





A. 7.



~~A. S. S.~~
Johann Andreas von Segner,

Er. königl. preuß. Maj. geh. Rath, ersten Lehrers der Mathematik und Naturlehre
bey der königl. Friedrichsuniversität, Mitgliedes der kaysrl. Academie zu Petersburg, der königl.
Societät zu London, und der königlichen Academie der Wissenschaften
zu Berlin,

Astronomische Vorlesungen.

Eine deutliche
Anweisung
zur gründlichen
Kenntniß des Himmels.



Erster Theil.

Halle,
Im Verlage Johann Jakob Curts. 1775.

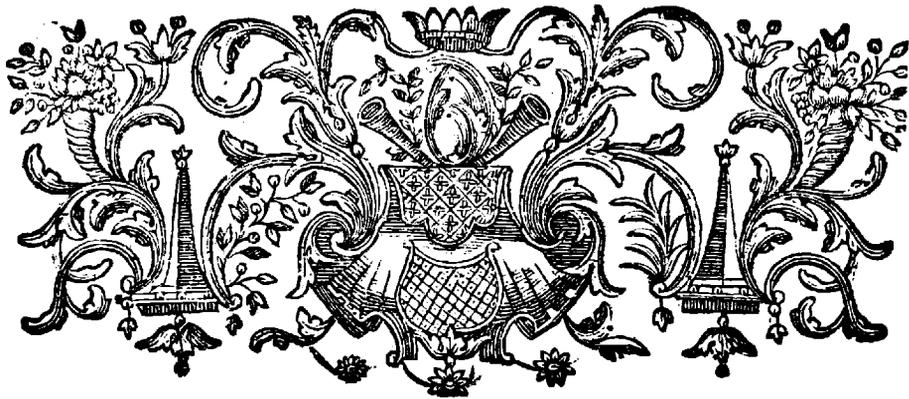


4180



92412

E



Vorrede.

Das Amt eines academischen Lehrers, welches mich verbindet, was nur immer in meinem Vermögen stehet, zur Erläuterung der mir obliegenden Theile der Gelehrsamkeit beyzutragen, und vielleicht dieses allein, kan mich bey denen rechtfertigen, welchen die Abhandlung einer Wissenschaft, die mit Recht als die erhabenste angesehen wird, mit welchen sich der menschliche Verstand beschäftigen kan, als ein für mein Alter und übrige Umstände allzukühnes Unternehmen ansehen dürften. Und dieses, ja noch mehr als dieses, würde es in der That seyn, wenn ich dabey den Vorsatz hätte, die herrlichen Schriften dieser Art, welche wir in einer nicht geringen Zahl besitzen, zu übertreffen, oder auch nur denselben gleich zu kommen. Ich kenne aber meine Kräfte zu wohl, daß ich eine solche Hofnung schöpfen oder unterhalten solte; und mein ganzes Bestreben gehet nur dahin, die wenigen, welche sich die Mühe geben wollen,

Vorrede.

mein Buch mit Aufmerksamkeit zu lesen, zu einer höhern, aus jenen vollkommenern Werken zu schöpfenden Erkenntniß vorzubereiten, und ihnen den Verstand derselben zu erleichtern: Es müste denn seyn, daß einige unter ihnen mit meiner Einleitung zufrieden seyn wolten, ohne nach der weit ausgebreiteten Erkenntniß und mannigfaltigen Geschicklichkeit zu streben, die einen eigentlichen Himmelforscher ausmachen. Ich stelle mir vor, daß dieser letztern die meisten seyn werden, und habe, in der Absicht auch denselben nützlich zu werden, nichts vorbey gelassen, so die Wunder begreiflich machen kan, welche uns die im Ganzen betrachtete Schöpfung in so grosser Menge darbiethet, und die Spuren der unendlichen Weisheit zu entdecken, von welcher alles, zu allen Zeiten regieret wird. Diese Einsicht gehöret nicht allein für die Astronome; sondern ist, als eines der kräftigsten Mittel zur richtigen und lebhaften Erkenntniß Gottes zu gelangen, einem jeden, der sich die Erhebung seines Geistes, und die Verbesserung seines Verstandes und Herzens angelegen seyn läffet, vorzüglich anzupreisen. Nach diesem Endzwecke bitte ich meine Arbeit zu beurtheilen.

Aus der Ursache ist die umständliche Anweisung zur Berechnung der an dem Himmel wahrzunehmenden Begebenheiten fast durchaus weggeblieben, und es sind nur die Gründe dieser Rechnungen, so deutlich als es mir möglich war, vorgetragen worden. An vielen Stellen werden, statt derselben, geometrische Zeichnungen gebraucht, welche, ob sie wohl das gesuchte nicht immer so genau geben, als es verlangt wird, doch auch in gar vielen Fällen hinlänglich, und immer leichter zu übersehen sind, als eine Rechnung, welche die mehresten so sehr ermüdet, und ihre Aufmerksamkeit sogar beschäftiget, daß es ihnen schwer wird, sich dabey auch den Gegenstand derselben mit der gehörigen Deutlichkeit vorzustellen. Und gemeinlich

Vorrede.

niglich gibt die geometrische Zeichnung auch eine Anweisung zu der kürzesten Berechnung, die einem jeden beyfallen wird, der die dazu gehörigen Hilfsmittel in seiner Gewalt hat.

Der Abgang einer etwas vollständigen Beschreibung heut zu Tage bey den Beobachtungen gebräuchlicher Werkzeuge, welche mir ebenfalls ausser meinem Zweck zu seyn geschienen hat, ist nicht so leicht zu ersetzen. Diese sind in der Zeit von mehr als einem Jahrhundert nach und nach von den größten und geübtesten Sternforschern ausgedacht, verbessert, durch scharfsinnige und geschickte Künstler verschiedentlich ausgeführt, und also endlich zu der Vollkommenheit gebracht worden, in welcher sie gegenwärtig stehen. Wer kan sich versprechen, ohne weiterer Beyhülfe, durch ein kurzes Nachsinnen eben so weit zu kommen? Es ist aber eine genauere Kenntniß dieser Dinge nur denjenigen nothwendig, die sich selbst mit würllichen Beobachtungen beschäftigen wollen: und diesen kan es nicht schwer seyn einen bequem eingerichteten und mit einer auserlesenen Geräthschaft hinlänglich versehenen Beobachtungsort zu Gesicht zu bekommen; unter welchen ich den göttingischen vorschlagen würde, wenn nicht der Bau desselben fast gänzlich mein Werk wäre. In Ermangelung einer Gelegenheit hiezu können die Beschreibungen des Herrn de la Lande, welche er seinem grossen Werke einverleibet hat, auch ohne einem weitem Zusatz, eine hinlängliche Befriedigung geben.

Vorlesungen. Diese Benennung hat das Buch erhalten, theils weil würllich der erste Entwurf desselben zum Behuf des mündlichen Vortrags der Astronomie gedienet hat, welchen ich vor etlichen Jahren gegeben habe; und theils, weil mir dieselbe eine grössere Freyheit erlaubte, als fast eine jede andere Aufschrift würde gestattet haben. Sie widersezt sich keinesweges

Vorrede.

wohl angebrachten Wiederholungen, verträgt eine etwas weitläufige, nicht eben nach den strengsten Regeln vorgetragene Erklärung, eine kleine Ausschweifung, mit einem Wort, sie gestattet alles, so etwas zu der Deutlichkeit beytragen kan, welche von Lehrbegierigen vornehmlich verlangt wird: und ich bin bemühet gewesen mich dieser Freyheit aufs beste zu bedienen, ohne sie zu mißbrauchen. Zu dem Ende habe ich mir meinen Leser anfänglich, als des Himmels völlig unkundig vorgestellt, und habe gesucht die zur Kenntniß desselben nöthige Begriffe durch die Erscheinungen selbst in der natürlichsten Ordnung zu entwickeln, bey welcher immer das nachfolgende von dem vorhergehenden Licht empfängt, und durch dasselbe gegründet wird. Freylich mußte ich dabey so viele Kenntniß der Geometrie, der Trigonometrie und Analytic voraussetzen, als bey unsern angehenden Gelehrten selten genug angetroffen wird. Allein darwider ist kein Mittel: und diejenigen, welche versäumt haben sich diese Grundwissenschaften bekant zu machen, müssen es sich gefallen lassen, wenn sie nicht nur die astronomischen, sondern auch andere wichtige Lehren bloß mit fremden Augen sehen können, und vieles ihnen immer dunkel und verworren bleibt. Was von mir geschehen konnte, habe ich gethan, indem ich mich fast bis zu den ersten Grundsätzen erniedriget, und vieles, zum Nutzen der Anfänger, so weitläufig aus einander gesetzt habe, als es die Furcht, bey geübtern einen Eckel zu erregen, gestatten wolte: wovon auffer verschiedenen andern Stellen, der ganze erste Abschnitt, in welchem die beträchtlichsten Eigenschaften der Ellipsen, samt deren in der Astronomie unentbehrlichen Theilung gezeiget, und diese mit einigen andern geometrischen Sätzen voraus gesendet werden; zu einer Probe dienen kan. Die ersten Gründe der Lehre von den Bewegungen und den bewegenden Kräften werden ebenfalls als bekant angenommen. Es sind
aber

Vorrede.

aber diese keine andere, als die in meiner Einleitung in die Naturlehre vorge-
tragen und erwiesen stehen, und in jedem guten Buche dieser Art anzutreffen
seyn müssen. Ich weiß, daß unsere studirende auch hierinne öfters gar
schlecht unterrichtet sind: und in den Anweisungen zur Geometrie, mit wel-
chen sie gemeiniglich hingehalten werden, fehlen sogar die Begriffe von der
Neigung der Linien und Flächen gegen andere Flächen, ohne welchen nie-
mand in der Astronomie einigen Fortgang haben wird. Allein, wer kan
helfen!

Die Lehren selbst mußten zwar aus andern Büchern genommen wer-
den, und ich habe mich dabey vornehmlich der neuesten und besten der Herren
de la Lande und la Caille bedienet. Ich habe aber diese Lehren, bevor ich
sie im teutschen zu Papier brachte, selbst durchgedacht, und ohne meine Mei-
ster auszuschreiben oder bloß zu übersetzen, nach der kürzesten und deutlichen
Art des Ausdrucks geforschet, welcher unserer Sprache gemäß ist. Bey die-
ser Beschäftigung ist mir verschiedenes eingefallen, so ich nicht unterdrücken
konnte, weil es entweder zur Erläuterung etwas beyzutragen, oder einen
würllichen Nutzen zu versprechen schien. Es ist unnöthig, daß ich mich bey
diesen Zusätzen aufhalte, welche größtentheils so sehr in das übrige verwebt
sind, daß sie nicht ohne Mühe davon abgesondert werden könnten. Ich suche
keine andere Ehre, als nach meinem wenigen Vermögen einen oder den an-
dern zu einer nähern Erkenntniß unsers Schöpfers angeführet zu haben,
wozu dergleichen Einfälle schwerlich etwas beitragen können. Doch wird
mir erlaubt seyn zu melden, daß es mich freuen würde, wenn ich das Urtheil
einsichtsvoller Männer über einige dieser Gedanken erfahren könnte, unter
welchen der Entwurf eines Durchgangs der Venus oder des Mercuris
durch die Sonne vielleicht der vornehmste ist. Zwar stelle ich mir dieses
Urtheil

Vorrede.

Urtheil günstig vor. Es wird aber auch eine bescheidene Anzeige der Fehler, die ich hier oder da begangen haben möchte, mir und meinem Buche zur Besserung dienen.

Mein Vorsatz war diese Einleitung so vollständig zu machen, als es der Zweck derselben und meine Kräfte leiden wolten. Doch war auch eine allzustarke Weitläufigkeit zu vermeiden, und man konnte, selbst bey leichtern Abhandlungen, sich nicht auf alle Kleinigkeiten einlassen, sondern musste verschiedenes dem Nachdenken und weiterm Nachforschen des Lesers überlassen. Allzuschwerere Betrachtungen litte dieser Zweck gar nicht. Ich konnte aufshöchste die Gründe derselben in einiges Licht setzen, und sahe mich gezwungen damit abzubrechen. Ohnfehlbar werden einige urtheilen, daß dies allzuoft, andere aber, daß es nicht oft genug geschehen sey. Jene muß ich ersuchen mit meinem Unvermögen Gedult zu haben: diese aber können sich selbst helfen, wenn sie, was ihnen zu schwer ist, überschlagen, und zu einer weitem Untersuchung aussetzen.

Dem Herrn Verleger hat es gefallen diesesmal den ersten Theil des Werkes besonders herauszugeben. Der zweite ist über die Hälfte zum Drucke fertig, und ich kan versprechen, daß, wenn nicht unerwartete Zufälle es verhindern, derselbe nach einer kürzern Zeit erscheinen werde, als ein aufmerkamer Leser, dem die Astronomie etwas neues ist, brauchen dürfte, sich die in diesem ersten enthaltene Lehren bekant zu machen. Jener zweite Theil soll die Ursachen der Erscheinungen aufklären, welche in dem gegenwärtigen beschrieben und aus einander gesetzt worden. Beide Theile aber werden die ganze Absicht, die ich bey dieser Arbeit gehabt habe, so weit ich dieses erwarten dorfte, erfüllen. Halle den 25. Merz 1775.

J. A. v. Segner.

Der



Der
Astronomischen Vorlesungen
 erster Abschnitt.

Grundsätze aus der Geometrie.

§. I.



nach dem Cirkel und den verschiedenen Theilen desselben, wird in der Astronomie keine krummlinichte Figur häufiger gebraucht, als die Ellipse; deren vornehmste Eigenschaften also als bekant vorausgesetzt werden müssen. Dieses macht eine kurze Abhandlung derselben hier, wo nicht notwendig, doch wenigstens nicht überflüssig. Es scheinet aber unter den verschiedenen Wegen, welche bey der Betrachtung dieser Figur, und der krummen Linie, von welcher sie begränzet wird, genommen werden können, zu unserm Entzwecke derjenige der schicklichste zu seyn, welcher die Ellipse als den orthographischen Entwurf eines Cirkels vorstellet, und nach diesem Begriffe

A

ihre

ihre Eigenschaften, aus den bekanten Eigenschaften des Circels, herleitet. Dieses wird uns zugleich zur Parabel führen, welche Linie ebenfalls, wie in der Naturlehre, so auch in der Astronomie, gar sehr in Betrachtung kommt.

§. 2. Wir wollen uns dabey der Erleichterung bedienen, die uns die gemeine Buchstaben-Rechnung darbiethet, indem wir nehmlich alle Arten von Grössen, und ins besondere die geraden Linien, durch einzelne Buchstaben vorstellen, und mit diesen nach den leichten Regeln dieser Rechnung verfahren. Die Wahl dieser Buchstaben giebt zwar an sich keine Schwürigkeit, weil ein jeder Buchstabe eine jede Grösse bedeuten kan, was sie auch, zu einer andern Grösse ihrer Art, für eine Verhältniß haben mag; und diejenigen, welche man sich in Ansehung anderer als unendlich groß oder unendlich klein vorstelllet, machen hierinne keine Ausnahme. Doch kan eine geschickte Wahl derselben, wie überhaupt aller Zeichen, an welche wir unsere Begriffe binden, uns die Betrachtung gar sehr erleichtern. In dieser Absicht erfordern vornehmlich die Grössen, welche so klein sind, daß sie in Ansehung anderer als Nichts betrachtet werden können, gemeinlich daß man sie besonders zeichne. Dieses geschieht bey uns also:

§. 3. Wenn x eine Grösse bedeutet, die nicht beständig einerley bleibt, sondern in einem fort wächst oder abnimt, so wird ein Zusatz zu derselben, welcher so klein ist, daß er in Ansehung der ganzen x in keine Betrachtung kömmt, durch dx bedeutet; und eben dieses bedeutet auch einen nicht weniger kleinen Abgang, welchen die Grösse x gelitten hat, so daß $x + dx$ die Grösse x mit dem Zusatze, und $x - dx$ dasjenige, so nach dem Abgange übrig geblieben ist, angiebt, und dx überhaupt die Differenz der beiden Grössen $x + dx$ und x , oder x und $x - dx$ bedeutet. Eben so bedeutet dy eine Kleinigkeit, die in Ansehung der y als Nichts betrachtet werden kan, und dz eine andere, die sich auf z eben so beziehet. Der Buchstabe d dienet zu nichts andern, als daß er anzeigt, daß ein so kleiner Theil der x , y , oder z , genommen werden müsse, und giebt in dieser Verbindung keinesweges eine besondere Linie, oder etwas dergleichen an.

§. 4. Die Betrachtung der dergestalt bezeichneten Kleinigkeiten, um welche verschiedene mit einander verknüpfte Grössen zugleich wachsen oder abnehmen, ist von gar vielfältigen und wichtigen Nutzen; sowol in der Geometrie selbst

selbst, als vornehmlich bey der Anwendung derselben. Denn die Kleinigkeiten dx , dy können dem ohngeachtet, daß man dx in Ansehung der x , und dy in Ansehung der y als Nichts betrachtet, dennoch mit einander verglichen werden, und man kan aus den Verhältnissen derselben ungemein vieles schliessen, so auf eine andere Art kaum zu entdecken ist, und öfters selbst die Grössen der durch ein vergleichen anhaltendes Wachstum nach und nach entstehenden Dinge heraus bringen; wozu in der sogenannten Differential- und Integral Rechnung Anweisung gegeben wird.

Von den orthographischen Entwürfen.

§. 5. Was nun die orthographischen Entwürfe anlangt, so wird überhaupt eine jede ebene oder körperliche Figur in einer Ebene, was diese auch für eine Lage haben mag, orthographisch entworfen, wenn man von einem jeden Punkte der zu entwerfenden Figur auf die Ebene, in welcher sie zu entwerfen ist, eine gerade Linie dieser Ebene perpendicular ziehet. Das Punct der Ebene, auf welches diese Perpendicularlinie fällt, ist alsdenn die Vorstellung desjenigen Puncts der Figur, durch welches sie gezogen ist; und alle diese Puncte, mit einander verknüpft, geben die orthographische Vorstellung oder den orthographischen Entwurf, der gegebenen Figur, in ihrer ebenfalls gegebenen Lage.

§. 6. Die Grundrisse der Baumeister und anderer Künstler, sind orthographische Entwürfe, welche aber dieses besondere haben, daß bey denselben die Fläche des Entwurfs gemeiniglich horizontal oder wagerecht genommen wird: wiewol auch andere orthographische Risse verfertigt werden, zu welchen die Fläche des Entwurfs auf dem Horizonte senkrecht stehet. Ueberhaupt aber ist es gar nicht notwendig, daß die Fläche, auf welcher eine orthographische Vorstellung entworfen werden soll, die eine oder die andere dieser Lagen habe. Nur muß diese Lage bestimmt und völlig bekant seyn.

§. 7. Wenn nun PQ (*T. I. Fig. 1.*) die Fläche des Entwurfs ist, und *T. I. Fig. 1.* A ein Punct ausser derselben, durch welches AB der Fläche PQ perpendicular fällt; so ist B , in welchem Puncte AB die Fläche erreicht, die Vorstellung des Puncts A , und zugleich eines jeden andern C oder D , welches in der nach dieser oder jener Seite mehr oder weniger verlängerten AB liegt: so daß alle Puncte,

T. I. Fig. 1. welche in die ins Unendliche verlängerte AB fallen, durch einenley Punct B vorgestellt werden; welches demnach auch die Vorstellung einer jeden solchen Linie, AB , CB oder BD seyn wird.

§. 8. Die Entfernung des Puncts A von der Fläche PQ ist AB ; und so ist C von dieser Fläche um CB , und das Punct D um BD entfernt. Diese Entfernungen werden in dem orthographischen Entwurfe von einander nicht unterschieden. Es giebt derselbe nicht einmal an, ob das in B entworfenene Punct wie A und C an dieser, oder wie D an der andern Seite der Fläche PQ liege, oder ob es, wie B , wenn dieses zugleich ein Punct der vorzustellenden Figur ist, selbst in diese Fläche falle. Es werden immer, ausser dem orthographischen Entwurfe, noch andere Gründe erfordert diese Entfernungen zu beurtheilen, die zuweilen in unserer Gewalt sind, zuweilen aber nicht.

§. 9. Hieraus folgt, daß unendlich viele von einander gar sehr verschiedene Figuren eben die orthographische Vorstellung haben können; und daß überhaupt dadurch, daß man eine Figur der Fläche ihrer Vorstellung PQ nähert, oder von derselben entfernt, der Entwurf derselben niemals geändert werde, wenn bey dieser Annäherung oder Entfernung der Figur alle Puncte derselben in den geraden Linien bleiben, welche durch diese Puncte, bey ihrer ersten Lage, der Fläche PQ perpendicular gezogen werden konten. So ist BEF zugleich die Vorstellung der Dreyecke AGH , CEI , DKL , und unendlich vieler anderer, deren Ecken in die geraden Linien AD , GK , HL fallen, welche sämtlich der Fläche PQ perpendicular sind.

§. 10. Die Vorstellung einer geraden Linie, welche der Fläche PQ parallel lieget, ist dieser Linie immer gleich und parallel, wie gar leicht zu sehen ist.

T. I. Fig. 2. Ist aber (*T. I. Fig. 2.*) eine gerade Linie AB gegen die Fläche des Entwurfs also geneiget, daß sie diese Fläche antreffen, und mit derselben einen schiefen Winkel einschließen muß, wenn sie verlängert wird; und man ziehet von den äußersten Puncten dieser AB die AC und BD der Fläche perpendicular; so wird die Fläche des Entwurfs von derjenigen, in welcher die AC und BD beide liegen, in CD geschnitten, und CD ist der Entwurf der AB . Eben diese CD ist zugleich der Entwurf der AE , welche in der Fläche AD der CD parallel lieget, und also genau so groß, als diese AE . Wird die Fläche AD erweitert, so daß der Durchschnitt derselben mit der Fläche

Fläche des Entwurfs sich weit genug gegen *Ferstrecket*, so wird dadurch auch die *CD* *T. I. Fig. 2.* verlängert, und läuft endlich mit der ebenfalls gehörig verlängerten *BA* in einem Punkte *F* zusammen, so in der Fläche des Entwurfs lieget: da dann der Winkel, welchen diese beide Linien bey *F* einschliessen, dem *BAE* gleich ist. Wird also dieser Winkel, unter welchem die verlängerte *AB* an die Fläche des Entwurfs anläuft, der Kürze halber *I* genant, so ist $AB : AE = 1 : \cos I$, und $AE = AB \cdot \cos I$. Denn es verhält sich in dem rechtwinklichten Dreyecke *BAE* allerdings *AB* zur *AE* wie der Radius zu dem Cosinus des Winkels *BAE*; und der Radius wird immer, mit vieler Bequemlichkeit, zur Einheit gemacht.

§. 11. Vermitteltst dieser Regel wird *CD*, die Länge des Entwurfs der geraden Linie *AB*, welche verlängert schief an die Fläche des Entwurfs anläuft, gar leicht gefunden. Und es folgt aus derselben, daß wenn zu verschiedenen geraden Linien der Winkel *I* von eben der Grösse ist, jede dieser Linien zu ihrem Entwurfe eben die Verhältniß $1 : \cos I$ haben werde, wie auch übrigens die Linien liegen mögen. Also müssen sich auch jede zwey solcher Linien, wie ihre Entwürfe, gegen einander verhalten. Der Winkel *I* ist das Complement desjenigen, welchen die zu entwerfende *AB* bey *B* oder sonst irgendwo, mit der *BD* einschließt, die von dannen auf die Fläche des Entwurfs perpendicular fällt. Also kan auch gesetzt werden $AB : AE$ oder $CD = 1 : \sin B$.

§. 12. Es ist aber der Winkel *I* und folgendes auch *B*, zu zwey verschiedenen geraden Linien, welche orthographisch zu entwerfen sind, nothwendig einerley, wenn sie, wie *AB* und *AG*, oder wie *AB* und *GF*, Theile von eben der geraden Linie sind, sie mögen nun unmittelbar an einander liegen oder nicht. Es laufen aber auch alle gerade Linien, die einander parallel liegen, unter einerley Winkel an die Fläche des Entwurfs, sowol, wenn sie sämlich in der Fläche liegen, welche durch zwey derselben hindurch gehet, als auch, wenn sie nicht alle in eine Fläche gebracht werden können.

§. 13. Denn wenn *PQ* (*T. I. Fig. 3.*) die Fläche des Entwurfs ist, an *T. I. Fig. 3.* welche die geraden Linien *AB*, *CD*, die einander parallel sind, bey *B* und *D* anlaufen, und es gehet durch diese Linien die Fläche *PS*, welche die vorige in *PD* schneidet; so kan man dieser Fläche sowol als der *PQ* die Gestalt eines Rechtecks geben, von welchem *PD* eine Seite ist. Sind nun in dem Rechtecke

6 Der Astronomischen Vorlesungen erster Abschnitt.

T. I Fig. 3. *PS* die Linien *AB*, *CD* so, wie sie in der Zeichnung erscheinen, verlängert, so können die *AE*, *CF* der *PQ* perpendicular gezogen werden, von welchen leicht zu sehen ist, daß sie so fallen müssen, wie sie die Zeichnung vorstellt. Werden nun auch die *EB*, *FD* gezogen, um die Winkel *ABE*, *CDF* zu erhalten, welche die Linien *AB*, *CD* mit der Fläche des Entwurfs einschließen, so werden, weil die Verhältniß *AB : CD* der Verhältniß *AP : CP* und diese wieder der Verhältniß *AE : CF* gleich ist, die rechtwinklichten Dreyecke *ABE*, *CDF* einander ähnlich, und ihre Winkel bey *B* und *D* bekommen einerley Grösse.

§. 14. Es ist aber der Winkel *ABE* oder *CDF* immer kleiner, als der Winkel *CPF*, welchen die Fläche *PS* mit der *PQ* einschliesst, und desto kleiner, je schiefer *AB*, *DC* an die Linie *PD*, in welcher die Flächen *PS*, *PQ* einander schneiden, anlaufen, das ist, je kleiner der Winkel *ABP* oder *CDP*, und je grösser also *PAB* oder *PCD* wird; und bey eben dem Umstande werden auch die Winkel in der Fläche des Entwurfs *EBP*, *FDP* immer kleiner. Dieses siehet man gar leicht, wenn man auf die rechtwinklichten Dreyecke *APE*, und *ABE* acht hat, welchen die Seite *AE* gemeinschaftlich ist. Denn es ist *EB* immer grösser als *EP*, welche auf die *PD* perpendicular fällt, und übertrifft diese *EP* desto mehr, je länger *PB* wird. Dadurch aber daß *PB* wächst, wird auch der Winkel *PEB* nothwendig vergrößert, und *EBP* verkleinert. Beyde Winkel *ABE* und *EBP* verschwinden gar, wenn *PB* unendlich groß, und dadurch *AB* der *PB* parallel wird, in welchem Fall also *AB* der *EB*, und diese der *PD* parallel werden muß.

§. 15. Sollen also bey unveränderter Lage der Flächen *PS*, *PQ*, die Winkel *ABE*, *EBP* immer grösser werden, so muß das Punct *B* sich dem *P* nähern, indem die beyden übrigen *A* und *E* unverrückt an ihrem Orte bleiben. Fällt dadurch endlich *B* selbst in *P*, und also *AB* auf *AP* und *EB* auf *EP*, so wird auch der Winkel *ABE*, unter welchem *AB* an die Fläche *PQ* anläuft, dem Winkel *CPF*, der die Neigung der Fläche *PS* gegen die *PQ* angiebt, völlig gleich. Grösser als *CPF* kan ein dergleichen Winkel niemals werden. Aber eine jede Linie, welche in der Fläche *PS* der Schneidungslinie *PD* perpendicular gezogen wird, schliesst mit der Fläche *PQ* einen Winkel, der der Neigung dieser Fläche gegen die *PQ* gleich ist, wirklich ein.

§. 16. Der orthographische Entwurf eines jeden Theils der ins Unendliche *T. I. Fig. 3.* verlängerten *AB* fällt in die nach Nothdurft verlängerte *BE*; gleichwie der Entwurf eines jeden Theils der *CD* in *DF* fällt; und es ist leicht zu sehen, daß diese Linien *BE*, *DF* einander parallel seyn müssen, wenn *AB* und *CD* parallel sind. Man kan sich also der Winkel *EBP*, *FDB* bedienen, die Lage dieser Entwürfe zu bestimmen; gleichwie die Grössen derselben durch die Cosinus der Winkel *ABE*, *CDF* gegeben werden. Es werden aber die Winkel der Dreyecke *DCF* und *FDP* aus den gegebenen *CPF* und *PCD*, deren erstern *CPF* wir *I* genennet haben, den zweyten *PCD* aber *H* nennen wollen, folgender Gestalt gefunden. Wir hatten $PF = PC \cdot \cos I$; aus der Proportion $1 : \tan H = PC : PD$ aber folgt; $PD = PC \cdot \tan H$. Nun ist auch $PF : PD = 1 : \tan PFD$, also $\tan PFD = \frac{PC \cdot \tan H}{PC \cdot \cos I} = \frac{\tan H}{\cos I}$. Eben so ist auch für den Winkel *FCD*, die Seite $CF = PC \cdot \sin I$, und aus der Proportion $\cos H : 1 = PC : CD$ fließet $CD = \frac{PC}{\cos H}$. Da nun $DC : CF = 1 : \sin CDF$, so ist $\sin CDF = \frac{CF}{DC} = \frac{PC \cdot \sin I \cdot \cos H}{PC} = \sin I \cdot \cos H$, wodurch zugleich die Ergänzung dieses Winkels *CDF* und dessen Cosinus bekannt wird, welcher bey dem Entwurf der Linie *CD*, oder eines Theils derselben zu gebrauchen ist (10). Eben diese Winkel werden durch die Regeln angegeben, welche zur Auflösung der rechtwinklichten Kugeldreyecke, oder der rechtwinklichten dreyseitigen Ecken dienen. Denn es ist in der That *CDPF* eine dergleichen Ecke, in welcher *CDF* gerade auf der Seite *FDP* stehet, und *CPF* ist der dieser *CDF* entgegen gesetzte Winkel.

§. 17. Ist nun (*T. I. Fig. 4.*) *ab*, eine in der Fläche *PR* nach Willkühr ge- *T. I. Fig. 4.* zogene gerade Linie, in der Fläche *PQ* zu entwerfen, welche mit jener einen Winkel von der Grösse *I* einschliesset; und es ist der Anfang dieser Linie *a* richtig in *A* entworfen worden, indem man *aM* der *MN*, in welcher die Flächen einander schneiden, perpendicular gemacht, von dem Puncte *M* in der Fläche *PQ* die *MA* eben der *MN* perpendicular gezogen, und die Länge derselben durch die Verhältnisse $Ma : MA = 1 : \cos I$ bestimmt hat: so könnte man sich der nach dieser Anweisung aus den gegebenen *Ma* *b* und *I* heraus zu bringenden Winkel bedienen,

8 Der Astronomischen Vorlesungen erster Abschnitt.

T. I. Fig. 4. nen, auch das Ende b dieser Linie in B zu entwerfen. Man müste aus dem Winkel I , und dem gegebenen Ma den MAB finden, und nachdem man die AB unter diesem Winkel an MA gesetzt hat, die Länge derselben durch den andern Winkel bestimmen, mit welchem die verlängerte ab an die Fläche des Entwurfs anlaufft, das ist, durch den Winkel CDF , oder ABE der vorigen Zeichnung. Auf diese Art könnte der orthographische Entwurf einer jeden in der Ebene PR beschriebenen geradlinichten Figur vollendet werden.

§. 18. Viel leichter aber wird auch aus b die bN der Schneidungslinie MN perpendicular gezogen, und darauf in NB , welche derselben MN ebenfalls perpendicular ist, vermittelst der Verhältniß $1 : \cos I$ das Punct B , welches der Entwurf des b seyn soll, eben so bestimmt, wie A in der MA gefunden worden ist; und vermittelst einer hinlänglichen Anzahl solcher Puncte wird der Entwurf einer jeden ebenen Figur vollendet. Die Arbeit wird dadurch, daß die Verhältniß $1 : \cos I$ immer dieselbe bleibt, gar sehr erleichtert. Und da, wenn nur die Größe des Winkels I nicht geändert wird, eine jede in der Fläche PR der MN parallel laufende Linie anstatt dieser MN zur Schneidungslinie angenommen werden kann, weil sie eben den Entwurf giebt (9); so kan auch eine geschickte Entfernung dieser Linie von der zu entwerfenden Figur etwas zur Erleichterung der Arbeit beitragen. Der Winkel I hat in dieser keinen weitem Einfluß, als daß er die Verhältniß $1 : \cos I$ angiebt. Ist diese gefunden, so wird der Winkel I am besten gar vernichtet, indem man die Fläche PR so lang um die Schneidungslinie MN drehet, bis die in derselben verzeichnete Figur selbst in die Fläche des Entwurfs PQ zu liegen komt; da denn auch Ma auf MA , und Nb auf NB fällt, wiewol nicht a auf A oder b auf B .

T. I. Fig. 5. §. 19. Wenn nun (*T. I. Fig. 5.*) $adbc$ eine ebene Figur von dieser oder einer andern Art, und $ADBC$ der Entwurf derselben zur Schneidungslinie MN ist, von welchem man sich immer vorstellen kan, daß er nach der eben beschriebenen Anweisung verfertigt worden sey: so fallen diese Figuren $adbc$, $ADBC$ beide zwischen die Linien aM , bN , welche der MN perpendicular, und also einander parallel sind, so daß sie sowol die eine dieser Linien bey a und A , als auch die andere bey b und B , erreichen. Wird aber zwischen beiden eine dritte Linie Lc der MN ebenfalls perpendicular, und also der Ma oder Nb parallel gezogen, so verhält sich Lc zur LC wie $1 : \cos I$, und zugleich Ld zur LD wie $1 : \cos I$. Demnach ist auch

auch $(Lc - Ld) : (LC - LD) = 1 : \cos I$. Nun ist aber $Lc - Ld = T. I. Fig. 5. dc$, und $LC - LD = DC$. Es hat also zu einem jeden zwischen M und N genommenen Punct L , durch welches die Lc dergestalt gezogen werden mag, der Theil dieser Linie dc , welcher in die Figur $adbc$ fällt, zu DC , dem Theil derselben in der Figur $ADBC$, immer die nehmliche Verhältniß $1 : \cos I$: woraus, vermittelst des Grundsatzes dessen wir uns in der Geometrie (*) bey der Vergleichung der ebenen Figuren bedienen, gar leicht geschlossen wird, daß auch die Figur $abcd$ gegen ihren Entwurf $ABCD$ eben die Verhältniß $1 : \cos I$ haben werde, welche Eigenschaft der orthographischen Entwürfe allerdings merkwürdig ist.

§. 20. Es folgt daraus, daß, wenn f und g zwey in eben der Fläche beschriebene geradlinichte oder krummlinichte Figuren sind, und F ist der orthographische Entwurf der ersten dieser Figuren f , in einer Fläche, die mit jener den Winkel I einschliesset, G aber der orthographische Entwurf der zweiten g , in eben der Fläche: die Verhältniß $f : F$ der $g : G$ immer gleich seyn werde, weil jede derselben der Verhältniß $1 : \cos I$ gleich ist. Es ist also bey diesem Umstande auch $f : g = F : G$; und wenn $f = g$, so werden auch F, G , die Entwürfe dieser gleichen Figuren, einander gleich. Und da f, g auch gleiche Theile eben der Figur seyn können, wodurch F und G die Entwürfe dieser Theile werden, so wird der Entwurf einer in zween gleiche Theile getheilten Figur, durch die zugleich entworfenene gerade oder krumme Theilungslinie, ebenfalls in zween einander gleiche Theile getheilet. Und eben dieses ist auch bey jeder andern Zahl gleicher Theile richtig, die man der zu entwerfenden Figur geben mag. Der orthographische Entwurf dieser Figur, wird durch die zugleich mit entworfenene Theilungslinien immer in eben so viel einander gleiche Theile zerfällt.

Von der Ellipse.

§. 21. Soll nun eine Scheibe in einer Fläche, welche derselben parallel liegt, orthographisch entworfen werden, so folgt aus diesen Begriffen unmittelbar, daß der Entwurf eine Scheibe von eben der Größe seyn werde, deren Mittelpunkt sich in der aus dem Mittelpunct der zu entwerfenden Scheibe auf die Fläche des Entwurfs perpendicular fallenden Linie befindet. Und eben so leicht ist einzusehen,

(*) In meinen Anfangsgr. der Arithm. und Geom. vom J. 1773. im 457. §, welcher allerdings diese Ausdehnung leidet.

sehen, daß der Entwurf einer Scheibe, deren Fläche der Fläche des Entwurfs perpendicular ist, eine gerade Linie seyn werde, die ganz in diejenige fällt, in welcher diese zwei Flächen einander schneiden, und dem Durchmesser der Scheibe gleichet; wie auch, daß die Vorstellung des Mittelpuncts dieser Scheibe in die aus dem Mittelpunct selbst, an eben den gemeinschaftlichen Durchschnitt zu ziehende Perpendicularinie fallen müsse. Ist aber die Fläche der Scheibe derjenigen, auf welcher sie entworfen werden soll, weder parallel noch senkrecht; so wird der Entwurf immer eine Ellipse, welche bald weniger bald mehr von einem Cirkel abweicher. Denn wir können dem Entwurf diesen Namen eben sowol geben, als einen jeden andern; ob zwar erst die nach und nach zu entdeckenden Eigenschaften des Entwurfs werden zeigen können, daß die Figur desselben keine andere sey, als die den Geometern von Alters her unter dem Namen der Ellipsen bekannte.

T. I. Fig. 6. §. 22. Es sey der Cirkel *adbe* (*T. I. Fig. 6.*) in einer Fläche beschrieben, welche gehörig erweitert, die Fläche *PQ* in einer geraden Linie schneiden würde, die der *PR* parallel ist, und *I* bedeute auch hier den Winkel, welchen die Fläche des Cirkels mit der Fläche *PQ* einschließt. Soll nun der Cirkel in dieser Fläche *PQ* orthographisch entworfen werden, so ist klar, daß wenn *c* der Mittelpunct des Cirkels, und *cC* aus demselben auf die Fläche *PQ* perpendicular ist, *C* die Vorstellung dieses Mittelpuncts seyn werde. Wird nun durch *c* der Durchmesser *ab* nach Belieben gezogen, und gehörig in *AB* entworfen, so muß, weil $ac = cb$, auch *AC* der *CB* gleich seyn. Dieses ist immer so, was man auch für einen Durchmesser, anstatt *ab* durch *c* ziehen mag. Die Vorstellung dieses Durchmessers wird immer durch *C* gehen, und von diesem Puncte in zwey gleiche Theile getheilt werden. Man konnte aus dieser Ursache das Punct *C* gar wol den Mittelpunct der Ellipse nennen.

§. 23. Es sind aber die, wie *AB* durch diesen Mittelpunct der Ellipse *C* gezogene Linien, welche sich beiderseits in dem Umkreise derselben endigen, nicht sämtlich von eben der Länge. Denn der Winkel, welchen der verlängerte Durchmesser *ba* mit der Fläche des Entwurfs *PQ* einschließt, ist nicht bey jeder Lage dieses Durchmessers einerley (14). Er ist dem *I* gleich, wenn der verlängerte Durchmesser auf die der *PR* parallel liegende Schneidungslinie perpendicular fällt, und verschwindet ganz und gar, wean er derselben parallel läuft; ausserdem aber kan er
eine

eine jede Größe zwischen 0 und 1 haben (15). Wird also der besondere nach der (16) T. I. Fig. 6. gegebenen Anweisung zu findende Winkel, unter welchem jeder Durchmesser des Kreises wirklich an die Fläche des Entwurfs anläuft, z genant, so hat z keinesweges eine beständige Größe. Gleichwie aber $ab : AB = 1 : \cos z$, wenn z den zu dem Durchmesser ab gehörigen Winkel bedeutet, so hat auch jeder andere Durchmesser zu seiner Vorstellung die Verhältniß des Radius zu seinem $\cos z$, wodurch überhaupt, wenn $2a$ den Durchmesser des entworfenen Kreises $abde$ bedeutet, die Vorstellung eines jeden besondern Durchmessers desselben die Größe $2a \cdot \cos z$ bekömt. Da nun also der Cosinus des größern Winkels immer kleiner ist als der Cosinus des kleinern, so muß eine jede Vorstellung des Radius desto kleiner werden, je größer der zu diesem Radius gehörige z ist. Ist $z = 1$, so wird die Vorstellung $2a \cdot \cos 1$. Diese ist die kleinste unter allen. Wird aber $z = 0$, so wird $\cos z = 1$, und die Vorstellung $2a$, welche unter allen die größte ist. Zwischen diese Grenzen müssen die Größen aller übrigen durch den Mittelpunct der Ellipse bis beiderseits an den Umkreis derselben gezogenen Linien fallen: und die Größe einer jeden kan vermittelst der Größe des Winkels z gefunden werden, wenn man sie brauchet.

§. 24. Wenn in dem Kreis dem nach Belieben angenommenen Durchmesser ab die Sehne de perpendicular gemacht wird, so wird diese bey f von dem Durchmesser in zwei Hälften zerschnitten, und eben so wird auch eine jede andere Sehne des Kreises getheilt, welche der de parallel ist. Ist nun DE in der Ellipse die Vorstellung der Sehne de , so wird diese von AB , der Vorstellung des Durchmessers ab , bey F ebenfalls in zwei Hälften getheilt, weil die aus f an die Fläche PQ perpendicular gezogene Linie, nothwendig durch F gehen muß. Und da eine jede andere gerade Linie, welche in der Ellipse der DE parallel geordnet werden kan, als die Vorstellung einer der de parallel liegenden Sehne des Kreises anzusehen ist, so wird eine jede dieser Linien von der AB eben so, nemlich in zwei gleiche Theile, getheilt. Die Sache ist von einer jeden durch C gezogenen geraden Linie richtig, deren jede eine Menge gerader Linien, welche in der Ellipse einander parallel gezogen werden können, dergestalt schneidet; und dieses hat Anlaß gegeben, eine jede durch C gezogene Linie einen Durchmesser der Ellipse zu nennen.

§. 25. Unter den einander parallel geordneten Linien, welche von diesem oder jenem Durchmesser der Ellipse in Hälften getheilet werden, gehet immer eine durch den Mittelpunct C , und ist also ebenfalls ein Durchmesser, welcher mit dem vorigen eben dadurch verbunden wird, daß er unter den parallel Linien, welche jener theilet, mit steht. Demnach sind jede zween mit einander verbundene Durchmesser der Ellipse AB und DE (*T. I. Fig. 7.*) die Entwürfe zweener Durchmesser des Cirkels ab , dc , die einander gerade durchschneiden, und den Cirkel in die vier gleiche Ausschnitte acd , dcb , u. s. w. theilen: woraus so gleich geschlossen werden kan, daß jeder der vier Ausschnitte der Ellipse ACD , DCB , BCE , ECA , in welche sie durch die zween mit einander verbundene Durchmesser AB , DE getheilet wird, den vierten Theil der ganzen Ellipse, und also einem jeden andern solchen Ausschnitte gleich seyn müsse; wie auch, daß alle Dreyecke, welche die Hälften verschiedener mit einander verbundenen Durchmesser mit den Sehnen AD , DB , BE , EA einschließen, und die Abschnitte AD , DB , BE , EA , samt vielen andern Figuren, die eine kurze Betrachtung entdecken kan (20), einerley Größe bekommen.

§. 26. Die Winkel aber, welche zween mit einander verbundene Durchmesser der Ellipse bey C einschließen, sind nur in einem gewissen Falle gerade. Denn wenn die gerade Linie cp , welche in der Fläche des Cirkels an diejenige perpendicular anläuft, in welcher diese Fläche die Fläche des Entwurfs durchschneidet, den Winkel acd wirklich theilet, und es ist CP der Entwurf dieser cp , so ist der Winkel ACP größer als acp , und PCD größer als pcd (16); also auch der aus beiden erstern zusammengesetzte ACD größer als der rechte Winkel acd , wodurch der daneben stehende DCB nothwendig kleiner wird, als der ebenfalls gerade Winkel dcb . Es können also die Winkel ACD , DCB nur in dem Falle gerade werden, wenn acp oder pcd verschwindet, indem einer der Halbmesser ac oder dc selbst in die pc fällt.

§. 27. Soll nun auch die Größe eines Durchmessers, oder der Hälfte desselben AC , aus den Winkeln I und acp , welchen wir oben H genennet haben, bestimmt werden, so ist der Sinus des Winkels i , mit welchem die verlängerte cp an die Fläche des Entwurfs anläuft, $= \sin I \cdot \cos H$ (16), also $\cos i = \sqrt{1 - (\sin I)^2 (\cos H)^2}$. Der Halbmesser des Cirkels $adbe$ wird künftig immer unter der Benennung a vorkommen, und diese giebt $AC = a \cdot \cos i =$
 $a \sqrt{\quad}$

$a\sqrt{1 - (\sin I)^2(\cos H)^2}$. Auf eben die Art wird auch DC aus den Winkeln I und pcd gefunden. Will man aber die angenommene Benennungen beybehalten: so ist, wenn die Durchmesser AB , DE mit einander verbunden sind, pcd die Ergänzung des acp zu einem rechten Winkel, und also $\cos pcd = \sin H$, wodurch entstehet $DC = a\sqrt{1 - (\sin I)^2(\sin H)^2}$. Werden nun die Quadrate dieser AC und DC genommen, so wird eine besondere Eigenschaft jeder zweien mit einander verbundenen Durchmesser einer Ellipse entdeckt. Es ist nemlich $AC = aa - aa(\sin I)^2(\cos H)^2$, und $DC^2 = aa - aa(\sin I)^2(\sin H)^2$: demnach $AC^2 + DC^2 = 2a^2 - a^2(\sin I)^2((\cos H)^2 + (\sin H)^2)$. Nun ist $(\cos H)^2 + (\sin H)^2$ immer dem Quadrat des zur Einheit angenommenen Radius gleich, und also ebenfalls $= 1$; folgendes $AC^2 + DC^2 = 2a^2 - a^2(\sin I)^2 = a^2 + a^2(1 - (\sin I)^2) = a^2 + a^2(\cos I)^2$. Diese Grösse hat also die Summe der Quadrate jeder zweien mit einander verbundenen halben Durchmesser beständig: und wir werden alsbald sehen, daß a und $a \cos I$, zu eben der Ellipse gehörige mit einander verbundene halbe Durchmesser sind.

§. 28. Wenn wir nemlich nun wieder zu der sechsten Zeichnung zurück: *T. I. Fig. 6.* kehren, und uns in derselben den Durchmesser des Circels ab so vorstellen, daß er verlängert, an die der PR parallel liegende Schneidungslinie perpendicular anlauffen muß, so werden alle diesem Durchmesser perpendicular gezogene Sehnen de dieser PR parallel. Und eben dadurch wird auch der Durchmesser AB , welcher der Entwurf des ab ist, der PR perpendicular, die Vorstellungen der Sehnen, aber kommen der PR parallel zu liegen. Nunmehr sind die Winkel bey F nothwendig gerade; also müssen auch die mit einander verbundenen Durchmesser, deren einer AB , der andere aber der DE parallel ist, einen rechten Winkel einschließen. Diese Durchmesser der Ellipsen werden die Arten derselben genennet.

§. 29. Es bedeute noch immer a die Länge des Radius des um c beschriebenen Circels. Da nun die eine Ase der Ellipse der PR parallel lieget, so wird die Länge dieser Ase $2a$ seyn, und ihre Hälfte a : die andere aber, welche auf die PR perpendicular fällt, wird die Grösse $2a \cos I$ bekommen, und ihre Hälfte wird $a \cos I$ seyn. Jene $2a$ ist grösser als ein jeder anderer Durchmesser der Ellipse, und diese $2a \cos I$ ist kleiner, als ein jeder dieser Durchmesser

14 Der Astronomischen Vorlesungen erster Abschnitt.

T. I. Fig. 6. (23). Desto besser können die zwei Axen durch die Benwörter der grössert und der kleinern von einander unterschieden werden. Man siehet leicht, daß die letztere dieser Axen desto kleiner ausfallen müsse, je grösser der Winkel I genommen wird, indem die erstere bey jeder Grösse dieses Winkels ihre Länge $2a$ behält.

§. 30. Es hat aber auch eine jede Sehne des Cirkels $abcd$, welche bey ihrer Verlängerung auf die der PR parallel liegende Schneidungslinie perpendicular fällt, zu ihrer Vorstellung in der Ebene PQ die Verhältniß $1 : \cos I$; und diese Vorstellung ist der kleinern Axe der Ellipse parallel, in einer Entfernung, die so groß ist, als die Entfernung der Sehne von c , dem Mittelpunct ihres Cirkels: von der grössern Axe aber wird jede dieser Vorstellungen in zwei Hälften getheilet. Dieses giebt eine bequeme Anweisung an die Hand, wenn die Lage der Schneidungslinie PR , und der Ort des Mittelpuncts C in der Fläche PQ bekant sind, eine Scheibe, deren halber Durchmesser a , und ihre Neigung gegen die Fläche PQ , I ist, in dieser Fläche wirklich zu entwerfen. Es wird (T. I. Fig. 8.) durch C die AB der Schneidungslinie parallel gezogen, und um C , mit dem Radius $CA = a$, ein Cirkel $AdBe$ beschrieben, welcher dem zu entwerfenden gleich seyn wird. In diesem Cirkel wird der Durchmesser de dem vorigen AB perpendicular gemacht, und diesem de , werden so viele Sehnen fg , als man will, parallel geordnet. Nun wird gemacht, $Cd : CD = 1 : \cos I = Ce : CE = Hf : HF = Hg : HG$, und eben so wird mit einer jeden andern Sehne verfahren. Als denn kan durch die gefundene Punkte D, F, E, G , und durch die beiden A, B , die Ellipse, welche die verlangte Vorstellung seyn wird, genau genug gezeichnet werden.

§. 31. Wir müssen uns bey dieser Beschreibung etwas aufhalten, weil sie von mannigfaltigem Gebrauche ist. Sie machet die Verhältniße $Cd : CD$, $Hf : HF$ und alle andere dieser Art, einander gleich, und so groß als die Verhältniß $1 : \cos I$, so daß, wenn eine dieser Verhältniße $Cd : CD$, $Hf : HF$, $1 : \cos I$ gegeben ist, die übrigen alle bekant werden. Hieraus folget sogleich, daß zwei zu verschiedenen Cirkeln, aber einerley Winkel I , entworfenen Ellipsen einander ähnlich werden müssen, und eine kleine Betrachtung kan dieses deutlicher machen, als viele Worte. Wird also der Kürze wegen CD durch den Buchstaben c angedeutet, so sind alle Ellipsen einander ähnlich, in welchen

chen a zur c , das ist Cd zur CD , oder AC zur CD , eben die Verhältniß hat. *T. I. Fig. 8.* Dieses kan zu einen Kennzeichen der Aehnlichkeit dieser Figuren dienen, ohne welchem sie nicht statt haben kan.

§. 32. Es können aber auch, wenn die beiden Axen der Ellipse gegeben sind, so viele Linien HF , und so viele Punkte des Umkreises F gefunden werden, als man haben will, wenn ausser dem vorigen $AdBe$, man noch einen andern Cirkel um C beschreibt, dessen Durchmesser die kleinere Axe DE ist. Wird alsdenn der Radius fC gezogen, welcher den Umkreis des kleinern Cirkels in K schneidet, so darf man nur durch das Punkt K eine Linie der AB parallel ziehen, welche fg in dem gesuchten Punkt F schneiden wird; weil dadurch allerdings die Verhältniß $fH : FH$ der Verhältniß $fC : KC$ das ist, $dC : DC$ oder $AC : DC$, gleich werden muß.

§. 33. Nun sind in dieser Zeichnung die Ausschnitte dCf , DCK einander ähnlich, und jeder der Bogen df , DK hält so viele Grade und Minuten, als das Maas des Winkels DCK , welches wir M nennen wollen. Geben wir also dem Winkel DCK diese Grösse, so können wir versichert seyn, daß der elliptische Bogen DF der Entwurf eines Bogens von eben so viel Grad und Minuten seyn werde, als deren M enthält. Denn weil DF bestimmt wird, indem man fH ziehet, so ist immer DF der Entwurf von df . Und umgekehrt kan, wenn auch die beiden Cirkel nicht beschrieben sind, aus der bloßen Ellipse und ihren Axen, die Zahl der Grade und Minuten des Bogens df gefunden werden, welcher durch einen elliptischen Bogen DF oder BF vorgestellt wird, dessen Anfang in eine der Axen fällt. Denn wenn man FH ziehet, so wird in dem größern Cirkel CH der Sinus zu df , und der Cosinus zu Bf , in dem kleinern Cirkel aber wird HF der Cosinus zu DK , und der Sinus zu LK . Man hat also fC oder $AC : CH = 1 : \sin M$, und CK oder $CD : FH = 1 : \cos M$, und es kan hieraus M , und seine Ergänzung zu 90 Grad, gefunden werden.

§. 34. Es sey (*T. I. Fig. 6.*) ausser der de in dem zu entwerfenden *T. I. Fig. 6.* Cirkel noch eine andere Sehne gb gezogen, welche die vorige in k schneidet: so wird der Entwurf dieser neuen Sehne, GH , den Entwurf der vorigen ebenfalls schneiden, und der Punkt K , in welchem der Durchschnitt geschieht, wird in die Linie

16 Der Astronomischen Vorlesungen erster Abschnitt.

T. I. Fig. 6. nie fallen, welche aus k der Fläche PQ perpendicular gezogen werden kan. Wird nun anstatt des $\cos i$, für die Sehne de , grösserer Deutlichkeit wegen, n gesetzt, und der $\cos i$ für die andere Sehne gb durch m bedeutet, so ist $dk : DK = 1 : n$, wie auch $ke : KE = 1 : n$, folgendes $dk. ke : DK. KE = 1 : nm$, oder $DK. KE : dk. ke = nm : 1$. Bey der andern Sehne aber ist $gk : GK = 1 : m$ und zugleich $kb : KH = 1 : m$, also $gk. kb : GK. KH = 1 : mm$. Wir wissen daß $dk : gk = kb : ke$, und schliessen daraus $dk. ke = gk. kb$. Vermittelt dieser Gleichheit aber folgt aus den gefundenen Proportionen $DK. KE : dk. ke = nm : 1$ und $gk. kb : GK. KH = 1 : mm$, diese neue, $DK. KE : GK. KH = nm : mm$, welche demnach bey der Ellipse immer statt finden wird.

§. 35. Nun ist eine jede in der Fläche PQ der DE parallel gezogene Linie der Entwurf einer andern, welche in der Fläche des Circels der de parallel lauft, und der $\cos i$ für diese Linie ist ebenfalls n , wie für die de . Eben dieses ist auch von einer jeden der GH parallel laufenden Linie richtig, für deren jede $\cos i$, so wie für die GH selbst, m ist: und in der Geometrie (*) wird der Satz $dk. ke = gk. kb$ auch in dem Falle erwiesen, wenn das Punct k ausser dem Circel liegt, und die Sehnen verlängert werden müssen, wenn sie einander dafelbst schneiden sollen: da denn auch K ausser der Ellipse zu liegen kömt. Hier-

T. I. Fig. 9. aus folget dieser Satz: Wenn in einer Ellipse, (*T. I. Fig. 9.*) die Linien DE einander parallel geordnet werden, und man ziehet noch andere GH , einander ebenfalls parallel, deren jede eine der vorigen in K schneidet; so werden, wenn nur KD, KE , wie auch KG, KH immer von eben dem Punct K angenommen werden, die Verhältnisse aller Rechtecke $DK. KE : KG. KH$ einander gleich ausfallen; weil nemlich jede derselben der Verhältniß $nm : mm$ gleich ist.

§. 36. Aus diesem allgemeinen Satz lassen sich verschiedene andere herleiten, unter welchen hier die folgenden anzumerken sind. Wenn ein K in den Mittelpunct der Ellipse fällt, so daß die beiden durch dasselbe gezogene Linien DE, GH , Durchmesser derselben werden: so wird zu diesen Punct $KD = KE$, und $GK = KH$, also $KD. KE = KD^2$ und $KG. KH = KG^2$, welche Quadrate sich demnach wie jede andere dergleichen Rechtecke, $KD. KE, KG. KH$ gegen einander verhalten müssen.

§. 37.

(*) Im 439sten §.

§. 37. Ist aber (*T. I. Fig. 10.*) mit dem Durchmesser der Ellipse AB *T. I. F. 10.* ein anderer DE dergestalt verbunden, daß alle diesem DE parallel gezogene GH von dem vorigen AB in gleiche Theile geschnitten werden: so verwandelt sich die allgemeine Proportion (35) in diese: $AK.KB:KG.KH = AC.CB:CD.CE$, oder $AK.KB:KG^2 = AC^2:CD^2$; das Rechteck $AK.KB$ ist, nachdem das Punct K in dem Durchmesser AB genommen wird, verschieden, wie auch das dazu gehörige Quadrat, KG^2 ; die Verhältniß aber des Rechtecks zu dem Quadrate bleibt immer einerley, und gleich der Verhältniß der Quadrate aus den halben Durchmessern $AC^2:CD^2$.

§. 38. Der Umstand, da AB , DE die beiden Axen der Ellipse sind, wird hier nicht ausgenommen, es mag nun AB die grössere und DE die kleinere, oder umgekehrt AB die kleinere und DE die grössere Ase seyn. Wird in jedem dieser Fälle CK der Kürze wegen x , und die dazu gehörige KG , y genennet, c aber bedeutet die Hälfte der kleinern Ase, indem noch immer a die Hälfte der grössern ist; so ist, wenn anstatt der AB die grössere Ase $2a$ genommen wird, nach der verschiedenen Lage des Puncts K in Ansehung des Mittelpuncts, entweder $AK = a - x$, und $KB = a + x$, oder $AK = a + x$, und $KB = a - x$, also in jeder Lage $AK.KB = aa - xx$; und demnach $(aa - xx):yy = aa:cc$. Wird aber anstatt AB die kleinere Ase $2c$ genommen, so wird entweder $AK = c - x$, und $KB = c + x$, oder $AK = c + x$, und $KB = c - x$, also in beiden Lagen des Puncts K , $AK.KB = cc - xx$, und $(cc - xx):yy = cc:aa$. Wir werden uns aber nur an die erste dieser Proportionen halten, die gar leicht in die Gleichung $ayy = cc(aa - xx)$ verwandelt wird.

§. 39. Es läßt sich diese Proportion auch unmittelbar aus der Beschreibung der Ellipse (30) herleiten, welche verlangte, daß (*T. I. Fig. 8.*) überall gemacht *T. I. Fig. 8.* werde, $fH:FH = dC:DC$. Denn wenn hier wieder CH durch x , und die dazu gehörige FH durch y bedeutet wird, so wird eben die Proportion durch $fH:y = a:c$ ausgedrückt, woraus folgt $fH^2:yy = aa:cc$. Nun ist $fH^2 = fC^2 - CH^2 = aa - xx$, also $(aa - xx):yy = aa:cc$. Aus den angeführten Sätzen aber ist zu sehen, daß diese Proportion nicht für die Axen allein gelte, sondern bey jeden zween mit einander verbundenen Durchmessern statt habe.



18 Der Astronomischen Vorlesungen erster Abschnitt.

§. 40. Wir bleiben indessen noch immer bey den Aren stehen, unter
T. I. F. II. welchen *AB* die grössere ist. Wird nun (*T. I. Fig. II.*) auf diese Are von dem
 Mittelpunct *C* zu beiden Seiten eine Linie *CF = CG* getragen, die sich zur *a*
 verhält, wie $\sin I$ zu 1, und also durch $a \cdot \sin I$ ausgedrückt werden kan; so werden
 dadurch zwey Puncte *F* und *G* bemerket, welche hier eine vorzügliche Betrachtung
 verdienen: weswegen sie auch besondere Namen bekommen. Wir wollen sie die
 Nabel der Ellipse nennen. Eine der Linien *FC*, *CG* selbst aber heisset die
 Eccentricität, welche also nichts anders ist, als die Entfernung eines Nabels
 von dem Mittelpuncte. Diese soll durch *e* bedeutet werden, und demnach seyn
 $e = a \cdot \sin I$.

§. 41. Weil nun der Radius des Circels, aus welchem die Sinus ge-
 nommen werden, hier immer die Einheit ist, so wird $(\sin I)^2 = 1 - (\cos I)^2$,
 und also $ee = aa - aa(\cos I)^2$. Nun war $c = a \cdot \cos I$, und also $cc = aa$
 $(\cos I)^2$. Wird dieses in das vorige gebracht, so kömmt $ee = aa - cc$, oder
 $ee + cc = aa$, woraus erhellet, daß die drey Linien *e*, *c*, *a*, unter welchen *a*
 die größte ist, Seiten eines rechtwinklichten Dreyncks abgeben können, und daß
 aus zweoen derselben die dritte immer zu finden sey. Wird nun in der Gleichung
 $aa\ yy = cc(aa - xx)$ anstatt *cc* gesetzt $aa - ee$, so kömmt $aa\ yy = (aa - ee)$
 $(aa - xx)$, oder, wenn wirklich multipliciret wird, $aa\ yy = aa^2 - aaxx -$
 $aaee + eexx$. Dividiret man hier beiderseits durch *aa*, so wird erhalten $yy = aa$
 $- xx - ee + \frac{eexx}{aa}$, welchen Werth des *yy* wir alsbald gebrauchen werden.

§. 42. Es ist nemlich die Länge der geraden Linie *FH*, welche aus
 dem Nabel *F*, bis an ein in dem Umkreis der Ellipse nach Belieben angenommenes
 Punct *H* reicht, aus *a*, *c*, *e*, und aus *CK = x* zu bestimmen, wenn *HK*
 aus dem Punct *H* auf *AB* perpendicular fällt. Liegt nun das Punct *H* so, wie
 es hier vorgestellt wird, so ist $FK = e + x$, und $FK^2 = ee + 2ex + xx$.
 Und wenn man die gesuchte *FH* durch *r* andeutet, so wird die Gleichheit $FH^2 =$
 $FK^2 + HK^2$ also ausgedrückt, $rr = ee + 2ex + xx + yy$. Setzet man
 aber, anstatt *yy*, den eben gefundenen Werth desselben, so wird $rr = ee +$
 $2ex + xx + aa - xx - ee + \frac{eexx}{aa}$, oder $rr = aa + 2ex + \frac{eexx}{aa}$, weil
 die

die übrigen Quadrate einander vernichten. Nun ist $aa + 2ex + \frac{eexx}{aa}$, das *T. I. F. II.* Quadrat zu der Wurzel $a + \frac{ex}{a}$ oder $\frac{aa + ex}{a}$. Werden also anstatt der Quadrate ihre Wurzeln genommen, so kommt $r = \frac{aa + ex}{a}$, oder $r = a + \frac{ex}{a}$: und weil $e = a \cdot \sin I (40)$, folgendes $\frac{e}{a} = \sin I$, so kan auch gesetzt werden $r = a + x \cdot \sin I$.

§. 43. Es ist andern, daß das Quadrat $aa + 2ex + \frac{ee}{aa}$, ausser der gebräuchten, noch eine andere Wurzel hat, nemlich $\frac{aa + ex}{a}$. Weil aber die dadurch angezeigte r nicht der Größe, sondern blos ihrer Lage nach von der vorigen verschieden ist; so haben wir uns damit nicht zu beschäftigen. Auch wird, wenn K nicht zwischen C und B , sondern zwischen C und A fällt, nicht wie vorher $r = \frac{aa + ex}{a}$, sondern $r = \frac{aa - ex}{a}$ oder $r = \frac{ex - aa}{a}$ gefunden. Es sind aber auch die r , welche durch diese zween letzten Ausdrücke angegeben werden, nicht der Größe, sondern nur der Lage nach, von einander verschieden; und $\frac{aa - ex}{a}$ wird aus $\frac{aa + ex}{a}$ unmittelbar erhalten, wenn man nur dem x das gegenseitige Zeichen giebt, wie geschehen muß, wenn CK sich von C gegen A erstreckt, da FK nicht mehr durch $e + x$, sondern durch $e - x$, oder $x - e$ auszudrücken ist. In diesem Verstande kan der zu erst gefundene Ausdruck $r = \frac{aa + ex}{a}$ als allgemein betrachtet werden.

§. 44. Aus diesem Grunde kan auch GH , die Entfernung eben des Puncts H von dem andern Nabel der Ellipse, unmittelbar aus dem gefundenen Werthe des r hergeleitet werden, wenn man nur in demselben anstatt e setzt $-e$. Denn CG ist nichts anders als CF in der verkehrten Lage. Ist also nach dem

T. I. F. II. verschiedenen Orte des angenommenen Puncts H , $FH = \frac{aa + ex}{a}$, oder $a + x \cdot \sin I$ (42), so wird die dazu gehörige $GH = \frac{aa - ex}{a} = a - x \cdot \sin I$. Ist aber $FH = \frac{aa - ex}{a} = a - x \cdot \sin I$, so wird zu eben dem Puncte $GH = \frac{aa + ex}{a} = a + x \cdot \sin I$. Woraus in beiden Fällen fließet $FH + HG = a + x \cdot \sin I + a - x \cdot \sin I = 2a$, und $FH - HG = 2x \cdot \sin I$. Es ist also die Summe zweier von den beiden Nabeln einer Ellipse nach eben dem Punct ihres Umkreises gezogener geraden Linien, $FH + HG$, immer von einer beständigen Grösse, und gleich der grössern Ase derselben AB ; ihr Unterschied aber ist $2x \cdot \sin I$, aus welchen Längen, $2a$ und $2x \cdot \sin I$, wenn sie bekannt sind, die FH und GH geschlossen werden (*).

§. 45. Es läßt sich aber auch, vermittelst der gefundenen Gleichheit $r = \frac{aa + ex}{a}$, hinwiederum die Linie x aus r , und den bekannten a und e bestimmen. Dieselbe giebt durch eine kleine Veränderung $aa + ex = ar$, oder $ex = ar - aa'$, woraus kömmt, $x = \frac{ar - aa}{e}$, wodurch die Proportion $e : a = r - a : x$ angegeben wird. Man kan auch setzen $x = \frac{r - a}{\sin I}$, wie leicht zu sehen ist (40).

§. 46. Aus eben der Gleichung $ex = ar - aa$ wird auch $e + x = FK$ gefunden. Denn wenn man beiderseits ee zusetzt, hernach aber für $-aa + ee$ das ihm gleiche $-cc$ nimmt; so wird $ee + ex = ar - cc$, und also $e + x = \frac{ar - cc}{e}$. Man kan auch aus dem gefundenen $x = \frac{r - a}{\sin I}$ herausbringen, $e + x = a \cdot \sin I + \frac{r - a}{\sin I} = \frac{a(\sin I)^2 + r - a}{\sin I} = \frac{r - a(\cos I)^2}{\sin I}$ weil $(\sin I)^2 + 1 = -(\cos I)^2$.

§. 47.

(*) Siehe in meinen *Elem. Analys. finit.* den 66. §.

§. 47. Zu dieser $e + x$ oder FK nun verhält sich FH oder r , wie sich *T. I. F. II.* der Radius zu dem Cosinus des Winkels HFK verhält, welchen FH mit der grössern Axc einschliesset. Wird also dieser Winkel durch v , und also sein Cosinus durch $\cos v$ angedeutet: so ist $r : \frac{ar - cc}{e}$ oder $er : ar - cc = 1 :$

$\cos v$, oder $\cos v = \frac{ar - cc}{er}$ welcher Ausdruck dienet, den Winkel v aus r , und den bekanten a, c, e zu finden. Eben die Proportion giebt auch $er \cdot \cos v = ar - cc$, oder $cc = ar - er \cdot \cos v$, woraus folget $r = \frac{cc}{a - e \cdot \cos v}$ und dieses zeigt den Weg, von dem Winkel v , wenn dieser bekant ist, auf r zu kommen. Ueberhaupt aber sind alle hier angemerkten Sätze in der Astronomie von wichtigen Nutzen. Und es ist leicht in diesen Ausdrücken, $a \cdot \sin I$ anstatt e , und $a \cdot \cos I$ anstatt c , zu setzen, wenn davon einiger Vortheil zu erwarten stehet.

§. 48. Wird aber in der Gleichung $r = \frac{aa - ex}{a}$, welche r in dem Falle anzeigt, da K zwischen C und A zu liegen komt, x der e gleich genommen, so wird die Grösse der FL herausgebracht, welche bey F auf der AB perpendicular stehet; weil diese allerdings diejenige FH ist, zu welcher an dieser Seite des Mittelpuncts, $x = e$. Es komt aber dadurch $r = \frac{aa - ee}{a} = \frac{cc}{a}$ welches anzeigt, daß FL die dritte Proportionallinie zu a und c sey. Eben die Grösse bekommt auch die GH , wenn sie der AB perpendicular wird. Wird eine dieser Linien, als LF , verdoppelt, wie dieses geschieht, wenn man sie an der andern Seite der Axc, bis an den Umkreis der Ellipse in l verlängert; so wird Ll der zu der Axc AB gehörige Parameter der Ellipse genennet, so daß, wenn gesetzt wird $b = \frac{cc}{a}$ dieser Parameter durch $2b$ auszudrucken ist. Man stellet sich, der Gleichförmigkeit wegen, zu einem jeden Durchmesser der Ellipse $2a$, mit welchem $2c$ verbunden ist, einen Parameter $2b$ vor, dessen Grösse durch $b = \frac{cc}{a}$ bestimt wird. Unter allen diesen Parametern ist der zur grössern Axc gehörige, der vorzüglichste.

T. I. F. II. §. 49. Aus $b = \frac{cc}{a}$ folget, $c : b = a : c$, und $a : b = aa : cc$.

Es können also in zwei verschiedenen Ellipsen, die Verhältnisse $c : b$ und $a : b$ nicht gleich seyn, ohne daß auch zu denselben die Verhältnisse $a : c$ gleich werden. Demnach kan die Aehnlichkeit zweier Ellipsen daraus, daß in jeder derselben eben die Verhältniß $a : b$ oder $c : b$ statt hat, eben sowol geschlossen werden, als wir sie aus der Gleichheit der Verhältniß $a : c$ oder $1 : \cos I$ schliessen konten (31).

§. 50. Wenn wir, anstatt daß wir die CK durch x bezeichnet haben, die AK durch z andeuten, so wird $z = a + x$, und $x = z - a$. Die Gleichheit aber, welche wir bisher gebraucht haben, verschiedene Eigenschaften der Ellipse herauszubringen, $aayy = cc(aa - xx)$, wird dadurch in diese $aayy = cc(aa - zz + 2az - aa)$ verwandelt, welche mit $aayy = cc(2az - zz)$ völlig einerley ist. Wird aber anstatt cc das ihm gleiche ab (48) gesetzt, so kommt $aayy = ab(2az - zz)$ oder $ayy = 2abz - bzz$, welche Gleichung öfters mit Bequemlichkeit an statt der vorigen gebraucht werden kan. Vornehmlich fließt aus derselben, daß wenn z sehr klein genommen wird, ohne beträchtlichen Fehler seyn werde, $yy = 2bz$. Denn wenn z sehr klein ist, so kan sie in Ansehung der $2a$ für nichts gehalten werden, und alsdenn wird $2abz$ dadurch, daß man davon bzz abziehet, nicht gemindert, so daß gesetzt werden kan, $ayy = 2abz$, oder $yy = 2bz$. Ueberhaupt wird der hiedurch begangene Fehler desto kleiner, je kleiner z genommen wird. Wenn aber a sehr groß ist, so kan auch z groß genommen werden, ohne daß deswegen die verkürzte Gleichung allzuweit von der Wahrheit abweiche.

Von der Parabel.

§. 51. Jedes Punct des Umkreises einer Ellipse, in welchem ihn die grössere Ase schneidet, heisset vorzüglich ein Scheitel derselben: denn man kan auch ein jedes anderes Punct dieses Umkreises einen Scheitel der Ellipse nennen, wenn man es als den Anfang oder das Ende eines Durchmessers betrachtet. Die verkürzte Gleichung $yy = 2bz$ nun ist für alle Puncte des Umkreises der Ellipse richtig, welche einem seiner vorzüglichen Scheitel nahe sind: und zugleich schliessen die von diesen Puncten nach dem Mittelpunct laufende Durchmesser derselben, mit
der

der Aze desto kleinere Winkel ein, je weiter dieser Mittelpunct von dem Scheitel *T. I. F. 11.* entfernt ist, und können in so ferne, ohne beträchtlichen Nachtheil der übrigen Eigenschaften, die ihnen als Durchmesser zu kommen, als der Aze parallel angesehen werden. Bey etwas mehr von der Aze entfernten Puncten aber, hat keines von beiden statt: und wenn man sich eine krumme Linie vorstellte, für welche die Gleichung $yy = 2bz$ durchaus gilt, so groß auch die z nach und nach werden mag, so wird diese Linie, ohngeachtet sie als der Umkreis einer Ellipse betrachtet werden kan, in welcher a , in Ansehung einer jeden z von bestimmter Größe, unendlich groß ist, doch von demselben verschieden, und bekommt den besondern Namen einer Parabel.

§. 52. Diese Linie schließet sich niemals. Denn wenn in der von *A* ohne Ende zu verlängernden *AB* (*T. I. Fig. 12.*), der Theil *AI*, z , und die derselben senkrecht gezogene *IG*, y seyn soll, so kan die Gleichung $yy = 2bz$, in welcher b eine Linie von unveränderlicher Größe bedeutet, unmöglich bey einer jeden Größe der z bestehen, wenn nicht, indem diese z nach und nach vergrößert wird, auch y zugleich wächst. Es ist also *A* das einzige Punct, zu welchem y Nichts werden, und die Parabel an die gerade Linie *AB* anlaufen kan. Da aber auch, durch die Gleichung $yy = 2bz$, zu einer jeden nach Willkühr angenommenen z zwei y angegeben werden, die eine durch $y = +\sqrt{2bz}$, und die andere durch $y = -\sqrt{2bz}$, in dem $\sqrt{2bz}$ die mittlere Proportionallinie zwischen $2b$ und z andeutet: so hat die Parabel auch dieses mit der Ellipse gemein, daß eine jede der *AB* perpendicular gezogene *Gg*, die sich bey *G* und *g* in derselben endiget, von der *AB* in die zwey gleiche Theile *IG* und *Ig* geschnitten wird. Es kan also auch *AB* die Aze der Parabel, und *A* ihr vorzüglicher Scheitel genennet werden. *T. I. F. 12.*

§. 53. Was *AB* bey der *Gg*, und allen derselben parallel geordneten Sehnen der Parabel leistet, das leistet auch eine jede derselben parallel laufende *DC* bey andern Sehnen, die einander zwar ebenfalls parallel geordnet werden müssen, aber so, daß sie die *DC* nicht unter geraden, sondern schiefen Winkeln schneiden. Denn da, wenn man sich bey der Parabel einen dergleichen Mittelpunct gedenken will, als wir bey der Ellipse wirklich angetroffen haben, dieser in der *AB* unendlich weit von *A* entfernt werden muß: so ist eine jede

24 Der Astronomischen Vorlesungen erster Abschnitt.

T. 1. F. 12. jede Linie, welche, wie *DC* der *AB* parallel lieget, als ein nach diesem Mittelpuncte laufender Durchmesser derselben anzusehen, welcher, wie jeder Durchmesser der Ellipse, alle in einer gewissen Lage einander parallel geordnete Sehnen derselben in ihre Hälften theilet. Man siehet aber leicht, daß diese von der *DC* getheilten Sehnen, keinesweges, wie *Gg*, derselben senkrecht seyn können. Es erfordert aber unser gegenwärtiger Zweck keine genauere Betrachtung dieser Durchmesser.

§. 54. Wir bleiben bey der Axe stehen, und sehen, zur Ausfindung desjenigen Puncts derselben, welches zum Nabel wird, wenn man die Parabel als eine Ellipse betrachtet, und aus dieser Ursache den Namen des Nabels der Parabel bekommt, daß in der Gleichung $yy = 2bz$, die Linie y so groß sey als b , weil dieses bey den Nabeln der Ellipse, und sonst bey keinen andern Punct ihrer Axe, statt findet. Alsdann wird $b^2 = 2bz$, oder $b = 2z$, und $z = \frac{1}{2}b$, welches anzeigt, daß wenn *AF* so groß genommen wird, als $z = \frac{1}{2}b$, das Punct *F* wirklich der Nabel der Parabel seyn werde. Es ist also der Theil der Axe *AF*, welcher von dem Scheitel derselben bis an den Nabel reicht, halb so groß als $FL = b$, und der vierte Theil von $2b = Ll$, welche Linie der Parameter der Parabel ist. Diese *Ll* ist also die in der Gleichung $yy = 2bz$ enthaltene beständige Linie $2b$, durch welche allein die Parabel völlig bestimmt wird; weil man z nach Belieben annehmen, und die dazu gehörigen y nach der gegebenen Anweisung (52) finden kan. Die Nabel der Parabeln selbst aber sind in der Astronomie von keiner geringern Wichtigkeit, als die Nabel der Ellipsen. Sie werden auch Brennpuncte genant.

§. 55. Die Entfernung des Nabels *F* von irgend einem Puncte der Parabel *H*, welche wir bey der Ellipse r genennet haben, wird aus der zu dem Punct *H* gehörigen $z = AK$ also bestimmt. Es ist $FH^2 = FK^2 + KH^2$, und $FK = z - \frac{1}{2}b$, KH aber $= 2bz$, demnach $FH^2 = r^2 = z^2 - bz + \frac{1}{4}b^2 + 2bz = z^2 + bz + \frac{1}{4}b^2$. Dieses ist das vollständige Quadrat zur Wurzel $z + \frac{1}{2}b$, und demnach $r = z + \frac{1}{2}b$, oder $FH = AK + AF$.

§. 56. Wird also eine gerade Linie *AB* zur Axe einer Parabel, und in derselben, das Punct *A* zu ihrem Scheitel, *F* aber zum Nabel angegeben: so kan vermittelt dieses Satzes ein so großer Theil derselben, als verlangt wird, folgen-

dermassen

dermassen beschrieben werden. Nachdem die Axc von dem Scheitel A rückwärts gegen P verlängert, und AP der AF gleich gemacht worden ist, wird durch ein in der Axc nach Gutbefinden angenommenes Punct I , die Gg derselben perpendicular gezogen, und zu beiden Seiten gehörig verlängert. Ein um den Mittelpunct F , mit dem Radius IP , beschriebener Cirkelkreis, wird diese Gg in den Puncten G, g schneiden, durch welche die Parabel hindurch gehen muß; und man kan auf eben die Art solcher Puncte so viele finden, als man nöthig hat, den verlangten Theil der Parabel mit einer hinlänglichen Richtigkeit durch dieselbe zu zeichnen. Es ist aber dieses der geringste Nutzen dieses Satzes.

§. 57. Gegenwärtig bedienen wir uns desselben nur aus r oder z auf den Winkel HFK , und von diesem zurück zu schliessen. Es ist aber, wenn wir diesen Winkel HFK , welchen die $FH = r$ mit der Axc der Parabel einschliesst, wieder v nennen, $FH : FK = (z + \frac{1}{2}b) : (z - \frac{1}{2}b) = 1 : \cos v$, und also $\cos v = \frac{z - \frac{1}{2}b}{z + \frac{1}{2}b}$. Wird aber aus der Gleichung $r = z + \frac{1}{2}b$, anstatt z gesetzt $r - \frac{1}{2}b$, so kömmt $z - \frac{1}{2}b = r - b$, und $\cos v = \frac{r - b}{r}$, wodurch der Winkel v aus r ohne Weitläufigkeit bestimmt wird. Und da hieraus folget, $r \cdot \cos v = r - b$, und $b = r - r \cdot \cos v = r(1 - \cos v)$, so wird hinwiederum vermittelst der Vorschrift $r = \frac{b}{1 - \cos v}$, die Entfernung eines jeden in der Parabel liegenden Puncts H von ihrem Nabel F , eben so leicht gefunden.

§. 58. Aus dem letzten dieser Ausdrücke, welcher die Proportion $(1 - \cos v) : 1 = b : r$ in sich enthält, ist sehr deutlich einzusehen, in welchem Verstande jede zwei Parabeln, so verschieden auch ihre Parameter seyn mögen, einander ähnlich genennet werden. Wenn nemlich in den zu den Axen zweier Parabeln angenommenen Linien, die Puncte F und A nach Belieben angenommen, und dadurch die Parameter bestimmt werden, b zu der einen, und B zu der andern und man suchet alsdann die zu eben den Winkel v in beyden gehörige r, R ; so wird so wohl $(1 - \cos v) : 1 = b : r$, als auch $(1 - \cos v) : 1 = B : R$, und demnach $b : r = B : R$, oder $b : B = r : R$. Diese Proportion ist bey

26 Der Astronomischen Vorlesungen erster Abschnitt.

T. I. F. 12. jeder Größe des Winkels v richtig; es verhalten sich die zu denselben gehörigen r , R immer wie b , B , die Parameter der Parabeln. Wird also die Arbeit zu einer hinlänglichen Zahl solcher Winkel wiederholtet, so daß dadurch zwei Figuren herausgebracht werden, deren eine GFH seyn mag, so werden diese Figuren einander allerdings ähnlich. Jede zwei geraden Linien, deren eine zweien in der GFH liegende Punkte mit einander verknüpft, die andere aber zweien andere, die in der zweiten Figur eben die Lage haben, verhalten sich ebenfalls gegen einander wie b zu B , und die Figuren können durch den Zusatz anderer, die einander ebenfalls ähnlich sind, oder durch deren Abzug, in neue einander ebenfalls ähnliche Figuren verwandelt werden.

Von den Tangenten der Ellipsen und Parabeln.

§. 59. Wir müssen nun wieder zu den Begriffen zurück kehren, von welchen wir abgegangen sind: und den Cirkel, dessen orthographischer Entwurf uns die Ellipse gab, noch von einer andern Seite betrachten. Es sey (**T. I. F. 13.** Fig. 13.) abd dieser Cirkel, in welchem ein Durchmesser ab nach Willkühr in e verlängert, und von dem Punkte e die den Cirkel bey d berührende ed gezogen ist. Wird nun von diesem Punkte d die Sehne db dem Durchmesser ab perpendicular gemacht, welche dieser bey k in zwey gleiche Theile schneiden wird, und von eben dem d nach den Mittelpunct c ein Radius gezogen; so werden die rechtwinklichten Dreyecke ckd , cde einander ähnlich, und $ck : cd = cd : ce$, oder (weil $cd = cb$) $ck : cb = cb : ce$. Wird aber diese ganze Zeichnung orthographisch entworfen, der Cirkel abd in ABD , die getheilte Linie $ackbe$ in $ACKBE$, dkb in DKH , und ed in ED , so wird erstlich die Verhältniß $CK : CB$ der $ck : cb$, und $CB : CE$ der $cb : ce$ gleich, und demnach, wenn man die erstern dieser Verhältnisse in der Proportion $ck : cb = cb : ce$ anstatt der letztern setzet, auch $CK : CB = CB : CE$. Wenn man aber zweitens auf die Fläche Ep acht hat, welche durch Ee und Dd gelegt ist, und die Fläche des Entwurfs in ED schneidet, so siehet man leicht, daß diese Fläche Ep , und folgendes auch ihr Durchschnitt ED mit der Fläche der Ellipse ABD , diese bey D berühren werde. Und da drittens db bey k in zwey gleiche Theile geschnitten wird, so wird auch DH bey K dergestalt geschnitten.

§. 60. Dieses giebt Anweisung, wie zu einer Ellipse ABD , (*T. I. T. I. F. 14. Fig. 14.*) deren Mittelpunct C bekant ist, von einem außer der Ellipse nach Belieben gegebenen Puncte E eine gerade Linie zu ziehen ist, die die Ellipse berührt. Man ziehet durch C und E den verlängerten Durchmesser der Ellipse AE , und machet $CE : CB = CB : CK$. Durch das also gefundene Punct K leget man eine Sehne der Ellipse DH dergestalt, daß sie bey K in zwey gleiche Theile geschnitten werde, welches etwas so gar schweres nicht ist. Dadurch wird das Punct D bestimmt, durch welches die berührende Linie gehen muß, und zugleich ein anderes H , durch welches und E eine zweite, die Ellipse berührende Linie hindurch gehet.

§. 61. Es ist uns aber hier nur um den Fall zu thun, da E in der Verlängerung der größern Axc liegt, an welche, außer der vorigen nunmehr noch andere Linien gezogen werden können, die in Betrachtung kommen. Wir behalten noch immer die bisher gebrauchten Benennungen, welche die zuletzt gefundene

Proportion also angeben: $CE = \frac{aa}{x}$ Hieraus aber folgt, $KE = \frac{aa}{x} - x = \frac{aa - xx}{x}$. Nun wird aus $aa yy = cc(aa - xx)$ geschlossen $aa - xx = \frac{aayy}{cc}$, wodurch, wenn man beiderseits durch x dividiret, erhalten wird $KE = \frac{aayy}{ccx}$, welcher Ausdruck nach Gutbefinden anstatt des vorigen zu gebrauchen ist.

§. 62. Wird nun an das Berührungspunct D die DM der Tangente perpendicular gesetzt, und bis an die Axc verlängert, welche sie bey M antrifft, so ist $KE : KD = KD : KM$. Weil aber $KD = y$, so wird vermittelst dieser

Proportion aus dem gefundenen Werthe der $KE = \frac{aayy}{ccx}$ geschlossen $KM = \frac{ccx}{aa}$, woraus ferner folgt $CM = x - \frac{ccx}{aa} = \frac{aax - ccx}{aa} = \frac{aa - cc}{aa} x = \frac{eex}{aa}$. Diese CM nun zu der $FC = e$ hinzugesetzt, giebt $FM = e +$

T. I. F. 14. $\frac{eex}{aa} = \frac{aae + eex}{aa}$, $= \frac{e}{a} \times \frac{aa + ex}{a}$. Wird aber eben die CM von GC abgezogen, so bleibt $GM = e - \frac{eex}{aa} = \frac{aae - eex}{aa} = \frac{e}{a} \cdot \frac{aa - ex}{a}$. Nun haben wir oben (42. 44.) gehabt $\frac{aa + ex}{a} = FD$, und $\frac{aa - ex}{a} = GD$. Es ist also $FM = \frac{e}{a} \times FD$, und $GM = \frac{e}{a} \times GD$. Dieses zeigt, daß FD zur FM eben die Verhältniß $a : e$ habe, welche GD zur GM hat.

§. 63. Hieraus aber folgt, daß die bey D der Tangente perpendiculars gemachte DM , den Winkel FDG in zwey Hälften theilen werde. Denn die Verhältniß $FD : FM$ ist die Verhältniß des Sinus des spitzigen oder stumpfen Winkels bey M zu dem $\sin FDM$, und die Verhältniß $GD : MG$ ist die Verhältniß des Sinus eben des Winkels bey M zum $\sin GDM$. Da nun $FD : FM = GD : MG$, so ist auch $\sin M : \sin FDM = \sin M : \sin GDM$, und demnach $\sin FDM = \sin GDM$: woraus der Schluß leicht zu machen ist.

§. 64. Nunmehr ist es nicht schwer die Länge der MD zu bestimmen, da $MD^2 = MK^2 + KD^2$. Wir hatten (62.) $MK = \frac{ccx}{aa}$, und also $MK^2 = \frac{c^4 x^2}{a^4}$, und es ist $KD^2 = yy$ (38.) $= \frac{cc(aa - xx)}{aa}$, also $MD^2 = \frac{c^4 xx}{a^4} + \frac{cc(aa - xx)}{aa}$, welches auch ausgedruckt wird, wenn man schreibt $MD^2 = \frac{cc}{aa} \times \frac{ccxx + a^4 - aaxx}{aa}$. Noch einfacher aber wird der Ausdruck, wenn ee anstatt $aa - cc$ (41.) gesetzt wird, wodurch man erhält $MD^2 = \frac{cc}{aa} \times \frac{a^4 - eexx}{aa}$. Erinnern wir uns nun wieder, daß $\frac{aa + ex}{a} = FD$, und $\frac{aa - ex}{a} = GD$, und schliessen daraus, indem wir die vorhergehenden Glieder

der dieser Gleichheiten in einander multipliciren, $\frac{a^4 - eexx}{aa} = FD. GD$, so *T. I. F. 14.*

finden wir $MD^2 = \frac{cc}{aa} \times FD \times GD$, woraus denn *MD* leicht zu haben ist.

§. 65. Noch etwas leichter bestimmt man die Länge der $ME = CE - CM$. Denn da $CE = \frac{aa}{x}$ und (62) $CM = \frac{eex}{aa}$, so ist $ME = \frac{aa}{x} - \frac{eex}{aa} = \frac{a^4 - eex}{aax}$. Wenn nun wieder, anstatt des $\frac{a^4 - eex}{aa}$ das ihm gleiche $FD. GD$ gesetzt wird, so kommt $ME = \frac{FD. GD}{x}$. Woraus man schließen kan, $ME^2 : MD^2 = \frac{FD^2. GD^2}{xx} : \frac{cc}{aa}. FD. GD = FD. GD : \frac{cc. xx}{aa}$.

§. 66. Hieraus wird ferner die Länge der FL gefunden, welche aus dem Nabel F auf die Tangente EL perpendicular fällt. Denn es ist $ME^2 : MD^2 = FE^2 : FL^2$, und $FE = \frac{aa}{x} + e = \frac{aa + ex}{x}$, wofür geschrieben werden kan $FE = \frac{a}{x} \times \frac{aa + ex}{a}$, oder $FE = \frac{a. FD}{x}$. Wir haben also, wenn wir alles dieses gebrauchen $FD. GD : \frac{cc. xx}{aa} = \frac{aa. FD^2}{xx} : FL^2$, woraus geschlossen wird $FL^2 = \frac{FD}{GD} cc$.

§. 67. Sollen nun eben dergleichen Sätze auch für die Parabel entdeckt werden, so müssen die Entfernungen der Punkte, um welche es zu thun ist, nicht von dem Mittelpuncte, welcher bey einer Parabel eigentlich nicht statt findet, sondern von dem Scheitel A , oder B , oder von einem andern Punkte an, welches sowol bey der Parabel, als der Ellipse anzugeben ist, gerechnet werden. Sehen wir

T. I. F. 14. wir aber in dem Ausdrücke $CE = \frac{aa}{x}$, welcher (61) für die Tangente der Ellipse gefunden worden ist, $a - z$ für x , indem wir z die KB bedeuten lassen, so wird $CE = \frac{aa}{a - z}$ und $BE = CE - CB = \frac{aa}{a - z} - a = \frac{az}{a - z}$ von welchem Ausdrücke der Uebergang zur Parabel sehr kurz ist. In dieser ist a unendlich groß, und also $a - z = a$, weil z immer von einer gewissen völlig bestimmten Grösse angenommen wird, und also die a , welche eben deswegen, weil sie unendlich ist, immer grösser und grösser werden kan, weder vermehret noch

T. I. F. 15. vermindert. Es ist also für die Parabel (*T. I. F. 15*) die Entfernung des Puncts E , in welcher die DE , so dieselbe bey D berührt, an die verlängerte Ase anlauft, von dem Scheitel, $AE = \frac{az}{a} = z = AK$.

§. 68. Hieraus wird $KE = 2z$, und wenn DM bey D auf die Tangente perpendicular fällt, so erhält man aus der Proportion $KE : KD = KD : KM$ diese $KM = \frac{yy}{2z} = \frac{2bz}{2z}$ (51) $= b$, woraus folget $MA = b + z$, und, wenn F der Nabel ist, $MF = b + z - \frac{1}{2}b = z + \frac{1}{2}b$. Eben so groß ist auch FE (54. 67) und wir haben (55) gesehen, daß FD eben die Länge habe. Es sind also die drey Linien FM , FD , FE einander sämtlich gleich, und jedes der Dreyecke MFD , DFE ist gleichschenkligt.

§. 69. Wird also aus D die DG der Ase parallel gezogen, von welcher man sich einbilden muß, daß sie nach den andern Nabel laufen werde, wenn man sich die Parabel als eine ins Unendliche verlängerte Ellipse vorstellet, so ist der dem DMF gleiche Winkel GDM , auch dem Winkel MDF gleich, und die DM zerschneidet demnach den Winkel GDF in zwo Hälften. Eben die DM ist die mittlere Proportionallinie zwischen MK und ME , und also $DM^2 = b(b + 2z)$ und $DM = \sqrt{bb + 2bz}$. Wird aber die FL der Tangente perpendicular gezogen, so ist, weil $MD : FL = ME : FE = 2 : 1$, diese FL halb so groß als MD , und also $FL = \frac{1}{2}\sqrt{bb + 2bz}$, oder $FL^2 = \frac{1}{4}(bb + 2bz)$.

§. 70. Der Winkel DFM ist zweimal so groß als $FDE = FED$, *T. I. F. 15.*
 und also, wenn wir den Winkel DFM auch hier v nennen, $LEF = \frac{1}{2}v$.
 Demnach ist $FE : FL = 1 : \sin \frac{1}{2}v$, und $FL = (z + \frac{1}{2}b) \sin \frac{1}{2}v$. Oder,
 weil $z + \frac{1}{2}b = FD = r$, so kan auch geschrieben werden $FL = r \cdot \sin \frac{1}{2}v$,
 durch welche Gleichheit $z + \frac{1}{2}b = r$, oder $z = r - \frac{1}{2}b$ über dieses der Aus-
 druck $FL^2 = (bb + 2bz)$ in den etwas einfachern $FL^2 = \frac{1}{2}br$ verwandelt
 wird. Es ist auch $EK : KD = 1 : \tan \frac{1}{2}v$, oder (weil $EK = 2KA$) $2z : y =$
 $1 : \tan \frac{1}{2}v$. Nun ist aus der Gleichung, die hier zum Grunde dienet $2z : y =$
 $y : b$ (S. 1.), also auch $y : b = 1 : \tan \frac{1}{2}v$, und $\tan \frac{1}{2}v = \frac{b}{y}$, $\cot \frac{1}{2}v = \frac{y}{b}$.

Radius der Krümmung.

§. 71. Die zunächst folgende Auflösung hat etwas mehr Schwierigkeit.
 Wir wollen sie zu Ende bringen, und den Nutzen des Satzes, welchen sie geben
 wird, alsdenn anfügen. ADB (*T. I. Fig. 16.*) ist wieder eine Ellipse, und *T. I. F. 16.*
 AB die grössere Ase derselben. Die Ellipse wird bey D von der DE berührt,
 und DM ist auf diese DE perpendicular. Es wird also eben die DM auch auf
 den Umkreis der Ellipse perpendicular seyn, welcher bey dem Punct D von der
 Tangente DE nicht abweicht. Man nehme ein anderes Punct des Umkreises T ,
 so nahe an dem vorigen, daß DT als eine gerade Linie angesehen werden kan,
 und lasse von diesen beiden Puncten DK und Tk der AB perpendicular fallen. Man
 ziehe auch Tm dem Umkreise der Ellipse perpendicular, gleichwie DM demselben
 perpendicular ist, und verlängere die beiden Linien DM , Tm , bis sie einander bey
 R antreffen. Die Länge nun der DR wird gesucht, zu welchem Ende auch Tz
 der AB parallel gezogen wird, welche die DK in z schneidet.

§. 72. Ist nun wie vorher $CK = x$, und die dazu gehörige $DK = y$,
 indem auch alle übrige Benennungen bleiben, so ist wie immer $ayyy = ccaa -$
 $ccxx$. Wird aber Kk durch dx bedeutet, und Dt durch dy , und ist folgendes
 $Ck = x + dx$, und $Tk = y - dy$, so wird, weil die Gleichheit für diese
 Ck , Tk eben sowol richtig ist, als für die vorigen CK , DK , auch seyn $aa(y -$
 $dy)^2 = ccaa - cc(x + dx)^2$. Nun ist $(y - dy)^2 = yy - 2ydy$, weil das
 Quadrat von dy in Ansehung $2ydy$ so klein ist, daß es weggelassen werden kan;
 und aus einer ähnlichen Ursache ist $(x + dx)^2 = xx + 2x dx$, wodurch aus
 der

T. I. F. 16. der letztern Gleichung die folgende entsteht: $aayy - 2aaydy = ccaa - ccxx - 2ccxdx$, welche von der ersten abgezogen, giebt $2aaydy = 2ccxdx$, oder $aaydy = ccxdx$, woraus die Proportion $aay : ccx = dx : dy$ gezogen wird, welche dx , den Zuwachs zu x , mit dy , dem Abgange, welchen y dabey gelitten hat, vergleicht. Da aber das kleine Dreieck Tn bey D rechtwinklicht ist, und also $dx : dy = dy : tn$, so ist die Verhältniß $dx : tn$ doppelt so hoch, als die Verhältniß $dx : dy$, woraus folget $dx : tn = a^2y^2 : c^2x^2$, und durch die Zusammensetzung der Glieder $a^2yy : a^2yy + c^2xx = dx : dx + tn = dx : Tn$.

Nun hatten wir auch (62) $CM = \frac{eex}{aa}$, woraus Cm wird, wenn wir nur $x + dx$ anstatt x setzen. Es ist demnach $Cm = \frac{eex}{aa} + \frac{eedx}{aa}$, und also $Mm = Cm - CM = \frac{eedx}{aa}$ oder $aa.Mm = eedx$, woraus folget $Mm : dx = ee : aa$.

Da nun die Verhältniß $Mm : dx$ mit der $dx : Tn$ zusammengesetzt, die Verhältniß $Mm : Tn$ giebt, so wird aus dieser, und der unmittelbar vorhergehenden Proportion geschlossen, $Mm : Tn = aaeeyy : a^2yy + c^2x^2$, woraus ferner fließet, $Tn - Mm : Tn = a^2yy + c^2xx - aaeeyy : a^2yy + c^2xx$. Wird aber in dem dritten Gliede dieser Proportion anstatt ee gesetzt $aa - cc$, so komet $Tn - Mm : Tn = c^2xx + aaccyy : a^2yy + c^2xx$, und wenn man anstatt yy seinen Werth nimt, welcher aus $aayy = ccaa - ccxx$ durch

$yy = cc - \frac{ccxx}{aa}$ ausgedrückt werden kan, [wodurch entstehet $c^2xx + a^2c^2y^2 = a^2c^4$, und $a^2yy + c^2xx = a^4cc - aaccxx + c^2xx = a^4cc - cc(aa - cc)xx = a^4cc - cceexx$] so wird endlich die Verhältniß $Tn - Mm :$

Tn der Verhältniß $ccaa : a^4 - eexx$ oder $cc : \frac{a^4 - e^2x^2}{a^2}$ gleich gefunden. Da nun, wenn r und g die beiden von D nach den Nabeln der Ellipse gezogenen Linien bedeuten, die in der 14ten Zeichnung mit DF , DG bezeichnet sind, die Gleichheit $\frac{a^4 - eexx}{aa} = DF.DG = rg$ statt findet (64), so kan auch gesetzt werden; $(Tn - Mm) : Tn = cc : rg$.

§. 74. Es ist aber auch $Mm : Tn = RM : Rn$, und also Tn T. I. F. 16.
 $\rightarrow Mm : Tn = Rn - RM : Rn$, und für Rn kan RD gesetzt werden, weil Dn der Unterschied dieser zwei Linien, bey der angenommenen Kleinigkeit der DT , in keine Betrachtung kömmt, wodurch wird $Tn - Mm : Tn = RD - RM : RD = DM : RD$, und $(Tn - Mm)^2 : Tn^2 = DM^2 : RD^2$.

Wir haben aber oben (64) gehabt $DM^2 = \frac{cc(a^4 - eexx)}{a^4} = \frac{cc}{aa}rg$, und DR ist die Länge, welche wir suchen, die v heißen mag. Dadurch entstehet $c^4 : r^2g^2 = \frac{c^2rg}{a^2} : v^2$, und hieraus wird geschlossen $v^2 = \frac{r^2g^2}{a^2c^2}$. Wenn wir aber aus der Gleichung $DM^2 = \frac{c^2rg}{a^2}$, für rg setzen $\frac{a^2 \cdot DM^2}{c^2}$, so komet $v^2 = \frac{a^4 DM^6}{c^8}$, und $v = \frac{a^2 \cdot DM^3}{c^4}$.

§. 75. Was nun den Nutzen der Linie $v = DR$ anlangt, so müssen wir anmerken, daß, obwol der Theil des Umkreises der Ellipse DT so klein genommen werden kan, daß seine Krümmung in dieser oder jener Absicht keine Betrachtung verdienet, er doch wirklich immer einige Krümmung behalten werde, weil es den ersten Begriffen widerspricht, daß ein auch noch so geringer Theil einer krummen Linie gerade seyn solte. Man kan sich also immer in dem Umkreise der Ellipse, zwischen den zween Punkten D und T ein drittes vorstellen, welches mit demselben keinesweges in einer völlig geraden Linie liegen wird, und durch diese drey Punkte in den Gedanken einen Cirkelbogen beschreiben. Dieser Cirkelbogen, wird zwischen den Punkten D und T , wie auch etwas weniges ausser denselben, so wenig von dem Umkreise der Ellipse abweichen, daß man annehmen kan, er falle in diesem kleinen Raume mit demselben ganz und gar zusammen, so daß eben die geraden Linien, welche die Ellipse bey D und T berühren, auch Berührungslinien zu eben den Punkten des Cirkelbogens werden. Hieraus aber folgt, daß die auf die Berührungslinien der Ellipse perpendicular gesetzte DR , TR , beide durch den Mittelpunct des Cirkelbogens gehen müssen, und daß also R dieser Mittelpunct, und RD der Radius seyn werde, mit welchem der Cirkelbogen zu beschreiben ist.

