſo wird zwar unſer Mond auch von demſelben angezogen. Es ziehet aber eben der Jupiter auch die Erde, und der Unterſchied der Geſchwindigkeiten, welche dadurch beyden Körpern beygebracht werden, iſt, bey der ſtarken Entfernung dieſes Planeten von der Erde, zu gering, daß davon eine beträchtliche Abweichung zu erwarten wäre. Wenigſtens muß dieſelbe viel kleiner ſeyn als diejenige, welche die ungemein gröſſere Maſſe der Sonne verurſachet, und man würde verkehrt handeln, wenn man ſich darauf einlaſſen wolte, bevor der Einfluß, welchen die Sonne auf den Lauf des Mondes hat, völlig berichtiget iſt. Von den übrigen Planeten, welche viel kleiner ſind als Jupiter, iſt dieſes noch vielmehr zu ſagen, und es iſt leicht hieraus auf die Monden des Jupiters zu ſchlieſſen, wie auch auf die des Saturnus, welche uns ohnedem nicht ſehr angehen.

Tafeln zum Laufe des Mondes.

§. 1269. Was nun insbeſondere den Lauf des Mondes anlangt, deſſen Abhandlung uns, bey aller ihrer Unvollſtändigkeit, doch zugleich die Gründe entdecken wird, auf welchen wir fuſſen müſſen, wenn wir die Abweichungen der Hauptplaneten von ihren Bahnen um die Sonne, und der Nebenplaneten von denen, die ſie auſſerdem um ihren Hauptplaneten beſchreiben würden, richtig beurtheilen wollen: ſo iſt es kein Wunder, daß die Alten, welchen es gar nicht einfallen konte, daß die Sonne in dieſen Lauf einen ſo ſtarken Einfluß habe, als ſie würklich hat, bey aller Mühe und Anſpannung ihres Verſtandes, doch zu keiner Erkentniß deſſelben haben gelangen können, die ihre Wünſche befriediget hätte. Auch dieſe Entdeckung blieb einem Newton vorbehalten: welcher aber nur die vornehmſten Quellen der verſchiedenen Abweichungen, welchen der Mond bey ſeinem Umlaufe um die Erde unterworfen iſt, deutlich aus einander geſetzt: die weitere Ausführung dieſer Lehren aber, und ihre Anwendung andern überlaſſen hat. Es wurde aber die hierdurch rege gemachte Erwartung nur unvollkommen erfüllet, bis unſer groſſer Euler dieſe Betrachtungen von neuem unternommen, und durch ſein Beyſpiel die gröſten Geometer zu eben der Arbeit ermuntert hat: wobey ſich insbeſondere der berühmte Tobias Meyer ſo thätig erwieſen hat, daß er bald darauf Mondtafeln ausfertigen konte, die mit den Himmel ſo genau zutreffen, als kaum zu erwarten war, indem ſie nur ſelten um eine ganze Minute von den Beobachtungen abweichen ſollen. Doch blieb Herr Euler hiebey nicht ſtehen, ſondern hat endlich noch andere, mit einer auſſerordentlichen Scharfſinnigkeit und kaum glaublicher Mühe aus den erſten Gründen der Bewegungen hergeleitete Tafeln ausfertigen laſſen, vermittelſt welcher der Ort des Mondes in dem Raume, in welchem er ſich ſamt der Erde um die Sonne beweget, für jeden gegebenen Zeitpunct unmittelbar gefunden wird.

§. 1270. Man entdecket vermittelſt dieſer neuen Tafeln, durch eine zwar etwas weitläuftige, aber doch ziemlich einfache Rechnung, die Entfernung des Mondes von der Fläche der Ecliptic, das iſt, die Gröſſe der Linie, welche von dem Orte, den ſein Mittelpunct in dem gegebenen Zeitpuncte einnimt, auf dieſe Fläche perpendicular fällt, ſamt dem durch dieſe Perpendicularlinie beſtimten Entwurf dieſes Orts in eben der Fläche. Iſt dieſer Entwurf *L*, (*T. XVII. F.* 246.) indem das Papier die Fläche der Ecliptic vorſtellet, ſo wird derſelbe durch die beyden *T. XVII. F.* 246.

T. XVII. F. 246. den Linien *SA* und *LA* angegeben, deren erſte *SA*, aus dem Mittelpuncte der Sonne *S*, ſich nach dem Anfange der Ecliptic erſtrecket, die andere *LA* aber der *SA*, aus dem Entwurfe *L*, perpendicular fällt: oder man kan wenigſtens, ſo bald der Entwurf *L* bekant iſt, auch dieſe beyden Linien als bekant anſehen. Nun iſt auch der Ort der Erde *T* für eben den Zeitpunct aus den Tafeln zu haben, und wenn von demſelben die *TB* der *LA* parallel läuft, ſo ſind auch die Gröſſen der Linien *SB*, *TB*, wenn ſie nicht bereits bekant ſind, leicht zu berechnen. Wird aber ferner die *TC* von eben dem Puncte *T* der *SA* parallel gezogen: ſo iſt *LC* der Unterſchied der beyden *LA* und *TB*; und *TC* = *BA* der Unterſchied der *SA* und *BA*, welche Linien *LC* und *TC* demnach ebenfalls gefunden werden können. Alsdenn giebt die Verhältniß *TC* : *LC* den Winkel *LTC* vermittelſt der Tafel der Tangenten, und dieſer Winkel iſt die Länge des Monds zu dem gegebenen Zeitpuncte. Es kan aber auch zu eben den *TC* und *CT*, welche bey *C* einen rechten Winkel einſchlieſſen, die gröſte Seite des Dreyecks *TL* berechnet werden, welche die verkürzte Entfernung des Mondes von der Erde iſt. Und dieſe *TL* giebt ferner, mit der gleich Anfangs entdeckten Entfernung des Mondes von der Fläche der Ecliptic, welche man ſich durch *L* der Oberfläche des Papiers perpendicular vorſtellen muß, ein rechtwinklichtes Dreyeck, deſſen gröſte Seite, welche von dem Mittelpuncte der Erde *T* bis an den Mittelpunct des über *L* erhabenen Mondes reichet, der Abſtand des Mondes von der Erde iſt, und mit der *TL* den ſpitzigen Winkel einſchlieſſet, welcher die Breite des Monds, zu eben den angeſetzten Zeitpunct angiebt. Dieſes erklärt ohngefähr die Weiſe nach den neuen euleriſchen Tafeln zu rechnen: denn es wird die Arbeit durch verſchiedene bey der Einrichtung derſelben angebrachte Vortheile verkürzt, bey welchen wir uns nicht aufhalten können, da unſere gegenwärtige Abſicht nicht weiter gehet, als auf die Bemerkung und Auseinanderſetzung der Kräfte, mit welchen die Sonne in den Mond würket; welche uns in den Stand ſetzen kan, von der davon herrührenden Veränderung des Laufs deſſelben, ſo weit dieſes ohne einer vollſtändigen Rechnung möglich iſt, zu urtheilen: zu welchem Ende wir dasjenige, ſo die Beobachtung von dieſem Laufe entdeckt haben, und bereits groſſentheils in dem vorhergehenden beygebracht worden iſt, kürzlich zuſammenfaſſen und voraus ſenden wollen.

Mittlere Zeit des Umlaufs.

§. 1271. Die ſtarke Parallaxe, welcher der Mond bey ſeiner geringen Entfernung von der Erde unterworfen iſt, verurſachte bey der Entdeckung der Gründe ſeines Laufs Schwürigkeiten, die nicht beſſer gehoben werden konten, als durch die Beobachtung der Mondfinſterniſſe. T. XVII. F. 246. Denn da die Axe des Erdſchattens immer, der Sonne gerade entgegen, in die Fläche der Ecliptic fällt; bey einer Verfinſterung des Mondes aber der Punct ſeiner Scheibe, durch welchen dieſe Axe hindurchgehet, aus dem auf derſelben ſichtbaren Schatten der Erde geſchloſſen werden kan: ſo wird durch dieſe Verfinſterung nicht nur der wahre Ort des Mondes, ſondern auch die Stelle des einen Knoten ſeiner Bahn, ſamt der Neigung der Fläche derſelben gegen die Fläche der Ecliptic, angegeben. Jede zwo dergeſtalt beſtimte Längen des Monds geben ferner die mittlere Zeit des Umlaufs deſſelben, von einem Gegenſtande mit der Sonne bis zu dem nächſten, mit einer deſto gröſſern Zuverläßigkeit, je länger die zwiſchen den zwo Beobachtungen verfloſſene Zeit iſt: weil durch die groſſe Zahl der in einer langen Zeit von tauſend oder mehr Jahren vollendeten Umlaufe, die etwan bey der Beobachtung begangenen Fehler ſehr gemindert werden müſſen. Es wäre eben die Zeit des Umlaufs des Mondes in Abſicht auf die Sonne vermittelſt zweener Vollmonde zu entdecken, wenn wir es dem Monde anſehen könten, in welchem Augenblicke er eigentlich voll iſt, oder uns ſonſt in dieſer oder jener aufs ſtrengſte beſtimten Geſtalt erſcheinet. Die alſo gefundene Zeit des Umlaufs des Mondes in Abſicht auf die Sonne, beträgt im Mittel 29 Tage, 12 Stunden, 44 Minuten und 3 Secunden. Denn man ſiehet leicht, daß ſie nicht immer genau eben die Länge haben könte, wenn auch der Mond ſich gleichförmig bewegte, weil ſie zugleich von der Geſchwindigkeit abhängt, mit welcher die Erde, indem ſie in ihrer Bahn fortgehet, einem in die Sonne geſetzten Auge die verſchiedenen Theile der Ecliptic zu beſchreiben ſcheinet. Die nicht völlig gleichförmige Bewegung des Monds aber muß in dieſe Zeit des ſynodiſchen Umlaufs eine noch gröſſere Veränderung bringen.

§. 1272. Weil in der Zeit, in welcher der Mond um die Erde herumläuft, dieſe ebenfalls fortgehet, und dadurch verurſachet, daß die Sonne einen eben ſo groſſen Winkel, als ſie ſelbſt um die Sonne beſchreibt, um den Mittelpunct der Erde zu machen ſcheinet; ſo muß, wenn wir das Maaß dieſes Winkels a nennen, der Mond über den ganzen Umkreis π noch den Bogen a der Ecliptic

T. XVII. F. 246. zurücklegen, wenn er von dem Puncte derſelben, in welchem er der Sonne gerade entgegen geſtanden iſt, bis wieder zu einem dergleichen Puncte gelangen ſoll. Da wir uns nun die Bewegung des Monds als gleichförmig vorſtellen, ſo verhält ſich $\pi + a$ zu π wie die gefundene Zeit eines ſynodiſchen Umlaufs, zu der Länge derjenigen, in welcher der Mond genau einen Umlauf verrichtet. Dieſer Umlauf heißt, wie wir längſt geſehen haben, der periodiſche, und erfodert, wenn er nach den unbeweglichen Sternhimmel gerechnet wird, 27 Tage, 7 Stunden, 43 Minuten und 12 Secunden. Wird aber hiebey zugleich auf die Bewegung geſehen, mit welcher der Anfang der Ecliptic dem Monde, wie allen Weltkörpern die ſich von Abend gegen Morgen bewegen, beſtändig entgegen gehet, ſo müſſen von dieſem Zeitraume 7 Secunden abgezogen werden.

Mittlere Geſtalt und Gröſſe der Bahn des Mondes.

§. 1273. Die mittlere Entfernung des Monds von der Erde wird, zu einem angenommenen Zeitpuncte, vermittelſt der Parallaxe deſſelben genau genug geſchloſſen, und ſodann aus derſelben der Zwiſchenraum, um welchen er zu einer jeden andern Zeit von dem Mittelpuncte der Erde abſtehet, aus deſſen zu der Zeit beobachteten ſcheinbaren Durchmeſſer gerechnet. Dieſe Entfernung beträgt, wenn ſie die gröſte iſt, $64\frac{2}{3}$, iſt ſie aber die kleinſte, nur $55\frac{3}{4}$ halbe Durchmeſſer der Erde, zwiſchen welchen zwo Zahlen 60,2 genau genug im Mittel ſtehet, welchemnach die mittlere Entfernung des Monds von der Erde kaum mehr oder weniger betragen kan, als 60 Halbmeſſer derſelben (530). Werden nun zu verſchiedenen in eben dem Umlaufe des Mondes angenommenen Zeitpuncten, die beynahe gleichweit von einander entfernet ſind, die Stellen deſſelben in ſeiner Bahn angemerket, und zugleich die ſcheinbaren Gröſſen ſeines Durchmeſſers gemeſſen: ſo können zu eben den Stellen der Bahn, die Entfernungen des Monds von dem Mittelpuncte der Erde, mit einander verglichen werden, und man kan den Weg, welchen derſelbe bey dieſem Umlaufe um die Erde genommen hat, ohne ſonderliche Fehler auf einem Blatte entwerfen. Wer dieſe Arbeit unternehmen wolte würde finden, daß die dergeſtalt entworfene Bahn von einer Ellipſe, die einen ihrer Nabel in dem Mittelpuncte der Erde hat, ſo wenig abweichet, daß durch ein geringes Drehen derſelben um ihren Nabel, welches die Apſidenlinie etwas vorwärts oder rückwärts bringet, der Mond eine beträchtliche Zeit lang in dieſer Ellipſe erhalten werden kan.

§. 1274. Man ſiehet aber auch, daß die Bahn, welche der Mond bey einem ſeiner Umläufe würklich um die Erde beſchreibt, nicht gar ſehr von der Ellipſe abweichen könne, welche er, nach den (1097 u. f.) erklärten Geſetzen um dieſelbe beſchreiben würde, wenn die Sonne, bey einer viel gröſſern Entfernung von der Erde, nicht vermögend wäre ihn merklich von dieſer Ellipſe abzubringen: man ſiehet, ſage ich, dieſes, wenn man die Kraft, welche die Sonne bey ihrer würklichen Entfernung dazu anwendet, mit der anziehenden Kraft der Erde vergleichet, welche vor ſich den Mond zwingen würde, bey jedem Umlaufe eben die elliptiſche Bahn zu beſchreiben. Der Zweck erfodert keine allzugenaue Rechnung. Wir wollen alſo, ohne auf die Breite des Mondes zu ſehen, nur den Fall betrachten, der ſich in jedem Neumonde ereignet, da die Länge deſſelben zugleich die Länge der Sonne iſt, und uns den Mond L (T. XVII. F. 247.) in der geraden Linie ST vorſtellen, welche den Mittelpunct der Erde T mit dem Mittelpuncte der Sonne S verknüpfet. Alsdenn iſt (529) SL beynahe 400 mal ſo groß als LT, und wenn man LT zur Einheit machet, ſo wird $ST = 400$, und $SL = ST - 1$, folgends $SL^2 = ST^2 - 2ST$, weil der übrige Theil des Quadrats ohne Bedenken weggelaſſen werden kan, da derſelbe nur 1, und alſo in Anſehung des $ST^2 = 160000$ nicht beträchtlich iſt. Laſſen wir aber ferner S die Maſſe der Sonne, und T die Maſſe der Erde bedeuten, ſo wird die Kraft, mit welcher der Mond nach der Sonne gezogen wird, durch $\frac{S}{SL^2}$ oder $\frac{S}{ST^2 - 2ST}$ ausgedrückt, und die Kraft, welche auf eben die Art in die Erde würket, durch $\frac{S}{ST^2}$. Jene iſt die gröſſere, und der Unterſchied von beyden $\frac{S}{ST^2 - 2ST} - \frac{S}{ST^2}$ wird, unter einerley Benennung, durch $\frac{S.\,ST^2 - S.\,ST^2 + 2S.\,ST}{ST^4 - 2ST^3}$ angegeben, welcher Ausdruck ſich in dieſen $\frac{2S}{ST^3 - 2ST^2}$ zuſammen ziehen läßt, der demnach die Kraft angiebt, mit welcher die Sonne den Mond von der Erde entfernet, indem ſie denſelben ſtärker anziehet als dieſe. Die Kraft aber, mit welcher die Erde den Mond an ſich ziehet, $\frac{T}{LT^2}$, iſt, weil LT zur Einheit gemacht wird, $= T$. Es verhält ſich alſo

T. XVII. F. 246.

T. XVII. F. 247.

T. XVII. F. 247. jene Kraft zu dieſer Kraft der Erde, wie $\frac{2S}{ST^3 - 2ST^2}$ zu T, das iſt, wie $S : T(\frac{1}{2}ST^3 - ST^2)$, welche Vorſchrift die verlangte Vergleichung leicht genug machet.

§. 1275. Denn wir haben (899) geſehen, daß wenn S die Maſſe der Sonne $= 1$ iſt die Maſſe der Erde $T = 0{,}0000027857$ ſeyn werde. Nun iſt zu $ST = 400$, $ST^2 = 160000$, und $\frac{1}{2}ST^3 = 32000000$, folgends $\frac{1}{2}ST^3 - ST^2 = 31840000$, welches durch T multipliciret beynahe 88,7 giebt. So vielmal gröſſer iſt alſo die Kraft, mit welcher der Mond von der Erde in ſeiner Bahn erhalten wird, als diejenige, welche die Sonne anwendet ihn von derſelben zu entfernen, und dieſes zwar, wenn die leztere Kraft unter allen die gröſte iſt. Denn wenn der Mond ſich in dem der Sonne gerade entgegen geſetzten Theile ſeiner Bahn befindet, ſo wird zwar die Erde, die nunmehro der Sonne näher iſt, ſtärker von derſelben angezogen. Er bleibt alſo zurück, und wird dadurch ebenfalls von der Erde entfernet. Es iſt aber gar leicht einzuſehen, daß dieſe Entfernung von derjenigen, die in dem betrachteten Falle ſtatt findet, wenig unterſchieden ſey, wenn man erweget, daß bey der Berechnung der Kraft, welche dieſe Entfernung verurſachet, gar wohl der Mond in T und die Erde in L geſetzt werden könne, welches keine Zahlen zu geben vermag, die von den herausgebrchten beträchtlich verſchieden wären. In allen übrigen Fällen iſt die Kraft, welche die Sonne anwendet den Mond aus ſeiner Bahn zu bringen, kleiner, und hat über dieſes eine zu dieſem Zwecke weniger vortheilhafte Richtung: woraus folget, daß zu jedem beſondern Umlaufe deſſelben eine Ellipſe beſchrieben werden könne, von welcher der Mond bey dieſem Umlaufe ſo wenig abweichet, daß durch einiges Drehen dieſer Ellipſe um ihren in den Mittelpunct der Erde fallenden Nabel, nicht zwar eigentlich der Mond in die elliptiſche Bahn, wohl aber die Bahn an den Mond, gebracht werden kan.

Zeit des anomaliſchen Umlaufs, und des Umlaufs der Knoten.

§. 1276. Da man ſich alſo die Apſidenlinie der Mondbahn in einer Bewegung vorſtellen muß, mit welcher ſie um den Mittelpunct der Erde Winkel beſchreibet, ſo iſt es ſo leicht nicht die Puncte der Ecliptic, durch welche dieſe Linie bey jedem Umlaufe des Mondes hindurchgehet, vollkommen richtig zu beſtimmen.

T. XVII. F. 247. Man bedienet ſich zu dem Ende der bey der Erde zu eben dem Zwecke führenden Wege, ſo gut, als es geſchehen kan. Der größte oder kleinſte ſcheinbare Durchmeſſer des Mondes kan dieſe Puncte mit keiner hinlänglichen Zuverläßigkeit geben, weil zu der Zeit, wenn uns ein himliſcher Körper am größten oder kleinſten erſcheinet, ſeine Entfernung von uns, und mit derſelben der an ſich ſehr kleine Winkel, in welchem wir ihn ſehen, immer langſam wächſet oder abnimt. Werden aber in der Bahn des Mondes zween Puncte bemerket, bey welchen derſelbe in eben dem Umlaufe gleich groß erſchienen iſt, ſo ſchneidet die Linie der Apſiden immer den Winkel, welchen zwo nach dieſen Puncten von dem Mittelpuncte der Erde gezogene gerade Linien einſchlieſſen, in gleiche Theile; und es könte die Lage derſelben dadurch genau genug beſtimmet werden, wenn ſie in der zwiſchen den zwo Beobachtungen verfloſſenen Zeit nicht aus ihrer Stelle wiche, und angenommen werden könte, daß der Mond in der einen Hälfte ſeiner durch eben die Linie getheilten Bahn ſich vollkommen ſo bewege, wie in der andern. Da aber keines von beyden ſtatt findet, ſo war, zur Entdeckung des Bogens der Ecliptic, in welchem das Punct der größten Entfernung des Mondes in einer gewiſſen Zeit fortrücket, kein Mittel übrig, als daß man die, bey der Beſtimmung der Lage der Apſidenlinie in zween verſchiedenen Zeitpuncten, etwan begangenen Fehler, durch die Länge dieſer zwiſchen denſelben verfloſſenen Zeit zu vermindern ſuchte; da denn endlich entdeckt worden iſt, daß dieſe Linie, in Abſicht auf den unbeweglichen Sternhimmel, in einer Zeit von 8 Jahren, 309 Tagen, 8 Stunden und 20 Minuten ganz herumkomme.

§. 1277. Bey dieſer Bewegung braucht der Mond etwas mehr Zeit, von dem Puncte ſeiner größten Entfernung bis wieder dahin zu gelangen, und alſo ſeine Bahn ganz zu beſchreiben, als er zu einem Umlaufe an dem Sternhimmel haben muß. Es wird aber die mittlere Zeit dieſes ſogenanten anomaliſchen Umlaufs, aus der Zeit t, in welcher der Mond in Abſicht auf die Fixſterne einen Umlauf verrichtet, und der T, in welcher die Apſidenlinie ſeiner Bahn herumkomt, alſo geſchloſſen. Wenn man ſich den Mond in dem Puncte ſeiner größten Entfernung von der Erde vorſtellt, und die geſuchte Zeit, welche er gebraucht zu der nächſten zu gelangen, x nennet, ſo beſchreibet, in dieſer Zeit x, das Punct der größten Entfernung ſelbſt einen Winkel a, welchen, und über dieſes einen ganzen Umlauf, der Mond in eben der Zeit x vollenden muß, bevor er das Punct der größten Ent-

T. XVII. F. 247. Entfernung wieder erreichet. Demnach iſt $x - t$ die Zeit, in welcher der Mond den angezeigten Winkel a allein beſchreibet. Da nun die Zeiten, in welchen zween Puncte, deren jedes in einer gleichförmigen Bewegung ſtehet, gleiche Winkel um ein drittes beſchreiben, ſich wie die Zeiten der ganzen Umläufe verhalten: ſo iſt auch $T : t = x : x - t$, und folgends $T : T - t = x : t$. In dieſer Proportion bedeutet x die geſuchte Länge des anomaliſchen Umlaufs: welche alſo vermittelſt derſelben gegeben wird. Sie beträget 27 Täge, 13 Stunden, 18 Minuten und 34 Secunden.

§. 1278. Was die Knotenlinie anlangt, welche vermöge der vorhergehenden Betrachtung (550) immer wieder die Ordnung der Zeichen des Thierkreiſes zurück gehen muß, ſo konte aus den, vermittelſt der Mondfinſterniſſe zuverläßig genug beſtimten Stellen derſelben, allein geſchloſſen werden, daß ſie in einer Zeit von 18 Jahren, 224 Tägen und 5 Stunden, in Anſehung des Sternhimmels ganz herumkomme. Und der größte und kleinſte Winkel, welchen die Fläche der Mondbahn mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet, konte auſſer dem ſo die Mondfinſterniſſe angeben, auch durch die Beobachtung der größten und kleinſten Breiten berichtiget werden, mit welcher der Mond einem in den Mittelpunct der Erde geſetzten Auge erſcheinet, wenn er ſich von ſeinen Knoten um 90 Grade entfernet befindet. Das geringſte Maaß dieſes Winkels wird auf 5 Grade, und das größte auf 5 Grade und 18 Minuten geſetzt, welche Gränzen er nie überſteiget.

Von der anziehenden Kraft, in ſoferne ſie die Bewegung eines Planeten ſtöhret.

§. 1279. Von dieſen mittlern Bewegungen und Entfernungen nun ſind diejenigen, welche bey dem Umlaufe des Monds um die Erde würklich bemerkt werden, durchaus verſchieden: der Einfluß aber, welchen die Sonne in dieſe wahren Bewegungen hat, und die Würkungen, welche ſie bey denſelben insbeſondere hervorbringt, kommen im Grunde mit denjenigen völlig überein, von welchem ein jeder Hauptplanet in ſeinem Umlaufe um die Sonne, und ein jeder Nebenplanet in dem Laufe um ſeinen Hauptplaneten, welchen er auſſerdem nehmen würde, von einen jeden andern Weltkörper geſtöhret wird, wiewohl von dem einen mehr, und von dem andern weniger: und wir werden keinen groſſen Umſchweif machen, wenn wir, ſo weit es unſer Zweck leiden will, dieſe Würkungen der anziehenden Kraft die-

dieſer Körper überhaupt betrachten, bevor wir uns insbeſondere auf den Mond einlaſſen. Es ſey T (*Tab. XVII. Fig.* 248.) ein dergleichen Körper, um welchen ſich ein anderer L in der Bahn ABC bewegen würde, wenn auſſer derjenigen, die ihn beſtändig nach T ziehet, ſonſt keine andere Kraft bemühet wäre, ihn von der geraden Linie abzubringen, in welcher er, vermöge ſeiner Trägheit, vor ſich fortgehen würde. Es werde aber nicht nur dieſer Körper L, ſondern auch der T, um welchen er herumläuft, von einem dritten Körper S nach den erklärten Geſetzen angezogen, die wir hier, wie überall, vor Augen haben müſſen. Wir ſtellen uns aber zu einiger Erleichterung anfänglich die drey Körper S, T, und L ſämtlich in der nehmlichen Fläche vor, und zwar, wenn einer dieſer Körper die Sonne und der andere die Erde iſt, in der Fläche der Ecliptic, ohne auf die Abweichungen Acht zu haben, mit welcher ſich der dritte Körper, bald an der einen bald an der andern Seite, von dieſer Fläche entfernet, ſo daß, wenn S die Sonne, T die Erde und L den Mond vorſtellt, wir die Bahn dieſes Nebenplaneten, durch einiges Herumdrehen ihrer Fläche um die Knotenlinie, in unſern Gedanken in die Fläche der Ecliptic bringen: und behalten uns vor die Folgen der Neigung der einen dieſer Flächen gegen die andere beſonders zu betrachten. Sollen nun die Würkungen ausgemacht werden, welche die anziehende Kraft dieſes Körpers S bey der Veränderung des Laufs des L haben wird; ſo iſt vor allen Dingen zu beſtimmen, wie ſtark der Körper S, in einer gewiſſen bekanten Entfernung, einen andern anziehet; indem man die Geſchwindigkeit angiebt, welche dieſer Zug den gezogenen Körper, in einer gewiſſen unendlich kleinen Zeit, beybringet, oder den Raum, um welchen eben der gezogene Körper, in der angenommenen Zeit, ſich gegen S beweget, und ſich dadurch demſelben genähert hat. Denn ob wohl ein jeder einen andern anziehender Körper auch hinwiederum von demſelben gezogen wird, ſo haben wir doch hier auf die von dieſem Zuge herrührende Bewegung des Körpers S gegen den andern nicht zu ſehen. Es ſey f die dergeſtalt zu beſtimmende Kraft, mit welcher der Körper S, den T, L oder einen jeden andern, in der angenommenen Entfernung V anziehet, welche V wir zur Einheit machen wollen. Dieſe V kan immer die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne ſeyn, da denn die Kraft f zu derjenigen, mit welcher die Erde in ihrer mittlern Entfernung von der Sonne von dieſer angezogen wird, ſich wie die Maſſe des Körpers S zu der Maſſe der Sonne verhalten muß. Es kan aber auch eine jede andere Gröſſe, die man der V geben mag, zu dem Zwecke führen, welchen wir vor uns haben.

T. XVII. F. 248.

T. XVII. F. 248. §. 1280. Man ziehe TL, SL und ST, und bilde dadurch das Dreyeck LST, deſſen Seite ST immer ganz in die Fläche fallen wird, in welcher ſich der Körper T um S, oder S um T beweget, gleichwie diejenige, in welcher L um T herumläuft, nothwendig durch die Linie LT gehet. Sind aber die beyden Flächen, in deren einer die beyden Körper S und T, in der andern aber L und T ihren Lauf beſtändig oder eine Zeitlang fortſetzen, von einander verſchieden, und befindet ſich der Körper L würklich auſſer der Fläche, in welcher einer der übrigen S, T um den andern herumgehet: ſo fällt LS weder in dieſe, noch in die Fläche der Bahn des Körpers L, und man muß ſich das Dreyeck LTS auſſer beyden Flächen vorſtellen, doch ſo, daß ST in die eine und TL in die andere dieſer Flächen zu liegen komt. Alsdenn müſſen auch alle gerade Linien, die durch irgend ein Punct der Linie TL der TS parallel gemacht werden ſollen, in die Fläche dieſes Dreyecks LST fallen, und zugleich derjenigen parallel werden, in welcher ſich die beyden Körper S, T beſtändig befinden. Dieſes ſind die Schwürigkeiten, welchen wir vors erſte auszuweichen ſuchen, indem wir uns die drey Körper S, T, L immer in eben der Fläche vorſtellen. Da die Winkel welche die Flächen der Bahnen zweener Planeten mit einander einſchlieſſen, gemeiniglich klein genug ſind, ſo kan dieſes meiſtentheils ohne einen beträchtlichen Fehler geſchehen.

§. 1281. Wird nun bey ſo geſtalten Sachen die Linie ST verlängert, ſo erreicht ſie die Bahn des Körpers L bey A, und ſchlieſſet mit der TL an der Seite A den Winkel ATL ein, welcher in der gegenwärtigen Zeichnung ſpitzig erſcheinet. Dieſen Winkel ATL wollen wir φ nennen; die TS aber durch x, die TL durch y, und die SL der Kürze halber durch z andeuten. Denn es läßt ſich die Seite SL des Dreyecks LST auch aus den zwo Seiten ST, TL und aus dem Winkel $LTA = \varphi$ ausdrücken, und man entdecket dieſen genug bekanten Ausdruck gar leicht, wenn ſich das Dreyeck LST mit der verlängerten ST T. XVII. F. 249. (*Tab. XVII. Fig* 249.) beſonders vorſtellet, nachdem man aus L die LK der verlängerten ST perpendicular gezogen. Es wird dadurch $LK = TL.\, \mathit{ſin}\, \varphi$, und $TK = TL.\, \cos\varphi$, alſo $SK = TS + TL.\, \cos\varphi$. Da nun $SL^q = SK^q + LK^q$, ſo iſt auch $SL^q = TS^q + 2\,TS.\ TL.\, \cos\varphi + TL^q\, (\cos\varphi)^2 + TL^q (\mathit{ſin}\,\varphi)^2$. Weil $(\cos\varphi)^2 + (\mathit{ſin}\,\varphi)^2 = 1$, ſo giebt die Summe der zwey letztern Quadrate nicht mehr als TL^q, und es iſt alſo $SL^q = TS^q + 2\,TS.\ TL.\, \cos\varphi + TL^q$, oder unter den angenommenen Benennungen, $zz = xx + 2xy$.

$2xy.\cos\varphi + yy$, welcher Ausdruck ſich in $zz = xx + yy$ verwandelt, wenn der Winkel φ gerade wird, weil alsdann $\cos\varphi = 0$. Wird aber dieſer Winkel φ ſtumpf, ſo wird eben dadurch $\cos\varphi$, und mit demſelben das Glied $2xy.\cos\varphi$, zu einer negativen Gröſſe. T.XVII. F. 249.

Entwickelung der ſtöhrenden Kraft.

§. 1282. Nun wird die Kraft, welche wir hier betrachten, mit welcher der Körper S in der Entfernung ST in den T würket, und in einen jeden andern in die Stelle dieſes T geſetzten Körper würken würde, aus der angenommenen f, durch $\frac{f}{xx}$ ausgedrückt; und die Richtung dieſer Kraft iſt TS. In den Körper L aber würket eben der Körper S mit der Kraft $\frac{f}{zz}$ nach der Richtung LS. Es werden nehmlich durch $\frac{f}{xx}$, $\frac{f}{zz}$ die Geſchwindigkeiten angegeben, welche die anziehende Kraft des Körpers S, jeden zween Körpern, deren einer ſich in T und der andere in L befindet, in eben der unendlich kleinen Zeit, nach den Richtungen TS und LS beybringet. Man mache $LE = \frac{f}{zz}$, damit durch dieſe LE die Kraft oder die Geſchwindigkeit nach LS ausgedrückt werde: und da, wenn die Kraft entdeckt werden ſoll, durch welche der Körper L in ſeinem Umlaufe um T geſtöhret wird, von der Kraft, die dieſen Körper nach LS treibet, diejenige abgeſondert werden muß, ſo denſelben, der TS parallel, durch einen Raum beweget, der demjenigen gleich iſt, um welchen ſich, in eben der unendlich kleinen Zeit, der Körper T dem S nähert: ſo ziehe man, dieſe Abſonderung zu verrichten, auch durch L eine LD der TS parallel, welche LD der $\frac{f}{xx}$ gleich ſey. Die von D nach E gezogene DE wird alsdenn die Gröſſe der geſuchten Kraft vorſtellen, wie an dem Vierecke $LDEF$, deſſen Seite EF der LD gleich und parallel iſt, gar leicht geſehen wird. Denn die beyden durch LD und $LF = DE$ ausgedrückten Kräfte würken ſo viel, als die einzige LE; und es bleibt alſo die Würkung der LF übrig, wenn von der LE die LD abgeſondert wird. Wird aber dieſe LF ferner zur Diagonal des rechtwinklichten Vierecks HI gemacht, ſo läßt ſich auch die Kraft, welche ſie vorſtellet, in zwo andere zerfällen, deren eine nach LH in eben der Linie

T. XVII. F. 249. *HT* würket, nach welcher der Körper *L* von dem *T* angezogen wird, die Richtung der andern *LI* aber dieſer Linie *HT* perpendicular iſt. Um dieſe letztern Kräfte nach *LH* und *LI* iſt es uns vornehmlich zu thun, welche aus dem für bekant angenommenen berechnet werden müſſen.

§. 1283. Wir können zu dem Ende anmerken, daß, da in dem Dreyecke *LST*, die *EG* der Seite *ST* parallel lieget, dieſe Gleichheiten der Verhältniſſe ſtatt finden; $LS : LE = ST : EG = LT : LG$, woraus folget: $EG = \frac{fx}{z^3}$ und $LG = \frac{fy}{z^3}$. Denn da $GF = EF - EG = LD - EG$, ſo wird hieraus geſchloſſen $GF = \frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}$; aus dieſer *GF* aber werden die Linien *GH* und $HF = LI$ alsbald gefunden. Der Winkel *FGH* iſt dem *ATL* gleich, und wird alſo, wie dieſer durch φ bedeutet. Wir haben alſo $HF = LI = GF.\ \sin\varphi$, das iſt, $LI = \left(\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}\right) \sin\varphi$, und $GH = GF.\ \cos\varphi$, oder $GH = \left(\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}\right) \cos\varphi$, woraus folget $LH = GH - GL = \left(\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}\right) \cos\varphi - \frac{fy}{z^3}$. Aus den beyden Linien *LH* und *HF* aber wird ferner die größte Seite *LF* des rechtwinklichten Dreyecks *FHL* gefunden, welche die ganze Gröſſe der die Bewegung des Körpers *L* ſtöhrenden Kraft angiebt. Da nehmlich $LF^2 = LH^2 + HF^2$, ſo wird, wenn wir der Kürze wegen ſetzen $\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3} = v$, und alſo *LH* durch $v.\ \cos\varphi - \frac{fy}{z^3}$, $HF = LI$ aber durch $v.\ \sin\varphi$ ausdrücken, $LF^2 = v^2.\ \cos\varphi^2 - \frac{2fvy}{z^3} \cos\varphi + \frac{f^2y^2}{z^6} + v^2.\ \sin\varphi^2$, oder welches eben das iſt, $LF^q = v^2 - \frac{2fvy}{z^3}.\ \cos\varphi + \frac{f^2y^2}{z^6}$. Aus den zwo Seiten *LG* und *GF* des Dreyecks *LGF*, und dem von beyden eingeſchloſſenen Winkel φ, wird eben das gefunden. Es wird aber dieſe

durch

durch LF ausgedruckte Kraft, nachdem aus derſelben die beyden andern hergeleitet worden ſind, vors erſte nicht gebraucht werden. T. XVII. F. 249.

§. 1284. Was aber dieſe zwo unmittelbar brauchbaren Kräfte anlangt, ſo wird in dem Falle, welchen die Zeichnung vorſtellet, die Kraft, mit welcher L in der Linie LT von dem Körper T angezogen wird, durch die ihm entgegengeſetzte Kraft LH gemindert. Wenn alſo R überhaupt eine jede von dem Körper S herrührende Kraft bedeuten ſoll, welche die Kraft nach LT, die von dem Zuge des Körpers T herrühret, nicht mindert ſondern vermehret, weil ſie den Körper L ebenfalls einwärts nach T treibet; ſo muß für den gegenwärtigen Fall geſetzt werden $-R = \left(\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}\right) \cos \varphi - \frac{fy}{z^3}$, und alſo $R = \frac{fy}{z^3} + \left(\frac{fx}{z^3} - \frac{f}{xx}\right) \cos \varphi$: da denn R eine auswärts gerichtete Kraft bedeutet, wenn durch das Wachſen oder Abnehmen der in dem Werthe deſſelben enthaltenen veränderlichen Gröſſen, dieſer verneinend wird. Da nun alſo die Würkung dieſer Kraft R in nichts andern beſtehet, als daß ſie die, mit welcher der Körper L nach T gezogen wird, vermindert oder vermehret; ſo wachſen derſelben ohngeachtet, die bey der Bewegung des Körpers L um T von dem Radius Vector LT beſchriebenen Ausſchnitte, als ATL, wie die Zeiten, in welchen ſie beſchrieben werden. Denn es wird dazu, daß dieſes Geſetz ſtatt finde, nicht mehr erfordert, als daß der Körper L immer nach eben dem Puncte T getrieben werde; und die Stärke der Kraft, welche ihn dahin treibet, komt dabey in keine Betrachtung (785). Die andere durch LI ausgedrückte Kraft aber verurſachet auch hierinnen eine Abweichung, indem ſie in dem in der Zeichnung vorgeſtellten Falle den Körper L, welcher ſeinen Lauf von A durch B nach C nimt, zurückziehet, wobey allerdings der Radius LT ſich langſamer um T drehen muß, als er auſſerdem gethan haben würde. Es kan aber auch in andern Fällen dieſe dem Radius Vector perpendicular würkende Kraft die Geſchwindigkeit, mit welcher er ſich auſſerdem um T gedrehet haben würde, vermehren, wenn nehmlich LI an die andere Seite deſſelben fällt, nach welcher ſich auch der Körper L beweget. Wird alſo dieſe durch LI ausgedrückte Kraft bey dieſem letztern Umſtande als poſitiv angeſehen, und P genant: ſo iſt in dem durch die Zeichnung vorgeſtellten Falle

$-P =$

T. XVII. F. 249. $-P = \left(\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}\right)$ ſin φ, und alſo umgekehrt $P = \left(\frac{fx}{z^3} - \frac{f}{xx}\right)$ ſin φ: woraus zugleich zu ſehen iſt, daß P poſitiv ausfalle, und alſo die Geſchwindigkeit des Körpers L mit der Geſchwindigkeit des Radius Vector vermehre, wenn $\frac{x}{z^3}$ gröſſer iſt als $\frac{1}{xx}$, das iſt x^3 gröſſer als z^3, und x gröſſer als z. Wird im Gegegentheil, wie in der Zeichnung, x kleiner als z, und alſo $\frac{x}{z^3}$ kleiner als $\frac{1}{xx}$, ſo wird dieſe Kraft P negativ, und vermindert die Geſchwindigkeit des Körpers L: aber $x = z$ giebt $P = 0$.

Anwendung auf den Mond.

§. 1285. Es iſt überhaupt ſo ſchwer nicht die Abweichungen zu überſehen, welche die dergeſtalt beſtimten Kräfte R und P in der Bewegung des Planeten L, welcher ſamt dem Körper T, um welchen er herumläuft, beſtändig nach S gezogen wird, in einer geſetzten Zeit verurſachet, wenn dieſe Zeit ſo klein iſt, daß in derſelben keine merkliche Veränderung, weder in dem Winkel φ, noch in den Entfernungen x, y, z vorgehet. Und zu dem Monde wird die Sache noch leichter, weil vor denſelben die Ausdrücke, durch welche die Kräfte R und P angegeben werden, eine ſtarke Verkürzung leiden, ohne daß dadurch ſogar beträchtliche Fehler in dieſelbe gebracht würden. Wenn L der Mond, T die Erde und S die Sonne vorſtellen, ſo iſt TL nicht viel gröſſer als der vier hunderte Theil der TS. Es kan alſo immer y in Anſehung der x als nichts angeſehen werden, und noch viel mehr y. ſin φ, oder y. cos φ, weil jede dieſer Linien noch kleiner iſt als y; woraus folget, daß für den Mond geſetzt werden könne: $x + y = x$, und $x - y = x$, und was hieraus flieſſet: wiewohl die Entfernung y groß genug iſt, daß ſie vor ſich, und wo ſie allein ſtehet, keinesweges, als ob ſie nichts wäre, auſſer Acht gelaſſen werden kan. Wir wollen uns dieſer Bequemlichkeit bedienen, nicht nur uns von dem Laufe des Mondes einen ſo vollſtändigen Begriff zu machen, als es unſere eingeſchränkte Abſicht erlauben will, ſondern auch dadurch die Abweichungen der Hauptplaneten von den Bahnen, welche ſie um die Sonne beſchreiben würden, wenn dieſe allein in dieſelbe würkte, einigermaaſſen aufzuklären trachten.

§. 1286. Das vornehmſte bey dieſer Verkürzung beruhet auf den Ausdruck $zz = xx + 2xy.\ cos\ \varphi + yy$, welchen wir gleich Anfangs (128) gehabt haben. T. XVII. F. 249. Wenn in demſelben yy in Anſehung des übrigen als nichts betrachtet wird, ſo entſtehet daraus $zz = xx + 2xy.\ cos\ \varphi$. Mit noch mehrern Recht aber kan man ſtatt yy ſetzen $yy.\ (cos\ \varphi)^2$, und daraus ſchlieſſen, $z = x + y.\ cos\ \varphi$, da denn aus beyden zuſammen folget $z^3 = x^3 + 3x^2y.\ cos\ \varphi$, indem die übrigen Theile des Würfels z^3, als in Anſehung der angenommenen unbeträchtliche Kleinigkeiten, wegfallen. Hieraus aber folgt ferner $\frac{fx}{z^3} = \frac{f}{x^2 + 3xy.\ cos\ \varphi}$, und $\frac{fx}{z^3} - \frac{f}{xx} = \frac{f}{x^2 + 3xy.\ cos\ \varphi} - \frac{f}{xx} = \frac{fxx - fxx - 3fxy.\ cos\ \varphi}{x^4 + 3x^3y\ cos\ \varphi}$ $= \frac{-\ 3fy.\ cos\ \varphi}{x^3}$. Denn nunmehro kan $y.\ cos\ \varphi$ in Anſehung des x als nichts betrachtet werden, und alſo $3x^3y.\ cos\ \varphi$ in Anſehung des x^4, welches vorher nicht geſchehen konte, wenn man ſich nicht der Gefahr ausſetzen wolte, dieſes $y.\ cos\ \varphi$ durchaus in ein Nichts zu verwandeln.

§. 1287. Hierdurch wird vor $R = \frac{fy}{z^3} + \left(\frac{fx}{z^3} - \frac{f}{xx}\right)\ cos\ \varphi$ der viel kürzere Ausdruck $R = \frac{fy}{z^3} - \frac{3fy\,(cos\ \varphi)^2}{x^3}$ gefunden, welcher, wenn auch hier für z die Entfernung x geſetzt wird, ſich in $R = \frac{fy}{x^3} \times (1. - 3\,(cos\ \varphi)^2)$ verwandelt. Nun folgt aus den Regeln, welche die Sinus und Coſinus eines Winkels, der zwey, drey oder mehr mal ſo groß iſt als ein gegebener φ, aus dem Sinus und Coſinus dieſes Winkels φ ausdrücken (*), die Gleichheit $cos\ 2\varphi = 2(cos\ \varphi)^2 - 1$ und alſo $(cos\ \varphi)^2 = \frac{1}{2}\ cos\ 2\varphi + \frac{1}{2}$, folgends $3(cos\ \varphi)^2 = \frac{3}{2}\ cos\ 2\varphi + \frac{3}{2}$, und $1 - 3\ (cos\ \varphi)^2 = 1 - \frac{3}{2}\ cos\ 2\varphi - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\ cos\ 2\varphi$, vermittelſt welcher eben die Kraft durch $R = -\frac{fy}{2x^3}(1 + 3 cos\ 2\varphi)$ angegeben wird. Die Kraft P aber wird, vermittelſt eben des Werthes $\frac{fx}{z^3} - \frac{f}{x^2} = -\frac{3fy.\ cos\ \varphi}{x^3}$, durch $P = -\frac{3fy.\ cos\ \varphi.\ ſin\ \varphi}{x^3}$ ausgedruckt. Da nun aus den angezogenen Regeln für die Sinus auch flieſſet:

(*) Anal. fin. 435.

T. XVII. F. 249. $\cos\varphi \cdot \sin\varphi = \frac{1}{2}\sin 2\varphi$, ſo iſt auch $P = -\frac{fy}{2x^3} \times 3\sin 2\varphi$. Beyde Ausdrücke weichen auſſerdem, daß bey der Entdeckung derſelben auf die Abweichung des Mondes von der Fläche der Ecliptic nicht geſehen worden iſt, nur in ſoferne von der ſtrengſten Wahrheit ab, als die Entfernung des Mondes von der Erde, in Anſehung der Entfernung der Erde von der Sonne, nicht ganz unbeträchtlich iſt. Durch den einen wird die Kraft R, und durch den andern die Kraft P, mit der f verglichen, mit welcher die Sonne in der zur Einheit angenommenen mittlern Entfernung die Erde oder den Mond an ſich ziehet.

§. 1288. Es zeigen dieſe Ausdrücke $R = -\frac{fy}{2x^3}(1 + 3\cos 2\varphi)$ und $P = -\frac{fy}{2x^3} \cdot 3\sin 2\varphi$, ſo von denen, die Newton angegeben hat, nicht verſchieden ſind, daß beyde Kräfte R und P ſtark anwachſen, wenn, indem y und φ die vorigen bleiben, die Entfernung der Erde von der Sonne x vermindert wird. Denn eine jede Veränderung der Gröſſe x, bringet eine viel ſtärkere in x^3. Es wachſen aber auch dieſe Kräfte, wenn, indem x und φ ihre Gröſſe behalten, die Entfernung des Monds von der Erde y zunimt. Die wichtigſte Veränderung der Kräfte R und P aber komt auf den Winkel φ an, welchen die von dem Mittelpuncte der Erde T nach dem Monde gezogene TL mit der TA einſchlieſſet, die von eben dem T nach dem der Sonne gerade entgegengeſetzten Puncte der Ecliptic A läuft, bey welchem ſich der Mond befindet, wenn er der Erde voll erſcheinet: und da wir hier auf die Abweichung der Bahn des Mondes von der Fläche der Ecliptic nicht Acht haben, ſo ſtellen wir uns dieſen Winkel φ und den Bogen, welcher ihn miſſet, in der Fläche der Ecliptic vor. Er ergänzet den Winkel LTS, um welchen wir den Mond von der Sonne entfernet ſehen, und nach der Gröſſe dieſer Winkel ATL oder LTS richtet ſich die Geſtalt, in welcher uns T. XVII. F. 250. der Mond erſcheinet. Wenn man ſich nehmlich (*Tab. XVII. Fig.* 250.) die Sonne in dem nach S verlängerten Durchmeſſer AB, des um T in der Fläche der Ecliptic beſchriebenen Cirkelkreiſes, vorſtellet, und von den Puncten A, B jede Hälfte dieſes Kreiſes in vier gleiche Theile zerfället: zugleich aber der Erde ſowol als der Sonne alle Bewegung nimmet, und dieſelbe allein dem Monde zuſchreibet, wie dieſes geſchiehet, wenn man die Länge eines ſynodiſchen Umlaufs berechnet,

net, in welcher Zeit der Mond von *A* durch *C*, *B*, *D* bis wieder in *A*, oder von *B* durch *D*, *A*, *C* bis wieder in *B* um die Erde herumkomt: ſo erſcheinet uns der Mond bey *D* in ſeinem erſten Viertel, und bey *C* in dem letzten. Befindet er ſich aber bey *E* oder *F*, ſo ſehen wir drey Viertheile ſeiner ſichtbaren Hälfte von der Sonne erleuchtet, und bey *G* und *H* nur ein Viertheil. Denn die eigentliche Geſtalt der Bahn des Mondes, welche von einem Cirkel ſtark genug abweichet, hat in dieſe Erſcheinungen keinen weitern Einfluß, als daß die Winkel *ATE*, *ETC*, und alle übrigen dieſer Art, in ungleichen Zeiten beſchrieben werden, worauf hier nicht geſehen wird. T. XVII. F. 250.

Würkung der erſten Kraft.

§. 1289. Wenn wir auf die Veränderungen ſehen, welche bey den Kräften *R* und *P* bloß davon herrühren, daß der Winkel φ nach und nach bis zu jeder dieſer Gröſſen, wie bis zu einer jeden andern anwächſet: ſo kommen x und y in keine weitere Betrachtung. Wir können uns alſo die Gröſſe F als beſtändig eben dieſelbe vorſtellen, und annehmen $\frac{fy}{x^3} = F$, welches die Ausdrücke dieſer Kräfte alſo verkürzet: $R = -\frac{1 + 3\cos 2\phi}{2} . F$, und $P = -\frac{3\sin 2\phi}{2} . F$. Nehmen wir nun zuerſt die Kraft R vor uns, welche den Mond von der Erde entfernet, wenn ſie negativ iſt, und derſelben nähert, wenn ſie poſitiv gefunden wird: ſo hat zu dem Puncte des Vollmondes *A*, der Winkel φ gar keine Gröſſe. Es iſt alſo auch $2\varphi = 0$, und $\cos 2\varphi = 1$, demnach $R = -\frac{4}{2}F = -2F$. Mit dieſer Kraft $2F$ wird alſo der volle Mond von der Erde entfernet. Laſſen wir Q die in dem vierten Theile des Umkreiſes eines Cirkels enthaltene Zahl von Graden 90 bedeuten; ſo iſt zu dem Puncte des Neumondes *B*, $\varphi = 2Q$ alſo $2\varphi = 4Q$: demnach iſt auch nunmehro $\cos 2\varphi = 1$, und die Kraft, welche den Neumond von der Erde entfernet, wird eben ſo ſtark gefunden, als die beym Vollmonde. Wir haben oben geſehen, daß in dieſen Fällen die Kraft R nur beynahe $\frac{1}{88,7}$ oder $\frac{10}{887}$ derjenigen betrage, welche die Erde anwendet den Mond in ſeiner Bahn zu erhalten.

§. 1290. Zu dem Puncte *E* iſt $\varphi = \frac{1}{2}Q$, alſo $2\varphi = Q$, und $\cos 2\varphi = 0$, folgends $R = -\frac{1}{2} F$. Eben ſo groß aber iſt auch der zu dem Puncte *F* gehörige Coſinus, und demnach die Kraft, mit welcher der Mond bey dieſem

T.XVII.F. 250. Puncte von der Erde entfernet wird, gleichfalls $= \frac{1}{2}F$; woraus leicht zu ſehen iſt, wie ſtark dieſe Kraft, bey dem Uebergange des Mondes von F in A wachſe, und wiederum von A bis E abnehme. Zu dem Puncte G iſt $\phi = \frac{3}{2}Q$, und alſo $2\phi = 3Q$, welches auch nunmehro giebt $\cos 2\phi = 0$. Eben dieſes wird auch für das Punct H gefunden, zu welchem $\phi = \frac{5}{2}Q$, und $2\phi = 5Q$, welches zeiget, daß die Gleichheit $R = -\frac{1}{2}F$ auch bey den Puncten G und H, und alſo bey allen vieren E, G, H, F auf einerley Art, ſtatt finde.

§. 1291. Endlich iſt zu dem Puncte C, $\phi = Q$, und alſo $2\phi = 2Q$, und $\cos 2\phi = -1$, welches giebt $R = +\frac{2}{2}F = F$. Die Kraft R iſt nunmehro gegen die Erde gerichtet, und die Hälfte derjenigen, mit welcher der Mond bey A und B von derſelben entfernet wurde. Eben ſo iſt es auch bey D, wie an ſich leicht zu ſehen, und auch aus der Gröſſe des Winkels ϕ zu ſchlieſſen iſt, die daſelbſt ſtatt findet. Dieſe iſt $3Q$, und alſo $2\phi = 6Q$, zu welchem ebenfalls der Coſinus -1 gehöret. Da alſo die Kraft R bey E noch auswärts gehet, und den Mond von der Erde entfernet, bey C aber einwärts gegen T gerichtet iſt, ſo folget, daß zwiſchen E und C ein Punct anzutreffen ſey, bey welchem dieſe Kraft gar keine Gröſſe hat, und daß zwiſchen C und G ein zweytes, zwiſchen H und D ein drittes, und zwiſchen D und F ein viertes ſolches Punct falle. Will man die eigentlichen Stellen dieſer Puncte finden, ſo darf man nun ſetzen $1 + 3\cos 2\phi = 0$ weil dadurch R zu nichts wird, und dieſes bey keiner andern Gröſſe des Winkels ϕ geſchehen kan, und hieraus ſchlieſſen $\cos 2\phi = -\frac{1}{3}$, oder $\cos 2\phi = -0{,}3333333$. Der kleinſte Winkel, ſo zu dieſem Coſinus gehöret, hält nach den Tafeln 109°, 28′, 16″, dieſer iſt alſo $= 2\phi$, und demnach $\phi = 54°, 44', 8''$, deſſen Complement 35°, 15′, 52″ ausmachen. Werden alſo dem Bogen Ae 54°, 44′, 8″, oder den Ce 35°, 15′, 52″ gegeben, ſo iſt e eines der geſuchten Puncte, und man ſiehet leicht, daß die drey übrigen g, h, f in Anſehung der A und B, wie auch der C und D, eben ſo liegen müſſen.

Beſondere Betrachtung der zweyten Kraft.

§. 1292. Was die Kraft $P = -\frac{3 \sin 2\phi}{2}.F$ anlangt, ſo iſt dieſelbe bey A und B nichts, weil zu dieſen Puncten $\sin 2\phi$ nichts iſt. Zu E iſt $2\phi = Q$, und $\sin 2\phi = 1$, alſo $P = -\frac{3}{2}F$. Von dieſer Kraft

wird

wird hier der Mond in ſeinem Laufe zurück gehalten, und der Winkel, welchen er auſſerdem in einer gewiſſen Zeit um T beſchreiben würde, gemindert. Zu der Stelle F erhält zwar P eben die Gröſſe, es wird aber dieſe Gröſſe $\frac{3}{2}F$ poſitiv, weil die Sinus an dieſer Seite der AB negativ ſind, und dieſes iſt ein Zeichen, daß nunmehro die Kraft P den Lauf des Monds befördere. Zu C iſt $\phi = Q$ und alſo $2\phi = 2Q$, folgends $\sin 2\phi = 0$, und $P = 0$. welches auch bey D ſtatt findet. Endlich iſt zu dem Puncte G, $\phi = \frac{3}{2}Q$, und $2\phi = 3Q$, demnach $\sin 2\phi = -1$, welches $P = \frac{3}{2}F$ wieder poſitiv machet; und zu H iſt $\phi = \frac{5}{2}Q$, demnach $2\phi = 5Q$, $\sin 2\phi = 1$, und $P = -\frac{3}{2}F$. Ueberhaupt wird die Bewegung des Monds, mit welcher er um die Erde T den Winkel ϕ beſchreibet, von der Kraft P in dem Quadranten AC gemindert, in dem CB vermehret, in BD wieder gemindert und in DA vermehret; welches deutlich zu ſehen iſt, wenn man anmerket, daß zu dem Quadranten AE, und ſo lang der Mond in demſelben geſehen wird, ϕ gröſſer ſey als 0, und kleiner als Q, alſo 2ϕ gröſſer als 0 und kleiner als $2Q$; zu den Quadranten CB aber ϕ gröſſer als Q, folgends 2ϕ gröſſer als $2Q$, und kleiner als $4Q$, und ſo weiter. Ueberall würket die Kraft P in der Mitte der Quadranten bey E, G, H, F am ſtärkſten, und bey A, B, C, D, allwo ſich die Quadranten anfangen und endigen, und dieſe Kraft die gegenſeitige Richtung bekomt, ganz und gar nicht.

T. XVII. F. 250.

§. 1293. Hieraus folget, daß wenn wir auf die Würkung der Kraft P allein Acht haben, und alle übrigen Kräfte, welche die Geſchwindigkeit des Mondes in ſeiner Bahn verändern können, bey Seite ſetzen, die Bewegung deſſelben bey A und B unter allen die ſtärkſte, und bey C und D die ſchwächſte ſeyn werde. Sonſt aber iſt die Kraft P in jeden zween Puncten eines der vier Quadranten AC, CB, BD, DA, welche gleich weit von dem Mittel deſſelben E, oder G oder H oder F entfernet ſind, immer von eben der Gröſſe. Denn wenn wir zuerſt den Punct E nehmen, und uns in dem Quadranten AC zween Puncte vorſtellen, deren jeder von dieſem E um den Bogen ψ entfernet iſt, der eine nach A und der andere nach C: ſo iſt zu der erſten dieſer Puncte der Bogen, welcher den dazu gehörigen Winkel ϕ miſſet, $= \frac{1}{2}Q - \psi$, und zu dem andern $= \frac{1}{2}Q + \psi$; alſo zu jenem $2\phi = Q - 2\psi$, und zu dieſem $2\phi = Q + 2\psi$. Beyde 2ϕ zuſammen geben $2Q$, es iſt alſo $\sin 2\phi$ zu dem einen eben ſo groß als $\sin 2\phi$ zu dem andern, wodurch auch die zu beyden Puncten gehörigen Kräfte P, deren jede durch eben den Ausdruck

T. XVI. F. 250. $\frac{3 \sin 2\Phi . F}{2}$ angegeben wird, einander völlig gleich werden. Hieraus folget, daß die ganze Würkung der Kraft P, welche ſie in der erſten Hälfte des Quadranten AE äuſſert, ſo groß ſeyn werde, als ihre ganze Würkung in dem zweyten EC. Da nun dieſe Würkung in einer Verminderung der Bewegung beſtehet, mit welcher der Mond den Quadranten AC beſchreiben würde, wenn die Kraft P nicht in denſelben würkte; ſo wird dieſe Bewegung in der erſten Hälfte dieſes Quadranten AE eben ſo ſehr gemindert, als in dem zweyten EC; und da bey A die Geſchwindigkeit des Monds, mit welcher bey der Mitwürkung der Kraft P in ſeiner Bahn fortgehet, überhaupt die größte, und bey C die kleinſte iſt: ſo iſt diejenige, mit welcher er ſich bey E beweget, die mittlere zwiſchen beyden, und wird herausgebracht, wenn man die Hälfte des Unterſchiedes der Geſchwindigkeiten bey A und C, der kleinern bey C zuſetzet, oder von der gröſſern bey A abziehet. Eben die Bewandniß hat es auch mit den drey übrigen Quadranten. Die Geſchwindigkeit des Monds bey den Puncten G, H, F, welche dieſe Quadranten halbiren, iſt ebenfalls, in dem Anfangs angezeigten Verſtande, die mittlere.