§. 76. In diesem Verstande hat der mit dem Radius $v = DR$ beschriebene Cirkelbogen eben die Krümmung, welche der Umkreis der Ellipse bey D
E hat,

T. I. F. 16. hat, und man kan, wenn DR gefunden ist, einen Cirkelbogen von dieser Krümmung immer beschreiben; weswegen auch v unter andern, den Namen des Radius oder Halbmessers der Krümmung bekmt. Die Krümmung eines Cirkelbogens, dessen Radius bekant ist, muß hierbey als bekant angesehen werden. Es ist aber diese Krümmung desto stärker, je kleiner der Radius ist, weil bey einem kleinern Cirkel ein Theil des Umkreises von einer bestimmten Länge immer mehr gebogen ist, als bey einem größern (*).

§. 77. Wenn das Punct D in die kleinere Ase fällt, so ist $r = e = a$, und also $vv = \frac{a^6}{aac} = \frac{a^4}{cc}$, und $v = \frac{aa}{c}$. Fällt aber D in die größere Ase, so ist immer eine der Linien r, e so groß als $a + e$, und die andere, als $a - e$, also $rg = aa - ee = cc$, woraus geschlossen wird, $vv = \frac{c^6}{caa} = \frac{c^4}{aa}$, und $v = \frac{cc}{a}$. Bey dem ersten dieser Puncte, hat also die Ellipse ihre kleinste Krümmung, bey dem andern aber die größte. Wird in dem letztern Ausdrücke, welcher für die Scheiteln gilt, statt cc , das ihm gleiche ab gesetzt, in welchem b noch immer die Hälfte des Parameter bedeutet, so kömte $v = \frac{ab}{a} = b$; und diese Gleichheit hat auch bey dem Scheitel der Parabel statt, weil in dieselbige weder a noch c einigen Einfluß hat. Ueberhaupt dienet der Ausdruck $v = \frac{a^2 DM^3}{c^4}$, wenn in demselben $b^2 a^2$ statt c^4 gesetzt, und dadurch gemacht wird, $v = \frac{DM^3}{b^2}$, auch für die Parabel. Denn in $DM = \sqrt{(bb + 2bz)}$ ist weder a noch c enthalten.

Vorbereitungssätze.

§. 78. Nun ist noch übrig, daß wir auch die Größen der Figuren, bey deren Umkreis wir uns bisher aufgehalten haben, und einiger ihrer Theile, betrachten; das ist, die Größen ebener Flächen, deren Gränzen ganz, oder zum Theil, in den Umkreis einer Ellipse fallen. Zwar biethet uns die Geometrie kein

Mit-

(*) Siehe meine Analyf. infinit. im ersten Theile den 562. §.

Mittel dar, dergleichen Figuren in Dreiecke oder Quadrate zu verwandeln: sie seh: *T. I. F. 16.* ret uns aber dieselbe mit Circeln, oder gewissen Theilen eines Circels zu vergleichen, und dieses muß uns genug seyn, da wir diesen als völlig bekant ansehen können. Denn wir wissen, daß wenn wir die Verhältniß des Durchmessers eines Circels zu seinem Umkreise, oder des Radius zu dem halben Umkreise, auf $1 : 3,14159265$ setzen, keine dieser Ziffern fehlerhaft sey, und können vermittelst derselben den Umkreis eines jeden Circels, dessen Durchmesser gegeben ist, mit einer in gar vielen Fällen überflüssigen Richtigkeit, in bekanten Maassen darstellen. Wenn man die Zahl $3,14159265$ durch 180 theilet, welches die Zahl der in dem halben Umkreise enthaltenen Grade ist; so wird durch die herausgebrachte $0,01745329$, die Größe eines Grades, oder eigentlich die Verhältniß des Halbmessers zu dem 360 sten Theil des Umkreises angegeben. Eine Minute aber wird, in eben dem Verstande, der sechzigste Theil des vorigen, und also $0,00029088$, und eine Secunde $0,00000484$, welche Zahlen gebraucht werden können, die Größe eines jeden durch Grade und deren Theile angegebenen Circelbogens durch bekante Theile des Halbmessers auszudrucken. Alles dieses ist genau genug; und doch ist noch eine ansehnliche Menge von Ziffern entdeckt worden (*), welche den hier stehenden zu einer noch viel größern Richtigkeit angefügt werden können, wenn diese verlangt werden sollte.

§. 79. Wird nun diese Verhältniß des Durchmessers eines Circels zu seinem Umkreise, oder des Halbmessers zu dem halben Umkreise, durch $1 : \pi$ angedeutet, so wissen wir, daß zu einem Circel, dessen Halbmesser a ist, der Umkreis seyn werde $2\pi a$; der Inhalt des von diesem Umkreise umschlossenen Raumes, $\pi a a$, die Oberfläche einer Kugel, so eben den Halbmesser hat, $4\pi a a$, und die Kugel selbst, $\frac{4}{3}\pi a^3$. Es sind nemlich dieses die Vorschriften, nach welchen die angezeigten Größen berechnet werden. Mit den Ausschnitten und Abschnitten der Circel, und den darauf gegründeten Körpern hat es keine größere Schwierigkeit, wenn nur erst die zu den Ausschnitten oder Abschnitten gehörigen Bogen berechnet sind. Desters kan man sich dabey auch blos an den in der Geometrie erwiesenen Satz (**), halten, nach welchem der Abschnitt eines Circels

€ 2

zwey

(*) In den Comm. Petrop. T. VIII. p. 223, woselbst für den Durchmesser = 1, der Umkreis bis auf 127 Decimalstellen angegeben wird.

(**) Im 661. §.

36 Der Astronomischen Vorlesungen erster Abschnitt.

T. I. F. 16. zween Drittel eines Rechtecks, dessen Grundlinie und Höhe der Grundlinie und Höhe des Abschnitts gleich sind, desto weniger übertrifft, je flacher sein Bogen ist, das ist, je weniger er Grade, Minuten und Secunden enthält.

§. 80. Es werden aber auch alle auf die Verhältniß des Radius eines Circels zu seinem Umkreise gegründeten Rechnungen in vielen Fällen gar sehr erleichtert, wenn man jene Länge durch Theile ausdrucket, welche bey dem Umkreise Grade, Minuten, Secunden genant werden. Da nemlich der halbe Umkreis 180 Grade, und jeder Grad 60 Minuten enthält, so enthält der halbe Umkreis 10800 Minuten, und sechzigmal so viel, das ist 648000 Secunden. Wird nun zu π , 1, und 648000 die vierte Proportionalzahl 206264,8 gefunden, so ist diese die Zahl der Secunden des Umkreises, welche gerade gebogen und an einander gelegt, den Halbmesser des Circels ausmachen würden; und es kan auch gesetzt werden, $1 : \pi = 206264,8 : 648000$ oder $1 : 2\pi = 206264,8 : 1296000$. Es machen aber die in dem Radius enthaltene 206264,8 Secunden, 57 Grade, 17 Minuten und 44,8 Secunden aus, welchem zufolge sich auch der Radius zu dem halben Umkreise wie $57^\circ, 17', 44'', 8$ zu 180° verhalten wird; und zu einem jeden andern Bogen, wie eben die Zahl, zu der in diesem Bogen enthaltenen Zahl der Grade, samt den Minuten und Secunden. Auf diese Weise wird die Verhältniß des Radius zu einem Bogen von so oder so vielen Graden, Minuten, Secunden ohne Weirläufigkeit herausgebracht: und es kan alsdann auf diese Verhältniß die übrige Rechnung eben so gegründet werden, wie man sich der Verhältniß $1 : \pi$ in den Fällen bedienet, da sie statt findet.

§. 81. Geometrisch lassen sich die Aufgaben, in welche die Verhältniß des Durchmessers zu dem Umkreise seines Circels, oder etwas dergleichen, einen Einfluß hat, freylich nicht auflösen: weil die Geometrie diese Verhältniß nicht entdeckt. Will man aber mit einer Auflösung zufrieden seyn, welche, ob sie wol nicht völlig geometrisch genant werden kan, doch das gesuchte, ohne alle Rechnung so genau angiebt, als irgend eine andere in völliger Strenge auf die Sätze der Geometrie gegründete Zeichnung thun würde; so kan dieses zwar auf verschiedene Art geschehen; am besten aber scheint sich dazu die Linie des Dinostratus, welche wir an einem andern Orte (*) betrachtet haben, zu schicken. Soll diese Linie in

einer

(*) In meiner *Analyfi finit.* § 758.

einer zu unserer gegenwärtigen Absicht geschickten Lage beschrieben werden, so wird (T. I. F. 17.) der rechte Winkel ACB in eine beliebige Anzahl einander völlig gleicher Winkel zerschnitten, und eben so viele geradlinichte Theile von einer schicklichen Länge werden aus C auf die CB getragen, so daß CB so viele gleiche Theile bekommt, als viele kleine Winkel den ACB ausmachen. Eigentlich sollten so viele solcher Theile, als die AB ausmachen auch ausser B auf dieselbe getragen, und der neben dem rechten ACB stehende Winkel BCD , sollte eben so getheilet werden, wie ACB getheilt worden ist. Es ist aber hinlänglich, wenn nur einige wenige Theile der CB über B hinausgesetzt, und eben so viele Winkel, von der durch die Theilung des ACB bestimmten Größe, an die andere Seite der CB getragen werden. Als denn wird durch jeden Theilungspunct der verlängerten CB eine Linie der AC parallel gezogen, und das Punct bemerkt, in welcher sie diejenige unter den durch C gezogenen Linien durchschneidet, welche von der AC eben so sehr abweicht, als sie selbst davon entfernt ist. Die Zeichnung kan vollkommen deutlich machen, wie dieses zu verstehen sey. Durch alle dergestalt gefundene Puncte aber wird alsdenn der Theil einer krummen Linie ABE beschrieben, welche die verlangte, so weit wir sie gebrauchen, seyn wird.

§. 82. Man muß sich vorstellen, daß solcher Puncte, als zur Bestimmung der krummen Linie ABE nur gar wenige angenommen werden konten, eine unendliche Menge gefunden worden sey, so daß diese Puncte, dichte an einander liegend, wirklich die ganze ABE , wie sie sich dem Auge darstellt, ausmachen. Daraus aber folgt, daß wenn ein Punct F in dieser krummen Linie nach Belieben angenommen wird, aus welchem FG der CB perpendicular fällt, und FC nach der Spitze des rechten Winkels ACB läuft, sich der Winkel ACF zu diesem ACB , wie CG zur CB verhalten werde. Stellet man sich also einen Cirkel vor, dessen Umkreis viermal so groß ist als CB , so daß CB einem Quadranten dieses Umkreises gleich wird, und nennet den Radius dieses Cirkels v , das mit eben dem Radius v beschriebene Maas des Winkels ACF aber φ ; so ist, weil sich dergleichen Maasse der Winkel wie die Winkel selbst verhalten, auch $\varphi : CB = CG : CB$, und also $\varphi = CG$, welchem nach der mit dem Radius v beschriebene Bogen φ , welcher den Winkel ACF misset, gar leicht in eine gerade Linie verwandelt wird. Denn man kan diesen Radius v vermittelst der Proportion $\frac{1}{2}\pi : 1 = CB : v$, oder $\pi : 2 = CB : v$, finden; und wir werden gleich sehen, wie derselbe auch ohne Rechnung genau genug entdeckt werden könne.

T. I. F. 17.

§. 83. Wenn wir nicht in unnöthige Weitläufigkeiten verfallen wollen, so müssen wir den Radius v , mit welchem die Maasse der Winkel zu beschreiben sind, auch bey der Bestimmung der Sinus dieser Winkel gebrauchen. Nun ist CFG dem Winkel ACF gleich; und $CG : CF$ ist die Verhältniß des Sinus dieses Winkels zum Radius. Es ist also auch $\sin \varphi : v = CG : CF$, und (da $CG = \varphi$) $\sin \varphi : v = \varphi : CF$, oder $\sin \varphi : \varphi = v : CF$. Nun ist, wenn man sich das Punct F sehr nahe bey A einbildet, und dadurch den Winkel φ bis zu einer fast unbeträchtlichen Kleinigkeit vermindert, φ kaum grösser als $\sin \varphi$, und wenn F in A fällt, alwo AC von der krummen Linie geschnitten wird, so ist mit völliger Richtigkeit $\varphi = \sin \varphi$. Es ist demnach auch $v = CA$, und man würde diesen Radius wirklich geometrisch finden können, wenn es die Natur der Sache leiden wolte, das Punct der krummen Linie A , so wie bey den übrigen Puncten derselben geschehen ist, zu bestimmen. Dieses ist nun zwar nicht, es kan aber doch die mit einigem Fleisse beschriebene, und etwas an die andere Seite der AC verlängerte krumme Linie dieses Punct zuverlässig genug, und fast eben so genau, als die Rechnung geben. Alsdenn ist die dadurch geendigte AC diejenige, welche in der Verhältniß $1 : \sin \varphi$, und andern dergleichen, durch die 1 angedeutet wird.

T. I. F. 18.

§. 84. Es können bey der krummen Linie ABE (T. I. Fig. 18.) die Zahlen der Grade angemerkt werden, die in den Winkeln enthalten sind, welche die aus C nach den verschiedenen Puncten derselben gezogenen geraden Linien, als CF , mit der AC einschliessen. Wird nun eine solche Linie CF verlängert, und auffer der krummen Linie ABE in der verlängerten CF ein Punct L , oder auch in der CF selbst, l nach Belieben angenommen, von F aber die FG der CD perpendicular gemacht, und durch L , l , die LK , lk der FG parallel gezogen, welche, wenn sie es bedürfen, verlängert, die krumme Linie in H und b schneiden; so wird ein Satz entdeckt, auf welchen die Auflösung einer gar wichtigen Aufgabe gegründet werden kan. Man ziehe auch von H und b gerade Linien nach dem Puncte C , und lasse φ noch immer das mit dem Radius AC beschriebene Maass des Winkels ACF bedeuten, ψ aber nenne man vors erste das mit eben dem Radius beschriebene Maass des grössern Winkels ACH ; und bezeichne die Linie FL mit e . Wir erhalten dadurch $CK = \psi$, $CG = \varphi$, und $GK = \psi - \varphi$, und weil $CF : CG = 1 : \sin \varphi = FL : GK = e : \psi - \varphi$, so wird

wird die Proportion $1 : \sin \varphi = e : (\psi - \varphi)$ unmittelbar herausgebracht, T. I. F. 18. welche giebt $\psi - \varphi = e. \sin \varphi$. Wird aber anstatt des Puncts L das innere l genommen, und nunmehr der Winkel ACb , der kleiner ist als ACF , durch ψ bezeichnet, in dem e die Fl bedeutet: so wird $CK = \psi$, und $kG = \varphi - \psi$, (denn $CG = \varphi$ bleibt) die Proportion $FC : CG = lF : kG$ aber giebt $1 : \sin \varphi = e : (\varphi - \psi)$ oder $\varphi - \psi = e. \sin \varphi$.

§. 85. Diese Sätze können dienen, aus der Linie e , und aus einem der Winkel, deren Maasse φ , ψ , samt dem Sinus des einen in der Proportion enthalten sind, den andern zu finden, sowol wenn der Winkel φ , dessen Sinus mit vorkommt, kleiner ist, als der andere ψ , als auch wenn er diesen übertrifft. Zwar kan unsere eingeschränkte Zeichnung dieses nur bey solchen Winkeln leisten, die beide nicht viel grösser sind, als rechte Winkel; es werden aber auch in der Anwendung keine andern vorkommen.

§. 86. Wenn ψ grösser ist als φ , und also $\psi - \varphi = e. \sin \varphi$, so ist $\psi = \varphi + e. \sin \varphi$. Wird also bey diesem Umstande der Winkel φ gegeben, so mache man $ACF = \varphi$, und in der verlängerten CF , $FL = e$. Die durch L der FG parallel gezogene LH , wird das Punct der krummen Linie H so gleich geben, von welchem HC gezogen werden muß, damit der Winkel ACH die verlangte Grösse ψ erlange. Wird aber bey eben dem Umstande der Winkel ψ gegeben, und φ gesucht, so mache man $ACH = \psi$, und ziehe durch das Punct H der krummen Linie die bey L unbegranzte LK der CD perpendicular. Alsdenn lege man zwischen diese KL und die krumme Linie AD , eine andere gerade Linie FL , die der gegebenen e gleich ist, dergestalt, daß sie verlängert durch C gehe. Dieses kan gar leicht geschehen, wenn man die FL an die Schneide einer Regel zeichnet, und es wird diese Art zu verfahren einer andern, die mehr geometrisch scheinen könnte, billig vorgezogen. Die dergestalt angelegte CL aber giebt das Punct der krummen Linie F , und den durch φ gemessenen Winkel ACF unmittelbar.

§. 87. Ist aber ψ kleiner als φ , und demnach $\psi = \varphi - e. \sin \varphi$ und erstlich wieder zu den gegebenen Winkel φ der ψ zu finden, so bilde man das rechtwinklichte Dreyeck CFG wie vorher, und mache in der größten Seite

des

T. I. F. 18. desselben $Fl = e$. Die durch l der FG parallel gezogene kb wird die krumme Linie in dem verlangten Puncte b schneiden, von welchem bC gezogen werden muß, damit der Winkel ACb das Maaß ψ bekomme. Ist aber, bey eben dem Umstande, da ψ kleiner ist als ϕ , jener ψ gegeben, und wird der dazu gehörige ϕ gesucht, so wird umgekehrt ACb dem Winkel ψ gleich gemacht, und durch b die bk der AD perpendicular gezogen; alsdenn aber CF dergestalt durch C gelegt, daß der zwischen bk und die krumme Linie fallende Theil derselben lF der gegebenen e gleich werde. Dieses wird das Punct F , und mittelst desselben den Winkel $ACF = \phi$ geben. Alle diese Arbeiten werden durch die vorgeschlagene Theilung der krummen Linie ABE erleichtert, welche uns in den Stand setzt, die durch ihre Maaße angegebenen Winkel ohne andere Beyhülfe aufzutragen, und, indem sie die gesuchten ebenfalls durch Grade und deren Theile angiebt, uns öfters der Mühe überhebt, die Seiten derselben zu zeichnen.

Theilung der Ellipse.

§. 88. Was nun die Theilung der Ellipse anlangt, welche in der Astronomie vornehmlich vorkommt, so folgt aus dem oben (19) angemerkten unmittelbar, *T. I. F. 19.* daß wenn auf die grössere Ase einer Ellipse AB (*T. I. Fig. 19.*) ein halber Cirkel AEB gesetzt wird, und eine der AB perpendicular gezogene FD den halben Cirkel sowohl, als die halbe Ellipse AGB theilet, der Abschnitt des halben Cirkels FBD sich zu dem Abschnitte der halben Ellipse HBD , wie a (welche noch immer die halbe Ase AB , oder der Halbmesser des Cirkels AC ist) zu c , der kleinern Ase der Ellipse verhalten werde. Denn es ist HBD der orthographische Entwurf der Figur FBD , zu einem Winkel I , dessen Cosinus sich zum Radius wie c zu a verhält. Werden von den Puncten der Umlaufe F , H nach irgend einem Puncte der Ase K die geraden Linien FK , HK gezogen, so ist auch HKB der Entwurf von FKB ; es hat also $FKB : HKB$ eben die Verhältniß $a : c$, welche zugleich die Verhältniß des Dreiecks FKD zum Dreiecke HKD , des Quadranten des Cirkels ECB zu dem Quadranten der Ellipse GCB , des halben Cirkels zur hal-

T. I. F. 20. ben Ellipse, und des ganzen zu der ganzen ist. Wird (*T. I. Fig. 20.*), statt der grössern Ase der Ellipse, die kleinere AB zum Durchmesser des halben Cirkels gemacht, so kan zwar die halbe Ellipse AGB keinesweges als ein orthographischer Entwurf des halben Cirkels AEB angesehen werden. Es folgen aber aus dem

geome-

geometrischen Grundsätze, auf welchen wir zum Anfang (19.) gebauet haben, *T. I. F. 29.* für diesen Fall die nehmlichen Vergleichen. Auch die halbe Ellipse *AGB* verhält sich zu dem halben Cirkel *AEB* wie *GC : EC*, und eben die Verwandniß hat es mit den übrigen in der Zeichnung vorgestellten Figuren, bey welchen wir uns nicht aufhalten dürfen, weil sie nur selten gebraucht werden.

§. 89. Der Inhalt des mit dem Halbmesser *a* beschriebenen Cirkels ist $\pi a a$. Dieser verhält sich zu dem Inhalte einer Ellipse, die *2a* zur grössern und *2c* zu kleinern Ase hat, wie *a : c*. Es ist also der Inhalt dieser Ellipse $\frac{\pi a a c}{a} = \pi a c$. Soll aber ein Cirkel beschrieben werden, dessen Inhalt so groß ist als diese Ellipse, so sey der halbe Durchmesser desselben *v*. Der Cirkel wird seyn $\pi v v$, und also $\pi v v = \pi a c$, und $v v = a c$. Dieses zeigt, daß der Cirkel einer Ellipse nicht anders gleich seyn könne, als wenn sein Halbmesser *v* die mittlere Proportionallinie zwischen *a* und *c*, den Hälften der beiden Axen der Ellipse, oder sein ganzer Durchmesser *2v* die mittlere Proportionallinie zwischen den Axen *2a* und *2c* ist.

§. 90. Daraus aber, daß der Ausschnitt *FKB* zu dem *HKB* immer die Verhältniß *a : c*, welche zugleich die Verhältniß des halben Cirkels *AEBA*, zu der halben Ellipse *AGBA*, und des Ausschnitts *FKA*, zu dem *HKA* ist, folgt, daß wenn jemand, vermittelst der von einem beliebigen Puncte *K* des Durchmessers *AB* gezogenen *KF* den halben Cirkel *AEBA* so zu theilen wüßte, daß der Ausschnitt *FKB* zu der *AEBA* eine gewisse gegebene Verhältniß bekäme, es ihm leicht seyn würde, die halbe Ellipse *AGBA* vermittelst einer von dem nehmlichen Puncte *K* gezogenen geraden Linie, in eben der Verhältniß zu theilen. Er bößte nur *FD* durch *F* der Ase perpendicular machen, und das Punct *H* annehmen, in welchem diese *FD* den Umkreis der Ellipse schneidet. Die von *H* nach *K* gezogene *HK* würde die verlangte Theilung verrichten, und zugleich die Verhältniß *HKB : HKA* der Verhältniß *FKB : FKA* gleich machen. Denn weil $FKB : HKB = a : c$, und zugleich $AEBA : AGBA = a : c$, also $FKB : HKB = AEBA : AGBA$; so ist auch $FKB : AEBA = HKB : AGBA$, und eben so wird geschlossen $FKB : FKA = HKB : HKA$.

42 Der Astronomischen Vorlesungen erster Abschnitt.

T. I. F. 20. §. 91. Diese Theilung der Ellipse nun ist die Aufgabe, mit welcher wir uns hier beschäftigen müssen, wiewol sie nur für den Fall aufgelöst werden darf, wenn K einer der Nabel der Ellipse ist, und also von dem Mittelpuncte des Circels beträchtlich abweicht. Es giebt keinen geraden Weg dazu, wenigstens ist noch zur Zeit keiner entdeckt worden; sondern man ist, in Ermangelung einer völlig geometrischen Auflösung, gezwungen sich der Annäherung zu bedienen, und dadurch die im Anfange begangenen kleinen Fehler so lang zu vermindern, bis sie keine weitere Betrachtung verdienen. Dazu giebt es verschiedene Wege, unter welchen die folgenden am meisten gebraucht werden, oder doch nicht ohne Vortheil gebraucht werden können.

T. II. F. 21. §. 92. Es sey (*T. II. Fig. 21.*) $AKBA$ eine halbe Ellipse, und AB die größere Ase derselben, in welcher C ihr Mittelpunct, F der eine Nabel, und G der andere ist. Aus F sey die FK dergestalt zu ziehen, daß der Ausschnitt KFB , zu der halben Ellipse $AKBA$, eine gegebene Verhältniß bekomme. Um nun eine Anweisung hierzu aus den gegebenen Sätzen herzuleiten, muß um eben den Mittelpunct C , zu den Durchmesser AB , der halbe Circel ADB beschrieben seyn. Wird der halbe Umkreis ADB bey D dergestalt getheilet, daß der Bogen BD zu dem halben Umkreise ADB die gegebene Verhältniß bekomme, welche nehmlich der Ausschnitt KFB zu der halben Ellipse haben soll: so erhält auch der Ausschnitt DCB zu der halben Scheibe $ADBA$; und der Winkel DCB zu zweien rechten Winkeln, eben die Verhältniß, welche, wenn C die halbe Scheibe, und DCB den Ausschnitt bedeutet, durch $DCB : C$ angegeben wird. Man ziehe durch G den zweiten Nabel GE der CD parallel, und mache dadurch den Winkel EGB gleich dem DCB . Von E , allwo diese Linie den Umkreis des Circels erreicht, ziehe man EH der AB parallel, bis an die nach Nothdurft verlängerte CD . Wenn man sich nun von E nach F eine gerade Linie vorstellt, (welche, die Verwirrung zu vermeiden, hier eben so wenig gezeichnet ist, als eine andere, die hernach vorkommen wird) so wird das Dreyeck EFG gleich dem Parallelogramm HG , weil diese Figuren beide zwischen den Parallellinien HE , FG stehen, und die Grundlinie FG doppelt so groß ist, als CG . Alles dieses ist bey einer jeden Grösse des Winkels DCB oder EGB richtig.

§. 93. Ist nun aber der Winkel EGB spitzig, so setze man zu der Figur EGB einmal das Dreyeck EFG , und denn auch das Viereck HG . Die Figuren,

guren, welche dadurch erhalten werden, EFB und $HCBE$, müssen gleich seyn. *T. II. Faz.*
 Es ist aber $HCBE = DCB - DHE$, und also auch $EFB = DCB - DHE$, oder $EFB + DHE = DCB$. Wird demnach in der Verhältniß $DCB : C$, anstatt des DCB der Ausschnitt EFB gesetzt, so wird die Verhältniß $EFB : C$ kleiner als $DCB : C$, und wenn auch EI der AB perpendicular gemacht, und von dem Punkt I , allwo diese Linie den Umkreis der Ellipse schneidet, nach eben dem F eine gerade Linie gezogen wird, so bekommt man einen Ausschnitt IFB , welcher zur Hälfte der Ellipse E eben die Verhältniß $EFB : C$ hat. Also wird auch die Verhältniß $IFB : E$ kleiner als die Verhältniß $DCB : C$; und es muß dem Gliede IFB etwas zugesetzt werden, wenn man diese zwei Verhältnisse zur Gleichheit bringen will. Wird aber anstatt der IF von dem Punkte K , in welchem GE den Umkreis der Ellipse schneidet, die KF gezogen, und KFB für IFB genommen, so geschiehet wirklich einiger Zusatz, ob man zwar nicht sagen kan, daß er eben die rechte Größe habe. Es kan also der Fehler so groß nicht seyn, wenn angenommen wird $KFB : E = DCB : C$: und mit eben so vieler Richtigkeit wird auch die Verhältniß $KFB : E$ der Verhältniß des Bogens BD zu dem halben Umkreise ADB , oder des Winkels EGB zu zween rechten Winkeln gleich seyn.

§. 94. Ist im Gegentheil der Winkel EGB stumpf, so kömt, wenn der Figur EGB einmal das Dreieck EFG , und alsdenn das Viereck HG zugesetzt wird, $EFB = DCB + DHE$, oder $EFB - DHE = DCB$. Es ist also die Verhältniß $EFB : C$ nunmehr grösser, als die Verhältniß $DCB : C$: und weil, wenn wiederum EI der AB perpendicular gemacht, und das Punct I in dem Umkreise der Ellipse angenommen wird, $IFB : E = EFB : C$, so ist auch die Verhältniß $IFB : E$ grösser als die Verhältniß $DCB : C$, und es muß von dem Gliede IFB etwas abgezogen werden, wenn sie zur Gleichheit gebracht werden sollen. Dieser Abzug geschiehet wirklich, wenn anstatt IFB der Ausschnitt KFB gebraucht wird, indem man die FK nach dem Punkte K ziehet, in welchem GE den Umkreis der Ellipse schneidet. Folgende wird die Proportion $KFB : E = DCB : C$ ebenfalls beynähe statt haben, und man wird mit eben so vieler Richtigkeit als vorher, die Verhältniß $KFB : E$ der Verhältniß des Bogens BD zu dem halben Umkreise ABD , oder des Winkels EGB zu zween rechten Winkeln, gleich setzen können.

T. II. F. 21.

§. 95. Es sind also diese Proportionen immer beynahе richtig, wenn das Punct B an eben der Seite des Nabels F genommen wird, an welcher der Mittelpunct C lieget. Daraus aber ist leicht zu schliessen, daß sie auch beynahе richtig seyn werden, wenn anstatt des DB , der Bogen DA , anstatt des Winkels DCB , der Winkel DCA , und anstatt des Ausschnittes KFB der Ausschnitt KFA genommen wird. Denn es wird aus der Proportion $KFB : E = DCB : C$ geschlossen, $E - KFB : E = C - DCB : C$, das ist $KFA : E = DCA : C$, und die Verhältniß $DCA : C$ ist auch hier gleich der Verhältniß des Bogens DA zu dem halben Umkreise, wie auch der Verhältniß des Winkels KCA oder EGA zu zween rechten Winkeln.

§. 96. Es würde also diese Proportion eine sehr leichte Anweisung geben, die halbe Ellipse aus einem ihrer Nabel F in einer verlangten Verhältniß zu theilen, wenn dabey kein Fehler zu befürchten wäre. Man dürfte nur an die grössere Ase der Ellipse einen Winkel EGB oder EGA von der durch diese Proportion bestimmten Grösse setzen, dessen Spitze in den andern Nabel G fiele, und dessen Defnung nach eben der Seite gekehret wäre, nach welcher die Defnung des von der halben Ellipse abzuschneidenden Ausschnittes KFB oder KFA gekehret seyn soll. Die verlängerte Seite dieses Winkels GE würde den Umkreis der Ellipse in dem Punct K schneiden, von welchem die KF gezogen werden müste, die verlangte Theilung zu verrichten. Es zeigen aber die gebrauchten Schlüsse nur, daß diese Theilung der Wahrheit nahe komme, und keineswegs, daß sie dieselbe völlig erreiche. Man findet wirklich bey einer genauern Untersuchung, daß die Fehler derselben zwar gar gering sind, wenn die Eccentricität der Ellipse CF in Ansehung der Ase AB klein ist, bey einer grössern Eccentricität aber beträchtlich genug werden: und es ist nicht schwer einzusehen wovon dieses herrühre. Wenn die Ase AB immer dieselbe bleibt, so wird bey einer starken Eccentricität das krumlinichte Dreyeck DHE groß, und die Ellipse weicht sehr von dem Circel ab. Bey einer geringen Eccentricität aber wird dieses Dreyeck DHE klein, und der Umkreis der Ellipse entfernt sich so wenig von dem Umkreise des Circels, daß die Puncts E, K, I fast in eines zusammen fallen.

§. 97. Ist von dem Nabel der Ellipse F die FK nach Belieben gezogen worden, so kan die Verhältniß des Ausschnittes KFB , welcher dadurch entstanden ist, zu der halben Ellipse mit eben so vieler Richtigkeit gefunden werden, wenn man

man nur KG nach dem andern Nabel ziehet. Denn wie sich der dadurch gebildete Winkel KGB zu zween rechten Winkeln verhält, so verhält sich beynabe der Ausschnitt KFB zu der halben Ellipse.

§. 98. Zwar lassen sich die Fehler dieser Proportion vermindern: es dürfte aber überflüssig seyn dieses zu unternehmen, da wir noch verschiedene andere Anweisungen haben, einen Cirkel, und vermittelst desselben, eine Ellipse nach einer gegebenen Verhältniß zu theilen, oder, wenn die Theilung nach Willkühr verrichtet ist, die Verhältniß der Theile gegen das Ganze zu finden. Unter diesen hat die nachfolgende das besondere voraus, daß man sich vermittelst derselben ohne sonderliche Mühe der Wahrheit so sehr nähern kan, als man nur will, weswegen sie auch vorzüglich gebraucht wird. Ich werde, indem ich sie vortrage, bey dem halben Cirkel stehen bleiben, da von demselben der Uebergang auf die Hälfte einer Ellipse so leicht ist.

§. 99. Es sey $ADBA$ (*T. II. Fig. 22. 23*) dieser halbe Cirkel, und in *T. II. F. 22.* demselben das Punct F gegeben, durch welches eine Linie FE gezogen werden soll, welche macht, daß der Ausschnitt EFB , dessen Seite FB durch den Mittelpunkt C gehet, zu dem halben Cirkel eine gegebene Verhältniß bekomme. Wenn nun wieder gesetzt wird, daß diese die Verhältniß des Ausschnittes DCB zu eben dem halben Cirkel $ADBA$, das ist, die Verhältniß des Bogens DB zu dem halben Umkreise ADB , oder des Winkels DCB zu zween rechten Winkeln sey, so siehet man wie vorher, daß nichts anders zu thun sey, als den Ausschnitt EFB dem vorigen DCB gleich zu machen. Denn wenn $EFB = DCB$, so hat als terdings jeder dieser Ausschnitte zu dem halben Cirkel einerley Verhältniß, und diese ist die vorgegebene. Eben dergleichen ist auch von dem Ausschnitte EFA zu sagen, dessen Seite FA nicht durch C gehet. Dieser Ausschnitt EFA verhält sich zu dem halben Cirkel, wie der Bogen AD zu dem halben Umkreise, wenn er dem Ausschnitte DCA gleich ist. Nun wird beides erhalten, wenn FE so gezogen wird, daß der kleinere Ausschnitt DCE dem Dreyecke ECF gleich werden muß, weil an der einen Seite $EFB = ECB + EFC$, und $DCB = ECB + DCE$, und an der andern $EFA = ECA - EFC$ und $DCA = ECA - DCE$. Es komt also bey dieser Auflösung alles auf die Gleichheit dieser zwe Figuren an.

T. II. F. 22.

23

§. 100. Man ziehe auf die nach Nothdurft verlängerte CE aus F die FG perpendicular. Wird nun CE als die Grundlinie des Dreiecks EFC angesehen, so ist FG die Höhe desselben. Der Ausschnitt DCE aber ist einem Dreiecke gleich, welches eben die Grundlinie CE , zu seiner Höhe aber eine gerade Linie hat, welche dem Bogen DE gleich ist. Soll also das Dreieck EFC dem Ausschnitte DCE gleich werden, so muß auch FG der Höhe dieses letztern Dreiecks, das ist dem Bogen DE gleich seyn, und dadurch wird der Ort des gesuchten Puncts E oder D auf das einfachste bestimmt.

§. 101. Es ist nemlich entweder, wenn die Verhältniß gegeben ist, die Theilung des halben Cirkels zu verrichten; oder wenn die Theilung nach Willkühr geschehen ist, die Verhältniß zu finden, welche der abgeschnittene Theil zu dem Ganzen hat. In dem ersten Falle wird das Punct D gegeben, und E wird gesucht; in dem letztern aber haben wir E , und sollen das Punct D angeben. In beiden kommt alles auf den Bogen DE an, um welchen die Puncte des Umkreises D , E von einander entfernt sind. Wir wollen diesen Bogen Q nennen, BD aber soll durch M , und BE durch N bezeichnet werden, wenn FB durch den Mittelpunkt C gehet. Wird aber an deren Stelle FA genommen, welche nicht durch den Mittelpunkt gehet, so soll M die AD , und N die AE bedeuten: so daß in dem ersten dieser Fälle wird $Q = M - N$, und in dem andern $Q = N - M$.

§. 102. Ist nun das Punct E gegeben, nach welchem die Linie FE gezogen ist, die den halben Cirkel theilet: so wird der Bogen Q vermittelst der bekannten Zahlen, welche die Verhältniß des Umkreises eines Cirkels zu seinem Durchmesser angeben (78), gar leicht gefunden. Die Entfernung des Puncts F von dem Mittelpunkt C muß bekannt seyn. Wir wollen diese FC durch e andeuten, weil bey der Ellipse F einer ihrer Nabel, und also FC die Eccentricität werden wird. Nun wird das Punct E nicht anders, als durch einen der Bogen EB oder EA gegeben, und diese Bogen haben beide eben den Sinus, welcher zugleich der Sinus des Winkels FCG ist. Es ist also dieser Sinus, welcher durch $\sin N$ angezeigt wird, immer zu haben. Das Dreieck FCG ist bey C rechtwinklicht, und also $1 : \sin N = e : FG$, oder $FG = e \cdot \sin N$; es muß aber seyn $Q = FG$, und demnach auch $Q = e \cdot \sin N$. Hierdurch wird Q allerdings gegeben, weil e und N bekannt sind.

§. 103. In dem ersten unserer Fälle, da die Bogen M und N ihren Anfang *T. II. F. 22.* bey B nehmen, ist $Q = M - N$, und also $M - N = e. \sin N$, und $M = N + e. \sin N$; in dem zweiten aber, da A der Anfang dieser Bogen war, haben wir $Q = N - M$, und also $N - M = e. \sin N$, woraus folget $M = N - e. \sin N$. Diese Gleichungen kommen vollkommen mit denjenigen überein, mit welchen wir uns unlängst (84.) beschäftigt haben, und werden in dieselbe verwandelt, wenn gesetzt wird $M = \psi$ und $N = \varphi$. Es wird also vermittelst der daselbst beschriebenen Zeichnung, zu dem gegebenen e und N oder φ , der Bogen ψ oder M mit aller der Richtigkeit gefunden, die eine genaue Zeichnung geben kan, das ist: wenn die Linie des Dinostratus etwas groß gemacht, und genau getheilet wird, mit einer Ungewißheit von einigen wenigen Minuten. 23

§. 104. Die Rechnung kan diese Ungewißheit, so weit es nöthig seyn mag, vermindern. Es wird aber dieselbe gar sehr erleichtert, wenn, wie (80.) gezeigt worden ist, man die Länge des halben Durchmessers eines Circels durch Theile ausgedruckt, welche bey dessen Umkreise Grade, Minuten, Secunden genennet werden. Man wird dadurch in den Stand gesetzt auch die Eccentricität $FC = e$ durch eine Zahl von Secunden anzugeben, weil die Verhältniß $FC : AC$ bekant ist. Alsdenn aber giebt $Q = e. \sin N$ den Bogen Q in eben solchen Theilen, das ist, in Secunden des Umkreises, von deren Zahl die Minuten und ganzen Grade abgefondert werden können. Ist dieses geschehen, so machen die Vorschriften $M = N + Q$, oder $M = N - Q$ keine weitere Schwierigkeit, weil N ebenfalls in Graden Minuten und Secunden gegeben, und M in dergleichen Theilen gesucht wird.

§. 105. Ist aber durch das Punct D der Bogen DB gegeben worden, welcher sich zu dem halben Umkreise ADB verhalten soll, wie der Ausschnitt EFB zu der halben Scheibe, und wird also das Punct E verlangt, so ist zwar die Rechnung weitläufiger: durch die Zeichnung aber wird diese Aufgabe eben so leicht als die vorige berichtet. Es wird nunmehr N oder φ gesucht, und M oder ψ ist gegeben. Wir haben aber (86. 87) gesehen, wie zu dem Ende verfahren werden müsse, sowol wenn die Bogen bey B anfangen, und also M größer ist als N , oder ψ größer als φ , als auch wenn der Anfang der Bogen in A fällt, und M kleiner ist als N , oder ψ kleiner als φ . Für den ersten Fall ist die Regel

T. II. F. 22. gel, $\psi = \varphi + e. \sin \varphi$, oder $M = N + e. \sin N$, und für den zweiten, $\varphi =$
 23. $\varphi - e. \sin \varphi$, oder $M = N - e. \sin N$: und die gegenwärtige Zeichnung läßt eben so wenige Minuten ungewiß, als die vorige (103.).

§. 106. Wollte man aber auf diese Vorschriften eine Rechnung gründen, durch welche der Bogen N aus dem bekanten M gerade zu zu finden wäre, so würde dieselbe sehr mühsam ausfallen. Man müste erstlich überhaupt den Sinus eines Bogens aus diesem Bogen, oder den Bogen aus seinem Sinus ausdrücken, um dadurch eine der zwei unbekanten Grössen N oder $\sin N$ aus der Vorschrift herauszubringen. Denn so lang sie beide in derselben stehen, siehet man leicht, daß es unmöglich sey, die eine oder die andere durch irgend eine Rechnungsart zu finden, weil dabey immer die andere, die doch eben so unbekant ist, zum voraus bekant seyn müste. Dieses Ausschließen einer der zwei Grössen N und $\sin N$ aber kan nicht ohne grosse Weitläufigkeit geschehen. Das beste ist also, man nehme einen Umschweif und bediene sich der Regeln nicht weiter, als den durch andere Wege zwar nicht völlig genau, aber doch beynahe entdeckten Bogen N , so weit es nöthig ist, zu berichtigen. Dieses ist leicht und kurz; und die folgenden kleinen Anmerkungen werden den Vortrag noch deutlicher machen.

§. 107. Es fließet nehmlich aus allen, so wir bisher gesehen haben, und man kan es selbst aus einiger Betrachtung der Zeichnungen schliessen, daß die Bogen M und N immer mit einander zugleich wachsen und abnehmen, sie mögen ihren Anfang bey A oder bey B haben, so daß, wenn N vergrößert wird, zugleich auch M zunehmen muß, und umgekehrt. Uebrigens aber ist die Regel $M = N + e. \sin N$, welche gebraucht werden muß, wenn die Bogen M und N bey B anfangen, von der andern $M = N - e. \sin N$, welche gilt, wenn A der Anfang dieser Bogen ist, nur in Ansehung des Zeichens der e verschieden. Und in der That unterscheiden sich auch diese beiden Fälle blos durch die verschiedene Lage der durch e bedeuteten CF , in Absicht auf die Punkte A und B . Es wird also, was aus einer dieser Gleichungen geschlossen wird, auf den Fall angewendet, für welchen die andere gehöret, indem man blos $-e$ für $+e$, oder dieses für jenes setzet: und in so ferne kan die Gleichung $M = N + e. \sin N$ für beide Fälle zugleich gelten.

§. 108. Nach diesen Anmerkungen können wir uns zu der Auflösung wenden, bey welcher uns der ziemlich bekante Satz (*) zu Hatten kommen wird: Wenn N
 und

(*) Anal. finit. §. 433.

und n zween Cirkelbogen sind, deren letztern man zu dem erstern hinzusetzt, oder von *T. II. F. 22.* demselben abziehet, der Radius aber, auf welchen sich die Sinus beziehen, ist, 23.
wie gewöhnlich, die Einheit, so ist

$$\begin{aligned} \sin(N+n) &= \sin N \cos n + \sin n \cos N, \text{ und} \\ \sin(N-n) &= \sin N \cos n - \sin n \cos N. \end{aligned}$$

Wir werden uns hier desselben nur in dem Falle bedienen, wenn der Bogen n sehr klein ist, so daß mit einem sehr geringen Fehler gesetzt werden kan, $\sin n = n$, und $\cos n = 1$. Alsdenn aber wird:

$$\begin{aligned} \sin(N+n) &= \sin N + n \cos N, \text{ und} \\ \sin(N-n) &= \sin N - n \cos N. \end{aligned}$$

§. 109. Der Umweg nun, auf welchen man von dem bekanten Bogen M zu dem gesuchten BE oder AE gelangen kan, setzt voraus, daß dieser benahe bekant sey. Es ist gezeigt worden (105), wie derselbe mit einer größern Richtigkeit erhalten werden könne, als hier nöthig ist; und dieser Bogen, dessen Größe von der wahren Größe des gesuchten nicht sehr verschieden ist, soll nunmehr N heißen. Wenn man nun aus demselben, nach der oben gegebenen Anweisung machet $N + e \sin N$, so kan das herausgebrachte nicht der gegebene M seyn; weil wenn dieses wäre, daraus geschlossen werden müste, daß N vollkommen richtig angenommen sey: und alsdenn würde alle weitere Arbeit wegfallen. Gemeiniglich wird $N + e \sin N$ kleiner oder größer seyn als M . Wir wollen zuerst sehen, es sey kleiner, und $N + e \sin N = M - m$; so ist dieses ein gewisses Zeichen, daß auch N zu klein genommen worden sey (107). Es wird aber auch aus dem dergestalt gefundenen $M - m$, und dem gegebenen M der Unterschied m leicht gefunden, welcher demnach als bekant angesehen werden kan.

§. 110. Weil nun aber N zu klein angenommen ist, so wollen wir sehen, der wahre Bogen sey $N + n$, damit alles auf die Erfindung des Bogens n ankomme, welcher desto kleiner seyn wird, je weniger N von der Wahrheit abweicht. Da also, wenn n die rechte Größe hat, $N + n$ wahrhaftig der gesuchte Bogen ist, so muß, wenn in der Regel $N + n$ anstatt N geschrieben wird, die dadurch herausgebrachte Gleichung $N + n + e \sin(N + n) = M$ ihre völlige Richtigkeit haben: und wenn aus dem vorhergehenden anstatt $\sin(N + n)$ sein Werth genommen wird; so muß auch seyn $N + n + e \sin N + en \cos N = M$. Wird nun von dieser Gleichung die vorige $N + e \sin N = M - m$ abgezogen, so bleibt $n + en \cos N = m$, oder $n(1 + e \cos N) = m$,

T. II. F. 22. in welcher Gleichung auffer dem n nichts unbekantes ist: und der Werth dieses n kan aus derselben gar leicht gefunden werden.

§. 111. Komt aber, indem man zu dem nicht völlig richtigen N nach eben der Vorschrift M suchet, mehr als dieser gegebene Bogen M , so daß gesetzt werden kan $N + e. \sin N = M + m$, so ist N zu groß genommen worden, und dieser Bogen muß gemindert werden. Setzen wir also der gesuchte Bogen sey mit völliger Richtigkeit $N - n$, so wird nunmehr durch eben die Schlüsse herausgebracht $N - n + e. \sin (N - n) = M$, oder, wenn auch hier der (108) angezeigte Satz gebraucht wird: $N - n + e. \sin N - en. \cos N = M$, welche Gleichung von der vorigen $N + e. \sin N = M + m$ abgezogen, diese $n + en. \cos N = m$ übrig läßt, das ist: $n (1 + e. \cos N) = m$. Da also diese Gleichung, mit der zulezt gefundenen völlig einerley ist, und was sonst dafelbst angemerkt wird, sich auch hier anbringen läßt, so wird, es mag N zu groß oder zu klein angenommen seyn, immer

gefunden $n = \frac{m}{1 + e. \cos N}$: und man kan vermittelst dieses Unterschiedes den $N + n$ oder $N - n$ der Wahrheit viel näher bringen, als ihr der angenommene N war.

§. 112. Denn in der That wird, wenn N etwas stark von der Wahrheit abweicht, und dadurch n eine beträchtliche Größe bekommt, der gesuchte Bogen öfters nicht genau genug gefunden. Man kan aber alsdenn den gefundenen $N + n$ oder $N - n$, anstatt des zuerst angenommenen N gebrauchen, und die ganze Rechnung erneuern: da denn die Fehler viel kleiner werden müssen, weil nunmehr, was bey der Rechnung als richtig vorausgesetzt wird, der Wahrheit mehr gemäß ist. Selten dürfte eine zweite Wiederholung dieser Rechnung nöthig seyn, und wenn, nach der gegebenen Anweisung, die Linie des Dinostratus zur Ausfindung des N gebraucht worden ist, kaum die erste. Nehmen die beiden Bogen, der gegebene und der gesuchte, ihren Anfang bey A , so wird, weil nunmehr e das gegenseitige Zeichen bekommen muß, $n = \frac{m}{1 - e. \cos N}$.

§. 113. Es wird nicht undienlich seyn diese Rechnung durch ein Beispiel zu erläutern, welches eben dasselbe ist, dessen sich Lacaille bedienet. Es sey $M = BD = 68^{\circ}, 26', 28'' = 246388''$. Die Eccentricität e sey $= 0,20881$, indem der Radius CB die Einheit ist: und folgendes sey eben die $e = 43070,2''$ des Umkreises. Wird nun angenommen $N = 58^{\circ} = 208800''$,

208800'', welcher Bogen noch genauer hätte können gefunden werden, so ist *T. II. F. 22.*
 $\sin N = 0,84805$, und $\cos N = 0,5299$. Hieraus aber wird $e. \sin N = 23$
 $36525,2''$, und folgendes $N + e. \sin N = 245325,2''$, welches mit M zu-
 sammen gehalten, zeigt, daß N zu klein angenommen sey. Wird also dieses
 $N + e. \sin N$ von M abgezogen so bleibt $m = 1062,8''$. Ferner ist $e. \cos N =$
 $0,11065$, und also $1 + e. \cos N = 1,11065$. Denn es ist hier nicht nö-
 thig die Eccentricität in Secunden darzustellen, weil es nur darauf ankommt,
 daß die Verhältniß $(1 + e. \cos N)$ richtig angegeben werde. Wird also gemache
 $1 + e. \cos N : 1 = m : n$, welches geschieht, indem man m durch die gefun-
 dene Zahl theilet: so kömt $n = 956,9'' = 15',56,9''$ oder $15',57''$. Dem-
 nach ist der gesuchte Bogen $N + n = BE = 58^\circ,15',57''$, und dieses so ge-
 nau, daß er keiner Verbesserung bedarf; wie jeder sehen kan, der diese Vera-
 besserung unternehmen will.

§. 114. Es ist also nichts übrig, als daß gezeigt werde, wie der Bogen
 N auch ohne der krummen Linie, welche ich dazu vorgeschlagen habe, zum ersten An-
 fange genau genug zu finden sey, so nehmlich, daß er nur um Minuten fehle. Da-
 zu aber giebt selbst die bisher gebrauchte Zeichnung ein bequemes Mittel. Da der
 Bogen DE der geraden Linie FG gleich werden muß, und beide, sowol der
 Bogen als die gerade Linie, bey E und G auf den Radius CE perpendicular fal-
 len: so neigen sich die Linien FD , CE , wenn sie mit völliger Richtigkeit gezogen
 sind, bey DE gegen einander. Wird also CE der FD parallel gemacht, so
 fällt der Bogen DE zu groß aus. Es ist aber der Ueberschuß des dergestalt gefundenen
 DE über den wahren Bogen Q , welcher gesucht wird, sehr gering, wenn der
 Bogen DE klein ist, weil er bloß davon herrühret, daß DE ein wirklicher Bos-
 gen, und keine gerade Linie ist. Und bey einer kleinen Eccentricität ist DE immer
 klein, weil er nie größter werden kan, als die Eccentricität FC . Es kan also
 in diesem Falle, welcher in der Anwendung fast allein vorkömt, DE , und da-
 mit AE oder BE , durch eine bloße Zeichnung richtig genug gefunden werden, wenn
 man in einen halben Cirkel von schicklicher Größe die gegebenen Punkte F und D
 bemerket; und alsdenn der FD durch C die CE parallel machet. Insonderheit
 wird alles leicht, wenn der halbe Cirkel in seine Grade getheilet ist: und ein ge-
 übtes Auge wird mit dieser Beyhülfe nach gezogener CE , auch bey einer etwas
 grossen Eccentricität, die Länge des Bogens Q genau genug anzugeben wissen.

T. II. F. 22. §. 115. Sollen bey einem zum Theil durch eine Parabel begränzten Raume
 23. eben dergleichen Theilungen angebracht werden, so komt uns der Satz (*) zu statten, vermöge dessen das Segment eines Circels zwar grösser ist als zwey Drittel des Rechtecks, so mit dem Segment einerley Grundlinie und einerley Höhe hat, aber doch dasselbe desto weniger übertrifft, je ein geringerer Theil des ganzen Umkreises zum Bogen des Segments genommen wird: so daß bey einer unendlichen Verminderung der Verhältniß dieses Bogens zum Umkreise des Circels, zu welchem der Abschnitt gehöret, endlich alle Ungleichheit völlig verschwindet. Dieser Satz erleichtert die Theilung gar sehr; ja er macht dieselbe völlig geometrisch. Man siehet leicht, daß, wenn

T. I. F. 19. $FD \times DB$ das aus den Seiten FD und DB (*T. I. Fig. 19.*) zusammenge-
 setzte Rechteck bedeutet, man in eben dem Verstande werde sehen können, $FDB = \frac{2}{3} FD \times DB$. Es wird nemlich diese Gleichung nur in dem Falle vollkommen richtig seyn, wenn FB ein unendlich kleiner Theil des ganzen Umkreises ist, sich aber doch der Wahrheit immer desto mehr nähern, je kleiner dieser Bogen genommen wird.

§. 116. Es folget hieraus, daß von dem Abschnitte der Ellipse, dessen Sehne der grössern Arc perpendicular ist, und von dessen Hälfte HDB , eben das richtig seyn werde. Denn es ist $FD : HD = FDB : HDB$; (*19.*) wenn nun $FDB = \frac{2}{3} FD \times DB$, so wird $HDB = \frac{2}{3} \frac{HD \cdot FD \cdot DB}{FD} = \frac{2}{3} HD \times DB$

Ja es kan diese Gleichheit bey der Ellipse mit etwas mehrerem Rechte angenommen werden als bey dem Circel. Denn es wird der Ueberschuss des Abschnittes HDB über $\frac{2}{3} HD \times DB$ nicht nur dadurch gemindert, daß der Bogen FB kleiner genommen wird; sondern er nimt hier auch ab, weil sowol FDB als $FD \times DB$ in der Verhältniß $FD : HD$ vermindert werden, indem man für das erste HDB , und für das zweyte $HD \times DB$ setzet.

§. 117. Wenn man sich nun anstatt der Ellipse AGB eine an die Arc AB beschriebene Parabel vorstellen will, deren Scheitel in B fällt; so muß nicht nur $CB = CE$, und also auch der halbe Circel AEB , unendlich groß angenommen werden, sondern man muß sich auch die CG ungemein kleiner als CE gedenken. Dadurch wird ein jeder Theil der Arc, welcher mit der Scheitel anfängt, BD , so groß er auch an sich seyn mag, in Ansehung der BC unendlich klein, und der dazu gehörige Bogen FB ist in Ansehung des halben Umkreises AEB ebenfalls als Nichts zu betrachten, unendlich kleiner dann eine Secunde,

(*) Anfangsgr. der Arithm. u. Geom. §. 66r.

oder etwas dergleichen. Demnach ist bey einer wirklichen Parabel (*T. I. Fig. 12.*), *T. I. F. 12.* so groß auch *AI* genommen werden mag, immer genau $AIG = \frac{2}{3} AI \times IG$; und nach unsern vorigen Benennungen $AIG = \frac{2}{3} zy$. Oder, da $yy = 2bz$, und also $z = \frac{yy}{2b}$, so ist $AIG = \frac{y^3}{3b}$: denn dieses wird herausgebracht, wenn man in dem vorigen Ausdrücke den Werth der *z* an die gehörige Stelle setzt.

§. 118. Ist also $z = AF = \frac{1}{2}b$, das ist: erstreckt sich diese Linie von dem Scheitel *A* bis an den Nabel der Ellipse *F*, und ist also $y = FL = b$, so wird $AFL = \frac{b^3}{3b} = \frac{bb}{3}$. Läßt man aber *z* die *AK*, und *y* die *HK* bedeuten, so wird $\frac{2}{3}zy = AKH$. Nun ist zu dem rechtecklichten Dreiecke *FKH* die $FK = z - \frac{1}{2}b$; es wird also dieses Dreieck durch $\frac{1}{2}FK \times KH = \frac{1}{2}(z - \frac{1}{2}b)y = \frac{1}{2}zy - \frac{1}{4}by$ ausgedrückt. Wird dasselbe von der krummlinichten Figur *AKH* abgezogen, so bleibt die Art eines Ausschnittes *AFH* übrig, welcher *AFH* demnach seyn wird $\frac{2}{3}zy - \frac{1}{2}zy + \frac{1}{4}by = \frac{1}{6}zy + \frac{1}{4}by$. Fällt die aus dem Nabel an die Parabel gezogene Linie, welche mit der *AF* den Ausschnitt einschliesst, an die andere Seite der *FL*, in den Winkel *AFL*; so muß zwar anstatt der Differenz der Figuren *AKH*, *FKH* ihre Summe genommen werden, damit der Ausschnitt herauskomme. Es ist aber auch in dem Falle, anstatt $z - \frac{1}{2}b$ zu nehmen $\frac{1}{2}b - z$, und also anstatt $\frac{1}{2}zy - \frac{1}{4}by$ zu setzen $\frac{1}{4}by - \frac{1}{2}zy$, welches zu $\frac{2}{3}zy$ hinzugesetzt, eben das, nemlich $\frac{1}{6}zy + \frac{1}{4}by$ heraus bringt. Es ist gar leicht die Zeichnung zu entwerfen, welche diesen Fall vorstellt: derowegen ist dieselbe hier weggeblieben.

§. 119. Wird nun in diesem allgemeinen Ausdrücke des Ausschnittes anstatt der *z* die ihr gleiche $\frac{yy}{2b}$ gesetzt: so wird derselbe in diesen $\frac{y^3}{12b} + \frac{1}{4}by$ verwandelt, woraus wird $\frac{y^3 + 3bby}{12b}$. Nun ist, wenn die Cotangente der Hälfte des Winkels *HFK*, welchen wir oben *v* genennet haben, durch den einzelnen Buchstaben *t* angedeutet wird, $t = \cot \frac{1}{2}v = \frac{y}{b}$ (70). Es wird also der Ausschnitt *AFH* aus dieser Cotangente *t*, welche zugleich die Tangente der Hälfte des darneben stehenden Winkels des Ausschnitts *AFH* ist, ohne Mühe ausgedrückt, wenn nur in dem eben gefundenen *bt* anstatt *y* gesetzt wird.

T. I. F. 12. Man erhält dadurch $\frac{b^2t^3 + 3b^2t}{12}$, welches demnach die Grösse des Ausschnitts *AFH* angiebt. Der Ausschnitt *AFL*, dessen Winkel bey *F* gerade ist, war $\frac{1}{3}bb$ (118). Es verhält sich also dieser Ausschnitt *AFL* zu einem jeden andern *AFH*, wie $\frac{1}{3}bb$ zu $\frac{b^2t^3 + 3b^2t}{12}$, das ist, wie 1 zu $\frac{t^3 + 3t}{4}$, oder wie 4 zu $t^3 + 3t$.

§. 120. Nun ist noch etwas von den Körpern anzumerken, welche entstehen, indem eine Ellipse sich um eine ihrer Axen herum drehet, die eben dadurch auch die Axe des erzeugten Körpers wird. Diese Körper werden, in Ermangelung eines bessern, ebenfalls mit dem Namen einer Kugel belegt, vornehmlich wenn sie nicht sehr von einer eigentlichen völlig runden Kugel abweichen. Und da die Axe, um welche sich die Ellipse drehet, sowol ihre kleinere als ihre grössere seyn kan, so können wir die in dem ersten Falle entstehende, gedruckte, die in dem zweiten aber, länglichte Kugeln nennen. Alle Arten der Kugeln haben dieses mit einander gemein, daß ein jeder Durchschnitt derselben, auf dessen Fläche die Axe der Kugel perpendicular fällt, einen Cirkel giebt, dessen Durchmesser eine eben der Axe perpendicularare Sehne der Ellipse ist, welche die Kugel erzeuget hat. Denn auch der Cirkel ist eine Ellipse, welcher sich von den übrigen durch nichts unterscheidet, als daß alle Durchmesser desselben, und folgendes auch diejenigen, welche man als seine Axen ansehen will, einander gleich sind. Uebrigens werden wir die länglichten Kugeln kaum gebrauchen: es ist aber auch leicht die folgenden Sätze, bey welchen wir uns vornehmlich an die gedruckten halten werden, auf dieselbe anzuwenden.

T. I. F. 19. §. 121. Wenn eine halbe Ellipse, oder auch nur einer der Quadranten, in welche sie durch ihre zwei Axen getheilet worden ist, *GCB* (T. I. Fig. 19. 20.) zugleich mit dem Quadranten des Cirkels *ECB*, sich um *EC* oder *GC* herum drehet, es mag *CB*, die zugleich der Halbmesser zu dem Quadranten *ECB* ist, die grössere oder die kleinere Axe der Ellipse seyn: so verhält sich die Hälfte der von *GCB* erzeugten gedruckten oder länglichten, zu der Hälfte der eigentlichen Kugel, welche *ECB* erzeuget, immer wie *GC* zur *EC*, welche Linien als die Höhen der beiden Halbkugeln angesehen werden können, indem die gemeinschaftliche Grundfläche derselben der mit dem Halbmesser *CB* beschriebene Cirkel ist. Dieses sieht man leicht, wenn man erweget, daß eine jede *HD*, welche von irgend einem Punkte der Oberfläche der länglichten oder gedruckten Halbkugel, der Grundfläche

Die perpendicular fällt, sich zu der dazu gehörigen FD , deren Punkt F in der Oberfläche der eigentlichen Kugel liegt, wie GC zur EC verhalte. Denn man kan den Grundsatz, dessen wir uns in der Geometrie (*) zur Vergleichung der Körper bedienen haben, allerdings so erweitern, daß daraus auch der gegenwärtige Schluß folget.

§. 122. Wenn also zu einer gedruckten Halbkugel die grössere Axc noch immer $2a$, und die kleinere $2c$ ist, so verhält sich dieselbe zu der Hälfte einer eigentlichen völlig runden Kugel, die eben die $2a$ zum Durchmesser hat, wie c zu a , und eben so verhält sich die ganze gedruckte Kugel, zu der ganzen runden. Da nun die Grösse dieser letztern durch $\frac{4}{3}\pi a^3$ angegeben wird (79), und die Grösse ihrer Hälfte durch $\frac{2}{3}\pi a^3$: so wird die Grösse der gedruckten Kugel seyn $\frac{4}{3}\pi a^2 c$, und die Grösse ihrer Hälfte $\frac{2}{3}\pi a^2 c$. Denn dieses sind die vierten Glieder der Proportion zu den drey erstern a , c und $\frac{4}{3}\pi a^3$, oder a , c und $\frac{2}{3}\pi a^3$.

§. 123. Ueberhaupt haben alle Kugeln, von welchen hier die Rede ist, die Eigenschaft, daß eine jede Ebene, welche sie schneidet, immer eine Ellipse zum Vorschein bringt, wenn der Cirkel mit zu denselben gerechnet wird: und also entweder eine eigentliche länglichte Ellipse, oder einen Cirkel; welches also bewiesen wird. Die schneidende Fläche mag liegen wie sie will, so kan immer durch die Axc der Kugel eine andere gelegt werden, die auf jene senkrecht fällt. Es sey $ADBE$ (T.II.F.24) diese durch die Axc der Kugel gelegte Fläche, welche, so weit sie in die Kugel fällt, diejenige Ellipse seyn wird, welche die Kugel, durch ihr Drehen um DE , erzeuget hat; und FG sey die gerade Linie, in welcher sie von der Fläche geschnitten wird, so die Kugel schneidet: welche man sich demnach senkrecht auf $ADBE$ an die FG angefügt vorstellen muß. Von dieser Fläche nun, in so ferne sie rings herum bis an die Oberfläche der Kugel reicht, wird behauptet, daß sie ebenfalls die Gestalt einer Ellipse haben werde.

§. 124. Man theile zu dem Ende die Linie FG bey H in zwey gleiche Theile FH , HG , deren jeden wir hernach m nennen werden, und schneide die Kugel durch H , mittelst einer Ebene, welcher die Axc DE perpendicular sey. Dieses wird einen Cirkel zum Vorschein bringen, dessen Durchmesser KI ist (120). Die Fläche dieses Cirkels ist der Fläche $ADBE$ ebenfalls senkrecht, und schneidet also die durch FG gelegte in einer geraden Linie, die sowol mit der KI , als mit der FG bey H rechte Winkel einschliesset. Uebrigens reicht diese Linie von H bis an Oberfläche der Kugel, und endiget sich in derselben, bey einem Punkte, welches in dem Umkreise des zu KI gehörigen Cirkels liegt, woraus fol-

(*) Anfangsgr. der Arithm. u. Geom. S. 523.

T. II. F. 24. get, daß sie die mittlere Proportionallinie zwischen KH und HI seyn werde, welches, wenn man sie n nennet, die Gleichheit $nm = KH. HI$ giebt. Es endiget sich aber auch eben diese Linie n in dem Umkreise des Durchschnitts, dessen Gestalt der Gegenstand der gegenwärtigen Betrachtung ist. Von einem jeden andern in der Linie FG nach Belieben angenommenen Puncte L ist eben das zu sagen. Wenn nemlich die Kugel auch durch dieses Punct L , ihrer Axc DE perpendicular geschnitten wird, so entstehet eine andere von L bis an die Oberfläche der Kugel reichende Linie, die sowol der MN als der FG perpendicular ist, und, wenn sie y genenat wird, die Gleichheit $yy = ML. LN$ giebt. Sie endiget sich aber auch, so wie n , in dem Umkreise des Durchschnitts, welchen wir betrachten. Nun aber hat in der Ellipse $ADBE$, wie in einer jeden andern (35), die Proportion $ML. LN : KH. HI = FL. LG : FH. HG$ statt, und es ist $ML. LN = yy$; $KH. HI = nm$, $FH. HG = FH^2 = mm$; und wenn HL die Benennung x bekommt, so wird $FL = m - x$, $LG = m + x$, und also $FL. LG = mm - xx$, die Proportion aber wird durch diese Benennungen in die folgende verwandelt: $yy : nm = mm - xx : mm$, welche die Gleichung $mnyy = nm(mm - xx)$ giebt, die, weil alle y einander parallel liegen, und ihren Anfang in eben der geraden Linie FG nehmen, allein von der Ellipse richtig ist, und diese von allen übrigen Figuren unterscheidet.

§. 125. Es kan dargethan werden, daß alle Ellipsen, welche entstehen, indem dieselbe Kugel durch Flächen geschnitten werden, die einander parallel liegen, oder auch durch solche, bey deren jeder der Winkel CQF eben die Größe hat, und welche folgendts mit einerley Winkel an die verlängerte Axc DE antauffen, einander ähnlich ausfallen, und daß zu einer jeden dieser Ellipsen $2m = FG$ die kleinere, und $2n$ die grössere Axc seyn werde, wenn in der $ADBE$ die DE die kleinere Axc, AB aber die grössere ist. Es ist aber der Beweis hiervon, welcher mir bengefällen ist, weitläufiger, als daß er hier Platz finden könnte. Wir werden aber auch nur den Fall gebrauchen, in welchem die schneidende Fläche, und folgendts auch RT , welche anstatt FG komt, der Axc der Kugel DE parallel lieget. Bey diesem Umstande ist $m = \frac{1}{2}RT = RS$; n aber ist die mittlere Proportionallinie zwischen AS und SB , welche von S bis an den mit dem Radius CA um C beschriebenen Circel reicht. Ist diese VS , so haben wir $n = VS$, und also $m : n = RS : VS = c : a$, woraus der Schluß leicht zu ziehen ist (31).



Der
Astronomischen Vorlesungen
 zweiter Abschnitt.

Erste Eintheilung des Sternhimmels.

Brechung der Lichtstrahlen.

§. 126.

Wir leben in der Luft, und sehen alles was wir sehen, durch Strahlen, welche in derselben zu uns kommen. Ist nun die Luft rein, und der Boden, auf welchem wir stehen, nicht bergicht, sondern eben, wie die Oberfläche des stehenden Wassers; so finden wir, daß die Strahlen, welche so fortgehen, daß sie sich diesem Boden weder nähern, noch von demselben entfernen, völlig gerade sind. Gehet aber ein Strahl schief unterwärts gegen den Boden, oder entfernt er sich von demselben nach einer schiefen Linie, so bleibt er nicht mehr völlig gerade, sondern wird in seiner ganzen Länge unterwärts gebogen, und man kan die Krümmung desselben merken, wenn er eine beträchtliche Länge hat. Auch bringen die Dünste, und andere zufällige Veränderungen der Luft, die Strahlen öfters von dem geraden oder krummlinichten Wege ab, welchen sie außer dem genommen hätten. Alles dieses wird gewissermassen sichtbar, wenn man ein dazu eingerichtetes Seherohr nach einen etwas weit entfernten Ort des Erdbodens, einen Berg, der Spitze eines Thurns oder etwas dergleichen richtet, und in dieser Lage unbeweglich erhält. Dieser Gegenstand erscheinet in dem Rohre bald mehr bald weniger hoch, wenn man nach denselben zu verschiedenen Stunden stehet, insonderheit kurz vor und nach dem Aufgange der Sonne.

§. 127. Wenn nemlich AB (*T. II. Fig. 25.*) den Boden vorstellt, über *T II. F. 25.* welchen sich die Luft befindet, so ist diese unten immer dichter als oben: und man kan sich in derselben dergleichen Lagen vorstellen, als durch die der AB parallel
 H gezeich-

T. II. F. 25. gezeichneten Linien angedeutet werden, in deren jeder die Luft einerley Dichtigkeit bekommt, wenn ihr Zeit gelassen wird, sich zu setzen, nachdem sie durch einen Wind, oder die aufsteigenden Dünste, oder eine schnelle Veränderung der Wärme, in Unordnung gebracht worden ist. Gehet nun ein Lichtstrahl zwischen zweyen dieser Flächen fort, ohne seine Entfernung von denselben zu ändern, so bleibt er gerade, weil nichts da ist, das ihn von seinem Wege abbringen könnte. Gehet er gerade unterwärts nach den Boden AB , oder von demselben gerade aufwärts, so daß er durch jede der Flächen, welche die Lagen von einander absondern, nach einer Linie dringet, die derselben perpendicular ist: so ist aus der Lehre von der Strahlenbrechung bekannt, daß er ebenfalls in dieser Linie bleiben, und von derselben nirgends im geringsten abweichen werde. Fällt aber der Strahl CD bey D schief auf eine der angenommenen Flächen, so wird er daselbst allerdings gebrochen, so daß der Theil dieses Strahls DE , nicht mehr als eine Verlängerung der geraden Linie CD angesehen werden kan, sondern mit derselben bey D einen Winkel macht. Eine dergleichen Veränderung gehet mit dem Strahle auch bey einem jeden andern Puncte vor, in welchem er eine der Flächen antrifft, so die Lagen von einander absondern. Er würde also in seinem Wege von C bis F eine gebrochene Linie $CDEF$ beschreiben, wenn diese Flächen weit genug von einander entfernt, und der Unterschied der Dichte der Luft, in zwey unmittelbar auf einander folgenden Lagen, beträchtlich wäre. Da aber keines von beiden statt hat, indem die Dichtigkeit der Luft von unten nach oben zu nicht rückweise, sondern in einem fort, abnimmt, so ist $CDEF$ wirklich eine krumme Linie, die von der verlängerten Richtung des einfallenden Strahls CG bey D berührt wird.

§. 128. Wird nun auch FG gezogen, welche dem krummen Weg des Strahls bey F berührt, so ist diese FG die Richtung des Strahls bey F , nach welcher er in ein Auge fällt, das sich daselbst befindet. Er kan also in dieses Auge nicht anders wirken, als wenn er beständig nach der geraden Linie GF gegangen wäre; welches das Urtheil nach sich ziehen muß, der sichtbare Punct, von welchem der Strahl kommt, liege irgendwo in der verlängerten FG : denn was dem Strahle unterweges begegnet ist, kan das Auge nicht empfinden.

§. 129. Die Linie CH , nach welcher der Strahl fortgehen würde, wenn ihn die Luft nicht bräche, gehet nicht durch F , und trifft den Boden bey einem ganz andern Puncte H an: von welchem ein Auge eben den sichtbaren Punct, welcher

welcher dem Auge F in der FG erscheint, in der HG sehen würde. Diese bei $T. II. K. 25.$ den Linien FG , HG machen mit AB die ungleichen Winkel, GFB , GHB , unter welchen der äussere GFB der grössere ist, und der Ueberschuss desselben über den innern GHB ist der Winkel HGF , den die gehörig verlängerten Berührungslinien DG , FG mit einander einschliessen. Wird durch F die FI der HG parallel gezogen, so wird auch GFI dem Winkel FGH gleich, um welchen der Strahl von seinem geraden Wege abgebracht worden ist. Es würde aber das Auge in F , welches den sichtbaren Punct, vermittelt des gebrochenen Strahls, in der FG siehet, denselben vermittelt eines ungebrochenen desto weniger von der IF abweichend sehen, je weiter es von diesem Puncte entferneter ist. Bleibt nun alles übrige einerley, so wird der Winkel $HGF = GFI$ desto kleiner, je grösser IFB wird, und desto grösser, je mehr IFB abnimmt. Der Winkel GFB aber wächst immer mit dem IFB zugleich, und nimt mit demselben zugleich ab. Dieses folget unmittelbar aus den Gesetzen, nach welchen die Strahlen bey ihrem Uebergange aus einer dünnern Materie in eine dichtere, oder aus dieser in jene, gebrochen werden; und wird hievon in dem nachfolgenden ausführlicher zu handeln seyn.

§. 130. Da also die Strahlen, welche aus einem von der Luft umgebenen Gegenstande nach unserm Auge gesendet werden, meistens krum sind, und uns diesen Gegenstand in einer Linie weisen, die von derjenigen, in welcher er sich wirklich befindet, etwas abweicht: so muß dieses bey denen Strahlen, vermittelt welcher wir einen sich ausser unsern Luftkreis aufhaltenden Körper sehen, noch vielmehr zutreffen, weil die Wege, welche diese Strahlen in der Luft nehmen müssen, viel länger sind. Es ist aber überhaupt die durch die Luft verursachte Krümme der Strahlen so gar groß nicht. Der davon herrührende Abweichungswinkel HGF beträgt kaum jemals mehr als 33 Minuten, und wird, wenn GFB die Hälfte eines rechten Winkels übersteiget, kleiner als eine Minute. Wir können also bey dem Anfange unserer Betrachtung der Körper, die sich ausser unserer Luft in dem unendlichen Raume befinden, welchen wir den Himmel nennen, und daher himmlische Körper heissen, diese ganze Krümmung, bey Seite setzen, und die Strahlen, vermittelt welcher sie uns sichtbar werden, als gerade Linien ansehen, so weit auch diese Körper von uns entfernt seyn mögen. Denn ausser der Luft, deren Höhe über der Erde gewiß kleiner ist als 20 gemeine teutsche Meilen, ist nichts, so diese Strahlen von ihrem geraden Wege abbringen könnte.

T. II. F. 25. §. 131. Es ist bereits (128) angemerkt worden, daß wir gar wol empfinden, von welcher Seite ein Strahl in unser Auge komme: und wir können dadurch, was uns zur Rechten liegt, von dem zur Linken, das Obere von dem Untern, und was sonst von dieser Art zu der Ordnung verschiedener Körper gehöret, immer unterscheiden. Aber dadurch wird uns diese Ordnung, oder die Lage der verschiedenen Punkte eines Körpers, von welcher dessen Gestalt herrühret, noch lange nicht völlig bekant. Das Auge kan uns von der Länge des Strahls, welcher sich von dem sichtbaren Gegenstand bis an dasselbe erstrecket, nicht belehren, und wir empfinden nie unmittelbar, wie weit dieser Gegenstand von uns entfernt sey: sondern sind gezwungen, diese Entfernung aus gewissen Nebenumständen zu schliessen, bey welchen wir uns leicht irren können, und öfters, wenn wir nicht genau Acht haben, gar sehr irren. Es ist aber klar, daß so lange uns diese Entfernungen unbekant sind, sehr vieles von der Ordnung der Punkte, welche sich uns in diesen oder jenen geraden Linien zeigen, zu fragen übrig bleibe.

Die Vorstellung, welche wir uns von dem Himmel machen.

§. 132. Bey unserer ersten Betrachtung fehlen uns die Umstände, aus welchen wir die Entfernungen der himmlischen Körper beurtheilen könnten, völlig; und überhaupt ist hier nur von unsern Empfindungen die Rede, nicht von den *T. II. F. 26.* Schlüssen, welche wir darauf gründen können. Wenn also (*T. II. Fig. 26.*) das Auge *O* einen Punkt eines solchen Körpers in der Linie *OA* siehet, und einen andern in *OB*; so merken wir wol die Größe des Winkels *AOB*, und können mit einiger Beyhülfe denselben genau genug angeben. Aber wir merken nicht, ob der Strahl *OA* aus *A* oder *a*, oder einem jeden andern Punkte der unendlich verlängerten *OA* entsprungen sey: und eben so wenig empfinden wir den eigentlichen Ursprung des Strahls *OB*. Wir können also nicht sagen, ob die Punkte, die wir mittelst dieser Strahlen sehen, so gegen einander liegen, wie *A* und *B*, oder ob der eine vielmehr durch *A*, und der andere durch *b*, oder der eine durch *a*, und der andere durch *B* vorzustellen sey, oder wo sie sonst in den Linien *OA*, *OB* angenommen werden müssen. Also kan uns auch unser Auge von der Entfernung eines dieser Punkte von dem andern, oder von der eigentlichen Länge der geraden Linie, welche sich von dem einen bis an das andere erstrecket, keinesweges belehren. Denn es ist klar, daß *A* von *B* eine ganz andere Entfernung haben könne, als *a* von *B* oder *b*, oder auch *A* von *b*.

§. 133. Es bleibt uns also nichts übrig, als daß wir uns nur an die *T.II.F.26.* scheinbare Entfernung halten, welche nichts anders ist, als die Grösse des Winkels *AOB*. Wir nennen die Fähigkeit diese Grösse zu beurtheilen, und mit der Grösse eines andern dergleichen Winkels zu vergleichen, das Augenmaaß, welches durch die Uebung zu einer Zuverlässigkeit gebracht werden kan, die in vielen Fällen hinlangt, besonders wenn die mit einander zu vergleichenden Winkel beide klein sind. Will man aber einen solchen Winkel *AOB* genauer haben, so darf man nur eine recht ebene Fläche dergestalt legen, daß die Strahlen *OA* und *OB* beide sich in dieser Fläche nach dem Orte des Auges *O* erstrecken müssen. Alsdenn können diese Strahlen in der Fläche gezeichnet werden, wodurch der Winkel *AOB* sogleich bekant wird.

§. 134. Es wäre äusserst unbequem, wenn wir einen Winkel nicht anders anzugeben wüßten, als durch seine dergestalt in einer Ebene verzeichneten Schenkel. Das bequemste Mittel zur Vermeidung dieser Weitläufigkeit ist, daß man in einer richtigen Ebene den Umkreis eines Kreises, oder einen schicklichen Theil desselben, beschreibe, und so genau, als es sich bey der Grösse des dazu gebrauchten halben Durchmessers will thun lassen, in Grade, Minuten und Sekunden theile. Wird alsdenn diese Ebene in die Lage gebracht, bey welcher die Schenkel des Winkels *AOB*, (*T.II. Fig. 27.*) welche nach Belieben in *OC* *T.II.F.27.* und *OD* verlängert werden können, in dieselbe fallen müssen, und zugleich der Mittelpunkt mit der Spitze *O* übereinkommt: so kan, wenn der Bogen nicht kleiner ist, als der vierte Theil des Umkreises, immer das Maaß eines der vier Winkel, denen die Spitze *O* gemeinschaftlich ist, gefunden, und aus demselben das Maaß eines jeden der übrigen geschlossen werden: bey kleinern Winkeln aber, oder viel größern, können kleinere Bogen eben das leisten. Dieses ist der Grund aller Winkelmesser, die in der Astronomie gebraucht werden. Ihre übrige Ausarbeitung richtet sich nach der besondern Absicht, zu welcher man sie verfertigt. Die gewöhnlichsten sind Quadranten von Kreisen, deren halbe Durchmesser zwischen einem und sechs Schuhen groß sind. Sonst aber ist bey der Einrichtung, und dem Gebrauche dieser und anderer astronomischer Instrumente gar vieles zu sagen, so hieher nicht gehöret.

§. 135. Wenn wir uns bey der Beurtheilung der scheinbaren Entfernung eines himmlischen Körpers von einem andern des bloßen Augenmaaßes bedienen,

T. II. F. 27. gründen wir uns auf eben die Begriffe; ausser daß dabey nur diejenigen sich der Grade und ihrer Theile bedienen können, die derselben gewohnt sind. Die übrigen begnügen sich damit, daß sie die Verhältniß des Cirkelbogens, welcher die Entfernung angeben soll, zu einem andern mit eben dem Radius beschriebenen dergleichen Bogen, der als bekannt angesehen wird, so gut sie können, bestimmen. Wir stellen uns zu dem Ende eine um das Auge als ihren Mittelpunct beschriebene hohle Kugel vor, die so groß ist, daß sie alle himmlische Körper umgiebet; und beschreiben alle Bogen, welche die Entfernung eines dieser Körper von einem jeden der übrigen angeben sollen, in unsern Gedanken, an die Oberfläche dieser Kugel. Dieses Mittel ist das natürlichste, und also kein Wunder, daß alle Menschen darauf gefallen sind. Da wir nun in unserer Kindheit schwerlich das bloß eingeübete, von etwas wirklichen zu unterscheiden wissen, und mit zunehmenden Jahren wenige dahin gelangen, daß sie dieses lerneten: so wird gemeiniglich angenommen, daß eine dergleichen hohle Kugel in der That da sey, an deren Oberfläche die himmlischen Körper bald ruhen, bald hin und hergehen: und die blaue Farbe der heitern Luft trägt vieles bey, diesen Irrthum zu befestigen, weil wir meistens da, wo wir eine Farbe sehen, auch etwas körperliches anzutreffen, gewohnt sind.

Von den Fixsternen.

§. 136. Sind aber die scheinbaren Entfernungen, von welchen die Rede ist, vermittelst eines dazu geschickten Winkelmessers mit einer hinlänglichen Richtigkeit genommen worden, so sind wir im Stande, die Himmelskugel, mit den dem Schein nach daran haftenden Sternen, in kleinen abzubilden. Man versiehet sich mit einer Kugel von schicklicher Größe, und beschreibt mit einem Radius, der dem halben Durchmesser derselben gleich ist, den Umkreis eines Cirkels, welchen man in Grade und so weiter theilet. Nach diesen Graden werden die Entfernungen gemessen, um welche die Puncte der Kugel, die gewisse Puncte des Himmels vorstellen sollen, von einander entfernt seyn müssen. Dadurch können so viele himmlische Körper, als man will, auf die Kugel gebracht, und der Stand eines jeden in Ansehung aller übrigen, welchen er zur Zeit der Beobachtung gehabt hat, bestimmet werden.

§. 137. Es sind aber die seit mehr als dreytausend Jahren eingeführten Sternbilder ein noch bequemeres Mittel, von der Ordnung, in welcher uns die Körper an den Himmel erscheinen, einen Begriff zu geben, welcher uns in den
Stand

Stand sehet die in dieser Ordnung vorgehenden Veränderungen zu bemerken. *T. II. F. 27.* Die Beschreibung dieser Bilder wird an ihrem Orte folgen. Es ist an sich klar, daß sie willkürlich sind, und daß noch jezo jedermann an dem Gewölbe des eingebildeten Himmels, sich ein Dreieck, einen Wagen, ein Thier, oder was er sonst will, gezeichnet vorstellen, und die Sterne, vermittelst der verschiedenen Theile dieser Zeichnungen, bey welchen sie gesehen werden, von einander unterscheiden könne.

§. 138. Durch diese Hülfsmittel, und durch wiederholte Messungen ist entdeckt worden, daß die allermeisten Sterne uns immer in einerley Ordnung erscheinen, nicht anders als ob jeder derselben an dem eingebildeten Gewölbe unbeweglich befestiget wäre: wovon sie den Namen der Fixsterne bekommen haben. In der That werden bey einigen dieser Sterne Abweichungen beobachtet, mit welchen sie ihre Entfernungen von den übrigen ändern, so daß, wenn alles auf das genaueste genommen wird, ihre gegenwärtige Ordnung nicht völlig diejenige ist, in welcher sie vor diesem gestanden sind. Es sind aber diese Abweichungen sehr gering, und betragen nach vielen Jahren nur wenige Minuten, mit welchen sich mit der Zeit dieser Stern nach dieser, ein anderer aber nach einer andern Seite von seinem vorigen Orte entfernt, ohne daß gewisse Regeln anzugeben wären, nach welchen sie sich bey dieser kleinen Bewegung richten. Und fast nur bey den hellern Sternen wird einige Abweichung bemerkt; und nicht bey den mehr dunklern, deren Zahl ungemein grösser ist, so daß wir keinen Grund haben deswegen ein Unterschied unter den Fixsternen zu machen. Diese allein konten in die Sternbilder gebracht werden. Der Ort der übrigen Körper, welche von einem Fixstern zu dem andern zu gehen scheinen, läßt sich nur für eine gewisse Zeit bestimmen, in welcher sie sich in diesem oder jenem Sternbilde da oder dort befinden.

§. 139. Die Fixsterne erscheinen durch ein Fernrohr als völlig untheilbare Punkte: der viel lebhaftere Glanz aber, welchen einige derselben vor andern haben, verursachet, daß jene grösser und diese kleiner zu sehn scheinen. Nach dieser Grösse werden die Fixsterne in Abtheilungen gebracht, und Sterne der ersten, zweiten, dritten, bis zur sechsten und zehnten Grösse genant. Nur sehr gute Augen sehn die Sterne von der fünften und sechsten Grösse: die noch kleiner sind blos durch Fernrohre sichtbar. Es kommt aber dabey gar vieles auf die Beschaf-

T. II. F. 27. Beschaffenheit der Luft an, in welcher sich das Auge befindet. Wir sehen bey einem starken Nebel nicht einmal die Sonne; was ist aber das Licht eines Fixsterns gegen den Glanz derselben?

§. 140. Es muß aber auch unser Auge nicht von fremden Lichte geblendet werden, wenn wir etwas recht gut sehen sollen. Je weniger das inwendige des Auges, und insbesondere der hintere Boden desselben, auf welchen die Strahlen endlich auffallen, erleuchtet ist, je lebhafter empfinden wir den Eindruck, welchen ein sichtbarer Gegenstand verursacht, indem er seine Strahlen dahin sendet. Im Gegentheil können wir das Licht, welches ein sichtbarer Körper auf einen Theil vom Boden des Auges wirft, von demjenigen, mit welchem der ganze Boden bedeckt ist, nicht wol unterscheiden, wenn jenes Licht nicht viel stärker ist, als dieses. Aus dieser Ursache sehen wir viele Sterne nicht, wenn der Mond scheint, und gar keinen, wenn die Sonne unsere Luft erleuchtet. Beym Untergange der Sonne, erscheinen uns die Sterne nach und nach, die hellern zuerst, und hernach die weniger hellen; bey dem Aufgange der Sonne aber verschwinden sie in verkehrter Ordnung. Im Gegentheil können wir die größern Sterne auch bey Tage sehen, wenn wir alles fremde Licht sorgfältig ausschließen: welches geschieht, wenn wir aus einem sehr finstern Raume durch ein langes inwendig geschwärztes Rohr nach denselben sehen. Ist dieses Rohr mit Gläsern versehen, welche es zu einem Seherohr machen: so ist es desto besser, wenn nur auch auf diese Gläser kein fremdes Licht fallen, und dieselbe alsufern erleuchten kan.

§. 141. Die scheinbare Entfernung eines Fixsterns von einem andern wird nie anders befunden, wenn man sie an einem andern Orte des Erdbodens misset, so weit auch dieser zweite Ort von dem ersten entfernt seyn mag: und die Sternbilder bleiben in völliger Strenge einerley, von welchem Orte des Erdbodens man sie auch ansehen mag. Dieses scheint der Geometrie zu widersprechen.

T. II. F. 28. Denn wenn A und B (*T. II. Fig. 28.*) zween Sterne sind, die dem Auge in O um den Winkel AOB von einander entfernt scheinen, einem Auge in Q aber, um den Winkel AQB ; so ist dieser letztere Winkel AQB kleiner als der vorige AOB , und der Unterschied der beiden Winkel ist QAO . Dieser Widerspruch kan nicht anders gehoben werden, als wenn der Winkel QAO so klein genommen wird, daß wir ihn gar nicht merken können. Nun ist es nicht möglich, daß dieser Winkel so sehr klein werde, wenn nicht die Entfernung des Fixsterns A von O
oder

oder Q so groß ist, daß QO , die Entfernung des auf dem Erdboden angenommenen Orts Q von O , in Ansehung derselben vor Nichts gehalten werden kann: so eine große Zahl von Meilen auch diese Entfernung QO betragen mag. Es müssen also die Fixsterne wenigstens so weit von der Erde entfernt seyn, daß einige hundert Meilen, in Ansehung dieser Entfernung, für Nichts gehalten werden können, weil der Zusatz derselben zu der ganzen Entfernung in den Erscheinungen so wenig ändert.

§. 142. Es kan also auch die Größe der ganzen Erde in Ansehung der Größe des Sternhimmels in keine Betrachtung kommen, sondern muß, in Vergleichung mit demselben, als ein Punct angesehen werden. Woraus folgt, daß ohne den geringsten merklichen Fehler angenommen werden könne, es befinde sich ein jedes Auge, auf in oder bey der Erde, wo nur Menschen hinkommen können, wirklich in dem Mittelpuncte der eingebildeten Himmelskugel. Man wird also auch zwey gerade Linien, die von einem Fixsterne nach zweyen verschiedenen Puncten dieses Raums gezogen sind, als eine einzige Linie, und zwey gerade Linien, die von zweyen verschiedenen Puncten eben des Raums nach einem Fixsterne laufen, als einander parallel, ansehen müssen: und wenn, durch zweyen verschiedene Puncte der Erde, zwey Flächen einander parallel sind, die sich bis an den Sternhimmel erstrecken, so kan der Cirkelkreis, in welchem ihn eine dieser Flächen schneidet, von uns eben so wenig von dem andern, in welchem er von der andern Fläche geschnitten wird, unterschieden werden. Dieses erleichtert die Messung der scheinbaren Entfernung eines Fixsterns von dem andern gar sehr. Die Spitze des Winkels, welchen wir bey dieser Arbeit suchen, befindet sich überall, wo wir hinkommen können; und der Mittelpunct eines jeden unserer Winkelmesser fällt immer in diese Spitze.

§. 143. Obwol ein Fixstern seinen Stand in Ansehung der übrigen nicht verändert, so verändert er doch denselben in Ansehung unser in einer kurzen Zeit gar sehr. Wir mögen so stille stehen oder sitzen, als wir wollen, so sehen wir doch eben den Fixstern, welchen wir vor kurzen zu unserer Linken gesehen haben, nunmehr über uns stehen, oder zur Rechten, oder den, welcher vor uns stand, hinter uns; nachdem wir nach dieser oder jener Seite gekehret sind. Es hat das völlige Ansehen, als ob der ganze Sternhimmel sich um unser Auge, als seinen Mittelpunct, herumdrehet; und diese Bewegung ist sehr schnell. Sie fällt uns

T.H.F. 23. also vorzüglich in die Augen: und da sie allen übrigen Körpern, die wir uns an dem Gewölbe des Himmels vorstellen, gemein ist, obwol diese zugleich von den Stellen, die sie an demselben einzunehmen scheinen, nach dieser oder jener Seite fortrücken, so ist sie der Grund der wichtigsten Erscheinungen; weswegen sie auch, vornehmlich bey den Alten, die erste Bewegung genennet wird. Wir müssen bemühet seyn, uns von dieser Bewegung einen recht deutlichen Begriff zu machen, und zu dem Ende unsern Beobachtungsploß mit sichtbaren Zeichen versehen, die den Himmel in Gegenden zertheilen, deren jede wir, vermittelst dieser Zeichen, von einer jeden andern zu unterscheiden, im Stande sind.

Die Horizontfläche.

§. 144. Das erste und natürlichste Merkmal, dessen man sich in dieser Absicht bedienet, ist die Horizontfläche, auf welche wir gleich anfangs bey der Betrachtung der Lichtstrahlen, sehen mußten. Sie ist nemlich diejenige, in welche sich die obersten Theile des Wassers, oder einer andern flüssigen Materie in einem jeden Gefässe, von selbst setzen; und öfters ist selbst der Boden, auf welchem wir stehen, genau genug horizontal. Sonst aber kan jede ebene Oberfläche eines Körpers horizontal gelegt werden, wenn man sie so lang versetzt, bis darauf gegossenes Wasser oder Quecksilber nicht mehr geneigt ist nach der einen Seite zu fließen, als nach der andern; und wir werden bald noch andere Mittel sehen, eine ebene Fläche in diese Lage zu bringen.

§. 145. Eine Horizontfläche kan, wie eine jede andere, nach allen Seiten ohne Ende erweitert werden, und man kan die Punkte, durch welche sie bey dieser Erweiterung gehet, vermittelst der geradlinichten Lichtstrahlen leicht entdecken, indem man nemlich das Auge in eben die Fläche setzet, und an derselben hinsiehet. Wird nun auf die Art die Horizontfläche nach allen Seiten bis an die Himmelskugel fortgesetzt, so zerschneidet sie diese in zwei Hälften, die obere und die untere. Jene ist sichtbar in dem Verstande, daß wir einen jeden Körper sehen können, welcher sich an derselben Seite der Horizontfläche befindet, wenn es ihm weder am genugsamen Licht gebricht, noch etwas da ist, welches seine Strahlen hindert bis zu uns zu kommen. Die Körper aber welche an der Seite der Horizontfläche liegen, die wir die untere nennen, werden uns sämtlich von der undurchsichtigen Erde verdeckt.

§. 146. Es ist nichts daran gelegen, ob man die Horizontfläche höher *T. II. P. 28.* oder niedriger annimmt, zum Beispiel, oben auf einem Berge, oder unten an dem Fuß desselben, wenn sie nur nach der beschriebenen Anweisung gebraucht wird: und überhaupt kan anstatt einer jeden dergleichen Fläche eine andere kommen, welche derselben parallel liegt, oder doch von dieser Lage so wenig abweicht, daß der Fehler nicht zu merken ist, und in jeder Horizontfläche, kan der Ort des Auges nach Belieben angenommen werden. Zwo Horizontflächen die einander genau genug parallel sind, theilen den Sternhimmel in eben die zwo Hälften, und machen zweyen Augen, deren eines in die eine, und das andere in die andere gesetzt wird, eben die himmlischen Körper sichtbar oder unsichtbar, obgleich die eine von der andern etliche hundert Meilen entfernt ist (142). Das beste ist, man gedente sich diese Flächen vollkommen parallel: denn die Abweichung von dieser Lage darf nicht über eine oder die andere Secunde betragen, wenn die Fehler unmerklich werden sollen.

Die Verticallinie.

§. 147. Auf die Horizontfläche ist die Verticallinie perpendicular: es kan aber diese Linie gezogen werden, ohne daß jene Fläche zuvor bestimmt ist. Man darf nur ein Gewicht von beliebiger Figur an einen dünnen und beugbaren Faden hängen, und warten, bis alles nach und nach in Ruhe kömt. Ist nun der Faden von dem daran hangenden Gewichte recht gerade gedehnet worden, so ist die Linie, welche sich nach seiner Länge erstreckt, die Verticallinie. Eine jede andere Linie aber, welche durch ein beliebiges Punct der Verticallinie dieser perpendicular gemacht wird, ist horizontal; und die Fläche, welche durch zwo oder mehrere Horizontlinien gelegt wird, die sämtlich durch eben das Punct der Verticallinie gehen, ist die zu eben dem Punct gehörige Horizontfläche.

§. 148. So lange wir unsern Ort auf der Oberfläche der Erde nicht verändern, behalten wir eben die Verticallinie, welche durch den Faden des Blengewichts bestimmt wird. Verlängern wir diese Verticallinie bis an den Sternhimmel, so bezeichnet sie daselbst ein Punct, welches immer an seinem Orte bleibt, wie sich auch der Himmel drehen mag. Dieses wird der Scheitelpunct genennet, oder das Zenit. Wird aber eben die Linie nach unten zu verlängert, so heisset das ebenfalls unbewegliche Punct derselben bey dem Himmel, das Nadir. Zenit, Nadir sind arabische Wörter, die vielleicht verstimmet seyn mögen.

T. II. F. 28. §. 149. Zwo Verticallinien, die nicht mehr als umhundert Schuhe von einander entfernt sind, laufen einander so genau parallel, daß kaum einige Abweichung zu merken ist. Dadurch werden auch die Horizontflächen parallel, die zu diesen Verticallinien gehören, wenn sie nicht gar in eine zusammen fallen. Es kan also eine dieser Verticallinien anstatt der andern, und eine der Horizontflächen anstatt der andern gebraucht werden. Demnach haben auch zween Orte des Erdbodens, die nicht weiter als umhundert Schuhe von einander entfernt sind, einerley Zenit und einerley Nadir. Dieses zeigt die Erfahrung: denn wir können das durch die eine zwoer nicht viel über hundert Schuhe von der andern entfernter Verticallinien angegebene Zenit, von dem durch die andere bestimmten, nicht unterscheiden. Man muß sich aber hüten es auf viel grössere Entfernungen auszudehnen. Wir werden bald sehen, daß die Furcht, dabey desto mehr zu fehlen, je grösser wir die Entfernung annehmen, gar nicht ungegründet sey.

Verticallfläche.

§. 150. Eine jede Fläche, in welcher eine Verticallinie gezogen werden kan, ist eine Verticallfläche, und stehet auch selbst gerade auf dem Horizonte, so daß ein Faden mit einem daran gehängten Gewichte zur Bestimmung dieses Standes der Fläche hinlänglich ist. Es können also durch eine jede Verticallinie so viele Verticallflächen gestellet werden, als man will; und man kan eine solche Fläche um die in derselben gezogene Verticallinie rings herum drehen, ohne daß sie jemals schief auf dem Horizonte zu stehen komme: da denn, wenn sie gehörig erweitert wird, sie nach und nach durch ein jedes Punct des Himmels hindurch gehen muß. Sind zwo Verticallinien einander parallel, oder sind sie vielmehr so wenig von einander entfernt, daß man sie vor parallel halten kan, so können auch durch dieselbe zwo Verticallflächen gelegt werden, die einander parallel sind: und alsdenn fallen diese zwo Flächen bey dem Sternhimmel in eine zusammen. Die gerade Linie aber, in welcher eine Verticallfläche den Horizont schneidet, ist immer eine Horizontlinie.

§. 151. In den Verticallflächen werden die Höhen der Sterne und anderer Puncte des Himmels genommen. Wenn nemlich eine Verticallfläche *AB* *T. II. F. 29.* (*T. II. Fig. 29.*) so gelegt ist, daß eine in derselben gezogene gerade Linie *CC* bey ihrer Verlängerung nach den Stern *S* zuläuft; so wird der Winkel *COB*, welchen

den diese OC mit der Horizontlinie OB einschliesst, die Höhe des Sterns S ; und T. II. F. 29. eben dieser Winkel ist auch die Höhe eines jeden andern anstatt des Sterns in S gesetzten Puncts. Man siehet leicht, daß die Rede von einer scheinbaren Höhe sey, und daß dieses Wort hier nicht in dem Verstande genommen werde, in welchem man es braucht, wenn die Höhe eines Thurns oder etwas dergleichen angegeben wird. Ist AO die Verticallinie, so ist der Winkel AOC die Ergänzung der Höhe COB , weil der Winkel AOB alsdenn gerade ist: und diese Ergänzung der Höhe eines Sterns, wird auch die Entfernung desselben vom Zenit genant.

§. 152. Ein Strahl, welcher anfängt in der erweiterten Verticalfläche AB nach dem Auge zu gehen, verläßt dieselbe niemals, so sehr er auch übrigens in der Luft gebrochen wird. Denn da die Luft an den beiden Seiten dieser Fläche von einerley Beschaffenheit ist, so findet sich keine Ursache, welche den Strahl mehr nach der einen Seite von derselben abbringen könnte, als nach der andern: und auf Kleinigkeiten, die niemand merken kan, darf nicht gesehen werden. Es wird also der Strahl, so wie oben (127) gezeigt worden ist, blos in der Verticalfläche gekrümmt, welches verursacht, daß ein jedes Punct des Himmels, ohne eine andere Abweichung, höher erscheint, und vermittelst eines jeden Winkelmessers höher gefunden wird, als es ist: ausser daß ein jedes Punct der durch das Auge gezogenen Verticallinie AO genau in derselben erscheint. Der Fehler ist bey einer geringen Höhe COB beträchtlich, nimt aber, indem dieselbe grösser wird, immer ab, und ist bey kleinen Entfernungen vom Zenit kaum mehr zu merken (129, 130).