Kleinere Veränderung der ſtöhrenden Kräfte.

§. 1294. Wenn die in den Ausdrücken der Kräfte P und R der Coefficient F in der That unveränderlich wäre, wie wir dieſes bisher angenommen haben; ſo würden ſich dieſe Kräfte blos nach dem Winkel ϕ richten, und aus dem Sinus oder Coſinus deſſelben, wie wir geſehen haben, beſtimmet werden. Es iſt aber eigentlich $F = \frac{fy}{x^3}$, und dieſe Gröſſe kan nicht immer dieſelbe bleiben, da ſowol x, die Entfernung der Erde von der Sonne, als y, die Entfernung des Monds von der Erde, einer beſtändigen Veränderung unterworfen ſind. Inſonderheit wächſet F ſtark, wenn ſich die Erde der Sonne nähert, und alſo x kleiner wird, und wenn dieſe x zunimt, ſo wird F viel kleiner. Denn es richtet ſich, wenn die Entfernung y die nehmliche bleibt, die Veränderung der F nach der Verhältniß $1 : x^3$, in welcher 1 die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne bedeutet, und dieſe iſt dreymal ſo hoch, als die Verhältniß $1 : x$. Die Veränderung der Entfernung des Monds von der Erde y hat in die Vermehrung oder Verminderung des F keinen ſo ſtarken Einfluß. Man würde aber doch beträchtlich fehlen, wenn man dieſelbe gar auſſer Acht laſſen wolte. Es iſt hiervon bereits oben (1288) Erwähnung geſchehen.

§. 1295. Indeſſen iſt die Veränderung, welche bey der Entfernung x in der Zeit eines eigentlichen ſynodiſchen Monats vorgehet, ſo gar groß nicht, und die Ellipſe, welche der Mond um die Erde beſchreibt, weichet von einem Cirkel nicht ſo ſehr ab, daß nicht für F eine mittlere Gröſſe zu berechnen wäre, welche, ſo lang dieſer Umlauf währet, ohne einen ſonderlichen Fehler gebraucht werden kan. Alsdenn beſtehet die vornehmſte, ja faſt die einzige Würkung der Kraft P darinne, daß ſie die Geſchwindigkeit des Mondes in ſeiner Bahn vermindert, ſo lang derſelbe von der Stelle des Neumondes B bis zum erſten Viertheil D übergehet, und von dieſem Puncte D an, bis an die Stelle des Vollmonds A, wieder eben ſo vermehret, bey der zweiten Hälfte des ſynodiſchen Umlaufs ACB aber eben dergleichen leiſtet: ſo daß, wenn blos auf die Würkung dieſer Kraft P geſehen wird, die Geſchwindigkeiten des Monds bey A und B einander beynahe gleich, und die gröſten unter allen, die bey C und D aber einander wieder faſt völlig gleich, und unter allen die kleinſten werden. Da die Abnahme der Geſchwindigkeit in dem Quadranten BD dem Zuwachs derſelben in dem darauf folgenden DA faſt völlig gleich iſt, und die Abnahme in AC dem Zuwachs in CB; ſo wird hiedurch die ganze Länge des ſynodiſchen Monats kaum merklich geändert. Nur muß, wie wir bald deutlicher ſehen werden, der Mond von jeder Stelle, welche er in dem Quadranten BD zu einer gewiſſen Zeit einnehmen würde, etwas weniges nach D fortgeſchoben werden, wenn der wahre Ort ſeiner Bahn, in welcher er ſich zu dieſer Zeit würklich befindet, mit einer gröſſern Richtigkeit angegeben werden ſoll. In dem Quadranten DA wird der Mond aus eben der Urſache etwas zurückgeſetzt, in dem darauf folgenden AC wieder fortgeſchoben, und in dem letzten CB zurückgeſetzt; ſo nehmlich daß der Ort, in welchem ſich der Mond befinden würde, wenn die Kraft P nicht würkte, vor demjenigen, in welchem er ſich zu der Zeit würklich befindet, in ſeiner Bahn vorhergehe. T.XVII.F. 250.

Die Variation.

§. 1296. Dieſes iſt die ſogenante Variation des Mondes, bey deren Beſtimmung der Winkel φ eben ſo gut vor dem Puncte des Neumonds B angefangen werden kan, als wir denſelben in dem vorhergehenden mit dem Puncte des Vollmonds A angefangen haben. Wollen wir uns dieſe Variation, und die Art ſie zu berechnen, etwas umſtändlicher vorſtellen, ſo müſſen wir erwegen, daß der Mond, wenn er von B an mit der ganzen Geſchwindigkeit, wie dieſe bey ſeinem Uebergange

T. XVII. F. 250. von dem letzten Viertheil C bis zu dieſer Stelle des Neumondes B, bey der beſtändigen Würkung der Kraft P, nach und nach angewachſen iſt, in dem Quadranten BD fortgehen ſolte, er viel eher bey dem Ende deſſelben D anlangen würde, als er vermittelſt ſeiner mittlern Bewegung, oder auch vermittelſt derjenigen, welche ihm übrig bleibt, wenn man die Kraft P in den Gedanken vernichtet, dieſen Punct D hätte erreichen können. Er würde ſich, vermittelſt dieſes Zuſatzes zu ſeiner anderweitigen Geſchwindigkeit, beſtändig mehr und mehr von der Stelle ſeiner Bahn entfernen, bey welcher er ohne Mitwürkung der Kraft P in eben dem Zeitpuncte angelanget wäre, und bey D würde dieſe Entfernung die größte unter allen ſeyn. In der That erfolget dieſe Entfernung im Anfange, wenn der Mond nahe an B, und der Winkel φ klein iſt; und der Vorſprung des wahren Orts des Mondes vor jenem in der Einbildung beſtehenden, iſt faſt ſo groß, als er nach dieſer Rechnung ſeyn ſolte, bey welcher nehmlich angenommen wird, daß der Mond in dem ganzen Quadranten BD ſich mit der Geſchwindigkeit bewege, welche er bey B hatte. Wird aber nach und nach der Winkel φ gröſſer, ſo wird der Zuſatz der Geſchwindigkeit, welchen der Mond in dem Quadranten CB erhalten hat, durch eben die Kraft P gemindert, und der Vorſprung wird immer kleiner und kleiner, als er ſeyn würde, wenn die Geſchwindigkeit immer die vorige bliebe. Bey dem allen entfernet ſich der wahre Ort des Mondes immer mehr und mehr von dem mittlern, ſo lange die in dem Quadranten CB durch die Kraft P vermehrte Geſchwindigkeit deſſelben gröſſer iſt, als ſeine mittlere Geſchwindigkeit. Dieſes aber hat ſo lange ſtatt, als ſich der Mond noch in dem Octanten BH aufhält, und alſo der Winkel weniger hält, dann 45 Grade. Denn erſt bey dem Puncte H iſt die wahre Geſchwindigkeit des Monds zugleich die mittlere (1293), oder eigentlich diejenige, mit welcher er ſich ohne Mitwürkung der Kraft P bewegen würde. Eben daſelbſt iſt alſo auch die Variation, welche noch immer in einen Vorſprung des wahren Orts des Mondes vor dem mittlern beſtehet, die größte unter allen. Denn ſo bald der Mond das Punct H überſchritten hat, wird ſeine noch immer abnehmende Geſchwindigkeit kleiner als die mittlere. Es komt alſo der mittlere Ort deſſelben, dem wahren, welchen er verfolget, immer näher und näher, bis er ihn endlich bey D gar erreichet; und es wird, ſo lange ſich der Mond in den Quadranten BD aufhält, aus dem Ort deſſelben, welchen er ohne Mitwürkung der Kraft P in einem gewiſſen Zeitpuncte einnehmen würde, derjenige, in welchem er ſich zu der Zeit würklich befindet, durch den Zuſatz der Variation herausgebracht. Mit dem Quadran-

dran-

dranten *AC* hat es eben die Bewandniß. Die größte Variation bey *H* und *E* aber ſteiget bis auf 47 Minuten. T. XVII. F. 250.

§. 1297. Wenn nun aber der Mond von der Stelle *D* in dem Quadranten *DA* gegen *A* fortrücket, iſt, ſo lange er ſich nicht ſehr von *D* entfernet hat, ſeine würkliche Geſchwindigkeit beträchtlich kleiner als die mittlere. Es gehet alſo nunmehro der mittlere Ort deſſelben vor ſeinem wahren Orte vorher, und entfernet ſich dabey immer mehr und mehr von dieſem: wiewol, da bey dieſer Bewegung die Geſchwindigkeit des Monds immer zunimt, der Vorſprung des mittlern Orts deſſelben vor dem wahren nie ſo ſtark anwachſen kan, als es auſſer dem geſchehen würde. Endlich wird auch hier, wenn der Mond bey *F* angelanget iſt, ſeine wahre Bewegung der mittlern gleich, und alsdenn entfernet ſich ſein mittlerer Ort von dem wahren nicht weiter. Jener gehet zwar noch immer vor dieſem vorher; da aber die Geſchwindigkeit des Monds in dem Octanten *FA* noch immer zunimt, ſo nähert er ſich, indem er denſelben durchläuft, zugleich ſeinem mittlern Orte, bis er endlich bey *A* denſelben beynahe erreichet. Denn der eigentliche Zeitpunct, in welchem der Mond bey *A* anlangt, iſt derjenige, in welchem er dieſen Punct *A* erreichen würde, wenn, bey der Vernichtung der einzigen Kraft *P*, alle übrigen in denſelben würkende Kräfte die vorigen blieben. In dem Quadranten *CB* verhält ſich die Sache eben ſo; und es muß zu beyden die Variation von dem Orte, in welchem ſich der Mond ohne derſelben befunden hätte, abgezogen werden, um den wahren Ort herauszubringen, welchen dieſer Körper zu der Zeit in ſeiner Bahn einnimt.

§. 1298. Dieſes iſt die vornehmſte Würkung der Kraft *P*. Denn es müſte daraus, daß dieſelbe die Geſchwindigkeit des Mondes in ſeiner Bahn verändert, ſelbſt in dem Falle, wenn dieſe Bahn ein vollkommener um den Mittelpunct der Erde beſchriebener Cirkel ſeyn ſolte, eine Veränderung der Bahn ſelbſt erfolgen: weil die Geſchwindigkeit, mit welcher ein Körper in dem Umkreiſe eines Cirkels fortgehet, nicht geändert werden kan, ohne daß zugleich die Bemühung deſſelben, ſich von dem Mittelpuncte ſeiner Bahn zu entfernen, gröſſer oder kleiner werde. Und da über dieſes die Bahn des Mondes um die Erde kein vollkommener Cirkel iſt, ſo wird dieſelbe von der Directionslinie der Kraft *P*, welche immer dem von dem Mittelpuncte der Erde an den Mittelpunct des Mondes gezogenen Radius Vector perpendicular iſt, nur in zwo Stellen genau berühret. Es wird alſo durch

T. XVII. F. 250. eben die Kraft P, welche die Geſchwindigkeit des Mondes in ſeiner Bahn verändert, dieſer zugleich, nach der einen oder andern Seite, von derſelben abgezogen. Es betreffen aber beyde Abweichungen Kleinigkeiten, die ſchwerlich in Betrachtung kommen können.

Würkung der nach der Erde gerichteten Kraft.

§. 1299. Was aber die Kraft R anlangt, ſo iſt dieſelbe nach eben dem Punct T gerichtet, nach welchem die Erde den Mond anziehet. Wird alſo die Erde als unbeweglich angeſehen, und die eigentliche Bahn genommen, welche der Mond um den Mittelpunct dieſer unbeweglichen Erde beſchreiben würde, wenn auſſer ihrer anziehenden Kraft und dieſer R, ſonſt keine andere Kraft in denſelben würkte: ſo iſt bereits (1284) angemerket worden, daß das Geſetz, nach welchem die zur Beſchreibung eines jeden Theils der Bahn nöthige Zeit in eben der Verhältniß zunimt, in welcher der zu derſelben gehörige Ausſchnitt nach und nach anwächſet, durch die Kraft R, welche der anziehenden Kraft der Erde zugeſetzt, oder von derſelben abgezogen werden muß, nicht geändert werde; weil dieſes Geſetz überhaupt bey einem jeden Körper ſtatt findet, welcher bey ſeinem Umlaufe um einen gewiſſen Punct, beſtändig und nur allein nach dieſem Puncte gezogen, oder ſonſt getrieben wird, und dabey die Gröſſe dieſes Triebes in keine Betrachtung komt. Es iſt alſo der Kraft P allein zuzuſchreiben, daß der Mond bey ſeinem Umlauf um die Erde auch von dieſem Geſetze abgehet; und die hievon herrührende Fehler werden, für jeden Stand des Mondes in Abſicht auf die Sonne, durch die Variation angegeben. Da alſo dieſe bey den Puncten A und B, wie auch bey C und D nicht ſtatt findet, und in kleinen Entfernungen von denſelben eine kaum beträchtliche Gröſſe hat: ſo ſtehen auch, ſo lange ſich der Mond bey einer dieſer vier Stellen aufhält, die Zeiten, in welchen er gewiſſe Theile ſeiner Bahn beſchreibt, mit den Ausſchnitten, welche dieſe Theile mit den von ihren äuſſerſten Puncten nach dem Mittelpuncte der Erde gezogene geraden Linien beſchlieſſen, beynahe in einerley Verhältniß, und die Fehler ſind immer deſto geringer, je kleiner die Theile der Bahnen genommen werden. Bey E, F, G, H, aber wird dieſes Geſetz von dem Monde am wenigſten beobachtet.

§. 1300. Es iſt aber auch, wenn gleich die Kraft P bey Seite geſetzt, und ihre Würkung als Nichts angeſehen wird, die Bahn, welche der Mond um die Erde beſchreibt, indem er nicht nur von der anziehenden Kraft der Erde beſtändig gegen *T* getrieben, ſondern auch von der *R* dieſem Puncte *T* genähert, oder von demſelben entfernet wird, von der Ellipſe, welche er um die Erde beſchreiben würde, wenn die Kraft *R* nicht ſtatt hätte, gar ſehr verſchieden, und wir müſſen die vornehmſten Abweichungen der eigentlichen Bahn des Mondes von dieſer Ellipſe nun etwas umſtändlich betrachten. Wir haben (1291) geſehen, daß bey den Puncten *e*, *f*, *g*, *h* die Kraft *R* gänzlich wegfalle. Nehmen wir alſo eines dieſer Puncte *f*, ſo wird der Mond, indem ſein Mittelpunct durch daſſelbe hindurchgehet, blos durch die anziehende Kraft der Erde in ſeiner Bahn erhalten, und die Ellipſe, welchen er um den Mittelpunct derſelben *T* beſchreiben würde, wenn dieſes durchaus der Fall wäre, wird blos durch den Radius Vector, um welchen der Mond bey *f* von dem Nabel der Ellipſe *T* entfernet iſt, durch ſeine Direction, und die Geſchwindigkeit, mit welcher er bemühet iſt, nach dieſer Direction fortzugehen, beſtimmet. So bald aber, in einiger Entfernung von dem Puncte *f* gegen *A*, die Kraft *R* in den Mond zu würken anfängt, wird derſelbe von dieſer Bahn nach auſſen zu entfernet, und ſeine Bewegung bekomt eine andere Richtung, von welcher er durch die fortgeſetzte und in dieſer Gegend zunehmende Kraft *R* alsbald wieder abgebracht wird. So gehet es immer, bis endlich der Mond bey *e* anlangt, allwo die Kraft *R* abermals aufhöret, und die Bahn deſſelben von einer Ellipſe nur ſehr wenig abweicht, obwol dieſe Ellipſe von derjenigen, in welcher er ſich bey *f* bewegte, beträchtlich verſchieden ſeyn kan. Es würket aber, ſobald der Mond die Stelle *e* überſchritten hat, die Kraft *R* einwärts, und entfernet denſelben von der Richtung, nach welcher er ohne der Mitwürkung dieſer *R* gegangen wäre, nach derjenigen Seite, an welcher *T* lieget; und dieſes ſo lange, bis endlich der Mond die Stelle *g* erreichet, bey welcher die Kraft *R* wieder anfängt auswärts zu würken, und ſo wechſelsweiſe immer fort. T. XVII. F. 250.

§. 1301. Es ſey erſtlich der Ort des Mondes *L* (*Tab. XVII. Fig.* 251) in einem der Theile ſeiner Bahn angenommen worden, in welchem die Kraft *R* auswärts würket, und bemühet iſt denſelben von der Erde zu entfernen: *LK* ſey die Richtung der Bewegung, mit welcher er von *L* nach *P* und ſo weiter fortgehen würde, wenn keine äuſſere Kraft in demſelben würkte, und es werde durch die Länge eben der *LP* der Weg angegeben, welchen ſein Mittelpunct in einer unendlich kleinen Zeit *t* mit dieſer blos durch die Trägheit unterhaltenen Bewegung beſchreiben müſte. Da aber in der That die Kräfte, welche bemühet ſind den Mond von der Linie *LP* abzubringen, und ſeiner Bewegung eine andere Richtung zu geben, T. XVII. F. 251.

T. XVII. F. 251. in der Zeit t keinen Stillſtand machen: ſo ſey T der Mittelpunct der Erde, nach welcher der Mond in der Zeit t beſtändig nach Linien gezogen wird, die der LT parallel liegen; und PN ſey der ganze Zwiſchenraum, um welchen der Mond vermittelſt dieſes Zugs allein, in der Zeit t der LT parallel, von LP entfernt worden iſt. Alsdann iſt die gekrümte Linie LN, welche ſein Mittelpunct würklich von L nach N beſchrieben hat, ein Theil des Umkreiſes einer Ellipſe, in welchem er bey ſeinem ganzen Umlaufe verharren würde, wenn dieſe anziehende Kraft, von welcher angenommen werden muß, daß ſie ſich nach dem bekanten Geſetz der Entfernung richte, in der That die einzige wäre, ſo dergeſtalt in den Mond würket. Nun iſt aber derſelben die Kraft R zuwider, welche den Monde in eben den Linien, in welchen er von der Erde angezogen wird, von dieſer entfernet. Die Würkung dieſer Kraft R in eben der Zeit t machet, daß am Ende dieſer Zeit der Mond ſich zwar noch immer in der Linie PN, aber nicht in dem Puncte N befindet, ſondern in einem andern M, welches, da die Kraft R in Anſehung der anziehenden Kraft der Erde klein genug iſt, zwar dem N viel näher iſt als dem P, aber doch würklich von demſelben abweichet. Es iſt alſo nicht LN der Theil der Bahn, welchen der Mittelpunct des Mondes in der Zeit t durchlaufen hat; ſondern LM iſt dieſer Theil, welcher, mit der die Bogen LN und LM beyde bey L berührenden LP, einen kleinern Winkel PLM einſchlieſſet, als LN, ſo mit derſelben den Winkel PLN bildet, und alſo von dieſer LP weniger abweichet, als LN.

§. 1302. In dieſem Verſtande wird in dem Fall, welchen wir vor uns haben, da nehmlich der Mittelpunct des Mondes (*Fig.* 250) von f durch A nach e, oder von g durch B nach b übergehet, die Krümmung ſeiner Bahn immer gemindert, und dieſelbe einer geraden Linie näher gebracht, als ſie ihr kommen würde, wenn in dieſer Zeit die Kraft R ohne Würkung geblieben wäre. Und da bey der Verminderung des Winkels PLN, vermittelſt welcher er die Gröſſe PLM erhält, es vornehmlich auf die Gröſſe der MN ankomt, weil bey dem Monde der Winkel PLT, und alſo auch der dieſem gleiche KPN nie ſehr von einem rechten Winkel abweichet, folglich beynahe immer die nehmliche Gröſſe behält; die Gröſſe der MN aber ſich nach der Kraft R richtet, mit welcher ſie zugleich wächſet und abnimt: ſo wird der Winkel PLN am meiſten vermindert, wenn der Mond durch die Stellen A und B gehet, und deſtoweniger, je mehr er von dem Puncte A gegen f oder e, und von dem B gegen g oder b entfernet iſt. Eben dadurch

T. XVII. F. 251. wird auch die Bahn gröſſer, und beſchlieſſet einen gröſſern Raum. Der Winkel *LTM* aber, den der Mond einem in den Mittelpunct der Erde *T* geſetzten Auge in der Zeit *t* zu beſchreiben ſcheinet, indem derſelbe würklich aus *L* in *M* übergehet, iſt kleiner als der Winkel *LTN*, welchen er in eben der Zeit beſchrieben haben würde, wenn er, ohne Mitwürkung der Kraft *R*, in eben der Zeit aus *L* in *N* übergegangen wäre. Denn der Mond muß in beyden Fällen ſich am Ende der Zeit *t* in der *PN* befinden, welche der *LT* parallel iſt. Es wird alſo, indem der Mond (*Fig.* 250) von der Stelle *f* durch *A* nach *e*, und hernach von der Stelle *g* durch *B* nach *b* übergehet, die Geſchwindigkeit, mit welcher ſein Radius Vector um *T* die Winkel beſchreibet, um welche er einem in dieſen Punct *T* geſetzten Auge in ſeiner Bahn fortzurücken ſcheinet, durch die Kraft *R* immer kleiner; und der Mond hält ſich in dieſen Theilen ſeiner Bahn eine längere Zeit auf, als er brauchen würde dieſelbe zu durchlaufen, wenn in dieſer Zeit die Kraft *R* keine Würkung hätte, ſondern, der blos durch die anziehende Kraft der Erde mit dieſer verbundene Mond, eine genaue Ellipſe beſchriebe.

§. 1303. Bey *e* iſt, wie wir geſehen haben, die Kraft *R* nicht vorhanden. Nachdem aber der Mond bey ſeinem Laufe von *A* nach *C* dieſen Punct *e* überſchritten hat, äuſſert ſich dieſe Kraft wiederum. Sie treibet aber denſelben nunmehro, ſo wie die anziehende Kraft der Erde, einwärts gegen *T*. Wenn alſo die 251ſte Zeichnung den gegenwärtigen Fall vorſtellen ſoll, ſo muß für den kleinen Theil der Bahn, welchen der Mond in der Zeit *t* würklich beſchreibet, nicht der Bogen *LM*, ſondern an deſſen Statt der *LN* angenommen werden, indem jener *LM* nunmehro den Weg bedeutet, welchen der Mond in eben der Zeit *t* gemacht haben würde, wenn in derſelben die Kraft *R* ohne Würkung geblieben wäre. Es wird alſo nunmehro die Bahn des Mondes, durch die Mitwürkung dieſer Kraft *R*, mehr von der geraden Linie *LP* abgebracht, und bekomt eine ſtärkere Krümmung, als die anziehende Kraft der Erde allein hätte verurſachen können. Und zugleich wird der Winkel *LTN*, welchen der Mond einem in den Mittelpunct der Erde *T* geſetzten Auge in der Zeit *t* zu beſchreiben ſcheinet, gröſſer als der *LTM*, welchen er beſchrieben hätte, wenn ſein Mittelpunct in eben der Zeit den Weg *LM* gegangen wäre. Da dieſes immer ſtatt hat, ſo lange der Mond innerhalb der Stellen *e* und *g* der 250ſten Zeichnung geſehen wird; ſo wird auch die ganze Zeit, welche er brauchet, aus der Stelle *e* in *g* zu gelangen,

T. XVII. F. 251. kürzer, als ſie auſſer dem ſeyn würde: und von den zwo jenen entgegen geſetzten Puncten h und f iſt eben dieſes zu ſagen. Die Kraft R vermehret die Winkelbewegung des Monds in den beyden Bogen eg und hf, anſtatt daß ſie dieſelbe in den vorigen fe und gh verminderte.

§. 1304. Es iſt aber der Abgang, welchen dieſe Winkelbewegung leidet, ſo lang der Mond in den Bogen fe, gh geſehen wird, beträchtlich gröſſer als der Zuſatz, welchen ſie in den Bogen eg und hf erhalten kan. Denn erſtlich iſt jeder der Bogen fe, gh viel gröſſer als eg oder hf, und es ſcheinet alſo der Mond ſich in den erſtern eine längere Zeit aufzuhalten, als in den letztern: und zweitens würket die Kraft, von welcher dieſe Veränderungen herrühren, bey den Stellen A und B beynahe doppelt ſo ſtark, als bey C und D, bald etwas mehr und bald weniger; woraus auf die übrigen Puncte der Bogen, in welchen dieſe Stellen liegen, leicht zu ſchlieſſen iſt, wenn ſie gehörig zuſammengehalten werden. Demnach wird die Zeit des ganzen ſynodiſchen Umlaufs des Monds, von der Stelle des Vollmonds A bis wieder zu derſelben, durch die Kraft R mehr vermehret als vermindert, und dieſe Zeit iſt länger als ſie ſeyn würde, wenn der Mond, ohne Mitwürkung der Kraft R, blos von der anziehenden Kraft der Erde in ſeiner Bahn erhalten würde. Mit der Zeit des ſynodiſchen Umlaufs aber muſte nothwendig die Zeit des periodiſchen zugleich wachſen.

§. 1305. Es richtet ſich aber die Kraft R, von welcher dieſe Verlängerung der Zeit des Umlaufes herrühret, nicht nur nach dem Winkel Φ, oder nach dem Stande des Mondes in Anſehung der Puncte A, B, C, D, ſondern wird zugleich durch die Entfernung der Erde von der Sonne, und durch die Entfernung des Monds von der Erde beſtimmet, deren erſtere in dem Ausdruck $R = -\frac{fy}{x^3} \times \frac{1+3\cos 2\Phi}{2}$, der Buchſtabe x, die zweite aber y bedeutet. Alſo kan auch die Zeit des würklichen Umlaufs des Mondes nicht immer die nehmliche bleiben, ſondern dieſe Zeit wird kleiner, wenn die Entfernung x zunimt, weil dadurch die R verkleinert wird, und umgekehrt. Dieſe Veränderung iſt beträchtlich: was aber die y anlangt, ſo iſt dieſe zwar bey jedem Umlaufe des Mondes einmal die größte, und einmal die kleinſte, und die kleinſte y eben des Umlaufs iſt der größten beynahe gerade entgegen geſetzt; ſo daß wenn die eine in TA fällt, die andere in in TB zu liegen komt, und wenn CT die größte oder kleinſte y eben des Umlaufs iſt, DT die kleinſte oder die größte wird. Fällt nun die größte y in die TA, ſo wird zwar die Zeit, in welcher der Mond in dem Bogen fe geſehen wird, dadurch verlängert; diejenige aber, in welcher er den gb zu durchlaufen ſcheinet, wird beynahe um eben ſo viel verkürzet. Es bleibt alſo die ganze Zeit des Umlaufs faſt völlig diejenige, welche die mittlere Gröſſe der y erfordert: und eben ſo iſt es auch, wenn die größte y in die TC und folgends die kleinſte in TD fällt. Die Zeit, welche der Mond braucht, von der Stelle e in g zu gelangen, wird dadurch gemindert, diejenige aber, welche er anwendet von b in f zu gelangen, wird beynahe eben ſo ſtark vermehret; welches die ganze Zeit des Umlaufs eben ſo wenig verändern kan. Aus dieſen beyden aber ſind die übrigen Lagen, welche die Abſidenlinie der Bahn des Mondes, in Abſicht auf die nach der Sonne gezogenen AS, haben kan, leicht zu beurtheilen. T. XVII. F. 251

Bewegung der Linie der Apſiden.

§. 1306. Aus eben den Betrachtungen, die wir vor uns haben, folgt, daß wenn wir uns die Bahn, welche der Mond bey jedem Umlaufe um die Erde beſchreibt, als eine Ellipſe vorſtellen wollen (weil die anziehende Kraft der Erde viel ſtärker iſt, als die übrigen in den Mond würkenden Kräfte, und wenn ſie allein wäre, denſelben allerdings zwingen würde, eine Ellipſe zu beſchreiben, welche einen ihrer Nabel in dem Mittelpuncte der Erde hat) wir doch der gröſſern Axe dieſer Ellipſe, ſo die Apſidenlinie der Bahn abgiebt, keine beſtändige Lage, weder in Abſicht auf die nach der Sonne laufende ATB, noch auch in Anſehung der Puncte des unbeweglichen Sternhimmels, zuſchreiben können, ſondern uns dieſe Linie in einer Bewegung vorſtellen müſſen, vermittelſt welcher der Winkel, den ſie mit der AB bey T einſchlieſſet, faſt in jeden noch ſo kleinen Zeitraum geändert wird: und dieſe Bewegung iſt ebenfalls eine Würkung der Kraft R. Denn wenn LN (*Fig.* 251) ein Bogen der Ellipſe iſt, welchen der Mond, ohne Mitwürkung der Kraft R, in der Zeit t beſchreiben würde, in welcher er, indem ihn dieſe Kraft R zugleich von T entfernet, würklich den Theil ſeiner Bahn LM beſchreibet: ſo kan nicht geſagt werden, daß dem ohngeachtet ſein Mittelpunct immer in dem elliptiſchen Bogen LN verbleibe, wenn man nicht dem Ausſchnitte LTN, und mit demſelben der ganzen Ellipſe und ihren Axen, eine Bewegung zuſchreibt, mit welcher ſie dergeſtalt um den Nabel T gedrehet werden, daß, indem der Mittelpunct des Monds in *M* anlangt, auch das Punct der Ellipſe *Q*, welches ſo weit von *T* entfernet iſt als *M*, in dieſes Punct *M* zu liegen komme. In dem gegenwärtigen Falle drehet ſich alſo die Ellipſe vorwärts, nach eben der Seite, nach welcher der Mond gehet. Würket aber die Kraft *R* einwärts gegen *T*, und iſt alſo nunmehro *LN* für einen Theil der Bahn zu halten, welche der Mond würklich beſchreibet, indem *LM* den elliptiſchen Bogen vorſtellet, den er in eben der Zeit beſchreiben würde, wenn er dem Zuge der Erde allein folgte, und der Kraft *R* nicht ausgeſetzt wäre; ſo muß, wenn der Mittelpunct des Mondes dem ohngeachtet beſtändig in dem elliptiſchen Bogen *LM* erhalten werden ſoll, der Ausſchnitt *LTM*, ſamt der ganzen Ellipſe, von welcher er ein Theil iſt, ſich um *T* rückwärts, der Bewegung des Monds entgegen, dergeſtalt drehen, daß in dem Augenblicke, in welchem jener Mittelpunct bey *Q* anlangt, auch das Punct *M* in dieſe Stelle *Q* falle. In dieſem Verſtande wanket die elliptiſche Bahn des Mondes hin und her, und ſcheinet nur alsdann eine kurze Zeit zu ruhen, wenn ſich der Mond bey einem der vier Puncte *e*, *g*, *h*, *f* befindet, allwo ihn die Kraft *R* weder einwärts gegen *F* noch auswärts treibet, weil ſie daſelbſt nicht ſtatt findet. T. XVII. F. 251.

§. 1307. Die Gröſſe des Winkels *QTM* oder *MTQ*, mit welchem ſich die elliptiſche Bahn des Mondes, ſamt ihrer Apſidenlinie, in der Zeit *t* um den Mittelpunct der Erde *T* herumdrehet, richtet ſich gewiſſermaſſen nach den Winkel *PLN* oder *PLM*, welchen dieſe Bahn, bey dem Orte des Mondes *L*, mit der *LP* einſchlieſſet, von welcher ſie daſelbſt berühret wird. Dieſes kan die bloſſe Betrachtung der Zeichnung klar machen; und es folget hieraus, daß bey der Beſtimmung der Gröſſe dieſes Winkels *QTM* mit auf den Ort des Monds in ſeiner elliptiſchen Bahn, in Abſicht auf deren Apſiden, mit einem Wort, auf die wahre Anomalie des Mondes, zu ſehen ſey. Da aber die Bahn dieſes Körpers von einem um *T* beſchriebenen Cirkelkreiſe ſo ſtark nicht abweichet, daß bey den verſchiedenen Stellen derſelben die Winkel *PLN* oder *PLM* ſehr verſchieden ſeyn könten: ſo iſt auch die von dieſen Winkeln herrührende Veränderung des Winkels *QTM* nicht beträchtlich. Viel gröſſer iſt diejenige, welche die Abweichung *MN* in dieſelbe bringt, wenn ſie zunimt oder kleiner wird. Dieſe durch die Linie *MN* angegebene Abweichung, iſt die Würkung der Kraft *R*, und wächſet, wenn alle übrigen Umſtände die nehmlichen bleiben, mit derſelben in einerley Verhältniß: ſie machet aber, wie leicht zu ſehen iſt, den Winkel *QTM* gröſſer, wenn ſie ſelbſt gröſſer wird,

wird, und vermindert denſelben, wenn ſie abnimt. Da alſo, wenn wir noch immer x und y als beſtändige Gröſſen anſehen, die Gröſſe der Kraft R ſich bloß nach dem Winkel ϕ dergeſtalt richtet, wie umſtändlich erkläret worden iſt: ſo folget hieraus, daß die Apſidenlinie ſich am geſchwindeſten vorwärts drehen werde, wenn ſich der Mond bey A oder B befindet; und am geſchwindeſten rückwärts, wenn er von der Erde bey den Stellen C, D halb voll geſehen wird: daß aber dieſe Linie, wiewohl bald geſchwinder bald langſamer, vorwärts gehen werde, ſo lang uns der Mond in einem der Bogen fAe, gBb erſcheinet, und rückwärts in den übrigen eCg, bDf. Nun iſt der Bogen fAe viel gröſſer als eCg, und ſo auch gBb gröſſer als bDf, und zugleich die Kraft R bey A und B ohngefähr doppelt ſo groß als bey C, D. Es drehet ſich alſo, bey einem vollen Umlaufe des Mondes um die Erde, die Apſidenlinie viel mehr vorwärts denn rückwärts, und muß, wenn dieſer Umläufe eine hinlängliche Zahl genommen wird, endlich gar herumkommen. Die Beobachtungen haben längſt gezeigt, daß dieſe Zahl der Umläufe, in welchen die Apſidenlinie des Monds ganz herumkömt, in einer Zeit von beynahe neun Jahren vollendet werde. T. XVII. F. 250.

Veränderung der Geſtalt und Gröſſe der Mondbahn.

§. 1308. Die dergeſtalt bewegte Apſidenlinie iſt die gröſſere Axe der elliptiſchen Bahn des Monds, welche mit dieſer Linie zugleich um den Mittelpunct der Erde herumgedrehet werden muß, wenn der Mond, indem man ſich vorſtellet, daß er dieſe Ellipſe beſchreibet, den Weg um die Erde nehmen ſoll, welchen er bey jedem Umlaufe würklich nimmet. Durch dieſe Vorſtellung wird die eigentliche Bewegung des Monds, aus der Bewegung deſſelben in der Ellipſe, und aus der Bewegung der Ellipſe ſelbſt, in unſern Gedanken zuſammengeſetzt, und wir bekommen einen deutlichen Begriff von jener Bewegung, indem wir auf dieſe beyde Acht haben: ſo daß, wenn beyde Bewegungen bekant ſind, der Ort des Mondes in ſeiner eigentlichen Bahn, für jeden Zeitpunct, genau beſtimmet werden kan. Man ſiehet aber auch leicht, daß die Sache nicht möglich ſeyn würde, wenn man der längern Axe der Ellipſe immer eben die Gröſſe geben wolte. Da dieſe Axe bey dem Nabel der Ellipſe, welcher in den Mittelpunct der Erde fällt, in zween ungleiche Theile getheilet wird, ſo muß nothwendig der gröſſere dieſer Theile bis an den Punct reichen, in welchem ſich der Mittelpunct des Monds befindet, wenn ſeine Entfernung von der Erde, bey eben dem Umlaufe, die gröſte iſt, und der klei-

T. XVII. F. 250. kleinere Theil muß der kleinſten Entfernung des Monds, bey eben dem Umlaufe, gleich ſeyn. Nun werden aber alle Entfernungen des Monds von der Erde, und alſo auch die größten und kleinſten, durch die verſchiedentliche Verbindungen der Kraft *R* mit der anziehenden Kraft der Erde, bald gröſſer bald kleiner. Und wenn man ſich (*Fig.* 250) durch das Punct *T* eine gerade Linie *IK* gezogen vorſtellet, ſo folget aus dem, ſo wir bisher geſehen haben, daß der Mond, wenn er ſich an der Seite *I* des Puncts *T* befindet, durch die Kraft *R* von demſelben entfernet werde, wenn er an der andern Seite *K* durch die daſelbſt würkende Kraft *R*, von dieſem *T* entfernet wird, und daß, wenn ihn eben die Kraft an der Seite *I* dem *T* nähert, derſelbe auch an der andern Seite *K* dem *T* genähert werde. Iſt alſo *TI* der gröſſere Theil der Axe, und *TK* der kleinere, ſo kan keiner dieſer Theile länger oder kürzer werden, ohne daß auch der andere, und mithin die ganze Axe, länger oder kürzer werde. Dieſes geſchiehet alſo alle Augenblick, und damit iſt auch die Ellipſe ſelbſt der beſtändigen Veränderung unterworfen, die wir bereits geſehen haben.

§. 1309. Dieſe Veränderung betrift nicht nur die Gröſſe, ſondern auch die Geſtalt der Ellipſe, welche immer mehr länglicht wird, je mehr der ſpitzige Winkel abnimt, den ihre gröſſere Axe mit der nach der Sonne laufenden *AB* einſchlieſſet, und ſich der Rundung eines Cirkels bey der Vergröſſerung dieſes ſpitzigen Winkels nähert: ſo daß die gröſſere Axe der Ellipſe zu der kleinern die größte Verhältniß bekomt, wenn jene Axe in *AB* fällt, und die kleinſte, wenn *CD* ihre Lage angiebt. Da denn, mit der Verhältniß der gröſſern Axe zur kleinern, zugleich die Verhältniß eben der gröſſern Axe zur Eccentricität geändert wird; und zwar ſo, daß zu eben der Gröſſe jener Axe die Eccentricität wächſet, indem die kleinere Axe abnimt, und umgekehrt: folgends, wenn die gröſſere Axe in die *AB* fällt, die Eccentricität unter allen die größte, fällt ſie aber in *CD*, die kleinſte wird. Die umſtändliche Entwickelung der Urſachen dieſer Begebenheit, und ihres Zuſammenhangs mit den Würkungen, iſt etwas ſchwer zu überſehen. Mir hat die fernere Betrachtung des Ausdrucks $R = \frac{fy}{x^3} \times \frac{1 + 3\cos 2\Phi}{2}$ das größte Licht gewähret, welcher, wenn wir uns den Mond einmal in der geraden Linie *TI*, und alsdenn in der Verlängerung derſelben *TK* vorſtellen, die Kräfte *R*, mit welchen er in dieſen beyden Stellen nach *T* getrieben, oder von dieſem Puncte entfernet wird, bloß durch $R = \frac{fy}{x^3}$ mit einander vergleichet. Denn wenn noch immer ϕ das Maaß des Winkels ATI, und Q einen Quadranten bedeutet, ſo wird das Maaß des äuſſern Winkels, welchen die TK mit der AT einſchlieſſet, $2Q + \phi$. Dieſes aber ändert in der Gröſſe des Coefficienten $\frac{1 + 3\cos 2\phi}{2}$ nicht das geringſte: und derſelbe hat alſo keinen Einfluß in die Beſtimmung der beyden einander entgegengeſetzten Kräfte R. Ja weil auch x als eine beſtändige Gröſſe angeſehen werden kan, da die Veränderung der Entfernung der Erde von der Sonne hier wegen ihrer Kleinigkeit in keine Betrachtung komt; und f würklich immer eben daſſelbe bedeutet, ſo kan für den gegenwärtigen Fall kurz geſetzt werden $R = y$. Dadurch wird angegeben, daß ſich, wenn der Mond einmal in der Stelle I, und das zweytemal in K befindet, die Kraft R, welche denſelben bey I der Erde nähert oder von derſelben entfernet, ſich zu derjenigen, welche bey K eben dieſes leiſtet, ſich wie $IT : KT$ verhalten werde. Denn y bedeutet überhaupt die Entfernung des Monds von der Erde, und alſo hier IT oder KT. T. XVII. F. 250.

§. 1310. Dieſe Kräfte R nun vermehren in dem Falle, welchen die Zeichnung vorſtellet, die Entfernungen IT, KT in eben dem unendlich kleinen Zeitraume, beyde durch unendlich kleine Zuſätze, deren erſten wir i und den zweyten k nennen wollen: ſo daß vermittelſt des i aus IT die Entfernung $IT + i$, und vermittelſt des k, aus KT die $KT + k$ entſtehet. Wenn nun dieſe Zuſätze ſich wie die Kräfte verhielten, durch deren Würkung ſie entſtehen, ſo würde auch ſeyn $IT : KT = i : k$, weil $IT : KT$ die Verhältniß dieſer Kräfte iſt, und folgends $IT + i : KT + k = IT : KT$, das iſt, es würden die neuen Entfernungen $IT + i$ und $KT + k$ ſich wie die vorigen IT, KT verhalten. Nun ſind aber, wenn IT gröſſer iſt als KT, wie wir dieſes annehmen, die Umſtände, in welchen die Kräfte R bey I und K würken, nicht einerley. In beyden Stellen wiederſtehet die anziehende Kraft der Erde den Kräften R, welche bemühet ſind den Mond von derſelben zu entfernen: es iſt aber, da KT kleiner iſt, denn IK, die anziehende Kraft der Erde, und folgends auch der Widerſtand, mit welchen ſie den Mond zurück hält, bey K gröſſer als bey I; woraus folget, daß die bey dem letztern dieſer Puncte I würkende Kraft R den Mond mehr von der Erde entfernen müſſe, als ſie nach ihrer Verhältniß zu der bey K würkenden thun

T XVII F. 250. ſolte, und daß folgends die Verhältniß $i : k$ gröſſer ſey, als die Verhältniß dieſer Kräfte $IT : KT$. Werden nun die Glieder jener gröſſern Verhältniß $i : k$ zu den Gliedern dieſer kleinern $IT : KT$ hinzu geſetzt, ſo ſiehet man leicht, daß auch die Verhältniß $IT + i : KT + k$ gröſſer werden müſſe, als die vorige $IT : KT$.

§. 1311. Da dieſe Vergröſſerung der Verhältniß $IT : KT$, wenn alles übrige einerley bleibt, bloß von dem Ueberſchuſſe der anziehenden Kraft, mit welcher die Erde in den Mond bey k würket, über die bey I herrühret; ſo wird eine gröſſere Verhältniß $IT : KT$ mehr vergröſſert, und eine kleinere weniger, ſo daß, wenn durch die beſtändige Verminderung der IT, oder Vergröſſerung der KT, die Glieder dieſer Verhältniß einander gleich werden, alle Veränderung dieſer Verhältniß völlig wegfällt. Wird aber, durch die Veränderung des Winkels $ATI = \Phi$ auch die Kraft R ſelbſt vergröſſert oder verkleinert, ſo komt, wie in allen dergleichen Fällen, auch hiedurch eine Vergröſſerung oder Verminderung in die Verhältniß $IT : KT$. Und alles dieſes iſt auch richtig, wenn die Kräfte R bey I und K einwärts gegen T würken: auſſer daß nunmehro die Verhältniß der gröſſern Entfernung IT gegen die kleinere KT nicht gröſſer ſondern kleiner wird. Denn es wird bey dieſem Umſtande aus IT, $IT - i$, und aus KT, $KT - k$: die Kraft aber, welche der bey I und K einwärts würkenden R widerſtehet, iſt diejenige, mit welcher der Mond daſelbſt bemühet iſt, ſich vermöge ſeiner Trägheit von T zu entfernen. Da alſo dieſe bey jedem Puncte der Bahn derjenigen gleich iſt, mit welcher der Mond von dieſem Puncte gegen die Erde gezogen wird; ſo finden hier eben die Schlüſſe ſtatt, welche uns zu erkennen gaben, daß wenn R auswärts würket, die Verhältniß $i : k$ gröſſer ſey als $IT : KT$; und dadurch wird die Verhältniß $IT - i : KT - k$ kleiner, als eben die $IT : KT$.

§. 1312. Dieſes nun auf die elliptiſche Bahn des Mondes und deren Veränderung anzuwenden, müſſen wir anmerken, daß wenn in einer Ellipſe T. XVII. F. 252. die gröſſere Axe AB (Tab. XVII. Fig. 252.) gezogen, und dieſer durch den Nabel T die CD ſenkrecht gemacht wird, eine jede andere durch T gezogene gerade Linie EF von dieſem Puncte T in die Theile ET, TF getheilet werde, deren Verhältniß ET, TF deſto kleiner iſt als die Verhältniß $AT : TB$, je gröſſer der Winkel ETA genommen worden; ſo daß, wenn ſolcher durch T gezogener Linien verſchiedene ſind, nicht nur die Verhältniß $AT : TB$ gröſſer iſt, als die $ET : TF$ ſondern auch dieſe $ET : TF$ gröſſer als die folgende, $GT : TH$, und dieſe wieder

T. XVII. F. 252.

der gröſſer als $IT : TK$, bis endlich die Verhältniß $DT : TC$, deren Glieder einander gleich ſind, die kleinſte unter allen wird. Dieſes iſt aus der bereits öfters gebrauchten Gleichheit $r = \frac{cc}{a - e.\cos v}$ leicht zu ſchlieſſen, in welcher r eine jede an der Seite A der CD liegenden Linie ET, GT, IT bedeutet, wenn v den Winkel vorſtellet, welchen dieſe Linie mit der AT an eben der Seite einſchlieſſet, indem noch immer a die Hälfte der gröſſern Axe AB, c die Hälfte der kleinern und e die Eccentricität angeben. Iſt $r = ET$, ſo wird die dazu gehörige TF, welche kleiner iſt als ET, und an der Seite B der CD lieget, durch $r = \frac{cc}{a + e.\cos v}$ angegeben, weil zu derſelben zwar der Winkel FTB ebenfalls v iſt, ſein Coſinus aber, in Abſicht auf den Coſinus des vorigen ATE, die gegenſeitige Lage bekomt: und eben dieſes iſt auch von einer jeden der übrigen Linien GH, IK zu ſagen. Es verhält ſich alſo der gröſſere Theil einer jeden ſolchen Linie, zu dem dazu gehörigen kleinern, wie $\frac{cc}{a - e.\cos v}$ zu $\frac{cc}{a + e.\cos v}$ das iſt, wie $a + e.\cos v$ zu $a - e.\cos v$. Nun wird, wenn der Winkel v vergröſſert wird, der dazu gehörige $\cos v$ beyderſeits kleiner, und dadurch $a + e.\cos v$ kleiner, $a - e.\cos v$ aber gröſſer, welches die zu dem gröſſern Winkel v gehörige Verhältniß allerdings verkleinert. Wird der Anfang bey TD genommen, welche der TC gleich iſt, ſo werden die Verhältniſſe $IT : TK$, $GT : TH$, $ET : TF$ immer gröſſer und gröſſer, bis endlich $AT : TB$ die gröſte unter allen wird; und man ſiehet leicht, daß an der andern Seite der AB eben dieſes ſtatt finde.

§. 1313. Soll aber zu eben dem Nabel T eine andere Ellipſe beſchrieben werden, deren gröſſere Axe in die AB falle, und ihr durch T gezogener Parameter in CD, ſo daß zu dem Winkel ITD, oder einem andern dergleichen die Verhältniß $IT : TK$ in der neuen Ellipſe gröſſer werde, als die Verhältniß $IT : TK$ in der gezeichneten, welche wir vor uns haben: ſo wird in der neuen Ellipſe die Verhältniß der Eccentricität zu der Hälfte ihrer gröſſern Axe nothwendig vergröſſert. Denn wenn in dieſer neuen Ellipſe die Hälfte der gröſſern Axe durch α, und ihre Eccentricität durch ε bedeutet wird; ſo iſt in derſelben die Verhältniß der Entfernungen, welche auf die IK fallen, und ſtatt der IT, TK genommen

T. XVII. F. 252. werden ſollen, dieſe, $(\alpha + \varepsilon.\ cos\,v) : (\alpha - \varepsilon.\ cos\,v)$, welche demnach gröſſer iſt als die Verhältniß $(a + e.\ cos\,v) : (a - e.\ cos\,v) = IT : TK$. Wenn nun die Glieder der erſten dieſer Verhältniſſe durch $a - e.\ sin\,v$, die Glieder der zweiten aber durch $\alpha - \varepsilon.\ cos\,v$ multipliciret werden, ſo bleiben nicht nur die Verhältniſſe die nehmlichen, ſondern es werden auch die nachfolgenden Glieder derſelben einerley, indem jedes derſelben durch $(a - e.\ cos\,v)\ (\alpha - \varepsilon.\ cos\,v)$ angegeben wird. Es muß alſo, da die erſtere Verhältniß die gröſſere iſt, auch das dergeſtalt herausgebrachte erſte Glied derſelben, $a\alpha + a\varepsilon.\ cos\,v - e\alpha.\ cos\,v - e\varepsilon\ (cos\,v)^2$ gröſſer ſeyn, als das erſte Glied der zweiten $a\alpha + e\alpha.\ cos\,v - a\varepsilon.\ cos\,v - e\varepsilon\ (cos\,v)^2$, woraus, wenn beiderſeits $\alpha a - e\varepsilon\ (cos\,v)^2$ abgezogen, und das übrige durch $cos\,v$ dividiret wird, folget, $a\varepsilon - e\alpha > e\alpha - a\varepsilon$, welches, gehörig verſetzt, giebt: $2a\varepsilon > 2e\alpha$, und $a\varepsilon > e\alpha$. Da alſo $a\varepsilon$ gröſſer iſt als $e\alpha$, ſo iſt auch die Verhältniß jenes $a\varepsilon$ zu dem nach Belieben anzunehmenden $a\alpha$, gröſſer als die Verhältniß dieſes $e\alpha$ zu eben dem $a\alpha$; und da die Verhältniß $\alpha e : a\varepsilon$ der $\varepsilon : \alpha$, die Verhältniß $e\alpha : a\alpha$ aber der $e : a$ gleich iſt, ſo iſt auch die Verhältniß $\varepsilon : \alpha$ gröſſer als die Verhältniß $e : a$.

Evection des Mondes.

§. 1314. Es folget hieraus, daß wenn die Verhältniß $IT : TK$, oder eine andere dergleichen, verkleinert wird, auch die Verhältniß der Eccentricität zur Hälfte der gröſſern Axe verkleinert werden müſſe, und daß, bey eben der IK, eine ſtärkere Veränderung der Verhältniß $IT : TK$ auch eine ſtärkere Veränderung in die Verhältniß $e : a$ bringen werde: welches anzeiget, daß bey Beurtheilung der Veränderungen, welche dieſe Verhältniß $e : a$ leidet, indem der Mond einmal von D in I und darauf von C in K, oder an der erſten Seite von I in G, und darauf an der entgegengeſetzten von K in H übergehet, und ſo ferner, nicht nur auf die Verhältniß der Theile der durch T gezogenen Linien $TD : TC$, $TI : IK$, $TG : TH$, und der übrigen dieſer Art, geſehen werden müſſe; ſondern daß auch die Gröſſe der Kraft R, welche in den beiden Theilen jeder dieſer Linien in den Mond würket, mit in Betrachtung komme. Nun hänget die Gröſſe, ſo wie auch die Richtung der Kraft R, von dem Stande der Sonne in Anſehung der nach dieſer oder jener Seite verlängerten Linien AB und CD ab. Gehet die letztere Linie CD bey ihrer Verlängerung dergeſtalt bey der Sonne vorbey, daß wir den Neumond oder Vollmond haben, wenn ſich der Mond in einem der Puncte C, D ſeiner

ſeiner Bahn befindet: ſo iſt zwar die Kraft *R*, mit welcher er von der Erde entfernet wird, die gröſste unter allen: ſie kan aber auf die Veränderung der Verhältniſs *e* : *a* keinen Einfluſs haben, weil *TD* oder *TC* gleich iſt. Kurz vorher oder hernach, iſt jede der *CD* nahe liegende *IT* kaum gröſſer, als die dazu gehörige *TK*, und alſo der Einfluſs der Kraft *R* in die Vergröſſerung eben der Verhältniſs nur ſehr geringe. Komt aber der Mond, bey ſeinem Umlaufe, in die Gegend ſeiner Bahn, bey welcher die Kraft *R* anfängt ihn einwärts gegen *T* zu treiben, ſo wird die Verhältniſs *GT* : *TH*, *ET* : *FT* immer gröſſer, und die Kraft *R* befindet ſich in den Umſtänden, bey welchen ſie die Verhältniſs *e* : *a* beträchtlich vermindert. Erreicht endlich der Mond die Gegend *A* oder *B*, ſo erfolgt die gröſste Verminderung, weil daſelbſt ſowol die Kraft *R* am ſtärkſten würket, als auch die Verhältniſs *AT* : *TB* die gröſste unter allen iſt. T. XVII. F. 252.

§. 1315. Wenn im Gegentheil die verlängerte *AB* an dieſer oder jener Seite dergeſtalt bey der Sonne vorbeygehet, daſs wir den Mond neu oder voll ſehen, wenn er ſich in einem der Puncte *A* oder *B* ſeiner Bahn befindet, ſo iſt bey dieſem Neumonde oder Vollmonde ſowol die Kraft *R*, welche den Mond von der Erde entfernet, als auch die Verhältniſs *AT* : *TB* die gröſste unter allen, bey *D* und *C* aber hat die Kraft *R*, welche den Mond daſelbſt der Erde nähert, in die Veränderung der Verhältniſs *e* : *a* keinen Einfluſs. Es muſs alſo nunmehr dieſe Verhältniſs ſehr groſs, ja, wie eine kurze Betrachtung der Umſtände zeigen wird, die gröſste unter allen ſeyn, gleichwie in dem vorigen Falle, da wir den Neumond und Vollmond in der Linie *CD* hatten, ſie unter allen die kleinſte war. Eben dergleichen bey den übrigen Lagen, welche die Axe *AB*, oder die *CD* in Abſicht auf den Ort der Sonne haben kan, bedächtlich angebrachte Schlüſſe führen endlich zu dem Satz, daſs die elliptiſche Bahn des Mondes, bey der Bewegung ihrer gröſſern Axe rings um den Mittelpunct der Erde, deſto mehr länglicht, und alſo die Verhältniſs ihrer Eccentricität zu der Hälfte dieſer Axe deſto gröſſer ſeyn werde, je kleiner der ſpitzige Winkel iſt, welchen eben die Axe, oder die Apſidenlinie der Bahn, mit der von der Erde nach der Sonne gezogenen Linie einſchlieſſet: und dieſe Schlüſſe werden ſehr erleichtert, wenn man an den Mittelpunct eines, ſo wie in der 250ſten Zeichnung geſchehen iſt, getheilten Cirkelkreiſes den einen Nabel der Ellipſe, welche die in einer anhaltenden Bewegung ſtehende Bahn des Mondes vorſtellen ſoll, unbeweglich befeſtiget, und dieſe alsdann um dieſen Punct herumdrehet.

T. XVII. F. 252. drehet. Man ſpricht kurz: die Eccentricität werde gröſſer, wenn die Verhältniß derſelben zur Hälfte der gröſſern Axe gröſſer wird, weil, wenn man dieſe Hälfte, ſie mag gröſſer oder kleiner ſeyn, zur Einheit machet, die Eccentricität zu einer gröſſern Verhältniß $e : a$ durch eine gröſſere Zahl ausgedrückt wird, und umgekehrt. Die Veränderung der Eccentricität ſelbſt aber bekömt den Namen der **Evection** des Mondes.

Der gezogene Körper auſſer der Fläche der ziehenden.

§. 1316. Es ſind nun noch die Abweichungen übrig, ſo davon herrühren, daß die drey Körper, deren zweene T und S den dritten L anziehen, nicht ſämtlich in eben der Fläche liegen, in welche man ſich zween derſelben T und S, oder L und T vorſtellet. Denn an ſich kan zwar durch jede drey Puncte eine Fläche gelegt werden. Wenn aber dieſe drey Puncte der Mittelpunct der Sonne, der Mittelpunct der Erde und der Mittelpunct des Mondes ſind; ſo verharren zwar die erſten dieſer zween Puncte immer in der Fläche der Ecliptic, und man kan die zween letztern ebenfalls in eine Fläche bringen, welche eine Zeitlang ihre Lage behält, wenn man nur derſelben, ſo bald dieſe Zeit eine beträchtliche Länge bekomt, ein kleines Wenden zugeſtehet, mit welchem ſie nach dieſer oder jener Seite von derſelben Lage abweichet. Es ſind aber dieſe zwo Flächen gemeiniglich von derjenigen, in welche das Dreyeck LTS lieget, verſchieden, obwol die Seite deſſelben ST immer in der Fläche der Ecliptic verharret, und die Fläche der Mondbahn, bey jeder Veränderung ihrer Lage, nothwendig durch die Linie LT hindurchgehet. Nur ſelten fällt dieſe Fläche LTS ganz in die Fläche der Ecliptic, nehmlich nur alsdenn, wenn ſich auch L in dieſer Fläche, und alſo in einem ſeiner Knoten, befindet. Und es iſt leicht hieraus jede drey andere himmliſche Körper zu beurtheilen, welche anſtatt der Sonne, der Erde und des Mondes genommen werden können, bey welchen wir uns jedoch hier allein aufhalten.

§. 1317. Wir haben uns bey der Entwickelung der Kräfte, welche den Lauf des Monds in der Fläche ſeiner Bahn verändern, (1279) denſelben, und alſo auch die Fläche des Dreyecks LTS (*Fig.* 248), in der Fläche der Ecliptic vorgeſtellt, welches zugleich die ganze Bahn des Mondes in dieſe Fläche brachte. Die Entwickelung ſelbſt aber geſchahe vermittelſt des Vierecks $LDEF$, deſſen Seiten LD, EF beide der SA, und die LF der DE parallel gemacht werden muſten.