§. 153. Auch können wir nicht zweifeln, daß wenn die Beschaffenheit der Luft rings um die Verticallinie herum einerley ist, (wie dieses gemeiniglich statt findet) auch die durch das Brechen der Strahlen verursachten Fehler, bey gleichgrossen Höhen einander gleich ausfallen werden, nach welcher Seite des Horizonts auch die Linie OB , in welcher er von der Verticalfläche AB geschnitten wird, mag gekehrt seyn. Hierdurch werden wir in den Stand gesetzt, die Fehler zu beurtheilen, welche die Strahlenbrechung in die scheinbare Entfernungen eines Puncts des Himmels von einem andern bringt: nachdem diese Puncte so oder anders liegen. Denn daß dergleichen Fehler erfolgen müssen, ist leicht einzusehen. Befinden sich zween Puncte in eben der Verticalfläche, und an eben der Seite der Verticallinie, so werden sie einander desto mehr genähert, je mehr der untere und je weniger der obere durch die Refraction gehoben wird. Liegen aber die zween Puncte zwar noch in eben der Verticalfläche, aber an verschiedenen Seiten der Vertic-

T. II. F. 29. callinie, so ist die durch die Refraction verursachte Annäherung derselben desto größer, je mehr dieselbe jeden insbesondere erhebet. Alles dieses wird an seinem Orte umständlicher betrachtet werden müssen.

§. 154. Wenn eine Verticalfläche wirklich dargestellt werden soll, so ist eben nicht nöthig, daß man die in einem fortgehende Oberfläche eines Körpers, so weit sie eben ist, dazu gebrauche. Zween Fäden, welche oben an zweien verschiedenen Puncte, und unten beide an ein Gewicht befestiget sind, begeben sich von selbst in eine Verticalfläche, wenn dieses Gewicht frey henket: und eben dieses thun auch zweien Fäden, deren jeder sein besonderes Gewicht trägt. Auch liegt ein jeder Punct, der immer das Mittel eines kleinen in eine Platte gebohrten Lochs seyn kan, samt der ganzen Länge eines Fadens, an welchem ein Gewicht frey henket, in einer Verticalfläche, welche erweitert wird, wenn man durch das Loch an den Faden hinsiehet. Und durch ein dergleichen Loch, samt der Spitze eines Gebäudes oder etwas dergleichen, kan auch eine gerade Linie festgesetzt werden, wenn man sich dazu nicht lieber eines gehörig eingerichteten unbeweglich befestigten Seherohrs bedienen will. Alle diese Mittel sind in ihrer Art gut, ob sie wol nicht immer hinlänglich sind, welches die Astronomen bezogen hat, Werkzeuge zu erdenken, die bey der Bestimmung der Flächen, und der in dieselbe fallenden geraden Linien, von einem bequemern Gebrauche sind, und diesen Nutzen mit einer größern Richtigkeit leisten können.

Tägliche Bewegung der Fixsterne.

§. 155. Es wird angenommen, daß auffer dergleichen Merkmalen, ein Beobachter der Sterne mit einer Uhr versehen sey, welche alle Stunden Minuten und Secunden einander gleich macht, und richtig anzeigt. Denn was die eigentliche Länge der Stunden anlangt, so kan dieselbe, durch die Verlängerung und Verkürzung des Pendels, leicht größer oder kleiner gemacht werden, und alsdenn werden auch die Minuten und Secunden in eben der Verhältniß länger und kürzer. Hat nun der Beobachter auf einen Stern, und zugleich auf seine Uhr acht, so findet er, daß der Stern, mit dem Verlauf von beynähe vier und zwanzig gemeiner Stunden, genau wieder in eben die durch das Auge gezogene gerade Linie kömmt, in welcher er ihn bey dem Anfange dieser Zeit sehen konte. Er kan, wenn er will, die Stunden seiner Uhr verkürzen, und es durch wiederholte Versuche dahin bringen, daß ihrer genau vier und zwanzig auf die angezeigte Zeit gehen, und wir wollen

wollen sehen, daß er es gethan habe, und eine dergleichen Stunde eine Stern- T. II.F. 29.
stunde nennen. Alsdenn wird er finden, daß seine Uhr beständig mit den Fix-
sternen gleich gehe: und daß jeder derselben nach vier und zwanzig solcher Stun-
den wieder in seinen vorigen Stand komme, das ist, in die gerade Linie, in wel-
cher er beym Anfange dieser Zeit zu sehen war, und in eine jede Fläche, in wel-
che diese Linie gebracht werden kan. Aber auch sonst wird bey dieser Bewegung
nicht die geringste Abweichung von der vollkommensten Gleichförmigkeit entdeckt.

§. 156. Siehet nun der Beobachter seinen Platz als völlig unbeweglich
an, wie er thun wird, so lang er denselben nicht mit einem andern verwechselt,
weil er von demselben alle an den Erdboden befestigte Dinge, so weit er sehen
kan, immer in eben der Ordnung und in eben den Entfernungen siehet: so muß
er hieraus schliessen, daß ausser dem Mittelpunct, noch ein anderes Punct des
Himmels ohne Bewegung sey, und daß der ganze Himmel sich in einer Zeit von
vier und zwanzig Sternstunden um diese zween Puncte, und um die nach Be-
lieben zu verlängerte gerade Linie, die durch dieselbe hindurch gehet, einmal her-
umdrehe. Wir finden wirklich, wenn wir die Sterne mit einiger Aufmerksam-
keit betrachten, daß einige derselben so kleine Cirkel beschreiben, daß jemand sie
leicht für Puncte halten, und damit diesen Sternen alle Bewegung absprechen
könnte. In der That ist kein Stern ohne der wahren oder scheinbaren Bewegung,
von welcher hier geredet wird. Es sind aber, bey der grossen Menge der Ster-
ne, immer einige derselben der Linie, um welche sich ihr Himmel zu drehen schei-
net, so nahe, daß dadurch die Puncte, in welchen diese Linie den Himmel durch-
stechen würde, genau genug bezeichner wird.

§. 157. Die unbewegliche Linie nun, um welche sich der Himmel drehet,
heisset die Axe desselben, oder auch die Weltaxe. Sie wird unbeweglich genant,
nicht als ob sie durch alle Zeiten völlig einerley bliebe, und immer auf einerley Art
gegen die Fixsterne gerichtet stünde: sondern weil die Veränderungen, die sich bey
ihrer Lage zutragen, sehr langsam sind und erst nach dem Verlauff einiger Jahre
beträchtlich werden, und man überhaupt bey dem ersten Anfange nicht auf alle Klei-
nigkeiten sehen kan. Die Puncte aber, in welchen diese Axe den Sternhimmel
durchstechen würde, heissen die Pole desselben. Einer dieser Pole liegt bey
Sternen, welche wir alle Nacht sehen können, und ist insbesondere zu dieser Zeit
dem letzten Sterne im Schwanze des kleinen Bären gar nahe, und dieser heisset
der Nordpol, der ihm entgegengesetzte aber, der Südpol.

T. II. F. 29. §. 158. Eigentlich kan ein jeder Durchmesser einer Kugel eine Aze derselben abgeben, um welche sich die Kugel dergestalt drehen läßt, daß sie immer eben den Raum einnimmt. Bey diesem Drehen beschreibt jedes Punct der Kugel, das ausser der Aze liegt, es mag inwendig in der Kugel oder in ihrer Oberfläche angenommen seyn, einen Cirkel, dessen Mittelpunct in die Aze fällt, welche zugleich der Fläche eines jeden solchen Cirkels perpendicular ist. Es werden aber unter diesen Cirkeln vornehmlich diejenigen betrachtet, deren Umkreise von Puncten der Oberfläche der Kugel beschrieben werden, und also auch selbst in dieser Oberfläche verzeichnet werden können. Diese Cirkel können auch um die äussersten Puncte der Aze, die in die Oberfläche der Kugel fallen, so beschrieben werden, wie in einer Ebene ein Cirkel um seinen Mittelpunct beschrieben wird, und in Ansehung dieser Cirkel, werden jene Puncte eigentlich Pole genennt. Jeder Cirkel hat deren zween, und zu jedem Pole gehören unendlich viele Cirkel, deren Flächen sämtlich einander parallel sind. Sie wachsen anfänglich indem ihre Umkreise sich in der Oberfläche der Kugel von dem einen Pole entfernen, und dem andern nähern, bis der Durchmesser des Cirkels so groß wird, als der Durchmesser der Kugel. Denn grösser kan ein in der Oberfläche der Kugel beschriebener Cirkel nicht werden. Die angezeigte Grösse aber, erhält eine jede Scheibe, welche dadurch zum Vorschein gebracht wird, daß man eine Kugel durch ihren Mittelpunct schneidet. Entfernet sich der Umkreis des Cirkels noch weiter von dem ersten Pole, indem er sich dem zweiten nähert, so wird er nach und nach wieder kleiner: Und jede zween dieser Cirkel, welche von ihren einander entgegengesetzten Polen gleich weit entfernt sind, haben einerley Grösse. Alles dieses ist gar leicht einzusehen, und es wird davon bey der Betrachtung der Kugelschnitte (*) ausführlich gehandelt.

Von der Mittagfläche.

§. 159. Da nun der Nordpol des Himmels hoch genug über unsern Horizont erhaben ist, und sehr viele Sterne demselben so nahe sind, daß die Cirkel, welche sie bey ihrem Umlaufe beschreiben, ganz über den Horizont fallen müssen; so kan uns dieses eine Anweisung geben, wie eine Verticalfläche so zu legen sey, daß sie durch den Nordpol gehe: da denn, weil sie auch durch den Mittelpunct der Himmelkugel gehen wird, als für welchen eine jede Stelle des Beobachtungsplices angenommen werden kan (142), eben die hinlänglich fort-

gesetzte
(*) In meinen Vorlesungen über die Rechenk. und Geometrie vom Jahre 1767. Seite 568.

gefestete Fläche auch den Südpol treffen wird, wodurch die ganze Aere in dieselbe *T. II. F. 29.* zu liegen kömt. Sie wird die Mittagsfläche genant; und die Linie, in welcher sie die Horizontfläche schneidet, heißt die Mittagslinie des Beobachtungsplices. Diese Bedeutungen sind zu merken, weil den erklärten ähnliche Wörter in einem etwas verschiedenen Verstande gebraucht werden, welcher in dem nachfolgenden zu erläutern seyn wird.

§. 160. Stellen wir uns die Mittagsfläche in ihrem rechten Stande vor, und erweitern dieselbe oben und unten nach Belieben, so sehen wir sogleich, daß sie sowol den ganzen Himmel, als auch einen jeden Cirkel, welchen ein Stern bey seinem Umlaufe beschreibet, in zwo Hälften theilen werde, weil sie durch den Mittelpunct eines jeden dieser Cirkel, und durch den Mittelpunct der Kugel gehet (158). Wird aber auch die Horizontfläche rings herum ins Unendliche fortgesetzt, so kan man sich einen jeden an der Himmelkugel um den Pol beschriebenen Cirkelkreis als in dieser erweiterten Horizontfläche orthographisch entworfen, vorstellen. Alsdenn aber ist dieser Entwurf eine Ellipse (21), deren Mittelpunct, zusamt der ganzen kleinern Aere, in die Mittagslinie fällt, welcher demnach die größsern Aeren aller dergestalt entstandenen Ellipsen perpendicular seyn müssen.

§. 161. Diese kleinen Anmerkungen geben die folgende Anweisung, vermittelst eines der Fixsterne, welche nicht allzugroße Cirkel um den Pol beschreiben, die Mittagsfläche eines Beobachtungsplices wirklich festzusetzen. Die Fläche der Zeichnung (*T. II. Fig. 30.*) wird dem Horizonte parallel angenommen. In *T. II. F. 30.* derselben stellet *A* ein Punct vor, durch welches ein Faden gehet, der oben an dem Gewölbe eines Fensters, oder an einer andern schicklichen Stelle, befestiget, unten aber mit einem Gewichte beschweret ist, so ihn gerade dehnet. Es wird gesetzt, daß dieser Faden völlig in Ruhe gekommen sey, in welcher Ruhe er verharre, und also die Verticallinie des Beobachtungsplices vorstelle. *BC* ist eine in schicklicher Entfernung von *A* in dem Horizonte befestigte starke Regel oder etwas dergleichen. Wird nun in dieser Regel ein Punct *B* bezeichnet, und an dieses Punct das Auge angefetzt, so fallen alle Puncte des Himmels, die diesem Auge von dem Faden bedeckt werden, in eine Verticalfläche, welche vermittelst des Puncts *B* von allen übrigen dergleichen Flächen unterschieden wird. Die Regel muß so eingerichtet seyn, daß dieses und ein jedes anderes Punct, an derselben genau bemerkt werden könne: wozu ein mit einem Löchlein versehenes

T.II.F.30. Schieber ein gar bequemes Mittel giebt. Ist nun DE der orthographische Entwurf eines von irgend einem Sterne um den Pol beschriebenen Circels, welchen man sich in einer gar sehr grossen Entfernung von der Erde, und selbst ungemein groß, vorstellen muß, und F der Entwurf des Mittelpuncts dieses Circels: so verfolge man den Stern so lang mit dem an die Regel BC angelegten Auge, bis, wenn dieses bey irgend einem Puncte derselben B , sich ohne einige Bewegung aufhält, der Stern den durch A gehenden Faden nicht mehr durchkreuzet, sondern an demselben gerade aufwärts zu steigen, oder niederzusenken scheint. Alsdenn wird die aus B durch A verlängerte BA den orthographischen Entwurf bey E berühren, weil die auf diese Linie gesetzte Verticalfläche die Bahn des Sterns selbst berührt. Eben so wird nach zwölf Stunden verfahren, da sich der Stern bey dem dem vorigen entgegengesetzten Puncte seiner Bahn befindet. Ist nun dadurch die Linie AC bezeichnet worden, welche bey ihrer Verlängerung den Entwurf bey D berührt; so ist die den Winkel BAC in zwey Hälften theilende AG die Mittagslinie. Denn diese Linie AG würde, wenn man sie gehörig verlängern könnte, den Mittelpunct F gewiß antreffen, weil sie bey jeder Verlängerung nach dieser Seite, den Winkel DAE in zwey Hälften theilet. Wird also das Punct G in der Regel genau bezeichnet, so ist die durch dieses Punct und durch die Mitte des Fadens gehende Fläche allerdings die wahre Mittagsfläche.

§. 162. Eine sichere Probe, daß G zu den die Verticallinie angehenden Faden richtig bestimmt ist, wird seyn, wenn das an dieses Punct G angelegte Auge den Stern eine eben so lange Zeit an der einen Seite des Fadens siehet, als an der andern, so daß der Faden die ganze Zeit des Umlaufs genau in zwey Hälften theilet. Denn dieses muß, wenn AG wirklich die Mittagslinie ist, bey allen Sternen zu treffen, weil ihre Bewegung gleichförmig ist. Ist aber die Mittagsfläche auf diese Art herichtet worden, so kan es, wenn sich anders der Ort dazu schicken, so schwer nicht seyn, die Linie AG dergestalt zu verlängern, daß man an eben dem, oder einem andern vermittelst eines daran hangenden Gewichtes gespannten Fadens, und dem an die andere Seite desselben zwischen A und F angebrachten Lochlein auch denjenigen Zeitpunkt merken könne, in welchem ein Stern an dieser dem Puncte F entgegengesetzten Seite durch die Mittagsfläche gehet.

Eintheilung des Horizonts.

§. 163. Wenn die Horizontfläche nach allen Seiten bis an den Stern: *T. II. F. 30.* Himmel fortgesetzt wird, so bekommt sie die Gestalt einer Scheibe, und diese wird von der Mittagslinie in zwei Hälften getheilet, sowol als ihr Umkreis. In der einem dieser Hälften des Umkreises gehen alle Sterne, und alle andere Punkte des Himmels auf, das ist, sie werden sichtbar, da sie uns vorher der Erdboden verdeckt hatte; in der andern gehen sie wieder unter, und werden unsichtbar. Die verlängerte Mittagslinie selbst aber bezeichnet in eben dem Umkreise zwei Punkte, und in der Fläche des Horizonts selbst zwei Gegenden, Mittag oder Süd, und Mitternacht oder Nord, welche zu einer fernern Theilung des Horizonts den Anfang geben. Werden von einem dieser Punkte die zweien halben Umkreise wieder in ihre Hälften getheilet, welche Quadranten des Ganzen seyn werden, so wird auch Morgen oder Ost, und Abend oder West bestimmt: welche Gegenden demnach, für jeden Beobachtungsort, dadurch angegeben werden können, daß man in der Horizontfläche desselben der Meridianlinie eine andere gerade Linie perpendicular machet, welche sich an der einen Seite nach Morgen, und an der andern nach Abend erstrecken wird. Dieses sind die vier Hauptgegenden: man pflegt aber auch die ganze Hälfte des Horizonts, in deren Mitte Morgen liegt, den östlichen Theil desselben, und den andern, dessen Mitte Abend ist, den westlichen zu nennen.

§. 164. Die Verwirrung bey diesen Gegenden desto besser zu vermeiden, stellet sich ein Sternforscher immer so, daß er den Nordpol im Rücken habe, und richtet seine Ausdrücke dieser Stellung gemäß ein, indem er spricht, er habe Mittag vor sich, Mitternacht hinter sich, Morgen zur linken und Abend zur Rechten. Der Erdbeschreiber giebt sich die entgegengesetzte Stellung, bey welcher er Mitternacht vor sich, und Mittag hinter sich hat; und alsdenn liegt ihm Morgen zur Rechten und Abend zur linken. Beide richten sich auch bey ihren Zeichnungen nach dieser Stellung, in welcher sie sich ihren Körper einbilden.

§. 165. Die Schiffer theilen den Horizont weiter, so daß sie einen jeden der vier rechten Winkel, welchen die von Morgen gegen Abend laufende mit der Mittagslinie einschließt, in zwei Hälften zerschneiden, und jede dieser Hälften wieder in zwei andere, und so fort, bis der dadurch herausgebrachten Winkel in allen zwei und drehzig oder vier und sechzig werden. Jede durch eine der

T. II. F. 30. Linien, welche diese Theilung verrichten, bestimmte Gegend belegen sie mit einem besondern Namen, welcher aus den vier Wörtern Nord, Süd, Ost, West, so geschickt zusammengesetzt ist, daß die Bedeutung desselben ohne Mühe begriffen wird. Wenn nemlich die rechten Winkel, welche die Mittagslinie mit der von Ost nach West laufenden einschließet, in ihre Hälften getheilet werden, so sagen sie die Linien, welche diese Theilung verrichten, erstrecken sich von dem Mittelpuncte, die eine nach Nord:Ost, die andere nach Süd:Ost; oder die eine laufe gegen den Mittelpunct aus Nord:Ost, die andere aus Süd:Ost, und so an der andern Seite nach oder aus Nord:West, Süd:West. Wird jeder dieser Winkel von 45 Graden wieder in zwei Hälften getheilet, so bekommen die dadurch bestimmten Gegenden eben diese letztern Namen, mit einem Zusatze welcher anzeigt, an welcher Seite oder nach welcher der vier Hauptgegenden, Nord, Süd, Ost, West sie liegen. Sie heißen also Nord:Nord:Ost, Ost:Nord:Ost, Ost:Süd:Ost, Süd:Süd:Ost, und so an der andern Seite, Nord:Nord:West, West:Nord:West; West:Süd:West, Süd:Süd:West. Dieses sind sechzehn Gegenden, aus welchen durch eine wiederholte Theilung zwey und dreyßig werden, die ihre Nahmen von den acht erstern bekommen, mit dem Zusatze eines Beyworts, welches anzeigt, nach welcher Hauptgegend sie von derselben abweichen. Diese sind also, Nord zu Ost, Nord zu West, Nord:Ost zu Nord, Nord:Ost zu Ost, Ost zu Nord, Ost zu Süd, und so die übrigen, welche dienen die Gegend, aus welcher der Wind kommt, und den Strich, welchen das Schiff halten, und nach denselben fortsegeln soll, genau genug zu bestimmen. Die Astronomen aber bleiben bey ihren Graden und deren gewöhnlichen Theilen, welche bald von Mittag oder Mitternacht, bald von Morgen und Abend gezählet werden.

Bewegung der Fixsterne in Ansehung des Horizonts und der Mittagsfläche.

§. 166. Ein jeder Fixstern gehet bey einem gewissen Puncte der östlichen Hälfte des Horizonts auf, und bey einem gewissen Puncte der westlichen Hälfte gehet er unter, welche, so lang der Beobachtungsplatz nicht verändert wird, immer dieselben bleiben. Auch ist der Punct des Horizonts, bey welchem ein Stern aufgehet, genau so weit vom Mittag oder Mitternacht entfernt, als derjenige, bey welchem er untergehet. Wenn also der Horizont eines Beobach-

tungs-

tungsplatzes so frey ist, daß man zu eben dem Fixstern diese Puncte beide bemerket, und von einem beliebigen Puncte der Horizontfläche nach jeden derselben eine gerade Linie ziehen kan; so wird vermittelst dieser Linien die Mittagslinie des Beobachtungsortes ebenfalls bestimmt, und man darf nur den Winkel, welche die beiden nach den Stellen des Aufgangs und des Untergangs des Sterns gezogenen Linien mit einander einschließen, in seine zwei Hälften theilen, wenn man diese Mittagslinie sichtlich haben will. Dieses Mittel, die Gegenden des Horizonts auszumachen, welche sich sämlich nach der Mittagslinie richten, ist sehr leicht und einfach.

§. 167. Die Stellen des Aufgangs und Untergangs eines Fixsterns desto besser von dem eigentlichen Ost und Westpuncten zu unterscheiden, werden diese letztern auch der wahre Aufgang und der wahre Untergang genennet; und es wird die Stelle, bey welcher dieser oder jener Fixstern aufgehet, dadurch angegeben, daß man ihren, in dem Umkreise des Horizonts, durch Grade und deren Theile gemessenen Abstand von dem wahren Aufgange, anzeigt. Eben so verfähret man auch bey der Stelle seines Untergangs, dessen Abstand von dem wahren Untergange genommen wird; und in beiden Fällen muß noch angemerkt werden, ob der Abstand nördlich oder südlich sey? der dergestalt bestimmte Bogen oder Winkel heisset die *Amplitudo ortiva* oder *occidua* des Sterns, welche Benennung auch bey einem jeden andern himmlischen Körper gebraucht werden kan, ob schon, wenn der Körper nicht immer an eben dem Orte des Himmels erscheint, seine *Amplitudo* veränderlich wird, und nicht anders, als für eine gewisse Zeit, angegeben werden kan.

§. 168. Die Mittagsfläche theilet sowol die sichtbare als die unsichtbare Hälfte des Himmels, jede in zwey einander gleiche und ähnliche Theile: deren einer durch den Namen der ostlichen gar wol von dem andern unterschieden werden kan, welcher alsdann der westliche heißen wird. Es ist aber von den Theilen der unsichtbaren Hälfte desto weniger zu sagen, je leichter sie aus den sichtbaren beurtheilet werden können. In der sichtbaren ostlichen Hälfte des Himmels aber erhebt sich ein jeder Fixstern, nachdem er in dieselbe übergegangen ist, immer mehr und mehr, bis er in die Mittagsfläche kömmt, von welcher er anfängt wieder nieder zu gehen. Denn diejenigen Sterne, welche niemals untergehen, erheben sich zwar in dem ostlichen Theile der sichtbaren Hälfte ebenfalls

T. II. F. 30. bis zur Mittagsfläche, und gehen in dem westlichen wieder nieder. Sie kommen aber alsdenn noch einmal in die Mittagsfläche, und haben, wenn sie da sind, ihre kleinste Höhe. Von dem allen wird gesagt, der Stern culminire, wenn er sich in der Mittagsfläche befindet, weil doch gemeinlich die Höhe desselben alsdenn die größte ist, ob sie wol auch die kleinste sey kan. Ueberhaupt aber heisset eine jede in der Mittagsfläche genommene Höhe eines Sterns seine Mittags-Höhe, welche den Stand des Sterns in Ansehung des Beobachtungsortes, in welchen er sich zur Zeit seines Durchgangs durch die Mittagsfläche befindet, völlig bestimmet: und man kan eben die Höhe, mit einiger Behülfe, auch gebrauchen die Ordnung, in welcher uns die Sterne am Himmel erscheinen, völlig zu berichtigen.

§. 169. Befindet sich aber ein Stern außer der Mittagsfläche, so kan der Stand desselben in Absicht auf den Beobachtungsort gefunden und völlig bestimmet werden, wenn durch denselben eine Verticalfläche gelegt, und der Winkel, welchen diese mit der Mittagsfläche einschliesset, zusamt die Höhe des Sterns, gemessen wird, die nothwendig in eben dieser Verticalfläche genommen werden muß. Der Winkel, welchen dieselbe mit der Mittagsfläche einschliesset, wird durch den Bogen des Umkreises des Horizonts gegeben, welcher zwischen den zwei Flächen enthalten ist. Man kan aber auch, indem man sich des Zenits als eines Pols bedienet, durch den Stern in der Oberfläche der Himmelkugel einen Cirkelkreis beschreiben, und den zwischen dem Sterne und der Mittagsfläche enthaltenen Theil dieses Kreises gebrauchen den Winkel, welchen die durch den Stern gelegte Verticalfläche mit der Mittagsfläche einschliesset, anzugeben. In ein jeder anderer Cirkelkreis, welcher in eben der Oberfläche zu dem Zenit als seinen Pol beschrieben ist, leistet eben die Dienste: weil die Umkreise aller dieser Cirkel, unter welchen der Horizont mit stehet, durch jede zwei nach Belieben angenommenen Verticalflächen in einerley Verhältniß getheilet werden, und also die zwischen den Verticalflächen liegende Theile derselben sämtlich eben die Zahl der Grade, Minuten, Secunden bekommen. Jeder solcher zwischen der durch den Stern gelegten Verticalfläche, und der Mittagsfläche enthaltene Bogen $\mu\pi$, oder auch der von demselben gemessene Winkel, heisset das Azimuth des Sterns. Es ist leicht einzusehen, daß das Azimuth eines Sterns meistens immer verändert werden müsse, indem derselbe vorrücket. Wenigstens sehen wir hier zu Lande keinen Stern in
eben

eben der Verticalfläche aufwärts steigen, oder nieder gehen; sondern muß *T. II. F. 30.* fen diese Fläche immer verändern, wenn wir den Stern in derselben behalten wollen.

Berichtigung des Augenblicks der Culmination eines Sterns.

§. 170. Das Azimuth leidet von der Strahlenbrechung keine Veränderung wie die Höhe, welche fast immer grösser gefunden wird, als sie wirklich ist, und einer Verbesserung bedarf, damit die wahre Höhe erhalten werde. Indessen ist aus dem oben (153) angemerkten zu schliessen, daß wenn die wahren Höhen zweener Punkte des Himmels gleich sind, auch die durch die Refraction vergrößerten Höhen derselben gleich seyn werden, so sehr auch die Azimuthe dieser Punkte verschieden sind. Vielmehr also wird dieses richtig, wenn auch die Azimuthe gleich sind, und nur an verschiedenen Seiten der Mittagsfläche liegen. Und da die wahren Höhen immer mit den durch die Strahlenbrechung vergrößerten zugleich wachsen und abnehmen, so kan aus der Gleichheit der beobachteten Höhen zweener Punkte des Himmels immer auf die Gleichheit ihrer wahren Höhen zurückgeschloffen werden. Nun aber ist klar, daß wenn ein Fixstern, bey zween verschiedenen Punkten seiner Bahn, deren einer an der östlichen und an der andere an der westlichen Seite der Mittagsfläche liegt, einerley wahre Höhe hat, auch die Azimuthe dieser Punkte einander gleich seyn werden; wie auch daß die Zeit, in welcher der Stern von dem östlichen Punkte bis in die Mittagsfläche komt, völlig so lang seyn werde, als die, welche er braucht von dieser Fläche zu dem westlichen Punkte zu gelangen. Es wird also beides auch richtig seyn, wenn, anstatt der wahren, bloß die beobachteten Höhen dieser Punkte gebraucht werden: es hat eben der Fixstern bey eben der unmittelbar beobachteten Höhe, immer ein Azimuth von eben der Größe; und die Zeitpunkte, in welchen er sich in diesen durch die Refraction vergrößerten Höhen zeigt, haben beide von demjenigen, in welchem er durch die Mittagsfläche gehet, eben die Entfernung.

§. 171. Hierauf gründet sich eine sehr gute Anweisung den Zeitpunkt zu finden, in welchem ein Stern durch die Mittagsfläche gehet, und diese Fläche selbst festzusetzen oder zu berichtigen. Die Zeiten werden nach der oben beschriebenen Uhr, von einem beliebigen Anfange, in einem fortgezählt. Wenn nun α
und

T. II. F. 30. und A zwey nach dieser Uhr genommene Zeiten bedeuten, bey deren Endigung der angenommene Fixstern gleiche Höhen hatte, unter welchen a die kleinere ist; so macht man $A - a$. Die Hälfte dieses Unterschiedes $\frac{1}{2}(A - a)$ zu der kleinern Zeit a hinzugesetzt, oder von der grössern A abgezogen, wird die Zeit geben, mit deren Verfließung der Stern durch die Mittagsfläche durchgegangen ist. Und man kan sich dieses Zeitpuncts bedienen, eine Verticalfläche so zu stellen, daß der Stern durch dieselbe gehen muß, indem ihn die Uhr anzeigt: welches insonderheit leicht ist, wenn die Zeiger der Uhr mit den Fixsternen zugleich herum kommen. Diese Verticalfläche wird alsdenn die richtige Mittagsfläche seyn. Oder, wenn man in dem Horizonte die zwey Linien bemercket hat, durch welche er von den Verticalflächen geschnitten wird, in denen die Höhen des Sterns einander gleich gefunden worden sind: so ist die Linie, welche den von diesen zwey Linien eingeschlossenen Winkel in seine Hälften theilet, die Mittagslinie.

§. 172. Unter diesen Anweisungen wird insonderheit die erste vielfältig gebraucht. Damit aber bey etwas so wichtigen aller Irrthum vermieden, und der Zeitpunct des Durchgangs eines Sterns durch die Mittagsfläche auf das genaueste bestimmt werden möge: begnügt sich der Beobachter nicht an den zwey Zeiten a und A , bey deren Endigung der Stern gleiche Höhen hatte; sondern er sucht noch ein Paar andere b und B , bey welchen dieses ebenfalls zutrifft, welchen er noch das dritte Paar c und C , und das vierte d und D , und so viel andere zusetzt, als er haben kan, oder nöthig findet. Alsdenn drückt die bey diesen Beobachtungen gebrauchte Uhr den Zeitpunct des Durchgangs, welchen das erste Paar angiebt, durch $\frac{1}{2}(A - a) + a$ aus, welches so viel ist, als $\frac{1}{2}(A + a)$, und von dem zweyten Paare wird dieser Zeitpunct durch $\frac{1}{2}(B + b)$ angegeben, von dem dritten durch $\frac{1}{2}(C + c)$, und so von den übrigen. Wird nun durch alle diese Zahlen von Stunden Minuten und Secunden eben der Zeitpunct angegeben (welches seyn wird wenn die Zahlen völlig einerley sind $\frac{1}{2}(A + a) = \frac{1}{2}(B + b) = \frac{1}{2}(C + c)$ und so fort) so ist an der völligen Richtigkeit der Beobachtungen nicht zu zweifeln. Weil aber dieses gar selten zu treffen kan, so wird in dem Falle einiger Verschiedenheit die Summe aller dergestalt gefundenen Zahlen, welche ist $\frac{1}{2}(A + B + C + \dots + F + a + b + c + \dots + f)$ durch die Zahl der Paare, welche n seyn mag, oder die ganze Summe $A + B$

$A + B + C.. + F + a + b + c.. + f$ durch $2n$ getheilet, und was dadurch *T. II. F. 30.* herausgebracht wird, als völlig richtig angenommen. Denn da nicht zu vermuthen ist, daß alle Beobachtungen auf einer Seite fehlen, und sämlich die gesuchte Zeit entweder zu groß oder zu klein angeben solten, so müssen dadurch, daß zwischen den gefundenen Zahlen das Mittel genommen wird, die zum Theil an dieser zum Theil an der andern Seite begangenen Fehler einander, wo nicht gar vernichten, doch sehr verkleinern.

Die Höhe des Pols.

§. 173. Die Höhe eines Sterns wird am bequemsten durch einen Quadranten gefunden, der sich um die Verticallinie herum drehen läßt, und also immer dem Horizont perpendicular bleibt. Ist bey diesem Quadranten zugleich ein Ring oder eine Scheibe angebracht worden, an welcher die Azimuthe zu haben sind, so ist es zwar überhaupt desto besser. Man kan aber auch dieses Stück gar wol entbehren, und es kan schädlich seyn, wenn es den Quadranten weniger beweglich oder sonst unbehülflich macht. Es werden aber vornehmlich die Mittagshöhen der Sterne gesucht. Da diese überhaupt die größten und zuweilen auch die kleinsten Höhen sind, die sie erreichen können: so wird die Mittagshöhe eines jeden Sterns gefunden, wenn man denselben mit dem eben beschriebenen Quadranten, oder einem andern um eine Verticallinie beweglichen Winkelmesser, so lange verfolgt, bis er aufhöret zu steigen oder nieder zu gehen, und die größte oder kleinste der dergestalt beobachteten Höhen für die gesuchte annimt. Dieses kan desto richtiger geschehen, da ein Stern, welcher seiner größten oder kleinsten Höhe nahe ist, sich sehr wenig erhebt oder erniedriget, und, indem er die Mittagsfläche wirklich durchkreuzet, eine Zeitlang seine Höhe gar nicht merklich verändert. Noch leichter aber, und zugleich viel genauer werden die Mittagshöhen gefunden, wenn der Winkelmesser in der Mittagsfläche unbeweglich befestiget wird. Er kan zu dieser Absicht viel größer gemacht werden, als ein beweglicher Quadrant; und wenn sein Stand einmal berichtigt ist, so wird dadurch viele Mühe erspart. Die Beobachtung selbst erfordert alsdenn eine gar kurze Zeit, in welcher der Stern sich wirklich in der Mittagsfläche, oder sehr nahe dabey befindet.

§. 174. Es sey (*T. II. Fig. 31.*) *NS* die Mittagslinie, *NPS* die *T. II. F. 31.* Mittagfläche, und in dieser *PO* die Hälfte der Arc des Himmels: also *P* der Nordpol. *A* sey ein Stern, welcher so wenig von diesem Pole entfernt ist, daß

T. II. F. 31. daß er nicht untergehen kan, welches seyn wird, wenn PA kleiner ist als PN . Wird nun PB dem Bogen PA gleich gemacht, so stellet NA die größte Mittagshöhe des Sterns vor, und NB die kleinste. Beide können gefunden werden; und wenn NB von der NA abgezogen wird, so bleibt AB übrig, dessen Hälfte PA oder PB ist. Es ist also der Bogen AP oder BP , um welchen der Stern von dem Pole entfernert ist, leicht zu haben, und man kan denselben der kleinern Höhe NB zusehen, oder von der größern NA abziehen. Durch jede dieser Rechnungen wird der Bogen NP gefunden, der den Winkel NOP misst, welchen die Axe PO mit der in der Horizontfläche gezogenen Mittagslinie NS , und mit dieser Fläche selbst, einschliesst; mit einem Wort, die Polhöhe: und es fließet aus dieser Rechnung, daß immer seyn werde $NP = \frac{1}{2} (NA + NB)$. Nur müssen die Höhen NA und NB von den Fehlern der Refraction gereinigt seyn, wenn sie die Polhöhe richtig geben sollen. Wird ZO der NS perpendicular gemacht, so stellet PZ oder der Winkel POZ die Entfernung des Pols vom Zenit vor, welche also aus der Polhöhe gar leicht gefunden werden kan, die sie zu einen rechten Winkel ergänzet; und eben so wird auch die Polhöhe aus der Entfernung geschlossen.

§. 175. Die bekante Polhöhe setzt uns in den Stand einen Stock, oder etwas dergleichen bergestalt zu sehn, daß eine gewisse daran haftende gerade Linie der Axe des Himmels parallel werde. Die Linie muß in die Mittagsfläche fallen, und in derselben mit dem Horizonte einen Winkel einschließen, der sich nach

T. II. F. 32. Mitternacht öfnet, und der Polhöhe gleich ist. Wird nun (*T. II. Fig. 32.*) der Stock, oder was es sonst seyn mag woran die Linie PQ haftet, bey dieser Lage derselben bergestalt befestiget, daß er rings herum gedrehet werden kan, ohne daß die Linie selbst im geringsten aus ihrer Stelle weiche: so kan diese PQ immer als ein Theil der Axe des Himmels angesehen werden. Und wenn ferner an den Stock ein nach den Fixstern S gerichtetes Rohr AB , oder etwas dergleichen, so die nach denselben gerichtete gerade Linie bestimmen kan, unbeweglich befestiget wird, so kan dieser Fixstern von einem bey B angelegten Auge immer verfolgt werden, ohne daß es nöthig ist den Winkel POA , welchen das Rohr AB mit der Axe PQ einschliesst, zu verändern: und das bloße Drehen des ganzen Zusammenhanges um die Axe PQ ist hinlänglich das Rohr wieder nach den Stern zu richten, nachdem dieser fortgerückt ist. Zwar kan die Strahlenbrechung einigen Fehler machen,

machen, und eine kleine Veränderung des Winkels POA erfordern; aber hier: *T. II. F. 32.* auf wird hier nicht gesehen. Die Einrichtung ist von einem sogleich in die Augen fallenden Nutzen, und erkläret zugleich deutlich, in welchem Verstande gesagt werden könne: daß ein beständig gegen einen Fixstern gerichteter Strahl die Oberfläche eines geraden Kegels beschreibe, dessen Aze ein Theil der Aze des Himmels ist. Der Winkel dieses Kegels POS muß fast für jeden Fixstern eine andere Größe bekommen. Vor sich kan dieser Winkel auch stumpf werden: Alsdenn aber ist QOS , welcher spizig wird, wenn POS einen rechten Winkel übertrifft, der Winkel des Kegels, und dieser bekomt eine dem vorigen entgegen gesetzte Lage.

Der Aequator.

§. 176. Wenn der Stern S so stehet, daß der Winkel POS gerade wird, so beschreibet der nach demselben gezogene Strahl OS , bey dem Umlaufe des Sterns, nicht mehr die Oberfläche eines Kegels, sondern eine ebene Fläche, auf welcher die Aze PQ senkrecht stehet. Diese durch den Mittelpunct der Himmelskugel gelegte Fläche theilet dieselbe abermal in zwo Hälften, deren jede einen der zween Pole in der Mitte ihrer Oberfläche liegend hat, so daß die eine die nordliche, die andere aber die südliche Hälfte genant werden kan. Die Fläche selbst bekomt ihren besondern Namen, und heißet die Fläche des Aequators. Es ist nemlich der Aequator der Umkreis der Scheibe, welche zum Vorschein kömmt, indem die Kugel von der beschriebenen Fläche geschnitten wird, welche, da der Schnitt durch den Mittelpunct geschiehet, mit zu den grossen Cirkeln der Kugel gehöret. Dieser Aequator, oder wie ihn einige nennen, dieser Gleicher theilet einen jeden halben Cirkel, dessen Bogen in der Oberfläche der Kugel von einem Pole bis an den andern reichet, indem sein Durchmesser die Aze ist, in zween Quadranten.

§. 177. So lang die Aze unberrückt in ihrer Lage verharret, bleibt auch die mit derselben unbeweglich verbundene Fläche des Gleichers immer die vorige. Sie ist der Mittagsfläche perpendicular, weil sie der in dieser Fläche liegenden Aze perpendicular ist. Die Horizontfläche ist der Mittagsfläche ebenfalls perpendicular. Sie wird also von der Fläche des Gleichers in einer Linie geschnitten, die auf der Mittagsfläche senkrecht stehet, und unter unendlich vielen andern in jener Fläche zu ziehenden geraden Linien auch mit der Mittagslinie rechte Winkel

T. II. F. 32. einschliesset. Demnach muß diese Linie, in welcher der Horizont von der Fläche des Gleichers geschnitten wird, sich genau von Morgen gegen Abend erstrecken. Ausserdem aber ist leicht einzusehen, daß auch der Horizont den Gleicher selbst, in zwei Hälften, und die Mittagsfläche wieder jede dieser Hälften in zweien Quadranten theilen werden.

T. II. F. 33. §. 178. Wenn nun (*T. II. Fig. 33.*) die senkrecht an die Mittagsfläche angelegte Fläche des Gleichers diese in AE schneidet, indem PQ die Aze des Himmels vorsteller, so ist diese AE , wie eine jede andere gerade Linie, die in der Fläche des Gleichers durch O gezogen werden kan, der Aze PQ perpendicular. Und wenn SM die Mittagslinie ist, so ist AOM der Winkel, mit welchem sich die Fläche des Gleichers gegen den Horizont neiget, so daß ihn diese zwei Flächen mit einander einschliessen. Denn die Linien AE, SN sind beide auf die von Morgen gegen Abend laufende Linie, in welcher die Flächen einander schneiden, perpendicular. Der Winkel AOM nun wird die Höhe des Aequators, oder die Erhebung des Gleichers, nemlich über den Horizont, genent. Diese Höhe AOM ist immer die Ergänzung der Polhöhe POS zu einem rechten Winkel, und die Maasse dieser Winkel AM, SP geben, wenn man sie zusammensetzt, immer einen Quadranten. Denn SZM ist der halbe Umkreis, und PA selbst ein Quadrant. Es ist also auch, wenn ZN die Verticallinie vorstellt, $POZ = AOM$, und $PZ = AM$, das ist, die Höhe des Aequators gleich der Entfernung des Pols vom Zenit.

§. 179. Ausser diesem allen wird noch zuweilen eine Verticalfläche auf die von Morgen gegen Abend laufende Horizontlinie gesetzt, und die erste oder vornehmste Verticalfläche genennet. Diese Fläche wird dadurch auch auf die Mittagsfläche perpendicular, und, da sie diese, wie eine jede andere Verticalfläche, in ZN schneidet, so ist ZOA der Winkel, welchen sie mit der Fläche des Gleichers einschliesset. Dieser Winkel ZOA ist der Polhöhe gleich, da PA und ZS Quadranten sind, welchen der Bogen PZ gemeinschaftlich ist. Es werden noch einige andere Flächen gebraucht den Raum rings herum um den Beobachtungsplatz zu theilen, die, so lang dieser Platz nicht mit einem andern verwechselt wird, ihre Lage ebenfalls unverrückt behalten, und so wie die erklärten Linien und Flächen, dienen, den Ort eines himmlischen Körpers ohne Weitauf-

läufigkeit zu bestimmen. Es sind aber die bisher abgehandelten zu dem gegenwärtigen Zwecke hinlänglich, und die übrigen werden sich an einem andern Orte schicklicher beybringen lassen. T. II. F. 33.

Declination der Sterne.

§. 180. Indem sich nun der Sternhimmel um seine Aze drehet, wird derselbe in jedem Augenblicke, von der Mittagsfläche durch die beiden Pole geschnitten, und dadurch in der Oberfläche der Kugel der Umkreis eines Circels bezeichnet, dessen bereits einige Erwähnung geschehen ist. Er heisset ein Declinations-Circel oder Abweichungs-Kreis: weil auf demselben die Abweichung eines jeden Sterns genommen wird, der sich in demselben befindet. Es ist von der Abweichung vom Aequator die Rede, und diese ist nichts anders, als der Bogen des durch den Stern gehenden Abweichungskreises, welcher zwischen dem Stern und dem Gleiches enthalten ist, und zugleich den Winkel mißt, den die von dem Auge nach dem Stern gezogene gerade Linie mit der Fläche des Gleichers einschließt. Denn die Fläche eines jeden Abweichungskreises ist auf die Fläche des Aequators perpendicular, weil sie durch die Aze gehet: und also fällt der angezeigte Winkel immer in die Fläche des Abweichungskreises.

§. 181. Die Abweichung eines Sterns ist nördlich oder südlich, nach dem er in der nördlichen oder südlichen Hälfte der Himmelskugel gesehen wird. Ist sie bekannt, so ist die Entfernung des Sterns von dem nächsten Pole leicht zu finden, weil diese Entfernung immer mit der Abweichung zusammen einen Quadranten geben muß, und eben so leicht findet man auch die Entfernung des Sterns von dem andern Pole. Es kan aber die Abweichung eines Sterns immer aus seiner Mittagshöhe geschlossen werden, wenn zugleich die Polhöhe oder die Höhe des Gleichers bekannt ist. Es sey F der Ort des Sterns, und folgendes AF die Abweichung desselben. Da nun MF die Mittagshöhe des Sterns, und MA die Höhe des Gleichers ist, so ist leicht zu sehen, daß seyn werde $AF = MF - MA$. Und eben so leicht siehet man auch, wie die Abweichung aus den zwey Höhen in den übrigen Fällen zu finden sey, da entweder die Abweichung südlich, oder die Mittagshöhe in dem nördlichen Quadranten ZS genommen worden ist. Im Nothfalle kan uns eine sehr einfache Zeichnung zu recht weisen,

86 Der Astronomischen Vorlesungen zweiter Abschnitt.

T. II. F. 33. §. 182. Die dergestalt entdeckte Declination eines Fixsterns bleibt zwar nicht durch alle Zeiten völlig einerley; sondern wird, ausser der welche oben angemerkt worden ist (138), noch durch verschiedene andere Ursachen geändert, die in dem folgenden erleutert werden sollen. Es geschehen aber alle diese Veränderungen sehr langsam, so daß in einigen wenigen auf einander folgenden Tagen eben der Fixstern noch mit eben der Abweichung gesehen wird, und selbst nach etlichen Monaten oder Jahren nur mit ausserordentlich guten Instrumenten, einige Veränderung derselben entdeckt wird. Es kan also, mit Uebergangung dieser kleinen Fehler, hier gar wol angenommen werden, daß in der Zeit eines Jahres, oder etlicher weniger auf einander folgender Jahre, sich die Welt: Axe von dem Mittelpuncte der Erde nach eben dem, an dem Sternhimmel, durch seine Entfernung von den Fixsternen bestimmten Punct, erstrecke, und in so ferne ohne Veränderung in ihrer Lage verharre.

Täglicher Umlauf der Fixsterne.

§. 183. So lang aber die Lage der Axe dergestalt unverändert bleibt, bleibt auch ein Stern, der einmal ohne Abweichung in der Fläche des Gleichers gefunden worden ist, immer in derselben. Stellen wir uns also den durch verschiedene in demselben liegende Fixsterne an dem Himmel bezeichneten Gleicher, von einem dieser Fixsterne oder irgend einem andern Puncte an, in seine Grade und deren Theile getheilet vor, so müssen bey dem ganzen Umlaufe dieses oder eines andern in dem Gleicher angenommenen Puncts alle 360 Grade desselben durch die Mittagsfläche gehen: und weil diese Bewegung gleichförmig ist, so werden in 12 Stern-Stunden 180, und in 6 dergleichen Stunden 90 Grade durch die Mittagsfläche hindurch kommen. Also braucht 1 Grad den funfzehnten Theil einer Sternstunde, das ist 4 Minuten derselben, durch eben die Fläche zu kommen, eine Minute des Grades aber den sechzigsten Theil von 4 dergleichen Zeitminuten, das ist 4 Zeitsecunden, und eine Secunde des Grades, 4 Theilen der Zeit. Es kan also der Aequator vermittelst einer Uhr, die nach irgend einem Fixsterne so gerichtet ist, daß genau 24 Stunden derselben verfließen müssen, indem der Stern einmal mit dem Himmel herumkomt, eben so bequem getheilet werden, als ob seine Grade und übrigen Theile durch wirkliche Zeichen sichtbar gemacht wären. Und es giebt eine Secunde dieser Uhr 15 Secunden des Aequators, welche in derselben durch den Mittagskreis gehen,

hen, eine Minute der Uhr 15 Minuten des Aequators, und eine Stunde 15 Grade desselben. *T. II. F. 33.*

§. 184. Da also der Gleicher von dem Horizonte und der Mittagsfläche in 4 Quadranten zertheilet wird: so muß jeder wirklich in dem Gleicher anzutreffender Stern sechs Stunden Zeit haben, von dem Horizonte bis in die Mittagsfläche zu steigen, und sechs andere von dieser Fläche wieder in den Horizont zu gelangen, welche zusammen 12 Sternstunden ausmachen, in welchen er sich über den Horizont aufhält. Die Brechung der Strahlen aber wird die Zeit, in welcher dieser Stern, falls es die übrigen Umstände erlauben, unsern Augen sichtbar ist, beträchtlich vermehren, weil sie denselben beim Aufgange bis 33, und beim Niedergange 33 andere Minuten hebet (130). Wäre dieses nicht, so würden auch alle in dem Aequator liegenden Sterne genau in dem wahren Morgen aufgehen, und in dem wahren Abend sich unter den Horizont begeben; als in welchen Punkten der Horizont von dem Aequator geschnitten wird.

§. 185. Ein jeder Fixstern, der sich ausser dem Aequator befindet, beschreibet in der Zeit von 24 Sternstunden einen Cirkel, dessen Fläche der Fläche des Gleichers parallel lieget, so daß er in einer solchen Stunde 15 Grade des Umkreises, und in 4 Minuten derselben einen Grad zurück legt. Wird also die an der Morgen- oder Abendseite der Mittagsfläche liegende Hälfte einer solchen Cirkels in dieser Fläche orthographisch entworfen, wie dieses (*T. II. Fig. 34.*) *T. II. F. 34.* mit verschiedenen derselben geschieht: so ist der an die Axe PQ senkrecht angelegte halbe Durchmesser OA zugleich der Entwurf eines Quadranten des Gleichers, und OE der Entwurf des danebenstehenden. Die Hälfte aber einer jeden der übrigen auf die Axe PQ perpendicular gezogenen Sehnen, als CD oder CF ist der halbe Durchmesser des von dem Sterne beschriebenen Kreises, welcher die Abweichung AD hat, und zugleich der Entwurf des vierten Theils des Umkreises dieses Cirkels. Es ist aber ein jeder solcher Halbmesser CD der Sinus des mit dem Radius OP oder OA beschriebenen Bogens PD , welcher die Entfernung des Puncts D von dem Pole angiebt, oder der Cosinus der Abweichung dieses Puncts AD : und OC ist der Sinus dieser Abweichung.

§. 186. Ist aber auch der Horizont in SM entworfen, welcher die Sehne DF in G schneidet, so ist GD der Entwurf des Cirkelbogens, welchen der Stern beschreibet, indem er von dem Horizonte bis an die Mittagsfläche aufsteiget,

T. II. F. 34. steigt, oder von dieser bis an den Horizont niedergethet. Demnach stellet CG den Unterschied dieses Bogens und eines Quadranten des Umkreises eben desselben Circels vor, und ist zugleich der Sinus dieses Unterschiedes. Wird also um den Mittelpunct C der zu dem Durchmesser DF gehörige halbe Cirkel DHF wirklich beschrieben, so ist der zwischen dem Horizonte und der Mittagsfläche enthaltene Theil desselben gar leicht zu haben. Denn man darf nur durch G eine Linie GH der Aze parallel ziehen, um diesen Bogen, welcher bey D anfängt, bey H zu endigen. Und wenn man ferner die in diesem Bogen enthaltene Zahl der Grade und Minuten erforschet, so ist die Zeit, welche der Stern D brauchet, diesen Bogen zu beschreiben, leicht zu berechnen.

§. 187. Eben diese Zeichnung giebt auch eine Anweisung, den Bogen DH , ohne Beyhülfe der sphärischen Trigonometrie, durch die Rechnung zu finden. Wenn FC oder DC zum Radius genommen wird, so ist, wie wir gesehen haben, GC der Sinus des Complements des Bogens DH zu einem Quadranten. Wird also diese Ergänzung Q , die Polhöhe P , und die Abweichung D genent, so ist $FC : GC = 1 : \sin Q$, und in dem rechtwinklichten Dreyecke GOC , dessen Winkel bey O die Polhöhe ist, $GC : CO = \tan P : 1$; also $FC : CO = \tan P : \sin Q$. Es ist aber auch $FC = DC = \cos D$, und $CO = \sin D$, beides zu dem Radius OA , und also $FC : CO = \cos D : \sin D = 1 : \tan D$. Demnach $1 : \tan D = \tan P : \sin Q$. Der dergestalt gefundene Bogen Q wird alsdenn, nach Anweisung der Zeichnung, dem Quadranten zugesetzt, oder von demselben abgezogen. Man kan DH den halben Tagbogen, und HF den halben Nachtbogen, des angenommenen Sterns nennen; wiewol diese Wörter nur alsdenn im eigentlichen Verstande gebraucht werden, wenn anstatt des Sterns die Sonne gesetzt wird, welche den Tag machet.

§. 188. Ferner ist in dieser Zeichnung die Linie OG der zu dem Radius OP oder OS , gehörige Sinus des Bogens des Horizonts, welcher die Entfernung des Aufgangs des Sterns, von dem wahren Puncte des Aufgangs, oder die Entfernung des Puncts, bey welchem er untergethet, von dem wahren Untergange, angiebt. Denn G ist die Vorstellung des erstern dieser Puncte, und O die Vorstellung des letztern. Nun aber ist, bey den angenommenen Benennungen $OC : OG = \cos P : 1$, und $OC = \sin D$. Also $\cos P : 1 = \sin D : OG$.

Es

Es wird demnach die also gefundene *OG*, als ein Sinus gebraucht, den Bogen *T.H.F.* des Horizonts geben, welcher des Sterns *Amplitudo ortiva* oder *occidua* heisset: und dieser Bogen wird nach Norden oder Süden fallen, nachdem die Abweichung des Sterns nördlich oder südlich ist.

§. 189. Wenn wir nun unsere Augen auch auf die übrigen Sehnen werfen, deren eine durch *S*, und eine andere durch *M* gezogen ist, in welchen Puncten der Umkreis der Mittagsfläche den Umkreis des Horizonts durchschneidet, so sehen wir, daß wenn die Abweichung eines Sterns der Höhe des Gleichers *MA* oder *ES* gleich ist, der Stern in der nördlichen Hälfte der Kugel nicht mehr unter, und in der südlichen nicht mehr aufgehen, sondern bey seinem Umlaufe den Horizont bey *S* und *M* nur berühren werde. Noch viel weniger können in der nördlichen Hälfte diejenigen Sterne untergehen deren Abweichung grösser ist, als die Höhe des Gleichers, und in der südlichen gehen alle Sterne, deren Abweichung die Höhe des Gleichers übertrifft, niemals auf. Es sind noch mehr kleine Anmerkungen, die hier könnten bengebracht werden; die aber einem jeden, der die Zeichnung nur mit einiger Aufmerksamkeit ansiehet, sich von selbst darbieten müssen.

Von dem Vorsprungswinkel.

§. 190. Es ist selten, wo jemals nöthig, daß man sich mehr als die Hälfte eines Abweichungskreises vorstelle, welche von einem Pole bis an den andern reicht; und man kan überhaupt, unter der Benennung der Abweichungskreise, nur dergleichen Hälften derselben verstehen, und zwar diejenigen, in welchen die Sterne sich aufhalten, von welchen die Rede ist. Wenn man sich nun zween dergleichen halbe Kreise vorstelllet, so machen die Flächen der halben Scheiben, zu welchen sie gehören, indem sie bey der Aze zusammen laufen, einen Winkel, der durch den zwischen denselben enthaltenen Bogen des Gleichers gemessen wird. Es wird aber dieser Winkel auch durch den zwischen eben den Flächen enthaltenen Bogen eines jeden der Parallelcirkel gemessen, der von einem Fixsterne oder jedem andern Puncte des Himmels, bey dessen Umlaufe beschrieben wird. Denn jeder dieser Bogen hat gegen seinen Umkreis einerley Verhältniß, und also gleichviele Grade und Theile der Grade. Da nun alle Sterne, welche in eben dem Abweichungskreise liegen, auch zugleich in die Mittagsfläche kommen müssen:

T. II. F. 34. müssen: so kan dieser Winkel für jede zween Sterne, deren einen man sich in dem einen Abweichungskreise, und den andern in dem andern vorstellet, vermittelst der Uhr erhalten werden, wenn nur an derselben die Zeitpuncte bemerkt werden, in welchen zuerst der eine, und alsdenn der andere Stern in die Mittagsfläche gekommen ist. Die zwischen diesen zween Puncten verfllossene Zeit wird die gesuchte Zahl der Grade gar leicht geben, wenn die Uhr mit völliger Richtigkeit nach den Fixsternen gestellet ist (183). Ist aber dieses nicht, so darf man nur machen; wie die ganze von der Uhr angegebene Zeit, in welcher ein Fixstern herumkomt, zu der Zeit welche zwischen den angemerkten zween Zeitpuncten verfllossen ist, so 360 zu der Zahl der Grade und ihrer Theile, welche verlangt wird.

§. 191. Dieser Winkel, mit den Abweichungen der Fixsterne zusammen genommen, giebt eine viel bequemere Anweisung dieselbe in Ordnung zu bringen, und den Ort, welchen jeder an der Himmelskugel einnimmt, genau zu bestimmen, als diejenige war, die bey dem ersten Anfange gegeben werden konnte (136); und es ist eben der Winkel auch sonst von gar mannigfaltigem Gebrauche. Ich wage es also ihn den Vorsprung, oder den Winkel des Vorsprungs zu nennen, weil seine erste Wirkung darinne bestehet, daß immer einige Sterne vor andern in der Mittagsfläche anlangen. Wenigstens ist diese Benennung kürzer als *Differentia Ascensionum rectorum*, deren wörtliche Bedeutung sich über dieses erst in dem folgenden wird geben lassen. Der Vorsprung hat mit der Abweichung nichts zu thun. Ein Stern kan vor dem andern eben den Vorsprung haben, seine Abweichung mag groß oder klein, nördlich oder südlich seyn. Uebrigens kan der Vorsprung eines Sterns vor einem andern eben so gut durch Sternstunden und deren Theile, als durch Grade und Minuten ausgedruckt werden, da der Uebergang von dem einen dieser Maasse zu dem andern so leicht ist.

Von den Himmelskugeln.

§. 192. Gesezt nun es sey der Vorsprung eines nach Belieben angenommenen Fixsterns vor einem jeden der übrigen, zusamt den Abweichungen aller dieser Sterne gefunden worden: so geben zwar diese Beobachtungen selbst ein Verzeichniß der Dexter, welche sie an dem Himmel einnehmen, woraus die Ordnung in welcher sie uns erscheinen, samt der scheinbaren Entfernung eines jeden von den

den übrigen zu schliessen ist. Und ein solches Verzeichniß würde immer richtig bleiben *T. II. F. 34* wenn die Aze des Himmels in dem oben (157) angezeigten Verstande durch alle Zeiten unverrückt in ihrer Lage verharrete. Es können aber auch nach dem Verzeichnisse alle in demselben enthaltene Sterne, viel leichter auf die Oberfläche einer Kugel getragen werden, als wenn man sich dazu der Entfernungen eines jeden von den übrigen bedienen wolte. Denn wenn an einer Kugel die zween Puncte, so die Pole vorstellen sollen, gehörig angenommen worden sind, so nemlich, daß die gerade Linie, die sie mit einander verknüpft, ein Durchmesser der Kugel wird, und zu diesen Polen der Gleicher beschrieben, und gehörig eingetheilet worden ist, und hat man sich über dieses mit einem Bogen von Messing oder Holz versehen, der als eine Regel gebraucht werden kan, von jedem Puncte des Gleichers nach einen der Pole einen Abweichungskreis zu bezeichnen, und von demselben so viele Grade und Theile der Grade abzuschneiden, als man will: so ist es eine geringe Mühe den Stern aus dem Verzeichnisse auf die Kugel zu tragen. Der Anfang wird mit dem Sterne gemacht, dessen Vorsprung vor allen übrigen beobachtet worden ist, dessen Ort die gefundene Abweichung dieses Sterns mit dem Vorsprunge \circ angeben muß, wenn man sich an die gemachte Eintheilung des Aequators der Kugel halten will, und nach diesen richten sich die Stellen aller übrigen.

§. 193. Man kan sich vorstellen, daß die gemeinen Himmelskugeln auf diese Art verfertigt worden sind, in welchen über dieses die Horizontfläche, die Mittagsfläche und eine jede Verticalfläche durch die ebenen Flächen gewisser messingener oder hölzerner Ringe und Bogen, vorgestellt worden: die Kugel selbst aber ist um eine in der Vorstellung der Mittagsfläche befestigte Aze beweglich. Denn eigentlich wird bey der Verfertigung solcher Kugeln ganz anders verfahren, um sie wohlfeiler zu schaffen. Auch werden auf denselben, ausser dem Gleicher, noch andere Cirkel gezeichnet, und zum Theil, wie jener, in ihre Grade getheilet, deren Nutzen wir erst in dem folgenden einsehen werden.

§. 194. Wir können diese letztern Cirkel hier bey Seite setzen. Die Kugel ist ohne dieselben völlig geschikt, uns den Stand aller Fixsterne, für jeden Augenblick der Zeit, welcher von derjenigen, zu welcher die Kugel gemacht worden, nicht allzuweit entfernt ist, vorzustellen. Denn da die Lage der Aze des Himmels mit der Zeit wirklich geändert wird, und also die Pole desselben, wie-

Pl. F. 34. wol langsam genug, von einem Fixsterne zu dem andern fortrücken: so kan eine Kugel, deren Pole unveränderlich sind, wie sie gemeinlich gemacht werden, keinesweges für alle Zeiten dienen. Die Veränderung der Pole einer Himmelskugel aber ist nicht ohne Schwierigkeit, weil, wenn alles genau genommen wird, mit den Polen zugleich der Gleicher geändert werden muß, welcher unbeweglich mit der Aze derselben verknüpft ist. Denn was die Ordnung der Sterne anlangt, so bleibt dieselbe bey allen Veränderungen, die in der Aze vorgehen, bis auf einige Kleinigkeiten, die vorige, und die auf eine Kugel gezeichneten Sternbilder behalten ihre Richtigkeit immer: so daß eine Kugel, deren Pole dergestalt veränderlich wären, daß man jeden Durchmesser derselben zur Aze machen könnte, leicht in den Stand zu setzen wäre, daß sie die Lage, welche die Fixsterne, in Absicht auf die Weltaxe zu einer vergangenen Zeit gehabt haben, oder zu einer zukünftigen haben werden, genau genug vorstellete. Liegen aber, wie in den gewöhnlichen Kugeln, die Pole in Absicht auf die darauf verzeichneten Fixsterne beinahe so, wie die Pole des Himmels in Absicht auf eben die Fixsterne gegenwärtig wirklich liegen, so wird erstlich die Fläche des Rings, welcher bey der Kugel den Horizont vorstellt, dem eigentlichen Horizonte, und die Mittagsfläche der Kugel der Mittagsfläche des Beobachtungsortes, parallel gemacht, wie auch die Aze der Kugel der Aze des Himmels. Alsdenn wird die Kugel selbst so gedrehet, daß die Vorstellung eines Sterns, von welchem bekant ist, daß er sich zu der Zeit in der Mittagsfläche befinde, ebenfalls in die Mittagsfläche der Kugel fällt. Alsdenn hat die Kugel wirklich den verlangten Stand, bey welchem eine jede aus ihrem Mittelpuncte durch die Vorstellung irgend eines Sterns gezogene gerade Linie, wenn sie fortgezogen wird, den Stern selbst erreicht; und man kan sagen, daß bey diesem Stande die Kugel dem Himmel parallel sey.

§. 195. Ist die Kugel dergestalt gestellt, so ist die Höhe eines jeden Sterns diejenige, in welcher sich sein Bild auf der Kugel über den Horizont erhaben befindet, und sein Azimuth, das Azimuth des Bildes. Die Zeit welche der Stern braucht, aus seinem gegenwärtigen Orte in die Mittagsfläche oder den Horizont zu kommen, oder diejenige, welche verfließet, in dem er aus einer dieser Flächen an seine gegenwärtige Stelle überuehet, kann gefunden werden, wenn man nur die Kugel drehet, und auf den Bogen des Gleichers acht hat, welcher indes-

Indessen, daß das Bild des Sterns seinen Ort eben so verändert, durch die *T. II. F. 34.* Mittagsfläche der Kugel hindurchgehet. Auf eben die Art wird auch die Zeit gefunden, welche der Stern braucht von dem Horizonte in die Mittagsfläche zu gelangen, oder von der Mittagsfläche in den Horizont überzugehen, wie auch das Punct dieser Ebene, bey welchem er auf oder untergehet, und was dergleichen Auflösungen mehr sind, welche zu übersehen ein gar geringes Nachdenken hinlänglich ist. Die Kugel setzet in der That den eingebildeten Himmel in unsere Gewalt, denselben zu wenden wie wir wollen, und machet uns alle besondere Veränderungen, die davon herrühren, im Kleinen sichtbar.

§. 196. Eine Kugel mit beweglichen Polen würde vor den gewöhnlichen den wichtigen Vorzug haben, daß sie eben dieses für jeden Punct des Zeitraums leisten könnte, für welchen die Pole derselben an den gehörigen Ort gesetzt sind: und wir werden in dem folgenden sehen, wie dieser Ort immer zu finden sey. Zwar wird was dergestalt vermittelt einer Himmelskugel entdeckt werden soll, selten genau genug angegeben, theils wegen der geringen Größe dieser Kugeln, und theils weil sie selten mit rechtem Fleiße verfertigt werden. Sie leisten aber auch bey den genauesten Auflösungen einen wichtigen Nutzen. Wenn man eine Himmelskugel der Aufgabe gemäß stellet, als ob nehmlich diese bloß durch die Kugel aufgelöset werden sollte, so werden die in der Aufgabe vorkommende Wogen und Winkel mit einer überflüssigen Richtigkeit sichtbar gemacht, und daraus die Kugeldrehecke gebildet, auf deren Berechnung die richtige Auflösung gegründet werden muß. Ein orthographischer oder anderer Entwurf kan oft eben das leisten: gemeinlich aber ist seine Verfertigung zu mühsam. Man begnüget sich also, wenn keine Kugel bey der Hand ist, gemeinlich mit einem perspectivischen Entwurfe derselben, oder eines ihrer Theile, der dazu hinlänglich ist, so gut dieser Entwurf gerathen will. Unstreitig ist das wirkliche Dreheck, welches die richtig gesetzte Kugel darstellt, in aller Absicht viel bequemer. Man muß sich aber doch an die Entwürfe gewöhnen, weil sie nicht immer, und am wenigsten in den Büchern, zu vermeiden sind.

§. 197. Die Zeichnung (*T. II. Fig. 35.*) ist eine dergleichen Vor- *T. II. F. 35.* stellung des vierten Theils einer Kugel, und in derselben *SPM* die Mittagsfläche *PO* die Aze, und also *P* der über den Horizont erhobene Pol, *SDM* der halbe Horizont, *ZO* die Verticallinie und *ZOD* eine durch den Stern *R* gelegte

T. II. F. 35. Verticalfläche, durch welchen auch der in der Fläche POE beschriebene Abweichungsbogen PE hindurchgeht. Alsdenn ist PZ die Entfernung des Poles vom Zenit, welche immer der Höhe des Aequators gleich ist; PR ist die Entfernung des Sterns R von dem Pole, welche kömmt, wenn seine Abweichung von einem Quadranten abgezogen, oder demselben zugesetzt wird, nachdem sie nördlich oder südlich ist, und ZR eben des Sterns Abstand von dem Zenit Z , oder die Ergänzung seiner Höhe RD . Diese drey Bogen bilden das Dreyeck ZPR , und geben dessen Seiten ab. Der Winkel PZR dieses Dreyecks wird durch den Bogen SD gemessen, und ist also das Azimuth des Sterns R , oder die Ergänzung desselben zu zweien Quadranten, wenn DM für das Azimuth angenommen wird. Der Winkel ZPR aber ist der Vorsprung des Sterns R vor ein jedes Punct, das sich zu der Zeit in der Mittagsfläche befindet, und sein Maaß giebt die Zeit an, in welcher der Stern aus der Mittagsfläche in seinen gegenwärtigen Ort R übergegangen ist, oder welche er braucht, von diesem Orte in die Mittagsfläche überzugehen. Endlich ist der Winkel PRZ derjenige, welchen der Bogen des Verticalcircels ZRD mit dem Abweichungskreise PRE einschliesset, der aber selten gebraucht wird.

§. 198. Gemeiniglich kommen nur die drey Seiten des Dreyecks PZR samt den zweien Winkeln bey P und Z in die Frage, und es wird verlangt, aus drey dieser fünf Dinge, welche sie seyn mögen, jedes der zwey übrigen zu bestimmen. Es kan aber doch der Winkel PRZ uns die Sache nicht schwerer machen. Da in der sphärischen Trigonometrie gemiesen wird, wie aus jeden dreyen, der in einem Kugeldreyecke vorkommenden Dinge, seiner drey Seiten nehmlich, und seiner drey Winkel, jedes der drey übrigen zu finden sey, so können wir den Regeln, welchen wir bey Auflösung dieser Aufgabe in jedem Falle folgen müssen, immer aus derselben hernehmen.





Der
Astronomischen Vorlesungen
 dritter Abschnitt.

Zweite Eintheilung des Sternhimmels.

Die Erde hat die Gestalt eines Balls.

§. 199.

Wir haben bisher unserm Beobachter seine Stelle auf dem Erdboden nur in so ferne verändern lassen, als es nöthig war anzumerken, daß bey dieser Veränderung, so groß sie auch seyn mochte, die Entfernungen der Fixsterne von seinem Auge völlig die vorigen zu bleiben scheinen; und daraus zu schliessen, daß die ganze Größe der Erde in Absicht auf die Größe des Sternhimmels in keine Betrachtung kommen könne, sondern als ein blosses Punct anzusehen sey: wozu die an den verschiedenen Stellen genau beobachtete scheinbare Entfernung eines Fixsterns von einem andern, ohne weitere Vorbereitung, hinlänglich war (141). Verändert er aber seine Stelle auf dem Erdboden wirklich um eine beträchtliche Zahl von Meilen, und fängt an seinen neuen Beobachtungsort mit eben dergleichen Merkzeichen zu versehen, als er an dem vorigen gebraucht hat, die verschiedenen Gegenden und Theile des Himmels von einander zu unterscheiden: so findet er, daß zwar auch daselbst die durch ein Blengewicht bestimmte Verticallinie der Oberfläche des in einem Behältnisse stehenden Wassers perpendicular sey, wie dieses aus den bekanten Gesetzen des Gleichgewichts flüssiger Materien folget, welche allgemein und an keinen besondern Ort des Erdbodens gebunden sind; und muß also diese Oberfläche auch nunmehr die Horizontfläche des Orts nennen. Erweitert er aber diese neue Horizontfläche nach Befinden, an dieser oder jener Seite, oder setzet dieselbe nach allen Seiten bis an den Sternhimmel fort (welches zur See am besten geschehen kan, da kein Berg oder Gebäude die freye Aussicht hindert), und hält alsdenn diesen neuen Hori-

T. II. F. 35. Horizont mit dem vorigen zusammen: so siehet er leicht, daß er von demselben abweiche; mehr oder weniger, nachdem der neue Beobachtungsplatz von dem zu erst gebrauchten mehr oder weniger entfernert ist. Denn er siehet den Grund eines daselbst stehenden Thurms nicht, ob er wol dessen Spitze, und vielleicht auch etwas von dem übrigen Gebäude, siehet. Befindet er sich aber auf einem Schiffe, welches ein beweglicher, und wenn das Schiff vorrücket, ein wirklich bewegter Beobachtungsplatz ist, so siehet er, indem er sich mit demselben dem Lande nähert, nach welcher Strecke dieses auch vor ihm liegen mag, die Ufer nicht, bevor er sich nahe dabey befindet, ob er wol die hinter denselben liegenden Berge in einer viel größern Entfernung sehen konte. Nähert sich ihm ein anderes Schiff, so entdeckt er zuerst dessen Segel, und siehet das Gebäude nicht, bevor es ihm nahe genug gekommen ist. Diese nebst andern Erscheinungen dieser Art zeigen deutlich, daß die Erde, dessen Oberfläche wir bewohnen, wie sie aus trockenem Lande und Wasser zusammen gesetzt ist, die Gestalt eines runden Balls haben müsse. Weswegen sie auch zur See, oder theils zur See und theils zu Lande, hat von verschiedenen umfahren werden können, und von Zeit zu Zeit noch umfahren wird,

§. 200. Es wird aber die eigentliche Gestalt der Erde, welche die Vergleichung mit einem Balle nur ohngefähr angiebt, durch die Verticallinien verschiedener in ihrer Oberfläche angenommenen Derter, und durch die von diesen Linien herrührenden Winkel, viel genauer angegeben. Wenn die Horizontflächen zweener dieser Derter sich gegen einander neigen, so können auch die Verticallinien derselben nicht parallel seyn, sondern müssen sich nach verschiedenen Puncten des Himmels erstrecken, welche die Zenite dieser Derter seyn werden: so, daß hinwiederum aus der Entfernung des einen dieser Zenite von dem andern der Winkel geschlossen werden kan, welchen der Horizont des einen der angenommenen Derter mit dem Horizonte des andern einschliesset: Und dieser mit Zuverlässigkeit bestimmte Winkel ist der Grund, auf welchen hier gebauet wird. Es mußten also vor allen Dingen, Mittel ausfindig gemacht werden, die Entfernung eines Zenits von einem andern genau zu messen, welche die beständige Bewegung des Himmels, die immer andere Puncte desselben in das Zenit des Beobachtungsplatzes bringt, weder unbrauchbar noch unrichtig machte.

Der Mittagskreis.

§. 201. Dieses am leichtesten zu erhalten, wird der zweite Beobach. *T. II. F. 35.* tungsplatz in der Mittagsfläche des ersten angenommen, welche zu dem Ende durch sichtbare Merkmale erweitert werden muß. Ist dieses geschehen, so fällt gemeinlich die Verticallinie des zweiten Beobachtungsortes genau in eben diese Fläche. Gar selten, und nur bey besondern sehr bergichten Gegenden des Erdbodens äuffert sich hierinnen eine Abweichung, und diese ist so gering, daß es hier nicht nöthig ist, darauf Acht zu geben. Fällt aber die Verticallinie des zweiten Orts in die Mittagsfläche des ersten, so ist diese nothwendig auch die Mittagsfläche des zweiten Orts, weil sie auch durch die Pole des Himmels gehet, welche für alle Derter des Erdbodens eben dieselben sind. Und so ist überhaupt die Mittagsfläche eines jeden besondern Orts der Oberfläche der Erde zugleich die Mittagsfläche unzählich anderer, welche in dieser Oberfläche, rings herum in der krummen Linie liegen, in welcher sie von jener Mittagsfläche geschnitten wird. Man nennet derowegen diese krumme Linie den Mittagskreis aller dieser Derter, welchen wir uns gegenwärtig noch ganz vorstellen, ob wir ihn zwar, mehrerer Bequemlichkeit wegen, im folgenden werden theilen müssen.

§. 202. Bey der Bestimmung der eigentlichen Gestalt der Erde kömte alles auf die Art an, wie diese Kreise rings herum gekrümmet sind, und auf die Figur des Durchschnittes, dessen Gränze sie abgeben. Aus dem, was wir gesehen haben, folgt, daß diese Figur von einem genauen Cirkel so gar sehr nicht abweichen können, weil die (199) angemerkten Erscheinungen an einem Orte des Erdbodens eben sowol, und ohngefähr eben so stark bemerkt werden, als an dem andern. Doch können wir sie nicht ohne Beweis als wahre Cirkel annehmen, und wir werden finden, daß sie es nicht sind: nicht als ob die Berge eine merkliche Abweichung verursachen könnten, welche bey aller ihrer Grösse dazu viel zu klein sind, sondern weil, wenn auch die Erde rings herum mit Wasser bedeckt wäre, welches nach allen Seiten frey abfließen kan, dieses doch dem ganzen aus Erde und Wasser zusammengesetzten Klumpen die genaue Gestalt einer Kugel nicht geben würde. Denn diese Gestalt, oder vielmehr diejenige, welche die Erde bekommen würde, wenn irgend eine Macht alle über die Oberfläche der Seen erhabenen festen Theile derselben wegnähme, wird hier eigentlich in Betrachtung gezogen.

§. 203. Wie aber auch der Mittagskreis der Erde wirklich gekrümmt seyn mag, so muß doch ein jeder Theil desselben für die Mittagslinie des Orts A (*T. II. Fig. 36.*) gehalten werden, der mitten in derselben liegt. Denn es ist wirklich die gerade Linie BD , welche den Kreis bey A berührt, diese Mittagslinie, von welcher aber die Theile des Kreises selbst, zunächst an A , kaum abweichen. Und auf diese BD ist EA , die Verticallinie des Orts A , eigentlich perpendicular; obwol auch gesagt werden kan, daß sie auf dem Kreise selbst bey dem Punkte A perpendicular sey. Wenn nun der Mittagskreis vollkommen circelrund wäre, so würden alle in der Fläche desselben gezogene Verticallinien, in seinem Mittelpuncte C zusammen laufen; weil in einem Circel keine andere durch den Berührungspunct A gezogene gerade Linie, der berührenden Linie AB perpendicular seyn kan, als die zugleich durch den Mittelpunct C gehet. Wo aber der Mittagskreis von dem Umkreise eines Circels dergestalt abweichet, daß er diesen durchschneidet, daselbst kan die zu dem Mittagskreise gezogene Verticallinie unmöglich durch den Mittelpunct des Circels gehen. Es laufen zwar noch immer jede zwey Verticallinien zusammen, und schneiden einander: es geschiehet aber dieses nicht von allen in eben dem Punkte, und es kan ein solcher Schneidungspunct von einem andern weit genug entfernt seyn. Doch wenn die Abweichung der Mittagsfläche von einem Circel gering ist, so kan auch der Raum, in welchen alle diese Punkte fallen, so groß nicht seyn, und man kan, so lang die äußerste Strenge etwas überflüssiges wäre, diesen Raum mit eben dem Rechte für den Mittelpunct annehmen, als man den Mittagskreis selbst für einen Circel hält.

Wie uns der aus verschiedenen Punkten eben des Mittagskreises betrachtete Himmel erscheine.

§. 204. Wir wollen zum Anfange voraus sehen, die Mittagskreise seyn richtige Circel, und betrachten was folgen müßte, wenn sie es wirklich wären: weil diese Folgen, mit den Erscheinungen zusammen gehalten, am deutlichsten zeigen müssen, ob, wie, und wie sehr diese Kreise von Circeln abweichen. Es sey AFG (*T. II. Fig. 37.*) ein Circel, welcher für einen der Mittagskreise angenommen wird: und durch dessen Mittelpunct C sey die PQ der Axe des Himmels parallel gezogen. Man mag sich nun diese Axe in dieser oder jener Entfernung von C vorstellen, so muß doch, weil sie (156) irgendwo durch die Erde gehen

gehen muß, welche in Absicht auf die Größe des Sternhimmels als ein blosses *T. II. F. 37.* Punct zu betrachten ist, die durch *C* gezogen *PQ* als ein Theil derselben angesehen werden. Es können, bey der über *gr.* Entfernung der Fixsterne von uns, zween Puncte des Sternhimmels weit genug von einander entfernt seyn ohne daß wir es merken: und aus dieser Ursache muß auch eine jede andere *PQ*, die durch irgend ein anderes Punct der Erde, der durch *C* gezogenen parallel gehet, als ein Theil der Weltaxe angesehen werden.

Erster Fall. Geradestehende Sphäre.

§. 205. Die erste dieser *PQ*, so wir betrachten wollen, sey diejenige, welche den Mittagskreis bey *A* berührt, und dadurch zur Mittagslinie dieses Orts *A* wird. Da diese *PQ* von dem einen Pole an den andern läuft, so müssen diese Pole beide in die Mittagslinie des Orts *A*, und also in den Horizont desselben fallen. Es sind also an diesem Orte *A* beide Pole sichtbar, der eine genau in Norden, und der andere in Süden; der Horizont aber, welcher durch dieselbe hindurch gehet, gehet auch durch den Mittelpunct eines jeden Circels, welchen ein Stern bey seinem täglichen Umlaufe beschreibt, und theilet denselben in zwei Hälften, deren eine immer sichtbar, und die andere unsichtbar ist. Hieraus folgt, daß einem Auge in *A* ein jeder Stern eben so lange sichtbar seyn werde, als er ihm von dem Horizonte verdeckt wird, nemlich in der Hälfte der Zeit seines Umlaufes, und daß, in der Zeit eines ganzen Umlaufes von vier und zwanzig Sternstunden, dieses Auge nach und nach alle Sterne werde sehen können, die sich an dem Himmel befinden.

§. 206. Aus eben der Ursache, weil nemlich dem Beobachter bey *A* die Axe in den Horizont fällt, erscheint ihm auch die Fläche des Gleichers, und die Fläche eines jeden Circels, welchen ein Stern bey seinem Umlaufe um die Axe beschreibt, dem Horizonte perpendicular: denn die Axe stehet auf jeder dieser Flächen senkrecht. Dadurch wird der orthographische Entwurf der Himmelskugel, wie sie unserm Beobachter erscheint, gar leicht, er mag nun den Horizont oder die Mittagsfläche zur Fläche des Entwurfs machen. In beiden Fällen ist (*T. II. T. II. F. 38. Fig. 38.*) *SM* die Axe, *C* die Erde, *AE* die Vorstellung des Aequators, und *FG* oder *fg* der Entwurf des von irgend einem Fixsterne um die Axe beschriebenen Circels. Stellet nun aber *SAME* den Horizont vor, so ist *F* oder *f* der Punct,

T. II. F. 38. in welchem der Stern aufgehet, und AF oder Af seine Amplitudo ortiva, G oder g aber der Punct seines Untergangs, und EG oder Eg seine Amplitudo occidua, CH aber oder Cb ist ein Entwurf der Abweichung des Sterns von dem Gleichers, und also der Sinus derselben Abweichung; da im Gegentheil, wenn man sich den Entwurf in der Mittagsfläche vorstelllet, AF oder Af die Abweichung ist, und die Amplitudo ortiva oder occidua durch CH oder Cb vorgestellet wird, welche ihr Sinus ist. Aus beiden folgt, daß dem Beobachter bey A immer die mittägige Amplitudo ortiva oder occidua eines Sterns, seiner südlichen Abweichung, und die mitternächlige Amplitudo ortiva oder occidua eines andern, seiner nordlichen Abweichung gleich erscheinen werde.

§. 207. Wenn $SAME$ den Horizont vorstelllet, so folgt daraus, daß die Flächen der Cirkel AE , FG , fg demselben sämtlich perpendicular sind, ferner, daß auch jede gerade Linie, welche einen dieser Cirkel FG bey F oder G , allwo er von dem Horizonte geschnitten wird, berührt, dem Horizonte perpendicular seyn werde. Da nun der Stern, welcher bey F aufgehet, eine kurze Zeit in der ersten dieser Berührungslinien sich zu erheben, und indem er bey G untergehet in der zweiten nieder zu sinken scheint: so gehet er wirklich nach einer Verticallinie auf, und nach einer andern wieder unter. Dieses wird ein gerader Aufgang, oder ein gerader Untergang genennet, und dem schiefen entgegen gesetzt, bey welchem ein Stern bey seinem Aufgange sich in einer Linie, die schief an den Horizont anlaufft, von diesem entfernt, und bey seinem Untergange demselben schief nähert. Wegen dieses geraden Auf- und Unterganges wird von der aus A betrachteten Himmelskugel gesagt, daß sie gerade stehe, oder, daß sie eine *Sphæra recta* sey.

T. II. F. 37. §. 208. Die (*T. II. Fig. 37.*) durch das Punct A gezogene Verticallinie aA fällt bey diesem Stande der Kugel immer in die Fläche des Gleichers, weil sie der Aze perpendicular ist. Es gehet also diese Fläche durch das Zenit, wie eine jede andere Verticalfläche, und ist unter denselben die vornehmste, weil die Fläche des Gleichers den Horizont immer in dem wahren Auf- und Untergange schneidet (179. 177). Demnach ist in der geradestehenden Himmelskugel die Abweichung eines Sterns zugleich seine Entfernung von dem Zenit, mit welcher er durch die Mittagsfläche gehet, und seine an der südlichen oder nordlichen Seite genom-

genommene Mittagshöhe, die Entfernung von dem Süd- oder Nordpol. *In T. II. F. 37.* dem sich aber der Himmel um seine Aze drehet, wird die Höhe eines jeden in dem Gleicher angenommenen Sterns in gleichen Zeiten gleich stark geändert, nemlich um 15 Grade in einer Sternstunde, und in grössern oder kleinern Zeiten nach Proportion. Denn um so viel rücket ein Stern in eben der Zeit in der Fläche des Gleichers fort (183). Da also diese hier eine Verticalfläche ist, so muß allerdings die Höhe desselben in derselben Zeit um eben so viel wachsen oder abnehmen. Dieses macht die Rechnung, durch welche die Höhe eines solchen Sterns für jeden gegebenen Zeitpunkt gefunden wird, gar leicht, wenn nur bekannt ist, in welchem Zeitpuncte er durch die Mittagsfläche gegangen ist, oder sonst eine gewisse Höhe gehabt hat.

§. 209. Es kommen auch, bey diesem Stande der Kugel, alle Sterne die zugleich aufgehen, mit einander zugleich in eine jede andere durch die Aze gelegte Fläche, und culminiren also zugleich, und gehen zugleich unter. Und da eben dieses von den Puncten des Aequators richtig ist, den wir uns an der Himmelskugel gezeichnet einbilden, deren jedes, und folgendes auch sein Anfang, wo dieser auch angenommen seyn mag, mit den Fixsternen zugleich herumkomt: so kan hier der Vorsprung eines Sterns vor dem andern eben sowol an dem Horizonte genommen werden, als er sonst immer vermittelst der Mittagsfläche gefunden wird (190). Es giebt nemlich die Zeit, welche zwischen dem geraden Aufgange des einen Sterns, und dem geraden Aufgange des andern, oder zwischen dem geraden Untergange des vorhergehenden, und dem geraden Untergange des nachfolgenden verfließet, diesen Vorsprung unmittelbar. Eben deswegen wird derselbe auch der Unterschied des geraden Aufgangs, *Differentia Ascensionum rectarum*, genennet, und konte eben sowol der Unterschied des geraden Untergangs heißen. Es ist nemlich der gerade Aufgang, *Ascensio recta*, eines jeden Puncts des Himmels derjenige Punct des an dem Himmel beschriebenen Gleichers, welche in der geradestehenden Sphäre mit demselben zugleich aufgehet, und folglich auch mit demselben zugleich eine jede andere Fläche durchkreuzet, in welcher sich die Aze samt den beiden Polen befindet.

Die Mittellinie der Erde.

§. 210. Alle diese Erscheinungen errienen sich würklich an unzähllichen Orten, die in den verschiedenen Mittagskreisen auf dem Erdballe rings herum

T. II. F. 37. liegen: und es hindert nichts alle diese Dörter durch eine auf dessen Oberfläche in unsern Gedanken beschriebene Linie mit einander zu verknüpfen. Wäre die Erde eine vollkommene Kugel, so würde diese Linie der Umkreis eines Cirkels seyn, dessen Fläche einer jeden PQ , und also auch der durch den Mittelpunct C gezogenen, perpendicular ist, durch welches Punct C sie ebenfalls gehet. Sie würde also ganz in die Fläche des Gleichers fallen, und eine jede andere der Fläche des Gleichers parallel gelegte Fläche, welche die Erde schneidet, würde durch diesen Schnitt ebenfalls einen Cirkel zum Vorschein bringen. Alles dieses würde sich auch eben so verhalten, wenn die Erde zwar nicht die Gestalt einer vollkommen runden Kugel, aber doch eine von denen hätte, die herausgebracht werden können, wenn anstatt des halben Cirkels FAG sich eine andere krummlinichte Figur um die Linie FG rings herumdrehet; das ist eine von denen, welche die Drechkunst auf einer gemeinen Bank den Körpern beybringt. Es kan nicht anders, als durch sehr mühsame und kostbare Messungen ausgemacht werden, ob die Erde eine dergleichen Gestalt wirklich habe oder nicht. So lang uns diese nicht von dem Gegentheile überführen, müssen wir annehmen, daß sie sie habe. Alsdenn wird die Linie FG , um welche sich die krummlinichte Figur FAG herumdrehen muß, wenn die Gestalt der Erde herausgebracht werden soll, die Aye der Erde; und die äußersten Puncte derselben, die in die Oberfläche der Erde fallen, F , G werden ihre Pole. Die Durchschnitte derselben aber, welche durch diese Aye gehen, werden einander gleich und ähnlich, sowohl als ihre Hälften, in welche sie von eben der FG bey den Polen F , G getheilet werden. Hieraus aber folgt nicht, daß auch die Theile dieser Hälften AF und AG einander gleich, und auf einerley Art gekrümmet seyn müssen.

§. 211. Der Umkreis des durch A gehenden Cirkels, dessen Fläche der Aye FG perpendicular ist, heißt der Gleich der Erde, und theilet die Oberfläche derselben in zwey Theile, den nördlichen und den südlichen, welche einander völlig gleich werden, wenn man sich die Erde als eine recht runde Kugel vorstellt, und auch bey vielen andern Gestalten derselben, gleich und ähnlich seyn können. Eben dieser Umkreis heisset auch bey vielen die Mittellinie der Erde, und die Schiffer, welche bey ihren Reisen denselben öfters durchkreuzen, nennen ihn schlechweg die Linie. Er wird in Grade getheilt, wie ein jeder anderer Cirkel; man kan ihn aber auch in Stunden theilen, deren jede funfzehn Grade hält, jede dieser wieder

wieder in sechzig Minuten, und eine Minute in sechzig Secunden. Die übrigen *T. II. F. 37.* in der Oberfläche der Erde beschriebenen Cirkel, deren Flächen der Fläche des Gleichers parallel liegen, und immer kleiner ausfallen, je mehr sie sich von dem Gleichere der Erde nach ihren Polen zu entfernen, bekommen keinen andern Namen, als den der Parallelcirkel, oder der Parallelen.

§. 212. Was aber den Mittagskreis anlangt, der durch diesen oder jenen in der Oberfläche der Erde angenommenen Punct gehet, und also zu diesem Orte gehöret, so wird unter dieser Benennung nur die Hälfte eines solchen Kreises verstanden, die von dem einem Pole *F*, durch den angenommenen Ort bis an den andern *G* reicht. Nur diejenigen, welche in einer solchen Hälfte wohnen, sehen, wenn ihnen die Himmelskugel gerade stehet, eben den Stern in eben dem Augenblicke der Zeit auf und untergehen. Denn wenn zween Beobachter, deren jedem die Himmelskugel gerade stehet, in den zwei verschiedenen Hälften eines ganzen Mittagskreises wohnen, so gehet dem einen eben das Punct des Himmels in eben dem Augenblicke auf, in welchem es dem andern untergeht: und man würde sich auch in vielen andern Fällen schwerlich nett genug ausdrücken können, wenn anstatt der halben, man sich der ganzen Mittagskreise bedienen wolte.

§. 213. Nunmehr kömt bey der Bestimmung der eigentlichen Gestalt der Erde alles darauf an, daß die Figur eines Mittagskreises gefunden werde. Denn wenn die Mittagskreise einander alle gleich und ähnlich sind, so werden durch einen einzigen auch alle übrigen bekant, die sonst besonders gemessen und berechnet werden müßten. Wir wollen aber, ehe wir uns in diese Untersuchung einlassen, noch die übrigen Erscheinungen erwegen, welche folgen müßten, wenn die Erde eine vollkommen runde Kugel wäre, da denn auch jeder Mittagskreis ein halber Cirkel, und der Durchmesser desselben sowol als der Durchmesser des auf dem Erdboden beschriebenen Gleichers, zugleich der Durchmesser der Erde seyn würde.

Zweiter Fall. Schiefe Sphäre.

§. 214. Wenn nun der Beobachter sich auf einen solchen Mittagskreis *FAG* von dem Puncte des Gleichers *A* gegen einen der Pole *F* nach Belieben bis in *B* entfernt, und daselbst die Verticallinie *bB* ziehet, so gehet diese bey ihrer Verlängerung durch den Mittelpunct *C*; die durch eben das Punct *B* der
Axe

T. II. F. 37. Are des Himmels parallel gezogene PQ aber, welche als ein Theil dieser Are anzusehen ist, schliesset mit der bB den Winkel PBb ein, welcher dem FCB gleich ist, und also durch den Bogen FB gemessen wird, das ist durch den von dem Pole F bis an den Ort B reichenden Theil des Mittagskreises. Da dieser Winkel kleiner ist, als der rechte Winkel, welchen die durch B gelegte Horizontfläche dieses Orts mit der bB einschliesset, so muß auch der an der Seite P liegende Pol des Himmels über diesen Horizont erhaben erscheinen, indem der andere an der Seite Q durch denselben, oder vielmehr durch die Erde, verdeckt wird, und der Beobachter kan nur einen Pol des Himmels sehen, so wenig er sich auch von dem Gleicher entfernt hat, ausser wenn der andere durch die Strahlenbrechung hinlänglich gehoben, und dadurch ebenfalls sichtbar wird; worauf wir aber hier nicht rechnen. Nun aber ist PBb die Entfernung des in B sichtbaren Pols von dem Zenit dieses Orts, dessen Ergänzung die Polhöhe desselben angiebt. Da nun auch der Bogen BA den FB zu einem Quadranten ergänzet, so wird diese Höhe durch BA gemessen, und folgend die Höhe des Aequators zu eben den Ort B durch FB . Der Theil des Mittagskreises BA , welcher zwischen dem Orte B , und den durch A gehenden Gleicher der Erde liegt, heisset die Breite dieses Orts, und es wird in dem erklärten Verstande gesagt, daß die Breite eines jeden auf dem Erdboden angenommenen Puncts der aus demselben beobachteten Polhöhe gleich sey.

§. 215. Gehet der Beobachter auf eben dem Mittagskreise noch weiter nach F , als bis in D , zu welchem Puncte die Verticallinie Dd ist, die ebenfalls durch den Mittelpunkt der Erde C gehet: so nähert sich der sichtbare Pol seinem Zenit immer mehr und mehr, und erhebet sich also über den Horizont; bis endlich bey F , da die Verticallinie selbst in die Are fällt, der Abstand des Pols von dem Zenit gänzlich verschwindet. Da aber die Zahl der Grade der Breite AD , um welche er sich von A entfernt hat, immer das Maaß der Polhöhe des Orts D seyn muß, so ist klar, daß für jeden Grad, um welchen die Breite zunimt, auch die Polhöhe um einen Grad zunehmen müsse, für jede Minute um eine Minute und so ferner; und daß hinwiederum, wenn die Polhöhe um eine gewisse Zahl von Graden und Minuten zugenommen hat, daraus sicher geschlossen werden kan, daß auch die Breite um eben so viele Grade und Minuten vermehret worden sey. Da also die Grade eines Circels alle von gleicher Grösse sind, so kan daraus, daß AB

so viele Grade hat als BD , oder DF , immer geschlossen werden, daß auch AB mit einer Schnur gemessen, eben so lang werde befunden werden, als BD oder DF ; und daß, wenn zween oder mehrere Bogen des Mittagskreises eben die Größe haben, auch jeder derselben gleich viele Grade enthalten werde. Alles dieses stimmt mit den Beobachtungen, und mit den gröbern auf der Erde vorgenommenen Messungen, so gut überein, daß, ob es uns wol einige Abweichung derselben von der Gestalt einer vollkommenen Kugel vermuthen läßt, es doch nicht erlaubet, uns diese Abweichung groß zu gedenken. Es wird aber hievon bald ausführlicher gehandelt werden.

§. 216. Es ist leicht einzusehen, daß, was von der Hälfte des Mittagskreises AF gezeigt worden ist, auch von der andern Hälfte desselben AG richtig seyn werde, wenn nur anstatt des an der Seite P liegenden Poles des Himmels der ihm an der Seite Q entgegengesetzte genommen wird. So bald nun ein Beobachter sich von A gegen F oder G zu entfernt, und dadurch dem Orte, aus welchem er den Himmel betrachtet, einige Breite verschafft hat, so höret dieser auf ihm geradestehend zu erscheinen. Denn es können die an sich unbeweglichen Flächen des Gleichers, und der Cirkel, welche die Fixsterne um die Axe des Himmels beschreiben, dem Horizonte nicht perpendicular bleiben, wenn dieser, samt der Verticallinie von der Lage abweicht, die er in der geraden Sphäre hatte. Es fallen also nunmehr auch die graden Linien, welche diese Cirkel da, wo sie von dem Horizonte geschnitten werden, berühren, nicht mehr gerade auf denselben, sondern schief; und die Sterne entfernen sich bey ihrem Aufgange schief von dem Horizonte, und nähern sich demselben, bey ihrem Untergange, ebenfalls schief. Diese Schiefe wird immer grösser, je mehr der Beobachter dadurch, daß er immer weiter nach F oder G fortgeht, die Breite und die Polhöhe seines Orts vermehret, und die spitzigen Winkel, welche die Flächen des Gleichers und der Bahnen der Fixsterne mit dem Horizonte einschliessen, werden dadurch immer kleiner und kleiner. Auch verschwinden ihm, wenn er sich dem Pole der Erde F nähert, an der Seite Q immer mehr und mehr Sterne, weil die Kreise, welche sie um die Axe beschreiben, ganz an die unsichtbare Seite des Horizonts fallen; und an der Seite P wird die Zahl derer, die ihm niemals untergehen, weil ihre Cirkel ganz über den Horizont fallen, immer grösser und grösser. Zugleich werden die Theile der von den Fixsternen um die Axe des Himmels beschriebenen Cirkel,

T.II.F.37. *Kel*, in welche sie von dem Horizonte zerschnitten werden, immer mehr ungleich: doch so, daß wenn die Abweichungen zweener dieser Cirkel von dem Aequator gleich sind, auch der grössere Theil des einen dem grössern Theile des andern, und der kleinere dem kleinern gleich ausfällt; die Theile des von dem Horizonte geschnittenen Aequators selbst aber einander immer gleich bleiben. Endlich entferneth sich auch, indem der eine Pol nach und nach erhöht wird, das Punct des Horizonts, bey welchem ein Stern aufgehet, von seiner Stelle, und zwar nach Norden, wenn die Abweichung des Sterns nördlich ist, sonst aber nach Süden; und eben so ist es auch mit dem Puncte des Horizonts, bey welchem ein Stern untergehet: so daß nur die Sterne, die sich in dem Gleicher befinden, immer in dem wahren Morgen aufgehen, und in dem wahren Abend sich unter dem Horizont verbergen.

Vorstellung der schiefen Sphäre, und deren Gebrauch.

§. 217. Alles dieses kan eine Himmelkugel deutlich genug zeigen, obwol auf diesen Kugeln die Parallelen des Gleichers, welche die Sterne bey ihrem täglichen Umlaufe um die Erde beschreiben, nicht verzeichnet werden, und man also die zwischen dem Horizonte und dem Mittagskreise liegende Zahl der Grade eines solchen Parallelen nicht unmittelbar sehen kan; sondern erforschen muß, indem man die Kugel so lang um ihre Aze drehet, bis der Stern aus dem Horizonte in den Mittagskreis, oder aus diesem in jenen, gebracht wird, und auf die Zahl der Grade des Gleichers Acht hat, welche bey dieser Bewegung durch den Mittagskreis gehen. Ein orthographischer Entwurf der Himmelkugel aber auf der Mittagsfläche, in welcher sich der Beobachter aufhält, in welchen diese Parallelen gebracht worden sind, kan nicht nur die Sache fast auf einmal vorstellen, sondern auch zur Auflösung verschiedener Aufgaben dienen, welche durch die Rechnung oder Zeichnung zu verrichten in dem vorhergehenden gewiesen worden ist. Der Entwurf muß zu dieser Absicht etwas groß gemacht werden, dem Durchmesser nach

T.III.F.39. wenigstens dreymal so groß als der in der 39sten Zeichnung beygefügte, in welcher der Durchmesser *POQ* die Aze, und der zu demselben um den Mittelpunct *O* beschriebene Cirkel, den Mittagskreis vorstellet. Dieser wird erstlich in seine vier Quadranten getheilt, damit *AE* den Gleicher vorstelle; und wenn man sich die Mühe nicht geben will, bis auf einzelne Grade zu gehen, so wird ferner jeder Quadrant wenigstens in 18 gleiche Theile von 5 Graden zerfällt. Man kan diese Grade von den vier Hauptpuncten *P, Q, A, E* an, nach dieser

Dieser oder jener Seite leicht zählen, und es ist nicht nöthig sie mit Ziffern zu *T.III.F.39.* versehen, welche zu Verwirrungen Anlaß geben können. Um nun den Entwurf zu vollenden, werden jede zween von dem Gleicher *AE* gleichweit entfernete Theilungspuncte mit einer geraden Linie verknüpft, welche der *AE* parallel fallen, und der Durchmesser des Parallelen seyn wird, welcher durch diese Theilungspuncte hindurchgeheth. Jede dieser Sehnen wird von der Axe in zwei Hälften getheilt: und jede solche Hälfte ist der Sinus des zwischen derselben, und dem Pole *P* oder *Q* enthaltenen Theils des Mittagskreises, und der Cosinus desjenigen, welcher von dem Ende dieses Bogens an *A* oder *E* reicht. Dieser letztere Bogen ist die Abweichung des Parallelen, welchen jede Sehne insbesondere vorstellt: und es ist demnach auch ein jeder von dem Mittelpuncte *O* bis an eine der gezogenen Sehnen reichender Theil des Halbmessers *OP* oder *OQ* der Sinus der Declination des durch diese Sehne vorgestellten Parallelkreises.

§. 218. Die Horizontlinie *SM* wird nicht gezeichnet, sondern nur vermittelst der durch den Mittelpunct *O* gelegten Schneide einer Regel angegeben, welche mit der Axe *PQ* den Winkel *POS* einschließet, so der gegebenen oder nach Belieben angenommenen Polhöhe gleich ist. Dadurch wird sogleich die geringste Abweichung bestimmt, welche ein Stern bey dieser Polhöhe haben kan, ohne daß er jemals untergehe; und die Durchmesser der Parallelen der übrigen werden so getheilt, daß man die Puncte des Horizonts, bey welchen sie aufgehen, und ihre halbe Lagebogen mit einiger Aufmerksamkeit beynahе entdecken kan. Der Winkel *CGO* aber, oder *DGM*, mit dem die Fläche, in welcher der Stern seinen Umlauf zu verrichten scheint, den Horizont schneidet, wird mit völliger Richtigkeit angegeben. Er ist der Höhe des Gleichers *AOM* gleich: und da die Zeichnung deutlich genug zeigt, daß der Bogen *AM* eben so groß sey, als die halbe Summe der Bogen *DM + FS* (denn es ist $DM = AM + DA$, und $FS = SE - FE$, also auch $FS = AM - DA$, und demnach $DM + FS = 2AM$); so siehet man hieraus, wie das Maß eines jeden Winkels *DGM* oder *SGF*, dessen Spitze zwar nicht in den Mittelpunct eines Circels, aber doch nicht ausser den Circel fällt, aus den beiden zwischen seinen verlängerten Schenkeln liegenden Bogen *DM* und *FS*, immer zu erhalten sey: wenigstens in dem Falle, wenn einer dieser nach Nothdurft verlängerten Schenkel, durch den Mittelpunct *O* gehet. Es wird aber auch gar leicht erwiesen, daß eben

T.III.F.39. die Messung in allen andern Fällen richtig sey: nur muß, wenn die Spitze des Winkels ausser dem Cirkel fällt, statt der halben Summe der zwischen seinen Schenkeln enthaltenen Bogen, der halbe Ueberschuß des größern über den kleinern genommen werden.

§. 219. Damit aber die Entfernung des Puncts G , bey welchem die in den Parallelen DF liegenden Sterne aufgehen, von dem Puncte des wahren Aufgangs O , etwas genau in Graden und deren größern Theilen angegeben werden könne, zusamt der Länge der Zeit, in welcher sich jeder dieser Sterne über dem Horizonte, oder unter demselben aufhält: so wird der getheilte Halbmesser OP dergestalt auf eine Regel HK getragen, daß an jeder Seite derselben ein Theil von eben der Länge leer bleibe, obwol diese leeren Theile in der Zeichnung viel zu kurz erscheinen: das ist, es wird der Halbmesser des Mittagskreises zum Radius genommen, und die dadurch bestimmte Sinus der Abweichungsbogen, welche ihren Anfang bey A oder E , und ihr Ende bey einem der Theilungspuncte dieses Kreises haben, werden von dem Puncte G , zu welchem $HG = OP$, an eine der zwo Schneiden der Regel getragen. Es ist nicht ganz überflüssig, wenn dieses auch an der andern Schneide geschieheth, weil man dadurch in den Stand gesetzt wird, dem dergestalt auf die Regel getragenen Maßstab von ungleichen Theilen, die verkehrte Lage zu geben. Bey dem Ende eines jeden dieser Sinus wird der Bogen, zu welchem er gehöret, durch die Zahl seiner Grade angezeichnet, wie auch derjenige, auf welchen er sich als sein Cosinus beziehet, das ist, das Complement des vorigen. Wird nun der also eingetheilte Theil der Regel dergestalt an die Horizontlinie SM angebracht, daß sein Anfang in eines der Puncte G oder O falle; so erscheinet bey dem andern die Zahl der Grade des Bogens, zu welchen GO als sein Sinus gehöret, und wir haben (188) gesehen, daß dieser Bogen die Amplitudo ortiva oder occidua eines jeden in dem Parallelen DF liegenden Sterns seyn werde.

§. 220. Soll nun auch das Complement des Bogens gefunden werden, welchen ein in eben dem Parallelen DF liegender Stern von dem Horizonte bis an den Mittagskreis beschreibt, das ist, der Ueberschuß dieses Bogens über einen Quadranten, oder des Quadranten über denselben; so ist nur von eben dem Puncte G , in welchem die Vorstellung dieses Parallelen GD den Horizont SM durch-

Durchschneidet, die der CD gleiche GB an die Axe PQ zu legen, welches, *T.III.F.39.* da CD dem Cosinus der Declination des Sterns gleich ist, vermittelst des auf die Regel HK gezeichneten Maasstabes gar leicht geschieht. Alsdenn ist in dem rechtwinklichten Dreyecke GBC , $GB : GC = 1 : \sin GBC$, und also auch $CD : GC = 1 : \sin GBC$. Wird aber das gesuchte Complement wieder Q genannt, so haben wir (187) auch gehabt CF oder $CD : CG = 1 : \sin Q$. Es ist also $\sin Q = \sin GBC$, und der gesuchte Bogen Q das Maas des Winkels GBC , welches, wie oben (218) gefunden wird, wenn man die Summe der Bogen des Mittagskreises PL und QN , welche von den beiden Polen P, Q bis an die durch G, B gelegte Schneide der Regel reichen, halb nimt; und noch leichter gefunden werden könnte, wenn man an die Regel HK eine andere dergestalt befestigen wolte, daß daraus ein sogenantes Parallellineal entstünde. Denn es könnte vermittelst desselben die durch G, B gehende Schneide der Regel, ohne Schaden der Zeichnung, der GB parallel durch O gelegt, und dadurch Q , das Maas des Winkels GBC , unmittelbar entdeckt werden: von welchem der Uebergang zu den halben Tagbogen, und zu der Zeit, in welcher sich der Stern über oder unter dem Horizonte aufhält, gar leicht ist.

§. 221. Der hier beschriebene Stand der Sphäre aber wird 'der schiefe' genant: und man kan sagen, die Himmelskugel stehe schief über einen jeden Ort des Erdbodens, der zwar eine Breite hat, die aber weniger als 90 Grade halten muß, weil sonst der Ort in einen der Pole fallen würde, welches einen besondern Umstand ausmachet. Hierauf gründen sich die Benennungen der schieffert Ascension und Descension, mit welcher das Punct des Gleichers belegt wird, welcher bey dieser oder jener Schiefe der Sphäre mit dem Sterne zugleich auf oder untergeheth, und von der geraden Ascension derselben desto mehr entfernt ist, je schiefer die Himmelskugel stehet.

Dritter Fall. Sphära parallela.

§. 222. Wenn jemand den Himmel aus einem der Pole F oder G (*T. II. F. 37.*) betrachten könnte, dem würde die Axe in die Verticallinie fallen, *T.II.F.37.* der Pol des Himmels aber in das Zenit, und die Fläche des Gleichers zugleich die Horizontfläche abgeben. Er würde also nur die Sterne sehen können, welche in der einen Hälfte der durch den Gleichet getheilten Himmelskugel lie-

T.H.F. 37. gen; die übrigen würde ihm der Horizont immer bedecken. Die dem Gleich parallel liegenden Cirkel, in welchen sich die Sterne rings um die Aze bewegen, würden ihm sämtlich dem Horizonte parallel erscheinen: er würde also keinen Stern auf- oder untergehen sehen, sondern es würden dieselben sämtlich in vier und zwanzig Sternstunden um ihn herumgehen. Dieser Stand des Himmels heisset *Sphära parallela*, und bedarf keiner weitern Erläuterung: zumahlen da wenige Hoffnung da ist, daß sich je ein gesitteter Mensch einem der Pole der Erde so sehr werde nähern können, daß ihm die Himmelskugel in dieser Lage erscheinen muß. Denn zur Zeit sind, so viel ich weiß, unsere Schiffer noch immer acht bis neun Grade von dem mitternächtigen Pole der Erde entfernt geblieben, ob sich wol einige wenige einer größern Annäherung rühmen.

Die Planeten der Alten.

§. 223. Nunmehr sind wir im Stande uns einen deutlichen Begriff von den Sternbildern zu machen, welches nicht wol geschehen konnte, bevor wir einsahen, warum wir nur von gewissen Stellen des Erdbodens den Himmel in vier und zwanzig Stunden ganz übersehen können, und wirklich übersehen würden, wenn uns nicht in einem grossen Theile dieser Zeit das hellere Licht der Sonne, das viel schwächere aller übrigen Körper, die uns ausser derselben an dem Himmel vorkommen, völlig oder doch größtentheils verdunkelte; allen übrigen Punkten des Erdbodens aber, die von der Mittellinie, nach einem der Pole der Erde beträchtlich entfernt sind, ein grosser Theil der Sterne von dem Horizont auf immer verdeckt bleibt. Es sind aber bey der Eintheilung der Sternbilder auch die übrigen Körper in Betrachtung zu ziehen, welche wir immer an dem Himmel sehen können, wenn sie sich weder unter unsern Horizont befinden, noch unseren Augen durch das hellere Licht der Sonne entzogen werden.

§. 224. Die Alten, welche die verschiedene Arten dieser Körper nicht von einander zu unterscheiden wußten, belegten sie sämtlich mit dem Nahmen der *Irrsterne* oder *Planeten*: und wir müssen ihnen bey einer Eintheilung, die sich völlig auf diesen allgemeinen Begriff gründet, ohne weitere Untersuchung, nachfolgen. Sie zählten derselben sieben: die Sonne, den Mond, den Mercur, die Venus, Mars, Jupiter und Saturnus. Alle diese Körper werden, bey dem täglichen Umlaufe des Sternhimmels um die Erde, von demselben dem Ansehen

hen nach mit fortgerissen, so daß mit Verfließung der Zeit des Umlaufs eines Fixsterns ieder derselben, in Absicht auf den Beobachtungsort, und der an demselben genommenen Merkmale, sich beynähe in eben dem Stande befindet, welchen er im Anfange dieser Zeit hatte. Es stehet aber auch jeder Planet in seiner besondern Bewegung, mit welcher er an dem Himmel sich von einigen Fixsternen zu entfernen, und andern zu nähern scheint; und zwar geschiehet diese Bewegung vorzüglich von Abend gegen Morgen, und zugleich etwas gegen einen der zween Pole, so daß der Planet die an der Abendseite liegenden Fixsterne verläßt, und sich denen nähert, welche gegen Morgen vor ihm stehen, indem er zugleich von dem Gleichen nach dieser oder jener Seite mehr oder weniger abweicht, oder sich demselben nähert. Es haben aber auch alle Planeten, auffer der Sonne und dem Monde, öfters eine gegenseitige Bewegung vom Morgen gegen Abend, und scheinen über dieses zuweilen eine Zeitlang bey eben dem Fixsterne stille zu stehen. Die ersten Beobachter, wußten sich in diese Bewegung nicht zu finden: sie sahen dieselbe als gar nicht regelmäßig an, und gaben den Körpern bey welchen sie dieselbe antrafen einen Namen, welcher sich auf diese irrige Vorstellung gründet.

§. 225. Diese, dem Ansehen nach, unschädliche Unwissenheit, hatte bey dem allen eine unselige Folge. Man sahe die Bewegungen der Planeten als willkürlich an, und unterwarf jeden derselben der Regierung eines vernünftigen Wesens, welches dadurch, nach dem Begriffe der damaligen Zeiten, zu einem Gott wurde. Man unterließ nicht diesen Abgöttern gewisse Beschäftigungen anzudichten, und sie, mit den dazu nothwendigen Eigenschaften und Kräften zu versehen, welche in den Bildern derselben, durch deren Verfertigung die größten Meister ihre Kunst in der That auf das tiefste erniedriget haben, zugleich mit ausgedrückt wurden. Und hierauf gründeten sich die Zeichen, welche noch immer gebraucht werden diese Planeten anzudeuten, und jeden von den übrigen zu unterscheiden. ♀ ist nichts anders als der Schlangenstab des Mercuri, ♀ der mit einer Handhabe versehene Spiegel der Venus, ♂, so den Mars bedeutet, ein an ein Schild gelehnter Spieß oder Pfeil, ♄ die Sichel des Saturnus, und ♃ entweder eine Vorstellung des Donners, oder der erste Buchstabe des Nahmens Zeus, welcher mit dem Jupiter der Römer einerley war. Endlich bedeutet ☉ die Sonne und ☾ den Mond, wie jedermann leicht siehet.

Von dem Thierkreise, und den Sternbildern.

§. 226. So willkürlich aber auch die Bewegung der Planeten scheinen Fonte, so hatten sie sich doch immer sämtlich in einer Art eines nicht allzu breiten Gürtels auf, welcher den Himmel ganz umgiebet, so daß keiner derselben jemals die Gränzen dieses Gürtels, weder an dieser noch an jener Seite, überschreitet, so sehr verschieden und in einander geschlungen auch übrigens die Wege seyn mögen, welche sie zwischen diesen Gränzen beschreiben. Dieser Gürtel kan in dem ortho-
T.III.F.40. graphischen Entwurfe der Kugel, (*T. III. F. 40*) in welchem *P*, *Q* die Pole sind, und *AE* den Gleichers vorstellet, also gebracht werden. Man zählet von dem Puncte *A* des Gleichers bis an *C*, und von *E* bis *D*, drey und zwanzig und einen halben Grad, und ziehet *CD*, welche Linie durch den Mittelpunct *O* gehen, und die Mitte des zu entwerfenden Gürtels seyn wird, indem sie einen der größten Cirkel der Kugel vorstellet, dessen Fläche die Fläche des Gleichers unter dem durch *AC* gemessenen Winkel *AOC* von $23\frac{1}{2}$ Graden schneidet, und dessen Umkreis in der Oberfläche der Kugel selbst, so genau, als zu einer richtigen Vorsteltung desselben nöthig ist, beschrieben werden kan, wenn man in dem durch die beiden Pole *P*, *Q* gehenden Umkreise *APEQ*, den Bogen *PM*, *QN* ebenfalls $23\frac{1}{2}$ Grade gibt, und sich alsdann der Puncte *M*, *N*, deren jeder von *C* und *D* um einen Quadranten entfernt seyn wird, bey Beschreibung des durch *CD* vorgestellten Cirkels, als seiner Pole bedienet. Von diesem Kreise *CD* wird in dem folgenden, unter dem Nahmen der Ecliptic, sehr vieles zu sagen seyn. Gegenwärtig bedienen wir uns desselben nur zur Bestimmung der Gränzen des zu entwerfenden Gürtels, welche geschieht, wenn man jeden der Bogen *CF*, *CH*, und *DG*, *DK* acht Grade giebt, und *F* mit *G*, wie auch *H* mit *K* durch gerade Linien verknüpft, so die Durchmesser der kleinern Cirkel seyn werden, die diese Gränzen abgeben, und zugleich die Vorstellungen dieser Cirkel. In der Oberfläche der Kugel werden eben die Kreise um einen der Pole *M* oder *N*, und durch die Puncte *F* oder *G* an einer Seite, wie auch *H* oder *K* an der andern, leicht beschrieben. Der durch *FGKH* vorgestellte Gürtel bekommt demnach eine Breite von 16 Graden.

§. 227. Es ist leicht zu erachten, daß die in diesem Streifen liegenden Sterne mit unter den ersten gewesen, welche in Bilder gebracht worden sind; da diese Bilder bey der Bestimmung des Orts, welchen jeder Planet zu einer gewissen Zeit

Zeit einnimmt, und der Bezeichnung des Weges desselben an den Sternhimmel, *T.III.F.40.* einen so wichtigen Nutzen leisten. Und eben dieses wird dadurch bestätigt, daß diese Bilder, wie sie Anfangs gewesen sind, blos aus Menschen und Thieren bestanden haben; weswegen auch der beschriebene Gürtel noch immer der Thierkreis, *Zodiacus*, genennet wird. Es kan seyn, daß unter den Thieren fürnehmlich diejenigen gewählt worden sind, welche sich auf die verdorbene Götterlehre der Egypter bezogen haben, von welchen bekant ist, wie sehr sie der Verehrung verschiedener Thiere, und insonderheit eines Ochsen, ergeben gewesen sind. Dieses konnte jedoch die Griechen nicht hindern, eben die Bilder, mit einiger hin und her angebrachter Veränderung, auf ihre Fabel zu beziehen, und aus derselben die Gelegenheit anzugeben, bey welcher jedes an den Himmel versetzt worden seyn sollte.

§. 228. Der Bilder des Thierkreises sind an der Zahl zwölf, welche sonder Zweifel dienen solten, denselben in zwölf Theile zu theilen; wiewol diese Theile, wie sie durch die Bilder angegeben werden, sehr ungleich ausfallen mußten, da einige dieser Bilder einen viel größern Theil des Himmels einnehmen, als andere. Auch liegen dieselbe nicht ganz zwischen den Gränzen des Thierkreises, sondern einige überschreiten diese Gränzen beträchtlich, indem andere mit einem viel engern Raume zufrieden sind. Die übrigen Sternbilder, welche zum Theil in der mitternächtigen, zum Theil an der mittäglichen Seite des Thierkreises liegen, beziehen sich noch viel deutlicher auf die durch Fabeln verstellte alte Geschichte der Griechen, und einiger benachbarten Völker, vornehmlich der Phönizier. Es haben aber die Alten nicht alle Sterne, die sie sehen konnten, in Bilder gebracht, sondern einige derselben zwischen diesen Bildern gleichsam zerstreuet gelassen, welche sie *Sporades* nenneten; aus welchen mit der Zeit andere Bilder entstanden sind, oder die bereits vorhandenen einen Zusatz erhalten haben. Und die um den Südpol liegenden Sterne, welche sie von ihren Wohnplätzen dissits der Mittellinie nicht sehen konnten, mußten sie sämtlich der Nachwelt, und dem Fleisse der Schiffer und Astronomen, welche ihre Beobachtungen an der andern Seite der Mittellinie anstellen konnten, überlassen. Einige Sterne haben auch besondere Nahmen bekommen, entweder jeder für sich, insonderheit bey den Arabern, von welchen wir die Sternkunde unmittelbar empfangen haben, oder auch in ihrer Verbindung mit andern; so daß man sich gewisse Sternbilder in andern vorstellen muß, zu welchen sie eigentlich nicht gehören. Und wie konnte es bey ei-

T.III.F.40. ner so willkürlichen Sache anders seyn, als daß verschiedene Völker, und in eben dem Volke, Leute von verschiedener Lebensart, aus eben den oder verschiedenen Sternen sehr verschiedene Bilder zusammensetzten?

§. 229. Man kan annehmen, daß die zwölf Bilder des Thierkreises folgendergestalt von ihren ersten Erfindern an den Himmel gebracht worden sind. Sie stellten sich durch die Punkte *O*, in welchen die *Ecliptic CD* von dem Gleiches *AE* durchschnitten wird, und durch die zween Pole der *Ecliptic M, N*, den in *MON* entworfenen Eirkel vor, und zerschnitten dadurch auch den Thierkreis in zwei Hälften, deren eine, welche hier durch *FRSH* vorgestellt wird, größten Theils an der mitternächtigen Seite des Gleichers *AE* zu liegen kommen mußte, und die andere *GRSK*, an der mittäglichen. Jede Hälfte der *Ecliptic* wurde ferner in zween gleiche Theile getheilt, und durch diese Theilungspuncte, samt den Polen der *Ecliptic*, ein Eirkel *MCND* beschrieben, welcher auch den Thierkreis dergestalt theilte. Endlich wurde noch jedes dergestalt herausgebrachte Viertel der *Ecliptic* in drey gleiche Theile zerfällt, und mit diesen neuen Theilungspuncten eben so verfahren; indem man nemlich durch jeden derselben die Hälfte des Unkreises eines Eirkels gehen ließ, welcher sich bey den Polen der *Ecliptic* endigte. Die dadurch herausgebrachten Theile des wirklich auf der Kugel verzeichneten Thierkreises wurden einander sämtlich gleich, ob sie wohl der orthographische Entwurf sehr ungleich vorstellet: man zählte sie aber dem Laufe der Planeten, und vornehmlich der Sonne, gemäß, wie in dem Entwurfe geschehen ist, von Abend gegen Morgen, indem man *RS* zu dem Anfang des Thierkreises, und *O* zum Anfang der *Ecliptic* selbst machte. Und nun war nichts mehr übrig, als daß man diese zwölf Fächer, deren jeder einen Bogen der *Ecliptic* von 30 Graden enthielt, so gut es sich wolte thun lassen, mit Sternbildern ausfülte, welche sind: *I.* der Widder, *II.* der Stier, *III.* die Zwillinge, *IV.* der Krebs, *V.* der Löwe, *VI.* die Jungfrau, *VII.* die Waage, *VIII.* der Scorpion, *IX.* der Schütze, *X.* der Steinbock, *XI.* der Wassermann, *XII.* die Fische; nach den nicht unbekanten Versen:

*Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Capre, Amphora, Pisces.*

§. 230. Die Alten haben diese und die übrigen Sternbilder etwas anders *T.III.F.40* entworfen, als sie von den Neuern gezeichnet werden, welche sich sehr nach Johann Bayern richten, einen Juristen, welcher im Anfange des vorigen Jahrhunderts in Augsburg gelebt hat. Dieser hat nicht nur die Sternbilder sorgfältig gezeichnet, sondern auch die Sterne, aus welchen sie bestehen, durch denselben beigefetzte Buchstaben von einander unterschieden, und dadurch gewissermassen benennet, welche Benennungen, als das sicherste Mittel zur Vermeidung aller Zweideutigkeit, in fast allgemeinen Gebrauch gekommen sind. Die Bilder des Thierkreises werden, ausser ihren wörtlichen Benennungen, auch durch geschriebene Zeichen angegeben, welche von den Bildern selbst hergenommen sind, und meistens deutlich genug einige Theile derselben ausdrücken. Eben die Worte und geschriebene Zeichen werden auch gebraucht, die Abtheilungen des Thierkreises und der Ecliptic anzudeuten, bey welchen, als so vielen Fächern, die Bilder bey ihrer ersten Einrichtung gestanden sind. Denn es befinden sich die Sternbilder nicht mehr in eben den Abtheilungen, sondern das Bild des Widders ist seit dem aus dem Fache *I* ganz in das folgende *II* übergegangen, indem der Stier in das nächste *III* gerückt, und eine eben dergleichen Veränderung auch bey den übrigen dadurch verursacht worden ist, daß der Anfang der Ecliptic *O*, und mit demselben der Anfang des Thierkreises *RS*, beynah um 30 Grade nach der Abendseite zurückgewichen. Wir können uns aber dieser andern Bedeutung nicht bedienen, bevor wir von der Sache selbst eine deutliche Vorstellung werden erhalten haben; und halten uns bis dahin blos an die erste, nach welcher die Worte sowol als die geschriebene Zeichen die wirklich aus den Sternen zusammengesetzten Bilder, wie sie auch in Absicht auf den Anfang der Ecliptic stehen mögen, anzeigen.

Beschreibung der Bilder des Thierkreises.

§. 231. Der Widder, *Aries* γ , wird mit seinem Vordertheile gegen Abend auf den Füßen liegend vorgestellt, kehret aber den Kopf gegen Morgen, so daß der Stern, an dem linken Ohre desselben, welchen Bayer mit γ bezeichnet, dem ursprünglichen Anfange des Thierkreises am nächsten komt: welcher aus dieser Ursache als der erste Stern dieses und aller übrigen Bilder des Thierkreises angesehen wird.

II. Der Stier, *Taurus* δ , erscheinet nur mit seinem Vordertheile: das übrige ist hinter dem Widder und sonst verborgen. Sein Kopf ist dergestalt

116 Der Astronomischen Vorlesungen dritter Abschnitt.

T.III.F.49. nach Morgen gewendet, daß die Ecliptic zwischen den Sternen, welche die Spitzen der Hörner bezeichnen, hindurchgehet. Die Sterne bey den Augen, und unter denselben nach den Naslöchern zu, heißen zusammen die *Hyades* und *Suculae*, unter welchen der bey dem mehr mittägigen Auge auch den besondern Nahmen *Aldebaran* bekomt. Auf der Schulter stehen sechs andere Sterne nahe bey einander, welche die *Plejaden* heißen.

III. Die Zwillinge, *Gemini* Π , werden als zween sitzende Jünglinge gezeichnet, deren einer an dem Kopfe, der andere in dem Gesichte, mit einem beträchtlichen Sterne gezieret ist. Jener, so mehr gegen Abend liegt, heißet *Castor*, und dieser *Pollux*, welches auch die gewöhnlichsten Nahmen der Jünglinge sind.

IV. Der Krebs, *Cancer* ♋ , wird von den Alten ohne den Schwanz vorgestellt, welchen ihm die Neuern geben; kriecht aber, wie dieser, gegen Mitternacht und Morgen. Auf seinem Rücken stehen zween Sterne, welche die *Esel* genent werden, und ein neblichter, so ihre Krippe seyn sol.

Der Löwe, *Leo* ♌ , lauft mit geschlungenem Schwanze nach der Strecke der Ecliptic von Morgen gegen Abend. An seiner Brust glänzet ein Stern, welcher das Herz des Löwen, oder *Regulus* genent wird.

VI. Die Jungfrau, *Virgo* ♍ , wird als eine geflügelte und anständig bekleidete Weibsperson, mit dem Kopfe gegen Abend, nach der Länge des Thierkreises gezeichnet. Sie hält in der einen Hand eine unterwärts gekehrte Kornähre, in welcher ein Stern glänzet, der deswegen *Spica Virginis* genennet wird, und an dem gegenüberstehenden Flügel befindet sich ein anderer, der den besondern Nahmen *Vindemiatrix* führet.

VII. Die Wage, *Libra* ♎ , ist ein kleines Bild in dem ersten Fache der zweiten Hälfte des Thierkreises. Die alten Griechen scheinen dasselbe nicht gehabt, sondern an dessen Stelle die Scheeren des darauf folgenden *Scorpions* bis hieher erstreckt zu haben: welches die Benennung *Cbelae*, die sie diesem Bilde geben, bestärket.

VIII. Der *Scorpion*, *Scorpius* ♏ , liegt größten Theils an der mittägigen Seite der Ecliptic, und erstreckt daselbst seinen Schwanz weit ausser dem

dem Thierkreise. Auf seinem Rücken glänzen drey Sterne, unter welchen der *T.III.F.49.* mittlere das Herz des Scorpionis oder *Antares* heisset.

VIII. Der Schütze, *Sagittarius ♏*, ist halb Mann und halb Pferd. Der oben mit einem fliegenden Gewande versehene Mann hält einen Bogen, mit dessen Pfeile er gegen Abend zielt, wohin auch sein Gesicht gekehret ist. Das Pferd befindet sich größten Theils an der Mittagsseite ausser dem Thierkreise.

X. Der Steinböck, *Capricornus ♑*. Dieses Bild liegt, mit dem Kopfe und Hörnern gegen Abend gekehret, meist ganz zwischen den Gränzen des Thierkreises; sein hinterer nach Morgen gekehrter Theil aber ist ein geschlungener Fischschwanz.

XI. Der Wassermann, *Aquarius ♒*, wird kniend, und mit dem Gesichte nach Morgen gekehret vorgestellt, nach welcher Seite er auch das Wasser aus seinem Gefässe gießet. Er ist mit etwas fliegenden Gewande umgeben.

XII. Die Fische, *Pisces ♓*. Deren sind zween, welche vermittelst eines langen und verschiedentlich geschlungenen Bandes, *Linum*, mit einander verknüpft sind. Beide liegen an der mitternächtigen Seite der *Ecliptic*, der eine ganz an der Gränze des Thierkreises, der andere aber in einer grossen Entfernung von derselben; weswegen auch jener der mittägliche, und dieser der mitternächtige Fisch genennet wird.

Beschreibung der mitternächtigen Sternbilder.

§. 232. Der mitternächtigen Sternbilder, welche nemlich meistens ausser dem Thierkreise an der mitternächtigen Seite der *Ecliptic* liegen, wie sie vom *Hipparchus* 160 Jahr vor Christi Geburt berichtet, und vom *Ptolomäus* auf uns gebracht worden sind, sind an der Zahl 21, zu welchen noch zwey andere, die ebenfalls alt sind, hinzugesetzt werden müssen, so daß der alten Bilder an dieser Seite in allen 23 werden, welche hier so beschrieben werden sollen, wie sie von der Gegend des Poles nach dem Thierkreise, und von Abend nach Morgen zu, auf einander folgen; weil ich hoffe, daß dieses die Kenntniß derselben in etwas erleichtern werde. Es müssen zu dem Ende einige Sterne, als bekant, vorausgesetzt werden, und dieses sind gemeinlich diejenigen, welche den sogenannten Heernwagen ausmachen; obwol dieses Bild mehr bey dem gemeinen Volke, als bey den *Astronomen*, gebräuchlich ist.

118 Der Astronomischen Vorlesungen dritter Abschnitt.

T.III.F.40. §. 233. Wenn wir nehmlich die Augen nach der Gegend des Pols wenden, so entdecken wir vorzüglich sieben Sterne, *Septemtriones*, deren viere, welche ein längliches Viereck bilden, die Räder des Wagens vorstellen, die übrigen aber die Deichsel desselben, oder vielmehr, drey hinter einander gespannte Pferde bedeuten sollen: wie denn der bey dem mittlern derselben einem sehr scharfen Auge sichtbare kleine Stern *Alcor*, auch der *Keuter* heisset. Lasset man nun durch die zwey hintern Räder dieses Wagens eine gerade Linie, oder vielmehr den Umkreis eines Circels, dessen Mittelpunkt in das Auge fällt, hindurch gehen, so ist in dieser Linie der Pol so weit von dem nächsten Rade entfernt, als dieses Rad von dem vordersten Pferde entfernt ist: und nahe bey dem dergestalt bestimmten Punkte befindet sich ein Stern, welcher, weil er zunächst an dem Pole lieget, der *Polstern* heisset. Dieser Stern ist der äußerste in dem Schwanze des

I. Kleinen Bären *Vrsa minor*, *cynosura*, und bildet mit andern Sternen desselben einen Wagen, von der Gestalt desjenigen, der aus den *Septemtrionen* im Schwanze, und auf den Rücken des

II. grossen Bären, *Vrsa major*, gebildet wird, welchem jener auch sonst in vielen Stücken ähnlich, aber viel kleiner ist. Die Körper der zweyen Bären sind mit dem Rücken gegen einander gekehret, und so weit von einander entfernt, daß

III. der *Drache*, *Draco*, hinlänglichen Platz findet, sein Hinterteil zwischen dieselbe zu erstrecken. Er krümmet sich darauf unter die Füße des kleinen Bären, und umschlingt, durch eine wiederholte Krümmung bey seinem Kopfe, den mitternächtigen Pol der *Ecliptic*.

IV. *Cepheus*, wird als ein fortschreitender König vorgestellt, zwischen dessen Fußsohlen der Pol lieget, der Körper aber, zunächst an dem Drachen, sich nach dem *Thierkreise* erstrecket.

V. *Cassiopea*, sitzt auf einem Throne in einer Stellung die dem *Cepheus* an der Morgenseite beynähe parallel ist, und kehret also den Kopf ebenfalls gegen den *Thierkreis*. Sie erhebt die eine Hand über ihren Kopf, und trägt in der andern einen Palmzweig. In einer noch kleinern Entfernung von dem *Thierkreise* erscheint, etwas mehr gegen Morgen, die

VI. *Andromeda*, in Gestalt einer mit ihren ausgestreckten Armen an Ketten gebundenen Weibsperson, deren Körper übrigens den vorigen parallel und nach eben der Seite gekehret ist. Zwischen diesem Bilde und dem Widder, welchem es mit den Füßen sehr nahe kömt, liegt

VII. das Dreyeck, *Triangulus, deltozon*, und an der Morgenseite dieses Dreyecks zu den Füßen der *Andromeda* schwebet

VIII. der *Perseus*. Er ist mit einem Schwerte bewafnet, welches er über den Kopf hält, und trägt an dem andern Arme das Haupt der *Medusa* nach dem Thierkreise hangend, gegen welchen auch seine Füße gekehret sind. (*Alqd 139*)

VIII. *Auriga*, kniet gleichsam auf den Thierkreis, fast zwischen dem Stiern und den Zwillingen. Er trägt in der einen auf dem Rücken gelegten Hand zwey junge Ziegen, und auf der Schulter eine alte, in welcher ein heller Stern prangt, welcher daher *Capella* heisset; in der andern Hand hält er eine Peitsche oder etwas dergleichen.

X. *Bootes* stehet an der Morgenseite des grossen Bärs, als ob er ihn jagen wolte, mit dem Kopfe gegen den Kopf des Drachen gekehret, und trägt in beiden Händen etwas, so von verschiedenen verschiedentlich gezeichnet wird. An dem Saume seines kurzen Kleides, zwischen den Beinen, stehet der Stern *Arcturus*. Die Füße erstrecken sich bis an die Jungfrau. Zwischen demselben aber und den Hinterfüßen des grossen Bärs liegt ein neueres Bild

XI. das Haar der *Berenice*, aus welchem die Alten einen Büschel Korn gemacht haben sollen. An der Morgenseite des *Bootes* aber erscheint

XII. die mitternächtige Krone, deren hellster Stern auch *Gemma* heisset.

XIII. *Hercules* wird kniend vorgestellt, mit den Füßen gegen den Drachen, und mit dem Kopfe gegen den Thierkreis gekehret. Er hält in der einen Hand seine Keule, in die andere aber geben ihm die Neuern eine drehköpfige Schlange, die den *Cerberus* vorstellen sol, anstatt des Zweiges mit Aepfeln, oder etwas dergleichen, so ihm die Alten gaben.

XIII. Der Schlangennann, *Serpentarius, Ophiuchus*, stehet dem *Hercules* Kopf an Kopf entgegen, und erstreckt seine Füße durch den ganzen Thierkreis, bis an den *Scorpion*. Er trägt in beiden Händen eine grosse Schlange, deren Kopf sich der Krone nähert,

T.H.I.F.40. *XV. Serpens*, ist diese Schlange, deren Schwanz sich an der andern Seite des Mannes gegen Morgen erstreckt. Unter dem Kopfe des Drachen, an der Morgenseite des *Hercules*, schwebet ferner

XVI. Die *Leyer*, eine Art einer Harpfe, so an einen *Geyer* gebunden ist, und deswegen auch *Vultur cadens* genennet wird. *Lucida lyrae* zieret die nach Abend gekehrte obere Seite dieser Harpfe. (*Wege. 179.*)

XVII. Der *Adler* oder *Vultur volans* fliehet dem *Gleycher* parallel, und in einer geringen Entfernung von demselben, gegen Morgen. Bey dem Anfange seines Halses stehet die *Lucida aquilae*. Die *Alten* hießen diesen *Adler* den *Garmedes* tragen, aus welchem nachher (*Alhair 179.*)

XVIII. *Antinous* gemacht worden ist, welcher mit *Bogen* und *Pfeil* nach Morgen zielend, bey dem *Schützen*, bis an den *Thierkreis* reichet, welchen er mit seinen gebogenen *Knieen* berühret. Ueber dem mitternächtigen *Flügel* des *Adlers* erscheint

XVIII. *Sagitta*, ein bloßer mit der *Spitze* nach der Morgenseite gekehrter *Pfeil* oder *Wurfpieß*.

XX. Der *Schwanz* zeigt sich fliegend, mit ausgebreiteten *Flügeln*, und den *Kopf* zwischen der *Leyer* und dem *Adler*: sein *Hintertheil* aber ist nach dem *Kopfe* des *Cepheus* gekehret.

XXI. Der *Delphin*, stehet an der Morgenseite des *Adlers* mit dem *Schwanz* gegen seinen eigenen *Kopf* geschlungen, und noch etwas weiter nach dieser Seite

XXII. *Equuleus*, ein bloßer nach *Mitternacht* sehender *Pferdekopf*. Neben demselben erscheint der *Kopf* des

XXIII. *Pegasus*, dessen halber *Körper* samt den *Flügeln* sich von bannen weiter gegen Morgen erstreckt, indem sein *Rücken* gegen den *Thierkreis*, und insbesondere gegen die *Bilder* des *Wassermanns* und der *Fische*, gekehret ist.

Beschreibung der mittäglichen Sternbilder.

§. 234. An der mittäglichen Seite des *Thierkreises* stehen, außer den neuen, funfzehn alte *Sternbilder*, welche, wenn wir sie von diesem *Kreise* weiter gegen

gegen Mittag, und von Abend gegen Morgen zählen, in die nachfolgende Ord: *T.III.F.40* nung gebracht werden können.

I. Orion, dessen Kopf zwischen dem Stiere und den Zwillingen bis an die mittägliche Gränze des Thierkreises reicht, pranget mit sehr hellen Sternen, unter welchen die, so seinen Gürtel ausmachen, auch gebraucht werden den sogenannten Jacobßstab zu bilden. Unter andern bekommt der Stern, an dem gegen Abend gekehrten Fusse des Orions den besondern Nahmen *Rigel*.

II. Der Haase sitzt zu den Füßen des Orions mit dem Rücken gegen den Gleicher gewendet, diesem parallel, und mit dem Kopf nach der Abendseite.

III. Der grössere Hund erscheinet hinter dem Haasen, mit dem Kopfe gegen den Thierkreis, und dem Hintertheile gegen Süden gekehret, mit der Brust aber nach Abend. Der Stern an seinem Maule ist der hellste unter allen Fixsternen, und bekommt den besondern Nahmen *Sirius* oder *Canicula*.

III. Der kleinere Hund, Procyon, stehet an der Morgenseite des vorigen, und an der mitternächtigen des Gleichers auf diesem, mit dem Kopfe gegen Abend gekehret.

V. Das Schiff, Argo, ist der Hintertheil einer alten Galeere, welche beiden Hunden gegen Morgen liegt, und sich fast bis an den südlichen Pol der *Ecliptic* erstrecket, indem ihr Vordertheil von Klippen gedeckt wird. An dem Steuerruder stehet der Stern *Canopus*.

VI. Die Wasserschlange, Hydra, trägt ihren Kopf unter dem Krebs, und beuget den Körper mit verschiedenen Krümmungen gegen Morgen und Mittag bis an die Wage. In diesem Bilde ist *Cor hydrae* ein sehr beträchtlicher Stern. Auf demselben aber stehen an der Seite des Thierkreises

VII. Das Gefäß, Crater, an der westlichen Seite unter den Hinterfüßen des Löwen, und

VIII. Der Kabe unter der Jungfrau, mit dem Kopfe nach Abend gekehret.

VIII. Centaurus. Dieser wird, wie gewöhnlich, halb Mann und halb Pferd, unter der Wasserschlange und dem Kaben, so gebildet, daß er den Kopf gegen den Thierkreis, und sein Vordertheil gegen Morgen kehret, mit beiden Händen aber einen Spieß hält, welchen er nach dem nächstfolgenden Bilde richtet. Aus vier Sternen bey den Hinterfüßen desselben haben die Neuern ein Kreuz gemacht.

T.III.F.40.

X. Der Wolf liegt vor dem Centaur gegen Morgen, in einer Stellung, die sich nicht wohl beschreiben läßt, und wird von demselben in die Kehle gestochen. An der Morgenfente dieses Wolfs befindet sich

XI. *Ara*, ein kleiner Altar, auf welchem das Feuer gegen den südlichen Pol der Ecliptic brennet; und noch weiter gegen Morgen, liegt

XII. Die südliche Krone, bey der Brust des Schützen.

XIII. *Piscis notius*, stehet unter dem Wassermanne dem Thierkreise parallel, mit dem Kopfe gegen Morgen, und empfängt mit seinem durch den Stern Fomahant gejierten Maule das Wasser, welches jener ausgießet.

XIII. Der Wallfisch. Dieses Meerwunder schwimmt, mit dem Kopfe unter dem Widder fast bis an die Ecliptic reichend, gegen Morgen, und erstrecket seinen Körper gegen Abend bis an das von dem Wassermanne ausgegossene Wasser.

XV. *Eridanus*. Das Bild eines Flusses, welcher von dem gegen Abend gelehrten Fusse des *Orion* bis an den Wallfisch, und von dannen gegen Morgen läuft, darauf aber sich wieder gegen Abend und Mittag lenket, bis an einen grossen Stern welcher den Nahmen Acharnar führet.

Neuere Sternbilder und die Milchstrasse.

§. 235. Der Bilder, welche bald nach Entdeckung des südlichen America aus den Sternen gemacht worden sind, die so nahe an dem daselbst sichtbaren Pole liegen, daß sie den Alten immer verdeckt bleiben mußten, sind eilffe, nemlich: I. *Indus*, ein aufrecht stehender Americaner. II. *Pavo*, ein Pfau mit ausgebreitetem Schweife. III. *Grus* ein aufgerichtet stehender Kranich. IIII. *Phoenix*, welcher sich verbrennet. V. *Toucan*, ein americanischer Wasservogel. VI. *Hydrus*, eine Wasserschlange, so mit der *Hydra* nicht zu verwechseln ist. VII. *Dorado* ein Fisch. VIII. Ein fliegender Fisch. VIII. *Chamaeleon*. X. *Apus*, der sogenannte Paradiesvogel. XI. die Biene oder Fliege. XII. Das mittägige Dreyeck: wozu noch zwey kleine Wolken zu setzen sind, die in dieser Gegend beständig an dem Sternhimmel erscheinen. Die Neuern haben diesen noch die Taube des Noa, die Eiche König Carls, und das Kreuz beygefüget, dessen bey der Beschreibung des *Centaurus* Erwähnung geschehen ist.

§. 236. Hierzu kommen noch vierzehn andere Sternbilder, mit welchen *T. III. P. 40.* der berühmte *La Caille* bey seiner Anwesenheit an dem Vorgebürge der guten Hoffnung die um den Südpol leer gebliebene Plätze des Himmels gefüllet hat; woben er zugleich die nicht genau genug angeführten Sterne dieser Gegend berichtigete, und dadurch bewogen wurde in einigen Bildern kleine Veränderungen zu machen. Aber wir, die wir so weit nach Mitternacht wohnen, daß wir nicht einmahl die südlichen Bilder der Alten völlig übersehen können, mögen diese neuen Bilder, so verschiedene Werkzeuge der Naturforscher und Künstler vorstellen, hier völlig bey Seite setzen.

§. 237. An der mitternächtigen Seite des Thierkreises haben ebenfalls viele, und vornehmlich *Hevelius* aus den Sternen, welche die Alten zerstreut gelassen, verschiedene Bilder zusammen gesetzt, deren einige auf diesen und andere auf andern Himmelskugeln erscheinen. Auf den unstrigen stehen gemeinlich *I. Camelopardalus*, an der Abendseite des grossen Bären mit dem Kopfe nahe an dem Pole. *II. Der Fuchs*, unter dem grossen Bären an der Abendseite. *III. Zweyen Jagdhunde Asterion und Chara*, welche *Bootes* auf diesen Bären heßt. Andere setzen das Herz *R. Carls*, und den Fluß *Jordan* ohngefähr in diese Stelle. *III. Der kleine Löwe*, zwischen eben dem Bären und dem grossen Löwen. *V. Sextans vraniae*, zwischen dem Löwen und der Wasserschlange. *VI. Cerberus*, dessen bereits bey *Hercules* gedacht worden ist. *VII. Der Fuchs mit der Gans*, aus welchen, andere den Fluß *Tygris* machen, zwischen dem Schwane und dem Adler. *VIII. Die Eidechse*, an der Morgenseite des Schwans. *IX. Das kleinere Dreyeck* unter dem grossen, und *X. Die Fliege oder Biene*, nahe dabey, über dem Widder. *XI. Das sobieskiſche Schild*, nahe an dem Thierkreise, zwischen dem Adler und dem Schützen. *XII. Das Einhorn*, an der Morgenseite des *Orion* zwischen den beiden Hunden. *XIII. Der Scepter mit der Lilie*, zwischen dem Widder und dem Kopfe der *Meduse*, *XIII. Der Berg Menalus*, auf welchem *Bootes* stehet, zwischen der Jungfer und der Schlange. Es werden aber diese Bilder wenig gebraucht.

§. 238. Die in allen erzählten Bildern enthaltene Sterne, welchen wenigstens von einigen die erste Grösse zugeschrieben wird, sind die folgenden, deren Stellen sowol in dem vorhergehenden angemerket worden sind, als auch grösstentheils

T.III.F.40. theils selbst durch die Nahmen angegeben werden. 1. Sirius, Canicula; 2. Die Schulter des Orions; 3. dessen Fuß, Rigel; 4. das Dohrenauge; 5. Aldebaran; 6. Capella; 7. die Leyer; 8. Arcturus im Bootes; 9. das Herz des Scorpions; 10. die Kornäre der Jungfer; 11. das Herz der Wasserschlange; 12. das Herz des Löwen, Regulus; 13. der Schwanz des Löwen; 14. Fomahant, in dem Maule des südlichen Fisches; 15. Canopus, an dem Schiffe; 16. Acharnar, am Ende des Erdanus; 17. Procyon; 18. der Adler; 19. der Schwanz des Schwans. Da die Eintheilung der Sterne nach ihrer Größe blos von dem stärkern oder schwächern Lichte hergenommen wird, mit welchem sie uns erscheinen; so ist es kein Wunder, wenn einige dieser Sterne von gewissen Astronomen hier ausgelassen, und zu den Sternen der zweiten Größe gerechnet worden sind. Es betrifft aber dieses vornehmlich die zuletzt gesetzten.

§. 239. Noch ist an dem Sternhimmel die Milchstrasse zu bemerken, welche denselben in Gestalt eines weißlichten bald schmälern bald breitem, und hin und her, fast in der Gestalt eines Stroms, gekrümmten Streifens umgiebt. Sie gehet durch die Cassiopea, den Perseus, Auriga, und den nach Morgen gekehrten Theil des Orions, zwischen dem grossen und kleinen Hund nach dem Schiffe, in welcher Gegend sie am hellsten erscheint, und erstreckt sich, nachdem sie das Schiff durchkreuzet hat, durch die Hüfte des Centaurus, und das bey demselben liegende Kreuz, bis an das südliche Dreieck, von dannen sie sich wieder nach der Nordseite wendet, indem sie den Altar, den Schwanz des Scorpions, und den Bogen des Schützen überdeckt. Hier theilet sie sich in zween Arme, welche durch den Schlangemann, den Adler und den Schwan gehen, sich bey dem Kopfe des Cepheus wieder vereinigen, und also bey dem Stuhl der Cassiopea an den Anfang dieser Strasse anschliessen.

§. 240. Wir wissen nicht zuversichtlich wovon diese Weiße herrühret. Gemeinlich wird sie einer grossen Menge von Sternen zugeschrieben, die wegen ihrer Kleinigkeit einzeln unsichtbar sind; und andere in starker Anzahl bey einander stehende dergleichen kleine Sterne sollen die von der Milchstrasse gleichsam abgerissene kleine helle Flecken ausmachen, die hin und her an dem Himmel erscheinen, und, wenn sie sehr klein sind, neblichte Sterne heissen, sind sie aber

aber grösser, wie die bey dem Südpole, den Nahmen der Wölkchen bekommen, in deren Gestalt sie sich zeigen. Es versichern uns aber diejenigen, welche die Milchstrasse, oder die eben beschriebenen Wölkchen, bey heiterer Luft und recht finstern Nächten durch gute Fernröhre betrachtet haben, daß sie in denselben nicht mehrere von einander wirklich abgeforderte Sterne entdecken können, als an andern völlig dunkeln Stellen des Himmels. Dadurch wird jene Muthmassung zwar nicht völlig widerlegt: denn warum sollten die Sterne, welche die Milchstrasse ausmachen, nicht so klein, und deren so viele seyn, daß auch die besten Fernröhre zur völligen Absonderung derselben nicht hinkommen? aber sie verlieret doch vieles von ihrer Glaubwürdigkeit. Und wie können wir uns einbilden, daß wir im Stande sind, uns von allen Mannigfaltigkeiten, welche der unendliche Schöpfer in seiner herrlichen Welt angebracht hat, deutliche Begriffe zu machen?

Verzeichnisse der Fixsterne.

§. 241. Die Sternbilder, die Himmelskugeln, und die auf eine Tafel in Gestalt einer Himmelscharte entworfenen Theile derselben, sind bequeme Mittel die gröbren Veränderungen zu entdecken, die sich bey den Fixsternen zutragen; sie bestimmen aber die Stellen derselben nicht so genau, daß sie auch sehr kleine Abweichungen von denselben mit einer völligen Zuverlässigkeit angeben könnten. Ein schriftliches Verzeichniß, in welchem die Stelle eines jeden Fixsterns in Absicht auf gewisse unbewegliche Cirkelkreise, die man sich an dem Himmel vorstellt, durch Zahlen angegeben werden, ist dazu viel schicklicher: weswegen bereits die ältesten Sternforscher bedacht gewesen sind, den Nachkommen dergleichen Verzeichnisse zu hinterlassen, und ihnen die himmlischen Körper gleichsam zuzuzählen. Es wird durch jeden Stern ein Cirkelbogen, dessen Mittelpunct die Erde ist, auf die Ecliptic perpendicular gezogen, so daß der ganze Umkreis, von welchem dieser Bogen ein Theil ist, durch die beiden Pole der Ecliptic gehen muß, und sowol der Punct der Ecliptic, durch welchen derselbe hindurch gehet, als auch die Größe des zwischen diesem Puncte und dem Sterne enthaltenen Bogens, durch die gewöhnlichen Grade und deren Theile angegeben. Ein dergleichen Verzeichniß von mehr oder weniger Sternen heißt ein Catalogus derselben.

§. 242. Es ist hier der Ort nicht zu zeigen, wie diese Zahlen der Grade und deren Theile gefunden werden, warum die beschriebene Einrichtung des Catalogus

T.III.F.40. logus vorzüglich beliebt worden ist, und was dieselbe bequemes oder unbequemes an sich hat. Der sehr mangelhafte Begriff von der Ecliptic, welchen uns die bisherigen Anmerkungen beybringen konten, wird erst durch die Betrachtung des Laufs der Sonne aufgekläret, und alsdann wird sich ein Theil dieser und anderer Fragen von selbst auflösen, die Auflösung der übrigen aber faßlich werden. Insonderheit werden wir einsehen, in welchem Verstande kein Verzeichniß dieser Art für alle Zeiten gelten könne, sondern ein jeder auch übrigens noch so richtiger alter Catalogus einiger Veränderung bedarf, wenn er uns die Lage eines Sterns in Absicht auf die Ecliptic so vorstellen sol, wie wir sie gegenwärtig finden. Es können aber auch bey der Unvollkommenheit der Instrumente der vorigen Zeiten, und der Art zu observiren, welche dadurch veranlasset wurde, die sehr alten Beobachtungen keineswegs als vollkommen richtig angesehen werden. Der Fixsterne, insonderheit dererjenigen, welche durch gute Fernröhre gesehen werden, sind so viele, daß die Menschen sie schwerlich jemals alle werden ausforschen können: und ob schon überhaupt gesagt wird, daß die Ordnung derselben immer dieselbe bleibe, so sind doch bey verschiedenen einige Veränderungen vorgegangen, sowol in Ansehung des Orts, als auch in dem Glanze, mit welchem sie erscheinen: welches keinen Zweifel läßt, daß auch gegenwärtig sich dergleichen Veränderungen zutragen, und künftig zutragen werden. Alles dieses machte die Erneuerung eines Verzeichnisses der Fixsterne von Zeit zu Zeit notwendig, und wird sie auch im Zukünftigen notwendig machen.

§. 243. Der älteste Catalogus, welchen wir haben, ist uns vom Ptolemaeus hinterlassen worden, wiewol er bis auf etwas wenig, nicht aus den eigenen Beobachtungen dieses Mannes, sondern aus den viel ältern des Hipparchus, verfertigt seyn sol. Er enthält in den beschriebenen Sternbildern 1022 Sterne, deren 15 von ihm zu der ersten Größe gerechnet werden, 45 zu der zweiten; 208 zu der dritten; 474 zu der vierten, 217 zu der fünften, und 49 zu der sechsten, zu welchen noch 14 neblichte und dunkle kommen, welche die Zahl vollmachen. Dieses Verzeichniß ist bis zu den Zeiten gebraucht worden, in welchen die Wissenschaften sich wieder bey uns aufklärten. Die Araber, welche sich unter andern auch mit der Astronomie beschäftigten, als in Europa nichts als Aberglauben und Finsterniß herrschte, haben demselben wenig zuverlässiges beygefüget.

§. 244. Tycho von Brahe war der erste unter den Neuern, welche *T.III.F.40.* sich bemühet haben dieses alte Verzeichniß zu verbessern, zu welchem Ende er die Fixsterne mit allem möglichen Fleiße beobachtete, und sich dazu der besten Werkzeuge bediente, die er zu der Zeit ausdenken konnte. Denn er lebte in dem sechszehnten Jahrhunderte, vor Erfindung der Pendeluhren und der Fernröhre. Sein Verzeichniß der von ihm dergestalt berichtigten Fixsterne enthält deren 777, welche Kepler auf 1000 vermehret, und diesen Catalogus seinen Rudolphischen Tafeln einverleibet hat.

§. 245. Gegen das Ende des siebenzehnten Jahrhunderts gab der berühmte Hevelius, oder wie sein eigentlicher Geschlechtsname lautet, Hevelke, ein Verzeichniß von 1888 Fixsternen heraus, deren 603 er selbst beobachtet hatte. Die übrigen sind aus andern, und die südlichen insbesondere aus den auf der Insel Helena angestellten Beobachtungen des Halley genommen.

§. 246. Endlich ist bald nach dem Anfange des gegenwärtigen Jahrhunderts Flamsteeds Britischer Catalogus ans Licht getreten, welcher nicht weniger als 3000 Fixsterne enthält, deren Stellen dieser Astronom selbst mittelst der besten, mit allem möglichen Fleiße gebrauchten Werkzeugen entdeckt hat, welche Arbeit noch immer als die vollkommenste in ihrer Art angesehen wird.

§. 247. Denn es wird die Beobachtung der Fixsterne noch immer fortgesetzt, und es hat der unermüdete *la Caille* allein, auffer 397 der scheinbarsten in allen Gegenden des Himmels, deren Stellen er mit einem außerordentlichen Fleiße aufs genaueste berichtet hat, deren gegen 10000 um den Südpol beobachtet, und noch 600 in dem Thierkreise: was andere gethan haben zu geschweigen. Bey dem allen läßt uns die grosse Zahl aller, auch durch die Fernröhre, sichtbaren Fixsterne, welche allem Ansehen nach tief in die Millionen lauft, schwerlich jemals einen vollständigen Catalogus derselben erwarten: zumalen da die oben (242) angeführten Ursachen von Zeit zu Zeit eine völlige Erneuerung der bereits geschenehen Arbeit erfordern.

Veränderungen, die sich bey den Fixsternen ereignen.

§. 248. Denn es sind wirklich die Veränderungen, die sich bey den Fixsternen zutragen, an sich viel und mannigfaltig. Aufferdem, daß bey einigen derselben eine besondere Bewegung angemerket worden ist, mit welcher sie, wiewol sehr langsam, sich ändern nähern oder von denselben entfernen: so sind auch einige

T.III.F.40. einige, welche vor Alters gesehen worden sind, verschwunden, und zuweilen erscheinen andere, die vorher nicht da waren, deren einige bleiben, andere aber ebenfalls wieder verschwinden. Unter den letztern ist der merkwürdigste, so im November des Jahrs 1572 sich an dem Stuhle der Cassiopea mit einem alle übrigen Fixsterne, und selbst die meisten Planeten übertreffenden Glanze gezeigt hat, welcher aber mit der Zeit immer abnahm, so daß er nach 18 Monaten seit seiner ersten Erscheinung, gar nicht mehr zu sehen war. In dem Schlangenmanne erschien im October des Jahrs 1604 ein ebenfalls sehr heller Stern, welcher aber nicht länger als ein Jahr sichtbar blieb. Andere verändern ihren Glanz, und werden aus Sternen der dritten oder vierten Größe, Sterne der fünften obersechsten, und umgekehrt: und es sollen derer, bey welchen eine dergleichen Veränderung gemerkt worden ist, gegen hundert seyn. Ja es giebt einige wenige, welche in einer bestimmten Zeit beständig abzunehmen scheinen, und in einer andern wieder wachsen. Unter diesen stehet ein Stern in dem Wallfische, welcher bey seinem hellsten Lichte, bis zur dritten Größe und darüber steigt, alsdann aber nach und nach abnimmt, bis er endlich eine Zeitlang gar verschwindet, so daß zwischen jeden zween Zeitpuncten, in welchen er das meiste Licht hat, beynah 334 Tage verfließen: wiewol es das Ansehen hat, daß sich hiebey verschiedene Abweichungen ereignen. In dem Schwane sind drey dergleichen veränderliche Sterne, unter welchen der beträchtlichste in 405 Tagen abnimmt, verschwindet und wieder zunimmt, so daß er am Anfange und am Ende dieser Zeit beynah mit eben dem Glanze erscheint: wiewol auch dieses nicht ohne Abweichungen. Auch erscheinen einige Fixsterne, welche den bloßen Augen als einfach vorkommen, durch ein gutes Fernrohr gedoppelt oder dreyfach, und dieses entweder beständig, oder nur zu gewissen Zeiten.



Der
Astronomischen Vorlesungen
 vierter Abschnitt.

**Von der Gestalt und Grösse der Erde, der Refraction
 und Parallaxe.**

Grundsätze.

§. 249.

Wir können uns nunmehr an die eigentliche Gestalt und Grösse der Erde machen; müssen aber zu dem Ende einige geometrische Betrachtungen voraussetzen, die sich fürnehmlich auf die bekanten Eigenschaften des Ausschnittes eines Cirkels gründen. Es kan nemlich eine jede zu unserm gegenwärtigen Vorhaben diensame krummlinichte Figur, aus dergleichen Ausschnitten mit einer hinlänglichen Richtigkeit zusammengesetzt werden. Nur müssen die Winkel dieser Ausschnitte klein seyn, und desto kleiner, je mehr die Figur, die herausgebracht werden sol, von einem Cirkel abweicht. Die Ausschnitte werden so an einander gesetzt, wie sie in der 41sten Zeichnung erscheinen, da C der Mittelpunct des Ausschnittes ACB ist, E der Mittelpunct des folgenden BED , G der Mittelpunct des dritten DGF , und K der Mittelpunct des vierten FKH , u. s. f. Dadurch entstehet allerdings die aus den Bogen dieser Ausschnitte AB, BD, DF, FH etc. zusammengesetzte ungerade Linie AP , und man sehet leicht, daß wenn nur die Halbmesser der Ausschnitte gehörig genommen werden, man dieser AP eine jede Gestalt geben könne, bey welcher ihre Hoheit durchaus nach eben der Seite gewendet ist: so daß diese AP von einer jeden bereits beschriebenen Linie dieser Art, welche nemlich durchaus nach eben der Seite hoch ist, desto weniger abweichen wird, je kleiner die Winkel ACB, BED, DGF, FKH und die folgenden, genommen werden. T.III.F.41.

T.III.F.41. §. 250. Man kan sich also von einer jeden krummen Linie einen Begriff machen, der von der Wahrheit sehr wenig abgeheth, wenn man sich nur die Ausschnitte ACB , BED , DGF , FKH , etc. bekant macht, durch deren Zusammensetzung die von derselben so wenig abweichende AP herausgebracht wird: das ist, die Winkel dieser Ausschnitte, und ihre Halbmesser. Es wird aber der zweite Halbmesser BE bekant, wenn der erste AC zusamt der CE gegeben wird, weil $BE = BC + CE$, und $BC = AC$. Eben so ist auch $DG = DE + EG = BE + EG$, und $FK = FG + GK = DG + GK$ u. s. f. Dadurch wird endlich alles auf den ersten Halbmesser AC , und auf den übrigen Theil der gebrochenen Linie $ACEGKR$ zurück gebracht. Ist diese $ACEGKR$ gegeben, das ist: sind ihre Seiten und Winkel bekant, so, daß man sie in einer Ebene beschreiben kan, so werden durch die Verlängerung dieser Seiten, oder einzelnen Theile derselben, EC , GE , KG , &c. die Winkel der Ausschnitte erhalten; und man darf hernach nur um C mit der Oeffnung CA , und um E mit der Oeffnung EB , die Bogen AB , BD beschreiben, und so bis ans Ende fortfahren. Die Halbmesser bieten sich von selbst dar, und es wird $BE = AC + CE$, und $DG = AC + CE + EG$, und $FK = AC + CE + EG + GK = HK$, wie dieses vermöge des eben gezeigten seyn muß. In so ferne kan man die krumme Linie AP als völlig bekant ansehen, sobald AC gegeben, und $CEGKR$ in einer ebenen Fläche beschrieben ist.

§. 251. Wenn AHP ein Cirkelbogen ist, so fällt der ganze Theil der gebrochenen Linie $CEGKR$ in das Punct C zusammen, und die Halbmesser AC , BE , DG , FK , PR werden einander sämtlich gleich. Alsdenn verhält sich auch ein jeder Bogen AB zu einem andern DF , wie der Winkel ACB zu welchem jener gehöret, zu dem Winkel dieses andern DGF . Für alle übrige krumme Linien fallen die Puncte C , E , G , K , R mehr oder weniger aus einander, und die Halbmesser der Ausschnitte bekommen verschiedene Größen. Es können also auch ihre Bogen nicht mehr gleich seyn, obschon die Winkel gleich sind, noch sich wie die Winkel gegen einander verhalten, wenn diese verschiedene Größen haben.

§. 252. Was aber die Winkel DeA , FgA , HkA anlangt, welchen jeder Halbmesser mit dem ersten AC einschliesset wenn dieser gehörig verlängert wird, so ist, wenn man auf die Dreyecke CLe , eGg , gKk und die Verlängerungen

eungen der Seiten derselben acht hat, gar leicht zu schließen, daß der Winkel DeA T.III.F.41 den beiden $DEB + BCA$ gleich sey, der Winkel FgA aber den zween $FGD + DeA$, und folgend den dreien $FGD + DEB + BCA$, und HkA den zween $HKF + FgA$, das ist den vieren $HKF + FGD + DEB + BCA$, u. s. f. Hieraus aber folget ferner, daß so viele Halbmesser man auch annehmen mag, immer der Winkel, welchen der letzte unter denselben mit dem nach Nothdurft verlängerten ersten macht, der Summe aller derjenigen gleich seyn werde, welchen jeder nachfolgende Halbmesser mit dem unmittelbar vorhergehenden einschließet.

Anwendung dieser Sätze.

§. 253. Werden nun so lang Ausschnitte von gehöriger Größe an einander gesetzt, bis der Winkel PQA , welchen der Halbmesser des letzten PR mit dem verlängerten Halbmesser des ersten AQ einschließet, gerade wird: so kan AP den Theil eines Mittagskreises, von dem Punct des Gleichers A bis an den Pol der Erde P , vorstellen, was dieser Mittagskreis auch für eine Krümmung haben mag. Als denn aber muß Q als der Mittelpunct der Erde angesehen, und also genant werden, weil er da lieget, wo die Aze derselben von der Fläche des Gleichers durchschnitten wird. Die Breite des Puncts der Erde B aber ist der Winkel BCA , welchen die Linien BC , und AC mit einander einschließen, deren letztere in der Fläche des Gleichers liegt, indem beide auf dem Mittagskreise perpendicular stehen. Eben so wird die Breite des Orts D durch den Winkel DeA angegeben, die Breite des Orts F durch den Winkel FgA und so weiter: welche Winkel, so lang sie spitzig ausfallen, immer größer sind als diejenigen, welche die von eben den Puncten B, D, F nach dem Mittelpuncte Q gezogene Linien mit der AQ einschließen würden.

§. 254. Sol also die Gestalt des ganzen Theils des Mittagskreises AP , von dem Gleichere A bis an dem Pol P nach diesen Gründen bestimmt werden, so ist nichts nöthig, als daß man zu der bekanten AC die gebrochene Linie $CEGKR$ in den rechten Winkel AQR zu verzeichnen wisse (250). Ist dieses geschehen, und dadurch CQ gefunden worden, so ist $AQ = AC + CQ$ der Durchmesser des Gleichers der Erde, und die zugleich gefundene QR giebt, von PR abgezogen, den zwischen dem Pol und dem Mittelpuncte enthaltenen Theil der

T. III. F. 41. Art PQ. Es ist aber $PR = AC + CE + EG$ u. s. f. bis an R . Man kan auch aus einer solchen Zeichnung die Entfernungen der Puncte E, G, K von den geraden Linien AQ und PR genau genug vermittelst des Maaßstabes nehmen, nach welchen sie verfertigt worden ist: und was dergleichen Ausmessungen mehr sind, die etwa vorkommen dürften.

Den Winkel zweoer in eben der Mittagsfläche liegenden
Verticallinien zu finden.

§. 255. Dieses alles nun auf einen Mittagskreis der Erde würklich anzuwenden, und dadurch die eigentliche Gestalt desselben herauszubringen ist vor
T. II. F. 37. allen Dingen nöthig, daß man einen jeden Winkel BCD (*T. II. Fig. 37.*) zu finden wisse, welchen zwö auf diesem Mittagskreise senkrecht gezogene Linien bB, dD mit einander einschließen, es mag nun die Erde kugelrund; und das Punct C , bey welchem diese Linien zusammen laufen, ihr Mittelpunct seyn, oder nicht. Es wird aber dieser Winkel auch alsdenn, wenn die Erde nicht völlig kugelrund ist, durch die Polhöhen der beiden Orter B und D gegeben. Denn es ist klar, daß bey einer jeden Gestalt des Mittagskreises bey B die Abweichung des Pols vom Zenit dem Winkel bBP , und folgendes auch dem bEP , gleich sey; bey D aber dem Winkel dDP oder EDC . Nun ist immer $bEP = EDC + ECD$, weil alle PQ einander parallel laufen, und also ECD oder $BCD = bEP - EDC = bBP - dDP$.

§. 256. Die Alten haben sich dieser Unterschiede der Polhöhen bedienet, und, indem sie zugleich die Länge des zwischen den beiden angenommenen Orten B und D enthaltenen Mittagbogens BD bald nur geschätzt, bald mit mehrern oder weniger Fleiße gemessen, die Länge eines Durchmessers der Erde, welche sie kugelrund annahmen, heraus zu bringen gesucht. Gemeinlich wird, diesen Messungen zu Folge, die Länge eines Grads des Gleichers oder eines Mittagskreises, auf 15 teutsche Meilen gesetzt, woraus folgt, daß der halbe Durchmesser derselben beynähe 860, und der ganze Durchmesser beynähe 1720 dergleichen Meilen haben werde. Es wird aber dadurch die Größe der Erde nur ohngefehr bestimmt, so lang die eigentliche Länge einer solchen Meile nicht genau angegeben wird, wozu viel sorgfältigere Messungen erfordert werden, bey welchen der Bogen BD nicht viel größer, als ein Grad, oder 15 bis 20 gemeine teutsche Meilen, angenommen werden kan.

§. 257. Es ist schwer die Polhöhen zweener Orter B und D so genau zu messen, als zur Bestimmung eines so kleinen Winkels BCD nöthig ist: da ein gar geringer bey diesen Höhen begangener Fehler denselben um so viel vermehren oder vermindern kan, daß die Verhältniß des Bogens BD zu dem Halbmesser BC , welche der fehlerhafte Winkel angiebt, weit genug von der Wahrheit abweicht. Viel bequemer und zugleich viel richtiger ist der nachfolgende Weg zu diesem Winkel zu gelangen; insonderheit wenn zween Beobachter einander behülflich sind, deren einer sich in B , der andere aber in D in eben dem Mittagskreise aufhält, welche Orter ohngefähr zwanzig teutsche Meilen, von einander entfernt seyn können. Diese Beobachter vergleichen sich um einen Fixstern, welcher, in einer geringen Entfernung von dem Zenit eines jeden, durch die ihnen gemeinschaftliche Mittagsfläche gehet, und indem dieses geschieht, misst jeder an seinem Orte den Abstand dieses Sterns von seinem Zenit, so genau als es ihm möglich ist. Wenn nun (*T. III. Fig. 42. 43.*) bB die Verticallinie des einen dieser Orter, und dD die Verticallinie des andern vorstellet, welche verlängert einander bey C antreffen, und es werden von B , C und D , die Linien BS , CS , DS nach dem Fixsterne gezogen, so sind diese drey Linien einander parallel (*142*), und bBS ist die Entfernung des Sterns von dem Zenit des Orts B , dDS aber die bey D . Nun aber ist $BCS = bBS$ und $DCS = dDS$. Es werden also diese Winkel bey C durch die Beobachtungen entdeckt, und man kan, indem man sie zusammen s. ~~h~~ oder den kleinern von dem größern abziehet, den gesuchten Winkel DCB herausbringen. *T. III. F. 42. 43.*

§. 258. Die Strahlenbrechung hat in diese Arbeit keinen oder einen gar geringen Einfluß; und desto richtiger können die Fehler derselben gebessert werden, wenn ja eine Verbesserung nöthig ist. Alsdenn aber ist auch die Länge des in der Oberfläche der Erde liegenden Bogens BD durch die Mittel, welche die mit der Ausübung beschäftigte Geometrie darbiethet, aufs genaueste zu messen. Ewentlich solte dieser Bogen BD in die Oberfläche der See fallen, oder von derselben wenig entfernt seyn. Will also dieses die Beschaffenheit des Bodens nicht zulassen, so ist noch auszumachen, um wieviel der wirklich gemessene über die Oberfläche der See erhöhte Bogen BD größter sey, als der in der Oberfläche derselben, zwischen den Verticallinien bC , dC um C beschriebene, seyn würde: welches geschehen kan, wenn bekant ist, um wieviel jener Bogen über die Ober-

T.III.F.42. Fläche der See erhaben sey, und dieser Ueberschuß ist von dem gefundenen Maaße des Bogens BD abzuziehen. Es wäre zu weitläufig, alle diese Kleinigkeiten umständlich aus einander zu sehen; und ist desto weniger nöthig, da es eben so gar schwer nicht ist, dergleichen Rechnungen zu übersehen, bey welchen die Fehler, die sich unsern Sinnen beständig entziehen, in keine Betrachtung kommen.

Längen der Grade eines Mittagkreises.

§. 259. Nun ist es leicht aus dem Winkel BCD und dem dazugehörigen Bogen BD zu finden, wie lang der Bogen genommen werden müsse, wenn der Winkel BCD bis zu einen Grad vermehret oder vermindert werden sol, wenn man sich nur erinnert, daß der Winkel mit seinem Bogen zugleich um gleiche Theile anwachse. Es verhält sich nemlich das gefundene Maaß des Winkels BCD , zu einem Grade, oder 3600 Secunden: wie sich die durch bekante Ruthen, Ellen, Schuhe oder etwas dergleichen, ausgedruckte Länge des Bogens DB , zu der Länge eines Grades dieses um den Mittelpunct C mit dem Radius CB beschriebenen Bogens verhält. Dieses heißt einen Grad des Mittagkreises messen, welche Arbeit von verschiedenen unternommen, und mit verschiedenem Erfolge ausgeführt worden ist. Wir wollen uns vornehmlich an die Messungen der Franzosen halten, welche sich dabey ihrer Loise von sechs pariser Schuhen bedienet und gefunden haben, daß unter dem Aequator in der Breite 0, ein Grad des Mittagkreises 56750 Toisen halte; in einer Breite von 45 Graden aber 57028, in der Breite von $49\frac{1}{2}$ Graden, 57072, in der Breite $66\frac{1}{2}$ Graden, 57422, und denselben nur noch eine andere in der Breite von drey und vierzig Graden ausgeführte Messung beifügen, welche den Grad auf 56979 Toisen setzet. Diese Maaße zeigen augenscheinlich, daß die Mittagskreise keine Cirkel seyn, weil sonst in einer jeden Breite die Grade einander gleich seyn müßten: sondern daß sie, so wie eine Ellipse, bey ihrer größern Axe mehr gekrümmt und einwärts gebogen ist, als bey der kleinern; bey dem Gleicher der Erde mehr, und bey den Polen derselben weniger gekrümmt seyn: woraus folgt, daß der Durchmesser des Gleichers länger sey, als die Axe der Erde.

§. 260. Weil aber auch die Winkel der Ausschnitte, zu welchen die bestgestalt gemessenen Bogen gehören, einander gleich und also die Ausschnitte ähnlich sind, so verhalten sich die Halbmesser derselben wie die Bogen, und können durch
eben

Von der Gestalt und Grösse der Erde, der Refraction ic. 135

eben die Zahlen ausgedrückt werden, welche die Bogen angeben, obwol die *T.III.F.42.*
 Einheiten dieser Zahlen nothwendig viel grösser werden, als die bey der Ausmessung der Bogen gebrauchte Loise. 43.
 Hieraus folgt, daß wenn der Halbmesser bey dem Gleicher, mit welchem nehmlich daselbst ein Theil des Mittagkreises beschrieben werden muß, in 56750 gleiche Theile getheilet, und diese Zahl der Kürze halben *a* genennet wird, der anstatt desselben in der Breite 43° zu gebrauchende Halbmesser seyn werde $a + 229$; in der Breite 45° , $a + 278$; in der Breite $49\frac{1}{2}^\circ$ $a + 322$; und endlich in der Breite $66\frac{1}{3}^\circ$, $a + 672$.

§. 261. Es müssen aber auch, wenn die gebrochene Linie *CR* (*T. III. T.III.F.42. Fig. 41.*) wirklich beschrieben werden sol, die Halbmesser zu den übrigen Breiten von zehn zu zehn Graden, oder etwas dergleichen, bekant seyn. Diese mit aller der Richtigkeit zu erhalten, die so wenige Messungen geben können, kan nachfolgendes Mittel gebraucht werden, welches weder viele Geometrie, noch eine schwere Rechnung erfordert. Es wird eine gerade Linie von hinlänglicher Grösse *AB* (*T. III. Fig. 44.*) in neun gleiche Theile getheilt, deren jeder zehn Grade *T.III.F.44* vorstellen sol, und nach Befinden in einzelne Grade und deren Theile zerfällt werden kan. Um nun einen der durch die Messung gefundenen Halbmesser, als zum Beyspiel, den zu der Breite 45° gehörigen, $a + 278$ richtig aufzutragen, wird durch *F*, also sich der 45ste Grad endiget, *FD* der *AB* perpendicular gemacht, und es werden aus einem schicklichen Maassstabe *ST* auf diese Linie von *F* nach *D*, 278 Theile gesetzt. Auf eben die Art werden auch die Punkte *L*, *M*, *N* aus den Beobachtungen bestimmt, zu welchen *A* mit gehöret, weil bey dem Gleicher der Ueberschuß des Halbmessers über *a* Nichts ist. Durch alle diese Punkte *A*, *L*, *D*, *M*, *N* oder doch durch die meisten derselben, wird bis an die *HB*, welche der *AB* durch den neunzigsten Grad perpendicular ist, die krumme Linie *AH* gezeichnet, und nach der größten Wahrscheinlichkeit immer mehr ausgearbeitet, welche die Grösse des Grades für jedes Punct der Breite, und zugleich die Verhältniß des in dieser Breite zu gebrauchenden Halbmessers zu einem jeden andern, mit einer Richtigkeit angeben wird, die uns in Ermangelung einer grössern befriedigen muß.

§. 262. Wenn nehmlich, zum Beyspiel, durch den vierzigsten der auf *AB* vorgestellten Grade eine Linie der *AB* perpendicular gezogen, und der Theil derselben zwischen *AB* und *AH* gemessen wird: so wird die Zahl der Theile des gebrauch-

T.III.F.44. gebrauchten Maaßstabs 205 anzeigen, daß in der Breite 40° die Länge des Grades über $a = 56750$ noch 205, und also in allen 56955 Toisen betrage, und daß daselbst die Länge des Halbmessers zu dem bey dem Gleicher, sich wie $a + 205$ zu a verhalte. Die übrigen dergestalt gezogenen Linien, geben, wenn sie sämtlich nach dem angenommenen Maaßstabe ST gemessen werden, die Verhältnisse der Halbmesser und Größen der Grade, welche hier, neben jedem zehnten Grade der Breite, angezeigt stehen; und es ist am Ende der Ueberschuss jeder dieser Zahlen über die zunächst vorhergehende angefüget worden, dessen wir uns sogleich werden bedienen müssen. Viel genauer aber werden diese Zahlen herausgebracht, wenn man sich eines größern Maaßstabs bedienet, und überhaupt die Zeichnung so groß machet, als es das Papier leiden will.

0°	$a + 0 = 56750$	0
10°	$a + 10 = 56760$	10
20°	$a + 45 = 56795$	35
30°	$a + 112 = 56862$	67
40°	$a + 205 = 56955$	93
50°	$a + 348 = 57098$	143
60°	$a + 530 = 57280$	182
70°	$a + 780 = 57530$	250
80°	$a + 1070 = 57820$	290
90°	$a + 1470 = 58220$	400.

Verhältniß des Durchmessers des Gleichers zu der Erdober.

§. 263. Nach diesen Maaßen, und insbesondere nach den zuletzt gesetzten Differenzen, ist die gebrochene Linie $CEGKR$ beschrieben worden. Jeder der Winkel QCb , bEd , dGf , fKb , u. s. w. hält zehn Grade: die Seite CE aber ist gleich 10 Theilen des gebrauchten Maaßstabs ST , die folgende EG hält deren 35, die daran stehende GK hält 67, und so bis an R , von welchem Puncte RQ auf die AQ perpendicular fällt. Und nun haben wir alles, so zur Beschreibung

schreibung einer aus Eirkelbogen zusammengesetzten Linie erfordert wird, welche dem von der Mittellinie der Erde bis an den Nordpol derselben reichenden Theil eines Mittagskreises ohne sonderliche Abweichung ähnlich ist, und also diesen Theil genau genug vorstellet; und es könnte diese Linie wirklich zu der Zeichnung *CQR* beschrieben werden, wenn nicht die *A* alzugroß wäre, indem sie 56750 Theile des Maaßstabes *ST* enthalten müste. In der That wird die gebrochene Linie *CEGKR* genauer, wenn man dem ersten Winkel *QCb* nicht zehn, sondern nur fünf Grade giebt, jedem der folgenden aber, wie vorher, die Grösse von zehn Graden läßt, bis zu dem letzten, für welchen ebenfalls nur 5 Grade übrig bleiben, mit welchen die gebrochene Linie an die *QR* anläuft. Die zu der also gefertigten *CEGKR* beschriebene ungerade Linie, in welcher der erste Bogen nur fünf Grade, jeder der folgenden 10, und der letzte wieder nur 5 Grade halten würde, und bey welcher auch die letzte Differenz 400 gebraucht werden müste, würde in der That richtiger seyn. Es bestehet aber diese grössere Richtigkeit blos in der Vorstellung, und würde, wenn die Länge der *A* eine wirkliche Ausführung zuließe, in dieselbe keinen merklichen Einfluß haben. Und warum solten wir es hier so gar genau nehmen, da die übrigen Gründe unserer Arbeit ohnfehlbar einer starken Verbesserung bedürfen? Wir können uns ohne Bedenken an die Zeichnung *CQR* halten, und uns den angezeigten Theil des Mittagskreises, nach Maaßgebung derselben, durchgängig aus Bogen von zehn Graden zusammen gesetzt vorstellen: da denn *Q* den Mittelpunct der Erde, und die von diesem Puncte bis an den Mittagskreis verlängerte *QC*, den halben Durchmesser des Gleichers derselben vorstellen, die nach der Seite *Q*, ebenfalls bis an den Mittagskreis verlängerte *RQ* aber diesen Kreis in dem mitternächtigen Pole der Erde erreichen wird.

§. 264. Nun giebt die Messung $CQ = 487$ und $QR = 895$, die Entfernung des mitternächtigen Poles von dem Puncte *R* aber, ist $= a + CEGKR = a + 1070$. Also ist der halbe Durchmesser des Gleichers $a + CQ = 56750 + 487 = 57237$; der Theil der Arc zwischen dem Pole und *Q* aber wird $a + 1070 - QR = a + 175 = 56925$. Es verhält sich also der halbe Durchmesser des Gleichers zu dem angezeigten Theile der Arc, wie 57237 zu 56925; und wenn angenommen wird, daß der andere Theil derselben diesem gleich sey, so hat auch der ganze Durchmesser des Gleichers zu der Arc

T.III.F.44. der Erde eben die Verhältniß. Die kleinere dieser Zahlen von der grössern abgezogen lästet 312, welche in 57237 etwas über 183mal enthalten ist: woraus folget, daß der Ueberschuß des halben Durchmessers des Gleichers der Erde über die Hälfte ihrer Are etwas weniger als den 183sten Theil jenes Halbmessers betrage. Verschiedene einsichtsvolle Männer erhöhen diesen Unterschied bis auf den 178sten Theil, da ihn im Gegentheil andere fast doppelt so klein machen, indem sie ihn bis zu den 335sten, oder etwas dergleichen, vermindern: und es kan wol seyn, daß die letztern mehr Recht haben, als die erstern, welche bey ihren Schlüssen der neusten in Ungarn, Oesterreich und Italien angestellten Messungen entbehren musten. Indessen sind auf den 178sten Theil, um welchen der Halbmesser des Gleichers die halbe Are der Erde übertreffen sol, die meisten Rechnungen gegründet; welches uns einigermassen nöthiget, denselben hier beizubehalten, und also die halbe Are der Erde, oder die Entfernung des Nordpols von ihrem Mittelpuncte, auf 56917 solcher Theile zu setzen, deren in dem Halbmesser des Gleichers 57237 enthalten sind.

Größe der Erde.

§. 265. Die dergestalt gefundenen Zahlen drücken den Durchmesser des Gleichers, die Are der Erde, und andere solche Linien aus einer Einheit aus, um deren Größe wir uns nicht zu bekümmern hatten, so lang wir blos auf die Verhältnisse einiger dieser Linien gegen andere sahen. Wird diese Einheit, die wir größerer Deutlichkeit wegen μ nennen wollen, durch ein bekanntes Maß angegeben, so können alsdenn alle diese Linien durch eben das Maß ausgedrückt werden. Nun ist aber (260) die Größe der Einheit μ durch nichts anders bestimmt worden, als daß sie in dem Radius eines Circels so oft enthalten seyn solle, als oft eine Toise in einem Grade des Umkreises desselben enthalten ist. Es verhält sich also diese Einheit μ zu der Toise, wie der Radius eines Circels zu einem Grade desselben. Diese Verhältniß ist wie 206264,8 zu 3600 (80). Denn die letztere dieser Zahlen zeigt die Menge der in einem Grade enthaltenen Secunden an, und die erstere ist die Zahl der Theile von eben der Größe in dem Radius. Es kan also die Größe der μ gefunden werden, wenn gemacht wird $3600 : 206264,8 = 1 : \mu$. Diese Rechnung giebt $\mu = 57,29578$, und dieses ist die Zahl der in der Einheit μ enthaltenen Toisen.

Von der Gestalt und Grösse der Erde, der Refraction &c. 139

§. 266. Wird nun die gefundene Zahl 57237, welche den halben *T.III.F.44.* Durchmesser des Gleichers der Erde vermittelst der Einheit π ausdrückt, durch die eben herausgebrachte Zahl 57,29578 vervielfältiget, so komt 3279438, welche Zahl die Grösse dieses halben Durchmessers in Toisen aniebt. Auf eben die Art wird durch die Vervielfältigung der Zahl 56917, welche die halbe Ape durch π ausdrückt, die Zahl der in derselben enthaltenen Toisen 3261104 gefunden. Die Summe dieser zwo Zahlen ist 6540542, deren Hälfte 3270271 für den mittlern Halbmesser der Erde angenommen werden kan. Eben die Grösse wird auch dem halben Durchmesser der Erde zugeschrieben, wenn diese als eine völlig runde Kugel betrachtet wird.

§. 267. Ein Grad des mit diesem mittlern Halbmesser beschriebenen Eirkreises beträgt 57077 Toisen, wie aus der oben gebrauchten Verhältniß des Grades zu seinem Radius, oder auch aus dieser $0,0174533 : 1$ (78) berechnet werden kan. Und so groß ist auch ein Grad des Mittagkreises in der Breite von ohngefähr $49\frac{1}{4}$ Graden. Wenigstens folgt dieses aus der zur Bestimmung dieser Grade gebrauchten krummen Linie. Wird nun dieser mittlere Grad in funfzehn gleiche Theile getheilt, so kömt die Länge einer teutschen Meile, deren funfzehn auf einen solchen Grad gerechnet werden. Es ist also diese Länge sehr genau von 3805 Toisen; und solcher Meilen sind in dem mittlern Halbmesser der Erde 859,47 enthalten, wofür ohne Bedenken 860 gesetzt werden können, und also für den ganzen mittlern Durchmesser 1720. Der Ueberschuß des halben Durchmessers des Gleichers über die Hälfte des mittlern Durchmessers der Erde, welcher 9167 Toisen beträgt, wird alsdenn etwas weniger als 2,5 Meilen geben, und um eben so viel wird dieser halbe Durchmesser die Hälfte der Ape übertreffen. Nach dem rheinländischen Maasse hält eine teutsche Meile von der berechneten Länge, 23630 Schuhe.

Maasse einiger andern Linien und Winkel.

§. 268. Dieses sind die Maasse, auf welche die Berichtigung der eigentlichen Gestalt der Erde fürnehmlich zu gründen ist. Sie sind nicht völlig richtig, und können also die gesuchte Gestalt nicht so genau geben, daß wir bey der Berechnung der übrigen Grössen, welche bey der Erde in Betrachtung kommen, mit völliger Zuversicht darauf bauen könten. Bey so gestalten Sachen kan

T.III.F.44. kan gar wol angenommen werden, daß jeder Mittagskreis der Erde eine genaue Ellipse sey. Denn da diese Kreise so wenig von Cirkeln abweichen, daß bey Zeichnungen von gewöhnlicher Grösse kaum einiger Unterschied zu merken ist: so können dieselben sich von einer Ellipse, deren grössere Ase dem Durchmesser des Aequators, die kleinere aber der Ase der Erde gleich ist, noch viel weniger entfernen: und wir können die Maasse der Linien und Winkel, deren Känntniß in der Astronomie von Nutzen ist, aus dieser angenommenen elliptischen Gestalt ohne Furcht eines sonderlichen Irrthums herleiten.

T.III.F.45. §. 269. Es sey (*T. III. Fig. 45.*) *PAQ* die Hälfte einer solchen Ellipse, und in derselben *PQ* die Ase der Erde, welche durch den Mittelpunct derselben *C* gehet, und *AC* der halbe Durchmesser des Gleichers. Diese *AC*, welche die Hälfte der längern Ase der Ellipse ist, wollen wir, wie bisher *a*, und *PC*, die Hälfte der kürzern Ase derselben, *c* nennen: anstatt des Bruchs $\frac{cc}{aa}$ aber, dessen Grösse durch die Verhältniß der halben Ase der Erde *c* zu dem Halbmesser ihres Gleichers *a* bestimmt wird, der Kürze wegen *m* setzen. Wird nun von dem in dem Umkreise der Ellipse nach Belieben angenommenen Puncte *D* die *DK* der *CA* perpendicular gezogen, und *y* genennet, indem auch nunmehr die durch dieselbe von der *CA* abgeschnittene *CK* durch *x* angedeutet wird; so wird die Gleichung (38.), welche wir für die Ellipse immer hatten, $aa yy = cc(aa - xx)$, oder $yy = \frac{cc}{aa} (aa - xx)$, in diese etwas kürzere, $yy = m(aa - xx)$

verwandelt. Man ziehe die *DE*, welche die Ellipse bey dem angenommenen Puncte *D* berühre, so einen gewissen in dem Mittagskreise *PAQ* angenommenen Ort der Erde vorstellt, und verlängere den halben Durchmesser des Gleichers *CA*, bis er diese *DE* in *E* erreicht. Man mache auch *DM* der *DE* perpendicular, und verlängere sie, an der einen Seite bis an *AC*, an der andern aber nach Belieben bis in *N*. So fällt *DE* in die Horizontfläche des angenommenen Orts *D*, und *NM* wird die Scheitellinie desselben. Ja, da *DE* zugleich in die durch die Fläche der Zeichnung vorgestellte Mittagsfläche des Orts *D* fällt, so ist diese *DE* eigentlich die Mittagslinie desselben Orts *D*, welche den verlängerten Halbmesser des Gleichers in *E* schneidet. Demnach ist der Winkel *E* die Neigung des Gleichers gegen den Horizont dieses Orts, oder kurz, die Höhe

Von der Gestalt und Grösse der Erde, der Refraction ic. 141

Höhe des Gleichers für D , und das Complement des Winkels E , das ist, *T.III.F.45.* der Winkel DMA , ist die Breite des Orts D , oder die in demselben erscheinende Polhöhe. Wir können, weil hier keine andere Tangente vorkommen wird, die zu dem Winkel E gehörige durch den einzelnen Buchstaben t andeuten: aus welchem t and $\sin E$ oder $\cos E$ demnach die hier verlangten Grössen zu bestimmen seyn werden.

§. 270. Die erste dieser Grössen ist die Linie KC , oder die derselben bis an PQ parallel gezogene DF , welche den Radius des durch D in der Oberfläche der Erde zu beschreibenden Cirkelkreises angiebt, auf dessen Fläche die Axe PQ senkrecht steht. Diese Linie ist jede x der Gleichung $yy = m(aa - xx)$.

Wir haben aber auch gleich Anfangs (61) gehabt $KE = \frac{aay}{ccx}$, und können also vermittelst der gegenwärtigen Verkürzung schreiben, $KE = \frac{yy}{mx}$. Nun

aber ist in dem rechtwinklichten Dreiecke $EK : KD = 1 : t$, und also $\frac{yy}{mx}$:

$y = 1 : t$, folgend $t = \frac{mx}{y}$, und $y = \frac{mx}{t}$. Wird nun dieser Ausdruck

der y in der Gleichung $yy = m(aa - xx)$ an die gehörige Stelle gesetzt, so komt $\frac{m^2xx}{tt} = m(aa - xx)$, woraus sogleich folgt, $mxx = ttaa -$

$ttxx$, oder $mxx + ttxx = ttaa$. Dieses aber giebt $xx = \frac{ttaa}{m+tt}$, und

$x = \frac{ta}{\sqrt{m+tt}}$, für den gesuchten Halbmesser.

§. 271. Will man die Linie $DK = y$ eben so bestimmen, so darf man nur aus $y = \frac{mx}{t}$ machen $\frac{ty}{m} = x$, und diesen Werth des Buchstaben x in

eben der Gleichung an die gehörige Stelle setzen. Dadurch entstehet $yy = m(aa - \frac{tty}{mm})$, oder, wenn durchaus mit mm multipliciret wird, $myy =$

$mmaa - ttyy$, woraus folget $myy + ttyy = mmaa$, oder $yy = \frac{mmaa}{m+tt}$, und

T.III.E.45. $y = \frac{ma}{\sqrt{(m+tt)}}$ Beide Werthe zusammen geben DC , die Entfernung des Orts D von dem Mittelpuncte der Erde. Denn es ist $DC^2 = x^2 + y^2$, und also dieses Quadrat der $DC = \frac{ttaa + mmaa}{m + tt} = \frac{aa(mm + tt)}{m + tt}$, folgendes die Entfernung DC selbst $= \frac{a\sqrt{(mm + tt)}}{\sqrt{(m + tt)}}$.

§. 272. Nun ist noch der Winkel CDM zu suchen übrig, welchen MN , die Scheitellinie des Orts D , mit der nach demselben aus dem Mittelpuncte der Erde gezogenen CD einschliesset. Es kan aber dieser Winkel aus dem bekanten DME alsbald gefunden werden, wenn nur in dem Dreiecke DMC , dessen Seite DC als bekant angesehen werden muß, nach dem wir gesehen haben, wie sie zu finden sey, noch eine Seite gegeben wird. Nun hatten wir unter den ersten geometrischen Sätzen (62) auch diesen $CM = \frac{aa - cc}{aa} x$, welcher durch m auch also ausgedrückt wird: $CM = (1 - m) x$. Wird nun auch hier für x der gefundene Werth desselben, $\frac{ta}{\sqrt{(m + tt)}}$ gesetzt, so komt $CM = \frac{(1 - m) ta}{\sqrt{(m + tt)}}$. Es ist aber auch, weil der spitzige Winkel bey M mit dem E einen rechten Winkel ausmachet, $\sin DMC = \sin DME = \cos E$, und wenn der gesuchte Winkel CDM durch Q bedeutet wird, $DC : CM = \sin DMC : \sin Q$; demnach aus dem erwiesenen $\frac{a\sqrt{(mm + tt)}}{\sqrt{(m + tt)}} : \frac{(1 - m) ta}{\sqrt{(m + tt)}} = \cos E : \sin Q$, oder wenn das Ueberflüssige weggelassen wird, $\sqrt{(mm + tt)} : (1 - m) t = \cos E : \sin Q$. Es ist also $\sin Q = \frac{(1 - m) t \cdot \cos E}{\sqrt{(mm + tt)}}$, und weil, wie immer, $\tan E \cdot \cos E = \sin E$, so kan auch gesetzt werden $\sin Q = \frac{(1 - m) \sin E}{\sqrt{(mm + tt)}}$.

§. 273. In allen diesen Vorschriften hat m ihre beständige Grösse, welche durch die Verhältniß $c : a$ gegeben wird; und wenn wir noch immer an-

nehm:

Von der Gestalt und Grösse der Erde, der Refraction ic. 143

nehmen $c = 56917$ und $a = 57237$, (264) und dadurch heraus: *T.III.F.45.*
 bringen $\frac{c}{a} = 0,994409$, so wird $m = \frac{cc}{aa} = 0,988849$ und $mm =$
 $0,977822$, demnach $1 - m = 0,011150$. Die übrige Rechnung kan so
 schwer nicht seyn, wenn man sich dabey der Logarithmen bedienet. Es wird aber
 der Winkel Q immer kleiner gefunden, als 20 Minuten: und daß DC von dem
 mittlern Radius der Erde (266) nie sehr abweichen könne, ist vor sich klar.

Wirkung der Luft auf die Lichtstrahlen.

§. 274. Die mit einer so geringen Abweichung kugelförmige Erde nun
 st ringsherum mit Luft bedeckt, welche die Lichtstrahlen, vermittelst welcher wir die
 himmlischen Körper sehen, dergestalt bricht, wie gleich anfangs (126) angezeigt werden
 mußte. Nunmehr aber sind wir im Staande diese Strahlenbrechung umständ-
 licher zu betrachten. Es wird in der Naturlehre (*) gezeigt, daß die Höhe der Luft
 über der Erde zwischen zehn und zwanzig Meilen zu 20000 rheinl. Schuhen betrage.
 Wird also diese Höhe nach den größern Meilen von 23630 Schuhen geschätzt,
 so kan dieselbe auf die runde Zahl von 10 Meilen gesetzt werden, welche fast
 zwölfte der vorigen ausmachen. Wenigstens kan die Luft über dieser Höhe die
 Lichtstrahlen nicht merklich brechen, und darum ist es uns hier eigentlich zu thun.
 Die Luft, welche die Erde in dieser Höhe ringsherum umgiebet, bildet mit der-
 selben einen Körper, der mit eben dem Rechte für eine Kugel gehalten werden kan,
 als die Erde selbst. Da also der halbe Durchmesser der Erde allein 860 Meilen
 hält (267) so wird der halbe Durchmesser derselben bis an die Gränze des Luft-
 kreises gerechnet, deren 870 ausmachen.

§. 275. Hieraus kan die Länge des Weges berechnet werden, den ein
 Lichtstrahl, vermittelst welches wir einen himmlischen Körper selbst in dem Horizonte
 sehen, in der Luft nehmen muß. Wenn AC (*T. III. F. 46.*) den halben *T.III.F.46.*
 Durchmesser der Erde, und BC den halben Durchmesser des Luftkreises vorstellet,
 A aber ist der Ort der Beobachtung, bey welchem DA die Erde berührt: so ist
 diese DA die Richtung, nach welcher der angenommene Strahl bey A in das
 Auge fällt. Nun wird gesetzt, daß sich CB oder CD zu CA wie 87 zu 86 ver-
 halte, und diese ist die Verhältniß des Radius zu dem Cosinus des Bogens BD .
 Es wird also dieser Bogen BD beynähe $8\frac{1}{2}$ Grade halten. Ist nun EF der ein-
 fallende

(*) In meiner Einleitung in dieselbe vom Jahr 1770 im 259. §.

T.III.F.46. fallende Strahl, welcher in der Luft dergestalt gebrochen wird, daß er bey *A* die Richtung *DA* bekommt, und man verlängert diesen Strahl, bis er die *DA* in *G* antrifft: so ist *DGF* der Winkel, um welchen dieser Strahl in der Luft gebrochen wird, und beträgt also beynähe 33 Minuten (130). Wird aber *DA* in *H* verlängert, und *FH* gezogen: so siehet man leicht, daß der Winkel *DHF* kleiner ausfallen müsse, als die Hälfte des Winkels *DGF*, und daß also $2DHF$ kleiner seyn werde, als *DGF*. Nun ist $2DHF = DCF$, weil diese Winkel beide auf dem Bogen *FD* stehen, indem die Spitze des einen *H* in den Umkreis, die Spitze des andern *C* aber in den Mittelpunct des Circels fällt. Es wird also auch *DCF* kleiner seyn als *DGF*, und also der Bogen *FB* noch nicht volle 9 Grade betragen. Unter diesen Bogen muß der Strahl in der Luft hinstreichen, welcher dem Auge bey *A* einen himmlischen Körper in dem Horizonte sichtbar macht, und dieser Weg ist der längste unter allen, welchen ein Strahl in der Luft bis an die Oberfläche der Erde zu machen hat.

§. 276. Es ist also die Oberfläche, bey welcher nach unserer Vorstellung die Luft aufhöret, in der die von den himmlischen Körpern nach *A* gehenden Lichtstrahlen gebrochen werden, gar nicht sehr gekrümmet, und desto geringer ist die Verschiedenheit, welche in dieser Krümmung davon herrühret, daß weder die Erde, noch die dieselbe umgebende Luft, die Gestalt einer genauen Kugel hat. Man kan dem ohngeachtet einen jeden Theil der Luft, in welchem alle Strahlen so gebrochen werden, daß sie sämtlich nach eben dem Puncte der Oberfläche der Erde lauffen, als den Abschnitt einer Kugel ansehen, und annehmen, daß alle diese Abschnitte einander gleich und ähnlich sind. Hieraus aber folgt, daß, so lang die innere Beschaffenheit der Luft überall einerley bleibt, auch alle Strahlen, welche nach irgend einem Puncte der Oberfläche der Erde dergestalt zu laufen, daß sie mit der Verticallinie desselben gleiche Winkel einschließen, auch gleich stark gebrochen werden: und daß die Verschiedenheit, die sich hiebey ereignet, fast gänzlich davon herrühre, daß die Luft bald dichter, bald dünner; bald wärmer oder kälter, und mehr oder weniger mit Dünsten beschweret ist.

Die Größe der Refraction zu finden.

§. 277. Nun kan an einem Beobachtungsorte, von welchem die Himmelskugel geradestehend erscheint: die Größe der Refraction bey einer jeden Höhe eines Sterns leicht genug gefunden werden, Denn da bey diesem Stande der
Sphäre

Sphäre die Fläche des Gleichers zugleich eine Verticalfläche ist (208): und *T. III. F. 46.* also ein jeder Fixstern, der sich in dieser Fläche befindet, in einer Sternstunde seine Höhe um 15 Grade verändern muß: so darf nur der Augenblick der Zeit angemerkt werden, in welchem ein solcher Stern diese oder jene Höhe gehabt hat. Denn wenn dieser mit dem Zeitpuncte verglichen wird, in welcher eben der Stern, bey eben dem Umlaufe durch die Mittagsfläche gegangen ist: so kan aus der zwischen diesen zween Puncten verfloffenen Zeit, die wahre Höhe des Sterns, welche er in dem Zeitpuncte der Beobachtung hatte, gar leicht berechnet werden. Diese wahre Höhe wird kleiner seyn als die beobachtete, weil der Stern durch die Refraction gehoben wird, und der Unterschied der beyden Höhen wird die Grösse derselben richtig angeben.

§. 278. Die genau beobachtete Amplitudo ortiva oder occidua eines Sterns kan zu eben den Zweck führen. Denn da dieselbe bey dem geraden Stande der Himmelskugel der Strahlenbrechung nicht unterworfen, und der Abweichung eines jeden Sterns gleich ist: so kan durch diese Amplitudo die wahre Mittagshöhe desselben immer gefunden werden. Wird nun auch die scheinbare Mittagshöhe eben dieses nach Belieben gewählten Sterns vermittelst eines Winkelmessers genommen, so giebt der Uberschuß dieser Höhe über die wahre, den Winkel, um welchen der Stern durch die Strahlenbrechung gehoben worden ist.