Dieſe

Dieſe *LF* gab alsdenn die Gröſſe der von dem Zuge der Sonne herrührenden Kraft T. XVII. F. 248. an, um welche es uns zu thun war, und wir könten, ohne einen groben Fehler zu begehen, auch annehmen, daß dieſe Kraft nach der Richtung eben der *LF* in den Mond würke. Da wir uns aber nunmehro dieſen Körper *L* nicht mehr in der Fläche der Ecliptic vorſtellen: ſo müſſen wir das Dreyeck *LST*, ſamt allem ſo dazu gezeichnet, und durch die Seiten deſſelben beſtimmet iſt, um ſeine nach *A* verlängerte Seite *ST*, etwas herumdrehen, damit die Spitze deſſelben *L* würklich in den Mittelpunct des Mondes fallen möge. Die Linien *LD*, *FE* bleiben bey dieſer eingebildeten Bewegung der *SA* immer parallel, und *GF*, *LF*, *GL* behalten ihre Längen; obwol *LF* nunmehro von dem auſſer der Fläche der Ecliptic liegenden Monde *L* ſich nach dieſer Fläche erſtrecket, welche ſie in einem Puncte der, wenn es nöthig iſt, verlängerten *SA* antrift, und alſo weder in dieſelbe, noch in die Fläche der Mondbahn zu liegen komt.

§. 1318. Es ſey nun (*Tab. XVII. Fig.* 253) *S* die Sonne, *T* die Erde, T. XVII. F. 253. und die von dem einen dieſer Puncte nach dem andern gezogene *ST* nach Belieben in *A* verlängert, indem die Oberfläche des Blattes die Fläche der Ecliptic vorſtellet. *L* ſey der auſſer dieſer Fläche liegende Mond, welcher, ſamt den zween vorigen Puncten *S* und *T* die Lage der Fläche *LST* völlig beſtimmet. In dieſer durch *L*, *S*, *T* gehenden Fläche ſey *GF* die nehmliche Linie, welche in der 248ſten Zeichnung eben die Buchſtaben bey ſich hat, und alſo *GF* der *SA* parallel. *LTN* ſey ein Theil der Fläche der Mondbahn, welche die Fläche der Ecliptic in der Knotenlinie *TN* ſchneidet. Wird nun auch durch die der *TA* parallel laufende *GF* eine Fläche *RGMF* der Fläche der Ecliptic parallel gelegt, welche von der Fläche *LTN* in *GM* geſchnitten wird, ſo iſt auch dieſe Linie *GM* der *TN* parallel, und der Winkel *LGM* gleich dem Winkel *LTN*, um welchen der von der Erde geſehene Mond von ſeinem Knoten *N* entfernet ſcheinet, und weil *GF* der *TA* parallel lieget, ſo iſt der Winkel *LGF* dem *LTA* ebenfalls gleich, welchen *LTA* die beyden Linien einſchlieſſen, deren eine *TL* von der Erde nach dem Monde gezogen iſt, die andere *TA* aber, gehörig verlängert, an dieſer oder jener Seite durch die Mitte der Sonne gehet. Dieſer Winkel *LTA* iſt derjenige, welcher in dem vorhergehenden durch den Buchſtaben φ angedeutet wird, und gibt die Gröſſe des an dem Sternhimmel zu beſchreibenden Bogens an, um welchen ein in den Mittelpunct der Erde geſetztes Auge den Mond von der durch die Sonne gezogenen *STA* entfernet ſiehet.

T. XVII F. 253. Die *STA* ſelbſt aber beſtimmet die Stellen der Mondbahn, bey welchen ſich derſelbe befindet, wenn er uns neu oder voll erſcheinet; und wenn alles genau genommen wird, ſo richtet ſich die Gröſſe des von der Sonne erleuchteten Theils des Mondes, welchen wir aus dem Mittelpuncte der Erde ſehen würden, völlig nach der Gröſſe dieſes Winkels φ oder *LTA*.

§. 1319. Da nun durch *LF* die Kraft ausgedrücket wird, mit welcher der Mond nach der Richtung dieſer *LF* gezogen, und dadurch nicht nur, wie wir bisher umſtändlich geſehen haben, in ſeinem Lauf geſtöret, ſondern auch von der Fläche, in welcher er auſſerdem dieſen Lauf verrichtet hätte, abgebracht, und der Fläche der Ecliptic genähret wird: ſo müſſen wir vor allen Dingen bemühet ſeyn, den Theil dieſer Kraft, deren Richtung der Fläche der Mondbahn perpendicular iſt, von derjenigen abzuſondern, welche blos bemühet iſt, ſeinen Lauf in der Bahn ſelbſt zu verändern. Denn die Würkung, um welche es uns hier zu thun iſt, folget blos aus jenem Theil; und die Folgen der übrigen Kraft können uns hier nicht weiter beſchäftigen. Dieſe Abſonderung nun zu verrichten, ſey aus dem Puncte *F* die *FK* der Fläche der Bahn des Mondes perpendicular gezogen, welche mit der in dieſer Fläche gezogenen *LK* das bey *K* rechtwinklichte Dreyeck *LKF* bilden wird. Man ergänze dieſes Dreyeck zu dem rechtwinklichten Parallelogram *LKFV*, deſſen Seite *LV* der *FK* gleich, und eben deswegen, weil ſie dieſer *FK* auch parallel iſt, der Fläche der Mondbahn ebenfalls perpendicular ausfallen muß. Vermittelſt dieſes Vierecks *LKFV* nun, wird die durch *LF* ausgedruckte Kraft, in zwo andere zerfällt, deren Gröſſen und Richtungen die *LK*, *LV* angeben. Da alſo die leztere dieſer Kräfte *LV* diejenige iſt, deren Gröſſe wir ſuchen, ſo komt alles darauf an, daß wir die Linie *LV* oder *FK* aus der *LF* zu beſtimmen wiſſen. Es kan aber auch, anſtatt der *LF*, die *GF* zu dieſer Entdeckung gebraucht werden, deren Verbindung mit der *LF* wir (1283) geſehen haben.

Gröſſe der Kraft, welche den Mond von der Fläche ſeiner Bahn entfernet.

§. 1320. Man ziehe zu dem Ende die *KG*, und bilde dadurch das bey *K* ebenfalls rechtwinklichte Dreyeck *FKG*, deſſen Winkel *FGK* derjenige ſeyn wird, um welchen dem in den Mittelpunct der Erde geſetzten Auge die Linie *TA* von der Fläche der Mondbahn entfernet vorkomt. Man ſiehet dieſes, wenn man ſich in dieſer

dieſer Fläche *LTN* eine Linie der *GK* aus *T* parallel gezogen vorſtellet, und erweget, daß der Winkel, welchen dieſe, in der Zeichnung ſelbſt nicht angebrachte, Linie mit der *AT* einſchlieſſet, dem *FGK* gleich, und die Fläche, in welcher er lieget, der Fläche des Dreyecks *FGK* parallel werden müſſe. Dieſer Winkel *FGK* kan nun zwar aus dem bekanten $FGM = ATN$, und aus der Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic, die der Winkel *KMF* vorſtellet, leicht genug geſchloſſen werden. Wir können ihn aber auch vor ſich als bekant anſehen, und durch ψ angeben. Alsdenn iſt $GF : FK = 1 : \sin\psi$. Die Linie *GF* iſt in dem vorhergehenden (1283) auch v genennet worden, und wir hatten bey der hinlänglich erklärten Bedeutung der Buchſtaben, $v = \frac{3fy}{x^3} . \cos\varphi$. Es iſt alſo $FK = \frac{3fy}{x^3} . \cos\varphi . \sin\psi$, und dieſes iſt der Ausdruck der Kraft, welche wir ſuchen. T. XVII. F. 253.

§. 1321. Man ſiehet aus dieſem $FK = \frac{3fy}{x^3} . \cos\varphi . \sin\psi$ ſogleich, daß die durch *FK* ausgedrückte Kraft in zween Fällen alle Gröſſe verlieren werde; erſtlich wenn $\sin\psi = 0$, und zweitens wenn $\cos\varphi = 0$. Jenes $\sin\psi = 0$ verlangt, daß die in der Fläche der Ecliptic gezogene Linie *STA*, ganz und gar keine Entfernung von der Fläche der Mondbahn habe, welches nicht ſeyn kan, wenn ſie nicht mit der Knotenlinie *TN* übereinkomt, und alſo die Sonne ſich in einem der Knoten befindet: $\cos\varphi$ aber hat nur in dem Falle ſtatt, wenn der Winkel φ, welcher die eigentliche Entfernung des Monds von der Sonne angibt, gerade iſt, und alſo der Mond der Erde genau zur Hälfte erleuchtet ſcheinet. Im Gegentheil wird die Kraft *FK* unter allen die gröſſeſte, wenn ſowol $\sin\psi$ als auch $\cos\varphi$ ſo ſehr angewachſen iſt, als dieſes geſchehen kan. Nun wird $\sin\psi$ nie gröſſer, als der Sinus der Neigung der Fläche der Mondbahn, gegen die Fläche der Ecliptic, und alſo ψ nie gröſſer als dieſe Neigung ſelbſt, welcher der Winkel $\psi = FGK$ nur in dem Falle gleich iſt, wenn die von der Erde durch die Sonne gezogene *TA* auf der Knotenlinie *TN* perpendicular ſtehet. Soll alſo auch $\cos\varphi$ ſo groß werden, als es bey dieſem Stande der Sonne möglich iſt, ſo muß der Winkel φ, um welchen uns alsdenn der Mond von der Sonne entfernet zu ſeyn ſcheinet, bis zu der geringſten Gröſſe abnehmen, die er haben kan. Man ſiehet nach einiger Betrachtung leicht, daß dadurch der Mond ebenfalls in eine gerade Linie verſetzt werde, welche mit der Knotenlinie rechte Winkel einſchlieſſet: nur muß dieſe Linie natürlicher Weiſe in der

T. XVII. F. 253. Fläche ſeiner Bahn gezogen werden. Dadurch wird φ dem ψ gleich, der Mond ſelbſt aber entweder neu oder voll, und es kan kurz geſagt werden: die Kraft FK ſey die gröſte, wenn ſich der Mond in ſeinem Neumond oder Vollmond zugleich in der größten Entfernung von der Fläche der Ecliptic befindet. Es iſt hierbey auf die Entfernungen x und y nicht geſehen worden, von welchen klar iſt, daß ſie ebenfalls einige Veränderung in die durch FK oder LV ausgedruckte Kraft bringen müſſen, wenn ſie wachſen oder abnehmen.

Rückgang der Knotenlinie des Mondes.

§. 1322. Die dergeſtalt entdeckte Kraft, welche bemühet iſt den Mond nach einer Richtung, die der Fläche ſeiner Bahn perpendicular iſt, von dieſer Fläche zu entfernen, hat zwo Würkungen, welche bereits aus einander geſetzt worden ſind, als wir die Gründe des Rückgangs der Nachtgleichen betrachteten. Sie verurſachet hier gleichfalls den Rückgang der Knotenlinie, und verändert zugleich die Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic. Wie dieſes eigentlich zugehe, und in welchen Fällen jede dieſer Würkungen wachſe und abnehme, wird aus den daſelbſt gelegten Gründen geſchloſſen, auf welche hier beynahe eben ſo zu bauen iſt. Und wir könten uns ſelbſt der bey jenen Betrachtungen gebrauchten 208ten Zeichnung bedienen, wenn nicht der Mond einige Zuſätze erfoderte, welche
T. XVII. F. 254. in der 254ſten Zeichnung zu jener hinzugekommen ſind. In dieſer Zeichnung iſt C der Mittelpunct der Erde, und die durch dieſen Punct gezogene NCE die Knotenlinie der Mondbahn. Zu dieſer NE, als einen Durchmeſſer, iſt in der Fläche der Bahn des Mondes, durch den gegenwärtigen Ort deſſelben L, der halbe Cirkelkreis NLE beſchrieben, welcher die Bahn ſelbſt vorſtellen kan, wenn man dieſe als einen um C beſchriebenen Cirkel anſehen will. Der zu eben dem Durchmeſſer beſchriebene halbe Cirkel NSE lieget in der Fläche der Ecliptic. In dieſer Fläche befindet ſich die Sonne in der geraden Linie, die man ſich leicht durch C und S gezogen vorſtellen kan, und man kan ſie immer, der Deutlichkeit wegen, an die Seite S ſetzen. Alsdenn miſſet der um eben den Mittelpunct C mit dem Radius $CS = CN$ beſchriebene Bogen SK, welcher bey K mit dem NL rechte Winkel einſchlieſſet, den Winkel ψ, und es kan ψ ſelbſt dieſen Bogen SK bedeuten, wenn man nehmlich blos auf die in demſelben enthaltene Zahl der Grade, Minuten und Secunden acht hat; der mit eben dem Radius um C beſchriebene Cirkelbogen SL aber iſt das Maaß des Winkels φ, und es kan in eben dem Verſtande geſetzt wer-

den

den $SL = \varphi$. Der durch den Mond beſchriebene Bogen LM, welcher eben den Mittelpunct C und eben den Halbmeſſer $= CV$ hat, iſt ebenfalls bey L der Fläche der Mondbahn perpendicular: und man kan den Theil denſelben LV als einen Theil der geraden Linie LV der vorigen 253ſten Zeichnung anſehen, welche die Gröſſe der Kraft ausdrücket, die hier in Betrachtung komt. T. XVII. F. 254.

§. 1323. Dieſe nach LV würkende Kraft iſt nun diejenige, ſo durch den Ausdruck $\frac{3fy}{x^3}. \cos\varphi. \sin\psi$ angegeben wird, welchen wir verkürzen können, wenn wir wieder ſetzen $\frac{3fy}{x^3} = F$. Es hindert nichts die Gröſſen, welche zur Beſtimmung der f gebraucht worden, ſo anzunehmen, daß f zu dem Raume wird, um welchen ſich die Erde oder der Mond, bey ihrer mittlern Entfernung von der Sonne, dieſer in einer gewiſſen Zeit nähert, und dieſe Zeit mag eine Stunde ſeyn, die wir zur Einheit machen wollen. Dieſer Raum iſt oben (1092) berechnet worden, allwo M denſelben bedeutet, ſo daß das gegenwärtige f mit jenem M einerley angibt. Wir haben daſelbſt geſehen, daß wenn b den mittlern Weg von 2′ Minuten und 27.8 Secunden, oder 147″,8 vorſtellt, welchen die Sonne in einer Stunde in ihrer Bahn zurücklegt, ſeyn werde $M = b. \sin \frac{1}{2} b$, welchem Producte aus dem Bogen b und der Hälfte deſſelben, oder dem Sinus dieſer Hälfte, demnach auch f, in dem öfters wiederholten Verſtande, gleich ſeyn wird. Vermittelſt des hieraus beſtimmten Werthes des F wird durch $F. \cos\varphi. \sin\psi$ die Gröſſe der Linie angegeben, um welche der Mond in eben der Zeit einer Stunde von der Fläche ſeiner Bahn entfernet wird, und wenn wir wieder dt einen unendlich kleinen Theil dieſer Zeit bedeuten laſſen, in welcher ſich der Mond um LV von dieſer Fläche entfernet hat, ſo wird vollkommen ſo, wie bereits (1086) geſchehen iſt, geſchloſſen, daß dieſe $LV = F. \cos\varphi. \sin\psi. dt^2$ ſeyn werde.

§. 1324. Es ſey b der Winkel, welchen der Mond mit ſeiner mittlern Geſchwindigkeit, ebenfalls in der Zeit einer Stunde, um die Erde beſchreibet, oder das mit der zur Einheit gemachten mittlern Entfernung der Erde von der Sonne beſchriebene Maas dieſes Winkels: ſo wird der Weg, welchen der Mond in eben der Zeit einer Stunde in ſeiner Bahn NLE machet, aus der Proportion $1 : y = b : by$, durch by angegeben, und es bedeutet alſo $bydt$ denjenigen, welchen er in der Zeit dt zurückleget. Alsdenn wird aus der Verhältniß $OL : LV = by : F. \cos\varphi. \sin\psi\, dt$

T. XVII. F. 254. dt der Winkel LOV durch $\frac{F.\cos\Phi.\sin\psi.\,dt}{by}$ angegeben, um welchen der Mond von dem Wege OL, welchen er auſſer dem genommen haben würde, abgewichen iſt, indem er würklich in der OV fortgegangen. Er würde, wenn, nachdem er mit dieſer Bewegung bey V angelanget iſt, die Kraft, welche ihn von der Fläche ſeiner Bahn entfernet, zu würken aufhörte, fortfahren ſich in der durch C, O und V gelegten Fläche zu bewegen, und in derſelben einem in C geſetzten Auge den Cirkelkreis OVF zu beſchreiben ſcheinen, welcher mit dem vorigen OLE bey O den Winkel LOV einſchlieſſet. Daraus folget der Rückgang der Knotenlinie aus CE in CF, mit welchem ſie in der angenommenen Zeit dt den Winkel ECF machet, welcher von dem unendlich kleinen Bogen EF gemeſſen wird; und eine Veränderung der Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic, welche die Winkel OEM, OFM angeben, die gemeiniglich von einander verſchieden ſind.

§. 1325. Was nun erſtlich den Winkel ECF, oder ſein Maaß EF anlangt, ſo haben wir (1089) geſehen, daß wenn I, wie in dem vorigen, den Winkel LEM bedeutet, welchen anfänglich die Fläche der Mondbahn mit der Fläche der Ecliptic einſchloß, der Winkel ECF oder ſein Maaß EF ſeyn werde $\frac{\sin NL}{\sin I}.\ LOV$. Nun iſt $LOV = \frac{F.\cos\Phi.\sin\psi.\,dt}{by}$, alſo $EF = \frac{F.\cos\Phi.\ \sin\psi.\ \sin NL.\,dt}{by.\sin I}$, oder, wenn wir uns der Buchſtaben der Zeichnung bedienen: $EF = \frac{F.\cos SL.\ \sin SK.\ \sin NL.\,dt}{by.\ \sin I}$. Es findet aber in dem Dreyecke KNS, deſſen Winkel bey K gerade iſt, und $SNK = I$, die Proportion ſtatt, $\sin I : \sin SK = 1 : \sin NS$, und es iſt alſo $\frac{\sin SK}{\sin I} = \sin NS$, welches den Ausdruck etwas verkürzet, indem es giebt, $EF = \frac{F.\cos SL.\ \sin NS.\ \sin NL.\,dt}{by}$. Da die Bewegung, mit welcher der Knoten dergeſtalt zurück gehet, in der unendlich kleinen Zeit gleichförmig iſt, ſo iſt die Geſchwindigkeit derſelben $\frac{EF}{dt} = \frac{F}{by} \times \cos SL.\ \sin NS.\ \sin NL$, deren Wachsthum und Abnahme alſo, wenn man vors erſte $\frac{F}{by}$ als eine unveränderliche Gröſſe anſiehet, ſich bloß nach den Bogen NS, NL und SL richtet.

§. 1326.

§. 1326. Der Knote ruhet, wenn $\frac{EF}{dt} = 0$, welches ſtatt hat: erſtlich wenn $ſin\, NL = 0$, das iſt, wenn ſich der Mond in einem der Knoten ſeiner Bahn befindet; zweytens wenn $ſin\, NS = 0$, welches eine dieſer zwo Stellen der Sonne anweiſet; und drittens wenn $cos\, SL = 0$, und alſo die Sonne von dem Monde um einen Quadranten abſtehet, in welchem Falle wir genau eines der Mondviertel haben. Hieraus ſind die Umſtände leicht zu ermeſſen, in welchen der Knote zwar nicht vollkommen ruhet, aber ſich doch nur langſam beweget. Im Gegentheil gehen die Knoten mit der gröſten Geſchwindigkeit zurück, wenn die Bogen NL, NS beyde Quadranten ſind, weil alsdann ihre Sinus ſich ſo groß befinden, als ſie je werden können. Der Bogen SL, deſſen Gröſſe immer von den beyden NS und NL, ſamt dem Winkel I abhängt, wird alsdenn würklich das Maaß dieſes Winkels I, und alſo $cos\, SL = cos\, I$. Es wird alſo die gröſte Geſchwindigkeit des Rückgangs durch $\frac{F.\, cos\, I}{by}$ angegeben, und man kan dieſen Ausdruck den Winkel ECF bedeuten laſſen, wenn man ſich vorſtellet, daß derſelbe mit dieſer Geſchwindigkeit, in der zur Einheit gemachten Zeit einer Stunde, von der Knotenlinie beſchrieben werde, indem ſie aus CE in CF übergehet. Nun iſt aber $F = \frac{3fy}{x^3}$, und wir hatten oben $f = b.\, ſin\, \frac{1}{2}b$, woraus folget, $F = \frac{3b.\, ſin\, \frac{1}{2}b.y}{x^3}$, und $\frac{F}{by} = \frac{3b.\, ſin\, \frac{1}{2}b}{bx^3}$. Dieſes giebt, zur Entdeckung der gröſten ſtündlichen Bewegung des Knoten, die Vorſchrift $\frac{3b.\, ſin\, \frac{1}{2}b.\, cos\, I}{bx^3}$, aus welcher dieſelbe berechnet werden kan, wenn nur die Winkel I, b und b, ſamt der Entfernung der Erde von der Sonne x gegeben werden, welche Gröſſen ſämtlich in die Beſtimmung dieſer Geſchwindigkeit, ſo wie in alle übrige, ihren Einfluß haben. T. XVII. F. 254.

§. 1327. Setzen wir aber die Entfernung der Erde von der Sonne ſey die mittlere, und machen alſo $x = 1$, und nehmen zugleich die Neigung I ſo groß an, als ſie werden kan, indem wir ihr 5 Grade und 18 Minuten zuſchreiben: ſo wird zu der mittlern Bewegung der Erde und des Monds die gröſte Geſchwindigkeit des Knoten entdeckt, wenn man nur nach der Vorſchrift $\frac{3b}{b} \times ſin\, \frac{1}{2}b$.

cos I

T. XVII. F. 254. $\cos I$ rechnet. Die mittlere ſtündliche Bewegung der Sonne war 147″,8 $= b$, und der Mond beſchreibt mit der ſeinigen 32′, 56″, welches giebt $b = 1976''$. Da die Einheiten dieſer zwo Zahlen die nehmlichen ſind, ſo wird ohne Anſtand gefunden $\frac{3b}{b} = 0{,}2244$. Der Sinus zu 1′,13″,9 $= \sin \frac{1}{2}b$ iſt 0,0003583, welcher in eben gefundene Zahl multipliciret, giebt $\frac{3b}{b} \cdot \sin \frac{1}{2}b = 0{,}0000804$. Da nun zu $I = 5^\circ, 18'$ in der der Tafel ſtehet $\cos I = 0{,}9957247$, ſo wird $\frac{3b}{b} \cdot \sin \frac{1}{2}b. \cos I = 0{,}0000804 \times 0{,}9957247 = 0{,}00008005$, welches alſo der Sinus oder das Maaß des Winkels iſt, um welchen die Knotenlinie in einer Stunde zurück gehet. Es beträgt alſo dieſer Winkel etwas weniges über 16″,5, und die Hälfte deſſelben, kaum mehr als 8″,25. Nun iſt es wahrſcheinlich, daß der halbe Ueberſchuß der größten hier betrachteten Geſchwindigkeit über die kleinſte beynahe die mittlere Geſchwindigkeit dieſes Rückgangs geben werde; und dieſer halbe Ueberſchuß beträgt in dem gegenwärtigen Falle, da die kleinſte Geſchwindigkeit nichts iſt, genau die Hälfte der gröſſern. Demnach müſte der mittlere Rückgang einer Stunde 8,25 Secunden enthalten. Die Beobachtungen geben 8 Secunden. Es iſt alſo der dergeſtalt berechnete mittlere Rückgang von dem würklichen kaum mehr als um den vierten Theil einer Secunde verſchieden; welches vieles beytragen muß, uns von der Zuverläßigkeit der Gründe zu verſichern, auf welchen dieſe ſamt andern dergleichen Rechnungen beruhet.

Veränderung der Neigung der Fläche der Mondbahn.

§. 1328. Der Winkel bey N oder E, welchen die Fläche der Mondbahn mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet, wird, wie wir geſehen haben, dadurch, daß der Mond von dem Puncte L abweichet, und nunmehro aus O durch V in F überzugehen bemühet iſt, ebenfalls geändert. Er würde nehmlich, wenn er die Bewegung, mit welcher er den unendlich kleinen Bogen OV beſchreibt, fortſetzen könte, dem in den Mittelpunct der Erde geſetzten Auge den Cirkelbogen OVF an dem Sternhimmel zu beſchreiben ſcheinen, deſſen Fläche mit der Fläche der Ecliptic den Winkel OFM einſchlieſſet, der in den allermeiſten Fällen gröſſer oder kleiner iſt als der vorige OEM. Denn es muß die Proportion $\sin OFM : \sin OEM = \sin OE : \sin OF$ immer ſtatt haben; und es iſt immer der Bogen

T. XVII. F. 254.

OE gröſſer als der Bogen *OF*. Was aber die Sinus dieſer Bogen anlangt, ſo iſt nur alsdann $\sin OE > \sin OF$, wenn der Bogen *OE* kleiner iſt, als ein Quadrant, in welchem Falle alſo auch $\sin OFM$ gröſſer wird als $\sin OEM$, und weil die Winkel immer ſpitzig ſind $OFM > OEM$. Iſt aber der Bogen *OF* gröſſer als ein Quadrant, ſo iſt, obwohl noch immer $OE > OF$, demnach $\sin OE < \sin OF$, und alſo auch $\sin OFM < \sin OEM$, wie auch $OFM < OEM$ Wir haben dieſes bereits oben, bey der Betrachtung des Rückgangs der Nachtgleichen aus einander ſetzen müſſen: es iſt aber daſelbſt gegen das Ende des 1087ſten Abſatzes das Verſehen begangen worden, daß ich ſtatt der Wendepuncte die Puncte der Nachtgleichen, und dieſe ſtatt jener genennet habe. Der Winkel, welchen der Gleicher der Erde mit der Fläche der Ecliptic einſchlieſſet, nimt ab, indem die Sonne von einem Puncte der Nachtgleichen bis zu dem nächſten Wendepunct übergehet, und wächſet, indem ſie ſich von dem Wendepunct gegen das Punct der nächſten Nachtgleiche entfernet.

§. 1329. Bey dem Monde rühret die Gröſſe des Winkels, um welchen der $OEM = I$ in einer gewiſſen Zeit wächſet oder abnimt, nicht bloß von dem Stande der Sonne in Abſicht auf die Knotenlinie *NE* her; ſondern es muß dabey auch der Stand des Mondes in Betrachtung kommen: und alsdenn wird dieſer Unterſchied der Winkel *OEM* und *OFM* folgender Geſtalt entdecket. Es wird in der Oberfläche der Kugel, in welcher die Kreiſe *NLE*, *NME*, *OVF* ſämtlich anzutreffen ſind, um *O* als einen Pol durch *E* ein Bogen *Ee* beſchrieben, welcher den verlängerten *OVF* in *e* ſchneidet. Da nun der Bogen *EF*, um welchen der Knoten in der angenommenen Zeit zurück gehet, ſo klein werden kan, als man will, ſo kan immer das Dreyeck *EeF* als geradelinicht angeſehen werden. Alsdann aber iſt der Winkel *OEM* oder *OEF*, welchen wir noch immer *I* nennen, die Ergänzung des Winkels dieſes Dreyecks *FEe*, zu dem rechten Winkel *OEe*, und demnach $\sin FEe = \cos I$, und es wird aus der Proportion $1 : \sin FEe = EF : Fe$ geſchloſſen $Fe = \cos I . EF$. Dieſe *Fe* iſt der Ueberſchuß des Bogens $OE = Oe$ über den *OF*, woraus vermittelſt der öfters gebrauchten Regel geſchloſſen wird, daß der Unterſchied der Sinus dieſer Bogen ſeyn werde, $\cos OE . Fe$; und alſo $\sin OF = \sin OE - \cos OE . Fe$. Da ſich nun die Sinus dieſer Bogen gegen einander verhalten, wie die Sinus der ihnen entgegen geſetzten Winkel, ſo iſt

$$\sin OE : \sin OE - \cos OE . Fe = \sin OFM : \sin I,$$

T. XVII. F. 254. woraus folget, wenn beyderſeits der Ueberſchuß des vorhergehenden über das nachfolgende genommen wird:

$$\sin OE : \cos OE. Fe = \sin OFM : (\sin OFM - \sin I).$$

In dem dritten Gliede dieſer Proportion kan ohne Bedenken für $\sin OFM$ geſetzt werden $\sin I$. Alsdenn wird der Unterſchied der Sinus $(\sin OFM - \sin I)$ $= \frac{\sin I. \cos OE. Fe}{\sin OE}$.