§. 279. Bey einem schiefen Stande der Himmelskugel aber ist es nicht so leicht, die Grösse der Refraction für eine jede Höhe auszumachen. Zwar ist (197) gewiesen worden, wie aus der Polhöhe eines Orts, und der Entfernung eines Sterns von dem Pole, seine wahre Höhe für jeden Zeitpunct gefunden werden könne, wenn man auch den Zeitpunct hat, in welchem er das nächstemal durch die Mittagsfläche gegangen ist: und die dergestalt berechnete wahre Höhe, von der durch die Beobachtung gefundenen scheinbaren abgezogen, muß hier die Grösse der Refraction ebenfals geben. Es kan aber die Polhöhe eines Orts nicht für richtig angenommen werden, bevor sie von den Fehlern befreuet wird, welche die Strahlenbrechung nothwendig darein bringen muß: obwol, wenn diese Höhe mit einer vollkommenen Richtigkeit bestimmet ist, ein neuer Fehler bey der Abweichung eines Sterns, und der daraus berechneten Entfernung desselben von dem Pole, gar wol vermieden werden kan. Denn man darf nur einen von denje-

T. III. F. 46. nigen Sternen annehmen, welche in gar keiner, oder in einer sehr geringen Entfernung von dem Zenit, durch die Mittagsfläche gehen; weil die Mittagshöhe eines solchen Sterns von der Strahlenbrechung frey ist, und also bey völlig berichtigter Polhöhe, auch die Abweichung desselben richtig angegeben wird (127). Da also endlich alles auf die Richtigkeit der Polhöhe ankömmt: so ist kein Mittel übrig, als daß man die aus den Beobachtungen geschlossene, und nach aller Wahrscheinlichkeit von den Fehlern der Strahlenbrechung befreite Polhöhe, als völlig richtig annehme, und nachdem man einen Stern gewählt, dessen Stand die eben angezeigten Vortheile hat, die Höhe desselben für den Augenblick der Zeit, in welchem dieselbe mittelst eines guten Winkelmessers genommen worden ist, aus den angezeigten Bogen und Winkeln berechne: alsdenn aber mit der dergestalt gefundenen Höhe, als ob sie völlig richtig wäre, verfare. Die dadurch herausgebrachte Grösse der Refraction kan zwar nicht für völlig genau gehalten werden; sie ist aber gar wohl zu einer weitern Verbesserung dieser Höhe zu gebrauchen, und es kan überhaupt, durch eine wiederholte Arbeit, alles der Wahrheit immer näher gebracht werden, bis endlich eine hinlängliche Uebereinstimmung der Schlüsse zeigt, daß man Ursache habe zufrieden zu seyn.

§. 280. Ist einmal die Polhöhe zuverlässig ausgemacht, so wird zwar die Arbeit viel leichter: sie bleibt aber dem ohngeachtet weitläufig genug, weil fast für jeden Grad der Höhe die Refraction besonders gefunden werden muß, wenn etwas vollständiges herauskommen soll. Viel geschwinder kan eine auf die Gesetze der Strahlenbrechung gegründete Regel, welche aus einer einzigen oder etlichen wenigen Refractionen die übrigen zu finden lehret, zu den Zweck führen, und dergleichen Regeln sind von verschiedenen gegeben worden. Wir wollen uns an diejenige halten, die unter allen am meisten geschätzt wird, und dieselbe, so weit es sich hier thun läßt, aus völlig ausgemachten Grundsätzen herleiten.

Allgemeines Gesetz der Strahlenbrechung.

T. III. F. 47. §. 281. Es sey A (*T. III. F. 47.*) ein Punct in der Oberfläche der Erde, B ein anderes in der äußersten Gränze der Luft, C aber der Mittelpunct der Erde, nach welchem durch A und B gerade Linien laufen, die ganz in die durch A, C, B gelegte Fläche fallen werden. Komt nun in eben dieser Fläche ein Strahl nach der geraden Linie SB an B , welcher erstlich bey B , und sodann in seinem ganzen übrigen Wege durch die Luft dergestalt gebrochen wird, daß er endlich

endlich bey *A* anlanget, und daselbst in ein Auge würlet: so liegt der ganze Weg *T.III.F.47.*
dieses Strahls von *B* bis in *A*, seiner übrigen Krümmung ohngeachtet, ganz in
eben der Fläche *ACB*, es kann in dieser Fläche eine gerade Linie *BE* gezo-
gen werden, welche denselben bey *B* berührt, und diese *BE* ist nichts anders, als die
verlängerte Richtung des Strahls *SB*. In eben der Fläche kan auch durch *A*
eine gerade Linie gezogen werden, welche den gekrümmten Strahl bey diesem Punkte
berührt, und die Richtung angiebt, nach welcher er daselbst in das Auge fällt.
Diese *AE* wird die vorige *SE* bey irgend einem Punkte *E* antreffen, und mit der-
selben einen Winkel *BEA* einschließen, dessen Oeffnung gegen die Erde gekehret
ist. Wird aber die gerade Linie *SBE* in *H* verlängert, so stellt *HEA* den
Winkel vor, um welchen der Strahl in der Luft von seinem Wege abgebracht
worden ist: und *EAL* ist der Winkel, welchen der nach *EA* in das Auge bey
A einfallende Strahl mit der Verticallinie *LA* einschliesset, und also die scheinbare
Entfernung des vermittelst dieses Strahls gesehenen Sterns von dem Zenit.
Wird nun auch durch *A* die *AD* der *HS* parallel gezogen, so ist *DA* der Strahl,
in dessen Richtung das Auge *A* eben den Stern sehen würde, wenn weder die
Luft noch sonst etwas da wäre, so die Strahlen brechen könnte, und also *DAZ*
die Ergänzung der wahren Höhe dieses Sterns, und sein wahrer Abstand von
dem Zenit. Demnach ist *EAD* der Unterschied beider Höhen, der wahren und
der scheinbaren, oder der Ueberschuss der wahren Abweichung des Sterns vom
Zenit über die scheinbare: und dieser Winkel *EAD*, oder der ihm gleiche *HEA*
ist zu dem Winkel *EAL* zu bestimmen.

§. 282. Zu dem Ende wird *EC* gezogen, und in derselben das Punct
D bemerkt, in welchem sie von der *AD* geschnitten wird; der Winkel *ACX* aber
dem Winkel *AEH* gleich gemacht, und *XA* verbunden. Weil nun auch der
Winkel *EHC* den beiden Dreyecken *EAH*, *CXH* gemeinschaftlich ist, so werden
diese Dreyecke einander ähnlich, und $AE : HE = XC : HC$. Demnach
sind die vier nachstehenden Proportionen richtig:

$$\sin EBC : \sin EHC = HC : BC$$

$$\sin EHC : \sin EAC = XC : HC = (AE : HE)$$

$$\sin EAC : \sin AEC = EC : AC$$

$$\sin BEC : \sin EBC = BC : EC, \text{ woraus durch die Zusam-}$$

mensetzung der gleichen Verhältnisse geschlossen wird,

$$\sin BEC : \sin AEC = XC : AC.$$

T.III.F.47. Nun ist aber auch $ADE = DEB$, und also in dem Dreiecke AED , *sin* BEC : *sin* $AEC = AE : AD$, demnach $AE : AD = XC : AC$. Dadurch werden die Dreiecke AED , CXA , in welchen die gleichen Winkel bey C und A von diesen Seiten eingeschlossen werden, ebenfals ähnlich, und die Seiten derselben AE , CX werden von den Linien DF , AV , welche aus den Spitzen der gleichen Winkel D und A senkrecht darauf fallen, in einerley Verhältniß getheilet; so nemlich, daß wird $CV : VX = AF : FE$. Wird nun aber AG der EC parallel gemacht, und DF , welche mit der AE einen rechten Winkelschliesset, bis an dieselbe fortgezogen, so wird auch $AF : FE = FG : ED$, und demnach $CV : VX = FG : FD$. Nun verhält sich $FG : FD$ wie *tan* GAE zur *tan* EAD . Es ist demnach $CV : VX = \tan GAE : \tan EAD$, welche Proportion zu erweisen war, und nun etwas umständlicher zu betrachten ist.

§. 283. Da der Winkel ACX dem EAD gleich gemacht werden muß, so kan er die größte Refraction, welche auf 33 Minuten gesetzt wird, nie über treffen, und ist, wenn LAE sehr spizig ist, viel kleiner (130). Es ist also auch XV immer dem Puncte A sehr nahe, und VC kaum kleiner als AC , obwol, bey jedem Wachstume des Winkels ACV , diese VC abnimt. Wird nun der Winkel LAE vergrößert, zum Beispiel, um einen Grad, indem vors erste HEA seine Größe behält, und XC in ihrer Lage bleibt; so wird XV nothwendig kleiner, aber, wegen ihrer geringen Entfernung von A , nur um etwas geringes. Nun wird aber, indem LAE vergrößert wird, auch der dazu gehörige Refraktionswinkel HEA vergrößert; und obwol bey der angenommenen Vergrößerung des Winkels LAE , der Zuwachs des Winkels HEA gar gering ist: so hat derselbe doch auf die Vergrößerung der XV einen desto größern Einfluß, je weiter E von X entfernt ist. Außer dem aber wird eben dadurch, daß HEA zunimt, auch der Winkel ACX vergrößert, wodurch CX noch größer, und CV kleiner wird. Der Schluß aus diesen allen ist, daß bey dieser, und so bey jeder andern Veränderung des Winkels LAE , doch die Verhältniß $CV : VX$ ohngefehr die vorige bleiben werde, und daß man, ohne alzuweit von der strengen Wahrheit abzuweichen, diese $CV : VX$ einer gewissen beständigen Verhältniß $n : r$ werde gleich setzen können: woraus folget, daß auch die Verhältniß der Tangente eines jeden Winkels GAE , zu der Tangente des dazu gehörigen Refraktionswinkels EAD ,

EAD, immer dieselbe bleiben, und der Verhältniß $n : r$ gleich seyn werde; so T.III.F.47. daß, wenn diese Verhältniß durch genaue Beobachtungen für eine einzige Höhe ausgemacht wird, sie auch für eine jede andere gelten kan.

§. 284. Es kan aber die Verhältniß $n : r$ aus keiner Beobachtung geschlossen werden, bevor der Winkel *GAE*, dessen Tangente das dritte Glied der Proportion $n : r = \tan GAE : \tan EAD$ ausmacht, zu dem Winkel *LAE* richtig bestimmt ist. Es ist aber dieser Winkel *GAE* der Unterschied der beiden *LAE* und *LAG*, und da *LAG = ACE*, so ist auch *GAE = LAE - ACE*, und es wird *GAE* zu einem jeden *LAG* gegeben, sobald *ACE* gegeben wird. Nun ist dieser *ACE* in dem Falle, wenn *LAE* klein genug ist, so klein, daß er ohne Bedenken weggelassen, und gesetzt werden kan *GAE = LAE*. Wird also diese kleine scheinbare Entfernung des Sterns vom Zenit *d* genant, indem *D* eine jede andere dergleichen Entfernung bedeutet, und *e* den zu der kleinen *d* gehörigen Refractionswinkel, *E* aber den zu der größern *D* gehörigen *EAD*, und *P* den *ACE*, indem der zur kleinern *d* gehörige Winkel dieser Art als Nichts betrachtet wird: so wird $n : r = \tan d : \tan e$, und $n : r = \tan (D - P) : \tan E$, also $\tan d : \tan e = \tan (D - P) : \tan E$, oder $\tan e : \tan E = \tan d : \tan (D - P)$. Sind nun zu zwo verschiedenen Höhen, derer erstere groß, und die zweite klein genug ist, die Winkel *D*, *E*, *d*, *e* gefunden worden, so sind die drey erstern Glieder dieser Proportion bekant, und man kan das vierte finden, wodurch der Winkel *D - P* gegeben wird, welcher von *D* abgezogen, den gesuchten *P* übrig läßt.

§. 285. Die sorgfältigsten der heutigen Sternforscher setzen $P = 3E$, und machen also: $n : r = \tan (D - 3E) : \tan E$, und folgendes auch $n : r = \tan (d - 3e) : \tan e$; woraus fließet: $\tan (D - 3E) : \tan E = \tan (d - 3e) : \tan e$, oder $\tan (D - 3E) : \tan (d - 3e) = E : e$. Denn weil diese Winkel immer sehr klein sind, so kan anstatt der Verhältniß $\tan E : \tan e$ die Verhältniß der Winkel selbst gebraucht werden. Hiedurch wird es gar leicht die Verhältniß $n : r$ zu finden, welche immer eben dieselbe bleibt. Wenn ein Stern im Horizonte erscheint, so ist $D = 90^\circ$, und $E = 33'$, also $3E = 1^\circ, 39'$, und $D - 3E = 88^\circ, 21'$. Die Tangente zu $88^\circ, 21'$ ist 347151,15, und die zu 33 Minuten 95,996, also die Verhältniß $n : r = 347151,15 : 95,996 = 3616,3 : 1$.

T.III.F.47. §. 286. Soll also zu einer scheinbaren Entfernung vom Zenit, als 50° , der Fehler der Refraction gefunden werden, so ist nur zu machen, $3616,3 : r = \tan(50^\circ - 3E) : \tan E$. Es ist andern, daß das dritte Glied dieser Proportion dem gesuchten Winkel E bereits in sich fasset, welcher dadurch als bekannt vorausgesetzt wird. Es ist aber auch dieser Winkel E aus den ältern Tafeln immer ohngefähr bekannt, und ein kleiner bey demselben begangener Fehler hat in das vierte Glied der Proportion einen so geringen Einfluß, daß dieses dem ohngeachtet, sehr genau bestimmt wird. Ja es kan, wenn D kleiner ist als 45° , E aus dem dritten Gliede gar weggelassen und gesetzt werden, $n : r = \tan D : \tan E$; wie auch, weil alsdenn d noch kleiner ist, $\tan D : \tan d = E : e$.

Abweichungen von der Regel.

§. 287. Es kan aber die nach einer algemeinen Regel berechnete Refraction nie bey jeder Beschaffenheit der Luft gelten, weil die Strahlen in einer dichtern Luft stärker gebrochen werden, als in einer dünnern. Da uns nun vornehmlich zwey Ursachen bekannt sind, so die Luft über einem Orte des Erdbodens dichter oder dünner machen, nemlich der vermehrte oder verminderte Druck, welchen das Barometer anzeigt, und der veränderte Grad der Wärme, den das Thermometer sichtbar macht: so werden diese zwey Instrumente billig bey den Beobachtungen mit zu Rathe gezogen: und es wird vermittelst derselben die Refraction berechnet, welche die Strahlen bey einer gewissen Beschaffenheit der Luft haben würden; wozu diejenige, bey welcher das Quecksilber im Barometer 28 Zoll hoch, und das im Thermometer auf dem Frierungspuncte steht, die bequemsten scheint. Es verhalten sich aber bey eben dem Abstände des Sterns vom Zenit, und bey einerley Wärme, die Größen der Refraktionswinkel wie die Barometerhöhen: und für jede zehn Grade, um welche das Quecksilber in dem fahrenheitischen Thermometer fällt, wird die Refraction um den sechzigsten Theil vermehret. Nach diesen zwey Regeln, die größtentheils auf der Erfahrung beruhen, kan die Rechnung leicht genug verrichtet werden. Und es hat das Ansehen, daß eine dergestalt verfertigte Refractionstafel, in welcher nemlich zu jeder scheinbaren Höhe eines Sterns die Größe des Refraktionswinkels angegeben wird, um den ihn die Luft bey der angenommenen Beschaffenheit hebet, für alle Orte des Erdbodens gelten werde: ausser daß in einer grössern Höhe über demselben, oder der Oberfläche

Von der Gestalt und Grösse der Erde, der Refraction ic. 151

fläche des Meeres, die Refraction immer geringer seyn muß, als in einer kleinern, *T.III.F.47.*
weil dieses aus der Krümmung der Strahlen nothwendig folget. Die angenom-
mene Beschaffenheit der Luft kan die oben angezeigte seyn, bey welcher das Queck-
silber im Barometer 28 Zoll hoch, und das in dem Thermometer an dem
Frierungspuncte stehet.

§. 288. Bey dem allen bleibt die Refraction in einer geringen Höhe,
unter 10 bis 12 Graden, sehr ungewiß: weil in dem langen Wege, welcher als-
dann ein Strahl in der Luft, gar nahe an der Oberfläche der Erde, zu machen
hat (275), er nothwendig viele Dünste antreffen muß, die sehr veränderlich sind,
und die Strahlen bald so bald anders brechen, ohne daß diese Veränderungen der
Refraction unter gewisse Gesetze gebracht werden könnten.

Von der Parallaxe.

§. 289. Durch die Verbesserung der von der Strahlenbrechung verur-
sachten Fehler, werden die Strahlen, vermittelst welcher wir die himlischen
Körper sehen, zu vollkommen geraden Linien; und so werden wir sie nunmehr
ansehen, indem wir die Luftkugel, welche dieselbe von den geraden Wegen ab-
bringt, die sie ausser dieser Kugel beschreiben, in unsern Gedanken gänzlich ver-
sichern. Alsdenn aber ist bey den Höhen, in welchen uns die Fixsterne zu jeder
Zeit erscheinen, keine weitere Verbesserung nöthig. Denn da die Linien *SA*,
SB (*T. III. Fig. 48. 49.*) welche nach eben dem Fixsterne von zween verschie- *T.III.F.48.*
denen Puncten der Erde *A* und *B* laufen, als völlig parallel angesehen werden
müssen (142), so ist, wenn *CD* durch diese Puncte *A*, *B* hindurch gehet,
bey den Winkeln *CAS*, *CBS*, oder *DBS*, *DAS* nicht der geringste Unterschied
zu merken: und wir werden hernach sehen, daß die Sache sich eben so verhalten
würde, wenn auch *AB* vielmal grösser wäre, als der ganze Durchmesser der
Erde. Ist aber *CD* die zu irgend einem Orte der Erde gehörige Verticallinie,
oder nur derselben parallel, so sind die Winkel *CAS*, *CBS* die aus den verschie-
denen Puncten *A* und *B* genommene Abweichungen des Sterns von dem Zenit
desselben Orts, welche demnach immer einerley bleiben, man mag das Auge in
einer solchen Linie setzen wohin man will. Demnach erscheinen uns, die wir uns
von der Oberfläche der Erde sehr wenig entfernen können, alle diese Abweichun-
gen nicht grösser oder kleiner, als sie einem Auge erscheinen würden, das sich in
dem

T.III. F.48. dem Mittelpuncte derselben befände; wenn nur die durch den Mittelpunct der Erde
49. gelegte Linie, von welcher die Abweichungen genommen werden, immer der Verticallinie des Beobachtungsortes parallel ist.

§. 290. Mit andern himmlischen Körpern aber, die uns ungemein näher sind als die Fixsterne, verhält sich die Sache ganz anders. Wenn L ein Punct eines dieser Körper vorstellet, von welchem nach A und B die Strahlen LA , LB laufen, so ist der Winkel ALB nicht immer unbeträchtlich; und da dieser Winkel dem Ueberschusse des äuffern Winkels CAL über den innern CBL , oder DBL über DAL , gleich ist, so können diese Winkel keineswegs als solche angesehen werden, die einerley Grösse haben. Dieses ist bey eben der Entfernung des Puncts L von A oder B noch vielmehr richtig, wenn eins dieser Puncte ausser der Erde genommen wird, so daß AB grösser wird als der Durchmesser derselben.

§. 291. Wenn AS , BS nach eben dem Fixsterne oder sonst in der Fläche ALB einander parallel gezogen werden, und man stellet sich auch durch L die LM vor, die in eben der Fläche der AS oder BS parallel läuft: so wird der Winkel ALM gleich dem SAL , und BLM gleich dem SBL , also $ALM - BLM = SAL - SBL$, und $ALM + BLM = SAL + SBL$. Nun ist in dem Falle, welchen die acht und vierzigste Figur vorstellet, $ALM - BLM = ALB$, in dem Falle der neun und vierzigsten aber ist, $ALM + BLM = ALB$: demnach in jenem $ALB = SAL - SBL$, und in diesem $ALB = SAL + SBL$. Es wird also durch zweien der drey Winkel ALB , SAL , SBL , der dritte in beiden Fällen gegeben, und es ist, wenn die Linien AS und BS beide nach eben dem Fixsterne gezogen sind, SAL die Entfernung des Körpers L von diesem Fixsterne, wie sie einem Auge in A erscheint; und SBL diejenige, welche ein Auge in B demselben zuschreibt: also ALB der Unterschied oder die Summe dieser scheinbaren Entfernungen. Ist aber AS die zu dem Ort A gehörige Scheitellinie, welcher durch B , so den Mittelpunct der Erde vorstellen mag, die BS parallel läuft: so ist SAL die Abweichung des Körpers L von dem Zenit des Orts A , oder die Ergänzung seiner Höhe, wie sie aus A gesehen wird, und SBL seine Abweichung von eben dem Zenit, als nach welchem BS eben sowol zulauft, wie sie dem Auge in B erscheint, oder erscheinen würde. Demnach

nach ALB der Unterschied der beiden Abweichungen von eben dem Zenit, *T.III.F.48.*
 oder der Unterschied der beiden aus A und B beobachteten Höhen. 49.

§. 292. Der auf diese oder eine andere Art bestimmte Abstand des Orts an dem Sternhimmel, in welchem ein Körper L von dem Auge A gesehen wird, von demjenigen, welchen ihm das Auge B zuschreibt, wie sehr und nach welcher Seite auch B von A entfernt seyn mag, wird die Parallaxe dieses Körpers L genant. Sie ist mancherley nachdem A da oder dort lieget, und B so oder anders genommen wird, und nachdem man den Ort des Körpers L an dem Sternhimmel auf diese oder jene Weise bestimmt; und es werden die verschiedene Arten der Parallaxen durch Beyworte von einander unterschieden, die aus der Sache selbst fließen.

§. 293. Der leichteste Fall ist der, welchen wir vor uns haben, da die Winkel SAL , SBL in eben die Fläche fallen, in welcher sich die drey Punkte A , B und L befinden; oder, wenn anstatt der Parallelen AS , BS , welche auch ausser der Fläche ABL gezogen werden können, die CD gebraucht wird, die nothwendig in diese Fläche fallen muß. Alsdenn erscheinet L immer in eben der Fläche, und die Parallaxe wücket nicht mehr, als was wir gesehen haben. Sie wird auch durch die Winkel CAL , CBL immer auf einerley Art bestimmt, weil ALB immer dem Unterschiede dieser Winkel $CAL - CBL$ gleich ist.

§. 294. Und da in dem Dreyecke LAB , wie in einem jeden andern, die Proportion $\sin CAL : \sin ALB = LB : AB$ statt hat, so kan, wenn die Verhältniß $BL : AB$, samt dem Winkel CAL oder LAB gegeben ist, die Parallaxe ALB immer gefunden werden: und es wird dieselbe desto grösser, je kleiner BL in Ansehung der AB ist, und je weniger CAL von einem rechten Winkel abweicht, weil der Sinus eines rechten Winkels unter allen der größte ist. Wenn ALB sehr klein ist, so kan hier, wie überall, anstatt des Sinus, der Bogen selbst genommen werden, zu welchem der Sinus gehöret.

Parallaxe der Höhen.

§. 295. Liegt nun A (*T.III.F.50.*) in der Oberfläche der Erde, *T.III.F.50.*
 und ist DB die Scheitellinie dieses Orts, welche bey dem Mittelpuncte der Erde C vorbeigeht, wie dieses, da die Erde keine vollkommene Kugel ist, allerdings
 u
 geschehen

T.III. F. 50. geschehen kan: und man ziehet von A und C nach dem Puncte L gerade Linien, deren letztere die DB schneiden wird, wenn L in der durch DB und C gehenden Fläche liegt, welches wir hier annehmen: so ist DAL die Ergänzung der scheinbaren Höhe des Körpers L , oder seine Abweichung von dem Zenit, wie sie bey A durch die Beobachtung gefunden wird. Soll aber die Abweichung eben des Puncts L von dem Zenit des Orts vorgestellt werden, wie sie einem Auge in dem Mittelpuncte der Erde erscheinen würde, so muß CE der DB parallel gezogen werden, welche nach eben dem Zenit laufen, und überhaupt von der DB sehr wenig entfernt seyn wird. Alsdenn ist ECL die verlangte Abweichung: und da der Winkel DBL dem ECL gleich ist, so wird auch DBL diese Abweichung, oder die Ergänzung der Höhe des Körpers L angeben. Die durch DB und C gelegte Fläche ist die Mittagsfläche des Orts A , welche die Erde durch ihre Axe PQ schneidet, so daß die verlängerte DB ebenfalls an diese PQ anlaufen muß. Dadurch entstehet der Winkel PFA , welcher die Höhe des Aequators für den Ort A angiebt. Es kan also für diesen Ort A die Länge des Radius AC , samt der Größe des Winkels CAB , welchen die von A nach dem Mittelpuncte der Erde gezogene AC mit AB der Scheitellinie des Orts A , einschließet, wie (271. 272) gewiesen worden ist, aus der Gestalt der Erde geschlossen werden. Dadurch wird der Winkel CAL ebenfalls bekant, sobald der DAL durch die Beobachtung gefunden ist; CL aber ist die Entfernung des Puncts L von C . Ist demnach auch diese gegeben, so wird aus $CL : CA = \sin CAL : \sin ALC$ die Parallaxe ALC , von welcher hier die Rede ist, für jede scheinbare Mittagshöhe gefunden, aber für keine andere.

§. 296. Es ist aber nur alsdenn nöthig mit der angezeigten Strenge zu verfahren, wenn CL in Ansehung der CA etwas klein ist, und alles sehr genau genommen werden muß. Ausserdem kan erstlich für CA der mittlere Halbmesser der Erde (266) angenommen werden, von welchem diese veränderliche CA niemals vielmehr, als um seinen 360sten Theil abweicht, welches keinen größern Fehler in die Parallaxe bringen kan, als der den eben so vielsten Theil des Ganzen beträgt: und zweitens kan man auch den Mittelpunct C selbst in die Verticallinie AB setzen, dadurch der Winkel CAB vernichtet, und CAL dem BAL gleich gemacht wird. Denn der Winkel CAB ist nie sehr beträchtlich (273), wiewol der von der Vernichtung desselben herrührende Fehler größer seyn mag

mag, als der vorige. Es heisset aber, der AC eine beständige Grösse geben, und T.III.F.50 den Mittelpunct C in die Verticallinie DB bringen, in der That nichts anders, als der Erde die Gestalt einer völlig runden Kugel zuschreiben, denn es werden dadurch alle Mittagskreise derselben zu Circeln gemacht.

§. 297. Wird nun, wie bey den angezeigten Umständen immer gesehen kan, die Erde als eine richtige Kugel betrachtet, so kan (T. III. F. 51.) LAC T.III.F.51. eine jede Verticalfläche vorstellen, in welcher sich der Punct L befindet, und der Winkel ALC die Parallaxe einer jeden Höhe, in welcher Verticalfläche diese auch genommen seyn mag. Demnach wird nunmehr vermittelt der Proportion $CL : AC = \sin DAL : \sin ALC$ die Parallaxe der Höhe genau genug gefunden, und desto genauer, je grösser CL in Ansehung der AC ist. Es bleibe aber in dieser Proportion die Verhältniß $CL : AC$ einerley, so lange der Abstand des Körpers L von C nicht geändert wird. Und alsdenn komt es bey der Bestimmung der Grösse der Parallaxe blos auf den Winkel DAL an, mit welchem dieselbe zugleich wächst und abnimmt (294). Befindet sich der Körper in der Verticallinie DA , so verschwindet der Winkel DAL ganz und gar. Es kan also kein Körper, der sich irgendwo in dieser DA aufhält, einige Parallaxe haben, wie auch vor sich leicht zu sehen ist. Entfernet sich der Körper von D , nach L, H ; so wird seine Parallaxe immer grösser, indem, wenn sie klein genug ist, die Parallaxe der Höhe selbst, sonst aber ihr Sinus, in eben der Verhältniß zunimt, in welcher der Sinus des Winkels DAL wächst.

Die Horizontparallaxe.

§. 298. Es kan aber dieser Winkel DAL nicht grösser werden, als der rechte Winkel DAH : weil AH in die Horizontfläche des Orts A fällt, die den sichtbaren Theil des Himmels von dem unsichtbaren absondert. Befindet sich also ein Körper in AH , so ist die Parallaxe seiner Höhe die grösste unter allen, die er haben kan, und weil alsdenn $\sin DAH = 1$, so ist $CH : AC = 1 : \sin AHC$. Diese grösste Parallaxe wird die Horizontparallaxe des Körpers oder Puncts H genennet. Eben diese Horizontparallaxe des Puncts H ist auch der Winkel, unter welchen der halbe Durchmesser der Erde AC aus H gesehen wird, so daß dieser scheinbare Halbmesser, wie die Horizontparallaxe, aus der Entfernung CH , und aus dem Halbmesser AC selbst, gefunden werden kan, und wenn CH nicht zu klein ist, durch die Verdoppelung derselben der Winkel

III. F. 51. in welchem eben das Auge den ganzen Durchmesser der Erde sehen würde, ohne merklichen Fehler herausgebracht wird. Man siehet leicht, daß dieses auch bey einem jeden andern kugelrunden Körper gelten müsse, dessen Mittelpunkt in C liegt. Die Horizontparallaxe des Puncts H aus A betrachtet, giebt immer zugleich den Winkel, in welchem der halbe Durchmesser AC einem Auge in H erscheint.

§. 299. Wenn wir der Kürze wegen den Winkel LAH , welcher die scheinbare Höhe des Puncts L über den Horizont angiebt, A nennen, die dazu gehörige Parallaxe ALC aber mit P , die Entfernung CH , mit D , und AC mit R bezeichnen; so wird die Proportion $CH : AC = \sin DAL : \sin ALC$ auch also ausgedrückt: $D : R = \cos A : \sin P$. Denn es ist $\sin DAL = \cos LAH = \cos A$. Nimt man aber anstatt der Erde einen andern Körper, dessen Halbmesser r größer oder kleiner ist als R , und anstatt der Entfernung D , eine andere d , indem a die scheinbare Höhe dieses andern Körpers, und p seine Parallaxe in dieser Höhe bedeutet, so wird auch $d : r = \cos a : \sin p$. Aus diesen zwey Proportionen folgen, nachdem einige Glieder der einen diesen oder jenen Gliedern der andern gleich sind, oder sonst durch dieselbe bestimmt werden, verschiedene nicht unerhebliche Schlüsse, bey welchen wir uns desto weniger aufzuhalten haben, je leichter es ist, sie herauszubringen. Das einzige wollen wir anmerken, daß wenn die Verhältniß $D : R$ immer einerley bleibt, und also der $d : r$ gleich ist, die Parallaxen aber nicht viel über einen Grad betragen, seyn werde $\cos A : \cos a = P : p$. Ist nun P die Parallaxe im Horizonte, so ist $\cos A = 1$, und es wird eine jede andere Parallaxe aus derselben nach der leichten Vorschrift $p = P \cdot \cos a$ berechnet.

§. 300. Nach dieser Vorschrift wird immer zu der scheinbaren Höhe a die Parallaxe p gefunden, welche von der a abgezogen, die wahre Höhe $a - p$ geben wird. Ist aber diese wahre Höhe $a - p$ gegeben, und man sol aus derselben die Parallaxe, und vermittelst derselben die scheinbare Höhe a finden; so kan immer zu der Höhe $a - p$, als ob sie die scheinbare wäre, die Parallaxe genommen werden. Diese wird von der p gar wenig verschieden seyn, und wenn man sie zu $a - p$ hinzusetzt, a so genau geben, daß die zu dieser Höhe, als ob sie in der That die scheinbare wäre, gehörige Parallaxe als vollkommen richtig angesehen werden kan. Will man aber völlig genau verfahren,

fahren, so kan immer zu der durch die erste Rechnung entdeckten a , als ob sie I. III. F. 51. vollkommen richtig wäre, und die scheinbare Höhe ohne Fehler angäbe, die Parallaxe p noch einmal gesucht, und, anstatt der vorigen, diese letztere p zu der wahren Höhe $a - p$ gesetzt werden.

§. 301. Durch die Parallaxen der Höhen werden bey den himmlischen Körpern, die derselben unterworfen sind, die Mittagshöhen, die Abweichungen von dem Gleiches, die Entfernungen von der Mittagsfläche, und überhaupt alle Erscheinungen geändert, in welche die Höhe einen Einfluß hat, und zu deren Bestimmung sie etwas be trägt. Und diese Abweichungen betragen bey jedem dieser Körper mehr oder weniger, nachdem seine Parallaxe in einer gewissen Höhe grösser oder kleiner ist. Sie hat aber auch in der Sternkunde einen gar grossen Nutzen, und dienet vornehmlich zu finden, wie weit ein Körper, dessen Parallaxe nicht alzu klein ist, von dem Mittelpuncte der Erde entfernt sey. Man gebraucht dazu vorzüglich die Horizontparallaxen, als die grössten, die ein Körper haben kan. Wenn auch hier P diese Parallaxe, D die Entfernung des Körpers, und R den halben Durchmesser der Erde bedeutet, so giebt die Proportion $D : R = 1 : \sin P$, die Verhältniß $D : R$, so bald nur P gefunden ist, und man hat die Entfernung D , weil R als bekant angesehen wird.

§. 302. Es ist andern, daß dieses nur in dem Falle richtig sey, wenn die Erde als vollkommen rund betrachtet werden kan, und es verhält sich die Sache etwas anders, wenn auf die Abweichung derselben von der Gestalt einer Kugel mit gesehen wird. Wenn hier (T. III. F. 50.) der Winkel DAL gerade ist, T. III. F. 50. und also L im Horizonte erscheinet, so ist $CAL = LAB + CAB = 90^\circ + CAB$, und also $\sin CAL = \cos CAB$; wodurch aus der Proportion $CL : CA = \sin CAL : \sin ALC$ diese andere wird, $CL : CA = \cos CAB : \sin P$, in welcher P die Horizontparallaxe in der Mittagsfläche bedeutet; die nemlich der Körper L haben würde, wenn er aus A genau in dem Puncte des Horizonts erschiene, welches die Schiffer Süd nennen. Es wird aber, sobald P bekant ist, durch diese Proportion die Verhältniß $CL : CA$ ebenfalls gegeben, weil man den Winkel CAB , für den Ort A , dessen Breite bekant ist, aus der Gestalt der Erde herleiten kan (272); und es kan alskann auch die Verhältniß der Entfernung CL zu einem jeden andern Radius der Erde gefunden werden, nachdem (271.) gemiesen worden ist, wie jede zwo dergleichen

158 Der Astronomischen Vorlesungen vierter Abschnitt.

T. III. F. 50. chen zu zween in der Oberfläche der Erde angenommenen Orten gehörige Entfernungen durch die Breiten dieser Orte bestimmt, und also mit einander verglichen werden können.

§. 303. Es werden aber auch, wenn alles so genau genommen, und die Abweichung der Gestalt der Erde von einer Kugel mit in Betrachtung gezogen wird, selbst die in den Mittagsflächen genommene Horizontparallaxen eines Körpers, an Orten von verschiedener Polhöhe oder Breite, von einander verschieden. Denn wenn wir wieder CL durch D , den Radius der Erde für den Ort A durch R , und seine Horizontparallaxe in der Mittagsfläche durch P ausdrücken, und die Buchstaben d, r, p , für einen andern Ort des Erdbodens eben diese Dinge bedeuten lassen, anstatt $\cos CAB$ aber, oder eines jeden andern dergleichen Winkels, die Einheit setzen, welches, da diese Winkel sehr klein sind, immer geschehen kan, so wird $D : R = 1 : \sin P$, und $d : r = 1 : \sin p$. Da nun $D = d$, so fließet hieraus $R : r = \sin P : \sin p = P : p$. Es kan aber vermittelst dieser Proportion aus einer der P, p die andere geschlossen werden, wenn nur die Verhältniß der zu den beiden Orten gehörigen R, r bekannt ist.

Die Horizontparallaxe eines himmlischen Körpers zu finden.

§. 304. Zu der würllichen Berichtigung der Horizontparallaxe eines himmlischen Körpers aber giebt es verschiedene Wege, deren jeder seine Schwierigkeit hat, welche vornehmlich davon herrühren, daß diese Parallaxen überhaupt klein, und wenn wir den Mond ausnehmen, gar sehr klein sind, und also mit der äußersten Sorgfalt bestimmt seyn wollen. Es kan aber hier nur ein einziger dieser Wege erklärt werden, weil die übrigen verschiedenes voraussetzen, so erst in dem nachfolgenden beigebracht werden wird. Die Erde wird genommen, wie sie ist, und nicht als Kugelrund betrachtet, ob wol die meisten himmlischen Körper dieses gar wohl erlauben.

T. III. F. 52. §. 305. Es sey (*T. III. F. 52.*) $PAEQ$ einer der Mittagskreise der Erde, und in demselben A, E zween Beobachtungspläze, einer an dieser Seite der Linie, der andere an der andern. Denn dieses ist besser, als wenn sie beide an eben der Seite des Gleichers genommen werden; und überhaupt wird die Parallaxe desto zuverlässiger herausgebracht, je weiter diese Pläze A, E von einander entfernert sind.

sind. Werden nun, indem sich der Punct L , dessen Parallaxe gesucht wird, in *T.III.F.32.* der Mittagsfläche eben dieser Orter A und E befindet, nach denselben die zwei Linien AL und EL gezogen, so ist (291) gemiesen worden, wie der Winkel ALE zu finden sey, und wir können also diesen Winkel hier als bekannt annehmen. Die von L nach dem Mittelpuncte der Erde C gezogene LC theilet diesen Winkel in zween Theile, so daß $ALC + CLE = ALE$; und weil diese Winkel sehr klein sind, so kan auch gesetzt werden $\sin ALC + \sin CLE = \sin ALE$. Werden nun auch zu den Stellen A und E , deren Breiten bekannt seyn müssen, die Scheitellinien DB , GF , und nach dem Mittelpuncte der Erde C die AC , EC gezogen: so sind die Winkel CAB , CEF samt den Entfernungen AC und EC aus der Gestalt der Erde bekannt: die Winkel DAL aber und GEL können gemessen werden, worauf BAL und FEL , wie auch $CAL = CAB + BAL$ und $CEL = CEF + FEL$ sich ebenfals darbieten. Nun ist $AC : CL = \sin ALC : \sin CAL$, und $EC : CL = \sin CLE : \sin CEL$; folgendes $AC. \sin CAL = CL. \sin ALC$, und $EC. \sin CEL = CL. \sin CLE$. Wird nun gleiches zu gleichem gesetzt, so kömt $AC. \sin CAL + EC. \sin CEL = CL. \sin ALC + CL. \sin CLE = CL. (\sin ALC + \sin CLE) = CL. \sin ALE$; und wenn beiderseits durch $\sin P$ multipliciret wird $(AC. \sin CAL + EC. \sin CEL) \sin P = CL. \sin P. \sin ALE$. Es sol hier P wieder die in der Mittagsfläche genommene Horizontparallaxe des Orts A bedeuten, wodurch wird $CL : AC = 1 : \sin P$, und also $CL. \sin P = AC$, welches an den gehörigen Ort gesetzt, giebt: $(AC. \sin CAL + EC. \sin CEL) \sin P = AC. \sin ALE$, oder $(AC. \sin CAL + EC. \sin CEL) : AC = \sin ALE : \sin P = ALE : P$.

§. 306. Diese Proportion bestimt allerdings die Parallaxe P aus dem Winkel ALE durch hinlänglich bekannte Dinge. Es muß aber in derselben in dem Falle, da E an eben der Seite des Gleichers liegt, an welcher sich A befindet, zum ersten Gliede, anstatt der Summe, der Unterschied $AC. \sin CAL - EC. \sin CEL$ genommen werden, wie gar leicht zu sehen ist. Ist $CE = CA$, welches immer gesetzt werden muß, wenn man der Erde die richtige Gestalt einer Kugel zuschreiber, so kömt für den ersten Fall $\sin CAL + \sin CEL : 1 = ALE : P$ und für den zweiten $\sin CAL - \sin CEL : 1 = ALE : P$, welches sich sogleich zeigt, wenn in dem ersten Gliede der Proportion AC anstatt EC geschrieben wird.

Zusam-

Zusammengesetzte Parallaxe.

T.III.F.52. §. 307. Die bisher betrachtete Parallaxe können wir die Einfache nennen, weil sie durch den einzigen Winkel ALC gegeben wird. Sie hat in dem Falle statt, wenn die drey Punkte A , C und L sämtlich in eben der Fläche liegen, in welcher also L sowol aus A als aus C gesehen wird, so daß von der Lage dieser Fläche keine Frage ist. Nun kan zwar durch die drey Punkte A , C und L immer eine Fläche gelegt werden; es bekommt aber diese Fläche nicht immer eine schickliche Lage, welche in der Astronomie mit Bequemlichkeit könnte gebraucht werden. In solchen Fällen wird (*T. IV. Fig. 53.*) nur durch den einen Standpunct A , und durch den Gegenstand L eine Fläche DM gelegt, welche sich zu den übrigen Absichten schicket, durch den Punct C und L aber eine andere von eben der Art EM , welche die vorige schneiden wird. Geschiehet dieses in LM , so wird erstlich die Größe des Winkels CMN ausgemacht, welchen die Flächen DM und EM mit einander einschließen; und zweitens der Unterschied der beiden Winkel ALM und CLM erforschet, welchen die in diesen Flächen gezogene AL und CL mit der Schneidungslinie LM einschließen. Dieses giebt eine zusammengesetzte Parallaxe, weil dabey zween Winkel gebraucht werden, deren jeder seine besondere Benennung bekommen kan.

T.IV.F.54. §. 308. Sie komt fürnehmlich bey der Erde vor, wenn diese nicht als eine vollkommen runde Kugel betrachtet werden kan. Es sey (*T. IV. F. 54. 55.*) *55.* A ein Punct in der Oberfläche der Erde, und DAG sey die Verticallinie des selben, L der aus A betrachtete Gegenstand, und durch diesen LM der DG parallel, welche folgendts in eine der Verticalflächen des Orts A fallen, und ALM dem Winkel DAL gleich machen wird. Es wird nun nicht angenommen, daß diese Verticalfläche $AGML$ die Mittagsfläche des Orts A sey. Sie würde es aber seyn, wenn sie zugleich durch den Mittelpunct der Erde C hindurch gieng, welchen man sich demnach aussershalb derselben $AGML$, an dieser oder jener Seite vorstellen muß. Es sey aber durch diesen Mittelpunct C eine andere Fläche CME dergestalt gelegt, daß DG auf dieselbe perpendicular falle, welche Fläche CMG demnach dem Horizonte des Orts A parallel seyn, und die Fläche $AGML$ dergestalt schneiden wird, daß auch AGM und GML rechte Winkel werden. Wird aber auch von dem Mittelpuncte der Erde C nach L die CL gezogen, und CM verknüpft, so wird das Dreyeck CML ebenfalls

falls bey M rechtwinklicht, und in demselben der Winkel LCM die wahre Hö. T. IV. P. 54.
 he, in welcher L einem Auge in Cerscheinen würde, folgendes CLM die Ergänzung die- 55.
 ser Höhe. Der Winkel CMG aber ist derjenige, welchen die durch C gelegte Fläche
 CML mit der durch A gelegten $DGML$ einschliesset, und wird zuerst gesucht.

§. 309. Zu dem Ende wird in der Fläche CMG , aus dem Mittel-
 puncte der Erde C durch das Punct G , in welchem die verlängerte Verticallinie
 DA diese Fläche erreicht, die CG gezogen, und nach Belieben in H verlängert,
 welche CGH eben die Linie seyn wird, so in der 50sten Figur mit den nehmlichen
 Buchstaben bezeichnet ist. Es wird also diese CGH der Mittagslinie des Orts
 A parallel laufen: und weil C uns, die wir die mitternächliche Hälfte des Erd-
 bodens bewohnen, von dem Puncte G gegen Norden liegt, so wird der Win-
 kel HGM das Azimuth des Körpers L , wie dieses einem Beobachter in A er-
 scheint, und einem Auge in G erscheinen würde, vorstellen. Es ist nehmlich
 die durch ACH zu legende Fläche die Mittagsfläche des Orts A , welche mit
 der durch L gehenden Verticalfläche den Winkel HGM einschliesset, der im-
 mer von der Südseite, durch Ost oder West, nach der Nordseite zu gerechnet
 wird, und also, wie in der 54sten Zeichnung, kleiner, oder wie in der 55sten,
 grösser seyn kan, als ein rechter Winkel. Wird nun dieses Azimuth Z ge-
 nennet, der Winkel CLM aber B , indem CL noch immer durch D , die
 Entfernung des Puncts A von dem Mittelpuncte der Erde, oder der Radius
 AC durch R , und der Winkel CAG durch a , die in der Mittagsfläche
 ACH genommene Horizontparallaxe aber durch P bedeutet wird, so ist

$$CG : R = \sin a : 1$$

$$R : D = \sin P : 1$$

$$D : CM = 1 : \sin B$$

$$CM : CG = \sin Z : \sin CMG.$$

Also $\sin B. \sin CMG = \sin a. \sin P. \sin Z$, und $\sin B : \sin a. \sin Z =$
 $\sin P : \sin CMG = P : CMG$. Der vermittelst dieser Proportion zu findende
 Winkel CMG , kan die Parallaxe des Azimuths genennet werden.

§. 310. Um nun auch die Parallaxe der Höhe, oder den Unterschied
 der Winkel ALM und CLM zu finden, drehe man die Fläche CLM so lange
 um LM , bis sie durch DG hindurch gehet. Bey dieser Bewegung beschreibet
 CM den Cirkelbogen CE um den Mittelpunct M , und es wird $EM = CM$,
 indem auch EL der CL , und der Winkel ELM dem CLM gleich bleiben:

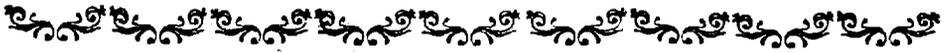
T.IV.F.54. Also ist ALE , der Unterschied der beiden Winkel ALM und ELM , die verlangte Parallaxe. Nun ist aber der Bogen CE so klein, daß er für eine gerade Linie angenommen werden kan, welche auf EM perpendicular fällt, und das bey E rechtwinklichte Dreneck CEG schliesset, zu welchem $HGM = Z$, und also $\sin CGE = \sin HGM = \sin Z$, folgendes $\sin GCE = \cos Z$. Es ist demnach $GC : GE = 1 : \cos CGE = 1 : \cos Z$, und also $GE = GC \cdot \cos Z$. Wird nun auch AE gezogen, so kan aus dieser GE , und der ebenfallts bekanten AG der Winkel EAG gefunden werden, welcher zu dem aus der Beobachtung bekanten LAG hinzugesetzt, oder davon abgezogen, nach dem HGM spitzig oder stumpf ist, den Winkel EAL giebet. Alsdenn bestimmet die Proportion $EL : EA$ oder auch $D : R = \sin EAL : \sin ALE$ die gesuchte Parallaxe. Es wird aber die Linie AG als bekant angesehen, weil sie aus dem bekanten Winkel CAG , welchen die Verticallinie DG mit dem Radius AC einschliesset, und aus diesem Radius AC leicht zu finden ist, wenn man sie als eine Seite des Drenecks AGC ansiehet. Eben so leicht wird auch die dritte Seite GC dieses bey G rechtwinklichten Drenecks AGC gefunden, aus welcher GC und dem Winkel CGE alsdenn auch die GE , wie eben gesagt worden ist, zu berechnen steht.

§. 314. Eben diese Parallaxe kan auch gefunden werden, wenn man GL ziehet, und annimt daß sie der EL gleich sey, welches wegen des geringen Unterschiedes dieser Linien gar wol geschehen kan. Alsdenn ist ALG die Parallaxe zu den Standpuncten A und G , deren letzteres in den Mittelpunct der Erde fällt, wenn man diese als Kugelrund ansiehet, und AG für ihren Halbmesser nimt. Diese Parallaxe ALG wird also, wie (297) gewiesen worden ist, gefunden, und vermitteltst derselben der Winkel DGL , samt dessen Ergänzung LGM . Aus diesem Winkel wird ferner vermitteltst der Proportion $EL : EG = \sin LGM : \sin ELG$, der Winkel ELG geschlossen, welcher, wenn HGM spitzig ist, von ALG abgezogen, ist er aber stumpf, zu ALG hinzugesetzt, die verlangte Parallaxe ALE geben wird.

§. 312. In der ersten dieser Proportionen $\sin B : \sin a \cdot \sin Z = P : CMG$, da CMG die Parallaxe des Azimuths vorstellet, ist a immer sehr klein, wodurch auch das zweite Glied derselben $\sin a \cdot \sin Z$ viel kleiner wird als das erste. Also

ist immer *CMG* viel kleiner, als die in der Mittagsfläche genommene Horizont: *TIV. F. 54.*
 parallaxe *P*, und beträgt auch bey der allergrößten *P*, die wir an dem 55.
 Himmel wahrnehmen, etwas gar geringes. Dadurch wird unnöthig,
 es mit den Winkeln *B* und *Z* so genau zu nehmen, weil diese Winkel
 weit genug von der Wahrheit abweichen können, ohne daß deswegen
CMG um eine Secunde zu groß oder zu klein komme. Eben dieses ist auch rich-
 tig, wenn zur Erfindung der Parallaxe der Höhe *GE* gesucht wird. Da der
 Winkel *EAG* immer sehr klein ist, so kan ein geringer Fehler bey dieser Linie,
 welcher davon herrühret, daß in $GE = GE \cdot \cos Z$, das Nennmahl *Z* etwas zu
 groß oder zu klein genommen worden, den Winkel *EAG* nicht so sehr ändern,
 daß dadurch des vermittelst der Proportion $D : R = \sin EAL : \sin ALE$ gesuch-
 ten Winkels *ALE* Abweichung von der strengsten Wahrheit beträchtlich würde.
 Und überal kan *AG* dem zu dem Orte *A* gehörigen Radius der Erde *AC* gleich ge-
 nommen werden. Aber vorzüglich klein ist der Winkel *GLE*, und es kan fast
 gar nichts betragen, wenn bey der Berechnung desselben anstatt *EG* die *CG*
 genommen wird. Diese und andere dergleichen Kunstgriffe können die Berech-
 nungen der Parallaxen, bey welchen auf die eigentliche Gestalt der Erde mit ge-
 sehen werden muß, merklich erleichtern. So lang aber diese Gestalt, und vornehm-
 lich die Verhältniß des Durchmessers des Gleichers der Erde zu der Länge ihrer
 Axe, nicht mit völliger Zuverlässigkeit bestimmt wird, bleiben die Parallaxen
 des Mondes immer zweifelhaft; wiewol diese Zweifel größtentheils nur fast un-
 merkliche Kleinigkeiten betreffen können, wenn die Gestalt der Erde von einer vol-
 kommen runden Kugel viel weniger abweicht, als gemeinlich angenommen wird.
 Die übrigen himmlischen Körper sind so weit von der Erde entfernt, und ihre Pa-
 rallaxen, so klein, daß die Fehler, welche bey denselben entstehen, wenn man,
 wieder die strengste Wahrheit, der Erde die Gestalt einer genauen Kugel zu-
 schreibe, kaum jemals in Betrachtung kommen.





Der
Astronomischen Vorlesungen

fünfter Abschnitt.

Von der Fläche der Sonnenbahn.

Größe und Entfernung der Sonne.

§. 313.

Nach den Fixsternen, welche die Sternforscher auch aus der Ursache betrachten und in Ordnung bringen mußten, damit sie sich in den Stand setzten, auf eine leichte Art von den Stellen und Bewegungen der übrigen himmlischen Körper richtige Begriffe zu erlangen, biethet sich unserer nächsten Betrachtung die Sonne vorzüglich dar. Diese erscheint uns nicht als ein blosser Punct, wie uns die Fixsterne erscheinen, wenn wir sie durch Fernröhre ansehen (139); die sie von den Nebenstrahlen befreyen, welche die von denselben erleuchtete Lufttheilchen in das Auge bringen. Denn diese machen, daß die mit den blossen Augen betrachteten Fixsterne blinken, und grösser erscheinen, als sie solten, weil wir die Nebenstrahlen von denen, die unmittelbar von dem Körper des Sterns kommen, nicht zu unterscheiden wissen. Die Sonne erscheint uns als eine Scheibe von beträchtlicher Größe, deren Theile gemeinlich gleich stark leuchten, sie mögen in der Mitte der Scheibe, oder bey ihrem Rande liegen, wenn sie nur einander gleich genommen werden. Bey dem allen zweifelt niemand, daß die Sonne die Gestalt einer Kugel habe; und wer dieses leugnen wolte, könnte gar leicht durch die von Zeit zu Zeit in derselben zum Vorschein kommende dunkle Flecken überführt werden. Denn diese zeigen durch ihre Bewegung, daß die Sonne nicht immer eben die Seite gegen uns lehre, sondern sich, wiewol langsam, um ihren Mittelpunct herumdrehe. Es kan aber kein sich drehender Körper uns immer als eine Scheibe erscheinen, wenn er nicht die Gestalt einer Kugel hat.

§. 314.

§. 314. Der halbe Durchmesser der Sonnenscheibe zeigt sich uns nie T.IV.F.56. unter einem Winkel, der kleiner wäre als 15 Minuten und 47 Secunden, und wächst bis zu 16 Minuten und 19 Secunden, zwischen welchen zwei Zahlen 16 Minuten und 3 Secunden in der Mitte stehen. Bey einem so kleinen Winkel kan der halbe Durchmesser dieser Scheibe von dem halben Durchmesser der Sonne selbst, nicht merklich verschieden seyn, wie jederman leicht sehen wird, der nur die Augen auf (*T. IV. Fig. 56.*) wirft, in welcher *S* den Mittelpunct der von der Erde unter dem Winkel *ATB* gesehenen Sonne, *AS* oder *SB* ihren halben Durchmesser, *AB* den Durchmesser der Scheibe, die wir zu sehen vermeinen, und *AC* seine Hälfte vorstellt. Denn der Winkel *SAC* ist weder größer noch kleiner als *ATS*. Es verhält sich also der halbe Durchmesser der Sonne *AS* zu *AC* dem Halbmesser der Scheibe, wie der Radius zu dem Cosinus eines Winkels, welcher aufs höchste $16\frac{1}{2}$ Minuten ausmachet. Woraus folgt, daß der Unterschied dieser zwei Linien *AS*, *AC* kaum 112 solcher Theile betrage, deren zehn Millionen die *AS* ausmachen. Bey so gestalten Sachen giebt jede der angegebenen Zahlen, wenn sie verdoppelt wird, den scheinbaren Durchmesser der Sonne, welcher demnach veränderlich, und zu einer Zeit größer ist, als zu einer andern. Diese Veränderung zeigt, daß die Sonne bald der Erde näher sey, bald sich mehr von derselben entferne. Denn wovon sollte sie sonst herrühren?

§. 315. Die Parallaxe der Sonne, selbst diejenige, mit welcher sie uns in dem Horizonte erscheint, ist schwer auszumachen; wenigstens wollen die erklärten Mittel nicht hinlangen, dieselbe mit einer zuverlässigen Richtigkeit zu bestimmen. Dieses zeigt, daß sie sehr geringe seyn müsse, und überführt uns von einer gar grossen Entfernung der Sonne von unserer Erde. Durch andere Wege, welche eine nähere Känntniß des Himmels darbiethet, ist man endlich dahin kommen, daß diese Horizontparallaxe mit einiger Zuverlässigkeit auf $8\frac{1}{2}$ Secunden gesetzt werden kan: etwas darüber oder darunter. Und vermittelst dieser Parallaxe ist es leicht den Abstand der Sonne von uns, mit dem halben Durchmesser der Erde zu vergleichen. Denn wenn (*T. IV. Fig. 57.*) *T* den Mittelpunct der Erde und *S* T.IV.F.57. der Mittelpunct der Sonne ist, und der Winkel *AST*, als die Horizontparallaxe des Puncts *S*, auf 8,6 Secunden gesetzt wird: So muß *TS* 206264,8 Theilchen enthalten, deren 8,6 auf *TA* gehen (80): weil die erste dieser Zahlen die Menge der in *TS* enthaltenen Secunden des Bogens *TA* ausdrucket, (299,294), und

166 Der Astronomischen Vorlesungen fünfter Abschnitt.

T.IV.F.57. also TA sich zu TS wie 86 zu 2062648, oder wie 1 zu 23984 verhalten. Es ist also der Mittelpunkt der Sonne beynahе um 23984 halbe Durchmesser der Erde von dieser entfernt, welche Zahl 860 mal genommen (267), die Zahl der in dieser Entfernung enthaltenen Meilen 20626240 giebt. Wir können 20 Millionen von Meilen sehen, welche Zahl von der wahren gar wenig abweicht.

§. 316. Was aber die Verhältniß des halben Durchmessers der Sonne SB zu dem halben Durchmesser der Erde TA anlangt: so ist auch ohne Beyhülfe der oben beygebrachten Anmerkungen ~~hieraus~~ aus der gegenwärtigen Zeichnung zu schließen, daß diese Verhältniß $SB : TA$ der Verhältniß des Winkels BTS zu dem Winkel AST , das ist, der Verhältniß des scheinbaren Halbmessers der Sonne, zu der Horizontparallaxe derselben, gleich seyn werde. Da also die mittlere GröÙe von BTS , 16 Minuten und 3 Secunden oder 963 Secunden beträgt (314), so ist $SB : AT = 963 : 86 = 112 : 1$, und der halbe Durchmesser der Sonne ist 112 mal so groß, als der Halbmesser der Erde.

§. 317. Bey dieser GröÙe der Sonne, welche macht, daß bey ihrer ungeheuren Entfernung sie uns dennoch unter einem Winkel erscheint, dessen Bogen gröÙer ist als die Hälfte eines Grades, ist die von der Erde gezogene Linie, welche ihren Ort an dem Himmel bestimmen soll, immer durch den Mittelpunkt derselben zu ziehen, welches einige Schwierigkeit macht, da dieser Punct nicht besonders bezeichnet ist. Doch da eben die gerade Linie, welche nach dem Mittelpuncte der Sonnenscheibe gehet, verlängert, auch durch den Mittelpunkt ihres Körpers gehen muß: so kan die Höhe dieses Puncts aus der Höhe des obern oder untern Randes der Scheibe geschlossen werden, wenn man von jener, den durch eine besondere Beobachtung oder sonst bekanten scheinbaren Halbmesser der Sonne, abziehet, oder zu dieser zusetzet. Und wenn der Zeitpunkt gesucht wird, in welchem der Mittelpunkt der Sonne, durch die Mittagsfläche gehet: so können die zween Zeitpuncte angemerket werden, in deren ersten der vorbergehende, und in dem zweiten der nachfolgende Rand der Sonne, diese Fläche berührt. Denn der gesuchte Zeitpunkt stehet zwischen diesen zween genau in der Mitte. Geschickte Beobachter wissen noch andere Wege, zu diesem Zwecke zu gelangen,

Von dem Schatten der Sonne.

§. 318. Es kan zur Bestimmung des Standes der Sonne auch der Schatten gebraucht werden, welchen ein jeder von derselben erleuchteter Körper hinter sich wirft, oder ein vermittelst eines Lochs von den übrigen abgesonderter Strahl derselben, wenn nur dabey mit der gehörigen Vorsicht verfahren wird. Denn es komt auch hier auf die gerade Linie an, welche von dem Beobachtungsorte nach dem Mittelpuncte der Sonne gehet. Wenn nun die Sonnenstrahlen sich sämtlich von diesem Mittelpuncte nach allen Seiten erstrecken; so wäre es gar leicht diese Linie zu ziehen: und in der That würde alsdenn der Mittelpunct das einzige seyn, so wir an der Sonne sehen könnten. Wir wollen zuerst setzen, daß sich die Sache so verhalte. Sie verhält sich auch wirklich so; nur ist der Mittelpunct nicht der einzige Punct der Sonne, von welchem die Lichtstrahlen nach allen Seiten fortgehen: sondern es ist von einem jeden andern Puncte ihrer Oberfläche eben das zu sagen.

§. 319. Ist nun S (T. IV. Fig. 58.) der Punct, von welchem die Lichtstrahlen dergestalt ausfließen, so muß ein jeder demselben entgegengesetzte Körper einen Schatten werfen; der ins unendliche läuft, sonst aber eine abgekürzte Pyramide, einen abgekürzten Kegel oder andern dergleichen Körper bildet, in dessen Oberfläche man gerade Linien ziehen kan, die sämtlich nach S laufen; und eine eben dergleichen Gestalt muß auch der durch ein Loch erleuchtete Raum eines sonst finstern Behältnisses bekommen. Wenn nemlich in der Fläche ASB zweener von S ausfließenden Strahlen SA und SB , von einem derselben bis an den andern, ein Körper reicht, in welchem die Linie CD gezogen werden kan; so läuft der von dieser CD beschattete Raum, zwischen CA und DB ohne Ende fort, indem er immer breiter und breiter wird: und eben die Bewandniß hat es auch mit dem von den Strahlen zwischen SA und SB erleuchteten Raume, wenn CD eine Ritze ist, die das Licht durchläßt. Hieraus aber ist die Gestalt des Schattens, welchen der dafelbst angebrachte Körper wirft, oder des Raums, welcher durch ein an eben dem Orte gebohrtes Loch erleuchtet wird, leicht zu beurtheilen.

§. 320. Der Winkel ASB , welchen die zween äußersten Strahlen AS , BS einschließen, zwischen welchen die von der Linie CD beschattete, oder durch dieselbe erleuchtete ebene Fläche $CADB$ enthalten ist, ist derjenige, in welchem ein Auge

T.IV.F.58. Auge in S die CD sehen würde; oder die Parallaxe des aus den zween Puncten C und D beobachteten Mittelpuncts der Sonne S (292). Wird also CD bey der Oberfläche der Erde angenommen, so kan sie groß genug seyn, ohne daß dieser Winkel ASB im geringsten zu merken wäre. Alsdenn aber erscheinen uns die Strahlen CA , DB so, als ob sie aufs genaueste parallel wären; und der Ort der Sonne, welchen einer dieser Strahlen angiebt, ist von dem durch den andern angegebenen, nicht verschieden. Der Schatte eines nicht allzugrossen Körpers aber, wie auch der durch ein Loch von mäßiger Grösse erleuchtete Raum, durch zwey einander parallel liegende Flächen geschnitten, geben Prismen oder Cylinder, deren einander entgegengesetzte Grundflächen gleich sind, und gleiche einander parallel laufende Seiten haben, die gleiche Winkel einschliessen. Woraus die Gestalt des Schattens, den eine Platte, deren Umkreis überall gleichweit von einer ebenen Fläche entfernt ist, auf diese Fläche wirft, und die Gestalt des, durch ein auf eben die Art gebohrtes Loch erleuchteten Theils derselben, gar leicht zu schliessen ist.

§. 321. Da aber, was wir angenommen haben, die Wahrheit nicht ist; indem die Sonnenstrahlen nicht von einem Puncte derselben allein ausfliessen, sondern ein jedes Punct ihrer Oberfläche uns die seinigen zusendet: so kan auch alles dieses den Erscheinungen nicht völlig gemäß seyn. Wenn MN (T.IV.Fig. 59.) eine Fläche vorstellt, welcher die körperliche Linie CD parallel ist, und auf diese, mittelst der sich von dem Mittelpuncte der Sonne S nach MN erstreckenden Strahlen, den Schatten AB wirft: so ist es zwar, bey den angezeigten Umständen, nicht möglich das Viereck $CABD$ von einem Parallelogram zu unterscheiden. Es erstrecken sich aber auch, von den an der Seite R liegenden Theilen der Sonne, Strahlen nach MN , deren äußerster, welcher bey C nicht gehemmet wird, nach E gehet, und durch diese Strahlen wird der Raum AE erleuchtet. An der andern Seite des Schattens leisten die Theile der Sonne bey T eben dieses. Sie erleuchten FB , und durch beides wird der Raum EF , auf welchen gar kein Licht fallen kan, kleiner als AB , und desto kleiner, je weiter CD von der Fläche MN entfernt ist. Ja es kan, wenn CD immer mehr und mehr von der MN entfernt wird, der Raum EF endlich zu einem Puncte werden, und bey einer noch grössern Entfernung gar verschwinden.

§. 322. Ist aber CD eine Ritze, durch welche die sich von dem Mittelpuncte der Sonne nach MN erstreckende Strahlen auf AB fallen, und diesen Raum

Raum erleuchten: so fallen von der Seite T noch andere Strahlen außer A nach $T.IV.F.59$. M zu, und der letzte derselben ist TG , welcher dergestalt durch C gehet, daß er die Sonne bey T berührt. Von der andern Seite R ist eben das zu sagen, allwo RH den äußersten der Strahlen nach N vorstellt, die durch die Oeffnung CD kommen können. Es wird also nunmehr der ganze Raum GH erleuchtet, welcher den vorigen AB desto mehr übertrifft, je weiter man die Ritze CD von der Fläche MN entfernt.

§. 323. Die Winkel ACE , ACG sind den Winkeln SCR , SCT gleich, in welchen die halben Durchmesser der Sonne aus C gesehen werden; und eben die Bewandniß hat es auch mit den Winkeln BDF , BDH , wenn das Auge in D gesetzt wird. Ist also $CS = DS$, und folgendes auch $AS = BS$, so sind die Winkel ACE , ACG ; BDF , BDH einander sämtlich gleich, welches immer der Fall ist, wenn CD bey der Oberfläche der Erde genommen wird. Dieses öfnet einen sehr leichten Weg, den Winkel CAN , oder DBN , welchen der von dem Mittelpuncte der Sonne S auf A oder B einfallende Strahl mit der MN einschliesset, aus den Winkeln CEN und DFN , oder CGN und DHN zu finden. Denn es ist $CAN = CEN - ACE$, und $DBN = DFN + BDF$, welches letztere giebt $CAN = DFN + ACE$, also $2CAN = CEN + DFN$: und so auch $CAN = CGN + ACG$, und $DBN = DHN - BDH$, das ist: $CAN = DHN - ACG$, also $2CAN = CGN + DHN$.

§. 324. Es höret aber der Schatten des Körpers CD bey E oder F nicht mit einemmal auf, sondern er wird von diesen Puncten nach G und H zu immer schwächer und schwächer, weil immer mehr Sonnenstrahlen, bey C und D vorbey, auf ein jedes Punct der EG und FH fallen, je mehr sich dasselbe von E gegen G , oder von F gegen H entfernt: und wenn CD eine Ritze ist, so nimt aus eben der Ursache das Licht von G gegen E , und von H gegen F immer zu. Es ist also nicht möglich die Puncte E , F , oder G , H mit der Richtigkeit anzugeben, die zu einer recht genauen Bestimmung der Winkel CEN , DFN , oder CGN , DHN erfordert wird. Da aber, wenn man nur auf die Stärke des Lichts acht hat, dadurch, daß anstatt der E , F , oder G , H Puncte angenommen werden, die den A , B näher liegen als die wahren, der eine der beiden Winkel CEN , DFN , oder CGN , DHN , fast um eben so viel grösser wird, als der andere abnimmt, so können die dadurch in die Summen $CEN + DFN$,

T. IV. F. 59. und $CGN + DHN$ gebrachten Fehler so groß nicht seyn, und es wird dem ohngeachtet der Winkel CAN gar richtig gefunden. Gemeinlich wird EF oder GH bey K , und CD bey I , in gleiche Theile getheilet, und angenommen, daß die durch die Theilungspuncte gezogene KI nach dem Mittelpuncte der Sonne S gehen werde. Dieses ist ebenfalls nicht völlig richtig, weil AE der BF und GA der BH nicht immer gleich sind, und also K die AB nicht nothwendig in zwey gleiche Theile theilet, welches doch geschehen muß, wenn KI der AC oder DB parallel werden soll. Es ist aber auch, wenn der Winkel DHN nicht gar sehr spitzig ist, dieser Fehler sehr gering.

Ein Mittagseifer.

§. 325. Diese Sätze sind überhaupt von beträchtlichen Nutzen: gegenwärtig aber sollen sie nur dienen einen desto deutlichern Begriff von einem Gnomon zu erhalten, welchen wir einen Mittagseifer nennen können. Dieser bestehet aus einer in der Fläche des Horizonts gezogenen in gleiche Theile getheilten Mittagslinie, und aus einem über diese Fläche schicklich erhobenen Körper, welcher seinen Schatten auf die Mittagslinie wirft, oder einen Sonnenstrahl durch eine zu dem Ende angebrachte Oeffnung auf dieselbe fallen läßt. Er dienet sowol den Augenblick der Zeit anzugeben, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagfläche gehet, als auch zu diesem Zeitpuncte die Höhe der Sonne zu finden.

T. IV. F. 60. Die sechzigste Zeichnung stellet einen zu diesem Endzwecke bestimmten Weiser so ungekünstelt vor, als er nur kan gemacht werden. In demselben ist AB die getheilte Mittagslinie, und CB auf diese perpendicular, also ABC die Mittagfläche. Man begreift ohne Schwierigkeit, wie der auf diese Linie AB geworfene Schatten des Puncts C den Zeitpunct angeben könne, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Fläche ABC gehet. Fällt nun alsdenn der Schatten dieses Puncts C in D , so wird die Höhe der Sonne durch die Verhältniß der DB zur CB alsbald gegeben, welche CB also ein vor alleinal durch die Theile der AB genau gemessen werden muß. Denn es verhält sich DB zur CB , wie der Radius zur Tangente der Höhe CDB .

§. 326. Bey der ungekünstelten Einrichtung des Gnomon, welche die Zeichnung vorstellet, wird BD immer zu kurz, und also CDB zu groß gefunden. Doch giebt es Fälle, in welchen man mit der Länge des Schattens, wie sie auf AB erschei-

erscheinet, und mit der dadurch bestimmten Höhe der Sonne, zufrieden seyn kan: *T.IV.F.60.* obwol diese durch die Länge *DB* bestimmte Höhe dadurch, daß man von derselben die Hälfte des scheinbaren Durchmessers der Sonne (314) abziehet, immer der Wahrheit näher zu bringen ist. Es wird aber, insonderheit bey einer kurzen *CB*, diese Verbesserung für überflüssig gehalten, weil alsdenn es ohnedem nicht möglich ist die Höhe *CDB* so genau auszumachen. Hat aber *CD* eine beträchtliche Länge von zehen, zwanzig oder mehrern Schuhen, so ist wol das beste bey *C* eine von den Einrichtungen anzubringen, deren Gründe in den (323. 324) angeführten Sätzen liegen, vermittelst welcher die Höhe des Mittelpuncts der Sonne mit einer hinlänglichen Richtigkeit gefunden werden kan.

Besondere Bewegung der Sonne.

§. 327. Wird nun nach einer guten Uhr, von welcher noch immer gesetzt wird, daß sie nach einem Fixsterne gerichtet sey, so daß in der Zeit, in welcher der Stern aus dem sichtbaren Theile der Mittagsfläche bis wieder in denselben kömmt, genau vier und zwanzig Stunden verfließen: wird sage ich nach einer solchen Uhr täglich der Zeitpunkt angemerkt, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagsfläche gehet, so wird die Zeit zwischen zween dergleichen Puncten, die zunächst auf einander folgen, immer grösser gefunden als vier und zwanzig Stunden. Der Ueberschuß ist nicht immer völlig von einerley Länge: im Durchschnitte aber beträgt derselbe 3 Minuten 56,5 Secunden. Hieraus folgt, daß der Vorsprung eines jeden Fixsterns vor der Sonne, oder der gerade Ausgang der Sonne von diesem Fixsterne an gerechnet, täglich zunehme; daß aber der Zuwachs, welchen er in vier und zwanzig Sternstunden erhält, nicht immer genau von eben der Grösse sey, und wenn auch hier das Mittel genommen wird, auf 56 Minuten 8,3 Secunden eines Grads gesetzt werden müsse. Denn weil ein Grad des Gleichers vier Minuten Zeit braucht durch die Mittagsfläche zu gehen, so gehen in 3 Minuten 56,5 Secunden beynahe 56 Minuten und 8,3 Secunden desselben durch diese Fläche.

§. 328. Da also dieser Vorsprung des Fixsterns vor der Sonne täglich stark zunimt, so muß er bald so beträchtlich werden, daß wir ihn auch ohne andere Behülfe mit den blossen Augen merken können. Zwar können wir nie einen Fixstern mit der Sonne zugleich sehen. Diese erleuchtet, sobald sie aufgehet, un-

T.H.F.60. fere Luft viel zu sehr, als daß wir das schwache Licht der Fixsterne von dem, so uns die Theile der Luft zusenden, solten unterscheiden können; also erscheinet uns nichts, als ein überall gleich stark erleuchteter Himmel. Halten wir uns aber an eines der Sternbilder, die uns kurz vor dem Aufgange der Sonne bey dem Horizonte im Morgen erscheinen, so finden wir nach wenigen Tagen, daß dasselbe um eben die Zeit merklich höher, und mehr gegen Abend stehe, und von dannen rückt es immer weiter und weiter nach dieser Seite fort, bis wir es endlich, indem die Sonne aufgehen will, ganz nahe an dem Horizonte an der Abendseite erblicken. Dieses beweget uns, so lang wir blos auf die Erscheinungen acht haben, der Sonne eine besondere Bewegung rings um uns herum zuzuschreiben, die diesen Vorsprung verursacht. Diese scheinbare Bewegung der Sonne vermindert diejenige, mit welcher sie sonst mit den Fixsternen zugleich herumkommen würde, und macht, daß die Sonne etwas mehr als 24 Sternstunden Zeit braucht, ihren Umlauf von Morgen gegen Abend um die Erde herum zu verrichten. Eine mittelmäßige Achsfankheit konte zeigen, daß eben diese scheinbare Bewegung der Sonne an dem Sternhimmel, bey jedem Umlaufe, fast nach allen Umständen immer einerley sey; und daß insbesondere die Zeit, in welcher vermittelt derselben ihr Mittelpunct ganz herumkomt, immer beynabe eben die Länge habe. Diese Zeit wird ein Jahr genennet, dessen eigentliche Währung in dem folgenden genau zu bestimmen seyn wird, und davon heisset die Bewegung der Sonne, von welcher hier die Rede ist, die jährliche Bewegung, zum Unterschiede der täglichen, welche, mit dem übrigen Heere des Himmels zugleich, von Morgen gegen Abend geschiehet. Es ist nothwendig, daß wir diese Bewegung nach allen Umständen betrachten.

§. 329. Der Augenblick des sichtbaren Durchgangs des Mittelpuncts der Sonne durch die Mittagsfläche ist die Zeit des wahren Mittags. Wird nun in diesem Zeitpuncte, so oft es sich thun läßt, auch die Mittagshöhe der Sonne genommen, und daraus die Abweichung derselben von dem Gleicher berechnet, (181), so zeigt sich, daß auch diese sehr veränderlich sey. Bald nach dem Anfange unsers Frühlings ist sie mitternächtlich, aber sehr klein; sie wächst aber täglich, und dieses Wachsthum ist um diese Zeit gar beträchtlich, wird aber nach und nach immer schwächer, bis endlich gegen das Ende des Frühlings die Abweichung kaum mehr grösser wird, als sie den Tag vorher war. Mit dem Anfange des Sommers nimt sie wieder ab, und die Sonne nähert sich dem Gleicher anfangs

anfänglich in vier und zwanzig Stunden gar wenig, hernach aber immer mehr *T.IV.F.60.* und mehr, bis sie am Ende des Sommers, ihn völlig erreicht, oder doch demselben sehr nahe kömmt. Nach dieser Zeit wird die Abweichung südlich, sie wächst im Herbst, und nimt im Winter wieder ab, wie an der nördlichen Seite, bis sie endlich beym Ende des Winters gar klein, und bald darauf wieder nördlich wird. Die Rede ist hier blos von dem, so die Beobachtungen unmittelbar geben, welche, da sie blos in der Zeit des wahren Mittags gemacht werden, die Abweichung der Sonne in den Zwischenzeiten nicht entdecken können.

Die Bahn der Sonne an dem Sternhimmel.

§. 330. Durch beides, den von einem beliebigen Puncte des Gleichers gerechneten geraden Aufgang der Sonne, und ihre dazu gehörige Abweichung, wird eine Menge der Stellen, welche dieselbe nach und nach an dem Himmel eingenommen hat, richtig angegeben. Wolte man diese Stellen auf eine Kugel tragen, an welcher der Gleicher gezeichnet und richtig getheilet ist, und alle diese Puncte vermittelst einer in der Oberfläche dieser Kugel beschriebenen krummen Linie mit einander verknüpfen, so würde dadurch die ganze Bahn, welche die Sonne in der Zeit der Beobachtungen an dem Himmel beschrieben hat, genau genug bestimmt werden: und es wird gesetzt daß sie in dieser Zeit ganz herum gekommen sey. Es würde sich aber zeigen, daß diese scheinbare Bahn ein Cirkel sey, und zwar, weil er den Gleicher in zwei genaue Hälften theilet, einer der größten Cirkel der Kugel: woraus zu schliessen ist, daß sein Mittelpunct in den Mittelpunct derselben falle, welcher mit dem Mittelpuncte der Erde einerley ist: und daß die wirkliche Bahn der Sonne, was sie auch übrigens für eine Gestalt haben mag, ganz in der Fläche dieses Cirkels liegen müsse. Alles dieses wird durch unzählige Beobachtungen bestätigt, welche zugleich darthun, daß, eins in das andere gerechnet, die Sonne in diesem Cirkel in vier und zwanzig Sternstunden beynähe um 59 Minuten, das ist: fast um einen Grad, vortrübe.

§. 331. Es ist aber auch das übrige, so eben gesagt worden ist, nicht nach der äußersten Strenge zu erklären. Wird alles auf das genaueste genommen, so ist es nicht möglich eine ebene Fläche anzugeben, und die Lage derselben vermittelst gewisser Fixsterne, durch welche sie hindurch gehet, zu bestimmen, von welcher der Mittelpunct der Sonne niemals im geringsten abweiche. Man begnüget sich

T.IV.F.60. also diese Fläche so zu legen, daß diese Abweichungen geringe werden, bald nach dieser bald nach der andern Seite geschehen, und erst nach geraumer Zeit zu einer Größe anwachsen, die in Betrachtung gezogen werden muß. Alsdenn wird die Lage dieser Fläche geändert, und dieselbe in der Einbildung etwas verrückt, damit sie wieder eine Zeitlang mit eben so geringen Fehlern dienen könne. In diesem Verstande hat die Fläche der Sonnenbahn eine beständige Lage, und die Fixsterne liegen in Absicht auf dieselbe noch eben so, wie sie von den Alten beobachtet worden sind. Sie wird die Fläche der Ecliptic genennet, da der in dieser Fläche um den Mittelpunct der Erde beschriebene Cirkelkreis, welchen der Mittelpunct der Sonne bey deren Bewegung von Abend gegen Morgen an dem Sternhimmel zu beschreiben scheint, die Ecliptic oder die Sonnenbahn heißt. Dieser Cirkel, ist derjenige, welcher den Thierkreis in zween einander gleiche Streifen zerschneidet, und bey der Beschreibung desselben in einige Betrachtung kommen mußte.

§. 332: Die Fläche der Ecliptic wird von der Fläche des Gleichers nothwendig in einer geraden Linie geschnitten, die durch den Mittelpunct der Erde gehet; da dieser Mittelpunct sowol in der einen als in der andern dieser Flächen *T.IV.F.61.* liegt. Es sey (*T. IV. Fig. 61.*) *ABC* ein Theil der Fläche des Gleichers, und *DBC* ein Theil der Fläche der Ecliptic, welche beide durch den Mittelpunct der Erde *C* gehen, und einander in der geraden Linie *BC* schneiden. Wird nun noch eine dritte Fläche *ACF* bergestalt durch *C* gelegt, daß die Schneidungslinie *BC* perpendicular auf dieselbe zu stehen komme, so wird diese Fläche *ACF*, auch den vorigen *ABC* und *DBC* beiden perpendicular: und gleichwie die Are des Gleichers *CP*, welche durch *C* seiner Fläche *ACB* perpendicular ist, nothwendig in die Fläche *ACF* fällt; so fällt auch die durch eben das Punct *C* der Fläche der Ecliptic *DBC* perpendicular zu stellende *CF* in eben die Fläche *ACF* und man kan diese *CF* die Are der Ecliptic, das Punct *F* aber, in welcher diese die Himmelskugel erreicht, den einen Pol derselben nennen, gleichwie *P* ein Pol des Gleichers heißet. Wird *T.IV.F.62.* nun, wie in der 62sten Zeichnung wirklich geschehen ist, die Himmelskugel, mit der daran gezeichneten Ecliptic, in der Fläche *ACF* orthographisch entworfen: so wird die in *B* verlängerte *AC* der Entwurf des Gleichers, und die in *E* verlängerte *DC* der Entwurf der Ecliptic. Der Winkel *ACD* aber ist derjenige, welcher die Neigung der Fläche der Sonnenbahn gegen die Fläche des Gleichers angiebt; und man siehet leicht, daß diesem *ACD* der Winkel *PCF* gleich seyn werde, welchen die

in die Fläche des Entwurfs fallende Aze der Ecliptic PCG mit der Aze des $T.IV.F.62$. Gleichers PCQ einschliesset.

§. 333. Man kan sich aber auch eine andere Fläche auf die $PAQB$ perpendicular vorstellen, welche jene in der Aze PQ schneidet. Diese zwei Flächen $PAQB$, und die ihr durch PQ perpendicular gesetzte, werden sowol dem Gleicher als die Ecliptic, und zwar jeden dieser Cirkel in vier gleiche Theile, theilen. Die Umkreise der Cirkel nun, in welchen eben die zwei Flächen die Himmelskugel schneiden, deren einer durch die Pole P, F an der einen, und Q, G an der andern Seite gehet, der andere aber durch die Pole des Gleichers P, Q , und durch die Punkte, in welchen der Gleicher von der Ecliptic am Himmel geschnitten wird, heissen die beiden Coluren.

Wie sich die Sonne eigentlich zu bewegen scheine.

§. 334. Da die Sonne in einem Jahre die in ED entworfene Ecliptic ganz durchläuft, so muß sich ihr Mittelpunct nach und nach in jedem Punkte derselben befinden. Stünde sie bey einem dieser Punkte, demjenigen zum Beyspiel, das durch H vorgestellet wird, stille, so würde sie, indem sich der Himmel um seine Aze PQ drehet, wie ein jeder anderer Punct desselben, den Umkreis eines Cirkels beschreiben, der durch die der AB parallel gezogene IK vorgestellet werden kan, weil seine Fläche der Fläche des Gleichers parallel ist. Es rücket aber die Sonne in der Ecliptic beständig fort; und wenn Hb den Theil dieses Cirkels vorstellt, um welchen der Mittelpunct der Sonne, in der Zeit des täglichen Umlaufs des Himmels, sich nach dieser oder jener Seite von H entfernt hat: so beschreibet zwar der Punct der Ecliptic b einen eben dergleichen Cirkel, als H beschreibet: der Weg der Sonne aber, auf welchem sie in dieser Zeit würklich fortgegangen zu seyn scheint, ist weder der eine noch der andere dieser Kreise, sondern eine Art eines Schraubengangs, welcher sich nach und nach von dem durch H beschriebenen Kreis gegen b entfernt, und sich in diesem letztern Puncte endet.

§. 335. Der Bogen AI mißt die Abweichung des Puncts H von dem Gleicher, wie ein jeder anderer, der, wenn man ihn fortsetzet, durch den Pol P gehet: und eben so mißt AD die Abweichung des Puncts der Ecliptic D , das am allerweitesten von dem Gleicher entfernt ist. Eben der Bogen AD ist auch
das

T. IV. F. 62. das Maasß des Winkels ACD , welchen die Fläche der *Ecliptic* mit der Fläche des *Gleicher* einschliesset, und also die Abweichung der *Ecliptic*, oder die *Schiefe* derselben. Wenn also Hb den Bogen vorstellt, um welchen die Sonne in vier und zwanzig Stunden an dem Himmel fortrücket, so wird Ii der Zuwachs, welchen ihre Abweichung von dem *Gleicher* in dieser Zeit bekommen, oder den Abgang, welchen sie gelitten hat: mit einem Worte, der Unterschied der Abweichung des vorhergehenden Tags, von der Abweichung des gegenwärtigen. Wir haben (329) gesehen, daß dieser Unterschied immer desto kleiner werde, je mehr sich die Sonne von dem *Gleicher* gegen E oder D entfernt: und eben die Beobachtungen zeigen, daß derselbe ganz nahe an E oder D so klein sey, daß er schwerlich zu merken ist. Es ist leicht zu sehen, wovon alles dieses herrühre. Wenn Hb einen Grad der *Ecliptic* vorstellt, so wird, nach den Gesetzen des orthographischen Entwurfs, diese Hb desto kleiner, je näher der vorzustellende Grad bey D oder E genommen wird: so daß die Vorstellung des letzten Grades an D oder E fast gar keine Grösse bekommt. Wie groß kan also die Ii seyn, welche zu einer so kleinen Hb gehöret, besonders da auch der Winkel ACD spitzig genug ist?

§. 336. Wenn also selbst durch die äussersten Punkte der *Ecliptic* D und E , in welchen sie den *Colur* $PAQB$ schneidet, die durch DM , EN vorgestellte *Cirkel* dem *Gleicher* parallel beschrieben werden, so kan der Weg der Sonne an dem Tage, an welchem ihr Mittelpunkt durch das Punct D gehet, von dem *Cirkel* DM kaum abweichen, und an demjenigen, in welchem ihr Mittelpunkt das Punct E erreicht, sich um nicht mehr von dem EN entfernen. Eigentlich erreicht der Mittelpunkt der Sonne jeden dieser *Cirkel* nur in einem Augenblicke, und entfernt sich alabald wieder von demselben, aber so wenig, daß diese Abweichung in etlichen Stunden gar nicht zu merken ist. In diesem Verstande wird die Sonnenbahn von diesen *Cirkeln* DM und EN eingeschlossen, deren jeder ein *Wendecirkel*, *Tropicus*, genannt wird; weil die Sonne, sobald sie einen derselben erreicht hat, wieder anfängt sich dem *Gleicher* zu nähern, von welchem sie sich vorher entfernete. Aus eben der Ursache bekommen die Punkte der *Ecliptic* D und E ; deren Abweichung von dem *Gleicher* unter allen die größte ist, die Benennung der *Wendepuncte*, der *Cirkel* $PAQB$ aber, so durch diese Punkte D , E und durch die Pole P , Q hindurch gehet, heisset der *Colur* der *Wendepuncte*.

Schiefe der Sonnenbahn.

§. 337. Die durch den Bogen AD gegebene Abweichung des Wendekreises DM von dem Gleichher AB , oder die durch eben den Bogen AD gemessene Schiefe der Sonnenbahn ACD zu finden, darf man nur die größte Abweichung der Sonne aus ihrer größten Mittagshöhe schliessen. Denn bey dieser größten Abweichung befindet sich ihr Mittelpunct gewiß in dem Wendecirkel DM . Und wenn man versichert seyn könnte, daß die Sonne in eben dem Zeitpuncte, in welchem ihre größte Mittagshöhe beobachtet worden ist, auch die größte Abweichung von dem Gleichher gehabt habe, so würde hiebey kein weiterer Zweifel statt finden. Nun kan aber die größte Abweichung sich aufs höchste zwölf Stunden vor oder nach dieser Zeit der Beobachtung zugetragen haben. Also ist die Entfernung des Mittelpuncts der Sonne von dem Wendekreis DM unmerklich. Man kan sich der südlichen Abweichung der Sonne von dem Gleichher BE zu eben dem Zwecke bedienen, welche aus der kleinsten Mittagshöhe derselben geschlossen wird. Für das beste aber wird gehalten, daß man sowol die größte als die kleinste Mittagshöhe auf das genaueste suche, und diese von jener abziehe. Was übrig bleibt, ist der Bogen ND , und dieser ist doppelt so groß als AD oder $AN = BE$. Es darf also, wenn die Schiefe der Ecliptic auf diesem Wege gesucht wird, nicht einmal die Polhöhe bekannt seyn.

§. 338. Wenn es nicht nöthig ist die Sache so genau zu nehmen, wird die Schiefe der Ecliptic auf drey und zwanzig und einen halben Grad gesetzt. Sie wird aber gegenwärtig etwas kleiner gefunden, indem die mittlere Grösse derselben die 23 Grade nur um 28 Minuten und 20 Secunden übertrifft. Und überhaupt läßt die Vergleichung der ältern Beobachtungen mit den neuern kaum einigen Zweifel übrig, daß diese Schiefe, und mit derselben die Entfernung der Wendekreise von dem Gleichher, beständig abnehme, und zwar um 44 Secunden in einem Jahrhunderte. Sie ist ausser dieser noch andern kleinen Veränderungen unterworfen, welche sie bald größer bald kleiner machen, und dadurch von Zeit zu Zeit wieder zu der angezeigten mittlern Grösse zurückbringen.

Eintheilung der Ecliptic.

§. 339. Da die Ecliptic den Gleichher in den zween Puncten schneidet, deren orthographischer Entwurf C ist, so muß der Mittelpunct der Sonne in jedem

T.IV.F.62. Jahre zweymal in den Gleicher kommen. Könnte sich nun die Sonne an dieser Stelle aufhalten, oder gieng sie ohne Abweichung selbst in dem Gleicher fort, so würde sie auch bey ihrem täglichen Umlaufe um die Erde den Gleicher beschreiben, und also so lange über dem Horizonte sichtbar seyn, als sie unter demselben verdeckt ist. Wir haben gesehen, daß, da die Sonne an dem Sternhimmel sich nicht in dem Gleicher, sondern in der Ecliptic beweget, dieses nicht seyn könne. Und eine kurze Betrachtung der Zeichnung kan uns weisen, daß wenn die Sonne in dieser ihrer scheinbaren Bahn bey *C* um einen Grad fortgehet, ihre Abweichung mehr verändert werde, als bey irgend einem andern Punkte derselben; weil bey *C* der Entwurf eines Grades *Hb*, durch welchen der Zuwachs oder die Abnahme der Abweichung *Li* bestimmt wird, so groß ist als er nur werden kan, nemlich kaum kleiner, als der Bogen selbst. Bey dem allen werden die in *C* entworfenen Punkte, in welchen der Gleicher von der Ecliptic geschnitten wird, die Aequinoctialpunkte, oder die Punkte der Nachtgleichen genant, und der durch dieselbe und den Pol *P* oder *Q* beschriebene Colur, heißt der Colur der Nachtgleichen.

§. 340. Wird nun auch durch die zween Punkte der Nachtgleichen, und durch die Pole der Ecliptic in der Oberfläche der Kugel ein Kreis beschrieben, so theilet auch dieser, mit dem durch die Wendpunkte gehenden Colur, die Ecliptic in vier gleiche Theile, deren jeder sich, dem scheinbaren Laufe der Sonne gemäß, von der Abendseite gegen die nach Morgen erstrecket. Der erste dieser Quadranten hat seinen Anfang in dem Gleicher, und gehet von dannen bis an den mitternächtigen Wendekreis. Der zweite fängt in diesem Kreise bey dem Wendpunkte an, und erstreckt sich bis an den Gleicher. Eben die Verwandniß hat es auch mit den zween übrigen Quadranten, die diesen entgegen liegen. Der Anfang des ersten jener Theile, desjenigen nemlich, welcher sich von dem Gleicher bis an den mitternächtigen Wendekreis erstrecket, ist zugleich der Anfang der Ecliptic selbst, und von eben diesem Punkte, das ist von dem Punkte der Nachtgleiche, bey welchem die Sonne anfängt nach Mitternacht abzuweichen, werden auch die Grade des Gleichers nach Morgen zu bis zu 360 in einem fort gezählet.

§. 341. Durch die Zahl der Grade und Minuten der Ecliptic, welche in jedem Zeitpunkt zwischen dem Anfange derselben, und dem Mittelpunkte der
Sonne

Sonne enthalten sind, wird der Ort der Sonne in dieser ihren scheinbaren Bahne *T. IV. F. 62.* angegeben; und von eben dem Anfange wird auch der gerade Aufgang derselben auf dem Gleiches genommen, indem man, wie bey einem jeden andern Puncte des Himmels geschehen muß, durch den Mittelpunct der Sonne, und durch die beiden Pole *P, Q* sich einen Abweichungskreis vorstelllet, der den Gleiches in dem Puncte schneiden wird, welches mit dem Mittelpuncte zugleich durch jede Meridiansfläche, und in der gerade stehenden Sphäre auch zugleich durch den Horizont gehet.

§. 342. Es wird aber die Ecliptic, demjenigen gemäß, so oben (229) von der Eintheilung des Thierkreises gezeigt worden ist, auch etwas anders getheilt als der Gleiches. Man zerschneidet nemlich jeden Quadranten derselben in drey gleiche Theile, jeden von 30 Graden, und nennet diese Theile Zeichen, welche von dem Anfange der Ecliptic nach der Morgenseite gezählet werden. Eben diese Theile bekommen auch andere Nahmen, von den Sternbildern des Thierkreises, welche damals, als diese Eintheilung zuerst gemacht worden ist, bey denselben gestanden sind, ob sie wol nun nicht mehr daselbst stehen; und eben davon haben sie auch die Benennung der Zeichen. Die Bilder selbst sind bereits (231) angezeigt worden, und es sind deren in jedem Viertel der Ecliptic drey; in dem ersten, der Widder, Stier, die Zwillinge; in dem zweiten, der Krebs, der Löwe, die Jungfer; in dem dritten, die Wage, der Scorpion, der Schütze; und in dem vierten, der Steinbock, Wassermann, die Fische. Nach diesen Zeichen heißet der mitternächtige Wendekreis auch der Wendekreis des Krebses, und der mittägige, der Wendekreis des Steinbocks. Die Puncte der Nachtgleichen aber sind, der Anfang des Widders, und der Anfang der Wage, gleichwie die Wendepuncte, der Anfang des Krebses und der Anfang des Steinbocks; indem die Ecliptic selbst ihren Anfang bey dem Anfange des Widders nimmt.

Den geraden Aufgang eines Fixsterns zu finden.

§. 343. Nachdem die Schiefe der Ecliptic gefunden worden (338), kan aus der Abweichung des Mittelpuncts der Sonne von dem Gleiches, immer sowol ihre Länge, als auch ihr gerader Aufgang berechnet werden. Denn wenn (*T. IV. Fig. 63.*) *RC* einen Theil des Gleichers, und *CH* einen Theil der *T. IV. F. 63* Ecliptic vorstelllet, in welcher sich die Sonne bey *H* befindet, *HR* aber ist der

180 Der Astronomischen Vorlesungen fünfter Abschnitt.

T.IV.F.63. durch dieses Punct gehende Abweichungsbogen: so ist in dem Dreyecke, welches diese Bogen auf der Oberfläche der Kugel bilden, der Winkel R gerade, C aber ist die bekannte Schiefe der Ecliptic. Ist also auch der Bogen HR bekannt, welcher die Abweichung der Sonne anzeigt, so werden aus den drey bekannten Dingen R , C und HR , die Bogen HC , RC allerdings gefunden. Eben die Regeln, welche dazu dienen, geben auch den Winkel H , welchen der Abweichungsbogen mit der Ecliptic einschliesset, und können überhaupt gebraucht werden, wenn ausser den zween bekannten Winkeln R und C noch eins von den vier übrigen Theilen des Dreyecks CHR bekannt ist, H nemlich oder HC oder RC , alle übrigen herauszubringen. Sind aber die Bogen CH , CR bekannt, so ist es leicht die Länge der Sonne samt ihren geraden Aufgang anzugeben: denn C ist entweder der Anfang der Ecliptic und des Gleichers, oder von demselben um 180 Grade entfernt.

§. 344. Wenn also, durch die fleißig beobachteten Mittageshöhen der Sonne, eine hinlängliche Zahl ihrer Abweichungen von dem Gleichere gefunden wird, so kan daraus die Geschwindigkeit berechnet werden, mit welcher sich dieselbe bey jedem Puncte der Ecliptic zu bewegen scheint, daß ist, der Weg, welchen sie in einer gewissen Zeit zurück leget, indem sie sich in ihrer Bahn dort oder da befindet. Denn es wird zur Bestimmung dieses Weges nicht mehr erfordert, als daß man die Länge des Mittelpuncts der Sonne, welche er im Anfange der angenommenen Zeit hatte, von seiner Länge am Ende dieser Zeit, abziehe. Diese Geschwindigkeit ist allerdings bey verschiedenen Puncten der Ecliptic verschieden. Es ist aber die Veränderung derselben so groß nicht, daß sie in den verschiedenen Stunden eines Tages, oder zween auf einander folgender Tage, merklich wäre, weil, wenn sie am größten ist, die Sonne in einer Stunde nur um 2 Minuten und 33 Secunden in ihrer Bahn fortrücket, da sie mit ihrer kleinsten Geschwindigkeit in eben der Zeit nicht weniger als 2 Minuten und 22 Secunden beschreibet, welches einen Unterschied von nicht mehr als 10 Secunden ausmachtet. Eben die Gründe können auch die Geschwindigkeit angeben, mit welcher die Sonne in Absicht auf den Gleichere fortrücket, und dadurch ihren geraden Aufgang in einer gewissen Zeit vermehret, indem sie würklich diesen oder jenen Theil ihrer scheinbaren Bahn beschreibet. Und es ist bereits oben angemercket worden, daß, was dergestalt für einen Umlauf der Sonne gefunden wird, auch für gar viele andere, die unmittelbar auf einander folgen, gelten werde.

§. 345. Nunmehr ist nur noch der Ort des Anfangs der Ecliptic, oder eines jeden andern Puncts derselben, an dem Sternhimmel auszumachen. Denn nachdem der Winkel gefunden ist, welchen die Fläche dieses Circels mit der Fläche des Gleichers einschließet, so bleibt zur völligen Bestimmung der Lage derselben nichts übrig, als daß auch die Puncte des Himmels angegeben werden, nach welchen sich die Linie erstrecket, in welcher diese zwei Flächen einander schneiden. Diese zween Puncte aber sind keine andern als der Anfang des Widders und der Waage, deren jeder durch den andern, wie auch durch ein jedes drittes Punct der Ecliptic oder des Gleichers gegeben wird, dessen scheinbare Entfernung von demselben bekant ist. Dazu aber ist der Vorsprung eines solchen Puncts vor einem Fixsterne, dessen Stelle völlig bekant ist, das bequemste Mittel. Es wird in der That der gerade Ausgang nicht nur der Sonne, sondern auch eines jeden andern himmlischen Körpers, von dem Anfange des Gleichers nach Morgen zu gerechnet; und man verstehet nichts anders, als den Vorsprung dieses Punctes vor einem Sterne, wenn der gerade Ausgang des Sterns schlechweg angegeben wird. Der Anfang des Gleichers gehet immer zuerst durch die Mittagsfläche, alsdenn folgt innerhalb 24 Sternstunden der andere Körper.

§. 346. Es wird aber der gerade Ausgang eines Sterns also gefunden. Man bemerkt an einer mit den Fixsternen laufenden guten Uhr den Zeitpunkt, in welchem der Mittelpunkt der Sonne durch die Mittagsfläche gehet, und zugleich die Mittagshöhe derselben, um daraus die Abweichung, welche sie in eben dem Zeitpuncte gehabt hat, hernehmen zu können. Alsdenn bemerkt man auch die Zeit des Durchgangs des Sterns durch die Mittagsfläche, nach eben der Uhr. Die erste dieser Zeiten von der letzten abgezogen, giebt den Vorsprung der Sonne vor dem Sterne in Stunden und deren Theilen, da es denn leicht ist, eben den Vorsprung in Graden und Theilen der Grade anzugeben. Aus der Abweichung der Sonne aber wird der gerade Ausgang derselben, wie (343) gewiesen worden ist, geschlossen, welcher zu dem gefundenen Vorsprunge hinzugesetzt, den gesuchten geraden Ausgang des Sterns geben wird. Denn dadurch, daß der gerade Ausgang sowol als der Vorsprung der Sonne vor dem Sterne immer nach Morgen zu gerechnet wird, wird die Subtraction vermieden: und wenn durch die Addition der gerade Ausgang größer gefunden wird als der ganze Circelkreis, so ist es leicht von der Zahl, durch welche er ausgedruckt wird, 360 Grade wegzulassen.

T. IV. F. 63. §. 347. Diese Anweisung den geraden Aufgang eines Fixsterns zu finden setzt die Höhe des Gleichers als bekannt voraus, und wird durch einen jeden in dieser, oder der Mittagshöhe begangenen Irrthum fehlerhaft. Es giebt einen viel richtigern Weg zu diesem Zwecke zu gelangen, der sich darauf gründet, daß, indem die Sonne die Hälfte ihrer Bahn, von dem Gleichere bis wieder an denselben beschreibt, einer jeden Abweichung, die sie an der einen Seite des Colurs der Wendpuncte hat, eine andere an der andern Seite desselben gleich seyn muß, so daß der Colur, zwischen den Bogen, die diese Abweichungen angeben, genau in der Mitte liegt, und den von dem einen bis an den andern reichenden Theil des Gleichers in zwei Hälften theilet. Dieser Umstand wird also gebraucht. Man bemerkt, indem die Sonne sich von dem Gleichere entfernt, ihren Vorsprung vor dem angenommenen Fixstern, und zugleich ihre Abweichung von dem Gleichere, auf das genaueste. Einige Monate darauf, wenn sich die Sonne dem Gleichere wieder nähert, sucht man für den Zeitpunkt, in welchem die Abweichung der Sonne so groß ist als die vorige, den Vorsprung derselben vor eben dem Fixstern.

T. IV. F. 64. Wenn nun (*T. IV. Fig. 64.*) *AB* einen Theil des Gleichers, und *CDE* einen Theil der Ecliptic vorstellet, in welchem sich der Wendpunct *D* befindet, durch welchen der Theil des Colurs *DF* geht: die Puncte *C* und *E* aber sind diejenigen, bey welchen die Abweichungen der Sonne einander gleich waren, indem *CE* der *AB* parallel lauft; und es wird der Vorsprung der Sonne bey *C* durch *c*, der bey *E* aber durch *e* ausgedrucket, so ist wenn der Fixstern sich an der Seite *B* außer *EH* befindet: $GH = c - e$, und also $GF = FH = \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}e$. Wird also diese *FH* zu dem kleinern Vorsprunge *e* hinzugesetzt, so kommt $e + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}e = \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}e$. Dieses ist der Vorsprung des Wendpuncts *D* vor dem angenommenen Fixstern, aus welchem der gerade Aufgang desselben leicht zu schließen ist: und nicht schwerer ist die Rechnung, wenn der Fixstern zwischen den Abweichungskreisen *CG*, *EH* liegen sollte.

§. 348. Die Abweichungen der Sonne von dem Gleichere werden aus den Mittagshöhen derselben geschlossen, und sind einander gleich, wenn diese gleich sind. Nun können zwar, bey einem Uebergange der Sonne von dem Gleichere bis wieder an denselben, nur sehr selten zwei Mittagshöhen einander völlig gleich werden; besonders da diese Höhen bey einer geringen Abweichung der Sonne genommen werden müssen; weil sich daselbst die Abweichung, und mit derselben die Höhe, von

von einem Mittage bis zu dem nächsten, stark ändert (329), wodurch der zu jeder Abweichung gehörige gerade Aufgang der Sonne desto richtiger bestimmt wird. Es ist also gemeinlich die Abweichung bey E , welche durch die Beobachtung erhalten wird, etwas grösser oder kleiner als die bey C . Es kan aber alsdenn der Vorsprung e , zu der Höhe EH , die der GC vollkommen gleich ist, durch die Rechnung gefunden werden, indem man sich auf die hier beobachtete Abweichung gründet, und annimt, daß in einem Zeitraume, der immer kleiner ist als 12 Stunden, der gerade Aufgang der Sonne, in eben der Verhältniß wachse oder abnehme, in welcher sich die Abweichung selbst verändert.

Veränderung des Anfangs der Ecliptic.

§. 349. Ist nun der gerade Aufgang eines Fixsterns gefunden worden, so wird dadurch zugleich der gerade Aufgang eines jeden andern gegeben, dessen Vorsprung vor demselben bekant ist. Es bleibt aber der gerade Aufgang der Fixsterne nicht immer einerley, sondern wächst beständig, indem sich der Anfang des Gleichers, welcher zugleich der Anfang der Ecliptic ist, nach der Abendseite von demselben entfernt. Zwar geschiehet dieses langsam genug: es wird aber doch dadurch der gerade Aufgang der Fixsterne in Jahresfrist merklich grösser, und nimt mit der Zeit beständig zu. Man siehet leicht, daß diese Veränderung von nichts andern herrühren könne, als daß die Linie, in welcher die Fläche der scheinbaren Sonnenbahn von der Fläche des Gleichers geschnitten wird, in jener von Morgen gegen Abend, und also in Absicht auf die Sonne zurückgehet, welches augenscheinlich zeigt, daß in der Lage der einen oder der andern dieser Flächen, wo nicht in beiden, eine anhaltende Veränderung, in Absicht auf die Fixsterne, vorgehen müsse. Nun verändert die Fläche der Ecliptic ihre Lage nur sehr wenig, und die Fixsterne, durch welche sie gegenwärtig gehet, sind beynahе eben diejenigen, welche die Alten in derselben gefunden haben. Es muß also die Sache vornehmlich auf eine beständige Veränderung der Fläche des Gleichers ankommen.

Eine Bewegung der Axe des Sternhimmels.

§. 350. Es sey $ABDE$ (T. IV. Fig. 65.) die in ihrer Fläche, deren Veränderung hier in keine Betrachtung gezogen wird, um den Mittelpunct der Erde C beschriebene scheinbare Sonnenbahn, und FC dieser Fläche perpendicular; welche also durch den Pol der Ecliptic gehen, und diesen in der Oberfläche der

IV.F.65. der Himmelstugel angegeben wird, in welcher man sich die Ecliptic $ABDE$ gezeichnet vorstellt. $AGDH$ sey der Gleicher, dessen Fläche mit der vorigen den Winkel HAE von der (338) angezeigten Größe einschliesset, indem sie dieselbe in der geraden Linie ACD schneidet. Auf diese Fläche $AGDH$ sey die PC perpendicular, welche demnach die Are des Himmels vorstellen, und durch die Pole desselben gehen wird, so daß ein Punct derselben P den mitternächtigen Pol angeben kan. Als denn ist A der Anfang der Ecliptic, und zugleich der Anfang des Gleichers, die Sonne beweget sich von A durch B, D nach E , in welcher Ordnung auch die Zeichen der Ecliptic auf einander folgen, und der gerade Aufgang wird von A nach G, D, H gerechnet. Da nun AC , und mit derselben ihre Verlängerung CD sich um C , dem Lauf der Sonne entgegen, und also von A gegen E , und von D gegen B drehet: so muß sich auch die an die Fläche $AGDH$ unbeweglich angelegte PC um die unbewegliche FC drehen, und um diese, so lang der Winkel FCP einerley Größe behält, die Oberfläche eines geraden Kegels beschreiben, dessen Are FC ist. Der Pol P selbst beschreibt bey dieser Bewegung, in der Oberfläche des Himmels, an welcher er von P in I , und von dannen in K fortgeheth, den Cirkel PIK , dessen Halbmesser aus C unter dem Winkel FCP gesehen wird, welcher FCP der Schiefe der Ecliptic gleich (332), und also eben den Veränderungen unterworfen ist, welche diese Schiefe leidet.

§. 351. Da also in dem Cirkel PIK der Nordpol des Himmels, und in einem diesen entgegengesetzten, dessen Südpol, wiewol sehr langsam, fortgehen: so muß auch die Lage der Fixsterne, welche in Absicht auf die Fläche der Ecliptic und deren Are beynaher immer die vorige bleibt, in Absicht auf die Pole des Gleichers, beständig geändert werden, so daß bey einigen Fixsternen ihre Entfernung von diesen Polen nach und nach grösser, bey andern aber kleiner wird. Es ist also die Abweichung eines jeden Fixsterns von dem Gleicher einer beständigen Veränderung unterworfen; gleichwie auch der gerade Aufgang desselben dadurch, daß der Anfang des Gleichers aus seiner Stelle rückt, in jedem Augenblicke, wiewol nur ungemein wenig, geändert wird.

§. 352. Bey so gestalten Sachen kan eine Himmelstugel, auf welcher, ausser den Sternbildern und dem Gleicher samt dessen Polen, auch die Ecliptic und die Pole derselben, richtig verzeichnet sind, zwar die Abweichung eines jeden Fixsterns

sterns von dem Gleicher, und seinen geraden Aufgang für einen gewissen Zeitpunkt *T.IV.F.65.* richtig vorstellen, aber nicht für einen jeden andern; und muß mit der Zeit von dem wahren Stande, die diese Dinge an dem Himmel haben, immer mehr abweichen. In den Sternbildern selbst gehet keine Veränderung vor, die hier in Betrachtung zu ziehen wäre: und, wenn man sich eine durch die Aze der Ecliptic *FC* und einen Fixstern *S* gelegte Fläche verstellet, die den Sternhimmel in einen Bogen *FSL* schneiden wird, welcher die Größe eines Quadranten hat, und bey *L* mit der Ecliptic einen geraden Winkel einschliesset: so wird dieser Bogen *FL* von dem Sterne *S* immer auf einerley Art getheilet, und die Zahl der Grade in *SL* oder *FS* wird in vielen Jahren kaum merklich geändert. Was aber den Bogen *AL*, das ist die Entfernung des Puncts *L* von dem Anfange der Ecliptic *A* anlangt, so muß diese nothwendig wachsen, indem *A* gegen *E* zurück weicht.

Die Länge und Breite am Himmel.

§. 353. Es ist aber das Wachsthum dieses Bogens *AL* ziemlich gleichförmig, indem derselbe in jedem Jahre beynähe um 50,3 Secunden zunimt. Dieses wird aus der Vergleichung der ältern Beobachtungen mit den neuern geschlossen, und ist die Ursache, warum die Stelle eines Fixsterns oder andern himmlischen Körpers, welche für alle Zeiten zu bestimmen ist, durch die Bogen *AL* und *LS* angegeben wird, und nicht durch die Abweichung und den geraden Aufgang desselben, deren Veränderungen bey weiten nicht so leicht zu übersehen sind. Es haben derowegen diese Bogen *AL* und *LS* auch ihre besondere Nahmen bekommen; und es heisset der von dem Anfange *A* bis an den durch den Stern *S* gelegten Quadranten *FL* reichende Theil der Ecliptic, die Länge dieses Sterns *S*, welche sich immer gegen Morgen erstrecket, und also bis zu zwölf Zeichen, oder 360 Grade anwachsen kan. Der von der Ecliptic bis an den Stern *S* reichende Theil des Quadranten *LS* aber heisset die Breite des Sterns, und ist nördlich oder südlich, aber nie grösser als 90 Grade. Wird der Bogen *SL* fortgesetzt, so gehet er auch durch den zweiten dem *F* entgegengesetzten Pol der Ecliptic, und wird zu einen sogenannten Cirkel der Breite.

§. 354. Es ist schwer die Länge und Breite eines Sterns durch unmittelbare Beobachtungen mit der gehörigen Zuverlässigkeit auszumachen. Sie wird aber aus dem geraden Aufgange desselben und aus seiner Abweichung von dem

T. IV. F. 66. Gleicher durch eine Rechnung herausgebracht, die leicht zu übersehen ist, und zugleich zeigt, wie hinwiederum aus der bekanten Länge und Breite der gerade Aufgang samt der Abweichung zu finden sey. Es sey (*T. IV. Fig. 66.*) *F* der Pol der Ecliptic, *P* der Pol des Gleichers, und *FP* der zwischen denselben liegende Theil des Colurs der Wendpuncte, welcher Bogen eben so viele Grade und Theile der Grade enthält, als die Schiefe der Ecliptic. *S* sey ein Fixstern, oder anderes Punct des Himmels, nach welcher in der Oberfläche der Kugel die Bogen *PS* und *FS* laufen, die ihren Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Kugel haben. Alsdenn ist *PS* die Ergänzung der Abweichung des Sterns *S* von dem Gleicher, und *FS* die Ergänzung seiner Breite. Der Winkel *FPS* aber, welchen der durch den Stern *S* gelegte Abweichungskreis *PS* mit dem Colur der Wendpuncte einschliesset, ist aus dem geraden Aufgange desselben leicht zu haben. Und eben so leicht wird die Länge aus dem Winkel *SEF* geschlossen, welchen der Cirkel der Breite *FS* mit eben dem Colur *FP* einschliesset, oder der Winkel *PFS* aus der Länge. Ist also der gerade Aufgang samt der Abweichung des Puncts *S* bekant, so sind in dem Dreyecke *FPS* die Seiten *FP*, *PS* und der Winkel *P* gegeben, und man kan daraus sowol die Seite *FS* als den Winkel *F*, und aus diesen ferner die Länge und Breite schliessen. Umgekehrt aber wird durch die Länge und Breite des Puncts *S* der Winkel *F* und der Bogen *FS* gegeben, so daß in eben dem Dreyecke *FPS* nunmehr, ausser dem Winkel *F*, die Seiten *FP* und *FS* bekant sind, aus welchen der Winkel *P* und die Seite *PS* auf eben die Art geschlossen werden. In beiderley Umständen ist auch der Winkel *S*, welchen der Abweichungskreis mit dem Kreise der Breite einschliesset, durch die Regeln zu erhalten, welche aus jeden drey Theilen eines sphärischen Dreyecks die drey übrigen zu finden lehren.

Vollendung einer Himmelskugel.

§. 355. Nach den dergestalt gefundenen Längen und Breiten, werden die Verzeichnisse der Fixsterne gemacht, welche an ihrem Orte (243 — 246) beschrieben worden sind. Und nunmehr können wir uns einen vollständigeren Begriff von den gemeinen Himmelskugeln machen, welche nicht nur die Fixsterne in ihrer wahren Lage, samt den Kreisen, welche wir uns zwischen denselben einbilden, richtig vorstellen, sondern uns auch in den Stand setzen sollen, den Ort der Sonne für jeden Tag des Jahres in ihrer Oberfläche gehörig anzugeben. Die ersten, welche dergleichen Kugeln verfertigt haben,

haben, nahmen in der Oberfläche derselben zween Punkte an, deren einer den Pol des Gleichers, und der andere den Pol der Ecliptic vorstellen sollte. Diese Pole mußten um $23\frac{1}{2}$ Grade eines mit dem Radius der Kugel beschriebenen Cirkels von einander entfernert seyn: denn genauer kan man es in dergleichen Dingen schwerlich nehmen. Um diese Pole wurden alsdenn in der Oberfläche der Kugel zween Cirkel von eben dem Halbmesser wirklich beschrieben, deren jeder die Kugel in zweo einander gleiche Hälften theilte; aus welchen sodann auch die den zuerst angenommenen entgegengesetzten Pole der beiden Cirkel gefunden werden konten. Sie nahmen alsdenn einen dieser Cirkel für den Gleichers und den andern für die Ecliptic an, und gaben denen an einer Seite derselben liegenden Polen die Nahmen der nordlichen, wodurch die ihnen entgegengesetzten die südlichen Pole wurden. Die dergestalt beschriebene Ecliptic mußte nothwendig den Gleichers in zweo Hälften theilen, und es mußte sich die Ecliptic von dem einen Punkte dieser Theilung nach den nordlichen Polen zu von dem Gleichers entfernen, wenn man die Theile derselben von der Abendseite nach der gegen Morgen erstreckte. Dieser Punkt wurde nun für den Anfang sowol des Gleichers als auch der Ecliptic angenommen, und jeder dieser Kreise getheilet, jener in seine 360 Grade, und diese erstlich in ihre zwölf Zeichen, deren Nahmen bereits wiederhohlet worden sind, und jedes dieser Zeichen ferner in 30 Grade. Nun konten ferner die beiden Coluren, durch die Pole des Gleichers beschrieben werden, samt den zween Wendekreisen, deren Pole in eben die Pole des Gleichers fallen.

§. 356. Es mußte ferner vor eine Einrichtung gesorgt werden, vermittelst welcher durch jeden Punkt der Ecliptic und durch die beiden Pole derselben ein Breitencirkel (353) gezogen, und auf diesen eine beliebige Zahl von Graden angegeben werden konte: welches vermittelst eines ganzen oder halben Rings von Messing oder Holz am leichtesten zu erhalten war. Alsdann konte jeder Stern, dessen Länge und Breite zu einem gewissen Zeitpunkt bekannt war, auf die Kugel gebracht, und nachdem dieses mit allen, in einem zu eben dem Zeitpunkt berechneten mehr oder weniger vollständigen Catalogus enthaltenen Sternen geschehen, die Kugel durch die Zeichnung der Sternbilder vollendet werden. Nach diesen Gründen werden die gewöhnlichen Himmelskugeln wirklich verfertigt, wiewol bey der Ausführung man sich solcher Mittel bedienet, durch welche dieselbe vervielfältiget werden, indem man die Sternbilder, samt den Theilen der Kreise, welche auf die Kugel

T.IV.F.66. gebracht werden sollen, vermittelst zu dem Ende gestochener Kupferplatten, auf Papier abdrückt, und mit diesen hernach die in der gehörigen Grösse aus Gyps gebildete Kugel überziehet; welches obwol nicht mit der vollkommensten, jedoch mit einer hinlänglichen Richtigkeit geschehen kan.

§. 357. Es kan aber eine dergestalt verfertigte Kugel nur eigentlich für den angenommenen Zeitpunkt (352), und weil es dabey auf die äusserste Strenge nicht ankomt, etwa fünf und zwanzig bis dreissig Jahr vorher und hernach dienen. Man müste, wenn man eine Himmelskugel verfertigen wolte, welche nicht nur die Fixsterne in ihrer Ordnung, sondern auch die nach der vorgetragenen Beschreibung getheilte Ecliptic in ihrer wahren Lage, überhaupt für jeden Zeitpunkt, mit einer hinlänglichen Richtigkeit vorzustellen fähig wäre, die eigentliche Kugel, auf welche die Sterne verzeichnet werden sollen, oder wirklich verzeichnet sind, von dem Gleicher und der Ecliptic absondern, und diese beiden Cirkel samt den Coluren in einen besondern Zusammenhang bringen, und diesen durch die beiden Wendekreise, samt zween anderen, um die Pole des Gleichers mit einer Oeffnung von $23\frac{1}{2}$ Graden beschriebenen Kreisen, noch mehr befestigen, welche zugleich, in dem einen Colur, die Pole der Ecliptic bestimmen würden. In diese aus Holz oder Messing verfertigte gehörig an einander zu fügende Ringe müste die mit den Sternbildern bezeichnete Kugel eingeschlossen, und mit den gleich anfangs in ihrer Oberfläche angenommenen Polen der Ecliptic an die Pole der Ecliptic der nunmehr wirklich zusammengefügte Ringe dergestalt befestiget werden, daß sie sich nach Belieben um diese Pole drehen liesse. Man würde blos durch dieses Drehen die Sternbilder, in Absicht auf die Ecliptic und den Gleicher, beynah so setzen können, wie sie in einem jeden abgewichenen Zeitpuncte, dessen Entfernung von dem gegenwärtigen bekant ist, zum Beyspiel, vor tausend oder zweytausend Jahren, gestanden sind, oder nach Verfließung einer gegebenen Zahl von Jahren stehen werden: weil blos die Längen der Fixsterne sich mit der Zeit ändern, indem ihre Breiten beynah immer die vorigen bleiben (349): in einer dergestalt eingerichteten Kugel aber, durch die angezeigte Drehung um die Pole der Ecliptic, der Anfang derselben von dem Kreise der Breite eines jeden Sterns so sehr entfernt, oder demselben so nahe gebracht werden kan, als man will.

§. 358. Es wird aber von den meisten nicht der Mühe werth geachtet der- T.IV.F.66.
gleichen Kugeln wirklich zu verfertigen, und sie sind deswegen nie in allgemeinen
Gebrauch gekommen. Denn der aus blossen Ringen zusammengesetzten, welche
unter dem Nahmen Sphæra armillaris bekannt ist, fehlet es an der inwendigen
mit den Sternen bezeichneten wirklichen Kugel. Die gemeinen Himmelskugeln
werden sämtlich, nach den (355. 356) angegebenen Gründen und Handgriffen,
für einen gewissen Zeitpunkt verfertigt, und können blos um die Axe des Glei-
chers gedrehet werden, welche zu dem Ende mit ihren äussersten Theilen, an einem
Ringe haftet, der den Mittagskreis des Beobachtungsortes vorstellen soll, und
in einem andern an einem Gestelle befestigten gemeinlich hölzernen Ringe dergestalt
versetzt werden kan, daß er der Fläche desselben immer perpendicular bleibt, indem
die Mittelpuncte beider Ringe mit dem Mittelpuncte der Kugel zusammen fallen.
Es kan demnach dieser hölzerne Ring den Horizont vorstellen, über welchen sich
der eine Pol der Kugel so sehr erhöhen oder erniedrigen läßt, als es die Breite des
Beobachtungsortes erfordert. Die übrigen Höhen werden durch einen besondern
beweglichen Quadranten angegeben, dessen man sich auch sonst bedienen kan, die
Entfernung eines Puncts der Oberfläche der Kugel von einem andern zu messen.

Gebrauch des Orts der Sonne auf der Kugel.

§. 359. Wenn wir nun das Jahr, für welches die Kugel eigentlich ver-
fertigt worden ist, das Jahr der Kugel nennen, und die verfloffenen und zu-
künftigen Jahre auf dasselbe beziehen: so ist der Ort der Sonne für jeden Tag
des Jahres der Kugel, oder eines nicht allzulang vorhergehenden oder darauf fol-
genden, gar leicht anzugeben, wenn nur das Zeichen und der Grad des Zei-
chens, in welchem die Sonne an diesem Tage wirklich von der Erde gesehen wird,
aus einem Calender oder sonst bekannt sind: indem dazu nicht mehr erfordert wird,
als eben das Zeichen und eben den Grad desselben in der Ecliptic der Kugel auf-
zufuchen. Dieser Punct stehet in Ansehung der auf die Kugel gezeichneten Sterne
so, wie die Sonne an eben dem Tage in Ansehung der wirklichen Sterne des
Himmels stehet: und man kan, was hieraus auf einem jeden nach Belieben an-
genommenen Beobachtungsorte vor Erscheinungen folgen werden, an der Kugel
gar leicht sehen, wenn nur auch der Pol derselben, der Breite dieses Ortes ge-
mäß, erhöht ist.

T.IV.F.66. §. 360. Will man, zum Beispiel, wissen, welche Sterne an diesem Tage mit der Sonne zugleich aufgehen, und welche untergehen, indem die Sonne aufgehet, so bringet man nur den Ort der Sonne in den östlichen Theil des Horizonts, und siehet nach den Sternen, die sich alsdann in eben dem Theile desselben befinden, wie auch nach denen in dem westlichen. Die ersten gehen an diesem Tage mit der Sonne zugleich auf, die letztern aber gehen in dem Augenblicke unter, in welchem sich die Sonne über den Horizont erhebet. Und dieses ist, was Ortus und Occasus coelestis genennet wird. Sollen aber die Sterne angegeben werden, welche mit der Sonne zugleich untergehen, oder welche aufgehen, indem die Sonne untergehet, so wird eben der Ort der Sonne in den westlichen Theil des Horizonts gebracht, und im übrigen eben so verfahren. Dieses ist der Aufgang und der Untergang der Sterne beym Anfange der Nacht, Ortus und Occasus acronyctus, welcher eben sowol unsichtbar ist als der vorige. Denn es wird kein Fixstern gesehen, so lange sich der Mittelpunct der Sonne nicht in der gehörigen Tiefe unter dem Horizonte befindet. Es wird aber auf eben die Art entdeckt, welche Sterne sich in dem östlichen oder westlichen Theile des Horizonts befinden, indem die Sonne eine gewisse Höhe über demselben, oder eine gewisse Tiefe darunter hat. Man darf nur dem in der Ecliptic der Kugel angemerkten Orte der Sonne, vermittelst des Höhenquadranten, diese Höhe oder Tiefe wirklich geben, so erscheinen die gesuchten Sterne ohne weitere Mühe.

Einrichtung der Kugel für ein vergangenes oder zukünftiges Jahr.

§. 361. Sollen aber eben diese Entdeckungen für einen Zeitpunkt, welcher vor dem Jahre der Kugel um einige Hundert oder tausend Jahre vorher gehet, oder um eine nicht viel geringere Zahl von Jahren darauf folget, vermittelst der gewöhnlichen Kugel gemacht werden, so muß erstlich der Anfang der Ecliptic, wie er zu der gegebenen Zeit gestanden ist, oder stehen wird, in der Ecliptic der Kugel angemerket, und zweitens der Pol des Gleichers zu eben dem Zeitraume auf der Kugel bestimmt werden. Das erste ist etwas leichtes, da die Ecliptic selbst nicht so merklich aus ihrer Stelle weicht, daß diese Abweichung hier in Betrachtung kommen könnte, und nur ihr Anfang, wieder die Ordnung der Zeichen, von Morgen gegen Abend forttrücket (350). Denn weil die übrige Eintheilung dieses Kreises dem ohngeachtet die vorige bleibt, so müssen auch alle Theilungspuncte dessel-

besselden, diejenigen mit welchen sich die Zeichen anfangen und endigen, die *T.IV.F.66.* Wendpunkte und alle übrigen, zugleich und eben so stark fortrücken, nicht anders als geschiehet, wenn ein körperlicher nach Belieben getheilter Ring sich um seinen Mittelpunkt in sich selbst bewegt. Diese Bewegung beträgt in einem Jahre 50,3 Secunden, und in zehn Jahren 8 Minuten 23,4 Secunden, demnach in hundert Jahren beynah einen Grad und 24 Minuten, und also in tausend Jahren sehr genau 14 Grade. Hieraus folgt, daß der Punct des Himmels, bey welchem tausend Jahre vor dem Jahre der Kugel der Anfang der Ecliptic gestanden, in der auf derselben verzeichneten Ecliptic der vierzehnte Grad des ersten Zeichen seyn werde; und derjenige, in welches damals der Wendpunct des Krebses gefallen, der vierzehnte Grad des Zeichens des Krebses, wie dieses auf der Kugel stehet.

§. 362. Ist demnach eine gewisse Zahl von Jahren angegeben, zum Beispiel 2350, in welcher der Anfang der Ecliptic, nach einer auf die eben angegebene Größe seiner Bewegung gegründeten leichten Rechnung, um 32 Grade und 54 Minuten, oder fast um 33 Grade nach der Abendseite zurück gegangen ist; und es soll das Punct des Himmels angegeben werden, bey welchem die Sonne in dem 2350 Jahre vor dem Jahre der Kugel an dem Tage gestanden, an welchem sie in dem achten Grade des Stiers erschienen ist; so dürfen nur diesem achten Grade des Stiers noch die gefundenen 33 Grade zugesetzt werden, oder welches eben das ist, ein Zeichen und drey Grade. Dadurch wird der eilfte Grad des folgenden Zeichens der Zwillinge herausgebracht, welches in der Ecliptic der Kugel, als der gesuchte Ort der Sonne, zu bezeichnen seyn wird. Ist aber die Frage von demjenigen Jahre, welches nach dem Jahre der Kugel das 2350ste seyn wird, so wird eben die Zahl der 33 Grade, von dem gegebenen Orte bey dem achten Grade des Stiers, abgezogen. Der Ueberschuß ist der 5te Grad des Widders, der auf der Kugel verzeichneten Ecliptic, welcher Punct in Absicht auf die Sterne derselben eben so stehet, wie die Sonne in Absicht auf die Sterne des Himmels stehen wird, wenn sie im 2350sten nach dem Jahre der Kugel in dem achten Grade des Stiers erscheint. In eben dem Jahre wird der Wendpunct des Krebses in den fünften Grad der Zwillinge fallen, anstatt daß derselbe in dem 2350sten Jahre vor dem Jahre der Kugel, in dem eilften Grade des Löwen anzutreffen war, wie dieser auf unserer Kugel wirklich verzeichnet

T.IV.F.66. net stehet. Denn von den Sternbildern, welche eben den Nahmen führen, ist hier nicht die Rede.

§. 263. Wenn nemlich überhaupt ein Zeitraum T durch die Zahl her in demselben enthaltenen Jahre gegeben wird, in welchem der Anfang der Ecliptic um die leicht zu berechnete Zahl D von Graden und deren Theilen, von Morgen gegen Abend zurückgegangen ist: und es wird im Anfange dieser Zeit T die vom Anfange der Ecliptic an gemessene Länge eines gewissen Puncts des Himmels, durch die Zahl der Grade A angegeben; die Länge aber, welche eben der Punct am Ende dieser Zeit T hatte, durch B ; welche Zahl von Graden von dem nunmehrigen, von dem vorigen verschiedenen, Anfange der Ecliptic gezählet wird, so ist immer $B = A + D$, und also $A = B - D$. Und es können diese leichten Vorschriften gebraucht werden einen Punct des Himmels, dessen Länge durch die für den Anfang der Zeit T getheilten Ecliptic bestimmet ist, durch einen Bogen der für das Ende eben der Zeit T eingetheilten, anzugeben, und umgekehrt: welches man nennen kan: einen Punct des Himmels aus der Ecliptic des Anfangs der Zeit T in die Ecliptic derselben, oder aus diesem in jenen, übertragen. Die gegenwärtige Absicht dieser Arbeit wird durch eine gar mittelmäßige Richtigkeit erreicht. In anderen Fällen ist eine grössere Strenge nöthig, und das vermittelst der angegebenen Rechnung herausgebrachte, erfordert einige Verbesserung.

§. 364. Die in den Gedanken vorgenommene Veränderung bey der Ecliptic, vermittelst welcher der Anfang derselben einem vergangenen oder noch zukünftigen Jahre gemäß gesetzt wird, verändert auch die Pole des Gleichers, und bringt sie an eine andere Stelle. Es ist uns fürnehmlich um den mitternächtigen Pol zu thun, durch dessen Stelle zugleich die Stelle des mittägigen bestimmet wird. Ist aber, nach der gegebenen Anweisung, in der Ecliptic der Kugel das Punct bezeichnet in welches in dem angegebenen, verflossenen oder zukünftigen Jahre der mitternächtige Wendpunct fällt, so darf man nur an dieses Punct, welches in dem (362) beygebrachten Beispiele der fünfte Grad der Zwillinge oder der eilfte des Löwen ist, und sodenn an den Pol der Ecliptic den beweglichen Höhenquadranten anlegen. Das Punct dieses Quadranten, welches von dem Pole der Ecliptic gegen diese, und den in derselben bezeichneten Wendpunct, um $23\frac{1}{2}$ Grade

ent-

entfernet ist, wird in den gesuchten Ort des Pols des Gleichers fallen, welcher demnach ebenfalls auf die Kugel gezeichnet werden kan; und wir wollen sehen, daß neben demselben der Buchstabe *Q* gesetzt worden sey, um diesen vormaligen oder zukünftigen desto besser von dem gegenwärtigen Pole der Kugel zu unterscheiden. Um diesen Punct *Q* müste durch den Anfang der Ecliptic der zu eben dem Zeitpuncte gehörige Gleicher beschrieben werden, wenn es der Mühe werth wäre, und man sich nicht scheute, die Kugel dadurch einigermaßen zu verderben.

§. 365. Durch diese Bezeichnung des Pols *Q* und des Anfangs der Ecliptic wird die Kugel zu dem angenommenen vergangenen oder zukünftigen Jahre eingerichtet. Denn daß sie sich um den Pol *Q* nicht so drehen lässe, wie um den wirklich an dem Mittagsringe befestigten, ist nichts wesentliches; ob es wol den Gebrauch etwas schwerer macht. Man kan dem ohngeachtet für jedes vor dem Jahre der Kugel verfllossene, oder auf dasselbe folgende Jahr finden, in welchem Grade der Ecliptic die Sonne stehen müsse, wenn sie bey dem Aufgange eines nach Belieben angenommenen Sterns, oder bey dem Untergange desselben, an einem Orte, dessen Polhöhe bekant ist, auch selbst in dem Horizonte, um diese oder jene Zahl von Graden über den Horizont erhaben, oder unter denselben versenkt stehen soll. Und dieses ist uns zu wissen öfters nöthig, weil die Alten durch dergleichen Erscheinungen die Tage des Jahres angegeben haben, ehe sie einen richtigen Calendar hatten.

Den ersten Aufgang und den letzten Untergang eines Sterns zu finden.

§. 366. Man kan aber dabey also verfahren. Wenn von dem Aufgange des Sterns die Rede ist, so bringe man denselben in den Morgenhorizont, und drehe den Mittagsring der Kugel so lang um seinen Mittelpunct, bis der Pol *Q* die Höhe des Orts bekommt, von welchem die Frage lautet, als vor Rom, 42 Grade. Dieses wird vermittelt des Höhenquadranten erhalten, welcher, wenn er gehörig an das Punct *Q* angebracht ist, zugleich einen Theil des Mittagskreises dieses Orts vorstellet, welches der Mittagsring der Kugel nicht thun kan, wenn er nicht zugleich durch *Q* gehet. Ist nun die Kugel in diesem Stande befestiget worden, so siehet man den Punct, der auf dieselbe

D b

gezeich-

TIV.F.66. gezeichneten Ecliptic, welcher in den östlichen oder westlichen Theil des Horizonts fällt, so gleich; derjenige aber, in welchem die Sonne sich befinden muß, wenn sie bey dem Aufgange des Sterns an dieser oder jener Seite der Mittagsfläche um eine gegebene Zahl von Graden über den Horizont erhöht, oder unter demselben vertieft seyn soll, ist vermittelst des Höhenquadranten leicht zu entdecken. Und eben so wird auch verfahren, wenn die Frage von dem Untergange des Sterns ist; ausser daß man diesen nunmehr in den westlichen Theil des Horizonts bringen muß: wodurch zwar die Höhe des Pols Q geändert wird, aber auf eben die Art, wie in dem vorigen Falle geschehen mußte, wieder berichtigt werden kan. Ist nun der gesuchte Ort der Sonne in der Ecliptic des Jahrs der Kugel dergestalt gefunden worden: so bleibt nichts übrig, als daß derselbe in die Ecliptic des in der Frage angegebenen, vergangenen oder zukünftigen Jahres, übergetragen werde, indem nemlich, wenn A die Länge der Sonne in dem vorhergehenden, und B die Länge derselben in dem nachfolgenden Jahre bedeutet, man machet $B = A + D$, oder $A = B - D$, nachdem diese oder jene der beiden Längen A , B , in der Ecliptic der Kugel gefunden worden ist.

§. 367. Es ist bereits (360) angemerkt worden, daß wenn ein Stern mit der Sonne zugleich aufgehet, dessen Ausgang, wegen des Lichts der Sonne, nicht gesehen werden könne. Es kan aber auch der Ausgang eines Sterns nicht gesehen werden welcher kurz vor der Sonne in den östlichen Theil des Horizonts tritt, weil alsdann unsere Luft, von der in einer geringen Tiefe unter demselben stehenden Sonne, noch allzusehr erleuchtet wird. Nach und nach aber entfernt sich die Sonne, indem sie in ihrer Bahn gegen Morgen vorrückt, immer mehr von dem Sterne, die von dem Aufgange des Sterns bis zum Aufgange der Sonne verfließende Zeit wird länger, und die Sonne komt endlich bey dem Aufgange des Sterns so tief unter dem Horizonte zu stehen, daß sie die Luft über den Beobachtungsplatz nicht mehr so sehr erleuchten kan, daß diese vermögend wäre, den Stern zu verdunkeln: welche Tiefe, nachdem der Stern einen stärkern oder schwächern Glanz hat, auf 12 bis 15 Grade gesetzt wird. Denn von den gar kleinen Sternen ist hier nicht die Rede. An diesem Tage erscheint der Stern zuerst im Aufgange, wird aber bald darauf von dem Lichte der ihm verfolgenden Sonne wieder verdunkelt, und bleibt

bleibe also nur eine gar kurze Zeit sichtbar. In den darauf folgenden *TIV.F.66.* Tagen wird die Zeit, in welcher der Stern nach seinem Aufgange gesehen werden kan, immer grösser, und der Stern steigt in derselben immer höher und höher, bevor er von der sich dem Morgenhorizonte nähernden Sonne verdunkelt wird.

§. 368. Der Tag des Jahres, in welcher ein Stern bergestalt zuerst aufgehet, kan eben dadurch von allen vorhergehenden und nachfolgenden Tagen dieses Jahres unterschieden werden: und dazu haben die Alten diesen Aufgang gebraucht, welcher auch *Ortus heliacus* genennet wird, weil bey demselben der Stern zuerst aus den Sonnenstrahlen hervorkömmt. Eine beträchtliche Zeit nach diesem Aufgange, binnen welcher der Stern immer in dem Morgenhorizonte sichtbar wird, hat sich die Sonne durch ihre Bewegung von Abend gegen Morgen so sehr von ihm entfernt, und an der andern Seite demselben genähert, daß sie nunmehr kaum untergegangen ist, indem der Stern aufgehet. Alsdenn erscheinet derselbe zuerst in einer grössern oder kleinern Höhe über dem Horizonte, und bleibt bis zu seinem Untergange sichtbar. Es wird aber diese Zeit der Sichtbarkeit, welche anfänglich viele Stunden betragen kan, durch die sich dem Sterne an der Abendseite nähernde Sonne immer mehr verkürzet, und endlich so kurz, daß der Stern fast in eben dem Augenblicke, in welchem er an der Abendseite des Horizonts von dem Lichte der Sonne verlassen und dadurch sichtbar wird, sich unter dem Horizonte versenket. Ist dieses geschehen, so wird der Stern völlig unsichtbar, und bleibt es so lange, bis die Sonne, nachdem sie bey ihm vorbegegungen ist, sich an der Morgenseite wieder so weit von demselben entfernt hat, daß er bey seinem Aufgange gesehen werden kan.

§. 369. Dieser letztere Untergang, mit welchem ein Stern eine Zeitlang ganz unsichtbar wird, heisset sein *Occasus heliacus*, und ist von den Alten eben so wol gebraucht worden, als der Aufgang dieser Art, einen oder etliche auf einander folgende Tage des Jahres, von den übrigen Tagen desselben, zu unterscheiden. Der nach der gegebenen Anweisung in der damaligen *Ecliptic* gefundene Ort der Sonne an dem Tage eines dergleichen Aufgangs oder Untergangs, wird uns dienen eben den Tag nach unserm *Calender* anzugeben, so

T.IV.F.66. bald wir uns diesen etwas genauer bekannt gemacht haben werden. Eben die Verwandniß hat es auch mit den übrigen Aufgaben, welche vermittelst der Himmelskugel aufgelöst worden, die sich fast von selbst darbiethen, wenn nur die Dinge, von welchen sie handeln, hinlänglich bekannt sind: indem alles darauf ankömmt, daß man die Kugel demjenigen, so in der Aufgabe als bekannt angegeben wird, gemäß stelle. Denn sobald dieses geschehen ist, erscheint auch das gesuchte an derselben, oder kan doch aus dem, so sich wirklich zeigt, ohne Weitläufigkeit geschlossen werden. Dieses letztere ist insonderheit von den gegebenen oder gesuchten Zeiten zu verstehen, welche, da sie an sich unsichtbar sind, durch die nach richtigen Gründen bestimmte Bogen des Gleichers, oder, wenn es nicht nöthig ist die Sache so genau zu nehmen, durch die Theile des an dem Mittagsringe befestigten Stundenscheibchens, in Stunden und Minuten angegeben werden; von welchen sogleich ausführlich gehandelt werden soll.





Der
Astronomischen Vorlesungen

sechster Abschnitt.

Von dem Tage und dessen Theilen.

Eintheilung des Tages.

§. 370.

Wir können nun in der Betrachtung des Laufs der Sonne fortfahren, deren Licht und Wärme in unsere Verrichtungen einen so starken Einfluß hat, daß die Menschen dadurch bewogen, und fast gezwungen worden sind, die Zeit fürnehmlich nach der Bewegung derselben einzutheilen. Das erste so sich zu dem Ende darboth, war der Tag, samt der vorhergehenden oder darauf folgenden Nacht, welche zwei Zeiten gemeiniglich zusammen genommen werden, wenn man Täge zählt: es war also nur eine geschickte Eintheilung des Tages festzusetzen. Diese haben einige Völker auf diese, andere auf eine andere Art gemacht und verschiedene derselben haben den Tag von verschiedenen Zeitpuncten angefangen, nachdem sie dabey ihre besondere Absichten hatten. Nunmehr richtet man sich in Europa, und vielen andern Ländern, nach der Eintheilung der Astronomen, welche unter allen die schicklichste ist.

§. 371. Der Tag wird an einem jeden Orte von dem Zeitpuncte an, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagsfläche durchgegangen ist, bis an denjenigen gerechnet, in welchen er eben den Theil dieser Fläche das nächstmal erreicht. Es wird nemlich jede Mittagsfläche, oder jeder Mittagskreis, durch die Aze des Himmels in zween Theile getheilt, und von diesen Theilen ist die Rede. Hierinnen stimmen wir mit den Astronomen überein: wir nehmen aber den Anfang des Tages in der einen dieser Hälften, indem ihn jene in der

T.IV.F.66. andern nehmen, so daß sich der astronomische Tag in dem Zeitpuncte anfängt, mit welchem sich die erste Hälfte des gemeinen endiget. Jeder derselben, sowol der gemeine als der astronomische, wird durch das Beiwort des natürlichent von einem jeden andern Tage unterschieden.

§. 372. Um nun diesen Tag einzutheilen, stellet man sich durch die Aze des Himmels noch eilf andere Flächen gelegt vor, so daß mit der Mittagsfläche deren zwölf werden, deren jede von der Aze getheilt wird. Dadurch werden vier und zwanzig Flächen erhalten, deren jede von der Aze an sich gegen den Sternhimmel erstreckt, und mit jeder ihr zunächst liegenden einen Winkel von 15 Graden einschliesset. Man kan diese Flächen zu halben Cirkeln machen, die ihren gemeinschaftlichen Mittelpunct in der Aze, und sämtlich eben den Halbmesser haben. Ausdenn heissen sie die Stundencirkel; die nicht selbst an den Sternhimmel gezeichnet werden müssen, weil sie unbeweglich an der Mittagsfläche des Orts haften, zu welchen sie gehören. Indem sich der Himmel drehet, komts nach und nach ein jeder Abweichungskreis in einen jeden dieser Stundencirkel.

T.IV.F.67. §. 373. Die 67ste Zeichnung ist ein orthographischer Entwurf dieser Cirkel, auf die nach dem Nordpole gekehrte Seite einer Fläche, die der Aze perpendicular, und also der Fläche des Gleichers parallel gesetzt ist. Man kan sich zwischen jeden zween der entworfenen Flächen so viel andere vorstellen, daß dadurch der Stundenwinkel von 15 Graden in 60 kleinere Winkel getheilet wird, deren jeder 15 Minuten hält, um in diesen Flächen die Minutencirkel zu zeichnen; und jeder dieser Minutenwinkel kan ferner auf eben die Art in 60 Secundenwinkel, von 15 Secunden eines Grades, zerschnitten werden. Es läßt sich aber, was von den Stundencirkeln gesagt wird, so leicht auf die Cirkel der Minuten und Secunden anwenden, daß es nicht nöthig ist sich dabey aufzuhalten. Ja es werden gemeinlich auch diese unter dem Nahmen der Stundencirkel begriffen. Die dem Entwurfe bengeschriebene römischen Zahlen sind für die gemeine Eintheilung, auf welche sich unsere gewöhnliche Uhren gründen, die innern Ziffern aber, für die astronomische.

§. 374. Mit dem Augenblicke nun, in welchem der Mittelpunct der Sonne den Theil der Mittagsfläche verläßt, da sie am höchsten stehet, und gemeinlich

ineiniglich sichtbar ist, endiget der Astronom seinen Tag, und fängt einen neuen T.IV.F.67. an. Zu eben der Zeit zählen wir im gemeinen Leben zwölf Uhr um Mittag, und endigen damit die erste Hälfte des Tages, welcher anfieng, als der Mittelpunct der Sonne durch den dem vorigen entgegen gesetzten Theil der Mittagsfläche gieng, in welchem sie gemeiniglich unsichtbar ist, und immer am niedrigsten stehet. In dem Zeitpuncte, in welchem die Sonne den zunächst nach Abend zu an der Mittagsfläche liegenden Stundencirkel erreicht, sehen wir, mit den Astronomen, das Ende der ersten Stunde, und den Anfang der zweiten, und so verfahren wir nach Mittag immer, bis endlich zu Mitternacht die gemeine Art zu zählen sich von der astronomischen entfernt, indem die Astronomen von diesem Zeitpuncte die Stunden in einem fort, bis zu der vier und zwanzigsten rechnen.

§. 375. Dieses ist der eigentliche Grund unserer Einteilung des Tages. Wir verfahren eben so, wenn anstatt der Sonne wir uns nach einem Fixsterne richten, und würden eben so verfahren, wenn wir dazu einen andern Körper annehmen wolten, als zum Beispiel, den Mond. Wir lassen die beschriebene Einteilung des Raums rings um die Ase der Erde, und nennen die Zeit, welche der Stern braucht aus einem Stundencirkel in dem nächst folgenden überzugehen, eine Sternstunde; welche Stunden einander alle gleich sind. Eben so würden wir die Zeit, welche der Mittelpunct des Mondes anwendet, aus dem obern Theile der Mittagsfläche in die erste Stundenfläche überzugehen, die erste Mondstunde nennen, diejenige, welche er braucht von dieser in die dritte zu gelangen, die zweite, und so die dritte und vierte; ohne darauf zu sehen, ob diese Zeiten einander gleich sind, oder nicht. Dieses ist der rechte Begriff, den wir uns von einer scheinbaren Stunde machen müssen, welche ihre Benennung von dem himlischen Körper bekommt, nach dessen Bewegung wir uns dabei richten. Sie ist nur in dem Falle der vier und zwanzigste Theil des Umlaufs dieses Körpers, wenn derselbe immer eben die Zeit anwendet aus einem Stundencirkel in den zunächst folgenden überzugehen, ausserdem aber keinesweges: wiewol immer vier und zwanzig aufeinander folgende Stunden die ganze Zeit des Umlaufs, von der Mittagsfläche bis wieder in dieselbe, ausmachen. So ist auch eine Minute nicht immer der sechzigste Theil einer Stunde, sondern eine Minute bedeutet überhaupt die Zeit, welche der angenommene Körper braucht aus einem Minutencirkel sich bis zu dem nächstfolgenden zu bewegen; und eben die Be-

wantniß

T.IV.F.67. wantniß hat es auch mit den Secunden. Die Winkel, welchen die Fläche eines Secundencirkels mit der ihr zunächst liegenden einschließt, sind alle von einer Größe, und jeder derselben beträgt 15 Secunden eines Grades; die scheinbaren Zeitsecunden aber können gar wol ungleich seyn, so wol als die scheinbaren Stunden und Minuten.

Gründe der Sonnenuhren.

§. 376. Hieraus ist die ganze Einrichtung der Sonnenuhren zu begreifen, sowol derjenigen, welche unbeweglich an ihrem Orte verbleiben müssen, als auch der meisten übrigen, die überall gebraucht werden können. Sie zeigen die scheinbaren Sonnenstunden: könten aber einen Sonderling, welcher sich bey der Theilung seiner Zeit überall nach dem Monde richten wolte, ebenfalls befriedigen.

T.IV.F.68. Man stelle sich (*T. IV. Fig. 68.*) eine dünne Platte *AB* genau in der Mittagsfläche des Orts vor, dem die Uhr dienen soll, und ziehe in derselben *CD* der Aze des Himmels parallel. Durch diese *CD* lege man eine andere dergleichen Platte *EF* so, daß sie mit der vorigen *AB* rechte Winkel einschliesse. Diese rechte Winkel theile man ferner durch zwei andere Platten *GH*, *IK*, jeden in seine zwei Hälften, und jede dieser Hälften in drey gleiche Theile vermittelst anderer Platten, welche in der Zeichnung nicht erscheinen. Dadurch werden der rings um die Aze *CD* gelegten Platten vier und zwanzig, deren jede mit der ihr zunächst liegenden einen Winkel von 15 Graden einschließt, welcher der vier und zwanzigste Theil von vier rechten Winkeln ist, die rings um *CD* herumstehen. Ob nun wohl die bey der Oberfläche der Erde gezogene *CD* eigentlich nicht als ein Theil der Weltaxe angesehen werden kan, da sie nicht durch den Mittelpunct der Erde gehet: so ist sie doch von dieser Aze, welcher sie parallel lieget, durch unsere Sinne nicht zu unterscheiden, und der Fehler, welcher dadurch begangen wird, daß man *CD* für einen Theil der Aze des Himmels hält, ist wegen der geringen Parallaxe der Sonne, ganz und gar unmerklich. Ist aber dieses, so können auch die durch *CD* gelegten Platten statt der Flächen gebraucht werden, die man sich durch die Weltaxe gelegt vorstellen muß, um in denselben die Stundencirkel zu beschreiben; weil jede dieser Platten einem der Stundencirkel parallel liegen, und von demselben nicht mehr abweichen wird, als *CD* von der Aze abweicht.

§. 377. Wenn also die Sonne sich in der, so weit es nöthig ist, erweiterten *T.IV.F.63.* Fläche *AB* befindet, so ist es Mittag. Ist sie von dannen in die ebenfalls nach Nothdurft erweiterte Fläche *IK* übergegangen, zwischen welche und *AB* zwei Stundenflächen fallen, so sind vom Mittag an drei Stunden verfloßen. In der Fläche *EF* befindet sich die Sonne nach Mittag um sechs Uhr, und früh um sechs Uhr; das einmal an der Seite *EC*, das anderemal an der entgegengesetzten. Es ist aber an dem Schatten, welchen die Platten werfen, wenn sie von der Sonne beschienen werden, gar wohl zu merken, ob sich die Sonne in einer der Flächen befinde, deren Lagen die Platten angeben, und welche diese sey? Denn es wird die Platte, in deren Fläche sich der Mittelpunct der Sonne befindet, an beiden Seiten gleich stark erleuchtet, und wirft ausser ihrer Fläche keinen Schatten. Wird nur eine Seite einer Platte erleuchtet, so befindet sich immer die Sonne an dieser Seite, und daraus ist eben so leicht zu schließen, ob dieselbe die Fläche einer Platte bereits verlassen habe, oder ob sie sich dieser Fläche nähere.

§. 378. Die dergestalt zusammengesetzten und richtig gestellten Platten würden also allerdings eine Sonnenuhr geben: sie zeigen aber auch wie eine dergleichen Uhr auf vielerley Art viel bequemer eingerichtet werden könne. Da an der Gestalt der Platten, welche einander in der Axe *CD* schneiden, nichts gelegen ist, so darf man nur in jeder derselben ein Punct oder mehrere Puncte annehmen, die einen Schatten werfen, oder eine Ritze, durch welche das Licht in einen übrigens beschatteten Raum eindringen kan. Diese Puncte werden am besten in der Axe *CD* selbst genommen, durch welche alle Stundenflächen hindurchgehen; und gemeiniglich wird diese Axe körperlich gemacht, damit sie einen Schatten werfen möge. Alsdenn ist weiter nichts nöthig, als daß, durch andere in einer schicklichen Entfernung von der Axe gesetzte Puncte oder Linien, die Lage einer jeden Stundenfläche angegeben werde. Diese Puncte oder Linien können sämtlich in eben die, so oder anders gesetzte Fläche, gebracht werden, gleichwie die Linien *DG*, *DE*, *DI*, *DB* samt den übrigen, deren jede mit der Axe *CD* eine der Stundenflächen *AB*, *GH*, *EF*, *IK* festsetzet, alle in die Fläche *MN* fallen, welche dem Horizonte parallel seyn, oder diesen unter einem beliebigen Winkel, in dieser oder jener Linie schneiden mag. Alsdenn ist es Mittag, wenn der Schatten der Axe auf die verlängerte *DB* fällt, drei Uhr nach Mittag, wenn dieser Schatten die Linie *DG* bedeckt, sechs Uhr, wenn er auf

T.IV.F.68. *DE* trifft u. s. w. Man kan aber auch die Stundenlinien, welche die Stelle dieser *DG*, *DE*, *DI*, *DB* vertreten sollen, oder die Stundenpunkte, in verschiedenen Flächen, oder in der gekrümmten Oberfläche einer Walze, einer Kugel oder eines andern Körpers zeichnen, weil ein jeder ausser der *CD* in der Fläche *AB* gezeichneter Punkt, wenn er von dem Schatten dieser Aze bedeckt wird, den Mittag richtig anzeigt, und es mit einem jeden in einer der übrigen Stundenflächen gezeichneten Punkte eine ähnliche Verwandniß hat. Insbesondere können die geraden Linien, welche durch die in den Stundenflächen nach Belieben angenommene Punkte *A*, *G*, *E*, *K*, *F* der Aze *CD* parallel laufen, sie mögen übrigens liegen wie sie wollen, gar süglich als Stundenlinien gebraucht werden.

Ebene Sonnenuhren.

§. 379. Gemeinlich werden die Stundenlinien in eine ebene Fläche gebracht, welche bey dem Gebrauche ihre Lage, ohne einige Veränderung behalten muß. Und in dieser Lage ist die Fläche entweder der der Aze des Gleichers parallel gemachten Aze der Uhr parallel, oder diese Aze läuft an die Uhrfläche an, und erreicht sie in einem Punkte, welches alsdann das Centrum der Uhr genennt wird. Da man sich immer die Aze der Uhr als die Aze des Gleichers selbst vorstellen kan: so gehet in dem ersten Falle die erweiterte Uhrfläche durch beide Pole des Himmels; in dem zweiten aber ist immer einer dieser Pole über die Fläche der Uhr erhaben, und der andere unter derselben vertieft: so daß die Aze der Uhr, gegen den über ihre Fläche erhabenen Pol verlängert, mit dieser Fläche einen Winkel einschließt, welcher die Polhöhe der Uhr genant werden soll. Dieser Winkel kan gerade oder spitzig seyn, und so klein, daß dadurch die Fläche der Uhr der Aze beynähe parallel wird.

§. 380. Wenn die Fläche der Uhr der Aze perpendicular ist, so ist sie der Fläche des Gleichers parallel, und wird eine Aequinoctialuhr genennt, welche unter allen am leichtesten zu beschreiben ist. Denn die Stundenwinkel derselben sind einander alle gleich, und jeder derselben hält genau funfzehn Grade: mit einem Worte, eine Aequinoctialuhr hat völlig das Ansehen der 67sten Zeichnung, oder gründet sich doch allein auf dieselbe. Was aber die übrigen Uhren anlangt, deren Polhöhe weniger beträgt als 90 Grade: so ist bey denselben zugleich der Winkel

Winkel in Betrachtung zu ziehen, welchen ihre Fläche mit der Mittagsfläche des *T.IV.F.68.* Orts, an welchem die Uhr zu stehen kommen soll, einschliesset, welcher, wenn man ihn bald an der Morgenseite der Mittagsfläche, und bald an ihrer Abendseite annimt, nie grösser ist, als ein rechter Winkel.

§. 381. Ist der Winkel, welchen die Mittagsfläche mit der Fläche der Uhr einschliesset, gerade, so gehet die Linie, in welcher die Horizontfläche von der Fläche der Uhr geschnitten wird, immer gerade von Abend gegen Morgen. Denn die Horizontfläche ist der Fläche des Mittags ebenfalls perpendicular: und zu einer dritten perpendicularen Flächen können einander nicht anders, als in einer geraden Linie schneiden, die dieser dritten Fläche perpendicular ist. Es fällt also auch die Fläche des Winkels, welcher die Polhöhe der Uhr angiebt, in die Mittagsfläche, und der Winkel selbst ist aus der Polhöhe des Orts, und der Neigung der Uhrfläche gegen den Horizont, gar leicht zu schliessen. Es sey (*T.IV.F.69.*) *T.IV.F.69.* *AB* die in der Horizontfläche gezogene Mittagslinie des Orts, welchem die Uhr dienen soll, *CD* die in der Mittagsfläche richtig gefetzte Aze, und also *DCB* die Polhöhe eben dieses Orts, *EF* aber sey die Linie, in welcher die Mittagsfläche von der Fläche der Uhr geschnitten wird, und also *EFA* der Winkel, welchen die Fläche der Uhr mit dem Horizonte, oder der in demselben gezogenen Mittagslinie einschliesset: so ist *DGF* die Polhöhe der Uhr, und dieser Winkel ist die Summe der beiden *GFC + GCF*, welche ihm in dem Dreyecke *GCF* gegenüber stehen. Soll die Uhr an die andere Seite der Fläche *EF* gezeichnet werden, so daß nun nicht die von *G* durch *D* verlängerte *GD* nach den über ihre Fläche erhabenen Pol läuft, sondern die *GC*; so wird die Polhöhe *EGC* auf eben die Art gefunden. Es giebt aber auch Fälle, in welchen für die Polhöhe der Uhr nicht die Summe, sondern der Unterschied der Winkel *DCF* und *EFC* genommen werden muß; zu deren Entdeckung eine sehr leichte Zeichnung hinlanget.

§. 382. Es sind aber unter dieser Art Uhren, deren Flächen der Mittagsfläche perpendicular sind, indem sie zugleich an die Aze anlaufen, ausser der Aequinoctialuhr nur diejenigen wirklich im Gebrauche, bey welcher diese Fläche entweder selbst in den Horizont fällt, oder auf diesem senkrecht stehet, und also die Horizontfläche in einer Linie schneidet, die genau von Morgen gegen Abend läuft. Die Horizontaluhr ist die vollständigste unter allen Sonnenuhren, die ganz auf

T.IV.F.69. eine und eben dieselbe Ebene verzeichnet sind. Sie wird erleuchtet, so lang sich die Sonne über den Horizont aufhält, und ist also fähig das ganze Jahr durch alle Stunden anzugeben: welches nicht statt hat, wenn die Sonne in einem Zeitpunkte, in welchem sie wirklich über der Fläche einer Uhr erhaben ist, und also diese Fläche erleuchten würde wenn keine andere Verhinderung da wäre, sich unter dem Horizonte des Orts befindet. Die Polhöhe des Orts ist zugleich die Polhöhe der zu demselben gehörigen Horizontaluhr. Ueber eine gerade nach Mittag gekehrte Verticaluhr aber ist nicht der nordliche, sondern der südliche Pol erhaben, und zwar um einen Winkel, welcher zugleich die Höhe des Gleichers über den Horizont des Orts angiebt. Alles dieses, nebst andern dergleichen Umständen wird gar leicht eingesehen, wenn man der Einbildung durch einige leichte Zeichnungen, und im Nothfalle, durch Blätter, welche nach Belieben so oder anderst gelegt werden können, etwas zu Hülfe kömmt.

Vorbereitung zu den Verticaluhren.

§. 383. Unter den übrigen Uhren, die ein Centrum haben, obwol ihre Flächen der Mittagsfläche nicht perpendicular sind, sind nur diejenigen von einem wirklichen Nutzen, die vertical stehen, und also an die Mauer eines Gebäudes gezeichnet, oder sonst der Oberfläche derselben parallel befestiget werden können.

T.IV.F.70. Es sey AB (*T. IV. Fig. 70.*) die Verticalfläche, auf welche die Uhr gezeichnet werden soll, welche die Horizontfläche BD in der BE schneidet. MN sey die in dieser Fläche gezeichnete Mittagslinie des Orts, und NC die über dieser Linie gehörig erhöhte Axe, so nehmlich, daß der Winkel CNM der Polhöhe dieses Orts gleich geworden. Wird nun diese Axe bis an die Fläche der Uhr verlängert, so ist das Punct C , in welchem sie dieselbe erreicht, das Centrum der Uhr, und die Linie CM , in welcher eben die Fläche von der durch CMN gehenden Mittagsfläche geschnitten wird, ist diejenige, auf welche der Schatten der Axe zu Mittag fällt. Da die Fläche AB sowol auf dem Horizonte senkrecht stehet, als die Mittagsfläche CNM , so ist auch diese Linie vertical, und demnach das Dreieck CMN bey M rechtwinklich, der Winkel MCN aber die Ergänzung der Polhöhe CNM , oder die Höhe des Gleichers des Orts, welchem die Uhr dienen soll. Da aber auch die Horizontlinie MB der CM perpendicular ist, so ist NMB der Winkel, welchen die Uhrfläche AB mit der Fläche CNM einschließt, und es kan, wenn nur die Mittagslinie MN richtig gezeichnet ist, dieser Abweichungswinkel NMR durch

durch Gräde, oder sonst angegeben werden. Wird in der Horizontfläche NR *T. IV. F. 70.* der EB perpendicular gezogen, so verhält sich die nach Willkühr angenommene MN zu der NR wie der Radius zum Sinus des Winkels NMR ; und MR zu eben der NR , wie der Radius zur Tangente desselben. Da also dieser Winkel so leicht zu finden ist, so wird derselbe gemeinlich als bekannt angesehen.

§. 384. Die in der Horizontfläche BD der BE perpendicular gezogene NR ist auch der Uhrfläche AB perpendicular, und bildet demnach mit der in dieser Fläche gezogenen CR und der Axe CN das rechtwinklichte Dreieck CRN , dessen Fläche ebenfalls auf der Fläche der Uhr senkrecht stehet, wodurch der Winkel NCR zur Polhöhe der Uhr wird. Also ist diese Polhöhe aus der Verhältniß $CR : RN$ oder $CN : RN$ leicht zu schliessen; und mit dem Winkel MCR , welchen die gerade unter der Axe liegende CR mit der Linie der zwölften Stunde CM einschliesset, hat es keine grössere Schwierigkeit. Es hat aber die Linie CR einen wichtigen Nutzen, indem sie nicht nur dienet, die Axe CN an die fertig gezeichnete Uhr richtig anzusetzen, sondern auch diese Zeichnung sehr erleichtern kan. Sie ist der orthographische Entwurf der Axe CN in der Fläche der Uhr. und kan gar wohl durch diese Benennung von den übrigen Linien derselben unterschieden werden.

§. 385. Eben dadurch aber, daß die Fläche CRN durch die Axe CN gehet, wird sie auch immer zu einer Stundenfläche, wiewohl es sich selten trifft, daß sie eben zu einer vollen Stunde gehörte, sondern gemeinlich über die nächste volle Stunden auch Minuten anzieht. Dem ohngeachtet wäre die Grösse des Winkels, welchen diese Fläche CRN mit der Mittagsfläche CMN einschliesset, vermittelst einer Uhr, deren Zeiger mit der Sonne zugleich herumkomt, unmittelbar zu finden. Man dürfte nur anmerken, wie viele Stunden und Minuten dieser Uhr der Schatten der Axe CN brauchet aus der Linie der zwölften Stunde CM in die CR überzugehen: und für jede Stunde dieser Zeit, dem gesuchten Winkel funfzehn Grade, für jede Minute aber funfzehn Minuten eines Grades, zu schreiben. Es kan aber auch ohne diese Weitläufigkeit der Winkel, welchen die Fläche CRN mit der CMN einschliesset, durch die Rechnung gefunden werden, so bald NCM und RMN bekannt sind. Denn die rechtwinklichten Dreiecke CMN , CMR und CRN bilden eine solide Ecke, in welcher NCR mit P , RCM mit B ,

206 Der Astronomischen Vorlesungen sechster Abschnitt.

T.IV.F.70. und NCM mit H bezeichnet werden kan, der Winkel bey M aber, welchen die Fläche NCM mit der CMR einschliesset, mit M , und der zwischen den Flächen CMN , CRN enthaltene, welcher gesucht wird, mit N . Alsdenn wird dieser Winkel N aus den gegebenen H und M vermittelst der bekannten Regel 1: $\tan M = \cos H : \cot N$ gefunden: wie denn überhaupt, vermittelst der Trigonometrie, aus jeden zween der fünf Winkel B , P , H , M , N , die übrigen dreye berechnet werden können.

§. 386. Nun wird der Winkel H , welcher der Höhe des Gleichers gleich ist, immer als bekannt angenommen. Zur Entdeckung eines der übrigen vier Winkel B , P , M , N aber, welcher gemeinlich M ist, wird gar nicht erfordert, daß die Aze NC gleich anfangs körperlich gemacht, und in ihrer rechten Lage an die Uhrfläche AB angebracht werde, wenn nur der Augenblick des wahren Mittags, vermittelst des Schattens der Sonne, oder einer richtig gesetzten Uhr, angegeben werden kan. Man darf nur in einer schicklichen Entfernung von der Fläche der Uhr ein Punct vor N annehmen, und daselbst unbeweglich befestigen: wozu der Mittelpunct einer kleinen runden Platte, so der Uhrfläche parallel gemacht worden, oder eines in eine dergleichen Platte gebohrten runden Löchleins, gar wol zu gebrauchen ist. Von diesem Puncte N kan sogleich die NR der Fläche der Uhr perpendicular gezogen, und dadurch das Punct R bestimmt werden. Wird aber auch in eben der Fläche AB das Punct M entdeckt, in welches der Schatten des Puncts N in dem Augenblicke des Mittages fällt, oder fallen würde, wenn dieser Punct N körperlich wäre; so kan durch dieses Punct M in der Fläche der Uhr die Linie der zwölften Stunde CM dem Horizonte perpendicular gezogen, und NM , die Entfernung des Puncts von der CM , welche NM immer dem Horizonte parallel seyn wird, gemessen werden. Aus dieser NM und dem bekannten Winkel MNC wird nun ferner die MC gefunden, und durch diese Länge das Centrum der Uhr C bestimmt, durch welches, und das zuerst gefundene Punct R ferner der Entwurf der Aze CR gezeichnet werden kan, welcher mit der CM den Winkel $RCM = B$ einschliesset. Eben die NM giebt auch, wenn sie mit der NR zusammen gehalten wird, den Winkel M , und es öffnen sich dadurch verschiedene Wege zu den übrigen der fünf Winkel B , P , H , M , N , und insbesondere den Winkel N , zu gelangen.

Wirkliche

Wirkliche Ausführung der ebenen Uhren.

§. 387. Wird nun durch die Aze CN noch eine andere Stundenfläche *T.IV.F.70* CFN gelegt, welche mit der Mittagsfläche CMN einen Winkel einschliesset, dessen durch Grade angegebene Grösse, so aus der Stunde, zu welcher die Fläche CFN gehört, gar leicht zu schliessen ist, wir S nennen wollen: so ist aus diesem Winkel S und aus dem gefundenen, N derjenige, welchen eben die Fläche CFN mit der CRN einschliesset, gar leicht zu haben. Denn wenn wir diesen letztern Winkel T nennen, so ist entweder $T = S - N$, oder $T = N - S$, oder $T = S + N$, nachdem die Fläche CFN in Ansehung der beiden vorigen CRN und CMN diese oder jene Lage hat, und entweder darzwischen, oder an dieser oder jener Seite ausser dieselben fällt. Der Winkel S wird immer gefunden wenn man 15 Grade durch die Zahl der Stunde multipliciret, zu welcher er gehören soll. Dadurch wird auch der Winkel T für jede Stundenlinie entdeckt, und die Linien der halben und Viertelstunden, wenn diese auch in die Uhr gebracht werden sollen, haben keine grössere Schwierigkeit. Ist aber zu einer ebenen Sonnenuhr, wenn sie auch weder horizontal nach vertical wäre, der Entwurf der Aze CR richtig gezogen, die Polhöhe der Uhr, welche wir durch P bezeichnen haben, gefunden, und zu dieser oder jener Stundenlinie der Winkel T entdeckt worden; so kan diese Stundenlinie nach verschiedenen Wegen auf die Fläche der Uhr gebracht werden, und man kan unter denselben diejenigen wählen, welche sich für jeden besondern Fall am besten schicken.

§. 388. Denn wenn (*T. IV. Fig. 71.*) AB die so oder anders ge. *T.IV.F.71.* Lehrte Fläche der Uhr, und in derselben CR der orthographische Entwurf der Aze, C aber das Centrum ist, durch welches man sich in der Fläche GCR , die auf der Fläche der Uhr senkrecht stehet, die Aze CG in ihrer wahren Lage vorstellen kan: so kan man sich auch durch ein beliebiges Punct R oder G eine Fläche IH dieser Aze CG perpendicular gesetzt einbilden, welche dadurch der Fläche des Gleichers parallel wird, ja als ein Theil dieser Fläche angesehen werden kan. Diese Fläche IH wird der GCR perpendicular seyn, auf welcher die AB ebenfalls senkrecht stehet. Demnach werden diese zwei Flächen IH und AB einander in einer geraden Linie HK schneiden, die eben der Fläche CGR perpendicular ist, und folgendes auch mit der CR den rechten Winkel CRH oder CRK , und mit der GR die gleichfalls rechten Winkel GRH , GRK einschliesset,

T. IV. F. 71. schliesset. Der Winkel CGR ist ebenfalls gerade, und es ist demnach die GR , vermitteltst des bekannten Winkels GCR , aus der angenommenen CR oder CG leicht zu finden. Wird nun in der Fläche IH an die GR der Winkel RGL angelegt, welcher dem zu einer gewissen Stunde berechneten T gleich ist, so wird RL die Tangente dieses Winkels LGR oder T , zu dem Radius GR . Es kan also, da GR bekannt ist, diese RL durch die Rechnung oder Zeichnung gefunden, und dadurch in der HK das Punct L bestimmt werden, von welchem die Linie eben dieser Stunde LC an das Centrum lauft. Denn die durch GC und GL gelegte Fläche GCL , welche die Fläche der Uhr in dieser LC schneidet, ist die Fläche der zu dem Winkel T gehörigen Stunde.

§. 389. Aus den bekannten Seiten CR , RL des rechtwinklichten Dreiecks CRL aber kan auch der Winkel LCR gefunden werden, welchen die Stundenlinie CL mit dem Entwurfe der Aze CR einschliesset: und man kan vermitteltst dieses Winkels RCL die Stundenlinie CL unmittelbar auf die Fläche der Uhr bringen, ohne daß es nöthig ist die HK zu ziehen, welches, da die Tangente RL zu einem grossen Winkel RGL sehr lang wird, nicht immer füglich geschehen kan. Es wird aber auch dieser Winkel LCR , welcher eine Seite der bey R rechtwinklichten soliden Ecke $GCRL$ abgiebt, aus der bekannten Seite desselben GCR und dem Winkel $RGL = T$, unmittelbar geschlossen. Ist aber der Winkel LCR bekannt, so hat man auch die Ergänzung desselben zu einem rechten Winkel CLR , dessen man sich, nachdem das Punct L in der HL gefunden worden ist, ebenfalls bedienen kan, die Stundenlinie LC von L nach C zu erstrecken, so weit auch dieses Centrum von der HK und dem Puncte R entfernt seyn mag. Man ist zuweilen gezwungen sich auch anderer Hülfsmittel zu bedienen, die sich aber größtentheils von selbst darbieten.

§. 390. Wenn die Fläche der Uhr der Aze parallel liegt, so werden die Stundenlinien durch die in der HK gefundenen Puncte L , derselben, und also auch ihrem Entwurfe CR parallel gezogen. Uebrigens ist für eine jede Uhr, auf welche die Mittagsfläche senkrecht fällt, $N = 0$, und also $T = S$. Ist aber die Uhr der Mittagsfläche parallel, und also die Fläche der sechsten Stunde derselben perpendicular, so ist N ein rechter Winkel. Da nun T immer kleiner ist als ein rechter Winkel, so ist in diesem Falle $T = 90^\circ - S$. Uebrigens kan,

kan, wie bereits oben angemerket worden ist, bey einer jeden dergleichen Uhr, *T. IV. F. 71.* wenn die Stundenlinien lang genug sind, ein jedes in der Aze angenommenes Punct die Stelle des Zeigers vertreten. Wird aber die körperliche Aze lang genau gemacht, so wird durch ein jedes einzelnes in einer Stundenlinie angegebenes Punct, die dazu gehörige Stunde eben so gut, als durch die ganze Linie angegeben.

Andere Mittel die Stunden des Tages zu finden.

§. 391. Wir haben aber auffer einer unbeweglichen Aze, oder eines Puncts derselben, und der damit unveränderlich verbundenen Stundenlinien, auch noch andere Mittel die Stunden des natürlichen Tages vermittelst der Sonnenstrahlen zu finden, welche überall angebracht werden können, und nicht, wie jene an einen gewissen Ort gebunden sind. Sie wären vor der Erfindung der Pendeluhren das bequemste, so diese Stunden mit Zuverlässigkeit angeben konte, und werden auch heut zu Tage mit einem Nutzen gebraucht, der sie öfters unentbehrlich machet. Wir haben die Betrachtung, auf welche sich diese Mittel gründen, bereits machen müssen (197), und es komt nur darauf an, daß wir dieselbe auf unsern gegenwärtigen Zweck anwenden.

§. 392. Es sey *PLM* (*T. V. Fig. 72.*) der Mittagskreis eines Orts, *T. V. F. 72.* und in demselben *P* der daselbst sichtbare Pol des Himmels, *Z* aber das Zenit desselbigen Orts. Der Mittelpunct der Sonne erscheine an der Himmelskugel in *S*, und es sey durch dieses Punct ein Abweichungskreis, oder der Theil desselben *PS*, wie auch der Theil eines Verticalcircels *ZS* beschrieben. Diese Bogen werden mit dem Theile des Mittagskreises *PZ* ein Kugeldreyeck *PSZ* bilden, in welchem *PZ* die Ergänzung der Polhöhe des auf der Erde angenommenen Orts vorstellet. Wird also diese Polhöhe durch *P* bedeutet, so kan *cP* den Bogen *PZ* selbst angeben: und eben so wird *cD* den Bogen *PS*, und *cA* den Bogen *ZS* anzeigen, wenn die Abweichung der Sonne durch *D*, und ihre Höhe durch *A* bezeichnet wird. Der Winkel *MZS*, welcher *Z* heißen soll, wird durch das Azimuth der Sonne gemessen: der Winkel *ZPS* aber giebt die Stunden und Minuten des natürlichen Tages an, in welchen die Sonne aus dem Mittagskreise *PLM* in *S* gelangen wird, oder, wenn man sich *S* an der Morgenseite vorstellet, die sie brauchet, von *S* in den Mittagskreis zu kommen, mit einem Worte, die Stunden vor oder nach Mittag, die zu dem Zeit-

T.V.F.72. puncte gehören, in welchem sich die Sonne in S befindet. Wir wollen aus dieser Ursache diesen Winkel ZPS durch T andeuten: und was kan hindern ihn den Zeitwinkel zu nennen? Da es nun leicht ist, anstatt des Winkels MZS seine Ergänzung zu zween rechten Winkeln PZS zu setzen, so giebt immer eines der fünf Dinge P, D, A, T, Z eine der Seiten oder einen der Winkel des Dreuecks PZS , und wird hinwiederum durch diese Seite oder diesen Winkel gegeben. Es können also durch die Auflösung dieses Dreuecks PZS , aus dreyen dieser fünf Dinge, immer die zwey übrigen gefunden werden.

§. 393. Und was insbesondere den Winkel T anlangt, durch welchen die Zeit gegeben wird, mit der wir uns eigentlich beschäftigen: so wird derselbe durch jede drey der vier Dinge, P, D, A, Z gegeben, und also erstlich durch P, D, A , zweitens durch P, D, Z , drittens durch P, A, Z , und viertens durch D, A, Z . Wenn nun die Polhöhe P gegeben ist, so ist bey P, D, A nichts als die Höhe A durch die Beobachtung auszumachen, weil die Abweichung der Sonne D immer als bekant angesehen wird; und diese A kan überall genau genug gefunden werden, weswegen dieser Fall vorzüglich gebraucht wird. Bey P, D, Z ist zwar nur das Azimuth Z zu suchen, in welches die Strahlenbrechung keinen Einfluß hat. Es setzet aber die Ausfindung desselben eine genau gezogene Mittagslinie voraus, welche selten da ist. Dadurch wird der Gebrauch dieses Falls sehr eingeschränket. Bey P, A, Z ist zugleich D bekant, wodurch derselbe auf einen der vorigen P, D, A oder P, D, Z zurückgebracht wird. Was aber den letzten Fall D, A, Z anlangt, so kan derselbe gebraucht werden, wenn die Polhöhe unbekant ist, er verlangt aber, daß sowol Z als A durch die Beobachtung gefunden werde. Dieses zu leisten, ist nun zwar selten möglich. Es giebt uns aber doch dieser Fall eine Proportion an die Hand, der wir uns mit Nutzen werden bedienen können. Die Regel nemlich, vermittelt welcher aus den Seiten PS, ZS und aus dem Winkel PZS der Winkel ZPS gefunden wird, ist diese: $\sin PS : \sin ZS = \sin PZS : \sin ZPS$. Da nun aus $PS = cD$ und $ZS = cA$ folget, $\sin PS = \cos D$ und $\sin ZS = \cos A$, die Winkel $MZS = Z$ aber, und der darnebenstehende PZS eben den Sinus haben, so wird diese Proportion auch also ausgedruckt: $\cos D : \cos A = \sin Z : \sin T$. Die geometrische Zeichnung, vermittelt welcher diese Aufgaben gelöst werden, ist in vielen Fällen

ten so leicht, und giebt so vieles Licht, daß es nicht überflüssig seyn wird, sie be: *T. V. F. 72.* sonders zu betrachten.

§. 394. Es sey (*T. V. Fig. 73.*) *PZM* die nach Morgen gekehrte *T. V. F. 73.* Seite der Mittagsfläche, und in derselben *PQ* die Aze, *ZN* die Verticallinie, *AE* die Vorstellung des Gleichers, und *MH* die Vorstellung des Horizonts, in welcher *M* die mittägige Seite ist. Wird nun $AF = EG$ der Abweichung der Sonne für einen gewissen Tag gleich gemacht, und *FG* gezogen, so wird *CD* der Sinus dieser Abweichung, also $CD = \sin D$, und *FG* die Vorstellung des Circels, von welchem man annimmt, daß ihm die Sonne an diesem Tage beschreibe, so daß der orthographische Entwurf des Orts derselben diesen ganzen Tag lang in die *FG* fallen muß. Es sey ferner $MK = HL$ die an einem gewissen Zeitpuncte dieses Tages beobachtete Sonnenhöhe; so stellet *KL* den dem Horizonte parallel liegenden Circel vor, in welchem sich die Sonne bey diesem Zeitpuncte befunden hat, und es ist $CT = \sin A$. In diese *KL* fällt also die Vorstellung des Orts, welchen die Sonne in dem Augenblicke der Beobachtung an dem Sternhimmel einzunehmen schien, welche Vorstellung den ganzen Tag über in *FG* fällt. Demnach ist *S* diese Vorstellung: und die Sonne befand sich zur Zeit der Beobachtung in der aus *S* auf die Mittagsfläche *PZM* aufgerichteten Perpendicularlinie. Wird also der durch diesen Ort der Sonne gehende Abweichungskreis in *PBQ*, und der zu dem Puncte gehörige Verticalbogen in *ZIN* entworfen, so gehen diese Entwürfe beide durch *S*, und es ist $CB = \cos T$, und $CI = \cos Z$.

§. 395. Demnach werden aus *P*, *D* und *A* die beiden Winkel *T* und *Z* gar leicht gefunden; denn es ist eben nicht nöthig zu dem Ende die Ellipsen *PBQ*, *ZIN* zu beschreiben. Man kan den um *C* mit dem Radius $CA = CE$ beschriebenen Circel für denjenigen annehmen, aus welchem die Sinus und Tangenten hergenommen sind, und diesen Radius zur Einheit machen. Sobald nun die beiden Linien *FG* und *KL* der gegebenen Anweisung gemäß gezogen sind, zeigt sich das Punct *S*, und man hat die Verhältniß $DF : DS$, welche der Verhältniß $CA : CB$ oder $1 : \cos T$ gleich ist: wie auch die Verhältniß $KT : ST$, das ist: $MC : IC$ oder $1 : \cos Z$. Und alsdenn ist es leicht, die zu diesen $\cos T$ und $\cos Z$ gehörigen Bogen oder Winkel zu finden. Es wird aber der zu dem $\cos T$ gehörige Bogen größer als ein Quadrant,

T.V. #73. wenn B mit der halben Ellipse PBQ an die andere Seite der PQ fällt, und der zu $\cos Z$ gehörige Bogen, wenn I , mit der Hälfte der Ellipse ZIN , an die andere Seite der ZN zu liegen komt.

§. 396. Eben so leicht sind auch verschiedene andere der angezeigten Aufgaben aufzulösen, bey vielen aber ist die Beschreibung der Ellipsen nicht zu vermeiden. Zu den erstern gehöret die, so zu den gegebenen P , D und T die Höhe A samt dem Winkel Z heisset, welcher ein Genüge zu thun man nur, nach gezogener FG , die CB dem $\cos T$ gleich machen, und vermittelst der Proportion $CA : CB = DF : DS$ das Punct S bestimmen darf. Die durch dieses Punct der MH parallel gezogene KL wird die Höhe MK unmittelbar geben, und zugleich die KT so theilen, daß dadurch die Proportion $KT : ST = 1 : \cos Z$ ihre Richtigkeit erhält: und was dergleichen Auflösungen mehr sind, deren umständliche Erörterung unser Zweck nicht erfordert, ob sie wohl bey Verfertigung besonderer Arten der Sonnenuhren unentbehrlich, und auch sonst von Nutzen seyn mögen.

§. 397. Sehen wir aber den Fall, in welchem aus P , D und A die Winkel T und Z gefunden werden, um welchen es uns eigentlich zu thun ist, etwas genauer an, so führet uns derselbe zu einer Anweisung diese Winkel durch eine Rechnung herauszubringen, die sich blos auf die ebene Trigonometrie gründet. Man siehet leicht, daß in dem Dreyncke CDR der spitzige Winkel bey R der Polhöhe gleich sey, und also $\sin P : 1 = CD : CR = \sin D : CR$ oder $CR = \frac{\sin D}{\sin P}$. Da nun $CT = \sin A$, so wird hieraus geschlossen $RT = \sin A - \frac{\sin D}{\sin P}$. Nun ist auch $RT : TS = 1 : \tan P$, also $TS = \sin A \tan P - \frac{\sin D \cdot \tan P}{\sin P}$, oder, weil überall $\cos : 1 = \sin : \tan$; $TS = \sin A \tan P - \frac{\sin D}{\cos P}$. Aus dieser TS ist nun der $\cos Z$ leicht herauszubringen. Denn da $CT = \sin A$, so ist $TK = \cos A$, und wir haben $TK : TS = MC : IC = 1 : \cos Z$, also $\cos A : (\sin A \tan P - \frac{\sin D}{\cos P}) = 1 : \cos Z$,

und $\cos Z = \tan A \cdot \tan P - \frac{\sin D}{\cos A \cdot \cos P}$, indem hier für $\frac{\sin A}{\cos A}$ gesetzt *T. V. F. 73.*

wird $\tan A$. Diese Regel gilt für eine jede nördliche Abweichung, und wenn vermittelt derselben der $\cos Z$ negativ gefunden wird, so ist dieses ein Zeichen, daß *CI* an die andere Seite der *ZN* falle, und also *Z* größer sey, als ein rechter Winkel. Ist aber die Abweichung der Sonne südlich, so fällt das Punct *R* an die entgegengesetzte Seite des Gleichers *AE* zwischen *C* und *N*. Es ist also nicht mehr $RT = CT - CR$, sondern $RT = CT + CR$, und es muß dem zufolge genommen werden $\cos Z = \tan A \cdot \tan P, +$

$\frac{\sin D}{\cos A \cdot \cos P}$. In beiden Fällen aber wird aus dem gefundenen *Z* der Winkel *T* vermittelt der Proportion $\cos D : \cos A = \sin Z : \sin T$ geschlossen (393).

Gebrauch der gleichen Höhen der Sonne.

§. 398. Hat man nun den Verticalcirkel, in welchem die Höhe *A* genommen worden ist, durch eine in der Fläche desselben gezogene Horizontlinie bemerkt: so wird vermittelt dieser Rechnung die Mittagslinie bestimmt, als welche mit jener in dem Horizonte gezogenen Linie den Winkel *Z* einschließen muß. Und wenn eine Pendeluhr so weit nach den natürlichen Tag gestellt ist, daß sie mit der Sonne zugleich herumkomt, und man hat an derselben den Zeitpunkt bemerkt, bey welchem die Sonne die Höhe *A* gehabt hat, so wird aus dem Winkel *T*, wenn man ihn wie gewöhnlich durch Stunden und deren Theile ausdrücket, die Zeit gefunden, welche diese Uhr in dem Augenblicke des wahren Mittags weisen muß. Da aber *P*, *D*, und *A* gar genau bekannt seyn müssen, wenn die Winkel *Z* oder *P* mit aller möglichen Richtigkeit verlangt werden: so pflegen die Sternforscher, wenn es die Umstände leiden wollen, gemeinlich einen andern Weg zu nehmen, auf welchem die Fehler leichter zu vermeiden sind. Man bemerkt vor Mittag die Stunde, Minute und Secunde, welche die Uhr in dem Augenblicke weist, in welchem die Sonne eine beliebige Höhe *A* hat. Nach Mittag bemerkt man, bey eben der Höhe *A*, die Zeit der Uhr mit einer nicht geringern Sorgfalt. Wird nun die Zeit in einem fortgezählt, und ist *a*

T.V.F. 72. die Zahl der vor Mittag angemerkten Stunden, Minuten, Secunden, b aber die Zahl der nach Mittag gefundenen, so wird nach eben der Uhr $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ für die Zeit des wahren Mittags angenommen (171).

§. 399. Die Sache würde völlig richtig seyn, wenn die Sonne in der Zeit $b - a$, welche von dem Augenblicke, in welchem die Uhr a angab, bis an b verfloßen ist, ihre Abweichung nicht geändert hätte. Denn in diesem Falle wäre der Zeitwinkel T vor Mittag dem T nach Mittag völlig gleich, und $2Z$ wäre derjenige, so in der Zeit $b - a$ beschrieben worden ist. Es wäre also die Hälfte dieses letztern Winkels T , in der Hälfte der Zeit $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$ beschrieben worden, welche Zeit zu a hinzugesetzt, den Zeitpunkt geben muß, welchen die Uhr in dem Augenblicke des wahren Mittags anzeigt. Es ist aber $a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$. Eben so ist es auch mit dem Winkel Z , dessen man sich bedienen kan die Mittagslinie anzugeben. Wäre bey eben der Höhe A der an der westlichen Seite der Mittagsfläche liegende Winkel Z dem an der östlichen völlig gleich, so würden die zwei Horizontlinien, deren eine vor Mittag und die andere nach Mittag jede in der Fläche dieser Höhe A gezogen werden kan, den Winkel $2Z$ miteinander einschließen, und keine andere als die Mittagslinie würde diesen Winkel in seine zwei Hälften Z theilen. Es kan aber die Gleichheit der Winkel Z vor und nach Mittag eben so wenig bestehen, wenn nicht die Abweichung D , durch welche der eine dieser Winkel bestimmt wird, so groß ist, als die D des andern.

Ein zu den gleichen Sonnenhöhen dienliches Werkzeug.

§. 400. Jedoch sind die Fehler, welche begangen werden, wenn man auf die Veränderung der Abweichung der Sonne in einer Zeit, die immer kürzer genommen werden kan als zwölf Stunden, nicht acht hat, sondern annimmt, daß diese Abweichung einen ganzen natürlichen Tag lang immer dieselbe bleibe, so gering, daß es in gar vielen Fällen nicht nöthig ist, sie zu verbessern. Und alsdenn ist es nicht schwer ein Instrument zu verfertigen, vermittelst welches der Zeitpunkt b , in welchem die Sonne nach Mittag in eben der Höhe steht, welche sie vor Mittag in dem Zeitpunkte a hatte, sehr genau gefunden werden kan. Denn es ist eben nicht nöthig, daß man die Größen dieser Höhen entdecke, wenn nur an der Gleich-

Gleichheit derselben kein Zweifel ist. Das nachfolgende Werkzeug scheint mir insonderheit bequem zu seyn, ob ich es wohl nicht probiret habe. *T. V. F. 73.*

§. 401. Es wird von starken Bleche eine Art eines Kastens verfertigt, dessen Länge zween, drey oder mehrere Schuhe halten kan, die größte Breite aber den achten oder zehnten Theil der Länge ausmacht: denn er kan nach Befinden an dem einen Ende viel schmäler seyn als an dem andern; die Tiefe aber kan der Hälfte der größten Breite beynah gleich genommen werden. Dieser längliche Kasten wird (*T. V. Fig. 75.*) so vorgestellt, als ob der mittlere Theil, den *T. V. F. 75.* man sich gar leicht vorstellen kan, aus demselben herausgebrochen wäre, damit das übrige, worauf es vornehmlich ankommt, desto deutlicher ausfallen möchte. Er wird bey *AB* mit einer Platte oder sonst geschlossen, und daselbst mit einem unbeweglich daran haftenden Haken versehen, welcher sich bey *C* in eine abgerundete Spitze endiget, vermittelst welcher das ganze dergestalt an dem glatten, festen und etwas vertieften Untersaß *D* gehenket werden kan, daß seine übrige Bewegung völlig frey bleibet. In diesem Zustande wird die durch *C* und dem Mittelpuncte der Schwere des ganzen Zusammenhangs gehende gerade Linie *CG* nothwendig vertical, und anders kan das Instrument nicht ruhen: welche Ruhe desto sicherer zu machen, das Rohr bey seinem andern Ende *G* mit etlichen Pfunden fest angegossenen Bleyes beschweret ist. Bey *E* ist der Kasten an der einen Seite offen, und diese Seite wird beym Gebrauche nach der Sonne gekehret, deren Strahlen auf einen kleinen Spiegel *F* fallen, und von demselben beynah in die Verticallinie *CG* zurückgeworfen werden, zu welchem Ende der Spiegel dergestalt an einer Ase befestiget ist, daß man seine Neigung gegen diese *CG* nach Belieben ändern kan.

§. 402. Die von dem Spiegel zurückgeworfenen Strahlen gehen bey *H* durch ein kleines in eine daselbst angebrachte messingene Platte gebohrtes Loch, und fallen auf den Boden des Kastens *IK*, allwo auf einen etwas dunkeln Grund eine Eintheilung gemacht ist, vermittelst welcher die verschiedenen Theile dieses Bodens von einander zu unterscheiden sind: und es bleibt der Kasten an der von der Sonne abgekehrten Seite zwischen *K* und *L* offen, damit diese Theilung zu Gesicht komme. Alles dieses haftet unbeweglich an einander; und auch der Spiegel *F* wird, nachdem er so gesetzt worden ist, daß er die Sonnenstrahlen durch

T. V. F. 75. durch das Löchlein *H* auf den Boden *IK* wirft, fest mit dem Kasten verbunden: welches zwey aufrechtstehende Platten, in welchen sich die Aze des Spiegels drehen läßt, allein leisten können, wenn sie mit der messingenen Grundplatte, in der das Loch *H* gebohret ist, ein Ganzes ausmachen, welches federhart geschlagen worden, damit es die Aze nach ihrer Länge zusammendrücke; und dieses Ganze kan mit einer einzigen Schraube an dem Kasten befestiget werden. Bey so gestalten Sachen muß die Sonne, wenn ihre Strahlen auf eben das Punct des Bodens *IK* fallen sollen, nothwendig einerley Abweichung von der Verticallinie *CG*, und einerley Höhe haben, obwol diese Strahlen an eben dem Tage nicht das zweitemal auf eben das Punct des Bodens *IK* gebracht werden können, ohne das Instrument um die Verticallinie gehörig herumzudrehen; ja öfters, wegen eines Gebäudes oder etwas dergleichen, so den einfallenden Strahlen im Wege stehet, so gar die Stelle des Untersatzes *D* mit einer andern verwechselt werden muß.

§. 403. Indem die Sonne vor Mittag steigt, gehen die Strahlen auf dem Boden des Kastens von *I* nach *K*, und kehren von *K* nach *I* zurück, wenn dieselbe nach Mittag niedergehet. Dadurch wird es leicht, ohne Versekung des Spiegels, verschiedene Beobachtungen nach einander zu machen, welches nicht nur wegen der Wolken nothwendig ist, die sich öfters in den Weg setzen, und einige derselben unbrauchbar machen; sondern auch zu einer desto größern Gewißheit führet. Wolte man auf die Oefnung *H* eine Glaslinse legen, welche das Bild der Sonne auf den Boden *IK* wirft, so würden die Gränzen des dadurch erleuchteten Theils desselben viel deutlicher erscheinen. Der Spiegel *F* aber kan eine bloße Glasplatte seyn, welche an der Seite, die sonst mit der so genannten Folie belegt wird, rauh gemacht, und mit einer schwarzen Farbe bedeckt, an der andern aber recht eben geschliffen und poliret ist; damit sie nur von dieser und nicht auch von der andern Seite die Strahlen zurückwerfen möge.

§. 404. Soll vermittelst dieses Instruments der Winkel entdecket werden, welchen die in einer Horizontfläche *MN* (*T. V. Fig. 76.*) liegende gerade Linie *AB* mit der Mittagslinie einschliesset, so darf man nur vor Mittag, bey einer gewissen Höhe der Sonne, den Schatten *CD* bemerken, welchen ein von dem daran hangenden Gewichte nach der Scheitellinie gedehnter Faden auf diese Fläche *MN* wirft, und nach Mittag, bey eben der Höhe der Sonne, die Arbeit

Arbeit wiederholen. Es ist nicht nöthig daß dabey der Faden an seiner vorigen *T.V.F.76.* Stelle bleibe: ja man darf nicht einmal die Stellen desselben bezeichnen. Man nimt nur den Winkel *EFB*, welchen der nachmittägige Schatten *EF* mit der *AB* nach eben der Seite einschliesset, nach welcher der vormittägige *CDB* gekehret war. Die halbe Summe dieser Winkel $\frac{1}{2}EFB + \frac{1}{2}CDB$ wird der nach eben der Seite stehende Winkel *GHB* seyn, welchen die Mittagslinie *GH* mit der *AB* macht. Denn wenn man die beiden Linien *DC*, *FE* verlängert, bis sie einander in *I* antreffen, so wird der Winkel *DIF* von der durch diesen Punct *I* gehenden Mittagslinie *IH* in zwey Hälften getheilet. Nun ist $DIF = EFB - CDB$, und folgendes $HIF = \frac{1}{2}EFB - \frac{1}{2}CDB$, demnach IHB oder $GHB = EFB - HIF = EFB - \frac{1}{2}EFB + \frac{1}{2}CDB = \frac{1}{2}EFB + \frac{1}{2}CDB$. Vermittelt des dergestalt berechneten Winkels *GHB* ist es leicht in der Fläche *AB* eine Mittagslinie zu ziehen, welche desto zuverlässiger seyn wird, je mehr Paare bey eben der Sonnenhöhe genomener Schattenlinien *CD* und *EF* zu ihrer Bestimmung gebraucht werden: und es kan, wenn dieses die Umstände erfordern, der Faden, dessen Schatten diese Linien angeben soll, für jede derselben an einen besondern Ort gesetzt werden.

Verbesserung des durch gleiche Sonnenhöhen gefundenen Mittags.

§. 405. Da aber, wenn mit völliger Strenge zu verfahren ist, die durch gleiche Sonnenhöhen gefundene Winkel *T* und *Z* allerdings einer Verbesserung bedürfen, ausser wenn sich die Sonne sehr nahe an den Wendekreisen befindet, da ihre Abweichung in einigen wenigen Stunden nicht merklich geändert wird; so ist nun zu zeigen, wie diese Verbesserung wirklich erhalten werde. Wir müssen zu dem Ende anmerken, daß, wenn überhaupt *dd* die Veränderung bedeutet, welche in der zwischen den zwey Beobachtungen verfloffenen Zeit *b - a* in der Abweichung der Sonne vorgegangen ist, und man läset *D* die vormittägige Abweichung bedeuten, wenn sie nördlich ist, — *D* aber, wenn sie südlich ist: die Abweichung der Sonne nach Mittag in dem ersten Falle $D + dd$, und in dem andern $-D + dd$ seyn werde, so lang sich die Sonne, durch die Veränderung ihrer Abweichung, dem Nordpole nähert: und daß im Gegentheile, wenn sie sich von diesem Pole entfernt, zu der vormittägigen Abweichung *D*, die nachmittägige $D - dd$, zu der vormittägigen — *D* aber, die nachmittägige

Et

— *D - dd*

T. V. F. 76. — D — dD seyn werde. Denn es folget hieraus, daß eine zur Berechnung der hier nöthigen Verbesserung für den Fall, da die mitternächtige Abweichung der Sonne zunimt, herausgebrachte Regel, gar leicht, und durch die bloße Veränderung der Zeichen, mit welchen D und dD belegt sind, auf die übrigen Fälle angewendet werden könne.

§. 406. In diesem Falle aber, in welchem sowol D als dD mitternächtlich ist, an welchen wir uns halten wollen, entfernt sich auch das Punct I von T. V. F. 73. M gegen H , wie gar leicht aus der Zeichnung (T. V. Fig. 73.) zu sehen ist, wenn man sich die der AE parallel zu ziehende FG etwas näher an P vorstellt, indem KL unverändert bleibt, und $\cos Z$ nimt ab, indem D zunimt. Wird nun diese Veränderung der CI , welche vorgehet, indem D zu $D + dD$ anwächst, durch $d \cdot \cos Z$ angedeutet, so haben wir vormittags $\cos Z = \tan A$.

$\tan P = \frac{\sin D}{\cos A \cdot \cos P}$, und nachmittags, $\cos Z = d \cdot \cos Z = \tan A$.

$\tan P = \frac{\sin(D + dD)}{\cos A \cdot \cos P}$, woraus, durch Abziehung der letztern von dem

ersten, geschlossen wird $d \cdot \cos Z = \frac{\sin(D + dD) - \sin D}{\cos A \cdot \cos P}$. Nun ist aber dD immer sehr klein, weil in dem vierten Theile eines Tages, welches ohngefähr die Währung der Zeit $b - a$ zu seyn pflegt, die Abweichung der Sonne gar wenig geändert wird. Wir können demnach, wie bereits bey anderer Gelegenheit gesehen ist, sehen: $\sin(D + dD) = \sin D + dD \cdot \cos D$, und also $\sin(D + dD) - \sin D = dD \cdot \cos D$, und hieraus schliessen $d \cdot \cos Z = \frac{\cos D}{\cos A \cdot \cos P} \cdot dD$.

§. 407. Es ist uns aber eigentlich um den kleinen Bogen zu thun, um welchen Z zunimt, indem seinem Cosinus der Theil $d \cdot \cos Z$ entzogen wird, welchen kleinen Bogen dZ vorstellen soll. Und da wissen wir, daß alsdenn seyn werde $d \cdot \cos Z = \sin Z dZ$. Nun hatten wir oben (393) die Proportion, $\cos A : \cos D = \sin T ; \sin Z$, oder $\sin Z = \frac{\sin T \cdot \cos D}{\cos A}$, welches in das vorige ge-

bracht

bracht, giebt $d \cos Z = \frac{\sin T \cdot \cos D}{\cos A} \cdot dZ$. Hieraus aber folget $\frac{\sin T \cdot \cos D}{\cos A}$ T. V. F. 73

$$dZ = \frac{\cos D}{\cos A \cdot \cos P} \cdot dD, \text{ und } dZ = \frac{dD}{\cos P \cdot \sin T}.$$

Diese dZ ist also der Ueberschuß des nachmittäglichen Azimuths über das vormittägliche, und der Fehler, welcher begangen wird, wenn man eins dem andern gleich setzt. Es wird derselbe aus der Proportion $\cos P \cdot \sin T : 1 = dD : dZ$ zu einem jeden dD gefunden, weil P als bekannt vorausgesetzt wird, der Winkel T aber, vermittelt der Uhr, immer zu haben ist. Und es ist eben nicht nöthig, daß diese P und T so gar genau bestimmet seyn. Denn obwol die Proportion selbst zeigt, daß dZ immer größer seyn müsse als dD , weil sowohl $\cos P$ als $\sin T$ kleiner sind als die Einheit; so ist doch in unserer Gegend $\cos P$ nur ohngefähr $= 0,6$, und, da die Beobachtungen gemeinlich zwey bis drey Stunden vor und nach dem Mittag angestellt werden, $\sin T$ beynah eben so groß, wodurch die Verhältniß $dD : dZ$ auf $0,36 : 1$, oder $36 : 100$ gesetzt wird. Es bleibt also immer dZ klein genug, und die P, T müssen sehr von der Wahrheit abweichen, wenn dadurch in die dZ ein Fehler von etlichen Secunden gebracht werden soll.

§. 408. Stellet nun der (T. V. Fig. 74.) um C beschriebene Cirkel T. V. F. 74. den Horizont vor, der von dem Verticalcirkel, in welchem vor Mittag die Höhe A genommen worden, in CH geschnitten wird, Ck aber ist der zu eben der Höhe A nach Mittag gefundene Durchschnitt, so muß kK dem auf die angezeigte Weise berechneten dZ gleich gemacht, und der dadurch bestimmte Winkel HCK vermittelt der MC gleich getheilet werden, wenn diese MC die richtige Mittagslinie werden soll. Wird diese Verbesserung bey Seite gesetzt, und anstatt des HCK der Winkel HcK durch die CM in zwey Hälften zerschnitten, so weicht diese Cm nothwendig von der Mittagslinie CM ab, und der Fehler bestehet in dem Winkel MCm , um welchen sie zu weit nach Abend lieget. Es ist leicht zu sehen, daß dieser Winkel

MCm halb so groß sey, als KcK , und folgendes durch $\frac{dD}{2 \cos P \cdot \sin T}$ angege-

ben werde, welches die Hälfte von aZ ist. Befindet sich die Sonne in dem andern Theile ihrer Bahn, in welchem sie sich dem Südpole nähert, so wird der

T.V.F.74. Fehler durch $\frac{-dD}{2 \cos P. \sin T}$ ausgedrückt, weil nunmehr die Cm an der Ostseite der wahren Mittagslinie CM zu liegen kommt.

§. 409. Und nunmehr kan auch der kleine Winkel dT gefunden werden, um welchen, indem die nördliche D zunimt, der Zeitwinkel T zu groß gefunden wird, wenn man sich der gleichen Höhen ohne Verbesserung bedient. Der Fehler rühret davon her, daß Cm für die wahre Mittagslinie gehalten, und anstatt derselben gebraucht wird. Demnach ist der Winkel dT derjenige, zu welchem das Azimuth Mm gehöret. Wird also in der 72sten Figur der Winkel MZS dem gegenwärtigen MCm gleich genommen, so wird $ZPS = dT$, und man kan diesen Winkel dT aus dem MCm , vermittelst der Proportion $\sin PS : \sin ZS = \sin MZS : \sin ZPS$ schliessen. Weil nunmehr die Winkel MZS , ZPS sehr klein sind, so können anstatt ihrer Sinus die Bogen genommen werden, welche sie messen: $\sin PS$ ist noch immer $\cos D$; ZS aber ist bey so kleinen Winkeln von $PS - PZ$ kaum zu unterscheiden. Eigentlich ist dieser Bogen ZS um etwas fast unmerkliches grösser als die Ergänzung der Mittagshöhe der Sonne, so daß, wenn diese Höhe durch M angedeutet wird, gar wol gesetzt werden kan $\sin ZS = \cos M$. Alle diese Ausdrücke in die eben wiederholte Proportion gebracht, geben $\cos D : \cos M = \frac{dD}{2 \cos P. \sin T} : dT$, oder $dT = \frac{\cos M}{2 \cos D. \cos P. \sin T} \cdot dD$; wodurch dT immer aus der dD gefunden wird, weil es auch hier nicht nöthig ist, die Bogen D , P , T , so genau zu haben, und M aus P und D gar leicht berechnet werden kan.