§. 1330. Aus dieſem Unterſchiede beyder Winkel der Sinus kan nun weiter auf den Unterſchied der Winkel ſelbſt, zu welchen dieſe Sinus gehören, vermittelſt der Regel: wie $\cos I$ zum Radius $= 1$, ſo der Unterſchied der Sinus zu dem Unterſchiede der Winkel, geſchloſſen werden, die den letztern Unterſchied auf $\frac{\sin I. \cos OE. Fe}{\cos I. \sin OE}$ ſetzet, in welchem Ausdruck auch für OE der Bogen NL geſetzt werden kan, weil $\sin OE = \sin NL$, und $\cos OE = \cos NL$, indem es hier nicht nöthig iſt auf das Zeichen — Acht zu haben, welches eigentlich dem $\cos NL$ vorgeſetzt werden muß, wenn $\cos OE$ das Zeichen + hat. Denn es iſt uns blos um die abſolute Gröſſe des geſuchten Unterſchiedes zu thun, und wir wiſſen bereits, in welchem Fall dieſer Unterſchied zu dem Winkel I hinzuſetzen oder von demſelben abzuziehen ſey (1328). Durch die Verwechſelung des NL mit dem OE aber, wird dieſe Gröſſe des Unterſchiedes $= \frac{\sin I. \cos NL. Fe}{\cos I. \sin NL}$. Und wenn man ferner für Fe das ihm gleiche $\cos I. EF$ ſetzet, ſo wird eben der Unterſchied etwas kürzer durch $\frac{\sin I. \cos NL. EF}{\sin NL}$ ausgedrückt. Nun hatten wir, wenn wir ſtatt der dt die zur Einheit gemachte Zeit einer Stunde ſetzen, $EF = \frac{F}{by}. \cos SL. \sin NS. \sin NL$, welches in dem gefundenen Ausdrucke des Unterſchiedes gehörig angebracht, denſelben in $\frac{F}{by}. \cos NL. \cos SL. \sin I. \sin NS$ verwandelt, welcher durch $\sin I. \sin NS = \sin SK$ noch etwas mehr verkürzet wird, der nun alſo ſtehet: $\frac{F}{by} \times \cos. NL. \cos SL. \sin SK$.

§. 1331. Wir haben geſehen, daß $\frac{F}{by} = \frac{3h.\sin\frac{1}{2}b}{bx^3}$, wenn noch immer *h* die ſtündliche Bewegung der Sonne, *b* die ſtündliche Bewegung des Mondes, und *x* die Entfernung der Erde von der Sonne bedeutet. Es komt aber dieſe Gleichheit vors erſte in keine Betrachtung. Wir ſchlieſſen aus dem Ausdrucke $\frac{F}{by} \times \cos NL. \cos SL. \sin SK$, in welchem $\frac{F}{by}$ immer eine gewiſſe Gröſſe haben muß, obwol dieſe Gröſſe veränderlich iſt, daß der Unterſchied der Winkel *OFM* und *OEM* Nichts werde, und alſo die Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic, des Rückgangs der Knoten ohngeachtet, die nehmliche verbleibe, erſtlich, wenn $SK = 0$, das iſt, wenn uns die Sonne von der Fläche der Mondbahn nicht entfernet ſcheinet, welches nicht ſtatt hat, auſſer wenn ſich dieſelbe in einem der Knoten dieſer Bahn befindet: zweitens, wenn $\cos. SL = 0$, und alſo $SL = 90°$, in welcher Entfernung von der Sonne uns der Mond bey jedem ſeiner Viertheil, und ſonſt nie erſcheinet; und drittens, wenn $\cos NL = 0$ und alſo $NL = 90°$, deſſen Bedeutung an ſich klar iſt. T. XVII. F. 254.

§. 1332. Aus eben dem Ausdrucke wird auch geſchloſſen, daß unter denen in demſelben enthaltenen Gröſſen der Bogen *NL* die einzige ſey, durch deſſen Veränderung der durch den Ausdruck angegebene Unterſchied der Winkel aus etwas poſitiven, negativ oder aus etwas negativen, poſitiv werden kan. Denn $\frac{F}{by}$ iſt immer poſitiv, und ſo auch *SK* und $\sin SK$, weil bey der Entfernung des Orts der Sonne von der Fläche der Mondbahn darauf nicht geſehen wird, an welcher Seite dieſer Fläche uns die Sonne erſcheine. Der Bogen *SL* aber miſſet eigentlich den Winkel, welchen die von der Erde nach dem Monde gezogene gerade Linie, mit der ebenfalls durch den Mittelpunct der Erde durchgehenden einſchlieſſet, in welcher ſich die Sonne an dieſer oder jener Seite befindet, ſo daß durch dieſelbe die Puncte beſtimmet werden, in welchen ſich, bey dieſem Stande der Sonne, der Mond befinden muß, wenn er uns neu oder voll erſcheinen ſoll. Es iſt alſo der Bogen *SL* immer kleiner als ein Quadrant; weil wenn die Entfernung des Mondes von dem Puncte ſeiner Bahn, in welchem wir ihn zu der Zeit voll ſehen würden, gröſſer iſt als ein Quadrant, man ſeine Entfernung von dem Puncte des Neumondes nehmen kan, und umgekehrt. Der Winkel *I* wächſet, wenn der Unterſchied poſitiv iſt, und nimt ab, wenn er negativ wird. Es geſchiehet alſo jenes nur in dem Fall

T. XVII. F. 254 wenn NL gröſſer, und alſo NE kleiner iſt als ein Quadrant, und das leztere hat immer ſtatt, wenn LE einen Quadranten übertrift, und NL von demſelben übertroffen wird. Mit einem Wort, der Winkel I wächſet, wenn ſich der Mond dem nächſten Knoten nähert, und nimt ab, wenn er ſich von demjenigen, von welchem er am wenigſten entfernet iſt, mehr entfernet.

1333. Hieraus folgt, daß der Winkel I, welcher die Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic angibt, der gröſte unter allen ſey, die bey eben den übrigen Umſtänden ſtatt haben, wenn ſich der Mond in einem ſeiner Knoten befindet, und unter allen der kleinſte, wenn er von jedem dieſer Puncte um einen Quadranten entfernet erſcheinet, und alſo von der Fläche der Ecliptic am meiſten abweichet. Denn in das eigentliche Maas dieſes gröſten und kleinſten I, haben, ſo wie in alle andere Maaſſe dieſer Art, zugleich alle übrigen Winkel und Entfernungen, durch welche die Unterſchiede beſtimmet werden, um welche dieſe Winkel I in einer unendlich kleinen Zeit dt wachſen oder abnehmen, ihren Einfluß: und es müſte der Ausdruck dieſer Unterſchiede, $\frac{3b.\,\sin\frac{1}{2}b}{bx^3} \times (\cos NL,\ \cos SL.\ \sin SK)\,dt$, nachdem man ihm die gehörige Geſtalt gegeben, integriret werden, wenn man den Zuwachs oder das Abnehmen, um welche der Winkel in der aus unendlich vielen dt zuſammengeſezten Zeit t verändert worden iſt, aus den erſten Gründen herleiten wolte.

Druckfehler.

In §.	Zeile	ſtatt	leſe man
18.	6	$I : \cos I$	$1 : \cos I$
27.	1	AC	AC^q
27.	18	$(\sin I)$	$(\sin I)^q$
43.	1	$\frac{ee}{aa}$	$\frac{eexx}{aa}$
236.	4	berichtete	berichtigte
240.	12	wir	wird
326.	9	CD	CB
387.	5	gefundenen, N	gefundenen N,
432.	2	noch	nach
—	5	welchem	welcher
438	15	an	von
448.	3	eine	einer
475.	16	angenommen	angenommenen
476.	11	gegebener	gegebene
484.	2	bey F	bey P
489.	10	$HK : KR\ 1 : \tan a$	$HK : KR = 1 : \tan a$
564.	10	NA	Na

Wegen des 1087 §. ſehe man den 1328 Abſatz.

Inhalt.

Inhalt.

Erſter Theil.

Sechſter Abſchnitt.

Von dem Tage und deſſen Theilen.

Siebenter Abſchnitt.

Eintheilung der Oberfläche der Erde.

Achter Abſchnitt.

Von dem Monathe, dem Monde, deſſen Schatten und dem Schatten der Erde.

Neunter Abſchnitt.

Von den Mondfinſterniſſen.

Zehnter Abſchnitt.

Von den Sonnenfinſterniſſen.

Eilfter Abſchnitt.

Von Bedeckungen, die keine eigentliche Finſterniß geben.

Zweiter Theil.

Zwölfter Abſchnitt.

Von dem Umlaufe der Planeten.

Dreizehnter Abſchnitt.

Beweis des Umlaufs der Erde aus den Geſetzen der Bewegung.

Achtzehnter Abſchnitt.

Von dem Rückgange der Nachtgleichen.

Neunzehnter Abſchnitt.

Lauf der Planeten in ihren wahren Bahnen.

Zwanzigſter Abſchnitt.

Berechnung der Stellen der Planeten.

Ein und zwanzigſter Abſchnitt.

Gründe des Laufs der Planeten.

Zwei und zwanzigſter Abſchnitt.

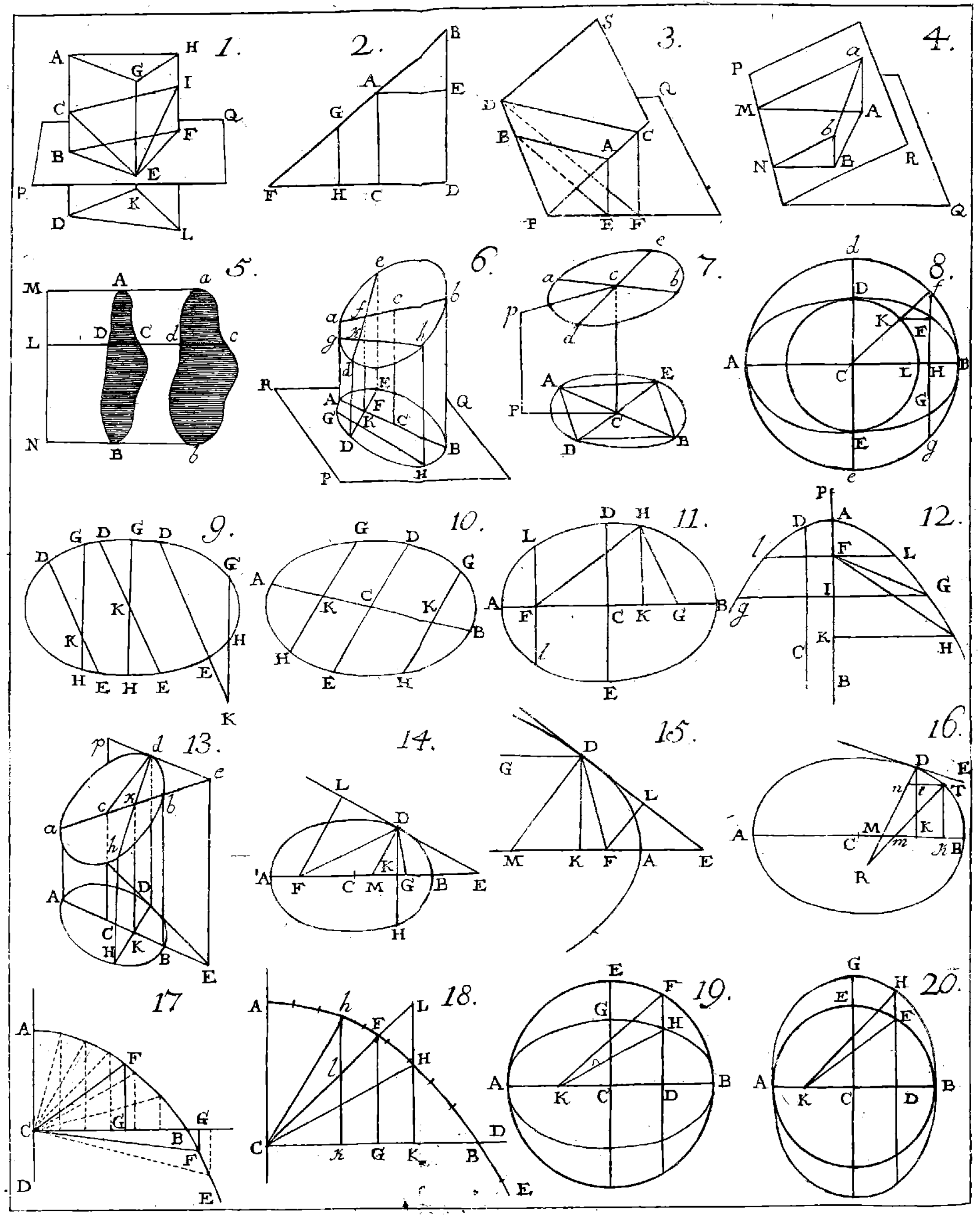
Von dem Laufe der Cometen.

Inhalt.

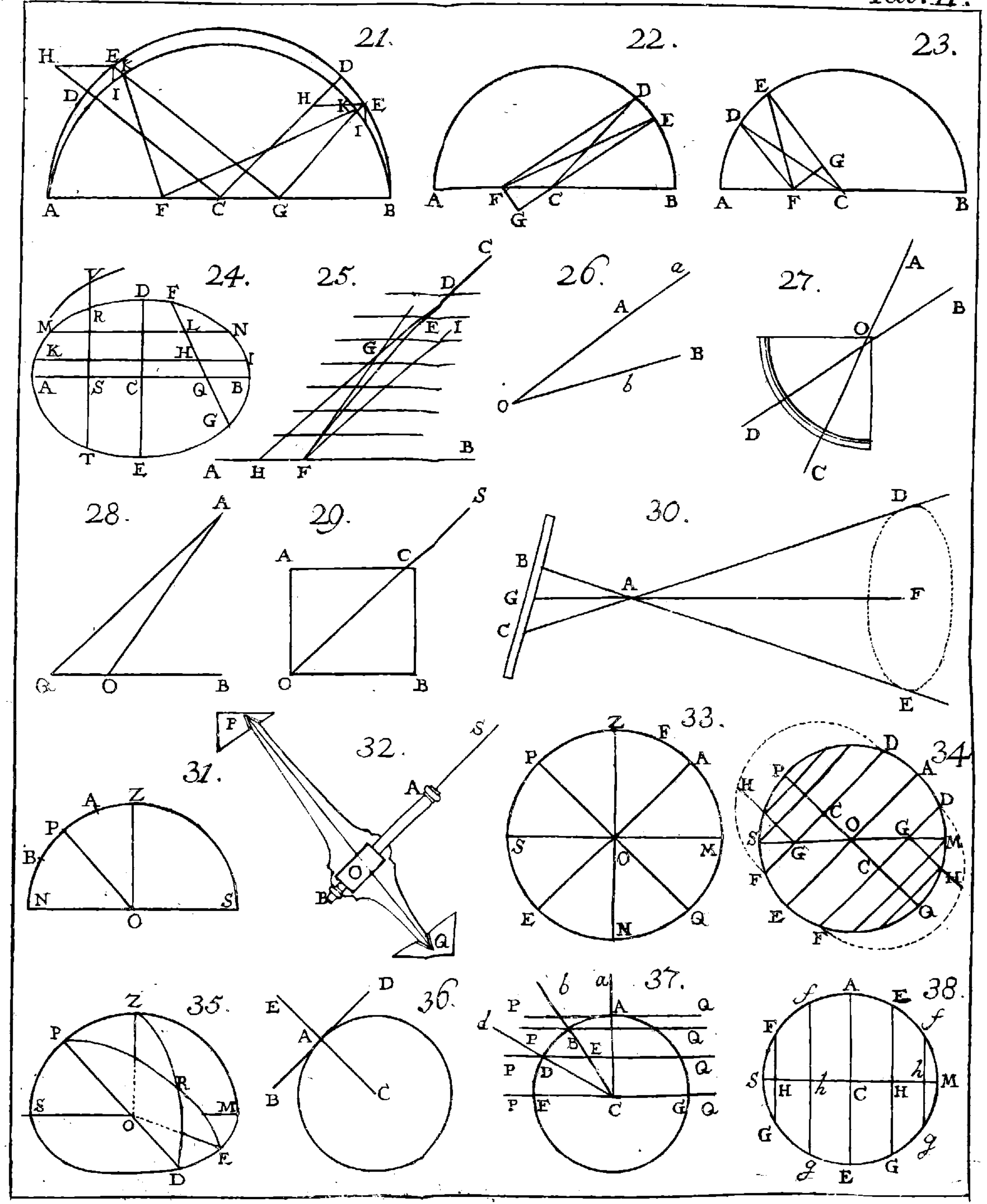
Drey und zwanzigſter Abſchnitt.

Von dem Laufe des Mondes.

Tab. I.

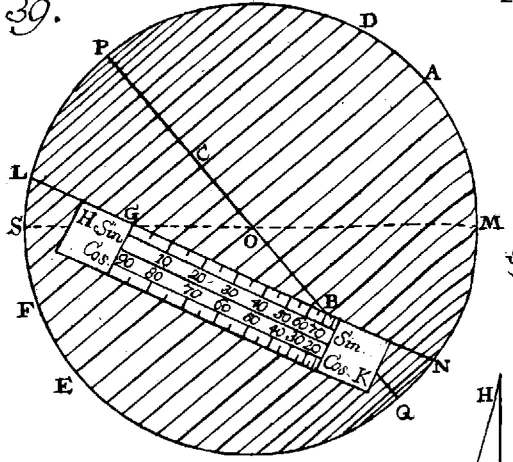

1.
A H G I C Q F B E P K D L
2.
B A E G F H C D
3.
S Q D C B A P E F
4.
P a M A b N B R Q
5.
M A a L D C d c N B b
6.
e b a c f g l d E R A F G K C D B Q P H
7.
e a c b p d A E P C D B
8.
d D K f F A C L H B G E g e
9.
G D G D D G K K H H E H E E K
10.
G D A G C K K B H E H
11.
D H L A F C K G B l E
12.
P A D l F L I G g K H C B
13.
p d e c x b a h A D C H K B E
14.
L D A F C M K G B E H
15.
D G L M K F A E
16.
D E n t T M K A C m h B R
17.
A F C G G B F D E
18.
A h F L l H C h G K D B E
19.
E G F H A K C D B
20.
G H E E A K C D B

Tab. II.

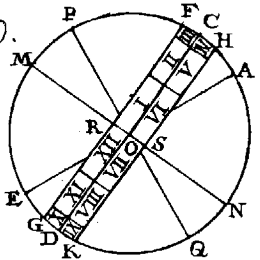

21.
H E K I D A F C G B D H K E I
22.
A F G C B D E
23.
A F C B E D G
24.
V D F M R L N K H I A S C Q B G T E
25.
C D E I G A H F B
26.
a A B b O
27.
A B O D C
28.
A G O B
29.
S A C O B
30.
D B G A F C E
31.
A Z P B N O S
32.
S P A O B Q
33.
Z F P A S O M E N Q
34.
D P A H C O D G S G M F C H E Q F
35.
Z P R S O M E D
36.
D E A C B
37.
b a A Q P P B E Q P D Q P F C G Q d
38.
A E f f F S H h C H h M G g E G g

Tab. III.

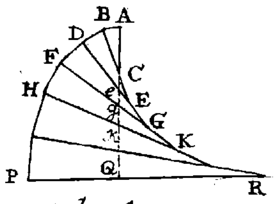
39.



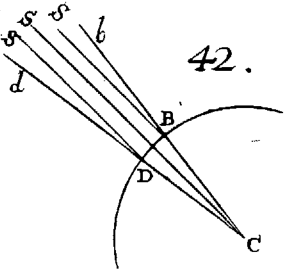
40.



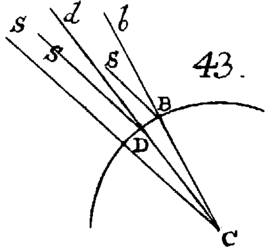
41



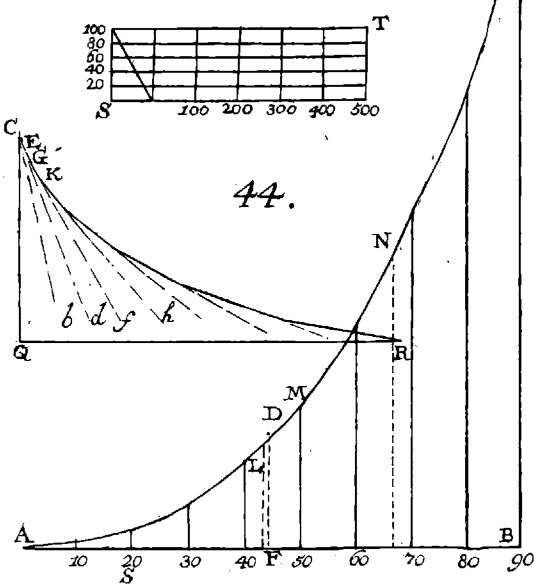
42.



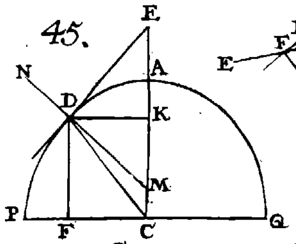
43.



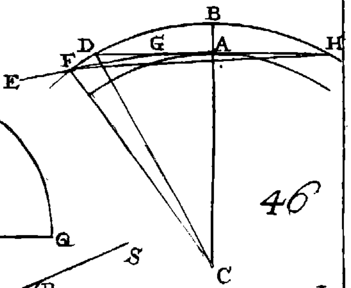
44.



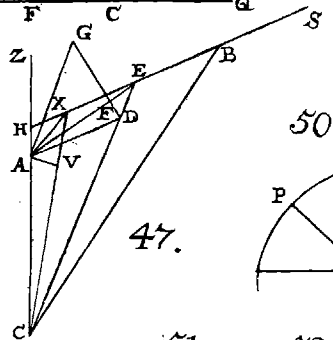
45.



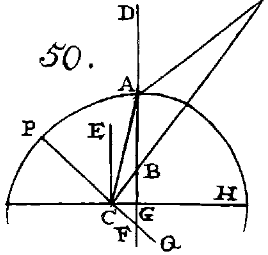
46



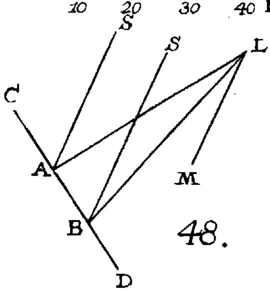
47.



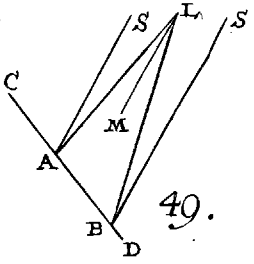
50.



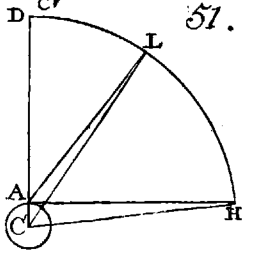
48.



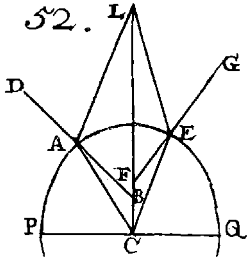
49.



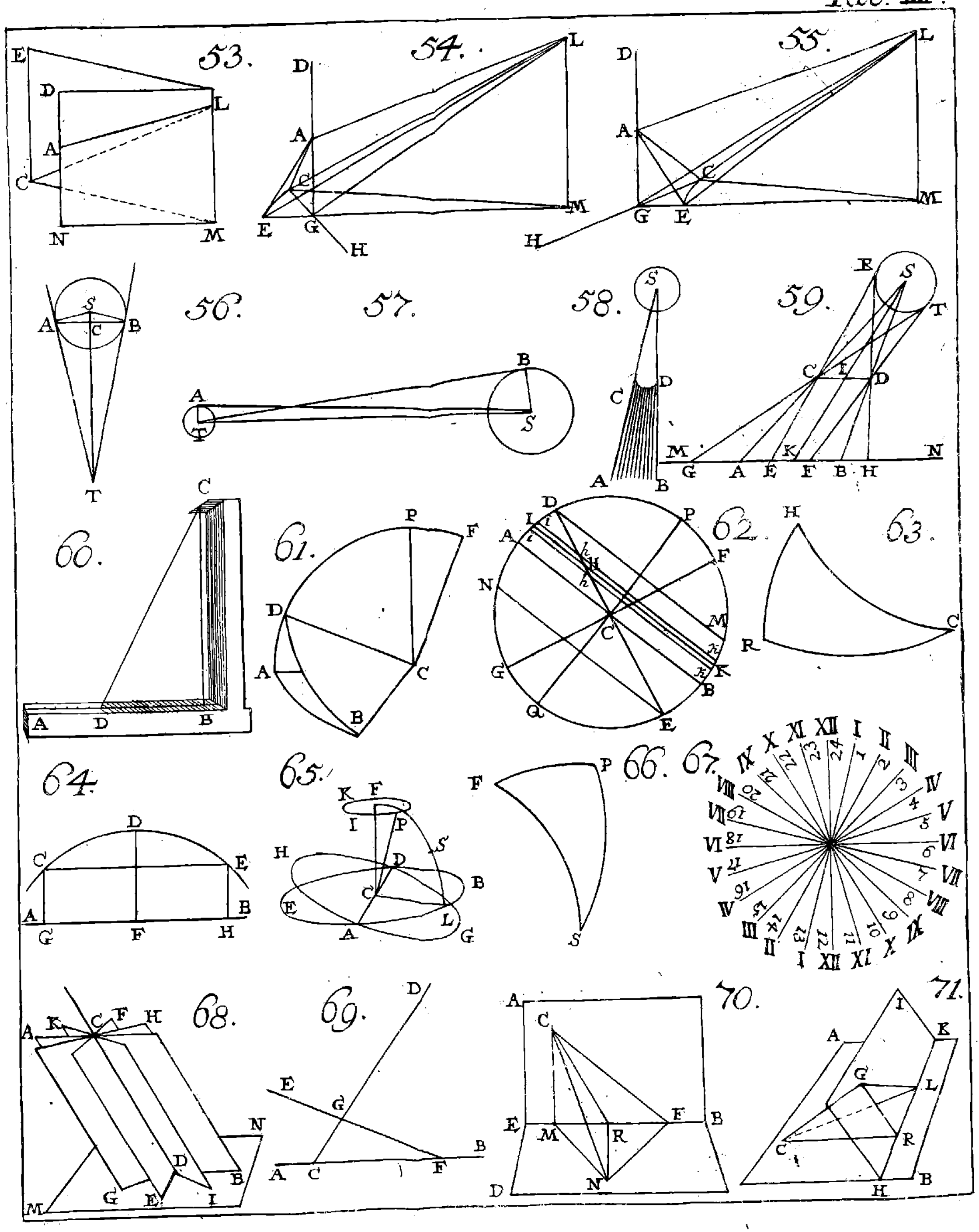
51.



52.

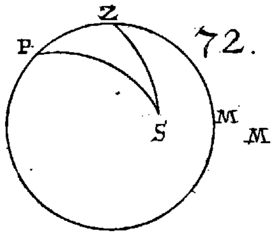


Tab. IIII.

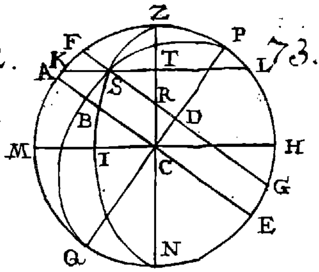

53.
E
D
L
A
C
N
M
54.
D
L
A
C
M
E
G
H
55.
D
L
A
C
M
G
E
H
S
A
B
C
T
56.
57.
A
B
T
S
58.
S
C
D
A
B
59.
E
S
T
C
I
D
M
N
G
A
E
K
F
B
H
60.
C
A
D
B
61.
P
F
D
A
C
B
62.
D
P
L
l
A
F
N
h
H
h
M
C
R
G
K
B
Q
E
H
63.
C
64.
D
C
E
A
B
G
F
H
65.
K
F
I
P
S
H
D
B
C
E
L
A
G
66.
F
P
S
67.
XII
I
II
III
IV
V
VI
VII
VIII
IX
X
XI
XII
I
II
III
IV
V
VI
VII
VIII
IX
X
XI
24
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
68.
A
K
C
F
H
N
D
B
M
G
E
I
69.
D
E
G
B
A
C
F
70.
A
C
E
M
R
F
B
D
N
71.
I
A
K
G
L
C
R
H
B

Tab. V

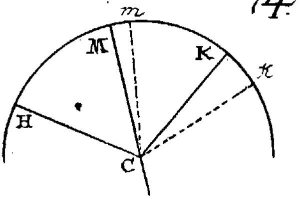
72.



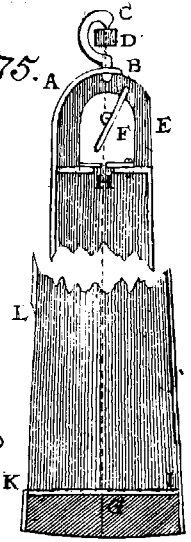
73.



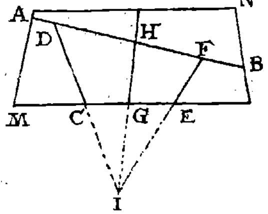
74.



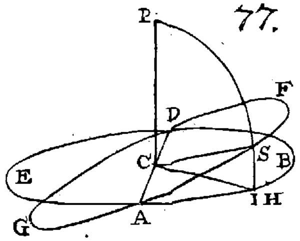
75.



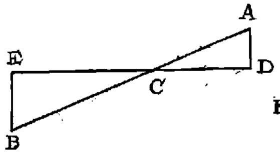
76.



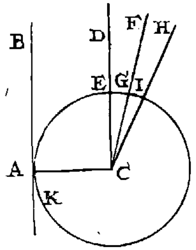
77.



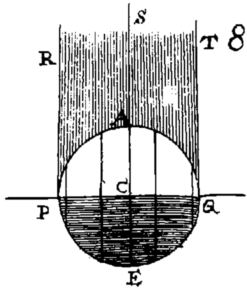
78.