§. 410. Es ist übrig, daß der also berechnete Winkel dT durch Zeitsecunden ausgedrückt werde, welches, wie gewöhnlich ist, geschieht, wenn man für jede 15 Secunden eines Grades eine Secunde der Stunde rechnet. Es sey a diese Zahl der Zeitsecunden. Ist nun der Augenblick des Mittags, aus den ohne Verbesserung gebrauchten Höhen nach der oben gegebenen Anweisung geschlossen worden, allwo wir den Zeitpunkt, welchen die gebrauchte Uhr in diesem Augenblicke angeben muß, durch $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ ausgedrückt haben, so ist der wahre Mittag

Mittag $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - e$, wenn sich die Sonne zu der Zeit dem Nordpole nähert, T. V. F. 74: und $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + e$, wenn sie sich von demselben nach den Südpol entfernt: das ist, es ist Mittag, in dem ersten Falle, wenn die Uhr die Zahl der Secunden $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - e$ weist: und in dem zweiten, wenn sie $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + e$ anzeigt.

§. 411. In der Ausübung werden gemeiniglich vor Mittag mehr als eine Höhe genommen: und nach Mittag wird, so weit dieses geschehen kan, die Zeit angemerket, in welcher die Sonne sich wieder, bis zu einer jeden dieser Höhen erniedriget hat. Man rechnet alsdann die vor Mittag angemerkten Zeiten zusammen, und eben dieses thut man auch mit den Zeiten nach Mittag, bey welchen die Sonne die vor Mittag gebrauchten Höhen hatte; jede dieser Summen wird durch die Zahl der gebrauchten verschiedenen Höhen, 5 oder 7 oder wie viel ihrer sonst seyn mögen, getheilet, und die dadurch herausgebrachten Zeiten werden, die erste der a und die zweite der b gleich gesetzt, welche, wie vorher, gebraucht werden, die noch zu verbessernde Zeit des Mittags $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ zu finden. Die Berechnung der zur Verbesserung nöthigen e , erfordert nicht, daß die Höhen selbst bekannt seyn, und es kan die zu der Zeit $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a = T$ gehörige e bey der gegenwärtigen Bedeutung der Buchstaben a und b eben so leicht gefunden werden, als wenn a die Zeit bedeutet, an welcher vormittags eine einzelne Höhe beobachtet worden ist, und b diejenige, bey welcher die Sonne nach Mittag eben die Höhe gehabt hat. Die Ursache dieses weitläufigern Verfahrens aber ist gar leicht zu ermessen (172).

Ungleichheit der natürlichen Tage.

§. 412. Ist nun an einer Pendeluhr, deren Zeiger in der Zeit des zur Beobachtung gewählten natürlichen Tages genau zweymal herumkomt, der Punkt des wahren Mittags gefunden worden; so wird zwar diese Uhr, so lang dieser Tag währet, die Stunden desselben und deren Theile ohne merklichen Fehler angeben. Sie kan aber dieses nicht viele Tage nach einander leisten, sondern muß den Mittag und eine jede andere Stunde mit der Zeit früher oder später weisen, als sie sich wirklich ereignen, und eine vollkommen richtig verfertigte Sonnenuhr, die den Fehlern der Strahlenbrechung nicht unterworfen wäre, oder eine recht genaue Beobachtung, sie angeben würde. Denn eine Pendeluhr muß, wenn sie gut seyn soll, alle Stunden, alle Minuten und Secunden einander

T.V.F. 74 völlig gleich machen. Wenn wir uns aber auch eine Sonnenuhr ganz ohne Fehler vorstellen, oder vielmehr zu den durch den Mittelpunct der Erde selbst gelegten Stundencirkeln zurück kehren, und dabey in unsern Gedanken alle Strahlenbrechung vernichten: so können doch bey aller Gleichheit der Winkel, welche die Flächen dieser Kreise mit einander einschließen, die Stunden des natürlichen Tages einander nicht gleich seyn, noch viel weniger aber können die natürlichen Tage das ganze Jahr durch einerley Länge haben: weil die Sonne nicht immer eine gleiche Zeit anwendet aus einer der Stundenflächen in die nächstfolgende über zu gehen.

§. 413. Zwar ändert die grössere oder kleinere Abweichung der Sonne von dem Gleichem für sich in dieser Zeit gar nichts, weil nicht darauf gesehen wird, durch welches Punct des Stundenkreises die Sonne hindurch gehet. Denn da ein jeder Abweichungskreis zugleich ganz in die Fläche eines jeden Stundencirkels fällt, so ist es eins, in welchem Puncte desselben sich die Sonne zu der Zeit befindet. Wenn die Sonne mit einem Fixsterne zugleich durch eine Stundenfläche gehet, so gehet sie nur deswegen später als der Stern durch die nachfolgende, weil sie in der Zeit in einen andern Abweichungskreis übergegangen ist, der weiter gegen Morgen lieget. Dadurch bekommt der Fixstern einen Vorsprung vor der Sonne, welcher vermehret wird, indem der Stern in den Stundenkreis übergeheth der auf den zweiten folget, und so immer fort. Und von der Zahl der Minuten und Secunden, um welche der Vorsprung des Sterns vor der Sonne in jeder Stunde vermehret wird, hängt der Ueberschuss der Länge der scheinbaren Sonnenstunde, über die Stunde des Fixsterns lediglich ab. Da also die Sternstunden alle von eben der Länge sind, so können die Sonnenstunden einander nicht gleich werden, wenn nicht der Vorsprung des Sterns vor der Sonne in jeder Sternstunde um eben die Zahl der Minuten und Secunden eines Grades vermehret wird. Und sollen auch alle Hälften, alle Drittel und andere gleichnamigen Theile gleich ausfallen, so muß überhaupt der Vorsprung des Sterns vor der Sonne in gleichen Theilen der Zeit gleich stark zunehmen, und die Sonne sich von Abend gegen Morgen so bewegen, daß dieses gleichförmige Wachsthum erfolge.

§. 414. Es ist aber dieses die Bewegung nicht, die wir an der Sonne wirklich wahrnehmen: und wer nur auf die Schiefe der Ecliptic acht hat, siehet leicht, daß etwas dergleichen nicht erfolgen würde, wenn sich auch die Sonne in dieser

dieser ihrer scheinbaren Bahn gleichförmig bewegte; insonderheit wenn er seiner Einbildung mit einer Himmelskugel zu Hülfe komt. Ein bey den Wendpuncten genommener Grad der Ecliptic lieget dem Gleicher beynah parallel, und ist weit genug von demselben entfernt; da im Gegentheile ein ganz an dem Gleicher genommener Grad dieser Bahn, unter den beträchtlichen Winkel von $23\frac{1}{2}$ Graden, an denselben anlaufft. Dadurch werden die zween Abweichungskreise, zwischen welchen der erstere dieser Grade liegt, mehr von einander entfernt, als diejenigen, die den letztern zwischen sich einschliessen, und der zwischen jenen enthaltene Theil des Gleichers wird beträchtlich grösser, als der zwischen diesen. Es muß also der Vorsprung eines Sterns vor der Sonne stärker zunehmen, wenn dieselbe bey einem der Wendpuncte einen Grad ihrer scheinbaren Bahn beschreibt, als wenn sie bey den Nachtgleichen um einen Grad fortrücket: und aus eben den Gründen ist zu schliessen, was erfolgen werde, indem die Sonne einen der zwischen die Wendpuncte und Nachtgleichen fallenden Grad ihrer Bahn beschreibt, nachdem derselbe näher an den erstern oder an den letztern eines dieser Puncte lieget. Es wird aber, wenn gesetzt wird, daß die Bewegung der Sonne in ihrer scheinbaren Bahn gleichförmig sey, jeder Grad derselben in eben der Zeit zurück gelegt. Nun ist zwar diese Bewegung nicht gleichförmig. Es kan aber dadurch, daß der in einer bestimmten Zeit beschriebene Theil der Ecliptic bald grösser bald kleiner wird, der Vorsprung des Sterns vor der Sonne, welcher aus der gleichförmigen Bewegung derselben erfolgen würde, zu einer Zeit eben so gut vermehret werden, als er zu einer andern vermindert wird, und die Beobachtungen zeigen, daß in seiner Ordnung würllich bald dieses bald jenes erfolge.

§. 415. Doch sind diese Veränderungen von einer Stunde zu der darauf folgenden gar sehr gering, und werden erst nach etlichen Tagen merklich. Dadurch werden alle Stunden eben des natürlichen Tages einander so genau gleich, daß es nicht möglich ist einige Verschiedenheit in denselben wahrzunehmen. Der längste aller natürlichen Tage im Jahre übertrifft gegenwärtig den kürzesten nur um eine Minute. Also kan die längste Stunde die kürzeste um nicht mehr als $2\frac{1}{2}$ Secunden übertreffen, woraus leicht zu schliessen ist, wie wenig die Stunden eben des natürlichen Tages von einander verschieden seyn können. Bey dem allen entfernt sich der Anfang des natürlichen Tages nach und nach weit genug von dem Puncte, in welches er fallen würde, wenn die natürlichen Tage einander völlig gleich wären.

T.V.F.74 wären. Denn wenn wir von dem Ende eines solchen Tages zu zählen anfangen, welches von dem darauf folgenden zweiten um die Zahl der Secunden m übertroffen wird, den der nachfolgende wieder um die Zahl der Secunden n übertreift, so muß das Ende dieses letztern Tages sich um die Zahl der Secunden $m + n$ später ereignen, als es sich geendiget haben würde, wenn die beiden folgenden Tage dem ersten gleich geblieben wären. Und so gehet es immer, so lang die Tage dergestalt zu wachsen fortfahren.

Der mittlere Tag, und dessen Größe.

§. 416. Bey so gestalten Sachen schicken sich die scheinbaren Stunden, wie sie durch den Lauf der Sonne in Absicht auf die unbeweglichen Stundenflächen angegeben werden, so bequem sie auch sind unsere tägliche Verrichtungen an gewisse Zeitpuncte zu binden, nicht wol die Wahrung einer Bewegung oder etwas dergleichen auszudrücken: weil durch die Ungleichheit derselben die Rechnung ohne Noth schwerer gemacht wird, als sie seyn könnte. Alle diese Betrachtungen erfordern eine völlige Gleichheit der Theile, aus welchen die verschiedenen Zeiten zusammen gesetzt werden. Nun sind zwar die Sterntage samt ihren Stunden und Minuten einander immer gleich. Aber die Abweichung der Stunden eines solchen Tages von den Stunden eines natürlichen ist allzugroß und unbeständig, weil ein jeder Fixstern in jeder dieser Stunden durch die Mittagsfläche gehen kan, und zu seiner Zeit wirklich gehet. Das beste war also einen Tag zu schaffen, dessen Länge zwischen der größten und kleinsten der natürlichen im Mittel stünde, und denselben in gleiche Stunden Minuten und Secunden zu theilen. Dieses ist wirklich geschehen, und es wird ein solcher Tag der mittlere, ein durch denselben und dessen Theile gemessener Zeitraum aber die mittlere Zeit genennet. Man könnte ihn die wahre Zeit nennen, wenn das Wort in diesem Verstande üblich wäre.

§. 417. Bey dem mittlern Tage ist zweyerley auszumachen: die eigentliche Länge desselben, und sein Anfang, welcher durch eine unveränderliche Regel für alle Zeiten dergestalt festzusetzen ist, daß er von dem Anfange des natürlichen Tages nie sehr abweiche. Was nun das erste anlangt, so ist längst bekannt, daß das Jahr 365 natürliche Tage enthalte, und an den kleinen Ueberschuß von ohngefähr 6 Stunden ist hier nichts gelegen. Dieses ist die Zeit, in welcher die
Sonne

Sonne von einem Punkte der *Ecliptic* bis wieder so nahe an dasselbe gelanget, daß *T. V. F. 74.* sie keinen vollen Tag brauchet, es zu erreichen, oder die Zahl der Tage, welche verfließen, bis die Sonne in eben den Quadranten der *Ecliptic* wieder eben die Abweichung bekommt, die sie beym Anfange derselben hatte; und war also nicht schwer auszumachen. Da aber die Sonne in dieser Zeit von Abend gegen Morgen um den ganzen Sternhimmel herumkomet, so ist die Zahl, welche angiebt, wie oft ein Fixstern in derselben durch die Mittagsfläche gehet, um eins grösser, und es sind in eben dieser Zeit 366 Sterntage enthalten. Nun sollen 365 mittlere Tage den auf einander folgenden 365 natürlichen gleich seyn. Bezeichnen wir also den mittlern Tag durch *M*, und den Sterntag durch *S*, so sind $365 M = 366 S$, und demnach $M : S = 366 : 365$, folgendes $M - S : M = 1 : 366$ und $M - S : S = 1 : 365$. Die Länge des Sterntages *S* ist bekant, und $M - S$ ist der Ueberschuß eines mittlern Tages über denselben.

§. 418. Die gefundene Verhältniß $M : S$ ist zugleich die Verhältniß einer Stunde, einer Minute, einer Secunde des mittlern Tages zu einer Stunde, einer Minute, einer Secunde des Sterntags. Es geben demnach 366 Secunden des Sterntages 365 Secunden des mittlern, und man muß jeden 365 Secunden, oder jeden $6', 5''$ des mittlern Tages eine Secunde zusetzen, wenn man die Zahl 366 oder $6', 6''$ der in denselben enthaltenen Secunden des Sterntags haben will. Soll nun $M - S$, der Ueberschuß des mittlern Tages über den Sterntag, in Secunden des erstern gefunden werden, deren $M = 86400$ enthält, so wird, wenn man in der Proportion $366 : 1 = M : M - S$ anstatt des dritten Gliedes die Zahl 86400 setzt, gefunden $M - S = 236,0 = 3', 56''$. Soll aber eben der Ueberschuß $M - S$ durch Secunden des Sterntags gegeben werden, deren *S* die vorige Zahl 86400 in sich begreift, so giebt die auf die Proportion $365 : 1 = S : M - S$ gegründete Rechnung $M - S = 236'', 7 = 3', 56'', 7$. Hieraus folgt, daß wenn eine Uhr nach der mittlern Zeit gesetzt ist, der Sterntag nur 23 Stunden 56 Minuten und 4 Secunden dieser Uhr haben werde. Gehet aber eine Uhr mit den Fixsternen, so machen 24 Stunden 3 Minuten und $56'', 7$ derselben den mittlern Tag aus.

Anfang des mittlern Tages.

§. 419. Um nun auch die Gründe der Regel zu übersehen, durch welche der Anfang des mittlern Tages für alle Zeiten bestimmt wird, stelle man sich

T. V. F. 77. vor, daß *ABDE* (*T. V. Fig. 77.*) der Gleicher, *C* dessen Mittelpunct und *CP* die Aze sey: *AFDG* aber sey die Ecliptic, in welcher sich der Mittelpunct der Sonne von *A* nach *F* u. s. w. beweget. Wenn nun *A* der gemeinschaftliche Anfang der Ecliptic und des Gleichers, oder der Anfang des Zeichens des Widers ist, so gedenke man sich ein Punct, welches von *A* an sich in dem Gleicher *ABDE*, und zwar vollkommen gleichförmig, rings herum beweget, so daß es diesen Kreis in eben der Zeit beschreibet, in welcher die Sonne die ganze Ecliptic durchläuft, ob zwar diese letztere Bewegung nicht gleichförmig ist. Hat nun das dergestalt bewegte Punct *H* in einer gewissen Zeit den Bogen *AH* beschrieben, so verhält sich dieser Bogen *AH*, zu dem ganzen Umfange des Gleichers oder der Ecliptic, wie die Zeit in welcher er beschrieben wird, sich zu der Zeit verhält, in welcher *H* den ganzen Umfang des Gleichers, und die Sonne den ganzen Umfang der Ecliptic beschreibet. Es wird also, wenn die Zeit des ganzen Umlaufs bekant ist, die Länge dieses Bogens *AH* durch die Zeit, in welcher er beschrieben wird, und hinwiederum die Zeit durch den Bogen gegeben. Wird aber von *A* an auf die Ecliptic *AFDG* ein Bogen getragen, welcher dem *AH* gleich ist, so wird dadurch die Länge des Weges angegeben, welchen die Sonne in derselben von dem Puncte *A* an in eben der Zeit beschreiben würde, wenn ihre Bewegung gleichförmig wäre: so daß sie sich am Ende dieser Zeit bey dem Puncte befinden müste, mit welchem sich dieser Bogen endiget. Dieses aber ist nur selten der wahre Ort der Sonne, welchen sie in diesem Zeitpuncte einnimmt: und wenn *S* diesen wahren Ort andeutet, so ist *AS* gemeinlich kleiner oder grösser als *AH*.

§. 420. Nun folget aus der gleichförmigen Bewegung des Puncts *H* in dem Gleicher, daß zwischen jeden zween aufeinander folgenden Zeitpuncten, in welchen *H* durch die Mittagsfläche gehet, immer eine gleichlange Zeit verfließen werde. Man siehet aber auch bey einiger Achtsamkeit, daß in der ganzen Zeit des Umlaufs der Sonne von *A* durch *F*, *D*, *G* bis wieder an *A*, das Punct *H* eben so oft durch die Mittagsfläche eines jeden in der Oberfläche der Erde angenommenen Orts gehen werde, als der Mittelpunct der Sonne durch diese Fläche hindurchgeheth. Es wird demnach die Zeit, welche von einem Durchgange des Puncts *H* durch diese Fläche bis zu dem zunächst folgenden verfließet, genau die Länge eines mittlern Tages ausmachen, und es konte gar süglich der Anfang eines

eines jeden dieser Tage selbst in den Augenblick eines solchen Durchgangs gesetzt *T. V. F. 77.* werden. Stellet man sich nun auch durch den Pol *P* und den wahren Ort der Sonne *S* den Abweichungsbogen *PS* gelegt vor, welcher verlängert den Gleiches in *I* schneidet, so fällt der wahre Mittag in den Zeitpunkt, in welchen *I* mit *S* zugleich die Mittagsfläche erreicht. Demnach ist *IH* der Vorsprung der Sonne vor dem Punkte *H*, welches als eine Astersonne angesehen werden kan, so die mittlere Zeit eben so angiebt, wie wir uns bey der Bestimmung der scheinbaren nach der wahren Sonne richten; oder aber der Vorsprung dieser Astersonne *H* vor der wahren *S*.

§. 421. Ist der Vorsprung *IH* bekant, so ist die Zahl der Minuten und Secunden, um welche der wahre Mittag vor den mittlern, oder dieser vor jenen vorhergeheth, leicht zu finden. Denn da von Theilen der mittlern Zeit die Rede ist, darf man nur für jede 15 Minuten, die der Bogen *IH* enthält, eine Zeitminute, und für jede 15 Secunden desselben, eine Zeitsecunde setzen. Es wird aber der Bogen *IH* in einer oder etlichen wenigen Stunden kaum geändert, weil auch die Bewegung des Puncts *I* in einer so kleinen Zeit beynähe gleichförmig ist. Wenn also die Zahl der Secunden ausgemacht ist, um welche der Anfang der ersten mittlern Stunde früher oder später fällt, als der Anfang der ersten wahren Stunde, so ist auch der Anfang der zweiten mittlern Stunde von dem Anfange der zweiten scheinbaren um eben die Zahl der Secunden entfernt, und der Anfang der dritten mittlern, von dem Anfange der dritten scheinbaren. Hierdurch wird begreiflich, wie der Vorsprung *IH*, auf welchen alles ankömmt, für jeden Ort der Sonne in ihrer scheinbaren Bahn *S* leicht genug zu berechnen ist. Es muß die Zeit bekant seyn, welche die Sonne braucht von dem Anfange der Ecliptic *A* bis in *S* zu gelangen. Wir haben gesehen, daß durch diese Zeit der Bogen *AH* gegeben werde, welchen die Sonne mit der angezeigten gleichförmigen Bewegung in eben der Zeit beschreiben würde. Dieser Bogen ist demjenigen gleich, welchen man die mittlere Länge der Sonne nennet: *AI* aber ist der gerade Aufgang derselben, welcher aus ihrer wahren Länge *AS* und aus der Schiefe der Ecliptic *SAI* immer zu haben ist. Also ist *IH* der Ueberschuß der mittlern Länge der Sonne *AH* über ihren geraden Aufgang *AI*, oder dieses über jene. Und der wahre Mittag ereignet sich vor dem mittlern, wenn der gerade Aufgang der Sonne kleiner ist, als ihre mittlere Länge; ist aber der gerade Aufgang der

228 Der Astronomischen Vorlesungen sechster Abschnitt.

T. V. F. 77. Sonne grösser als ihre mittlere Länge, so folgt der wahre Mittag auf den mittlern.

§. 422. Eine nach diesen Gründen gefertigte Tafel kan etliche Jahre dienen, aber nicht immer. Es gehet mit der Zeit eine beträchtliche Veränderung mit dem Punkte *A* vor, welches in der Ecliptic nach den vorhergehenden Sternbildern des Thierkreises fortrücket (349). Dadurch wird die scheinbare Geschwindigkeit, mit welcher die Sonne jeden der von dem Anfange *A* gezählten Graden der Ecliptic beschreibet, nothwendig geändert, so lang dieselbe bey eben dem Fixsterne mit eben der Geschwindigkeit vorbei gehet: und wir haben (331) gesehen, daß sich dieses beynah so verhalte. Es kan also die Zeit, in welcher ein von *A* angenommener Theil der Ecliptic von bestimmter Grösse beschrieben wird, nicht immer von einerley Länge bleiben; und auf diese Zeit komt, bey der Berechnung der Abweichung der mittlern Zeit von der scheinbaren, alles an. Auch wird durch die Veränderung der Schiefe der Ecliptic *SA* der zu eben der Länge *AS* gehörige gerade Aufgang der Sonne *AI* grösser oder kleiner. Bey dem allen gilt die Regel selbst für alle Zeiten. Gegenwärtig ist der Anfang des mittlern Tages von dem Anfange des wahren nie viel mehr als um 15 Zeitminuten entfernt, um welche bald der Anfang des mittlern Tages vor dem Anfange des wahren, bald dieser vor jenem vorhergeheth. Uebrigens gründet sich die Berechnung der mittlern Zeit, nebst vielen andern Erscheinungen auf die genaue Kenntniß des Umlaufs der Sonne, zu dessen Betrachtung wir uns nach und nach wenden müssen.





Der
Astronomischen Vorlesungen
 siebenter Abschnitt.

Eintheilung der Oberfläche der Erde.

Das Jahr.

§. 423.

Die Zeit des Umlaufs der Sonne kan auf verschiedene Art bestimmt werden, nachdem man dieses oder jenes Punct des Himmels als unbesweglich ansiehet, bey welchen der Umlauf anfangen und sich endigen soll. Die Fixsterne sind würrlich ohne Bewegung; und wenn man sich einen derselben selbst in der Ecliptic vorstellt, so endiget die Sonne ihren völligen Umlauf in der Zeit, in welchem ihr Mittelpunct von diesem Fixsterne bis wieder zu denselben gelanget, so daß er ihn beidemal zu bedecken scheinen würde, wenn der Stern mit der Sonne zugleich gesehen werden könnte. Ueberhaupt aber verrichtet die Sonne einen Umlauf in Absicht auf die Fixsterne, wenn ihre, von diesen oder jenen Fixstern an gerechnete Länge, wieder die vorige GröÙsse bekömt. Wenn demnach zu einen gewissen Zeitpunct der Unterschied der Längen der Sonne und eines Fixsterns aus richtigen Beobachtungen geschlossen wird, und es wird viele Jahre hernach an einem andern Zeitpuncte eben der Unterschied der Längen der Sonne und eben des Fixsterns gefunden; so ist nicht zu zweifeln, daß in dieser Zeit, in Absicht auf die Fixsterne, die Sonne so oftmal herumgekommen sey, als viele Jahre in derselben enthalten sind. Es sind also in einem solchen Umlaufe eben so viele miltlere Tage und deren Theile enthalten, als viele natürliche Tage und deren Stunden und Minuten in demselben enthalten sind; und es kan ohne Bedenken die Zahl der Secunden des natürlichen Tages, welche die zwischen den zwo Beobachtungen verfllossene Zeit ausdrücket, vor die Zahl der in eben dem Zeitraum enthaltenen

230 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T. V. F. 77. Haltenen Secunden des mittlern Tages angenommen werden. Demnach wird, wenn man diese Zahl durch die Zahl der in eben der Zeit enthaltenen Jahre theilet, die Länge eines solchen Umlaufs in eben dergleichen Zeittheilen gefunden; und zwar, weil durch die Theilung die von einiger Unrichtigkeit der Beobachtungen herrührende Fehler zugleich vermindert werden, desto genauer, je grösser die Zahl der Jahre ist. Die mittlere zwischen den Zahlen, welche verschiedene auf die Art gebrauchte Fixsterne geben, beträgt 365 Tage, 6 Stunden 9 Minuten und 10 Secunden.

§. 424. Dieses ist also die Länge eines so genannten Sternjahres. Wird aber der Anfang der Ecliptic gebraucht, sich bey dem Umlaufe der Sonne darnach zu richten, so giebt die Zeit des Laufs der Sonne von diesem Puncte bis wieder an dasselbe, die Länge des gemeinen Jahres, welches man immer verstehet, wenn dieses Wort ohne Zusatz gebraucht wird. Noch mehr aber wird alle Zweideutigkeit durch die Benennung des tropischen Jahres vermieden, wodurch es von dem vorigen, und nach einem dritten Jahre unterschieden wird, welches wir an seinen Orte sehen werden. Dieses ist kleiner als das Sternjahr. Denn da der Anfang der Ecliptic immer von dem gegen Morgen liegenden Sternbildern nach denen gegen Abend fortrücket, und also der Sonne entgegen gehet, so muß dieselbe nothwendig diesen Punct ehe erreichen, als sie bey dem Puncte des Sternhimmels anlangt, von welchem sie bey dem Anfange des Jahres ausgieng. Und hieraus ist der Uberschuß der Länge eines Sternjahres über die Länge des gemeinen, leicht zu finden. Eins ins andere gerechnet rücket die Sonne in ihrer Bahn in einer Stunde um 2 Minuten 7,8 Secunden fort. Der Anfang der Ecliptic aber beweget sich derselben in einem Jahre um 50,3 Secunden entgegen (353). Folgendes hat sie, nachdem sie diesen Anfang erreicht hat, noch 50'',3 zu beschreiben, bis sie das Punct des Sternhimmels erreicht, von welchem sie bey dem Anfange des Jahres ausgegangen war, und damit das Sternjahr endiget. Diesen Weg zu machen braucht sie die Zeit von 1225 Secunden, das ist 20 Minuten und 25 Secunden. Um so viel wird also das Sternjahr länger seyn als das gemeine, und da jenes über 365 Tage, 6 Stunden 9 Minuten und 10 Secunden hält, so wird das gemeine Jahr diese Zahl der Tage nur mit 5 Stunden 48 Minuten und 45 Secunden übertreffen. Gemeinlich wird das Jahr um einige Secunden länger angegeben: die äufferste Gränze sind 365 Tage, 5 Stunden und 49 Minuten.

§. 425. Es kan aber auch die Länge des Jahres unmittelbar gefunden *T.V.F.77.* werden, wenn man zween genau bestimmte Zeitpuncte bemerket, in welchen die Sonne in ihrer scheinbaren Bahn eben den Ort einnimt Die Puncte der Nachtgleichen sind dazu vorzüglich bequem, weil die Veränderung der Schiefe der Ecliptic in dieselbe keinen Einfluß hat. Der Zeitpunct aber, in welchem die Sonne durch eines dieser Puncte hindurch gehet, kan unter andern gefunden werden, wenn man an dem Mittage mit welchem der Tag anfängt, an welchem die Sonne den Gleicher erreicht, ihre Abweichung nimt, und am Ende desselben, das ist, an dem darauf folgenden Mittag, ebenfalls. Denn es kan angenommen werden, daß sich die Sonne an diesem ganzen Tage, wie an einem jeden andern, gleichförmig bewege. Wird nun (*T.V. Fig. 78.*) der Theil *T.V.F.78.* der Ecliptic, welchen die Sonne an diesem Tage beschrieben hat, indem sie von *A* nach *B* gegangen ist, durch *AB* vorgestellt, und der von demselben bey *C* geschnittene Theil des Gleichers durch *DE*; *AD* aber und *BE* sind die beobachteten Theile der Abweichungskreise: so ist $AD : BE = AC : CB$, und $AD + BE : AD = AB : AC$. Nun aber verhält sich *AB* zur *AC*, wie die Zeit welche die Sonne gebraucht hat aus *A* in *B* über zu gehen, zu derjenigen, in welcher sie *AC* beschrieben hat, das ist, wie der zwischen den zwe Beobachtungen verfllossene natürliche Tag, zu dem bis an den Augenblick des Durchgangs durch *C* verflrossenen Theil desselben. Es kan also dieser Theil vermittelst der Verhältniß $AD + BE : AD$ immer gefunden, und durch Stunden und Minuten des natürlichen Tages ausgedruckt werden. Zween dergleichen Zeitpuncte aber geben die Länge des tropischen Jahres, wenn die von dem einen bis an den andern verfllossene Zeit durch die Zahl der in derselben enthaltenen Jahre getheilet wird, in Tagen, Stunden und Minuten der mittlern Zeit, weil die Zahl der in einem solchen Jahre enthaltenen Secunden der mittlern Zeit mit der Zahl der ungleichen Secunden der natürlichen Tage, die dasselbe ausmachen, völlig einerley ist (423). Man siehet leicht, daß aus der bekanten Länge des tropischen, die Länge des Sternjahres eben sowol, und durch eben das Mittel geschlossen werden könne, als jene Länge aus dieser geschlossen werden konte.

§. 426. Was aber die Völker bewogen hat sich bey der Eintheilung der Zeit nach dem tropischen Jahre zu richten, ist vornehmlich die verschiedene Länge der Tage und Nächte, welche in diesem Zeitraume ordentlich auf einander soltaet, samt

T. V. F. 78 samt den damit verknüpften Jahreszeiten. Wir nennen nehmlich auch diejenige Zeit schlechtweg einen Tag, in welcher sich die Sonne über unsern Horizont aufhält, und sehen demselben die Nacht entgegen, in welcher uns die Sonne unter dem Horizonte verdeckt ist. Diese Tage und Nächte sind bey uns von gar verschiedener Länge, welche lediglich von dem Puncte der Ecliptic herrühret, bey welchem sich die Sonne befindet, und also in jedem tropischen Jahre in eben der Ordnung wieder kommen muß. Es ist aber auch die größte und kleinste Tageslänge in verschiedenen Ländern gar sehr verschieden, und die Jahreszeiten in denselben sind einander so sehr unähnlich, daß dadurch eine gar natürliche Eintheilung der Oberfläche unserer Erde dargebothen wird, die uns in den Stand setzet, alle diese Verschiedenheiten in einem Blicke zu übersehen.

Größe des von der Sonne erleuchteten Theils des Erdbodens.

§. 427. Wenn die Sonne ein einzelnes Punct wäre, und ihre Strahlen in der Luft nicht gebrochen würden, so würde sie auf einmal die Hälfte der Oberfläche der Erde unmittelbar erleuchten; so daß sie von jedem Puncte dieser Hälfte gesehen werden könnte. Denn wenn die Erde durch ihren Mittelpunct vermittelst einer Fläche geschnitten wird, die zugleich durch den Mittelpunct der Sonne geht, und dadurch die (*T. V. Fig. 79.*) um den Mittelpunct *C* beschriebene Scheibe zum Vorschein kömmt, welche die gerade Linie *AB* bey *A* berührt, so muß, wenn der Mittelpunct der Sonne von dem Orte *A* in dieser geraden Linie *AB*, und also in dem Horizonte des Orts *A*, gesehen werden soll, sich derselbe in der *CD* befinden, welche mit *AB* parallel läuft. Wenigstens beträgt der Winkel, welchen die von *C* bis an den Mittelpunct der Sonne gezogene gerade Linie daselbst mit der verlängerten *AB* einschliesset; noch nicht 9 Secunden; welche hier in keine Betrachtung kommen. Demnach kan *AE* für einen Quadranten angenommen werden, welcher auf der Oberfläche der Kugel um *E* ringsherum getragen, allerdings diese Oberfläche in zwey Hälften theilet, deren eine in dem angenommenen Verstande von der Sonne erleuchtet wird, die andere aber finster bleibt.

§. 428. Hat man aber zugleich auf die Luft acht, welche die Strahlen bricht, und verursacht, daß wir den Mittelpunct der Sonne sehen können, ob

er gleich 32 und mehr Minuten unter dem Horizonte unsers Beobachtungsplices *T. V. F. 79.* versenket ist: so muß ein Winkel *DCF* von 32 oder 34 Minuten an die *CD* gehörig angefest, und dadurch der Quadrant *AE* um eben so viel Minuten vermehret werden, damit der Bogen *AG* herauskomme, welcher sich von der aus *C* nach dem Mittelpuncte der Sonne laufenden *CF*, bis an den Ort *A* erstrecket, von welchem der Mittelpunct der Sonne in der *AB* gesehen wird. Dieser um *G* rings herum getragene Bogen *GA* wird nünmehr die Gränze des Theils des Erdbodens seyn, von welchem der Mittelpunct der Sonne, wenigstens mittelst der gebrochenen Strahlen, gesehen werden kan, und denselben von denjenigen absondern, welchem dieser Mittelpunct gänzlich verborgen bleibt. Werden endlich alle diejenigen Derter des Erdbodens zu dem von der Sonne erleuchteten Theil gerechnet, von welchem, obwol nicht sein Mittelpunct, doch etwas von diesem Körper gesehen werden kan, solte es auch nur der äußerste Rand seyn; so kan sich die Sonne noch fast um die Hälfte ihres Durchmessers von der *CF* entfernen, ohne daß sie dem Orte *A* gänzlich bedeckt werde, und der Winkel, in welchem der halbe Durchmesser von der Erde gesehen wird, beträgt zuweilen mehr als 16 Minuten (314). Wird also ein Winkel *FCH* von dieser Größe zu dem vorigen *DCF* hinzugethan, so entstehet der Bogen *AI* von 90 Graden und 48 bis 50 Minuten, welcher in der gegenwärtigen Absicht eben so gebraucht werden kan, als in den vorigen mit *GA, EA* geschehen ist. So breit ist also der die Erde rings um *I* umgebende Streifen, um welchen der Theil ihrer Oberfläche, in welchem die Sonne noch einigermaassen gesehen wird, die Hälfte derselben übertrifft, nemlich 12 bis 12½ Meilen, deren 15 einen Grad des Gleichers der Erde ausmachen.

§. 429. Es ist aber auch an einem Orte des Erdbodens *K*, welcher etwas weiter als *A* von dem *I* entfernt ist, über welchem sich der Mittelpunct der Sonne in dessen Verticallinie *CH* befindet, nicht ganz finster. Denn obwol kein Theil der Sonne von einem in dieser Gegend liegenden Orte gesehen werden kan, wenn nicht seine Entfernung von dem Mittelpuncte der Erde *C* um so viel größer ist als die *AC*, daß er noch von der verlängerten *BA* getroffen wird: so wird doch die über demselben in einer gar beträchtlichen Höhe stehende Luft erleuchtet, welche das empfangene Licht hinwiederum nach allen Seiten zerstreuet, und dadurch die Finsterniß, in welcher sich der Ort *K* ausserdem befin-

234 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T.V.F. 79. den würde, mehr oder weniger mindert, je weniger oder mehr dieser Ort K von dem A indem durch I und A gehenden Umkreis IAK entfernt ist. Die Erfahrung giebt, daß diese Entfernung AK über 15 Grade steigen könne, wiewol sie so genau nicht zu bestimmen ist, weil dabei vieles auf die Beschaffenheit des Auges ankömmt. Dieses Licht ist die Dämmerung, deren wir Morgens vor dem Aufgange der Sonne, und Abends nach deren Untergang, im Sommer aber hiezu Lande selbst um Mitternacht genießen. Wir können den Bogen IK , bey dessen Ende K die Dämmerung gänzlich aufhöret, auf 106 Grade rechnen; woben vorausgesetzt wird, daß die Luft völlig rein sey. Denn daß nebligtes Wetter die Dämmerung vermindern müsse, ist an sich klar.

§. 430. Bey dem allen wird in dem zunächstfolgenden Betrachtungen angenommen werden, daß die Sonne nicht mehr als die Hälfte des Erdbodens zugleich erleuchte, wie dieses geschehen würde, wenn die Sonne ein blosses Punct und die Erde nicht von ihrer Luft umgeben wäre. Es wird aber ein jeder Theil der von der Sonne erleuchteten Hälfte der Oberfläche der Erde auch von derselben erwärmet: und es würden die Sonnenstrahlen dabei desto kräftiger, je näher der Winkel, mit welchem dieselben auf diesen Theil der Oberfläche einfallen, einem geraden Winkel kömmt, und am aller kräftigsten, wenn dieser Winkel wirklich gerade ist. Nach diesem Umstande richtet sich der Zuwachs der Wärme, um welchen sie daselbst in einer gewissen Zeit zunimt: und die ganze Wärme, die der Platz empfängt, wird desto grösser, je länger die Zeit währet, in welcher sie dergestalt vermehret wird. Eben so nimt die Wärme nach und nach wieder ab, wenn die Ursachen, welche sie vermindern können, stärker wirken als die Sonnenstrahlen. Ohnstreitig kömmt dabei auf die Beschaffenheit des erleuchteten Bodens, und der denselben umgebenden Länder oder Seen, wie auch auf den Zustand der Luft sehr vieles an. Es gehöret aber die Untersuchung dieser letztern Ursachen mehr in die Naturlehre, als in die Sternkunde.

Lage des von der Sonne erleuchteten Theils des Erdbodens.

T.V.F. 80. §. 431. Wenn nun $PAQE$ (*T.V. Fig. 80.*) der orthographische Entwurf der Erde auf einem ihrer Mittagskreise ist, in welchem die in S verlängerte AE die Fläche des Gleichers vorstellet, und es befindet sich die Sonne in dieser Linie AS ; so wird die Erde von einem ihrer Pole P bis von den andern Q erleuchtet,

leuchtet, und die Strahlen, welche dieses leisten, fallen sämtlich der *AS* beynähe *T. V. F. 80.* parallel, auf die Oberfläche derselben. Sie machen also mit den zunächst um *A* liegenden Theilen dieser Oberfläche, rechte Winkel: auf die übrigen Theile derselben aber, die an den Mittagskreis *PAQ* liegen, fallen die Sonnenstrahlen desto schiefer, je mehr diese Theile von dem Punkte des Gleichers *A* gegen die Pole *P* und *Q* entfernt sind, bis sie endlich, bey den Polen *P*, *Q* selbst, dem Horizonte parallel werden: woraus die Kraft die sie anwenden können, die verschiedenen an *PAQ* liegenden Theile der Erdoberfläche zu erwärmen, leicht zu ermessen ist.

§. 432. Da aber die Sonne, bey ihrem täglichen Umlaufe um die Erde, sich zugleich von der Fläche des Gleichers nach *R* oder *T* zu entfernen, oder von einer dieser Gegenden dem Gleichers zu nähern scheint: so können wir diese scheinbare Bewegung in unserer Vorstellung theilen, und der Sonne nur die eben beschriebene lassen, mit welchem sie in jedem Jahre einmal nach *T* und einmal nach *R*, um beynähe $23\frac{1}{2}$ Grade, von dem Gleichers abweicht, und wieder zu denselben zurückkehret: und es hindert nichts anzunehmen, daß der Mittelpunct der Sonne, bey dieser sehr ungleichen Bewegung derselben, beständig in der Fläche des Coelurs der Wendpuncte bleibe. Die andere Bewegung, mit welcher die Sonne in einem Tage von Morgen gegen Abend um uns herumzulaufen scheint, können wir ganz der Erde zuschreiben, indem wir setzen, daß dieselbe sich, an jedem natürlichen Tage einmal, von Abend gegen Morgen um ihre Axe *PQ* herumdrehe. Wir werden an seinem Orte sehen, daß wir uns dadurch gar nicht sehr von der Wahrheit entfernen, indem eine von der hier angenommenen wenig verschiedene Bewegung wirklich bey der Erde statt hat. Es ist uns aber gegenwärtig blos um eine leichte und deutliche Erklärung der Erscheinungen zu thun, welche sehr befördert wird, wenn wir die verschiedene Bewegung eines Körpers aus einander sehen. Daß aber die Erscheinungen, welche aus dem beschriebenen Drehen der Erde erfolgen, keine andern seyn, als die wir haben würden, wenn die Sonne wirklich an jedem Tage, dem Gleichers parallel, von Morgen gegen Abend um uns herumliefe, ist gar leicht einzusehen.

§. 433. Lassen wir nun, bey dem zuerst angenommenen Stande der Sonne in der Linie *AS* die Erde sich in der Zeit eines natürlichen Tages, mit einer gleichförmigen Bewegung, um ihre Axe *PQ* herumdrehen, so sehen wir sogleich,

T. V. F. 80. daß ein jedes Punct ihrer Oberfläche sich so lang in der verfinsterten Hälfte derselben aufhalten werde, als in der erleuchteten. Es würde also, wenn die Sonne diese ganze Zeit über in diesem Stande verharrte, der eigentliche Tag genau so lang seyn, als die dazu gehörige Nacht, und die geringe Abweichung derselben von der Fläche des Gleichers, die sich in dieser Zeit begiebt, kan in dieser Gleichheit der Theile des natürlichen Tages keine Veränderung machen, die hier in Betrachtung gezogen zu werden verdiente. Ein bey *A* gerade auf den Horizont aufgerichteter Körper wirft alsdenn im Mittage keinen Schatten, und ein daselbst gegrabener Brunnen wird zu eben der Stunde bis auf seinen Boden erleuchtet. Alle übrige in einer Entfernung von *A* auf den Mittagkreis *PAQ* gesetzte Verticallinien aber werfen einen Schatten nach *P* oder *Q*, welcher bey einerley Länge dieser Linien desto länger ist, je mehr dieselbe von der *AS* nach *P* oder *Q* abweicht. Denn die Winkel, welche die Sonnenstrahlen mit jeder Verticallinie einschließen, werden immer grösser und grösser, je mehr sich dieselbe dem Polen *P*, *Q* nähert, und diejenigen, welche sie mit dem Horizonte machen, das ist, die Mittagshöhen der Sonne, nehmen dabey beständig ab, bis endlich bey den Polen selbst die erstern dieser Winkel gerade, und die letztern Nichts werden. Hieraus ist die Veränderung der Wärme oder Kälte, welche die Sonne bey diesem Stande, in welchem sie sich des Jahres zweymal befindet, an jedem Orte des Erdbodens hervorbringet, leicht genug zu ermessen. Sie erwärmet denselben am Tage bey nahe eben so sehr, als er in der Nacht gekühlet wird, und läßt also seine Wärme ohngefähr wie sie vorher war. Sie erwärmet aber einen jeden Ort bey Tage desto stärker, je kleiner seine Breite ist, und am allerstärksten diejenigen, so gar keine Breite haben.

T. V. F. 81. §. 434. Befindet sie sich aber (*T. V. Fig. 81.*) die Sonne in der Linie *CS*, die mit dem Gleichere *AE* den Winkel *ACS* einschliesset, welchen wir uns ebenfalls in der Fläche des Colurs der Wendpuncte vorstellen; so ist die Fläche des Circels, welche den erleuchteten Theil der Erdkugel von dem finstern absondert, dieser *SC* perpendicular, und wird also durch *FG* vorgestellt, welche Linie mit der Aye *PQ* den Winkel *FCP* oder *GCQ* einschliesset, der dem *ACS* gleich ist: und dieser *ACS* ist die Abweichung der Sonne. Es liegt also der eine Pol *P* in der finstern Hälfte der Oberfläche der Erde so tief versenkt, als die Sonne von dem Gleichere abweicht, und eben so hoch ist auch der andere Pol *Q* in der erleuchteten

erleuchteten Hälfte derselben über die Gränze FG erhaben. Denn es ist $FP = T. V. F. 81.$
 $GQ = AB$, und durch den Bogen AB wird die Abweichung der Sonne ange-
 geben. Eben dieser AB ist auch die Breite des Orts B , auf welchen die Son-
 nenstrahlen im Mittage seiner Verticallinie CBS parallel fallen.

§. 435. Drehet sich nun die Erde, wie vorher, um ihre Aze PQ , so
 wird zwar auch nunmehr der Gleicher derselben AE von der Fläche FG in zwei
 gleiche Hälften getheilt, und ein jeder seiner Punkte hält sich so lang in dem er-
 leuchteten Theile der Erde auf, als in dem finstern: so daß alle auf dem Gleicher
 genommene Orter des Erdbodens, bey jeder Abweichung der Sonne, und also
 das ganze Jahr durch, gleiche Tage und eben so lange Nächte bekommen. Die
 übrigen Cirkel aber, welche bey dem täglichen Umlaufe der Erde von Punkten be-
 schrieben werden, die außer dem Gleicher liegen, werden von der Fläche FG , die
 den erleuchteten Theil von dem finstern absondert, alle in ungleiche Theile gethei-
 let: und es übertrifft der grössere Theil eines jeden dieser Cirkel den kleinern Theil
 desselben desto mehr, je weiter der Cirkel von dem Gleicher abstehet, oder, je
 grösser die Breite des Orts ist, zu welchem er gehöret, bis endlich diese Cirkel
 nahe bey den Polen P, Q gar nicht mehr geschnitten werden, sondern der grös-
 ste unter denselben von der Fläche FG , bey den Punkten F und G blos berührt
 wird. So sehr verschieden aber auch die Verhältniß der Theile ist, in welche diese
 Kreise von der Fläche FG getheilt werden; so werden doch jede zween derselben,
 die von dem Gleicher gleich weit abstehen, einer an dieser Seite und der andere
 an der andern, auf einerley Art getheilt: und da diese Cirkel als völlig gleiche
 angesehen werden, so wird auch der grössere Theil des einen dem grössern Theile
 des andern, und der kleinere dem kleinern gleich. Nur fällt von der einen Seite
 des Gleichers der grössere Theil eines solchen Kreises in den finstern Theil der
 Erdkugel, wenn an der andern Seite der grössere Theil in den erleuchteten fällt,
 und eben die Verantniß hat es auch mit den kleinern Theilen derselben.

§. 436. Hieraus ist leicht zu schliessen, was es bey einem dergleichen
 Stande der Sonne außer der Fläche des Gleichers mit der Länge der Tage und
 Nächte über den ganzen Erdboden vor eine Verantniß haben werde: und eine
 weitere Aufklärung desselben müsse fast in einer blossen Wiederholung mit etwas
 geänderten Worten bestehen. Sonst wird nunmehr der Ort B , auf welchen die

238 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T. V. F. 81. Sonnenstrahlen senkrecht fallen, am stärksten erwärmet, und die übrigen desto schwächer, je mehr sie von denselben gegen F und G entfernt sind. Vergleichnen wir aber diesen Stand der Sonne mit dem vorigen, da sich dieselbe in der Fläche des Gleichers aufhielte, so werden nunmehr die an dem Mittagstreife von B bis an G liegende Derter unstreitig mehr erwärmet, als damals, weil bey denselben nicht nur die Länge des Tages, sondern auch die Mittagshöhe der Sonne zugenommen hat. In AB hat zwar die Länge des Tages ebenfalls etwas zugenommen, aber die Mittagshöhen sind vermindert worden, so daß hier mehr eine Verminderung als eine Vermehrung der Wärme zu vermuten ist. Von A an aber bis an P werden die Theile der Oberfläche der Erde gewiß weniger erwärmet als in dem vorigen Stande, weil daselbst nicht nur die Tageslängen, sondern auch die Mittagshöhen der Sonne abgenommen haben. Die stärkste Veränderung hat sich bey P und Q zugetragen, da bey dem erstern dieser Punkte der ganze Bogen PF nunmehr von den Sonnenstrahlen gar nicht getroffen, bey Q aber der ganze unter dem Pole liegende Bogen QG erwärmet und erleuchtet wird. Es mußte also, bey dem Uebergange der Sonne aus ihrem vorigen Stande in den gegenwärtigen, die Wärme an allen Orten des Erdbodens von dem Punkte B an bis an den erleuchteten Pol Q , und zwar bey diesem am allermeisten, zunehmen: und im Gegentheil von eben dem Punkte B bis an den verfinsterten Pol P , und bey diesem am meisten, vermindert werden.

§. 437. Beyde Ursachen, welche die Wärme an der einen Seite des Puncts B vermehren und an der andern vermindern, nehmen immer zu indem die Sonne fortfähret von demselben abzuweichen, so daß an jedem Tage der Wärme an der einen Seite mehr zugefetzt, und an der andern mehr entzogen wird, als an dem vorhergehenden. Endlich erreicht die Sonne den an der Seite Q liegenden Wendkreis, da ihre Abweichung die größte ist, und das Punct B , auf welches die Sonnenstrahlen im Wittage gerade einfallen, sich am meisten von dem A entfernt befindet, nemlich eigentlich um 23 Grade 28 Minuten und 20 Secunden, oder beynähe um $23\frac{1}{2}$ Grade. Alsdenn ist die Veränderung der Abweichung der Sonne in einem Tage so gering, daß sie hier in keine Betrachtung komt, und wenn man sich durch das Punct B in der Oberfläche der Erde einen Cirkel beschrieben vorstellt, dessen Fläche der Fläche des Gleichers parallel liege, welcher derjenige seyn wird, den das Punct B bey dem Umlaufe der Erde um ihre Ase beschreibet:

beschreibt: so wird jedes Punct desselben im Mittage nach der Richtung seiner *T. V. F. 8t.* Verticallinie beschienen, so daß einem in dieses Punct gesetzten Auge die Sonne zu der Zeit in dem Zenit erscheinen muß. Zugleich haben auch die Bogen *PF* und *QG*, deren jeder immer dem *AB* gleich ist, ihre äufferste Gröfse erreicht, welche demnach ebenfalls bis an $23\frac{1}{2}$ Grade steigt, so daß, wenn man jedem der Bogen *PF* und *QG* diese Gröfse giebt, und durch die dergestalt bestimmte Punkte in der Oberfläche der Erde, um die Pole *Q*, *P* Cirkel beschreibt; die dem Gleicher parallel seyn werden; diese Cirkel alle Puncte der Erde in sich begreifen müssen, welche an einem oder mehrern Tagen des Jahres nicht aus der erleuchteten oder verfinsterten Hälfte der Erde kommen, und also zu dieser Zeit keine eigentliche Nacht oder keinen eigentlichen Tag haben.

§. 438. Wenn nun die Sonne, mit der einzigen Bewegung, welche wir ihr gelassen haben, wieder von dem Wendkreise nach dem Gleicher zurückkehret: so bleiben zwar, ehe sie denselben erreicht, die Ursachen, welche diese Hälfte der Erde mehr erwärmen, und jene mehr abkühlen müssen, noch immer; sie werden aber immer schwächer und schwächer. Es muß demnach nunmehr an der einen Seite des Puncts *B* die Wärme, und an der andern die Kälte an jedem Tage einen kleinern Zuwachs bekommen, als an dem vorhergehenden. Bey dem allen wächst die Wärme an der einen, und die Kälte an der andern Seite des Puncts *B* noch immer, und es ereignet sich die größte Hitze an der Seite des erleuchteten Poles *Q*, samt der größten Kälte an der Seite des verfinsterten *P*, nicht ehe, als nachdem die Sonne dadurch, daß sie in ihrer Bahn von dem disseitigen Wendpuncte um ein Zeichen, und beynähe die Hälfte des folgenden, fortgerückt ist, und sich dadurch dem Gleicher beträchtlich genähert hat. Aus eben den Ursachen richtet sich auch die Wärme der übrigen Jahreszeiten nach dieser Stelle, und wird, in so ferne sie bloß an der Wirkung der Sonne herrühret, bey uns an jedem Tage desto gröfser, je weniger an demselben die Sonne von der Mitte des Löwen entfernt ist. Das dieser Mitte entgegengesetzte Punct der Ecliptic ist die Mitte des Wassermanns; und wir müssen die größte Kälte erwarten, wenn sich die Sonne bey demselben befindet.

Die fünf Streifen des Erdbodens.

§. 439. Da die Sonne, nachdem sie bey ihrer Rückkehr die Fläche des Gleichers erreicht hat, hernach an der Seite *P* eben so sehr von derselben abweicht

T. V. F. 81. Het als an der vorigen: so muß sie nunmehr an dieser Seite eben die Wirkungen äussern, die wir betrachtet haben. Wenn demnach auch AD der Schiefe der Ecliptic, das ist, beynah 23 $\frac{1}{2}$ Graden, gleich gemacht, und durch das Punct D in der Oberfläche der Erde ein Cirkel dem Gleicher derselben parallel beschrieben wird: so müssen in dessen Umkreise alle Puncte der Erde liegen, auf welche die Sonnenstrahlen senkrecht fallen, wenn sich diese in dem an der Seite P liegenden Wendkreise befindet, gleichwie wir an der Seite Q einen dergleichen Kreis hatten. Durch diese zween Kreise also, wie auch durch diejenigen, welche wir durch die Puncte F , G beschrieben haben; wird die Oberfläche in fünf Theile getheilet, deren jeder ganz andere Jahreszeiten hat als die übrigen, wodurch diese Eintheilung in der Erdbeschreibung unentbehrlich wird,

§. 440. Man nennet diese Theile Zonen, Gürtel oder Streifen, ob sie
T. V. F. 82. wol nicht alle die Gestalt der Streifen oder Gürtel haben. In der 82sten Zeichnung wird die in ihre Streifen getheilte Erde besonders vorgestellt. PQ ist wieder die Axe, und AE der Entwurf des Gleichers. Jeder der Bogen AB , AD hält beynah 23 $\frac{1}{2}$ Grade, und die durch Dd , Bb vorgestellten Cirkel der Erde, werden ebenfalls Wendkreise genennet, wie die an dem Himmel. Der zwischen diesen Wendkreisen liegende die ganze Erde rings umgebende Streifen $DdbB$ aber heißt der heisse Streifen der Erde, Zona torrida. Er wird von dem Gleicher in zwei Hälften getheilt, die einander in allen Stücken gleich kommen, und seine ganze Breite beträgt gegenwärtig 46 Grade und 56 bis 57 Minuten. Eigentlich ist dieses von den Graden des Mittagkreises PAQ zu verstehen, welche bey dem Gleicher kleiner sind, als bey den Polen: es ist aber hier gar nicht nöthig auf die kleine Abweichung der Erde von der Gestalt einer vollkommenen Kugel acht zu haben. Wir können auch annehmen, daß jede aus dem Mittelpuncte der Erde C durch irgend ein Punct dieser Cirkel Dd , Bb gezogene Linie, als CD , Cd , oder CB , Cb , bey ihrer Verlängerung, immer einen oder andern Punct der Wendkreise des Himmels antreffen werde; obwol, da die Erde bey den Polen zusammengebrücker ist, anstatt des C ein anderes dem A etwas näheres Punct genommen werden müste, wenn dieses an der Seite A in der völligen Strenge erfolgen sollte, und so auch an der andern E . Insbesondere trägt jeder Wendkreis der Erde den Namen des himmlischen Wendkreises, mit welchen er dergestalt verknüpft ist.

§. 441. Jeder der Bogen PF , QG hält, wie wir gesehen haben, eben T. V. F. 82. so viele Grade und Minuten als AB oder AD ; die durch die Punkte F , G dem Gleicher parallel beschriebenen Cirkel aber, welche Ff und Gg vorstellen, heißen die Polcirkel, einer der mitternächtige, und der andere der mittägige. Die Theile der Oberfläche der Kugel, welche diese Cirkel einschliessen, werden, ob sie wol keinesweges diese Gestalt haben, die kalten Streifen oder Gürtel, *Zonâ frigidâ* genent, und durch eben die Bennahmen des mitternächtigen und mittägichen von einander unterschieden. Die Grade des Bogens PF , QG sind grösser als die in AB , also beträgt der Bogen FPf oder GQg , nach Meilen gerechnet, mehr als BAD . Endlich werden die zwischen einem der Wendkreise, und dem ihn zunächst liegenden Polcirkel beschlossene Theile der Erdoberfläche $DdfF$ und $BhgG$, die gemäßigten Streifen, *Zonâ temperatâ* genennet, und ebenfalls durch das Beywort des mitternächtigen und mittägichen von einander unterschieden. Der Bogen DF oder BG beträgt den Ueberschuß eines Quadranten über DAB , das ist 43 Grade und 3 Minuten: und es sind die beiden gemäßigten Streifen, in nichts, als nach ihrer Lage, von einander verschieden.

§. 442. Das hauptsächlichste, wodurch sich diese Erdstriche von einander unterscheiden, ist aus dem, so eben gezeigt worden ist, leicht herzuleiten. Wenn wir auch nunmehr die kleine Veränderung, die in der Abweichung der Sonne in vier und zwanzig oder wenigern Stunden vorgehet, als unbeträchtlich, bey Seite setzen, so kommt einem jeden Bewohner der hitzigen Streifen die Sonne des Jahres zweymal in sein Zenit. Denn in völliger Strenge geschieht dieses nur alsdenn, wenn der Zeitpunkt, in welchem die Abweichung der Sonne der Breite des von ihm bewohnten Orts gleich ist, genau in seinem wahren Mittag fällt. Es sind aber die Zeitpuncte, in welchem sich die Sonne dem Zenit eines solchen Orts am meisten nähert, bennähe gleichweit von einander entfernt, wenn der Ort selbst auf den Gleicher der Erde liegt: liegt aber der Ort ausser dem Gleicher, so werden die Theile des Jahres, deren einer von einem dieser Puncte bis an das andere währet, überhaupt desto mehr ungleich, je grösser seine Breite ist. Es kan der Ort einem der Wendkreise so nahe liegen, daß der kleinere dieser Theile nur einige Tage oder Stunden, und also der grössere fast das ganze Jahr beträgt. Fällt aber der Ort selbst in einem der Wendkreise Bb , Dd , so verschwindet dieser kleinere Theil ganz, und der Bewohner dieses
Orts

242 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T.V.F. 82. Orts siehet die Sonne nur an einem Tage des Jahres in seinem Zenit. Es wird aber hieby auf die Ungleichheit der Bewegung der Sonne in der Ecliptic, und auf die davon herrührenden Abweichungen, nicht gesehen.

§. 443. Den Bewohnern der gemäßigten Streifen erscheint die Sonne niemals im Zenit, sondern wenn die Breite des in einem dieser Streifen liegenden Orts durch L , und die Breite desjenigen, auf welchen die Sonnenstrahlen an einem gewissen Tage senkrecht einfallen, (welche immer der Abweichung der Sonne an eben dem Tage gleich ist) durch H bedeutet wird, so ist am Mittage dieses Tages die Entfernung der Sonne von dem Zenit des Orts, $L - H$, wenn die Breiten beide in eben die Hälfte der Erdkugel fallen, und $L + H$, wenn sie in den verschiedenen Hälften liegen; so daß der Unterschied dieser Entfernungen an eben dem Orte, immer $2H$ beträgt, und der größte unter allen wird, wenn die Abweichung H die größte ist, AB nemlich an der einen Seite und AD an der andern. Liegen zween Orter von eben der Breite L in den verschiedenen Hälften der Erdkugel: so ist an eben dem Tage für den einen die Entfernung der Sonne von dem Zenit $L + H$, und für den andern $L - H$, also der Unterschied dieser Entfernungen ebenfalls $2H$. Außerdem ist leicht zu sehen, daß die Tageslänge des einen dieser Orter zugleich die Länge der Nacht des andern seyn werde. An eben dem Orte L aber ist die Länge des Tages bey der Abweichung H der Länge der Nacht gleich, welche dieser Ort hat, wenn die Sonne an der andern Seite des Gleichers, eben so stark, das ist, um eben den Bogen oder Winkel H , von demselben abweicht.

§. 444. Es gehet nemlich die Sonne in den drey Zonen, welche wir besehen haben, täglich auf und unter, und wird erst in den Polkreisen in dem Augenblicke, in welchem sie durch die Mittagsfläche gehet, selbst in dem Horizonte sichtbar. Dieses geschieht zweymal im Jahre, an den Tagen, an welchen sich die Sonne in einem der Wendkreise befindet; und sie erscheint in der Mitternachtstunde im Horizonte, wenn dieser Wendkreis mit dem Polcirkel an eben der Seite des Gleichers liegt; und in der Mittagsstunde, wenn diese Kreise an verschiedene Seiten des Gleichers fallen: so daß die Sonne an eben dem Tage dem einen Polcirkel in der Mitternachtstunde in dem Horizonte erscheinen muß, an welchem

welchem sie der andere in der Mittagsstunde daselbst siehet. In beiden Fällen T. V. F. 32. geschieht kein eigentlicher Aufgang oder Untergang derselben, und der natürliche Tag wird nicht in den eigentlichen Tag und die dazu gehörige Nacht getheilet. Und da überhaupt von dem Orte des Erdbodens, auf welchen die Sonnenstrahlen senkrecht fallen, bis an denjenigen, bey welchem die Sonne, indem sie durch die Mittagsfläche gehet auch in dem Horizonte erscheint, ein Quadrant des Mittagskreises reicht: so wird die Sonne an einem jeden Orte der kalten Zonen zugleich in der Mittagsfläche und in dem Horizonte erscheinen, wenn ihre Abweichung der Entfernung des Orts von dem Pole, das ist, der Ergänzung seiner Breite, gleich ist; und es wird dieses um den Nordpol herum sich in der Mitternachtstunde zutragen, wenn die Abweichung der Sonne nördlich ist, und in der Mittagsstunde, wenn die Sonne nach Süden abweicht. Ist die Abweichung der Sonne kleiner als die Ergänzung der Breite des Orts, so gehet die Sonne an demselben auf und unter: ist sie aber grösser, so bleibt ihm die Sonne einige natürliche Tage lang beständig über dem Horizonte, wenn die Abweichung der Sonne nördlich ist, und unter demselben, wenn sich die Sonne an der andern Seite des Gleichers befindet. Eben die Bewand hat es auch mit den Derttern um den Südpol: und überhaupt kan einige Betrachtung der Zeichnungen alles deutlicher machen, als viele Worte.

Fernere Eintheilung des Erdbodens.

§. 445. Dieses sind die Haupttheile der Oberfläche der Erde, deren jeder ferner durch Cirkel, welche durch jeden Grad der Breite, dem Gleichers parallel, in derselben beschrieben werden, nach Befinden weiter getheilet wird. Die Alten haben in der That noch eine andere Eintheilung beliebt. Sie giengen auf einem der Mittagskreise von dem Gleichers so lang fort, bis sie an einen Ort kamen, dessen längster Tag zwölf und eine halbe Stunde betrug. Durch diesen Ort beschrieben sie einen Cirkel dem Gleichers parallel, und nenten den zwischen diesen zween Cirkeln beschlossenen Theil der Erdfäche das erste Klima. Von dannen giengen sie weiter, bis in einen Ort, dessen längster Tag dreyzehn Stunden enthielt, und beschrieben durch denselben einen andern solchen Cirkel, der das zweite Klima gab. Und so fuhren sie von halben Stunden zu halben Stunden immer fort, wodurch bis an den Polkreis vier und zwanzig dergleichen Streifen entstunden, in deren jedem alle Dertter rings um die Erde herum begriffen waren,

T.V.F.78. deren längste Tage in die angezeigten Gränzen fallen. Sie benannten aber ein jedes Clima von einem berühmten Orte, so ohngefehr mitten in demselben lag. Und da ihnen an der Mittagsseite des Gleichers keine dergleichen Orter bekannt waren, so begnügten sie sich anzuzeigen, welchem der düssseitigen von einem wichtigen Orte benannten jedes an jener Seite des Gleichers liegende Clima entgegen gesetzt sey: woben sie ein Clima als demjenigen entgegen gesetzt ansahen, in welchem der längste Tag gleich viele halbe Stunden enthält.

§. 446. Diese Eintheilung beruhet auf der Berechnung der Breite eines Orts, an welchem der längste Tag eine gegebene Zahl von Stunden und Minuten der scheinbaren Zeit enthält, welches uns auf die allgemeine Betrachtung der
T.III.F.39. Längen der Tage und Nächte zurück führet. Zwar ist bereits (*T.III. Fig. 39*) ein orthographischer Entwurf der Himmelkugel vorgestellt worden, welcher zu dem gegenwärtigen Zwecke eben so gut dienen kan, als er fähig ist die Zahl der Stunden anzugeben, welche ein Fixstern, dessen Abweichung von dem Gleichert bekannt ist, bey einer jeden Polhöhe über dem Horizonte und unter demselben zu bringt. Es kan aber auch für jeden Ort des Erdbodens, dessen Breite bekannt ist, die Länge des Tages, an welchem die Sonne um eine gegebene Zahl von Graden und deren Theilen von dem Gleichert abweicht, durch einen solchen Entwurf der Erdkugel gefunden werden, welche zugleich einige andere hieher gehörige Fragen auflöset, und demnach unsere Betrachtung gar wol verdienet.

Längen der Tage und Nächte.

T.V.F.83. §. 447. Es sey (*T.V.F.83.*) PQ die Are der Erde, durch welche, und zugleich durch den Mittelpunct der Sonne, die Fläche des Circels $PAQE$ gehet, so daß es an einem jeden Orte der Erde Mittag oder Mitternacht wird, wenn derselbe durch den täglichen Umlauf dieses Körpers um die Are PQ , in diese Fläche $PAQE$ gebracht wird, bey welchem Puncte derselben sich auch die Sonne befinden mag. Nach dieser Mittagsfläche $PAQE$ richten sich auch die übrigen Stundenkreise, deren Flächen sämtlich durch PQ hindurch gehen, indem sie mit einander die bekannten Winkel von 15 Graden einschließen. AE ist der Entwurf des Gleichers, und FG stellet auch nunmehr den Circel vor, welcher den von der Sonne erleuchteten Theil der Erde von dem finstern absondert, welches seyn wird, wenn der durch den Bogen PF gemessene Winkel PCF , zu dem Tage, dessen Länge gesucht

sucht wird, der Abweichung der Sonne gleich ist. BD sey der Entwurf des *T.V.F.83* Circels, welchen ein in der Oberfläche der Erde angenommener Ort, bey dem täglichen Umlaufe derselben um die Axe PQ beschreibt, und also AB die Breite dieses Orts. Weil nun BD der AE parallel liegt, so wird diese Linie bey H von der Axe PQ in zween gleiche Theile getheilet. Der in der Oberfläche der Kugel um diesen Mittelpunct H von B bis an D beschriebene halbe Circelkreis ist der Weg, welchen der angenommene Ort, in der Hälfte eines natürlichen Tages, von B bis an D , oder von D bis an B beschreibt; die in BH und HD entworfenen Theile dieses Kreises aber sind viertel desselben, deren jedes in sechs Stunden beschrieben wird.

§. 448. Eben dieser Circelkreis, dessen Halbmesser BH oder HD ist, und dessen Fläche auf der $PAQE$ senkrecht stehet, wird auch durch die in FG entworfenene Fläche in zwey ungleiche Theile zerschnitten, deren eine in den erleuchteten und der andere in den finstern Theil der Oberfläche der Erde fällt. Der Entwurf des ersten dieser Theile ist BK , welcher in der gegenwärtigen Zeichnung aus dem Halbmesser HB und aus HK zusammengesetzt erscheint, der andere aber ist der Unterschied des Halbmessers HD und eben der HK . Es ist also in dem Falle, welchen die Zeichnung vorstellet, der in BK entworfenen Circelbogen, grösser als ein Quadrant, und DK kleiner: da im Gegentheil, wenn anstatt des B das Punct b an der andern Seite des Gleichers genommen, und mit demselben eben so verfahren wird, der durch bk vorgestellte Bogen kleiner ausfällt als ein Quadrant, der in kd vorgestellte aber den Quadranten übertrifft. In beiden Fällen aber ist der durch KB vorgestellte Bogen derjenige, welchen ein jeder in der Oberfläche der Erde angenommener Ort, dessen Breite AB ist, von dem in K entworfenen Puncte, bey welchem er aus dem verfinsterten in den von der Sonne erleuchteten Raum übertritt, bis an das in der Mittagsfläche liegende Punct B beschreiben muß; und der an der andern Seite dieser Fläche $PAQE$ liegende durch eben die BK vorgestellte Bogen, wird nach Mittag von eben dem Orte beschrieben. Im Gegentheil beschreibt dieser Ort von D an, allwo er sich zu Mitternacht befindet, bis an dem in K entworfenen Punct, bey welchem er in den erleuchteten Raum übergeheth, den in DK entworfenen Bogen, und derjenige, welchen er an der andern Seite der Mittagsfläche, von der Grönze des erleuchteten Raums bis an D beschreibt, ist von eben der Grösse. Mit dem

246 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T. V. F. 83. an der andern Seite des Gleichers entworfenen Bogen bk , dk hat es eben die Bewandniß. Die Sonne erscheinet dem angenommenen Orte in dem Horizonte, wenn sich dieser in einem der in K , k entworfenen Punkte befindet: und der Weg, welchen derselbe von einem dieser Punkte bis zur Mittagsfläche, oder von der Mittagsfläche bis zu dem Punkte machen muß, wird immer durch den in KB oder KD , kb oder kd entworfenen Bogen vorgestellt.

§. 449. Ein jeder solcher Bogen heißt ein halber Tagbogen, oder ein halber Nachtbogen, nach dem er in dem erleuchteten oder in dem finstern Theil der Oberfläche der Erde fällt. Denn der in KB entworfenen Bogen ist demjenigen ähnlich, in welchen der Mittelpunkt der Sonne sich von dem Morgenhorizonte bis an den Mittagskreis zu erheben, oder von diesem bis an den Abendhorizont zu erniedrigen scheint; der durch DK aber dem, in welchen eben der Mittelpunkt vor dem Aufgange der Sonne von der Mittagsfläche bis an den Morgenhorizont steigt, oder nach deren Untergang von dem Horizonte bis an diese Fläche nieders geht. Aus der Zahl der in jedem dieser Bogen enthaltenen Grade und Theilen der Grade, ist die Zeit, in welcher sich die Sonne in demselben aufhält, gar leicht zu schliessen (183), welche uns ferner zur Kenntniß der Länge des Tages und der darauf folgenden Nacht führet.

§. 450. Es werden aber zu jeder Breite AB und zu jeder Abweichung der Sonne PF die Bogen, von welchen die Rede ist, beide bekant, sobald derjenige gefunden wird, welcher HK zu seinem Entwurfe, und folgendes, wenn HB oder HD zum Radius genommen wird, eben die HK auch zu seinem Sinus hat. Ist also diese HK durch die Zeichnung der beiden Linien BD und FG gefunden worden, so ist nichts übrig, als daß man die Zahl der Grade und Minuten eines Bogens entdecke, dessen Sinus sich zum Radius verhält, wie HK zur HB oder HD , und dieses kan durch die bloße Zeichnung auf verschiedene Art gesehen. Wird alsdann dieser Bogen zu einem Quadranten hinzugesetzt, und von demselben abgezogen, so wird durch das eine der halbe Tagbogen, und durch das andere der halbe Nachtbogen herausgebracht, wobey eine geringe Achtsamkeit hinlänglich ist, jeden dieser Bogen mit seinem wahren Nahmen zu belegen.

§. 451. Zu der endlichen Absicht, welche gegenwärtig ist, die Längen der Tage und Nächte zu finden, scheint das bequemste zu seyn, daß man auf HB und HD von dem Punkte H , die zu dem Radius HB oder HD gehörigen Sinus
der

der Stundenwinkel von 15, 30, 45 Graden und so weiter, trage, welches eben *T.V.F.83.* die Wirkung haben wird, als wenn der zu dem Durchmesser *DB* gehörige Umkreis in seine vier und zwanzig gleiche Theile getheilet wäre, deren jeden der angenommene Ort, bey seiner Bewegung um die Ase *PQ*, in einer Stunde zurücklegt. Dieses kan nicht nur bey der *BD*, sondern zugleich auch bey einer jeden andern in dem Mittagskreis *PAQE* der *AE* parallel gezogenen Sehne geschehen, wenn sowol die *CA*, als auch die *CE* dergestalt getheilt werden, und man durch jede zween Theilungspuncte, die zu eben der Zahl von Graden gehören, und den zu derselben gehörigen Sinus endigen, eine Ellipse beschreibt, die zugleich durch die Pole *P, Q* gehet; und es können diesen noch andere dergleichen Ellipsen bengefüget werden, welche zu den Hälften, oder noch kleinern Theilen der Stunden gehören. Alsdann wird eine, statt der Linie *FG* angelegte Regel, auf der gehörig gezogenen *BD* oder *bd*, die in dem halben Tage oder der halben Nacht enthaltene Stunden, durch die zwischen den Ellipsen liegende Theile der *BK* oder *KD* an der einen, und der *bk* oder *kd* an der andern Seite des Gleichers, unmittelbar angeben: und es wird nicht schwer seyn, auch die Zahl der überschüssigen Minuten zu beurtheilen.

§. 452. Einige Betrachtung dieser Zeichnung wird an die Hand geben, wie hinwiederum aus der Breite eines Ortes *AB*, und der vermittelst der halben Länge eines Tages, oder der darauf folgenden Nacht gegebenen *BK* oder *DK*, die Abweichung der Sonne *PF* zu finden sey; oder aus eben der *BK* und der Abweichung *PF* die Breite *AB*. Dieses letztere kan dienen, einen jeden Parallelen zu entwerfen, bey welchem ein Klima, das wievielfte dieses auch seyn mag, sich anfängt oder endiget, und die Breite der Orter, durch welche dieser Kreis hindurchgeht, anzugeben. Es wird in dieser Absicht *PF* der größten Abweichung von $23\frac{1}{2}$ Graden, welche die Sonne haben kan, gleich gemacht, da sich dann das übrige wie von selbst giebt, insonderheit wenn der halben Ellipsen vier und zwanzig sind, welche die halben Stundenkreise vorstellen. Denn alsdenn gehet jede *BD*, welche ein Klima von dem nächsten absondert, durch einen der Puncte, in welchen die Ellipsen von der *FG* geschnitten werden.

§. 453. Es werden aber diese Aufsaaben durch eine auf eben die Zeichnung gegründete Rechnung genauer, und gewissermassen auch leichter aufgelöset.
Wenn

T. V. F. 83. Wenn wir zum Behuf dieser Rechnung hier wieder die Breite AB durch den einzelnen Buchstaben L andeuten, die Abweichung der Sonne PF aber durch D , so wird zu dem Radius $CA = 1$, die $CH = \sin L$, und $HB = \cos L$. Das Dreieck KHC aber giebt $HK : HC = \tan D : 1$, das ist $HK : \sin L = \tan D : 1$. Wann nun der gesuchte Bogen, dessen Entwurf HK ist, durch A bedeutet wird, und folgendes sein Sinus durch $\sin A$, so wird auch aus $HB : HK = 1 : \sin A$, oder $\cos L : HK = 1 : \sin A$, welche Proportion mit der vorigen $HK : \sin L = \tan D : 1$, diese neue $\cos L : \sin L = \tan D : \sin A$ giebt, oder $1 : \tan L = \tan D : \sin A$, vermittelst welcher aus jeden zweien der drey gegebenen Winkel oder Bogen L, D, A der dritte gefunden wird. Der Bogen A wird durch die Zeit gegeben, um welche die Hälfte des Tages länger oder kürzer ist, als sechs Stunden; und hinwiederum bestimmt die Zahl der Grade und Minuten dieses Bogens A den Ueberschuß der Länge des Tages oder der Nacht über zwölf Stunden, aus den hinlänglich erklärten Gründen.

§. 454. In dem vorhergehenden (186), da wir den Bogen, welchen der Mittelpunkt der Sonne oder ein Fixstern beschreibt, indem er von dem Horizonte bis an den Mittagskreis aufsteiget, durch eine Zeichnung herausbrachten, ist ohne einer anderweitigen Veränderung, nicht PF , sondern AB der Abweichung des dergestalt steigenden Puncts, und nicht AB , sondern PF der Breite oder Polhöhe des Beobachtungsplatzes ähnlich gemacht worden, so daß FG den Horizont desselben vorstellen mußte. Es ist also erlaubt die beiden Bogen D und L mit einander zu verwechseln, und AB nach Belieben dem D oder L ähnlich zu machen, wenn nur das andere für PF gebraucht wird; und es wird auf beide Arten eben der Bogen A gefunden. In der That wird auch durch diese Verwechslung in der Proportion $1 : \tan L = \tan D : \sin A$ nichts geändert, und es bleibe $\sin A = \tan L. \tan D$, es mag L den Bogen AB und D den PF , oder L den PF und D den AB bedeuten; weil doch in beiden Fällen die Tangenten der Bogen AB und DF in einander multipliciret werden müssen, damit $\sin A$ herauskomme. Der Uebergang aber von der Linie HK zu den Bogen oder

T. III. F. 39. Winkel A , welcher vermittelst des daselbst gebrauchten in der 39sten Zeichnung vorgestellten Entwurfs mit einiger Weitläufigkeit geschieht, kan gar sehr erleuchtet werden, wenn auch die nunmehr (451) beschriebenen Ellipsen in denselben gebracht werden, welche vermittelst der HK die gesuchte Zeit, in welcher nemlich der

der zu dieser *HK* gehörige Bogen beschrieben wird, und vermittelt der Zeit die *T. V. F. 83.* *HK*; unmittelbar angeben. Durch diesen Zusatz werden auch die Stundenkreise der Kugel in den Entwurf gebracht, und es wird eine Zeichnung erhalten, welche in Ermangelung einer wirklichen Kugel zur Auflösung nicht nur der gegenwärtigen, sondern auch einiger andern Aufgaben gebraucht werden kan, deren verschiedene sie mit einer Richtigkeit leistet, so von einer Kugel, deren Durchmesser nicht grösser ist, als der Durchmesser des Entwurfs, kaum zu erwarten steht; zumalen wenn die Zahl der entworfenen Ellipsen so gros ist, daß vermittelt derselben auch die Theile der Stunden richtig angegeben werden. Und die Mühe welche man sich bey diesen Auflösungen zu geben hat, bestehet meistens in der blossen Anlegung einer Regel.

§. 455. Soll die Breite der Dertter, durch welche ein Cirkel gehet, so ein Klima von dem ihm zunächst liegenden absondert, durch die Rechnung gefunden werden; so wird, weil sich diese Eintheilung nur nach den längsten Tagen richtet, welche wir haben, wenn sich die Sonne in dem Wendkreise des Krebses befindet, in der Proportion $1 : \tan L = \tan D : \sin A$ überall gesetzt $D = 23^{\circ}, 28'$. Der Bogen A aber bekommt für die Gränze des ersten Klima, $7\frac{1}{2}$ Grade, für die Gränze des zweiten 15° , für die Gränze des dritten $22\frac{1}{2}$ Grade u. s. f. Die gesuchte Breite ist alsdenn L , welche vermittelt der also geordneten Proportion $\tan D : 1 = \sin A : \tan L$, oder $1 : \cot D = \sin A : \tan L$ gefunden wird. Es ist aber diese Eintheilung der Oberfläche der Erde nicht mehr im Gebrauche, da die Lage eines jeden Puncts derselben, welche es in Ansehung des Gleichers und der Pole hat, durch seine Breite viel genauer angegeben werden kan: und wenn diese bekant ist, zur völligen Berichtigung nichts übrig bleibt, als daß auch angezeigt werde, in welche Stelle seines Parallelcirkels dieser Punct zu setzen sey, nachdem die Dertter anderer Puncte in den ihrigen, entweder nach Willkühr angenommen, oder nach richtigen Gründen bestimmt worden sind.

Längen der Dertter des Erdbodens.

§. 456. Es werden dazu die Mittagskreise gebraucht, so durch die Dertter hindurchgehen: und wenn (*T. V. Fig. 84.*) die Lage eines Puncts der Oberfläche der Erde M in Absicht auf einen der Pole P und den Gleichers ABD , bekant ist, so wird der Ort eines andern N in dem durch seine Breite angege-

250 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T. V. F. 84. benen Parallelen EF völlig bestimmt, wenn nur noch der Winkel gegeben wird, welchen die durch N gelegte Mittagsfläche PCB mit der durch M gelegten PCA bey der Ase PC , und der in der Fläche PCB liegende Mittagskreis PNB , mit dem in der Fläche PCA liegenden PMA bey dem Pole P , einschliesset. Es ist klar, daß alsdenn von der Lage des Puncts N in Absicht auf den Gleichers und den Ort M , nichts zu fragen übrig bleibe: der Winkel APB aber wird durch die Zahl der Grade des Bogens AB , oder EN , oder eines jeden andern zwischen PMA , PNB liegenden Theils eines Parallelen gemessen: und man nennet diesen Winkel oder sein Maas, den Ueberschuß der Länge des Orts N über die Länge des andern M , wie auch die von dem Orte M , dessen Lage als bekannt angesehen wird, gerechnete Länge des N . Wenn die beiden Mittagsflächen, von der Fläche des Gleichers in AC , BC , und von der Fläche eines Parallelen in EG , NG , geschnitten werden, so ist $ACB = EGN$ der Winkel, von welchem gesprochen wird.

§. 457. Die Längen werden gewöhnlicher Weise von Abend gegen Morgen genommen, und sind auf der Erde eben das, was wir (191) bey den Sternen und andern himmlischen Körpern den Vorsprung genennet haben. Doch hindert nichts dieselbe auch von Morgen gegen Abend zu erstrecken, und es kan daraus kein Irrthum erfolgen, wenn nur zugleich angezeigt wird, daß von der westlichen, und nicht der gemeinen östlichen Länge die Rede sey. Vielmehr werden dadurch die großen Zahlen vermieden, durch welche jene Längen, ausgedruckt werden, wenn die westlichen Längen klein sind, und nur einige wenige Grade halten. Denn da immer die östliche Länge übrig bleibt, wenn die westliche von 360 Graden abgezogen wird, so kan dieselbe bis gar nahe an diese Zahl steigen. Auch werden dadurch, daß man die Längen bald östlich bald westlich machet, deutlichere Zeichnungen erhalten; weswegen wir uns dieser Freyheit hier ebenfalls bedienen wollen.

§. 458. Wir haben kein Punct auf der Erde, welches uns bewegen könnte die Längen vielmehr von demselben als von einem jeden andern zu rechnen: und gleichwol wäre es überhaupt unschicklich bald dieses bald ein anderes Punct des Gleichers zum Anfang der Längen zu machen. Es mußte also das Punct der Erde, durch welches der Mittagskreis gehen sollte, welcher diesen Anfang bestimme,
nach

nach Willkühr genommen werden. Dieses haben verschiedene Erdbeschreiber auf *T. V. F. 84.* verschiedene Art gethan, nachdem sie dabey diese oder jene Nebenabsicht hatten, und der dazu gebrauchte Mittagskreis wird der erste genennet. Ptolomäus beschrieb denselben durch die äußerste der canarischen Inseln, weil ihm weiter gegen Abend keine Länder bekant waren. Die Franzosen sind durch einen königlichen Befehl angewiesen ihn durch die Insel Fer zu ziehen, und setzen ihn also 20 Grade von Paris, gegen Abend. Die Holländer nehmen den Mittagskreis des hohen Berges auf der Insel Tenerifa, für den ersten an. Auch ist es nicht ungewöhnlich den Mittagskreis irgend einer Hauptstatt zum ersten zu machen, insonderheit wenn dieselbe einen berühmten Beobachtungsplatz einschliesset, oder in der Nähe hat. Diese Verschiedenheit verursacht, daß wir etwas mehr acht haben müssen: sonst bringt sie der Erdbeschreibung keinen Nachtheil. Es kommt nicht darauf an, welcher Mittagskreis zum ersten gemacht wird, sondern blos auf die Ausfindung der, von dem dadurch bestimmten Anfang, nach Morgen oder Abend zu gerechneten Länge, zu deren Ausfindung die nachfolgenden Gründe dienen.

Verschiedenheit der Uhren bey verschiedenen Längen.

§. 459. In der 85ten Zeichnung wird die Erde durch *ABE*, als auf *T. V. F. 85.* die Fläche ihres Gleichers orthographisch entworfen, vorgestellt, da denn die Axe derselben, welche nunmehr auf der Fläche des Entwurfs perpendicular steht, durch den blossen Mittelpunct *P* angegeben wird, welcher zugleich die beiden Pole vorstellet. Ein jeder Halbmesser des um *P* beschriebenen Circels aber, *PA* oder *PB* ist der Entwurf eines der Mittagskreise der Erde, und der Winkel *APB* giebt den Unterschied der Längen jeder zween Orter an, durch deren einen der Mittagskreis *PA*, durch den andern aber, dessen Entwurf *D* seyn mag, der *PB* hindurchgehet. Wird nun ein Punct *S* angenommen, das nicht aus der unbeweglichen Fläche *PS* weicht, indem die Erde sich, in Absicht auf dieses Punct *S*, von *A* nach *B* gleichförmig um ihre Axe *P* herumwälzet: wie wir wirklich die Sonne als ein dergleichen Punct ansehen, indem wir die Bewegung, mit welcher sie in einem natürlichen Tage um uns herum zu gehen scheint, vor eine Wirkung jener Bewegung der Erde halten: so verhält sich die Zeit *T*, in welcher der Mittagskreis *PA* aus seiner gegenwärtigen Lage in *PB* übergeheth, zu der Zeit des ganzen Umlaufs, nach welchem die Fläche *PA* wieder durch das angenommene Punct *S* gehet, wie der Bogen *AB* zu dem ganzen Umkreise. Es

252 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T. V. F. 85. wird also, da die Zeit des ganzen Umlaufs, das ist, der natürliche Tag, in vier und zwanzig Stunden getheilet wird, der Mittagskreis PA eine Stunde Zeit brauchen in PB zu gelangen, wenn der Bogen AB 15 Grade hält; zwei Stunden, wenn dieser Bogen 30 Grade in sich begreift, und so nach Proportion wenn er eine andere Grösse hat. Und zwar werden dieses die gewöhnlichen wahren Sonnenstunden seyn, wenn der als unbeweglich angenommene Punct S der Mittelpunct der Sonne ist. Alsdenn aber haben alle Bewohner der in dem Mittagskreise PA liegenden Orter ihren Mittag, wenn sich dieser Kreis in der Stellung befindet, in welcher er gezeichnet ist. Die in PB aber haben ihren Mittag albereits vor einer längern oder kürzern Zeit gehabt, und werden den nächsten nicht ehe haben, als wenn dieser Kreis PB durch das Drehen der Erde in die Fläche komt, in welcher gegenwärtig PA liegt. Nun hat zu der Zeit der Mittagskreis PA die Fläche, in welcher sich die Sonne befindet, noch nicht erreicht; die Bewohner desselben haben also noch nicht Mittag, sondern eine für dieselbe richtig nach der Sonne gestellte Uhr weist so viele Stunden vor Mittag, als vielmahl 15 Grade in dem Bogen AB enthalten sind.

§. 460. So ferne müssen demnach in allen Mittagskreisen, die dem PA gegen Morgen liegen, die Uhren früher gehen, und indem die für PA eingerichteten den Mittag angeben, eine von den Nachmittagsstunden weisen, die der Grösse des Bogens AB gemäß ist. Ist aber der Zeitpunkt, in welchem die Uhren in PB den Mittag angeben, von dem Puncte des Mittags in PA um die Zeit T entfernt, so muß auch derjenige Zeitpunkt, in welchem die Uhren in PB eine jede andere Stunde und Minute anzeigen, von dem, an welchem in PA eben die Stunde und Minute gezählet wird, um eben die Zeit T entfernt seyn. Woraus folget, daß überhaupt in einem jeden Zeitpuncte die Uhr des Mittagskreises PB um die Zeit T früher gehen werde, als die Uhr des PA , welcher mehr westlich ist; so daß, wenn die Zeit T durch Stunden und deren gewöhnliche Theile angegeben wird, in eben dem Augenblicke, in welchem die mehr östliche Uhr die Stunde H weist, die mehr westliche die Stunden und Minuten $H - T$ angeben wird.

§. 461. Wird also der Gleicher nicht in Grade, sondern in vier und zwanzig gleiche Theile getheilet, und jeder dieser Theile in 60, u. s. w. so giebt
der

der Unterschied der Uhren T , die von dem Mittagskreise PA gerechnete Länge $T.V.F. 85$. AB des Orts D , unmittelbar in dergleichen Theilen, und die sehr leichte Rechnung, vermittelt welcher die Zeit in Grade des Gleichers verwandelt wird, indem man 15 Grade für eine Stunde rechnet, ist hinlänglich sie auch durch diese und ihre Theile auszudrücken. Also kommt bey der Ausfindung der Längen alles darauf an, daß man den Unterschied der Uhren T in den zween Mittagskreisen PA und PB zu finden wisse. Dazu aber giebt es verschiedene Mittel. Und überhaupt kan eine jede Erscheinung, die nur einen Augenblick oder eine nur gar kurze Zeit währet, und an zween Dertern beobachtet werden kan, deren einer in dem Mittagskreise PA der andere aber in PB liegt, dazu gebraucht werden.

Wie der Unterschied der Längen zweyer Derter gefunden wird.

§. 462. Sind die zween Derter so wenig von einander entfernt, daß aus jedem derselben die Spitze eines hohen Berges gesehen werden kan, so ist ein auf dieser Spitze plötzlich entzündetes oder gelöschtes Feuer hinlänglich. Zween Beobachter merken, jeder an seinem Orte, und nach der Uhr desselben, den Zeitpunkt, in welchem sie das Feuer erscheinen oder verschwinden sehen. Der Unterschied der Minuten und Secunden, welche die beiden Uhren in diesem Zeitpuncte zeigen, ist die Zeit T , durch welche die Länge gegeben wird. Ist aber die Entfernung des einen Orts von dem andern so groß, daß es nicht möglich ist von jedem derselben einen Ort des Erbbodens zugleich zu sehen, so bedienet man sich zur Bestimmung eines dergleichen Zeitpuncts irgend einer Begebenheit des Himmels, die aus den zween Dertern zugleich beobachtet werden kan. Dergleichen sind der Anfang oder das Ende, am besten aber, die Mitte einer Mondfinsterniß, weil sich diese am genauesten bestimmen läßt; die Verfinsternung eines Trabanten des Jupiters, oder eine jede Entfernung eines himmlischen Körpers von einem andern, die schnell geändert wird, und uns also in den Stand setzt, den Augenblick der Zeit, in welcher sie diese oder jene Größe erreicht hat, genau genug anzugeben.

§. 463. Die Begebenheiten des Himmels haben ausserdem noch den Vorzug, daß man sie berechnen und also voraus wissen kan, in welchem durch die Uhr dieses oder jenes Orts angegebenen Zeitpunct, sie sich zutragen werden. Es läßt sich, zum Beyspiel, mit ziemlich geringen Fehlern vorher sagen, in welcher

F. V. F. 85. Stunde, Minute und Secunde der Berliner Uhr der Anfang, das Mittel und das Ende einer in etlichen Monaten oder Jahren zu erwartenden Mondfinsterniß fallen werde. Weis nun jemand dieses, der an irgend einem Orte des Erdbodens dieselbe Finsterniß, nach der Uhr dieses Orts, wirklich beobachtet hat, so ist es ihm leicht alsbald, ohne weitere Nachricht, die Zeit T zu finden, und vermittelst derselben die von dem Mittagskreise der Berliner an gerechnete Länge seines Orts anzugeben. Und wenn die Beobachtung von der Art ist, daß sie auch zur See auf einem Schiffe genau genug verrichtet werden kan, so wird dadurch die Länge des Orts, an welchem sich das Schiff zu der Zeit befindet, mit einer Richtigkeit entdecket, die den Schiffer befriedigen kan, welchem öfters sehr viel daran gelegen ist den eigentlichen Ort zu wissen, an welchem er sich befindet. Nur muß auch die Rechnung richtig seyn, und die Zeit der gebrauchten Erscheinung, nach der Uhr des Orts, dessen Mittagskreis als der erste angesehen wird, genau genug angeben.

§. 464. Durch diese Einschränkung werden den Seefahrern verschiedene Mittel entzogen, deren wir uns auf dem Lande, zur Erfindung der Längen, mit Nutzen bedienen können: wozu noch komt, daß sie die Gelegenheit eine brauchbare Beobachtung anzustellen, nicht immer erwarten können, ohne indessen ihr Schiff einer grossen Gefahr auszusetzen. Das bequemste, so allen Schwierigkeiten abhelfen könnte, wäre eine Uhr welche etliche Monaths lang, zur See wie auf dem Lande, ihren Lauf mit völliger Richtigkeit fortsetzte: und es hat das Ansehen, daß dergleichen Uhren ihrer Vollkommenheit nahe sind, wenn sie dieselbe nicht bereits erreicht haben. Wäre ein Schiff mit einem dieser Zeitmesser versehen, und dieser in London, nach der mittlern Zeit, richtig gestellet worden, so könnte man auf demselben in jedem Augenblicke die Zeit wissen, welche die Londoner Uhr angiebt, und es wäre leicht, für eben den durch London gehenden Mittagskreis, die scheinbare Zeit eben des Augenblicks zu berechnen. Nun kan auch auf dem Schiffe, wo sich dieses auch befinden mag, aus der Höhe der Sonne die scheinbare Zeit des Augenblicks, in welchem diese Höhe genommen wird, zu dem Mittagskreise desselben Orts, geschlossen werden (397); und wenn die Sonne unsichtbar ist, so kan ein Fixstern zu eben dem Zwecke führen. Da also, für eben den Augenblick der Beobachtung, die scheinbare Zeit des Mittagskreises von London aus dem Zeitmesser zu erfahren wäre, so hätte man alles, was zur Ausfindung der Länge nöthig ist.

Die Derter des Erdbodens auf eine Kugel zu bringen.

§. 465. Wenn die Längen und Breiten verschiedener in der Oberfläche T. V. F. 85. der Erde liegender Derter bekannt sind, so ist es nicht schwer in der Oberfläche einer Kugel Punkte anzubringen, welche diese Derter in ihrer wahren Lage vorstellen. Denn es ist nicht nöthig dazu einen Körper von einer andern Gestalt zu nehmen, da die Erde von einer vollkommenen Kugel so wenig abweicht. Man wählet in der Oberfläche der Kugel zween Punkte, die durch einen ihrer Durchmesser mit einander verknüpft werden können, zu Polen derselben, und beschreibet einen Kreis, welcher von jedem dieser Pole überall gleich weit entfernt ist. Dieser wird den Gleichler vorstellen, und ist von einem beliebigen Anfange in seine Grade zu theilen, welche zugleich Grade eines jeden andern in der Oberfläche der Kugel zu beschreibenden Kreises, in dessen Fläche der Mittelpunkt der Kugel fällt, abgegeben werden. Durch den Anfang des Gleichlers aber wird der erste Mittagskreis gehen, und kan, wenn man will, ebenfalls in der Oberfläche der Kugel gezeichnet werden, wiewol die Lage desselben durch die beiden Pole und den Anfang des Gleichlers hinlänglich bestimmt wird. Soll nun ein Ort, dessen Länge und Breite bekannt ist, auf die Kugel gebracht werden, so werden erstlich auf den Gleichler desselben, von dessen Anfange die Grade, und so weit es geschehen kan, auch die Minuten der Länge gezählt, und es wird, durch das Ende des dadurch bestimmten Bogens, ein anderer Mittagskreis beschrieben, auf welchem von dem Gleichler die Grade und Minuten der Breite getragen werden. Dadurch wird erhalten was verlangt wurde; und mit den übrigen Dertern, deren Längen und Breiten bekannt sind, wird auf eben die Art verfahren. Man siehet leicht, daß man die Längen nunmehr überall von Morgen gegen Abend zählen, und sich hüten müsse die mittägigen Breiten mit den mitternächtigen zu verwechseln. Wird dieses in Acht genommen, so bekommt allerdings ein jedes auf die Kugel getragenes Punkt, in Absicht auf den Gleichler und den ersten Mittagskreis, die Lage, welchen der durch dasselbe vorgestellte Ort auf der Erde hat, und jedes derselben erscheinet von einem jeden andern um so viel Grade und Minuten des Gleichlers entfernt, als die Derter auf der Oberfläche der Erde von einander entfernt sind. Es wird überhaupt die Kugel, mit den darauf verzeichneten Punkten, der die Derter, welche durch diese Punkte vorgestellet werden, tragenden Erde ähnlich, und jede zwischen zween dieser Punkte in der Oberfläche beschriebene Kreisbogen bekommen eben die Zahl der Grade und Minuten, welche diejenigen haben,

256 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T. V. F. 85 haben, die man sich auf der Oberfläche der Erde, zwischen den durch jene Punkte vorgestellten Orten einbilden kan; wenn nur der Mittelpunct zu diesen letztern Cirkelbogen eben so genommen wird, als der Mittelpunct zu dem auf der Kugel beschriebenen genommen worden ist. Gemeinlich sind diese Punkte das Mittel der Erde und der Kugel.

§. 466. Wenn nur die Breite eines Orts bekannt ist, anstatt der Länge desselben aber die Entfernung dieses Orts von einem andern, der bereits richtig auf der Kugel steht, in Graden des Gleichers oder des Mittagskreises gegeben wird: so kan dieser Ort ebenfalls auf die Kugel gebracht, und dadurch die Länge desselben bestimmt werden. Den wenn man in der Oberfläche derselben ein Theil *T. V. F. 86.* des Parallelkreises *AB* (*T. V. Fig. 86.*) beschreibt, in welchem der verlangte Punct *B* liegen muß, und von dem richtig angelegten Puncte *D*, bis an diesen Bogen *AB* die gegebene Entfernung *DB* erstrecket: so wird allerdings die Stelle dieses Puncts *B* und seine Länge bestimmt. Nur muß auch bekannt seyn, ob der Ort *B* dem bekannten *D* gegen Morgen oder gegen Abend liege. Auf eben die Art kan auch verfahren werden, wenn nicht *D* sondern *B* der bereits richtig angelegte Punct ist, von dem Orte *D* aber allein die Länge, samt der Entfernung desselben von *B* bekannt ist. Denn nunmehr kan ein Theil des Mittagskreises *AD* beschrieben werden, in welchem *D* kommen muß, und die aus *B* bis an diesen Bogen *AD* reichende Entfernung *DB* bestimmt in demselben die Stelle des Puncts *D*, samt seiner Breite, wenn nur auch bekannt, ob dieser grösser oder kleiner sey, als die Breite des *B*. Auch siehet man leicht, wie ein Punct *A* auf die Kugel zu bringen sey, dessen Entfernungen *AB*, *AD* von zween bereits richtig angelegten Puncten *B* und *D* in Graden des Gleichers oder des Mittagskreises bekannt sind. Dadurch aber, daß ein Ort auf die Kugel gebracht wird, wird allerdings seine Länge und Breite bestimmt, wozu also die Entfernungen von bekannten Orten, so wie gewiesen worden ist, gebraucht werden können, wiewol auch hier die Rechnung alles viel genauer giebt, wenn nur die bey derselben als bekannt angenommene Grössen mit einer hinlänglichen Richtigkeit gefunden sind: bey welcher wir uns aber nicht aufhalten wollen.

§. 467. Es ist nöthig eine gewisse Zahl von Puncten dergestalt auf die Kugel zu bringen, damit man sich bey der Zeichnung der Flüsse, die bey den
dadurch

dadurch vorgestellten Dörtern vorbei laufen, bey dem Entwurfe der Seelüsten, T. V. F. 86. und bey Bestimmung der Gränzen der Länder, darnach richten könne. Alsdenn giebt eine dergleichen Kugel eine richtige Vorstellung der Oberfläche der Erde, so weit sie bekannt ist, aus welcher man sich von der Grösse und Gestalt ihrer Theile, und der Seen, welche sie umgeben oder sonst unterbrechen, einen richtigen Begriff machen, und die Entfernung eines jeden auf der Kugel vorgestellten Orts von einem jeden andern, wie auch die Lage des einen in Ansehung des andern, mit Zuverlässigkeit hernehmen kan. Ausserdem werden auch, neben dem Gleichere, die zween Wendkreise, samt den Polarcirkeln auf die Kugel gezeichnet, und durch dieselbe in die fünf Streifen zertheilet, welche die Zonen der Erde angeben, deren Eigenschaften oben betrachtet worden sind. Diesen wird noch die Vorstellung der Ecliptic beygefüget, so schief zwischen den zween Wendkreisen liegt, und dieselbe beide berührt, wiewol sie zu der Erde eigentlich nicht gehöret. Es ist aber dieses das schicklichste Mittel die Abweichung der Sonne von dem Gleichere für jeden Tag des Jahres unmittelbar auf die Kugel zu bringen, indem man nur die Sonne in dasjenige Punct der gezeichneten und zu dem Ende getheilten Ecliptic setzet, welcher den Ort vorstellet, an welchem sich dieselbe an dem Tage wirklich befindet.

Nutzen einer Erdkugel.