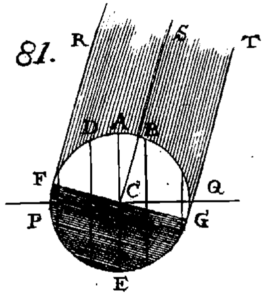
79.



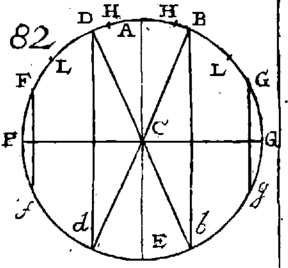
80.



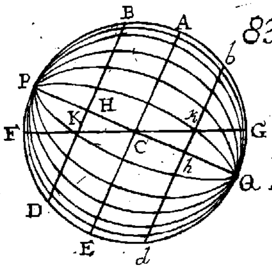
81.



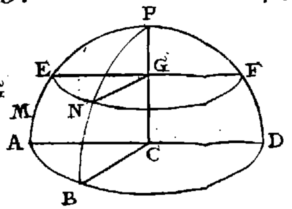
82.



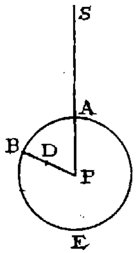
83.



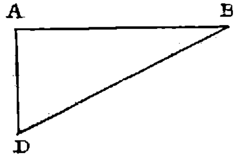
84.

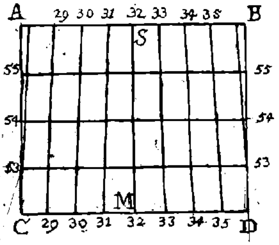


85.



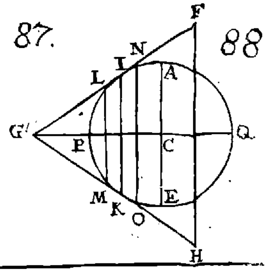
86.



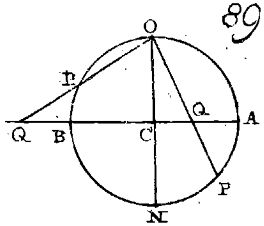


87.

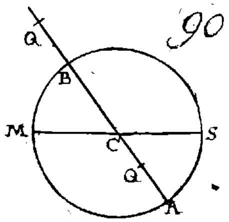
88.

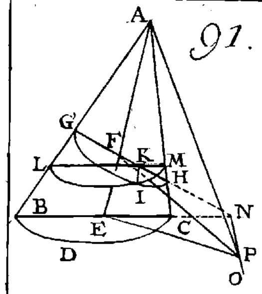


89.

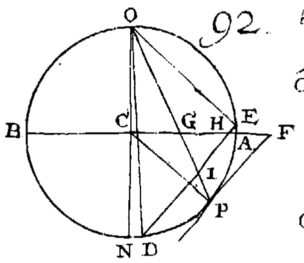


90.

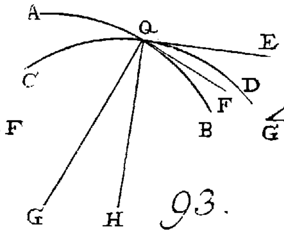




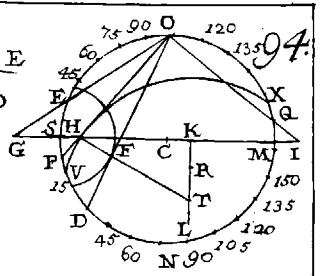
91.



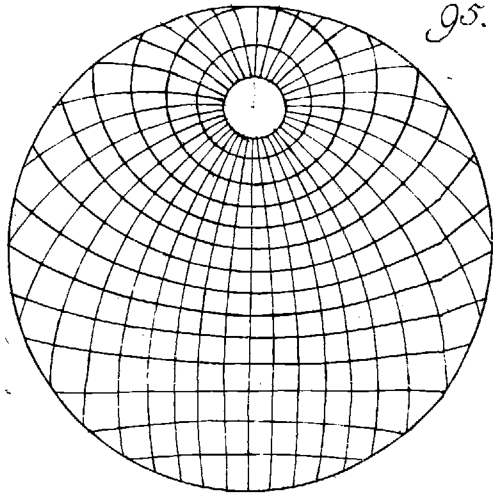
92.



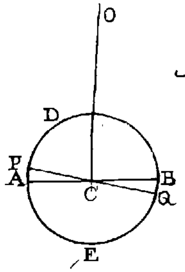
93.



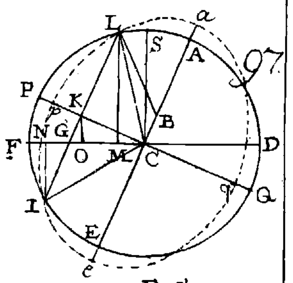
94.



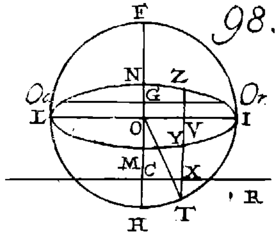
95.



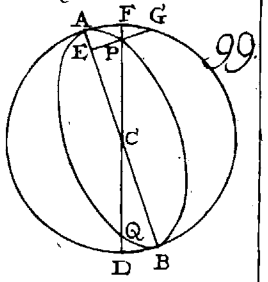
96.



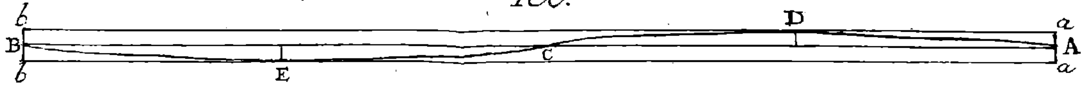
97.



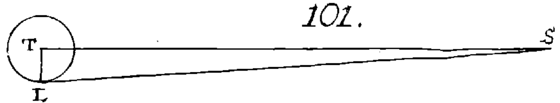
98.



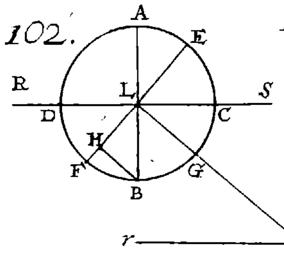
99.



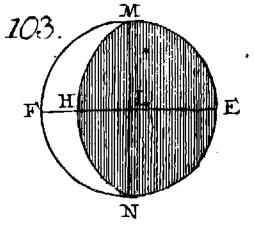
100.



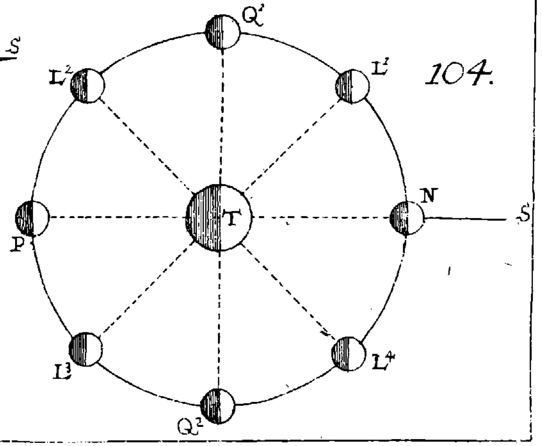
101.



102.

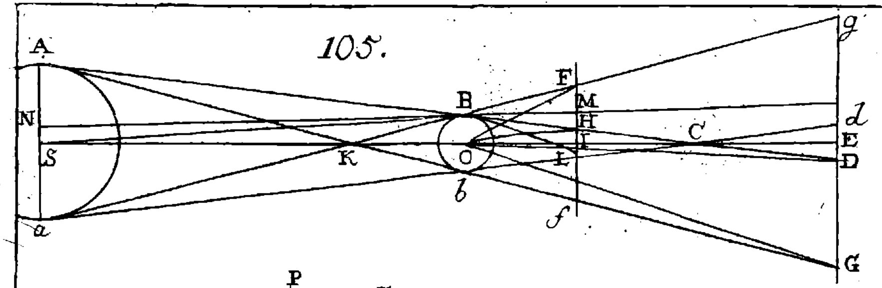


103.

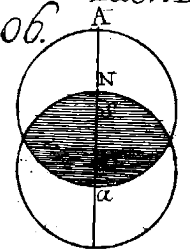


104.

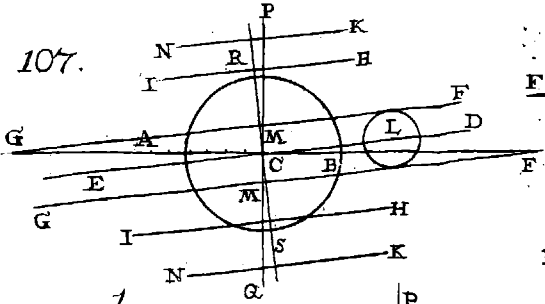
105.



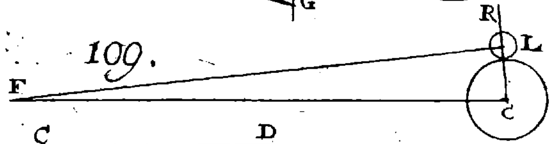
106.



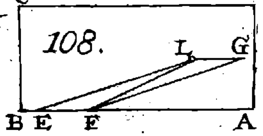
107.



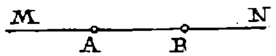
109.



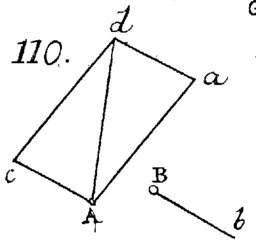
108.



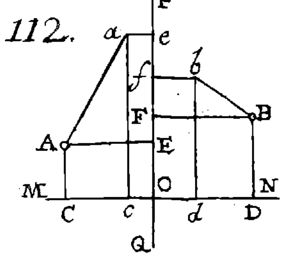
111.



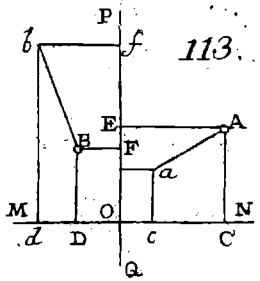
110.



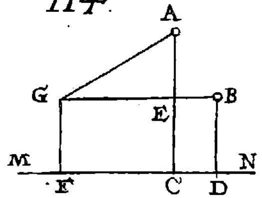
112.



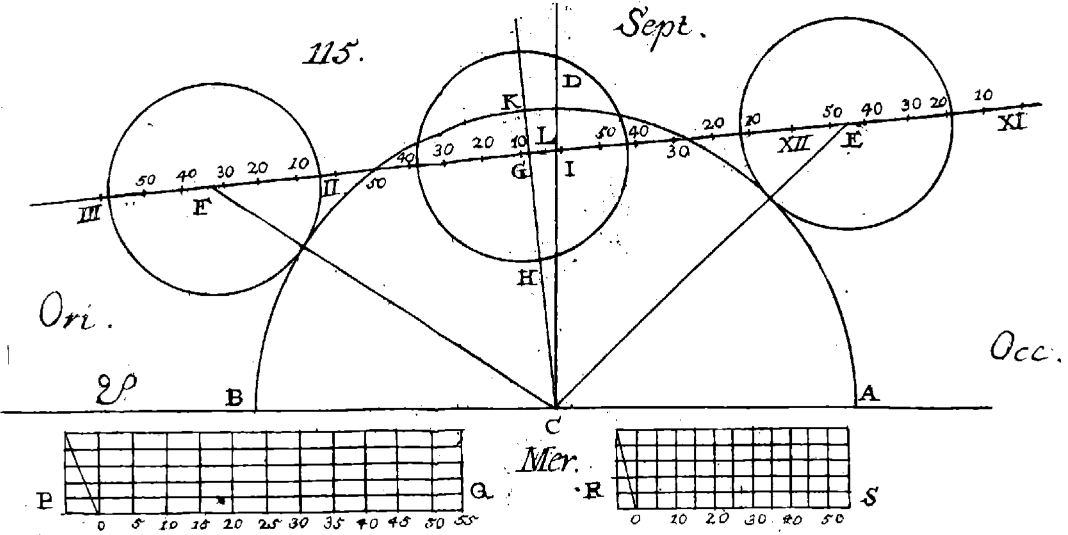
113.



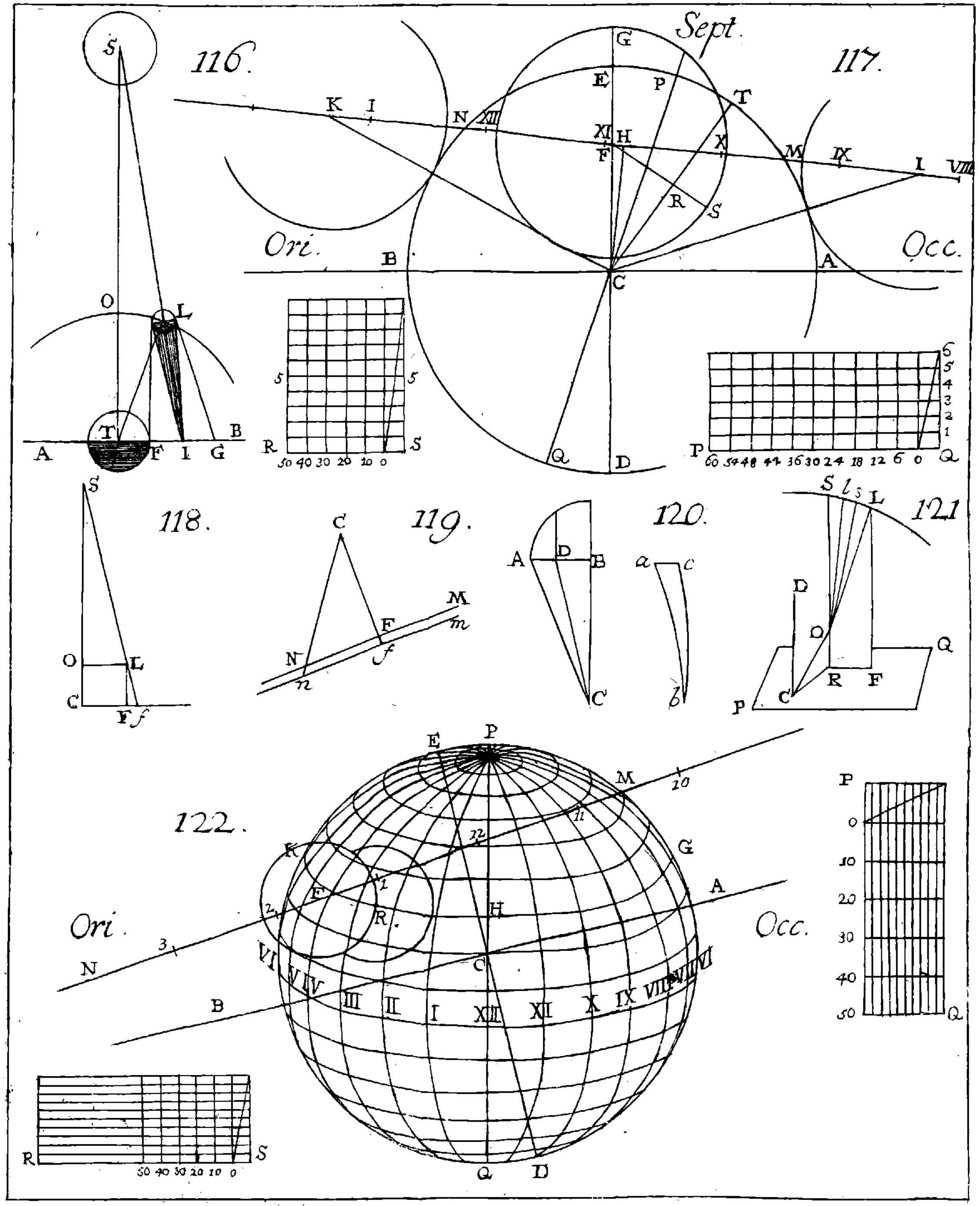
114.



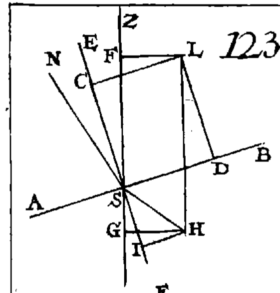
115.

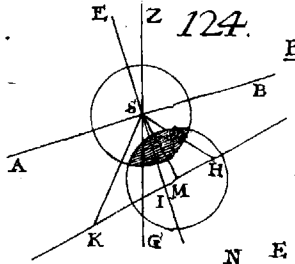


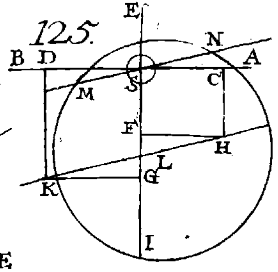
Tab. VIII.

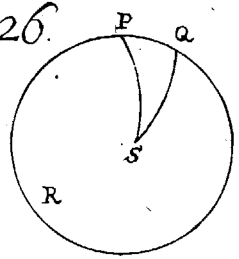

116.
117.
118.
119.
120.
121
122.
Sept.
Ori.
Occ.
Ori.
Occ.
S
O
L
T
A
F
I
G
B
K
I
N
XII
E
G
P
T
XI
H
F
X
M
IX
I
VIII
R
S
C
A
B
Q
D
R
S
5
5
50 40 30 20 10 0
P
Q
60 54 48 44 36 30 24 18 12 6 0
1 2 3 4 5 6
S
O
L
C
F
f
C
N
n
F
f
M
m
A
D
B
C
a
c
b
S
l
s
L
D
O
R
F
C
P
Q
E
P
M
10
11
12
G
K
1
F
2
R
H
A
3
N
C
B
VI
V
IV
III
II
I
XII
XI
X
IX
VIII
VII
VI
Q
D
P
0
10
20
30
40
50
Q
R
S
50 40 30 20 10 0

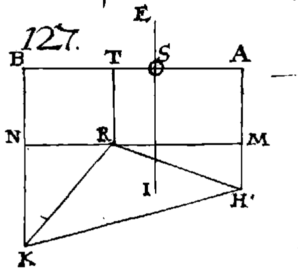
Tab. IX.

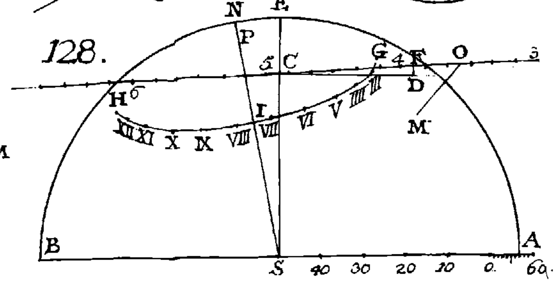

123.

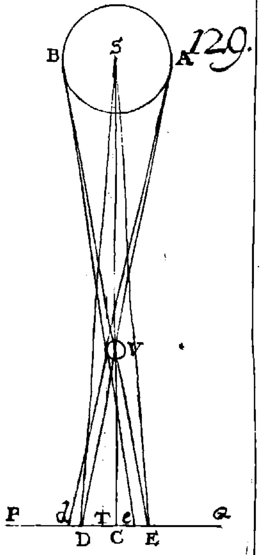

124.

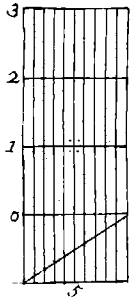

125.

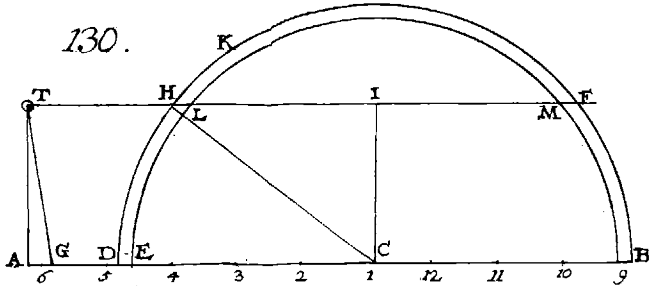

126.

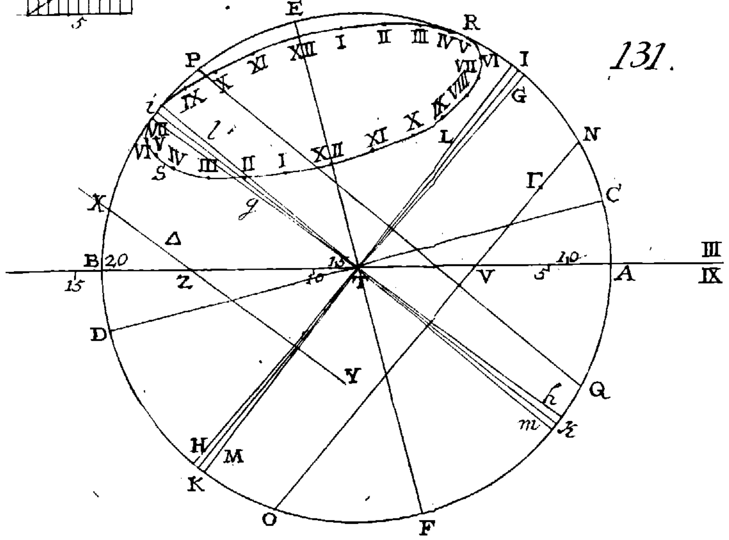

127.

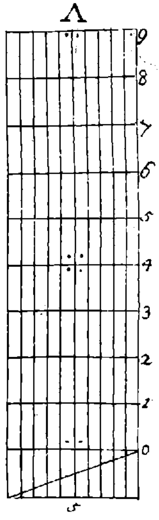

128.

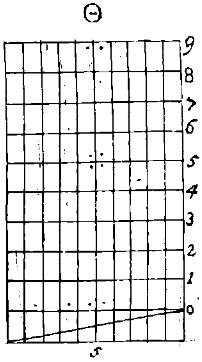

129.




130.

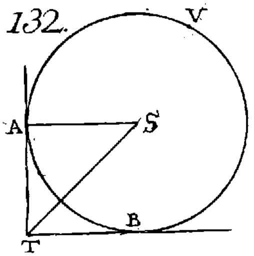

131.


Λ

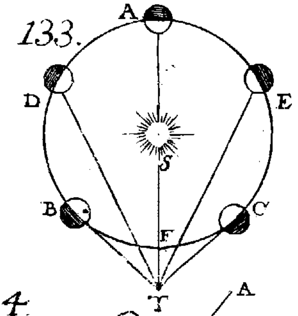

Θ

Tab. X.

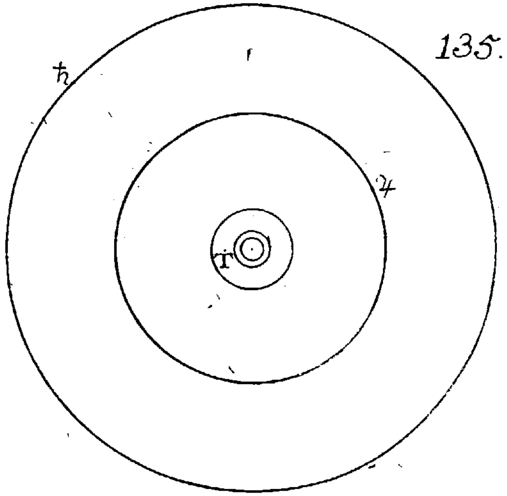
132.



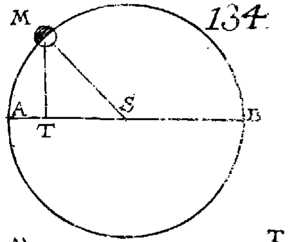
133.



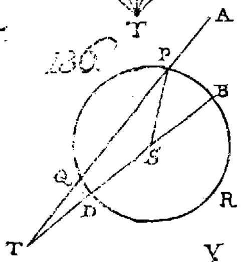
135.



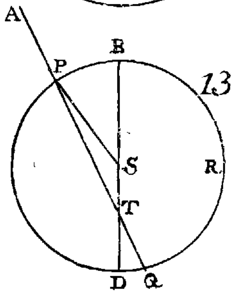
134.



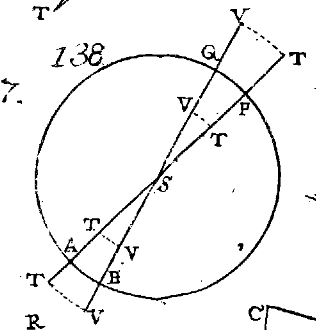
136.



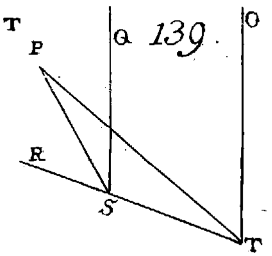
137.



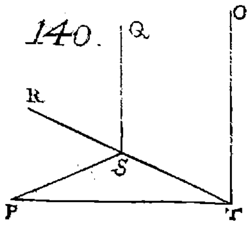
138.



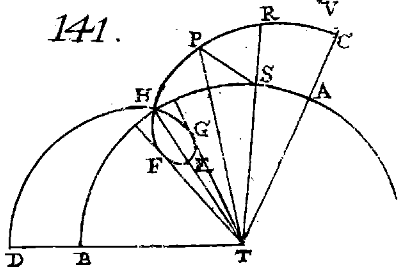
139.



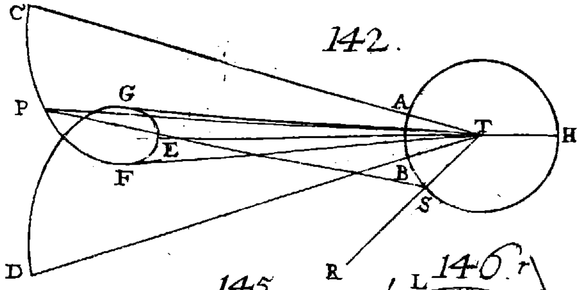
140.



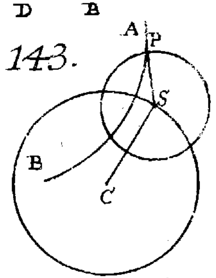
141.



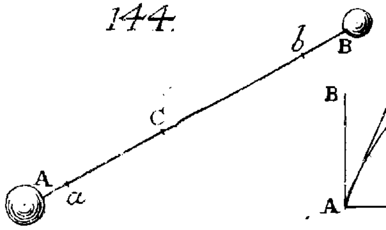
142.



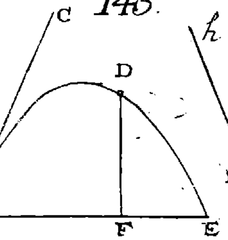
143.



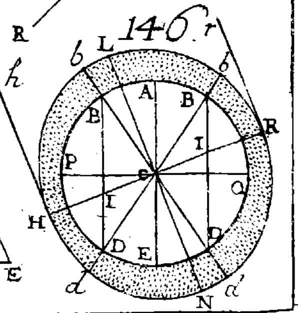
144.



145.

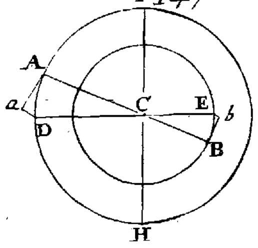


146.

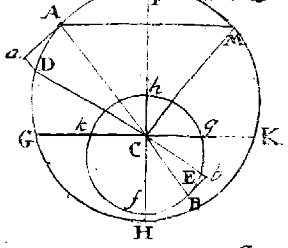


Tab. XI

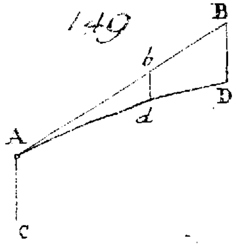
147



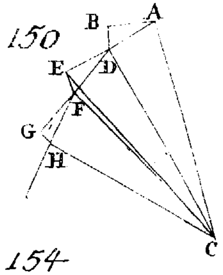
148



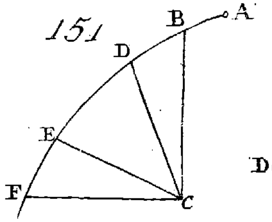
149



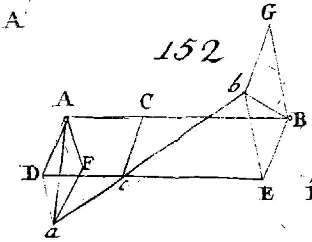
150



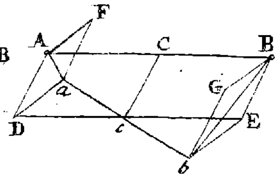
151



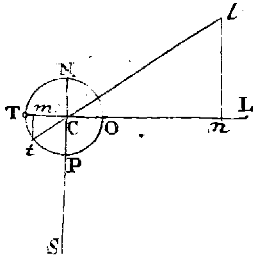
152



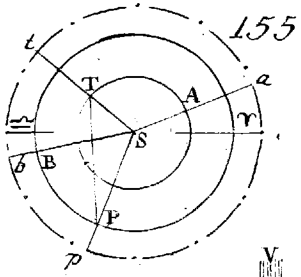
153



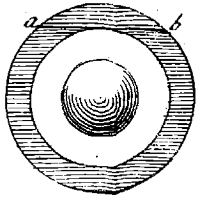
154



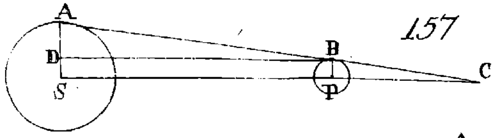
155



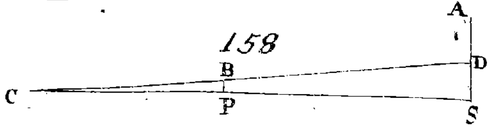
156



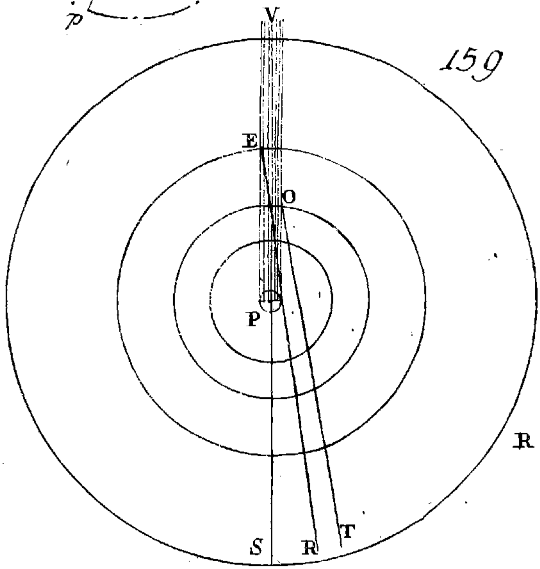
157



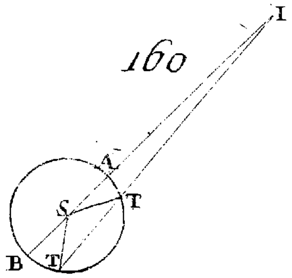
158



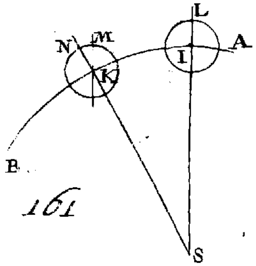
159



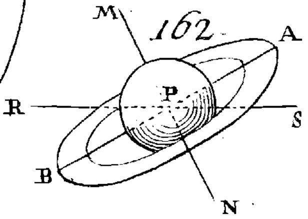
160



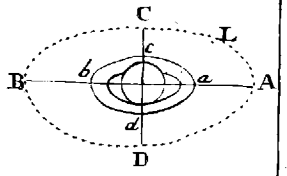
161



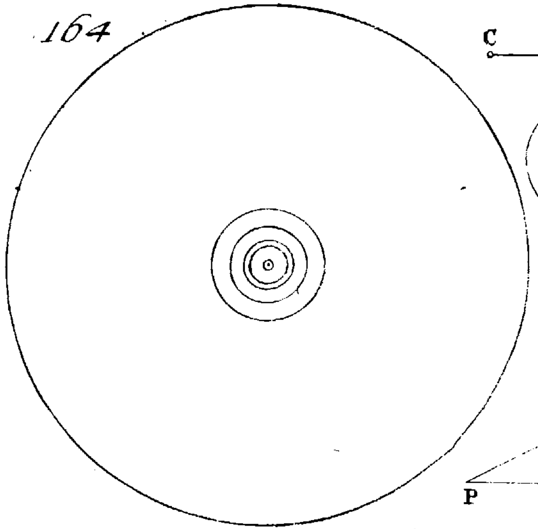
162

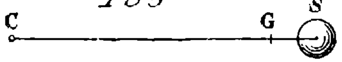


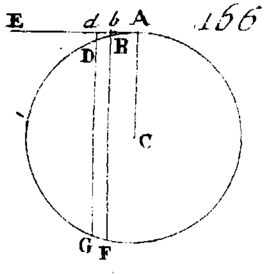
163

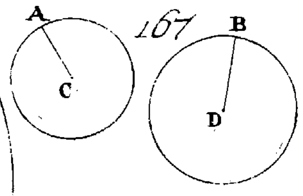


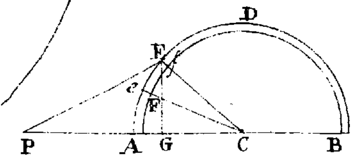
Tab. XII

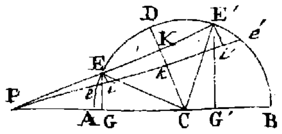
164


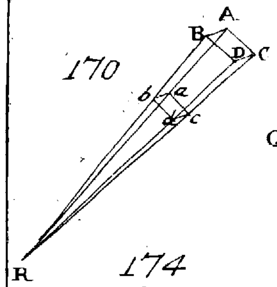
165


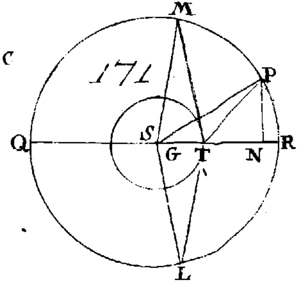
166


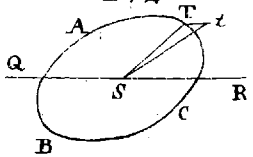
167


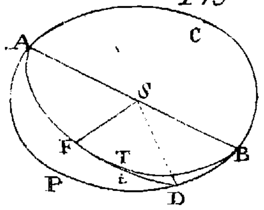
168


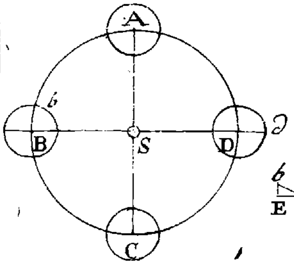
169


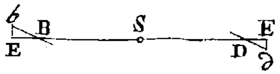
170


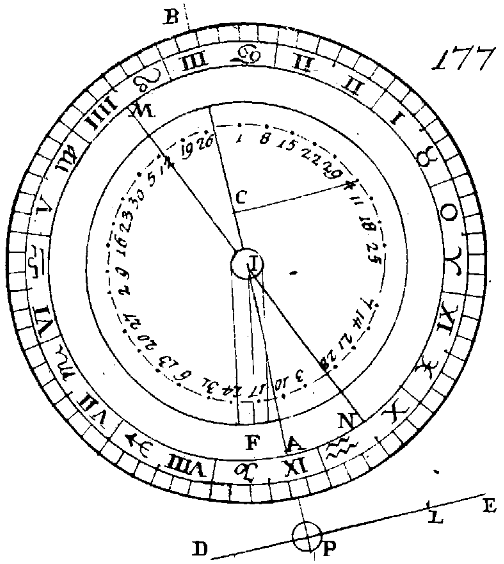
171


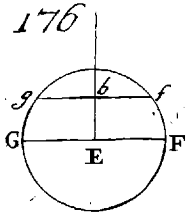
172


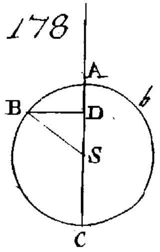
173


174


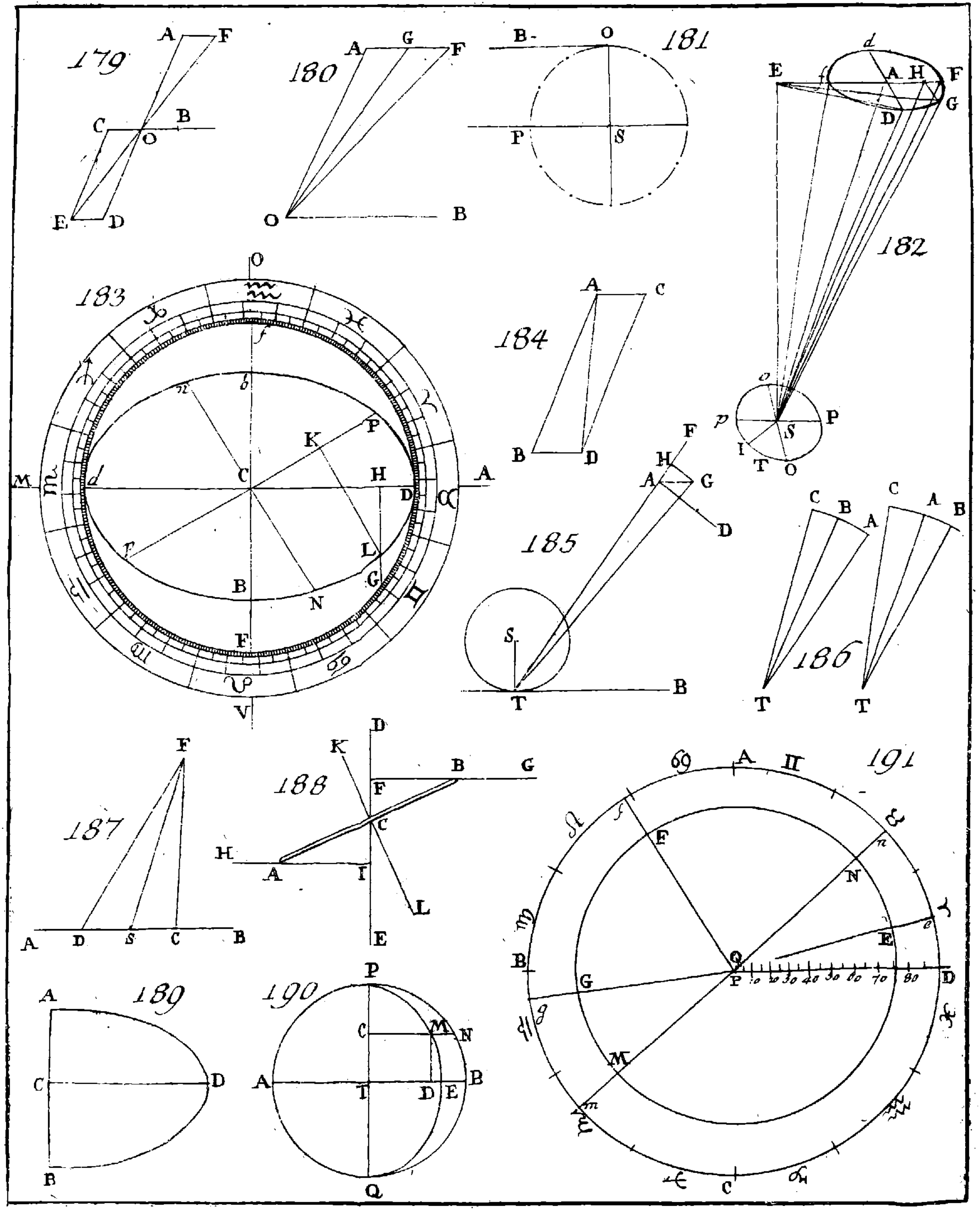
175


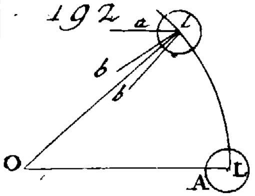
177


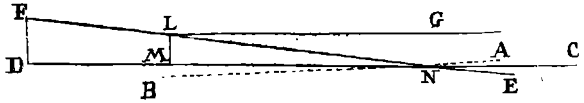
176


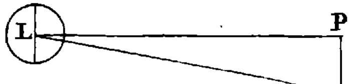
178


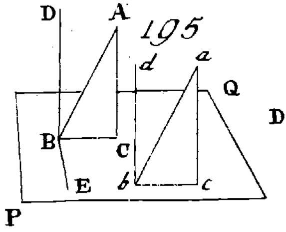
Tab. XIII

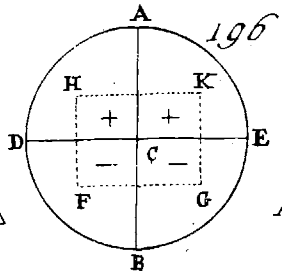

179
A
F
C
B
O
E
D
180
A
G
F
O
B
181
B
O
P
S
182
d
E
f
A
H
F
D
G
o
p
P
S
I
T
O
183
O
f
n
b
K
P
M
d
C
H
D
A
L
r
G
B
N
F
V
184
A
C
B
D
185
F
H
A
G
D
S
T
B
186
C
B
A
C
A
B
T
T
187
F
A
D
S
C
B
188
D
K
B
G
F
C
H
A
I
L
E
189
A
C
D
B
190
P
C
M
N
A
T
D
E
B
Q
191
A
f
F
n
N
o
E
B
G
Q
P
10
20
30
40
50
60
70
80
D
g
M
m
C

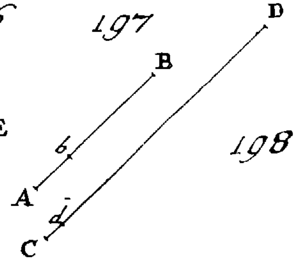

192
a
l
b
b
O
A
L

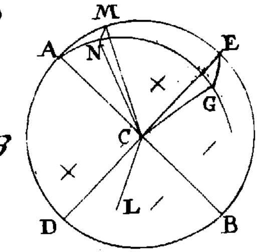

193
F
L
G
D
M
A
C
B
N
E

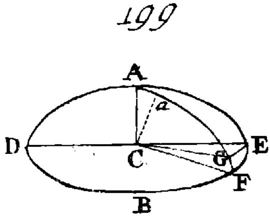

L
P
194
O

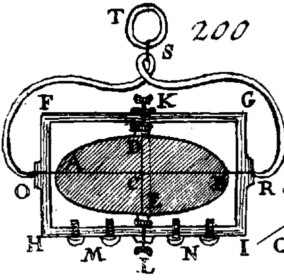

195
D
A
d
a
Q
B
C
E
b
c
P

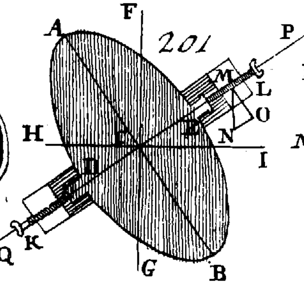

A
196
H
K
+
+
D
E
C
—
—
F
G
B

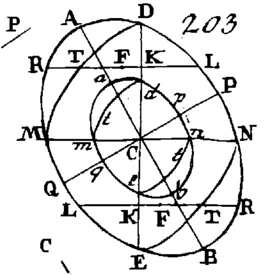

197
D
B
b
A
d
C

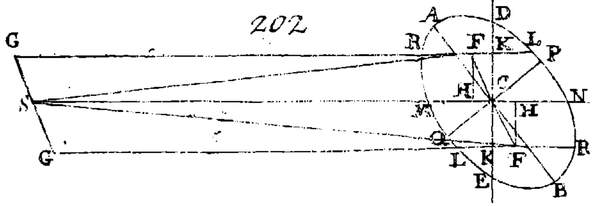

198
M
A
N
E
G
C
L
D
B

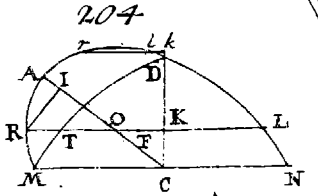

199
A
a
D
C
E
G
F
B

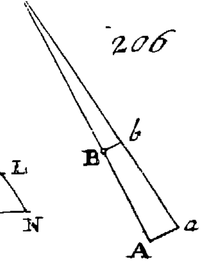

T
S
200
F
K
G
A
C
O
R
H
M
L
N
I

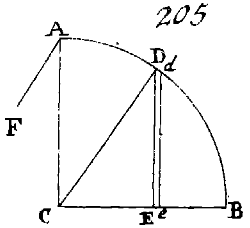

A
F
201
P
M
L
O
H
N
I
D
K
G
B

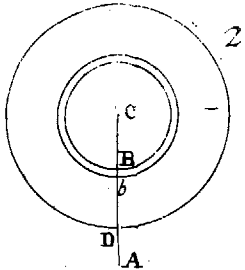

A
D
203
R
T
F
K
L
P
a
d
p
M
N
m
C
n
Q
L
K
F
T
R
E
B

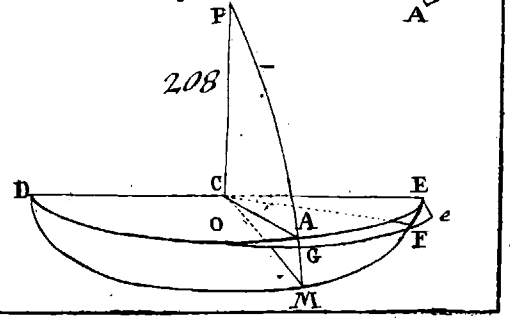

202
A
D
G
R
F
K
L
P
S
H
C
N
M
H
R
Q
G
L
K
F
E
B


204
r
l
k
A
I
D
R
O
K
L
T
F
M
C
N

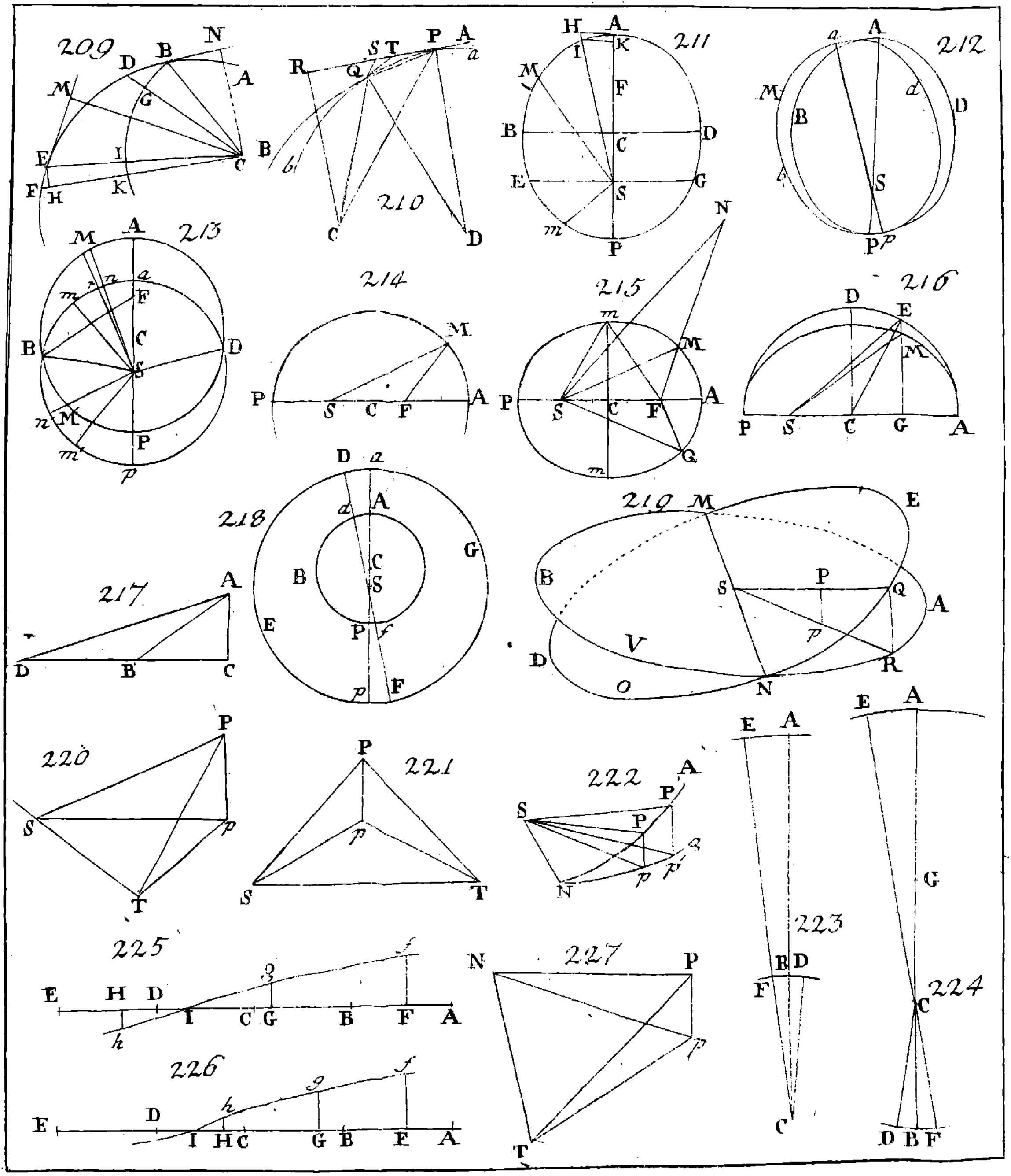

206
b
B
A
a


205
A
D
d
F
C
E
e
B

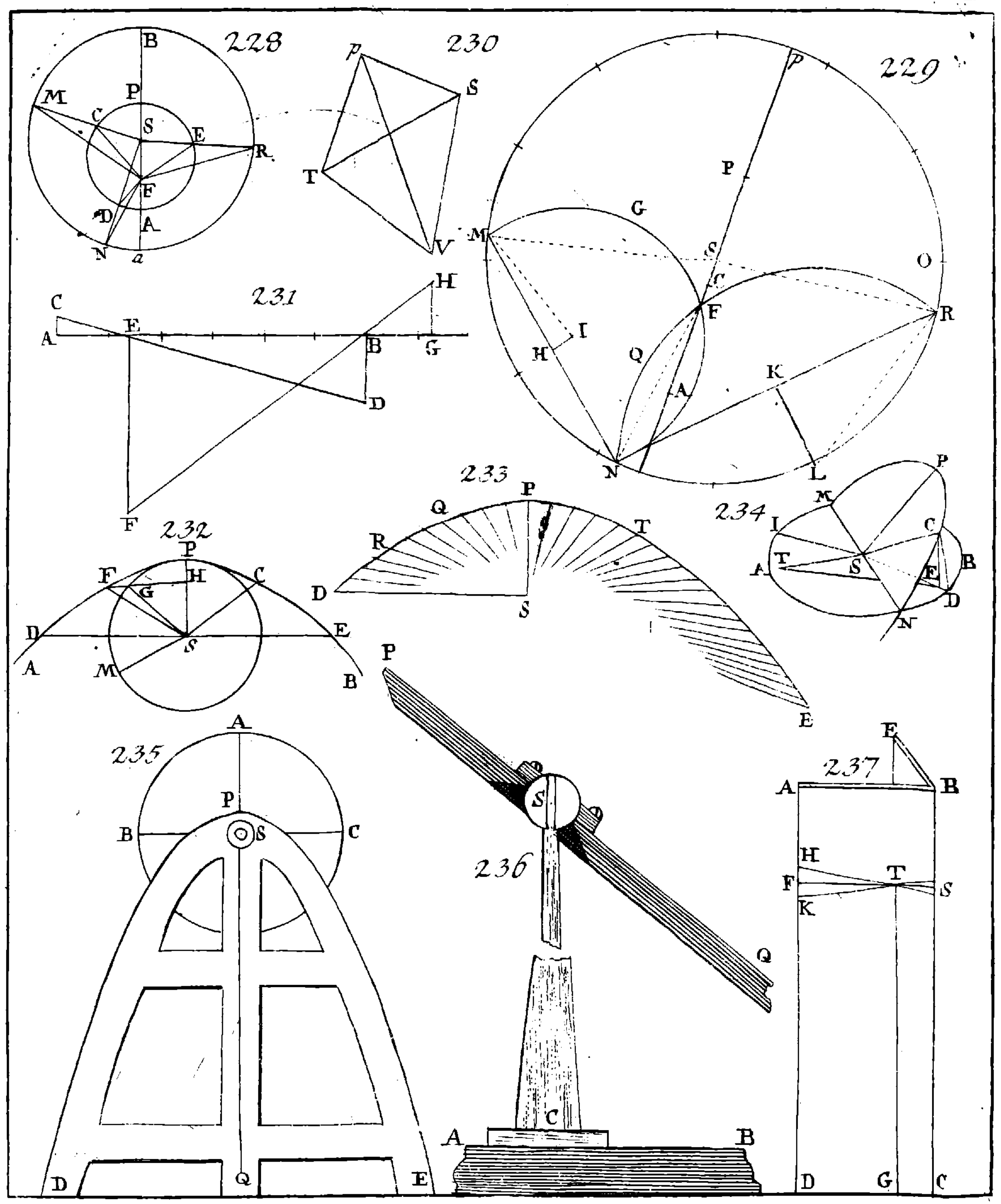

207
C
B
b
D
A


P
208
C
D
E
O
A
e
F
G
M

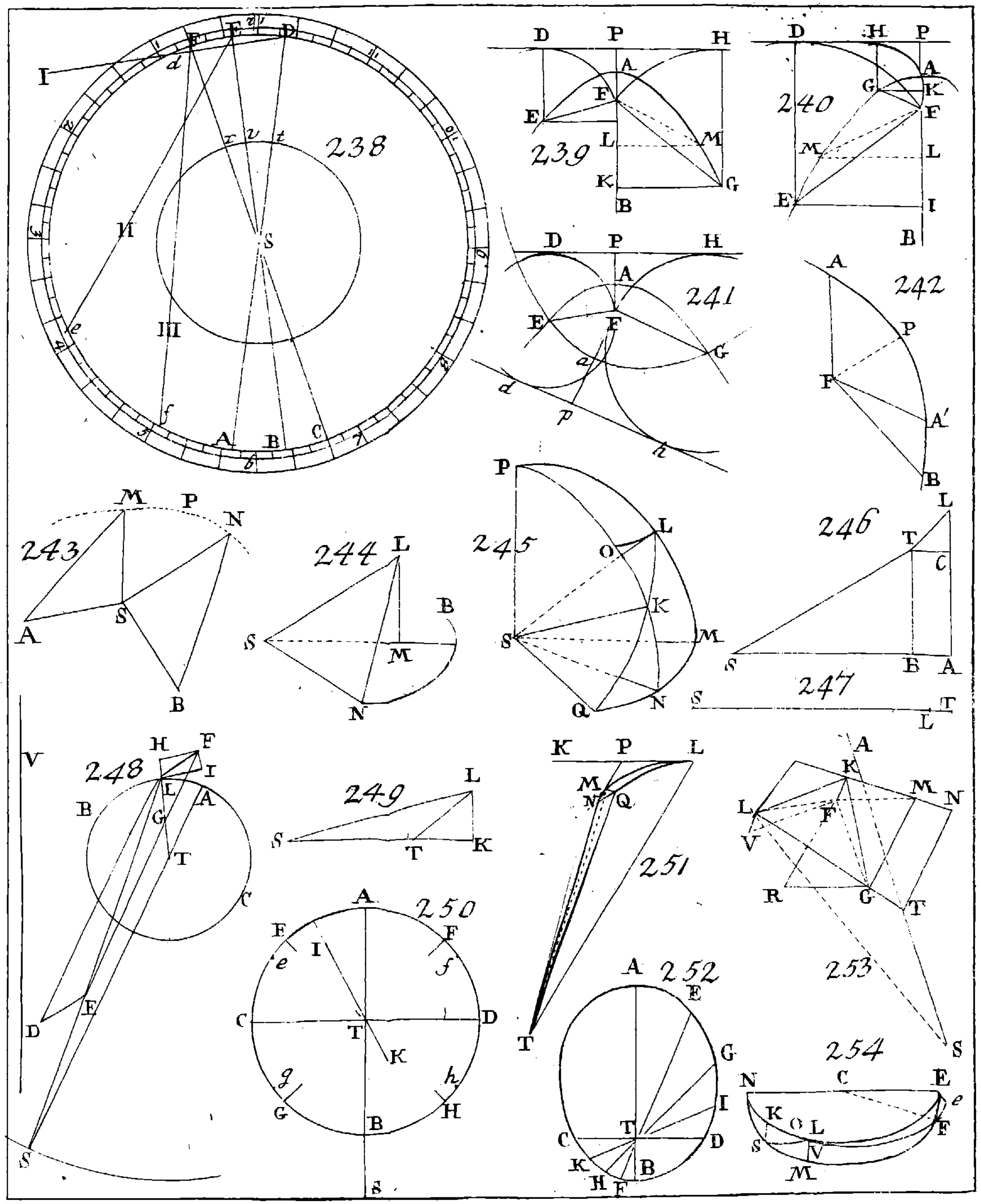
Tab. XV.


209
N B D A M G E I C B F H K
210
R S T P A Q a b C D
211
H A I K M F B C D E S G m P
212
a A M B d D b S P p
213
M A a n m F C B S D n M P m p
214
M P S C F A
215
N m M P S C F A Q m
216
D E M P S C G A
217
A D B C
218
D a d A C B G S E P f p F
219
M E B S P Q A V p D R o N
220
P S p T
221
P p S T
222
A P S P a N p p
223
E A B D F C
224
E A G C D B F
225
f g E H D I C G B F A h
226
f h g E D I H C G B F A
227
N P p T

Tab. XVI.


228
B
P
M
C
S
E
R
F
D
A
N
a
230
p
S
T
V
229
p
P
G
M
S
C
F
O
R
I
H
Q
A
K
N
L
231
C
A
E
B
G
H
D
F
232
P
F
H
C
G
D
E
A
S
M
B
233
P
Q
T
R
D
S
E
234
P
M
I
C
A
T
S
E
B
D
N
235
A
P
B
S
C
D
Q
E
236
P
S
Q
C
A
B
237
E
A
B
H
F
T
S
K
D
G
C

Tab. XVII.


238
I
F
d
E
D
II
III
S
x v t
e
f
A B C
239
D P H
A
E
F
L
M
K
G
B
240
D H P
A
G K
F
M
L
E
I
B
241
D P H
A
E F
G
a
d
p
h
242
A
P
F
A′
B
243
M P N
A
S
B
244
L
B
S
M
N
245
P
L
O
K
S
M
Q N
246
L
T
C
S
B A
247
S T
L
248
V
H F
L I
B A
G
T
C
D
E
S
249
L
S T K
250
A
E F
e I f
C T D
K
g h
G B H
S
251
K P L
M
N Q
T
252
A E
G
I
C T D
K B
H F
253
A
K
L M N
F
V
R G T
S
254
N C E
e
K O L
F
S V
M