§. 468. Man siehet unter andern an einer solchen Kugel in einem Blicke daß die Erde rings herum bevölkert sey, und die Nahmen, durch welche die Bewohner derselben von einander unterschieden werden, wirklich statt finden. Es werden nehmlich im griechischen genent: Synöci, die auf eben dem Mittagskreise in eben der Breite wohnen, und also die nehmlichen Jahreszeiten und die nehmlichen Stunden des Tages haben: Periöci, die auf eben dem Parallelkreise, und in eben der Mittagsfläche, aber in den verschiedenen Hälften derselben wohnen, so daß sie zwar die nehmliche Jahreszeit genießen, in Ansehung der Stunden aber dergestalt von einander abweichen, daß diese Mittag haben, wenn es bey jenen Mitternacht ist: Antöci, die an den zweo verschiedenen Seiten des Gleichers, in eben der Breite, und in eben dem Mittagskreise wohnen. Diese haben den Mittag zugleich; was aber die Jahreszeiten anlangt, so ist es bey diesen Sommer, wenn es bey jenen Winter ist, und eben der Gegensatz hat auch in den übrigen Monaten statt: Antipodes, die an den zweo verschiedenen Seiten

T. V. F. 86. des Gleichers in eben der Breite wohnen, und zugleich in den verschiedenen Theilen eben der Mittagsfläche, so daß die von dem Wohnplatze der einen an den Wohnplatz der andern gezogene gerade Linie durch den Mittelpunct der Erde gehen würde. Bey diesen sind sowol die Tagesstunden, als die Jahreszeiten einander entgegen gesetzt. Jene zählen in eben dem Zeitpuncte so viele Stunden nach Mitternacht, als diese nach Mittag zählen, und haben Winter, wenn diese des Sommers genießen.

§. 469. Die gewöhnliche Art Erbkugeln zu verfertigen, welche auch bey den Himmelskugeln gebraucht wird, ist, daß man die dazu nöthigen Zeichnungen erst auf Papier bringt, und dieses hernach mit dem gehörigen Fleiße auf eine dazu von Gyps verfertigte Kugel leimet, welche noch mit einem Horizonte und einem Mittagstringe versehen wird, in welchem die Aze dergestalt befestiget ist, daß sich die Kugel um dieselbe frey drehen läßt. Bey dieser Einrichtung, welcher noch verschiedene Nebendinge beygefügt werden, leistet sie, außer dem angezeigten, noch andern Nutzen, welchen die Handhabung derselben gleichsam von selbst dar-

T. V. F. 83. bietet. Wird sie der 83ten Zeichnung gemäß, dergestalt gefest, daß der zu einer gewissen Zeit von der Sonne erleuchtete Pol derselben P sich über ihren Horizont FG um den Bogen PF erhaben befindet, welcher der Abweichung der Sonne gleich ist: und man bringet alsdenn die Kugel dadurch, daß man sie um ihre Aze drehet, in den Stand, welchen die Erde zu einer, nach der Uhr unsers oder eines jeden andern Orts gerechneten Stunde dieses Tages wirklich hat: so stellet die über ihren Horizont sichtbare Hälfte der Kugel die Hälfte der Erde vor, welche in diesem Zeitpuncte von der Sonne erleuchtet wird, die unter der Seite des Mittagstrings, welche eigentlich die Mittagsfläche vorstellet, liegende Punkte der Oberfläche der Kugel geben die Derter an, die zu der Zeit ihren Mittag haben: die in der westlichen Hälfte des Horizonts liegenden diejenige, denen die Sonne aufgehet, und die in der östlichen die, welchen sie untergehet. Auch machen es die auf die Kugel gezeichnete Mittagskreise leicht die Stunde anzugeben, welche jeder Einwohner der Erde zu der Zeit an seiner Uhr zählt: und die dem Gleicher parallel beschriebene Cirkel, welche größtentheils von dem Horizonte getheilet werden, geben für eben die Zeit die Länge der Tage und Nächte über den ganzen Erdboden.

§. 470. Wolte jemand die Aze einer von ihrem Horizonte und Mittags-*T. V. F. 83.* ringe befreuten Erdkugel der Aze der Erde parallel machen, und zugleich die Vorstellung seines Wohnplatzes auf dieser Kugel in die Mittagsfläche desselben bringen: so würde diese Erdkugel, so lang sie in dem beschriebenen Stande verbleibt, in jedem Augenblicke von der Sonne eben so erleuchtet werden, wie die Erde von derselben erleuchtet wird: und dadurch würden die Dertter sichtbar werden, bey welchen zu der Zeit die Sonne auf und unter gehet; es würde sich zeigen wie lang überal der Tag ist, und was man an jeden besondern Ort nach der Uhr desselben vor eine Stunde zähle, samt andern dergleichen Begebenheiten. Insbesondere würde diese Kugel für den Platz, an welchen sie errichtet ist, eine Sonnenuhr abgeben.

Von den Landkarten.

§. 471. Bey dem allen kan die Kugel, wegen der geringen Größe die man ihr geben kan, wenn sie nicht unbehülflich werden soll, nicht allen Nutzen leisten, welcher von einer richtigen Vorstellung der Oberfläche der Erde und ihrer besondern Theile erwartet wird, und es war nothwendig diesen Mangel durch die Land- und Seekarten abzuhelfen. Diese stellen einen größern oder kleinern Theil der Erdkugel in einer Ebene vor, welches um desto richtiger geschehen kan, je kleiner dieser Theil seyn soll. Denn alsdenn sind die Theile der Mittagskreise und der Parallelcirkel, die auf der Kugel in denselben fallen, so wenig gekrümmt, daß sie, ohne einen sonderlichen Fehler, für gerade Linien angenommen werden können; welche die Eintheilung des Rechtecks, in welches die Karte gebracht werden soll, gar leicht machen; und zum Ueberflusse wird ein dergleichen Netz in der 87sten Zeichnung vorgestellt, in welchem *SM* ein Theil des Mittagskreises ist, *T. V. F. 87.* der durch die Mitte des vorzustellenden Landes gehet. Dieser wird in so viele gleiche Theile getheilet, als viele Grade der Breite die Karte fassen soll, und es werden durch die Punkte dieser Theilung gerade Linien der *SM* perpendicular gezogen, welche als Theile der durch dieselbe hindurchgehenden Parallelcirkel angesehen werden können. Doch dürfen die äuffersten dieser Linien *AB*, *CD* nicht eben volle Grade der *SM* abschneiden, wenn dadurch ein allzugrosser Theil der Tafel unnütze werden sollte. Nun werden die Grade der Parallelcirkel, in welche *AB* und *CD* fallen, aus den Graden der *SM*, welche zugleich Grade des Gleichers sind, berechnet (270), und von *S* nach *A* und *B*, wie auch von *M* nach *C* und *D* getragen. Zu den
Pl 2 Punkten

260 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T. V. F. 87. Puncten dieser Theilung werden die Grade der Länge geschrieben: und von C nach A , wie auch von D nach B die Grade der Breite. Alles übrige ist aus der Zeichnung klar, und es werden die Puncte, welche Städte und andere merkwürdige Plätze vorstellen sollen, in dieses Netz eben so eingetragen, wie sie auf die Oberfläche einer Kugel gebracht werden.

§. 472. Man kan sich auch einen hohlen Cylinder von Papier, der gestalt um eine Erdkugel gelegt vorstellen, daß er diese überall in dem Gleicher berühre, welches erfordert, daß der Cylinder gerade sey, und die Axe desselben in die Axe der Kugel falle. Alsdenn ist die Entfernung der Oberfläche des Cylinders von der Oberfläche der Kugel, nahe an dem Gleicher, sehr gering, und wird erst bey zunehmender Breite beträchtlich. Es können also die Theile der Mittagskreise zunächst an dem Gleicher durch gerade Linien vorgestellt werden, die in der Oberfläche des Cylinders der Axe desselben parallel liegen, und die in diesen Linien anzunehmende Grade der Breite, können den Graden der Länge gleich gemacht werden. Man siehet leicht, daß, wenn alsdenn die nach diesen beynähe richtigen Gründen getheilte Oberfläche zu einer Ebene aufgebogen wird, dadurch ein Netz entstehen müsse, dessen Theile sämtlich Quadrate von einerley Größe sind. Die wenige Kunst, welche in diesem Netze herrschet, ist ein Bewegungsgrund dasselbe auch bey einer Vorstellung des größten Theils der Oberfläche der Erde, bis nahe an die Pole, zu gebrauchen, wenn man haben auf die eigentliche Gestalt der Länder und Seen nicht zu achten hat, die freylich, in einer beträchtlichen Entfernung von dem Gleicher, durch dieses Netz gar sehr verborgen wird. Gewisse Seekarten stellen zwar ebenfals sowol die Mittagskreise als die Parallelcirkel durch gerade Linien vor; deren erstere den letztern perpendicular sind; sie machen aber die Grade der Breiten einander ungleich, um dadurch gewisse Absichten zu erreichen, die allein den Schiffern nutzen können.

T. V. F. 88. §. 473. Ist das vorzustellende Land so groß, und so weit von dem Gleicher AE (*T. V. Fig. 88.*) gegen einen der Pole P oder Q entfernt, daß es durch das eben beschriebene Netz allzusehr verunstaltet werden müste, so darf man nur, anstatt des Cylinders, einen hohlen Kegel FGH nehmen, ein schickliches Netz zu erhalten. Der Winkel dieses Kegels FGH muß so groß seyn, daß, wenn

wenn die Kugel dergestalt in denselben geschoben wird, daß ihre Aze PQ in die T.V. F. 88. Aze des Kegels GC fällt, die innere Oberfläche desselben die Oberfläche der Kugel rings herum in den Parallelcirkel IK berühre, der mitten durch das vorzustellende Land gehe. Alsdenn wird die Oberfläche des Kegels an beiden Seiten dieses Parallelen IK sehr wenig von der Oberfläche der Kugel abweichen, und man wird die Bogen der Mittagskreise, so weit sie in das vorzustellende Land fallen, als Theile der geraden Linien FIG , HKG ansehen können, die in der Oberfläche des Kegels nach dessen Spitze G laufen; die Grade der Breite aber als Theile dieser geraden Linien. Durch die dergestalt bestimmten Punkte werden in der Oberfläche des Kegels die Cirkel IK , LM , NO beschrieben, welche die Stelle der Parallelen der Kugel vertreten sollen, deren jeder demnach überall gleich weit von der Spitze des Kegels G entfernt seyn wird. Wird nun die dergestalt getheilte Oberfläche des Kegels FGH in eine Ebene aufgebogen, so kommt dadurch das verlangte Netz zum Vorschein, welches aus gleichweit von einander entfernten Cirkelbogen bestehen wird, die sämtlich ihren Mittelpunkt in der Spitze des Kegels G haben, und aus geraden Linien, die alle nach diesem Punkte zu laufen: und es kan nach allem, so gezeigt worden ist, gar nicht schwer seyn, ein dergleichen Netz zu berechnen und wirklich zu zeichnen.

§. 474. Aber auch dieses Netz ist nicht wol zu gebrauchen, wenn die Zahl der Grade, mit welcher sich das vorzustellende Land von Mittag nach Mitternacht erstreckt, etwas gros ist; und noch viel weniger, wenn die Hälfte der Oberfläche der Erde in einer Fläche vorgebildet werden soll. Man ist in diesen Fällen gezwungen die Mittagskreise und Parallelen einer Erdkugel, nach diesen oder jenen Gründen, in einer Ebene zu entwerfen, und sich dieses Entwurfs als eines Netzes zu bedienen, welches die Stellen der merkwürdigen Städte und andern Theile des Erdbodens bestimmt. Wolte man dazu einen orthographischen Entwurf nehmen, so könnte man zwar daraus in gewissen Absichten merkliche Vortheile ziehen. Da aber in diesem Entwurfe gewisse Cirkelbogen immer sehr klein, und andere viel grösser erscheinen: so schicket sich derselbe überhaupt gar schlecht zu dem gegenwärtigen Entzwecke; es müste dann das Land rings um einen der Pole, oder nur in einer geringen Entfernung von demselben liegen. Dieses hat die Erdbeschreiber bewogen zu den Vorstellungen der halben Oberfläche der Erde, oder eines beträchtlichen Theils dieser Hälfte, eine ganz an-

T. V. F. 88. dere Art eines Entwurfs zu wählen, welchen sie den stereographischen nennen, dessen Gründe hier nicht wol übergangen werden können.

Stereographischer Entwurf der Erdkugel.

§. 475. Man nehme eine auf ihr Gestell gesetzte Erdkugel, wie sie gemeinlich verfertigt werden, mit den in ihrer Oberfläche beschriebenen Mittagskreisen, dem Gleich und dessen Parallelen, und erhöhe diesen oder jenen Pol derselben nach Belieben. Man bringe einen der Mittagskreise dieser Kugel in die Fläche des messingenen Mittagsrings, und befestige dieselbe in dieser Stellung. Als denn schneide man die Kugel in der Einbildung durch den Horizont, so entsteht einer Fläche, welche auch durch ihren Mittelpunct gehen wird. Diese Fläche, welche nach Belieben auch ausser dem Umkreise des Horizonts erweitert werden kan, wird die Fläche des Entwurfs abgeben. Das Auge wird in den obern Pol des Horizonts gesetzt; also in die Oberfläche der Kugel, und nach allen Seiten von dem Horizonte um den Quadranten eines Cirkelkreises entfernt. Würde nun die Kugel vollkommen durchsichtig, so würde diesem Auge ein jedes Punct der unter dem Horizonte liegenden Hälfte der Kugel in einer geraden Linie erscheinen, welche die Fläche des Entwurfs innerhalb des Umkreises des Horizonts in einem Puncte durchsicht; und dieses Punct ist die Vorstellung jenes in der Oberfläche angenommenen. Wird aber in der Oberfläche der obern Hälfte der Kugel ein Punct angenommen, und durch dasselbe, von dem Orte des Auges eine gerade Linie bis an die Fläche des Entwurfs gezogen, so wird das Punct, in welchem die Linie diese Fläche erreicht, ob es wohl ausserhalb des Umkreises des Horizonts fällt, der Entwurf des angenommenen Puncts. Gemeinlich wird nur die untere Hälfte der Kugel entworfen. Man ist aber öfters gezwungen auch verschiedene Puncte der obern in den Entwurf zu bringen, wenn man sich nicht die Arbeit ohne Noth schwer machen will.

§. 476. Hieraus folgt, daß ein jedes Punct der Oberfläche der Kugel gar leicht stereographisch entworfen werden könne, wenn man nur durch dasselbe einen Verticalcirkel ziehet, und das Azimuth dieses Cirkels, samt den Abstand des Puncts von dem Zenit oder Nadir der Kugel erforschet. Ich bediene mich dieser Worte bey der Erdkugel in eben dem Verstande, in welchem sie bey dem Sternhimmel gebraucht werden, welchen wir uns einbilden, in der völligen Hoffnung,

Hofnung, daß sie ohne einer weitem Erklärung verständlich seyn werden. Ist *T. V. F. 89.* nun (*T. V. Fig. 89.*) *OANB* dieser Verticalcirkel, und in demselben *AB* die durch den Mittelpunct *C* gehende Linie, mit welcher die Fläche desselben die Fläche des Entwurfs schneidet, *O* das in das Zenit gesetzte Auge, und demnach *N* das Nadir, *P* aber das in der untern oder obern Hälfte der Kugel gegebener Punct, so ist *Q* der Entwurf desselben in der nach Nothdurft verlängerten *AB*: welches Punct *Q* demnach gefunden wird, wenn man nur *OP* verknüpft, und, wo es nöthig ist, diese *OP* bis an die verlängerte *AB* verlängert.

§. 477. Der Abstand des zu entwerfenden Puncts *P* von dem *N* ist der Bogen *NP*, dessen Hälfte den Winkel an dem Umkreise *NOP* mißt, welcher auf eben dem Bogen *NP* steht: *CQ* aber ist die Tangente des Winkels *NOP* oder *COQ*, zu dem Radius *CO*, welcher zugleich der Halbmesser der Kugel ist. Nach diesem Begriffe wird *CQ*, aus der bekanten Zahl der Grade und Minuten des Bogens *NP*, fast noch leichter gefunden: indem sie mittelst der Tafel der Tangenten durch Zahlen ausgedruckt wird, die sich auf die Einheit *OC* beziehen. Ist nun *SAMB*, (*T. V. Fig. 90.*) dessen Durchmesser dem *T. V. F. 90.* Durchmesser der Kugel ebenfalls gleich genommen worden, der in der Fläche des Entwurfs beschriebene Umkreis des Horizonts; und in demselben *SM* der Entwurf des Mittagskreises, welcher durch das Zenit geht, der Winkel *MCA* das von der Mittagsgegend *M* an gerechnete Azimuth, des Puncts *P* und des durch denselben gelegten Verticalcirkels; folgend *AB* der Entwurf dieses Cirkels, welcher in der vorigen Zeichnung gebraucht worden ist; und es wird in dieser *AB*, von dem Mittelpuncte *C* an die *CQ* der gefundenen *CQ* (*T. V. Fig. 89.*) gleich gemacht: so wird in dieser Fläche der Entwurf des Puncts *P*, *T. V. F. 89.* durch *Q* mit völliger Richtigkeit angegeben.

§. 478. Es ist aber in der Anwendung die Linie *AB*, auf welche der Entwurf *Q* fällt, selten von der *MS* verschieden, weil das Punct *P* gemeinlich im Mittagskreise liegt, welcher durch das Zenit der Kugel *O* geht; und alsdenn können die Puncte *P* der 89sten Zeichnung die Pole der Kugel seyn, da denn der Winkel *POP*, welchen die Hälfte des halben Umkreises *PNP* misst, gerade, und jede *QC* die Tangente der Ergänzung des an der andern Seite der *ON* liegenden Winkels *NOP* wird. Da auch eben der Mittagskreis *OANB*

T.V.F.90. *OANB* den Gleicher, und jeden demselben parallel gemachten Cirkel der Kugel, in zwei Hälften theilet, so daß der Durchmesser eines solchen Cirkels zugleich eine Sehne in dem *OANB* wird: so wird jeder dieser Durchmesser in der *AB* entworfen, wenn man nur für *P* seine äußersten Punkte annimt. Fällt aber in der 90sten Zeichnung *AB* nicht in *SM*, so ist sie fast immer der *SM* perpendicular, indem sie den Verticalcirkel vorstellet, welcher den Horizont in der Linie schneidet, die gerade nach Abend und Morgen gehet.

Geometrische Gründe eines stereographischen Entwurfs.

§. 479. Es sind aber zu einem vollständigen Entwurfe der Kugel nur gar wenige wie *Q* zu entdeckende Punkte nöthig. Denn gleichwie der Entwurf eines jeden in der Oberfläche der Kugel beschriebenen Cirkels, dessen Fläche durch das ins Zenit gesetzte Auge *O* gehet, immer eine gerade Linie ist; welche durch den Mittelpunkt *O* läuft, oder denselben zur Seite läßt, nachdem die *ON* in die Fläche des Cirkels fällt, oder nicht: so ist auch der Entwurf eines jeden andern in der Oberfläche der Kugel beschriebenen Cirkelkreises, dessen Fläche nemlich nicht durch *O* gehet, wieder ein dergleichen Kreis: und die Winkel, welche verschiedene solche Kreise in der Fläche des Entwurfs mit einander einschließen, sind denjenigen gleich, mit welchen die Kreise selbst einander in der Oberfläche der Kugel schneiden. Wir müssen die geometrischen Sätze erwägen, auf welche diese besondern Eigenschaften der stereographischen Entwürfe gegründet sind, samt der Anweisung dieselbe in allen Fällen wirklich auszuführen.

§. 480. Es sey ein gemeiner gerader oder schiefer Kege, vermittelt einer gerade auf seine Grundfläche fallende andere Fläche durch die Arc geschnitten: und es sey *ABC* (T.VI.Fig. 91.) das dadurch zum Vorschein gebrachte Dreieck, *BC* der Durchmesser der Grundfläche und *BDC* die Hälfte ihres Umkreises. Man theile den Winkel *BAC* in zween gleiche Theile, $BAE = EAC$, und da die Winkel bey *E*, wenn der Kege nicht gerade ist, nothwendig ungleich ausfallen: so setze man an die andere Seite der Linie *AE*, und an ein beliebiges Punkt derselben *F*, den Winkel *GFA*, welcher dem *AEC* gleich sey. Man verlängere die *GF* bis an *AC* in *H*: und schneide den Kege durch die *GH* vermittelt einer Fläche die auf *BAC* perpendicular sey. Es kan gezeigt werden, daß

daß dieses die Hälfte eines Circels GIH geben werde, dessen andere Hälfte in *T. VI. F. 91.* den andern Theil des Kegels fällt. Denn wenn durch das in der GH nach Belieben angenommene Punct K die LM der BC parallel gezogen, und der Kegel durch diese LM eben so geschnitten wird, so ist bekannt, daß die zum Vorschein gebrachte Figur LIM ein halber Circel seyn werde. Die zwei Flächen GIH , LIM aber, welche beide der ABC perpendicular sind, schneiden einander in der IK , welche sowol auf GH als auf LM senkrecht fällt. Es ist also GIH ein halber Circel, wenn zu einem jeden in der GH angenommenen Puncte K das Rechteck aus GK , KH dem Quadrate aus IK gleich ist. Nun ist aber, weil $GFA = AEC$ und $GAF = EAC$, auch der Winkel AGF dem Winkel ACE , und dem diesen ACE gleichen AML gleich, folgend $LGK = KMH$, die Linien GH aber und LM schneiden einander bey K ebenfals mit gleichen Winkeln. Es sind demnach die Dreyecke LGK und KMH dergestalt ähnlich, daß die Proportion $LK : GK = KH : KM$ ihre Richtigkeit erhält. Hieraus aber folgt $LK \times KM = GK \times KH$, und weil LIM ein halber Circel ist, so ist $LK \times KM = IK^2$, also auch $GK \times KH = IK^2$.

§. 481. Wenn die GH verlängert wird, bis sie die ebenfals verlängerte BC in N erreicht, so wird das Dreyeck FEN gleichschenklige. Denn da $GFA = FEN$, so ist auch $EFN = FEN$: und umgekehrt kan man der GH ihre rechte Lage geben, bey welcher nemlich der Winkel GFA dem AEC gleich ist, wenn man nur zu der nach Belieben angenommenen Grundlinie EF das gleichschenklige Dreyeck EFN vollendet. Werden nun die Flächen, in welchen die halben Circel BCD , GHI beschrieben sind, erweitert, bis sie einander in NO schneiden, so wird, weil die einander dergestalt schneidende Flächen beide der ABC perpendicular sind, auch diese NO sowol der BN als auch der GM perpendicular: und eine jede neue durch AE gelegte Fläche AEP , welche die erweiterte Fläche GIH in der FP , und die erweiterte BDC in der EP schneidet, bildet in der ersten das rechtwinkliche Dreyeck FNP , und in der zweiten das bey N ebenfals rechtwinkliche Dreyeck ENP , welche Dreyecke, weil $FN = EN$, und NP beiden gemeinschaftlich ist, auch bey F und E gleiche Winkel haben. Und dergestalt werden die beiden Flächen GIH , BDN von einer jeden nach Belieben durch AE gelegten geschnitten, daß nemlich die Winkel NFP , NEP oder HFP , CEP einander gleich werden.

T.VI.F.91. §. 482. Wenn nun ein Auge in A gesetzt und die Fläche GIH zur Fläche des Entwurfs gemacht wird, so ist der halbe Cirkel GIH der Entwurf des halben Cirkels BDC , und der Winkel HFP der Entwurf des Winkels CEP : woraus leicht geschlossen wird, daß bey den angenommenen Bedingungen, da nemlich das Dreyeck FNE gleichschenkligt, und also der Winkel AFG dem AEC gleich ist, der Entwurf eines Cirkels ein Cirkel, und der Entwurf eines jeden in der Fläche BDC liegenden Winkels, dessen Spitze in der AE liegt, ein Winkel von der nemlichen Größe seyn werde, dessen Spitze F nothwendig in eben die AE fällt muß, welche den Winkel BAC in seine zwei Hälften theilet. Es haben aber diese Bedingungen bey dem stereographischen Entwurfe einer Kugel immer

T.VI.F.92. statt. Denn wenn $OANB$ (*T. VI. Fig. 92.*) wieder den durch den Ort des Auges O und den Mittelpunct der Kugel C gelegten Cirkel bedeutet: indem AB in den Horizont der Kugel, und also in die Fläche des Entwurfs fällt; und es ist DE , eine der Sehnen dieses Cirkels, zugleich der Durchmesser eines andern in der Oberfläche der Kugel beschriebenen kleinern oder größern dergleichen Kreises, welche DE durch die ihr perpendicular gezogene CP in gleiche Theile zertheilet wird: so wird durch diese CP zugleich der eine Pol P des um DE beschriebenen Cirkels angegeben, und der Bogen PD dem PE gleich gemacht. Auf diesen gleichen Bogen PD , PE aber stehen die Winkel DOP , POE , mit ihren Spitzen O in dem Umkreise des Cirkels. Es sind demnach diese Winkel ebenfals gleich, und DOE wird vermittelst der OP in seine zwei Hälften getheilet. Die gerade Linie PF aber, welche den Cirkel bey P berührt, ist auf den Halbmesser CP perpendicular, und demnach der Winkel GPF um den CPG kleiner als der rechte CPF . Der OGC aber, so dem FGP gleich ist, ist einer der spitzigen Winkel des rechtwinklichten Dreyecks OCC , und also in dem gegenwärtigen Falle um den Winkel COG kleiner als der rechte. Nun ist $COG = CPG$, also auch $PGF = GPF$, das ist, das Dreyeck FGP ist gleichschenkligt; woraus folget, daß das Dreyeck HGI , dessen Seite IH der PF parallel liegt, ebenfals gleichschenkligt seyn werde. Denn für den Fall da das Punct P in den Quadranten OA genommen worden ist, wird der Beweis, nach dem gegenwärtigen, gar leicht eingerichtet.

§. 483. Bey so gestalten Sachen muß der auf die Horizontfläche zu bringende Entwurf des zu dem Durchmesser DE gehörigen Cirkels, welchen man sich

sich als die Grundfläche eines Kegels denken kan, der seine Spitze in O hat, *T.VI.F.92.* allerdings ein Cirkel seyn, dessen Durchmesser in AB zwischen den nach Nothdurft verlängerten OE und OD liegt: die Vorstellung eines jeden Winkels aber, welchen in der Fläche des zur DE gehörigen Cirkels, die Linien einschließen, in welchen diese Fläche von zwei andern durch OP gelegten geschnitten wird, muß diesem Winkel gleich ausfallen. Ja da eine jede der durch DE parallel liegende Fläche, als, die durch PF , von zweien durch OP gelegten Flächen geschnitten, einen Winkel von eben der Größe giebt: so wird auch der in die Fläche AB gebrachte Entwurf zugleich einen jeden solchen Winkel vorstellen, in welches Punct der nach Belieben verlängerten OP auch die Spitze desselben fallen mag.

§. 484. Ist nun insbesondere die der DE parallel gemachte Fläche diejenige, so durch PF gehet, und also die Kugel bey F berührt, deren Halbmesser CP auf PF , und also auch auf die Fläche senkrecht ist; und es gehen in der Oberfläche der Kugel durch den Berührungspunct P zweien Cirkelkreise, deren fortgesetzte Flächen auch die durch PF gelegte die Kugel berührende Fläche schneiden: so berührt jede dieser Schneidungslinien bey P denjenigen Cirkel, in dessen Fläche sie liegt, eben so wie die in der Fläche $OANB$ liegende PF diesen Cirkel daselbst berührt; und jede zwei solcher ihre Cirkel berührende Schneidungslinien, schließen mit einander eben den Winkel ein, welchen die Umkreise der Cirkel selbst bey P mit einander einschließen. Nun kan durch jede dieser Berührungslinien, und zugleich durch die OP , eine Fläche gelegt werden, gleichwie die Fläche $OANP$ durch die PF und zugleich durch die OP hindurch gehet. Dadurch aber wird der Winkel, welchen zwei dieser Linien mit einander einschließen, in der Horizontfläche AB entworfen; und der Entwurf wird dem entworfenen Winkel völlig gleich; woraus folget, daß auch der Winkel, welchen die Entwürfe der einander schneidenden Kreise bey G machen, demjenigen, welchen die Kreise selbst bey P einschließen, gleich seyn werde. Denn wenn die Cirkelbogen AB , CD (*T. VI. Fig. 93.*) Theile dieser Entwürfe sind, welche einander bey Q schneiden, und daselbst von den geraden Linien QE ; QF berührt werden; so ist der Winkel der Bogen DQB dem Winkel ihrer Tangenten EQF immer gleich.

§. 485. Wenn aber QG , QH die Halbmesser sind, mit welchen die Bogen AB , CD , in der Fläche des Entwurfs, um die Mittelpuncte G , H beschrieben werden

T.VI.F.93. können, so ist auch der Winkel GQH dem Winkel der Bogen BQD gleich. Denn da die Winkel GQF , HQE beide gerade sind, so muß der Winkel FQE dem Winkel GQH nothwendig gleich werden, wenn die QG , mit der daran haftenden QF aus ihrer gegenwärtigen Lage so lange um Q gedrehet wird, bis sie in QH fällt und also QF in QE zu liegen kommt. Hieraus ist der Schluß leicht zu machen: und dieser Begriff dienet zugleich den Winkel BQD , welcher eigentlich dem GQH gleich ist, von den übrigen Winkeln, welche die Bogen bey Q mit einander einschließen, zu unterscheiden: wiewol auch $AQC = BQD = GQH$. Wenn also ein Bogen AB gezeichnet ist, zusamt der Lage des Radius QG , welcher zu einem in diesem Bogen gegebenen Punkte Q gehöret; so ist es leicht durch Q einen andern Bogen CD zu beschreiben, welcher mit dem AB einen gegebenen Winkel BQD einschliesse. Man darf nur GQH dem gegebenen Winkel gleich machen, und in der QH den Mittelpunct zu dem durch Q zu beschreibenden Bogen nach Belieben annehmen. Denn jede zween durch Q beschriebene Eirkelkreise, deren einer seinen Mittelpunct in der QG hat, der andere aber den seinigen in der QH , schneiden einander bey Q mit gleichen Winkeln, so gros oder klein auch ihre Halbmesser seyn mögen, weil alle diese Kreise daselbst von eben den Linien QF , QE berühret werden: und es sind diese Halbmesser sonst zu bestimmen, wenn über dieses die Eirkel von einer gewissen Größe ausfallen sollen. Ist der Radius QG nicht gegeben, wol aber die QF , welche den mit demselben beschriebenen Bogen AQB berühret; so wird die Lage des Radius QH , welcher mit dem nicht gezeichneten QG den Winkel GQH einschließen soll, eben so leicht gefunden, wenn man nur FQH der Ergänzung des Winkels HQG oder EQF , mit welchem die Bogen bey Q einander schneiden sollen, gleich machet. Denn dadurch wird allerdings FQG ein rechter Winkel, und man kömt völlig auf das vorige zurück.

Die Ausfertigung stereographischer Entwürfe.

§. 486. Diese Sätze sind hinlänglich eine Erdkugel, zu einer jeden Erhebung des Poles derselben über ihren Horizont, auf der Fläche desselben stereographisch zu entwerfen. Man beschreibet einen Eirkel $OMNS$ (*T.VI.Fig. 94.*) von der Größe, welche der Entwurf haben soll, und theilet denselben vermittelst der SM , die durch den Mittelpunct C gehet, in zwei Hälften. Dieser Eirkel sol eigentlich den Horizont vorstellen, und SM die Linie, in welcher derselbe von dem

dem durch das Zenit und Nadir der Kugel gehenden Mittagskreise geschnitten *T.VI.F.94.* wird, die zugleich der Entwurf dieses Mittagskreises abgiebt. Man kan sich aber viele Mühe ersparen, wenn man eben den Cirkel *OMNS* auch für den Mittagskreis annimmt, indem man sich vorstellet, daß dieser so lang um die *SM* gegen den Horizont geneiget worden sey, bis er ganz in diesen gefallen ist. Denn dadurch wird es unnöthig den Mittagskreis besonders zu zeichnen, zu theilen, und die in demselben gefundene Linien in den Entwurf überzutragen. Das Punct *O*, welches den halben Umkreis *SOM* in seine zween Quadranten *SO* und *OM* theilet, ist alsdenn der zugleich in den Horizont niedergelegte Augpunct. Nun wird von *S* gegen *N*, so bey der Stellung der Kugel, in welcher man sie entwerfen will, zum Nadir gemacht worden ist, die Polhöhe des Orts, getragen, und also der Pol *P* in der Mittagsfläche angegeben, von welchem hier angenommen wird, daß er der mitternächtige sey, und der demselben gerade entgegengesetzte *Q* der mittägige. Beide Pole werden auf der zu dem Ende verlängerten *SM* entworfen, der eine vermittelst der *OP* in *H*, und der andere vermittelst der verlängerten *OQ* in *I*. Von *P* an wird der Mittagskreis in Theile von so vielen Graden getheilet, als deren zwischen jeden zween Parallelen, die man in den Entwurf zu bringen willens ist, enthalten seyn sollen; und es ist wolgethan, wenn man die Puncte dieser Theilung mit Ziffern bezeichnet, welche die Grade von *P* durch *S* bis an *Q*, und von *P* durch *M* gegen eben den Pol *Q* angeben.

§. 487. Ist nun nach dieser Vorbereitung ein Parallelcirkel zu entwerfen, derjenige zum Beispiel, welcher in der Oberfläche der Kugel um 30 Grade von dem mitternächtigen Pol entfernt ist: so werden von *O* durch die mit dieser Zahl der Grade bezeichnete Puncte *D* und *E* die Linien *OF*, *OG* gezogen, welche den Durchmesser des Entwurfs *GF*, samt seiner Lage, in der Fläche des Entwurfs bestimmen werden; so daß weiter nichts zu thun übrig bleibt, als, nachdem der Mittelpunct durch die Theilung der *GF* gefunden worden ist, denselben um diesen Mittelpunct durch *F* wirklich zu beschreiben. Dieser Punct *F* ist gemeiniglich derjenige, so in den Cirkel *OMNS* fällt, denn selten wird mehr als die untere Hälfte der Kugel in den Entwurf gebracht: da denn auch die aufer den *OMNS* fallende Theile der Kreise, welche die Parallelen vorstellen, wegbleiben müssen.

T.VI.F.94.

§. 488. Auf eben die Art wird mit allen gleichweit von P entfernten und mit eben der Zahl bezeichneten Theilungspuncten verfahren, ausser, wenn einer derselben in O zu liegen kömt. Denn wenn das Punct E mit O zusammen fällt, so wird der Cirkel von der durch diese Puncte zu ziehenden OE nicht geschnitten, sondern nur berührt, welche OE demnach der SM parallel läuft, und diese nirgends erreicht. Es wird also hier nur das einzige Punct F entdeckt, der Entwurf aber des Parallelen, welcher durch O gehet, wird eine gerade Linie, und durch dieses F der SM perpendicular. Weil jeder der in den halben Umlreis PSO gebrachten Theile immer weiter und weiter getheilet werden kan, bis endlich ein Theilungspunct in O fällt, so kan man sich diese gerade Linie auch in den Fällen, da sie nicht gezeichnet werden darf, doch immer vorstellen: da denn leicht einzusehen ist, daß die Entwürfe der übrigen Parallelkreise, welche an den verschiedenen Seiten S und M dieser geraden Linie liegen, sich auch nach verschiedenen Seiten krümmen werden.

§. 489. Damit nun auch die übrigen Mittagskreise vorgestellt werden können, welche durch die Pole der Kugel gehen, und daselbst, mit den in SM entworfenen, Winkel von einer angenommenen Größe einschließen: so wird die HI deren äußerste Puncte die Vorstellungen der beiden Pole P und Q sind, in zwey gleiche Theile getheilet, und durch die also gefundene Mitte K die KL derselben perpendicular gezogen, welche nach beiden Seiten nach Nothdurft zu verlängern seyn wird. Bedeutet nun a den Winkel, welchen jeder der zu entwerfenden Mittagskreise mit dem ihn zunächst liegenden einschließet, welcher a gemeinlich durch eben die Zahl der Grade gemessen wird, um welche jede zweyen der entworfenen Parallelcirkel von einander absehen, so wird gemacht $HK : KR = 1 : \tan a$, $HK : KT = 1 : \tan 2a$ u. s. f. Die dergestalt gefundenen Puncte K, R, T , werden die Mittelpuncte der Entwürfe der Mittagskreise seyn, welche sämtlich durch die Entwürfe der Pole H und I gehen müssen, und also so, wie mit VX geschehen ist, dessen Mittelpunct in T fällt, beschrieben werden können. Denn die gerade Linie HI , welche eigentlich der Entwurf des von P durch N nach Q gehenden Mittagskreises ist, kan auch als diejenige angesehen werden, welche diesen Entwurf bey H berührt, und mit dieser Berührungslinie schließet der Halbmesser HT den Winkel KHT ein, welcher demnach das Complement des XHK seyn wird, welchen der mit diesem Halbmesser beschriebene Bogen VX bey

bey H mit der HK einschließt. Hieraus wird der Schluß leicht gezogen, wenn *T.VI.F.94* man nur erweget, daß der Unterschied der Complementary zweener spitziger Winkel, immer zugleich der Unterschied der Winkel selbst sey. Mit den Entwürfen der übrigen Mittagskreise, deren Mittelpuncte gefunden werden, wenn man auf die an die andere Seite der HI verlängerte KL , die KR , KT , etc. über trägt, hat es eben die Bewandniß. Der Winkel, welchen jeder dieser Entwürfe mit dem ihm zunächst liegenden bey H einschließt, bekommt also immer die Größe des a , welche er haben soll.

§. 490. Alles dieses noch mehr zu erleutern wird in der 95ten *T.VI.F.95* Zeichnung ein vollständiger Entwurf dieser Art vorgestellt, zu welchem die Polhöhe 30° gewählt worden ist, weil bey denselben alle Gestalten vorkommen, welche die Entwürfe der Parallelen des Gleichers haben können. Dieses giebt ein Netz zu einer Abbildung der halben Oberfläche der Erde, in welches auch die beiden Wendkreise, samt den Polkreisen gebracht werden können, und in welchem jeder Mittagskreis für den ersten angenommen werden kan. Sollen nun in ein dergleichen Netz die verschiedenen Städte und Länder, samt den übrigen in eine Landkarte gehörigen Dingen gebracht werden: und man hält sich genau an die gegebenen Begriffe, nach welchen die zu entwerfende Hälfte des Erdbodens zur untern gemacht, und das Auge in das Zenit der Kugel gesetzt wird; so kommen bey der Lage des Netzes, in welcher es gezeichnet ist, die Abendländer zur rechten, und die Morgenländer zur linken zu liegen. Es konnte aber bey einer dergestalt gezeichneten Karte die von einer so ungewöhnlichen Lage zu befürchtende Verwirrung vermieden werden, wenn man dieselbe durchsichtig machte, und hernach umkehrte, und dieses ist der Begriff, welchen man sich von den auf stereographische Netze gegründeten Vorstellungen der halben Oberfläche der Erde, oder einiger kleinern Theile derselben, wie sie wirklich gezeichnet werden, machen muß, wenn alles aufs genaueste soll genommen werden. Die Entwürfe der Halbkugeln, welche in den Samlungen von Landkarten gemeinlich zu erst erscheinen, sind von dieser Art, und es ist bey denselben der erste Mittagskreis in die Fläche des Entwurfs gebracht worden, welche wir immer auch den Horizont der Kugel genennet haben, in welchem demnach auch die beiden Pole kommen mußten. Der Gleichere gehet nun durch den Ort des Auges, und wird von einer durch den Mittelpunct des Horizonts gezogenen geraden Linie vorgestellt, Gemeinlich sind

T.VI.F.95. sind auf eine solche Karte noch zween andere Abbildungen gezeichnet, zu welchen der Gleicher in die Fläche des Entwurfs gebracht worden ist, so daß zu der einen der eine Pol, und zu der andern der andere, in das Zenit, als den Ort des Auges, fallen mußte, wodurch die Vorstellungen aller Mittagskreise gerade Linien werden. Das stereographische Netz für ein Land, welches einen beträchtlichen Theil des Erdbodens ausmachet, ist ein Theil eines nach den gegebenen Gründen, in der gehörigen Größe, entworfenen Netzes, zu welchen die Polhöhe derjenigen, welche in der Mitte desselben Landes bemerkt wird, gleich genommen, und der erste Mittagskreis so gesetzt worden ist, daß eben die Mitte des Landes auch benähe die Mitte der Karte werden mußte. Dergleichen große Netze sind durch die bloße geometrische Zeichnung schwerlich zu wege zu bringen. Sie müssen wol ganz oder zum Theil berechnet werden; und dazu ist die Anweisung aus den Sätzen, auf welche man sich bey der Zeichnung gründet, herzuleiten.

Ein besonderer Entwurf.

§. 491. In der Sternkunde werden noch andere Entwürfe der Punkte und Linien, die wir uns auf der Oberfläche der Erde vorstellen, gebraucht, die sich zum Theil auch bey der Sonne und andern himmlischen Körpern anwenden lassen; unter welchen der nachfolgende eine vorzügliche Betrachtung verdienet.

T.VI.F.96. In *O* (*T. VI. Fig. 96.*) ist ein Auge, welches nie aus der Fläche weicher, in welcher es sich samt einer von demselben entfernten geraden Linie *PQ* befindet. Diese Fläche *OPQ* wird als unbeweglich angesehen, wie sie sich auch wirklich bewegen mag. Die *PQ* aber ist die Are einer völlig runden oder bey ihren Polen *P, Q* zusammengedruckten Kugel, um welche sich diese, in Absicht auf die als unbeweglich angenommene Fläche *OPQ*, mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit, herumbrehet. Wird nun der Ort des Auges *O* mit dem Mittelpunkte der Kugel *C* verknüpft, so wird diese dem Auge, wo nicht genau, doch ohngefahr als eine Scheibe vorkommen, die ihren Mittelpunkt in der *OC* hat, welche der Fläche der Scheibe perpendicular ist. In dieser Scheibe nun, so durch *AB* vorgestellt werden kan, wird ein in der Oberfläche der Kugel angenommenes Punkt *D*, welches bey dem Drehen derselben wirklich den Umkreis eines Circels beschreibet, eine gerade oder krumme Linie zu beschreiben scheinen, deren Känntniß, samt der Weise, sie im kleinen zu zeichnen, verlangt wird.

§. 492. In der Anwendung ist OC fast immer so gros, daß die von $T.VI.F.96.$ O an die verschiedene Punkte der Kugel PDQ gezogene gerade Linien als völlig parallel angesehen werden können, und es ist nicht nöthig, daß wir uns auf andere Fälle einlassen. Ist alsdenn das Auge O ganz ohne Bewegung, so daß der Winkel OCP immer derselbe bleibt, so wird der verlangte Entwurf des von D beschriebenen Circels orthographisch, und demnach, nach der verschiedenen Lage der OC in Ansehung der Ase PQ , eine gerade Linie, ein Circel oder eine Ellipse. Wir haben aber dem Auge O nicht alle Bewegungen entzogen; sondern ihm diejenige, mit welcher es in der Fläche OPQ von einem Punkte zu dem andern gehen, und dadurch den Winkel OCP ändern kan, gelassen. Hat aber das Auge eine dergleichen Bewegung, so kan auch die Fläche des Entwurfs AB nicht immer dieselbe bleiben. Sie ist mit der Linie OC unbeweglich verknüpft, und es kan der Winkel OCP nicht verändert werden, wenn die Neigung der AB gegen die Ase PQ die vorige bleiben soll. Alsdann aber wird auch der Entwurf des von D beschriebenen Circels, in der also bewegten Fläche AB , nothwendig geändert. Bey dem allen wird sich auch in dem Falle, da der Winkel OCP verändert, und als veränderlich betrachtet wird, der verlangte Entwurf auf der Fläche AB verfertigen lassen, wenn wir nur in dieser Fläche, ohngeachtet ihrer Bewegung, den Ort zu entwerfen wissen, in welchem sich D zu einer gewissen Zeit befindet. Denn es ist klar, daß die durch eine hinlängliche Zahl solcher Punkte gezogene Linie, den verlangten Entwurf des von D beschriebenen Circels geben werde. Wir wollen die Anwendung nur auf unsere Erde machen, weil diese vorzüglich gebraucht wird, wenn O den Mittelpunct der Sonne vorstellet. Alsdann ist BDA der erleuchtete Theil der Erdkugel und AEB der finstere: so daß die Fläche des Entwurfs zugleich die Gränze giebt, welche diese zwei Hälften von einander absondert. Die Fläche OPQ aber giebt eine allgemeine Mittagsfläche für alle Orte des Erdbodens ab, deren jeder in dem Augenblicke, in welchem er sich in dieser Fläche befindet, Mittag oder Mitternacht rechnet: welches wir alles umständlich gesehen haben.

§. 493. Es sey *page* ($T.VI.Fig. 97.$) die Gestalt der durch ihre Ase $T.VI.F.97.$ pq geschnittenen Erde; woben angenommen wird, daß die Fläche des Schnitts durch den Mittelpunct der Sonne gehe, und daß sich dieser Mittelpunct beständig in derselben aufhalte, ob wol der Winkel SCP , welchen die von dem Mittelpuncte

Mm

der

274 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T.VL.F. 97. der Erde C nach demselben gezogene Linie CS mit der Arc pq einschliesset, mit der Zeit geändert wird, welches alles wir uns auch in dem vorhergehenden so vorgestellt haben. Die Linie ae sey der Durchmesser des Gleichers, und L ein in der Oberfläche der Erde angegebener Ort, welcher für einen gewissen Zeitpunkt in eine der Ebenen zu entwerfen ist, auf welche SC perpendicular fällt. Wird nun LB dem Umkreisse der Erde pqa bey L perpendicular gemacht, und bis an den Durchmesser des Gleichers verlängert, wie auch CL gezogen: so ist aBL die Polhöhe oder Breite des Orts L , und wir haben (271. 272) gesehen, wie aus denselben der Winkel aCL , und der Radius CL zu bestimmen sind, welche demnach, zusamt dem Winkel LCP , welcher jenen aCL ergänzet, ebenfals als bekannt angesehen werden müssen. Man beschreibe, grösserer Deutlichkeit wegen, um C mit dem Radius CL den Cirkel $PAQE$, der eine Kugel vorstellen soll, in deren Oberfläche sich L ebenfals befinden wird, und ziehe DCF auf SC perpendicular, welche die Fläche des Entwurfs eben so gut vorstellen kan, als eine jede andere, die ihr parallel liegt.

§. 494. Da wir uns die Sonne in der verlängerten CS vorstellen, so ist ACS die Abweichung derselben von dem Gleichers, und dieser Winkel ist dem PCF gleich, welcher demnach die Abweichung ebenfals angeben wird. Bliebe dieser Winkel einen Tag lang unverändert, so wäre der Entwurf des Cirkels, welchen L an diesem Tage um die Arc PQ beschreibe, eine Ellipse, deren kleinere Arc in CF fällt, die grössere aber dieser CF perpendicular ist. Da aber wirklich der Winkel PCF einer beständigen Veränderung unterworfen ist, so kan die zu einer gewissen Grösse desselben entworfen Ellipse den von L beschriebenen Cirkel nur in so ferne vorstellen, als man die von dieser Veränderung herrührende Fehler in keine Betrachtung ziehet, welche in der That in einer Zeit von weniger als einer Stunde klein genug sind. Wird nun LI auf die Arc PQ perpendicular gezogen, von welcher sie bey K in zwei Hälften getheilet wird: so ist LI der Durchmesser des zu entwerfenden Cirkels, und K sein Mittelpunct. Wenn also der Radius CL zur Einheit angenommen, und der Kürze wegen der Winkel LCP durch P , die Abweichung der Sonne aber $ACS = PCF$ durch D bedeutet wird, so hat man sogleich $LK = \sin P$, und diese LK ist zugleich die Hälfte der längern Arc der zu beschreibenden Ellipse, welche demnach bey jeder Veränderung des Winkels D einerley bleibt, sowol als $CK = \cos P$. Denn der Winkel PCL ist unveränderlich.

§. 495. Läßet man aber auch aus K , L und I auf DF die Perpen- T.VI.F.97
dicularlinien KO , LM und IN fallen, so ist O der Entwurf des Mittelpuncts
 K des zu dem Durchmesser LI gehörigen Kreises, und MN der Entwurf dieses
Durchmessers, von welchem wir wissen, daß er die kleinere Axe der Ellipse abgiebt,
welche demnach sich von M bis an N erstreckt. Da also $1 : \cos D =$
 $CK : CO = \cos P : CO$, so wird $CO = \cos D \cdot \cos P$. Und da in
den rechtwinklichten Dreiecken KCG , MLG , welchen der Winkel KGO
gemeinschaftlich ist, auch die Winkel KCG , MLK einander gleich sind,
und also $MLK = D$; so ist auch $1 : \sin D = LK : MO = \sin P : MO$,
welches man leicht sieht, wenn man sich durch K eine Linie der MO parallel an
die LM gezogen vorstellt. Demnach ist $MO = \sin P \cdot \sin D$, und eben so
groß ist auch ON ; woraus die $CM = CO - OM$ und $CN = CO + ON$
leicht zu berechnen sind, wenn man sie besonders haben will. Da aber auch die
Winkel $LCF = P + D$, und $ICF = P - D$ bekant sind, und CL der
Radius ist, so werden diese letztern Linien, durch $CM = \cos(P + D)$ und CN
 $= \cos(P - D)$, sogleich gegeben; und es kan aus denselben $MN = CN -$
 CM , und $MO = ON = \frac{1}{2}CN - \frac{1}{2}CM$ geschlossen werden; wie auch $CO =$
 $\frac{1}{2}CN + \frac{1}{2}CM$. Endlich giebt die Proportion $\cos PCF : 1 = CK : CG =$
 $\cos P : CG$ diese $CG = \frac{\cos P}{\cos D}$.

§. 496. Die durch das zuletzt bestimmte Punct G in der Fläche des Entwurfs
der CF perpendicular gezogene Linie ist diejenige, in welcher die Fläche des von
dem Puncte L beschriebenen Kreises die Fläche des Entwurfs schneidet. Sie thei-
let also diesen Kreis meistens in zween ungleiche Theile, deren einer von der
Sonne erleuchtet wird, der andere aber im finstern lieget, und schneidet zugleich
den Entwurf desselben so, daß der eine Theil den erleuchteten Theil des Kreises,
und der andere den finstern vorstellt. Der erleuchtete Theil des von L beschrie-
benen Kreises, wird auch in der Fläche der gegenwärtigen Zeichnung, durch LG
vorgestellt, und der verfinsterte durch GI (448), aus welcher demnach leicht zu
sehen ist, welcher von den Theilen der also durchschnittenen Ellipse, die den Ent-
wurf des Kreises in der Fläche DF abgiebt, den Weg vorstellen werde, welchen
das Punct L am Tage oder in der Nacht machet. Und nun haben wir alles, so
zur Beschreibung der Ellipse nöthig ist, die den Weg des Puncts L rings-um die
Axe PQ mit einer vollkommenen Richtigkeit vorstellen würde, wenn D unbedän-

276 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T.VI.F.97. derlich wäre, und also die durch *DF* vorgestellte Fläche des Entwurfs immer eben die Lage behielte.

T.VI.F.98. §. 497. In der 98ten Zeichnung erscheint diese Ellipse so, wie sie durch die bisher betrachtete 97ste Figur bestimmt wird, und eben die an die *CF* beider Zeichnungen gesetzte Buchstaben bedeuten einerley Punkte, indem auch die *LI* einander gleich sind. Die durch *G* der *CF* perpendicular gezogene Linie *OcOr* aber schneidet die Ellipse in die zwey Theile, *OcMOc*, und *OrNOc*, deren ersterer bey der angenommenen Breite des Orts *L*, und der Abweichung der Sonne *D*, den Theil des Weges vorstellet, welchen dieser Ort am Tage macht, der zweite *OrNOc* aber denjenigen, welchen er in der Nacht beschreibt: so daß, bey dem angenommenen Orte des Auges in dem Mittelpuncte der Sonne, wenn *F* gegen Mitternacht gerichtet wird, *Oc* das Punct seyn wird, bey welchem der Ort *L* aus dem verfinsterten Theile der Erdkugel in den erleuchteten übergeheth, und also die Sonne aufgehen siehet, *Or* aber derjenige, bey welchem er in den finstern Theil der Erdkugel eintritt, und die Sonne sich unter seinem Horizonte verbirget. Hieraus folget, daß die rings um die Erde gehende Gränzlinie, welche zu derselben Zeit den erleuchteten Theil ihrer Oberfläche von dem verfinsterten absondert, durch die Punkte *Oc* und *Or* gehen werde: die also von dem Umkreise eines um *C* durch diese Punkte *Oc* und *Or* beschriebenen Circels nicht weiter abweichen wird, als die Erde von der Gestalt einer genauen Kugel abweichet. Eben dieser Umkreis wird auch die Ellipse bey *Oc* und *Or* berühren, wie man leicht siehet.

Der Entwurf eines Orts für jeden Zeitpunkt.

§. 498. Um nun in dieser Ellipse den Entwurf des Puncts zu finden, in welchem sich der auf der Oberfläche der Erde angegebene Ort in einem gewissen Zeitpuncte wirklich befindet, welchen wir größerer Deutlichkeit wegen in eine der Nachmittagsstunden setzen wollen: so beschreibe man um den Mittelpunct der Ellipse *O* mit der Defnung *OL* einen Circel. Dieser wird derjenige seyn, welchen das Punct *L* der 97sten Zeichnung wirklich um *K* beschreibt, wenn die Abweichung der Sonne *D* an dem Tage, an welchem dieses geschieht, als unveränderlich betrachtet wird: und der durch *L* bedeutete Ort wird seinen Mittag haben, wenn er sich in dem Puncte befindet, welches, wie *H*, den halben Umkreis *LHI* in seine zweyen Quadranten *LH* und *HI* theilet. Wird also der Bogen *HT* demjenigen gleich gemacht, welchen das Punct *L* in der vom Mittage an bis an den gegebenen Zeitpunkt verfloßnen Zeit zurücklegen muß, wenn

es an dem angenommenen Tage mit einer gleichförmigen Bewegung ganz herum. *T.VI.F.98.* können soll; so ist die verlangte Vorstellung leicht zu finden. Man darf nur *TZ* der *HC* parallel ziehen, welche den Theil der Ellipse *LMI* in dem verlangten Punct *P* schneiden wird (33). Es wird aber der Bogen *HT* leicht gefunden, wenn auch hier für jede Stunde der wahren Zeit, welche das Punct braucht aus *H* in *T* zu kommen, 15 Grade, gerechnet werden.

§. 499. Man siehet leicht, daß wenn der Zeitpunkt vor Mittag gegeben wird, der Bogen, welchen das Punct *L*, in der von diesem Zeitpuncte an bis an den wahren Mittag verfließenden Zeit, beschreibt, von *H* nach *L* getragen, und übrigens wie vorher verfahren werden müsse. Wenn also der halbe Umkreis *LHI* von funfzehn zu funfzehn Graden getheilet, und jeder Theilungspunct so gebraucht wird, wie bey *T* geschehen ist: so wird die ganze Hälfte *LMI* mit Puncten versehen, welchen die Zahlen beygeschrieben werden können, die da anzeigen, zu welcher Stunde des Tages sich der angegebene Ort gerade über jeden derselben befindet. Eben die der *HC* parallel gezogene Linien, welche diese Stundenpuncte geben, theilen auch die andre Hälfte der Ellipse *LNI* dergestalt in Stunden, und es ist leicht zu sehen, wie man verfahren müsse, wenn diese Stunden weiter getheilet werden sollen. Alsdenn siehet man auch die wahre Zeit des Aufgangs der Sonne bey *Oc*, und ihres Untergangs bey *Or*. Gemeiniglich sind nur diejenigen Stundenpuncte von Nutzen, welche zwischen diese Puncte *Oc* und *Or* fallen, und zu der Zeit gehören, in welcher sich der Ort *L* in der erleuchteten Hälfte des Erdbodens befindet.

§. 500. Ist nun die Abweichung der Sonne *D* genau dieselbige, welche sie in dem gegebenen Zeitpuncte, zu welchem der Entwurf *P* gehöret, wirklich hat, so wird auch dieses Punct mit völliger Richtigkeit bestimt: die übrigen Puncte der Ellipse *LMIN* aber weichen von der genauesten Wahrheit desto mehr ab, je grösser der zwischen derselben und dem Puncte *P* liegende elliptische Bogen ist: wovon die Ursache in der Veränderung der *D* lieget. Wolte man die äußerste Strenge beobachten, so müsten wenigstens alle übrige Stundenpuncte durch ihre besondere *D* bestimmet werden; und dieses ist eben so schwer nicht, wenn man sich zu dieser Bestimmung der Rechnung bedienet, zu deren Behuf durch *C*, den Mittelpunct der Erde, in der Fläche des Entwurfs *RC* auf die Mittagslinie *CH* perpendicular gezogen ist.

§. 501. Bedeutet nun *T* den Bogen *HT*, der den Winkel *HOT* misset, und durch den zwischen dem Augenblicke des wahren Mittags und dem gegebenen Zeitpuncte verfließenden Zeitraum immer gegeben wird, so ist $1 : \sin T =$

278 Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

T.VI F. 98. OT oder $OH = OL : OV = \sin P : OV$, also $OV = CX = \sin P \cdot \sin T$, welche CX demnach bloß durch den Zeitwinkel T und den beständigen Winkel P gegeben wird, ohne daß D in denselben einigen Einfluß hätte. Ferner ist $1 : \cos T = OT : TV$, und, wie wir oben gesehen haben, $HO : NO = 1 : \sin D$. Es ist aber auch $HO : NO = TV : ZV$, also $1 : \sin D = TV : ZV$; demnach, wenn man diese Proportion mit der vorigen $1 : \cos T = OT : TV$ zusammen nimmt, $1 : \sin D \cdot \cos T = OT : ZV = \sin P : ZV$, also $ZV = VP = \sin P \cdot \sin D \cdot \cos T$.

§. 502. Die Rechnung, welche die erste dieser Vorschriften $CX = \sin P \cdot \sin T$ erfordert, ist leicht genug: die letztere wird dadurch etwas schwer, daß CO für jede Abweichung der Sonne berechnet werden muß, ehe man LI ziehen, und die VP oder VZ anbringen kan. Es kan aber diese Arbeit merklich erleichtert werden. Denn da $MO = \sin P \cdot \sin D$, so ist $MO - VP = \sin P \cdot \sin D - \sin P \cdot \sin D \cdot \cos T = \sin P \cdot \sin D (1 - \cos T)$, und eben so groß ist auch $ON - VZ$. Nun aber ist leicht zu erweisen, daß bey einem jeden durch T bedeuteten Bogen oder Winkel die Gleichheit $1 - \cos T = 2 (\sin \frac{1}{2} T)^2$ statt habe. Dadurch aber wird $\sin P \cdot \sin D (1 - \cos T) = 2 \sin P \cdot \sin D (\sin \frac{1}{2} T)^2$, und dieses letztere läßt sich durch die Logarithmen berechnen. Ist aber $MO - VP$ oder $ON - VZ$ dergestalt gefunden worden, so wird $XP = XV - VP = CM + MO - VP = CM + 2 \sin P \cdot \sin D (\sin \frac{1}{2} T)^2$, und $XZ = XV + VZ = CN - NO + VZ = CN - 2 \sin P \cdot \sin D (\sin \frac{1}{2} T)^2$, in welchen Vorschriften CM, CN fast keine weitere Schwürigkeit machen, da $CM = \cos (P + D)$ und $CN = \cos (P - D)$, ohne einige Rechnung, durch die Tafel gegeben werden. Durch die beiden Linien CX und XP aber, oder CX und XZ werden die Punkte P und Z allerdings gegeben.

§. 503. Die Linie GO_r oder GO_c wird gefunden, wenn man in dem Ausdrucke $CX = \sin P \cdot \sin T$, den Buchstaben T den Bogen bedeuten läßt, welchen der angenommene Ort in der Hälfte des Tages oder der Hälfte der Nacht beschreibt, welchen zu finden, an seinem Ort (453) gemessen worden ist. Denn dadurch wird allerdings $CX = GO_r$, weil $MIOr = MLO_c$ den halben Tagesbogen und $NO_r = NO_c$ den halben Nachtbogen vorstellt. Auf diese Art wird zwar die Linie $MINL$ aufs richtigste herausgebracht werden, deren Ende an ihren Anfang, welcher zum Beispiel bey N genommen seyn mag, nicht anschließen kan,

wenn

wenn die Abweichung der Sonne D sich in der Zeit des natürlichen Tages, für *T.VI.F.98* welchen der Entwurf verlangt wird, merklich geändert hat. Denn weil der Anfang des nachfolgenden Tages mit dem Ende des vorhergehenden in jeder Absicht einerley ist: so muß, wenn der Weg, welchen das in der Oberfläche der Erde angenommene Punct L an etlichen auf einander folgenden Tagen um deren Art beschreibt, nach diesen Gründen entworfen werden soll, ein einziger krumlinichter Zug entstehen, welcher sich zwar für jeden Tag, beynähe wie eine Ellipse, umschlinget, aber keinesweges eine wahre Ellipse ist. Es ist aber gar selten nöthig so gar genau zu verfahren: zumalen, wenn sich die Abweichung der Sonne an dem gegebenen Tage nicht sehr ändert, oder der Weg nur vor einige Stunden zu entwerfen ist. In diesem Falle wird immer nur die Ellipse beschrieben, welche die wahre Vorstellung seyn würde, wenn in dem angenommenen Zeitraume die Abweichung der Sonne vollkommen dieselbe bliebe, welche sie beym Anfange oder Ende, oder besser, im Mittel derselben hatte: und man bedienet sich bey der Beschreibung dieser Ellipse nicht einmal immer der Rechnung, sondern bringt dieselbe durch die bloße Zeichnung heraus.

Entwurf der Stundenkreise.

§. 504. Wenn zu einer hinlänglichen Anzahl in der Oberfläche der Erde angenommener Dertter L , die sämtlich sich in eben dem Mittagskreise befinden, und also bey verschiedenen Breiten eben die Länge haben, die Puncte P gefunden werden, über welchen sich jene Dertter in eben dem Zeitpunkt befinden, so zum Beispiel das Ende der zweiten Stunde nach Mittag seyn mag: so wird die zu diesem Zeitpuncte gehörige Stundenlinie von dem einen Pole bis zum andern entworfen, wenn man alle diese Puncte P mit einander verknüpset, und durch die zugleich gefundene Puncte Z wird dieser Entwurf ferner von dem letztern Pole bis an den erstern fortgesetzt. Stellet man sich aber die Erde als eine vollkommene Kugel vor, so wird die dergestalt zu verzeichnende Linie der orthographische Entwurf eines Circels, und also eine Ellipse, welche durch die Entwürfe der beiden Pole geht. Denn die Fläche des dergestalt entworfenen Stundenkreises schneidet die mit dem Durchmesser DF beschriebene Scheibe $AFBD$ (*T. VI. Fig. 99.*), deren Umlreis die von der Sonne erleuchtete Hälfte des Erdbodens von der finstern absondert, in einem ihrer Durchmesser AB , welcher zugleich die grössere Ase der Ellipse $APBQ$ ist, und die Ellipse in ihre zwey Hälften theilet, deren eine den erleuchteten, die andere aber den finstern Theil des Stundenkreises vorstellet. Wenn nun in der Scheibe $AFBD$

T.VI.F.99. *AFBD* auch nunmehr *DF* die Mittagsfläche vorstellt, von welcher angenommen wird, daß sich die Sonne beständig in derselben aufhalte, und es sind *P*, *Q* die in dieser *FD* entworfene Pole, *P* der erleuchtete und *Q* der finstere: die angenommene Stunde aber ist noch immer die zweite nach Mittag, so ist *AC* die zweite Stundenlinie zu einer in der Fläche *AFBD* zu beschreibenden Sonnenuhr, deren Mittelpunkt in *C* fällt, die Polhöhe aber der Abweichung der Sonne *D* gleich ist. Dieses siehet man aus demjenigen, so von den Sonnenuhren gesagt worden ist, gar leicht ein, insonderheit wenn eine Erdkugel zu Hülfe genommen wird, deren Pol um *D* über ihren Horizont erhöht worden ist, damit dieser Horizont die Fläche des Entwurfs vorstellen möge. Es wird also der Winkel *FCA*, und ein jeder anderer dergleichen, auf eben die Art gefunden, wie zu einer Sonnenuhr, auf deren Fläche die Fläche des Mittags senkrecht fällt, ein jeder Stundenwinkel gefunden wird, indem man sich nehmlich der Proportion $1 : \sin D = \tan T : \tan FCA$ bedienet, in welcher die Buchstaben *D*, *T* noch immer die erklärte Bedeutung haben. Denn *D* ist hier die Polhöhe der Uhr, und *T* der Winkel, welchen die Fläche des zu entwerfenden Stundenkreises mit der Mittagsfläche einschließt. Die vollständig beschriebene Sonnenuhr giebt diese Linien *AB* alle.

§. 505. Da nun die Ellipse durch die beiden Pole *P* und *Q* gehen muß: so kan, nachdem die grössere Ase derselben *AB* richtig gezogen ist, aus einem der Pole *P* die *PE* derselben senkrecht gemacht, und bis an den Cirkelkreis *AFBD* in *G* verlängert werden, welches die Linien *PE*, *GE* beide bekant machet. Es verhält sich aber *PE* zur *GE*, wie die kleinere Ase der Ellipse zur grössern, und wie die Hälfte der kleinern zu der Hälfte der grössern: demnach fehlet weiter nichts, so zur Beschreibung derselben *APBQ* erfordert wird. Eben diese Verhältniß der kleinern Ase der Ellipse zu der grössern wird auch entdecket, wenn man den Winkel suchet, welchen die Fläche des zu entwerfenden Stundenkreises mit der Fläche des Entwurfs einschließt. Denn es verhält sich die grössere Ase zu der kleinern wie der Radius zum Cosinus dieses Winkels (29). Einige weitere Aufmerksamkeit aber kan zeigen in wieferne eben diese Anweisung gebraucht werden könne, wenn vorausgesetzt wird, die Erde sey bey ihren Polen dergestalt zusammengedrückt, daß alle Durchschnitte derselben, welche durch die Ase geschehen, gleiche Ellipsen geben.



Der
Astronomischen Vorlesungen
 achter Abschnitt.

Von dem Monate, dem Monde, dessen Schatten,
 und dem Schatten der Erde.

Von dem bürgerlichen Jahre.

§. 506.

Sob zwar die Wiederkehr der Jahreszeiten an einem jeden Orte des Erdbodens sich nach dem tropischen Jahre richtet, welches zugleich auf die Eintheilung der Oberfläche unserer Erde den angezeigten Einfluß hat, wodurch viele unserer Verrichtungen an dieses Jahr gebunden werden: so ist doch dasselbe im bürgerlichen Leben nicht in der völligen Strenge zu beobachten, da es aus keiner ganzen Zahl von Tagen bestehet, sondern über 365 noch beynah den vierten Theil eines Tages enthält. Man würde, nachdem man ein Jahr mit dem Anfange des bürgerlichen Tages, in der Mitternachtstunde angefangen hätte, das darauf folgende ohngefähr um 6 Uhr früh, das nächste um Mittag, und das dritte um beynah 6 Uhr Abends anfangen müssen, wovon die Unschicklichkeit sogleich in die Augen fällt. Das bürgerliche Jahr muß immer mit dem Tage zugleich angehen, wobey die alzu starke Abweichung desselben von dem tropischen nicht anders vermieden werden kan, als wenn, so oft es nöthig ist, ein ganzer Tag eingeschaltet, und dadurch das Jahr um einen Tag länger gemacht wird. Wenigstens ist diese Einschaltung das bequemste Mittel, welches gehörig angewendet, die Abweichung so klein macht, als sie nur werden kan: und man siehet leicht, wie bey dieser Einschaltung zu verfahren wäre, wenn das tropische Jahr wirklich aus $365\frac{1}{4}$ Tagen bestünde. Da alsdann das Ende des vierten Jahres, welches zugleich der Anfang des fünften ist, wieder in die Mitternachtstunde fallen würde, so dürfte man

T.VLF.99. man nur diesem vierten Jahre einen Tag mehr, und also 366 Tage geben, um den Anfang des bürgerlichen Jahres wieder in den Zeitpunkt zu bringen, bey welchem das tropische den seinigen nimt. Drey gemeine Jahre mit dem darauf folgenden Schaltjahre würden die ganze Verbesserung ausmachen. In der That hat Julius Cäsar, bey seiner Berichtigung des römischen Calenders, diese sehr einfache Einschaltung beliebt; dieselbe ist, vornehmlich in den Abendländern, beynahe 1600 Jahr lang überall gebraucht worden, und wird noch jetzt von denen beygehalten, die sich zu der griechischen Religion bekennen.

§. 507. Da aber das tropische Jahr die angenommene Größe nicht hat, sondern mit viel größern Rechte nur auf 365 Tage 5 Stunden und $48\frac{1}{4}$ Minuten gesetzt wird: so konnte diese Einschaltung den vorgesezten Zweck nicht völlig erreichen, und das julianische Jahr musste mit der Zeit weit genug von dem tropischen abweichen. Der Ueberschuß desselben über das tropische Jahr, wie es hier ange-
setzt wird, beträgt $11\frac{1}{4}$ Minuten. Diese geben in vier Jahren 45 Minuten oder $\frac{3}{4}$ Stunden, welche über die Gebühr eingeschaltet werden, und diese $\frac{3}{4}$ Stunden machen nach 32 Schaltjahren, da sie zwey und dreyßigmal eingeschaltet worden sind, genau einen natürlichen Tag aus, welcher demnach hätte weggelassen, und das zwey und dreyßigste Schaltjahr zu einem gemeinen gemacht werden sollen. Da dieses nicht geschehen ist, so musste nach jeden 128 Jahren der Anfang des julianischen Jahres um einen ganzen Tag später fallen, als der Anfang des tropischen.

§. 508. Der römische Bischof Gregorius hat im Jahre 1582 diesen Fehler verbessert, indem er, mit Auslassung ganzer zehn Tage, welche seit der nicäischen Kirchenversammlung zu viel eingeschaltet waren, den 15 October dieses Jahres unmittelbar auf den vierten folgen ließ. Er verordnete überdieses, daß zwar jedes vierte Jahr, nach wie vor, ein Schaltjahr seyn sollte, doch aber mit Auslassung dreyer Schalttage aus vierhundert Jahren, welche er so vertheilte, daß er die Jahre 1700, 1800, 1900 zu gemeinen, das Jahr 2000 aber wieder zu einem Schaltjahre machte: und in dieser Ordnung sollte es immer fortgehen. Dieses ist das gregorische Jahr, nach welchem sich gegenwärtig fast ganz Europa richtet.

§. 509. Es sind in der That die Fehler dieser Einschaltung gering genug. *T.VI.F.99.* Da bey der angenommenen Grösse des tropischen Jahres in 128 Jahren 31 Tage eingeschaltet werden müssen, so kommen derrer auf vierhundert Jahre $96\frac{7}{8}$, statt welcher in dieser Zeit wirklich 97 eingeschaltet werden, welches um $\frac{1}{8}$ eines Tages, das ist, um 3 Stunden zu viel ist. Da nun diese 3 Stunden achtmal genommen wieder einen Tag geben, so folgt, daß die Gregorianer in dem Zeitraum 400 achtmal genommen, oder in 3200 Jahren, einen Tag zu viel einschalten, und also jedes vom Anfange ihrer Einrichtung an gezähltes dreystausend zweyhundertstes Jahr zum gemeinen Jahre machen müssen, wenn sie nie mehr, als bey nahe um einen ganzen Tag, von dem Himmel abweichen wollen. Gesezt nehmlich das tropische Jahr habe auf das genaueste die Länge von 365 Tagen 5 Stunden und $48\frac{1}{2}$ Minuten, und behalte dieselbe ohne Veränderung zu allen Zeiten.

Abweichung des gregorischen Jahres.

§. 510. Dem ohngeachtet weicht in dem Zeitraume von 400 Jahren, welcher bey der gregorischen Einschaltung zum Grunde gelegt wird, der Anfang des bürgerlichen Jahres von dem Anfange des tropischen zu gewissen Zeiten um mehr als einen Tag ab. Dieses deutlich zu machen, wollen wir das tropische Jahr mit dem Zeitpuncte anfangen, in welchem die Sonne in das Zeichen des Widers tritt, uns selbst aber in einen der Verten der Erde versetzen, nach dessen Uhr sich in diesem Zeitpuncte ein Tag anfängt, welchen wir zugleich zu dem ersten Tage des bürgerlichen Jahres machen wollen. Dieses Jahr soll in dem Zeitraume von 400 Jahren das erste seyn, also das erste nach 1600 seit unsers Herrn Geburth, oder ein anderes dergleichen. Alsdenn wird das Jahr darauf der Augenblick der Nachtgleiche um 5 Stunden $48\frac{1}{2}$ Minuten nach dem Anfange des Jahres eintreten, das nachfolgende um 11 Stunden und $37\frac{1}{2}$ Minuten, und das dritte um 17 Stunden und $26\frac{1}{4}$ Minuten. In dem vierten hierauf folgenden Jahre müste die Nachtgleiche um 23 Stunden 15 Minuten später fallen, als der Anfang des Jahres, wenn dieses nicht zum Schaltjahre gemacht würde. Da dieses aber geschieht, und dadurch der Anfang des bürgerlichen Jahres um vier und zwanzig Stunden weiter hinausgesetzt wird, so fällt in diesem Jahre der Augenblick der Nachtgleiche wirklich um 45 Minuten vor dem Anfange des Jahres: und da derselbe in den nächsten vier Jahren eben so zurück rucket, wie in den vier vorhergehenden; so werden nunmehr die Zeiten, um welche die

T. VI. F. 99. Nachtgleiche später einfällt, als der Anfang des Jahres, nämlich um 45 Minuten kleiner als sie in den vorhergehenden Jahren waren. Das zweite Schaltjahr setzt die Nachtgleiche noch um andere 45 Minuten vor dem Anfange des bürgerlichen Jahres, und so jedes anderes; woraus folgt, daß nach vier und zwanzig Schaltjahren, (und so viele sind deren in dem ersten Jahrhunderte) die Nachtgleiche sich um 18 Stunden vor dem Anfange des Jahres ereignen werde.

§. 511. Von diesem Zeitpunkte nun rückt der Augenblick der Nachtgleiche in den nächsten vier Jahren um 23 Stunden und 15 Minuten fort, und ereignet sich also am Ende des letzten dieser Jahre, welches zugleich der Anfang des ersten im zweiten Hunderte ist, um 5 Stunden 15 Minuten nach dem Anfange des Jahres. Da nun in den nächsten drey Jahren die Nachtgleiche noch immer fortrückt, so muß dieselbe nach dem letzten derselben um nicht weniger als 22 Stunden 41 $\frac{1}{4}$ Minuten nach dem Anfange des Jahres einfallen. Die darauf folgenden Schaltjahre verkürzen diese Abweichung in der That: mit dem Ende des zweiten Jahrhunderts aber kommen noch andere 5 $\frac{1}{4}$ Stunden hinzu, und es fällt am Ende dieses Jahrhunderts die Nachtgleiche ganze 10 $\frac{1}{2}$ Stunden später, als der Anfang des Jahres. Eben so ist es auch mit dem Ende des dritten, da die Nachtgleiche sich um 15 $\frac{3}{4}$ Stunden später, als der Anfang des Jahres ereignet. Diese Abweichung ist die größte unter allen in ihrer Art: weil beym Ende des vierten Jahrhunderts, durch eine neue Einschaltung, der Augenblick der Nachtgleiche wieder um drey Stunden vor den Anfang des Jahres gesetzt wird. Es kommen aber in den ersten drey Jahren des vierten Jahrhunderts zu diesen 15 $\frac{3}{4}$ Stunden noch 17 Stunden 26 $\frac{1}{4}$ Minuten hinzu, um welche der Augenblick der Nachtgleiche noch später fällt, so daß sich derselbe in allen um 33 Stunden 11 $\frac{1}{4}$ Minuten verspätet. Und dieses ist die größte Abweichung nach dieser Seite. Denn durch die folgenden Einschaltungen wird die Nachtgleiche dem Anfange des Jahres wieder näher gebracht, und endlich vor denselben gesetzt, so daß sie nunmehr sich vor dem Anfange des Jahres ereignen muß.

§. 512. Die Zeit der Abweichung an dieser Seite, mit welcher nemlich der Augenblick der Nachtgleiche vor dem Anfange des Jahres vorher gehet, ist ebenfalls bald größer bald kleiner: sie kan aber nie mehr als 24 Stunden betragen. Denn sie rühret blos von der Einschaltung her, welche nie geschiehet wenn sich die Nachtgleiche

gleiches vor dem Anfange des Jahres ereignet. Da also auch niemals mehr als T.VI.F.99. ein ganzer Tag auf einmal eingeschaltet wird, so ist es nicht möglich, daß dadurch dieser Zeitpunkt um mehr als einen Tag vor den Anfang des Jahres vorausgesetzt werden sollte. Der einzige Fall, in welchem derselbe in dem gregorianischen Kalender um einen ganzen Tag vor dem Anfange des Jahres vorhergeheth, ist das 3200 Jahr des angenommenen Zeitraumes, in welchem, nach unserer Rechnung, der Anfang des tropischen Jahres ohne Einschaltung wieder genau in den Anfang des bürgerlichen fällt. Wird also in diesem Jahre die gewöhnliche Einschaltung beobachtet; so wird dadurch allerdings der Anfang des bürgerlichen Jahres um einen vollen Tag verspätet.

Die Monathe.

§. 513. Bey der Eintheilung des bürgerlichen Jahres in 12 Monathe ist viel willkürliches. Solte jeder derselben dreßsig Tage bekommen, so blieben fünf Tage, und im Schaltjahre, sechs übrig, welche in die Monathe dergestalt hätten vertheilet werden können, daß fünf oder sechs derselben 31 Tage bekämen und die übrigen 30. Es wird aber anstatt dessen die folgende Ordnung beobachtet:

<i>Martius</i>	<i>Augustus</i>	<i>Januarius</i>
<i>Aprilis</i>	<i>September</i>	<i>Februarius.</i>
<i>Maius</i>	<i>October</i>	
<i>Iunius</i>	<i>November</i>	
<i>Iulius</i>	<i>December</i>	

Die Monathe, deren Nahmen vorstehen, bekommen 31 Tage, die übrigen 30, der Februar aber bekommt im gemeinen Jahre 28, und im Schaltjahre 29.

§. 514. Die Veranlassung das Jahr in zwölf Monathe zu theilen, hat der Mond gegeben; welcher Körper unter allen, die wir am Himmel wahrnehmen, nach der Sonne am meisten in die Augen fällt, indem er uns ohngefehr so gross erscheinet, als die Sonne, und uns ein Licht zusendet, welches, in Ermangelung des Lichts derselben, zu verschiedenen unserer Verrichtungen hinlänglich ist. Dieser Körper verändert seine Gestalt in einem Zeitraume von beynähe $29\frac{1}{2}$ Tagen

T.VLF.99. gar sehr. Er erscheinet uns in demselben einmal als eine über und über gleich stark erleuchtete Scheibe, die wir den Vollmond nennen: und nach der Hälfte dieser Zeit, oder nach vierzehn Tagen, wird er völlig unsichtbar, welches wir dadurch ausdrücken, daß wir sagen, es sey Neumond. Denn bald hernach erscheinet uns ein geringer Theil des Mondes wieder erleuchtet, in der Gestalt einer Sichel; und diese wird von Tag zu Tag breiter, bis endlich die inwendige Gränze dieser Sichel sich in eine gerade Linie verwandelt, und dadurch dem Monde die Gestalt einer halben Scheibe giebt. Dieses nennen wir das erste Mondviertel, welches die Zeit von dem Neumonde bis an den Vollmond wieder in zwei Hälften theilet, deren eine $7\frac{1}{2}$ Tage beträgt, oder wenn der Bruch weggelassen wird, eine Woche. Von dem ersten Viertel wächst der erleuchtete Theil des Mondes noch immer, indem die Gränze desselben, welche bey diesem Viertel geradlinicht war, sich auswärts beuget, und dieses von Tag zu Tag mehr, bis endlich dadurch die völlige Rundung des Vollmonds entsteht.

§. 515. Von dem Vollmonde nimt alsdenn der erleuchtete Theil der Scheibe wieder ab, bis zum letzten Viertel, und so weiter zum Neumonde, und dieses bergestalt, daß die Zeit vom Vollmonde bis zum letzten Viertel, der vom ersten Viertel bis zum Vollmonde verfloßenen, beynähe gleich wird, und die vom letzten Viertel bis zum Neumonde, der vom Neumonde bis zum ersten Viertel. Eben die Bewantniß hat es auch mit jeden zwei andern Erscheinungen des Mondes vor und nach dem Vollmonde, die beide eben die Gestalt und Größe haben. Die Zeit, welche von einer dieser Erscheinungen bis an die andere verfließet, wird immer von dem Zeitpuncte des Vollmonds in zwey Theile getheilet, deren Unterschied gering, und nicht ohne Mühe zu entdecken ist.

§. 516. Alles dieses macht den Gebrauch des eigentlichen Mondenmonaths gar leicht und bequem; und es brauchte nicht vieles Nachsinnen demselben eine Länge zu geben, bey welcher der Neumond immer in den ersten Tag des Monats fallen mußte. Man durfte nur auf einen Monat von 30 Tagen einen von neun und zwanzigen folgen lassen, auf diesen wieder einen von dreißigen, und so immer wechselsweise. Dieses würde den Neumond auf immer an den ersten Tag des Monats gebunden haben, und den Vollmond an den mittelsten Tag desselben, wenn der Zeitraum von einem Vollmonde oder Neumonde zu dem nächsten wirklich

lich

lich nicht mehr oder weniger als 29 Tage und 12 Stunden betrüge. Es ist aber *T.VLF.99* derselbe um 44 Minuten und beynähe 3 Secunden grösser, und dieser Ueberschuss verursacht in 33 Monathen einen Fehler von einem ganzen Tage und $13\frac{2}{3}$ Minuten. Es war leicht diesen 33 Monathen einen Tag zu zusehen, indem man einen derselben um einen Tag länger machte. Der dadurch übrig gelassene Fehler von $13\frac{2}{3}$ Minuten in 33 Monathen ist klein genug, und konnte erst nach 3477 Monathen einen ganzen Tag ausmachen. Eine eben nicht sehr genaue Beobachtung des Mondes konnte die Nothwendigkeit hiervon zeigen, und die Zeit, in welcher ein Tag einzuschalten war, an die Hand geben.

Das Mondenjahr.

§. 517. Bey dieser Einrichtung wird zwar der Anfang und das Mittel eines jeden Monats durch ein sichtbares Zeichen angegeben, ja fast jeder Tag derselben von einem jeden andern durch eine besondere Gestalt, in welcher sich der Mond an demselben zeigt, unterschieden. Es läßt sich aber aus einer gewissen Zahl solcher Mondenmonathe das Sonnenjahr nicht zusammensetzen. Zwölfe derselben kommen diesem Jahre am nächsten. Da aber deren sechs 30 Tage, und die übrigen nur 29 Tage halten müssen, so bekommt das aus diesen zwölf Monathen zusammengesetzte Mondenjahr nicht mehr als 354 Tage, und also 11 Tage weniger, als das gemeine Sonnenjahr, welches deren 365 enthält. Die Absicht, daß der Neumond immer an einem gewissen Tage des Monats gebunden bleiben sollte, leidet keine andere Einschaltung, als die eines ganzen Monats von 29 oder 30 Tagen. Diese aber kan den Anfang des Mondenjahrs unmöglich immer auf einen gewissen Tag des Sonnenjahrs bringen; und die Stunden samt deren Theile, um welche beiderley Jahre die angegebene ganze Zahlen der Tage übertreffen, machen die Sache noch verwirter.

§. 518. Das einzige, so durch die Einschaltung ganzer Monathe verhindert werden konnte, ist eine allzustarke Abweichung des Anfangs des Mondenjahres, von der Zeit des Umlaufs der Sonne, bey welchem dieser Anfang bald in den Sommer, bald in den Winter oder eine andere Jahreszeit gefallen wäre. Und dazu hat der Zeitraum von 19 Jahren, welchen Meton zuerst in Griechenland bekant gemacht hat, vorzüglich bequem geschienen. Nach dieser Zeit fallen die Neumonden, und also auch die Vollmonden, wieder auf eben die Tage des
Sonnens

T.VI.F.99. Sonnenjahres, ja beynähe in eben die Stunden. Denn wenn wir die Länge des Sonnenjahres noch immer auf 365 Tage, 5 Stunden $48\frac{3}{4}$ Minuten setzen, so enthalten 19 dieser Jahre 6939 Tage, 14 Stunden $26\frac{1}{4}$ Minuten. Wird aber die Zahl 6939 durch die Summe von 30 und 29, welche 59 ist, getheilt, so komt 117, mit dem Ueberschusse von 36, welches anzeigt, daß in 6939 Tagen 117 Monate von 30 und eben so viel von 29 Tagen enthalten sind, und noch über dieses 36 Tage. Diese 36 Tage geben einen Monat von 30 mit 6 übrigen Tagen, durch welche sechs Monate von 29 in eben so viele von 30 verwandelt werden können. Dadurch wird die Summe aller Monate von dreißig Tagen, die in dem Zeitraume von 19 Jahren enthalten sind, $117 + 1 + 6 = 124$, und die Summe aller Monate von 29 Tagen, $117 - 6 = 111$, welche Zahlen gehörig eingetheilt, so daß ein Jahr gemeinlich 12, zuweilen aber 13 Monate bekommt, den Anfang des Mondenjahres bey Verfließung der 19 Jahre wieder auf eben den Tag bringen werden, auf welchen er im Anfange derselben gefallen ist; zum Beyspiel, auf den Tag der einen oder andern Nachtgleiche.

§. 519. Wil man genau ausmachen, ob und wie sehr die Zeit von 235 Monaten von 19 genau genommenen Sonnenjahren abweiche, so darf man nur 29 Tage, 12 Stunden 44 Minuten und 3 Secunden, welche die Länge eines Monats ausmachen, 235mal nehmen. Es werden dadurch 6939 Tage 16 Stunden $31\frac{3}{4}$ Minuten herausgebracht: neunzehn Sonnenjahre aber halten nicht mehr als eben so viele Tage, 14 Stunden und $26\frac{1}{4}$ Minuten, welche von den vorigen abgezogen 2 Stunden $5\frac{3}{4}$ Minuten übrig lassen. Um so viel sind also 235 Monate grösser als 19 Sonnenjahre; und um so viel wird gefehlet, wenn man diese zwei Währungen einander völlig gleich setzt. Dieser Abweichung und allen übrigen Schwierigkeiten, welche bey der Vergleichung des Mondenjahres mit der Zeit des Umlaufs der Sonne, unveränderlich sind, mit einem mal abzuhelfen, und alle Jahre, so weit es möglich war, einander gleich zu machen, ist in dem römischen Calender, dessen wir uns bedienen, das Mondenjahr gänzlich bey Seite gesetzt worden. Es wurden also blos die 365 Tage des gemeinen Jahres in zwölf einander beynähe gleiche Theile getheilt, welche bey uns den Nahmen der Monate führen, und zum Unterschiede der Mondenmonathe auch Sonnenmonathe genennet werden.

Tage der Vollmonde.

§. 520. Es ist andern, daß bey dieser Eintheilung des Jahres die Neu- T.VI.F.99.
monde, und mit denselben die Vollmonde und Viertel, immer auf andere und
andere Tage der beynahe willkürlich angenommenen Sonnenmonathe fallen.
Und doch müssen diese Tage voraus bekant seyn, theils weil sie in verschiedena
unserer Verrichtungen einen Einfluß haben, vornehmlich aber, weil sich nach den-
selben das Osterfest der Christen, nebst verschiedenen andern Festtagen richten.
Denn es ist in der nicäischen Kirchenversammlung festgesetzt worden, daß Ostern
immer an dem Sontage gefeyert werden soll, welcher zunächst auf den nach der
Nachtgleiche des Frühlings einfallenden Vollmond folget, um zu verhindern daß
der Ostertag der Christen nicht auf den Tag des jüdischen Pascha falle, welcher
selbst der Tag des angezeigten Vollmondes ist: und nach dem bergestalt bestimten
Ostertage richten sich die Pfingsten, samt allen übrigen sogenannten beweglichen
Festen, die nicht an gewisse Monathstage gebunden sind, sondern bald früher
bald später fallen. Es lassen sich aber auch die Monathstage, auf welche
die Vollmonde nach der mitlern Bewegung, welche die Mondenmonathe einan-
der völlig gleich machet, ob sie es zwar eigentlich nicht sind, in jedem Jahre fallen,
auch sonst ohne groffe Schwürigkeit ausmachen.

§. 521. Vorzüglich ist der Tag des Ostervollmondes zu bestimmen, welcher
nehmlich unmittelbar vor dem Ostertage vorher gehet. Dazu hat man sich vor
dem der sogenannten güldenen Zahl bedienet. Es wurden nemlich, von dem An-
fange des Jahres vor der Geburt des Heilandes an, neunzehn Jahre gezählet.
Mit dem Anfange des zwanzigsten dieser Jahre wurde ein neuer Zeitraum von
neunzehn Jahren angefangen, und so immer fort gefahren. Man nahm an,
daß in jedem ersten Jahre eines solchen Zeitraumes der Ostervollmond auf eben den
Monathstag falle, und so in jedem zweiten, in jedem dritten, und so weiter.
Nun war es eben nicht schwer jedem dieser Tage auffindig zu machen, indem
man eine Beobachtung zum Grunde setzte, und von dem Tage dieses Vollmonds
die Mondenmonathe fortzählte: da sich denn die Tage aller Vollmonde in jedem
der angenommenen neunzehn Jahren geben mußten: unter welchen derjenige, so
zunächst auf den Tag der Nachtgleiche des Frühlings folget, leicht auszulesen war,
indem gesetzt wurde, daß diese Nachtgleiche, durch die vom Kayser Julius einge-
führte Einschaltung, beständig an den 21sten März gebunden bleibe. Die der-
gestalt

T.VI.F.99. gestalt verfertigte Tafel wurde auch für den nächsten Zeitraum von neunzehn Jahren gebraucht, und für jeden der folgenden, so daß man nur zu wissen brauchte, das wievielte jedes seit der Geburth des Herrn gerechnetes Jahr in einem dieser Zeitraume sey, um für dasselbe den Tag, auf welchen der nächste Vollmond nach dem 21sten März einfällt, aus der Tafel nehmen zu können. Dieses aber zu erfahren, durfte man nur von der sogenannten Jahrzahl, neunzehn, so oft es geschehen konnte, abziehen, und dem was übrig blieb ein Jahr zusehen. Die dergestalt gefundene Zahl war die verlangte, welche wegen ihres Nutzens, und vielleicht auch aus andern Ursachen den Nahmen der goldenen Zahl führet. Es ist aber aus dem, so wir (518) gesehen haben, klar, daß diese Art zu rechnen endlich um viele Tage von dem Himmel abweichen, und den Vollmond früher geben müsse, als er in der That einfällt.

Astronomische Epacten.

§. 522. Viel richtiger werden die Neumonden das ganze Jahr durch vermittelst der Epacten gegeben. Wir werden gleich sehen was dieses vor Zahlen sind, und wie vermittelst derselben die mittlern Neumonden mit völliger Zuverlässigkeit bestimmt werden. Wenn nemlich die Zeit von einem Neumonde bis zum andern, die wir öfters gebraucht haben, das ist, 29 Tage, 12 Stunden, 44 Minuten und 3 Secunden, von den 31 Tagen abziehet, die den Jennermonath ausmachen, so bleibt 1 Tag, 11 Stunden 15 Minuten und 57 Secunden übrig, welche anzeigen, daß wenn der erste Neumond des Jahres genau in den Anfang desselben fällt, welches der Augenblick des Mittags des ersten Jenners ist, der zweite Neumond 1 Tag 11¼ Stunden und etwas drüber, vor dem Ende dieses Monaths, oder den Anfang des Hornung, einfallen werde. Diese Zahl der Tage, Stunden und ihrer Theile ist nun die Epacte des Hornungs. Und die Epacte eines jeden andern Monaths ist die Zahl der Tage Stunden und ihrer Theile, um welche sich der nächste Neumond vor dem Anfange dieses Monaths, in eben dem Falle ereignet, wenn nemlich der erste Neumond des Jenners genau in dessen Anfang fällt. Sol also die Epacte des Märzmonaths gefunden werden, so sind der Epacte des Hornungs noch die 28 Tage dieses Monaths zuzusetzen. Dadurch kommen nicht mehr als 29 Tage, 11 Stunden 15 Minuten und 57 Secunden heraus, welches weniger ist als ein eigentlicher Monath von 29 Tagen, 12 Stunden, 44 Minuten und 3 Secunden. Es
gehet

Von dem Monate, dem Monde, dessen Schatten, &c. 291.

geht also eben der Neumond, welcher unmittelbar vor dem Anfange des Hor-T.VL.F.99.nungs vorher gieng, auch unmittelbar vor dem Anfange des März vor, und die Epacte dieses Monats beträgt 29 Tage, 11 Stunden, 15 Minuten und 57 Secunden. Werden nun zu dieser Epacte wieder die 31 Tage des März gesetzt so kommen 60 Tage, 11 Stunden 15 Minuten und 57 Secunden, um welche eben der Neumond vor dem Anfange des Aprils vorhergeht. Es ist aber dieser Neumond nicht der nächste vor dem Anfange des Aprils, weil in dem gesyn- denen Zeitraume zween ganze Mondenmonathe enthalten sind. Werden diese abgezogen, so bleibt 1 Tag 9 Stunden 47 Minuten und 51 Secunden übrig, die zwischen dem nächsten Neumonde und dem Anfange des Aprils verfließen: und auf diese Art wird die Epacte eines jeden der folgenden Monate gefunden. Man setzt zu der Epacte des vorhergehenden Monats die Zahl der Tage des Monats dessen Epacte man finden will, und ziehet von der Summe die Länge eines Mondenmonaths ab; der Ueberschuß ist die gesuchte Epacte, wie diese in der nachstehenden Tafel neben dem Nahmen des Monats steht, zu welchem sie gehört.

Jan.	0 ^d , 0 ^h , 0', 0''	May	1 ^d , 21 ^h , 3'48''	Sept.	6 ^d , 18 ^h , 7', 36''
Feb.	1, 11, 15, 57	Jun.	3, 8, 19, 45	Oct.	7, 5, 23, 33
März	29, 11, 15, 57	Jul.	3, 19, 35, 42	Nov.	8, 16, 39, 30
April	1, 9, 47, 51	Aug.	5, 6, 51, 39	Dec.	9, 3, 55, 27

§. 523. Wenn auch zu der Epacte des December die Zahl der Tage dieses Monats 31 hinzugesetzt, und von der Summe die Länge eines eigentlichen Monats abgezogen wird, so kommt die Epacte von 10 Tagen 15 Stunden 11 Minuten und 24 Secunden, welche anzeigt, daß der nächste Neumond so viele Tage, Stunden und Minuten vor dem Anfange des Jahres, so auf das zuerst angenommene folgt, einfallen werde. Mit diesem Neumonde rücken sodann auch die Neumonde aller übrigen Sonnenmonathe zurück, und fallen um 10 Tage, 15 Stunden 11 Minuten und 24 Secunden früher, als sie in dem vergangenen Jahre einfelen. Diese ist die Epacte eines gemeinen Jahres. Denn die Epacte des Schaltjahres ist um einen Tag grösser, weil dieses Jahr einen Tag mehr, als das gemeine, in dem der Hornung desselben enthält, von deren letzten die monatliche Epacte eben so zurück gezählet wird, als von dem 28ten des Hornungs

T.V.F.99. eines gemeinen Jahres. Die Epacte zweyer gemeinen Jahre ist also 21 Täge 6 Stunden 22 Minuten 48 Secunden, doppelt so groß als die vorige, weil in jedem gemeinen Jahre die Neumonden gleich stark vorrücken, und durch die Zusammensetzung dieser beiden Epacten komt die zu drey gemeinen Jahren gehörige von 31 Tügen, 21 Stunden 34 Minuten und 12'', welche anzeigt, wie weit eben der Neumond vor dem Anfange des Jahres vorgerückt. Weil aber diese Zeit mehr beträgt, als ein Monat von 29 Tügen, 12 Stunden 44 Minuten und 3'', so ist der dadurch angezeigte Neumond nicht der nächste vor dem Anfange des Jahres, sondern es muß dieser Monat von der gefundenen Zeit abgezogen werden, damit die eigentliche Epacte von 2 Tügen, 8 Stunden, 50 Minuten und 9'' herauskomme. Wird endlich hierzu noch die Epacte des Schaltjahres gesetzt, wodurch 14 Täge, 1 Minute und 33 Secunden kommen, so ist dieses die Epacte zu vier auf einander folgenden Jahren, woraus die Epacten zu 8, 12, 16, 20 und mehreren Jahren leicht zu berechnen ist.

§. 524. Ist nun auch die Epacte eines gewissen Jahres aus den Beobachtungen geschlossen worden, als die zum Schaltjahr 1760 gehörige, die nach der pariser Uhr 13 Täge 5 Stunden und beynähe 2 Minuten beträgt, so bekommt man die Epacte eines jeden andern Jahres, wenn man zu derselben, so oft es nöthig ist, die Epacte zu vier Jahren, und sodenn, wenn das Jahr das erste nach dem Schaltjahre ist, die Epacte von einem Jahre, ist es das zweite, die Epacte von zwey Jahren, und so fort, hinzusetzt: von der Summe aber so viele ganze Mondenmonathe abziehet, als in derselben enthalten sind. Wird alsdenn zu dieser Epacte des Jahres auch die Epacte des Sonnenmonaths hinzugethan, dessen Neumond verlangt wird, und dadurch die Zeit gefunden, welche zwischen dem Anfange des Monats und dem unmittelbar vorhergegangenen Neumonde verlossen ist: so darf man nur von diesem Neumonde an einen ganzen Mondenmonath fortzählen, um den Zeitpunkt zu finden, in welchem der mittlere Neumond des vorgegebenen Sonnenmonaths fällt. Dieses Fortzählen aber geschiehet auf einmal, wenn man von 29 Tügen 12 Stunden und 44' die gefundene Epacte des Monats (die immer kleiner seyn wird, als diese Zahl) abziehet, und eine kleine Tafel kan die Arbeit noch mehr erleichtern. Auf diese Art werden die mittlern Neumonde das ganze Jahr durch gefunden, und zugleich die darauf folgenden mittlern Vollmonde, wenn man zu dem Zeitpuncte des Neumonden die Hälfte eines Mondenmonaths, das ist, 14 Täge 18 Stunden und 22 Minuten hinzusetzt,

§. 525. Es kan die dergestalt berechnete Zeit beynähe um einen ganzen *T. VI. F. 99.* Tag von derjenigen entfernt seyn, in welcher sich der Neumond oder Vollmond wirklich an dem Himmel ereignet. Noch mehr aber kan gefehlet werden, wenn man sich, anstatt der erklärten astronomischen, derjenigen Epacten bedienet, nach welchen der römische Calendar berechnet wird: weil bey deren Einrichtung mehr auf die Leichtigkeit der Rechnung, und darauf, daß dieselbe durch alle Zeiten gleichförmig bleiben möge, als auf die strengste Richtigkeit gesehen worden ist. Weswegen auch die Protestanten in Teutschland ihre Osterrechnung, nicht auf diese gregorische Epacten, sondern auf den wahren Zeitpunkt des zunächst nach der Nachtgleiche des Frühlings einfallenden Vollmondes, wie dieser durch die rudolphinische Tafeln angegeben wird, zu gründen vor das beste gehalten haben. Wir müssen aber diese Berechnung, welche voraussetzet, daß man den eigentlichen Ort des Mondes an dem Himmel für jeden Zeitpunkt anzugeben wisse, noch zur Zeit ausgefetzt seyn lassen, bis wir uns um die eigentliche Bewegung der himmlischen Körper werden bekümmern können, und uns indessen an die blossen Erscheinungen halten.

Die Bahn des Mondes.

§. 526. Wir sehen aber den Mond sich, so wie die Sonne, an dem Sternhimmel in einem fort von Abend gegen Morgen bewegen, und er entfernt sich bey dieser Bewegung nicht einmal sehr von der Bahn der Sonne. Denn seine größte Abweichung von der *Ecliptic* beträgt nie mehr als 5 Grade und 18 Minuten, welches kaum den acht und sechzigsten Theil der Länge derselben ausmachet: so daß, wenn man diesen an dem Sternhimmel beschriebenen Kreis gerade biegen, und durch *AB* (*T. VI. Fig. 100.*) vorstellen will, man dieser *AB*, in einer *T. VI. Fig. 100.* Entfernung von nicht mehr als den acht und sechzigsten Theil derselben, oder den vier und dreyßigsten ihrer Hälfte $AC = CB$, die *ab* zu beiden Seiten parallel ziehen muß, um die Kreise vorzustellen, zwischen welchen sich der Mittelpunkt des Mondes beständig aufhält, ohne sie zu überschreiten. Bey einer so geringen Breite dieses Streifen kan diese gänzlich bey Seite gesetzt, und angenommen werden, daß sich der Mond wirklich in der Fläche der *Ecliptic* bewege, so lang es uns nur um die Erklärung solcher Erscheinungen zu thun ist, die keine genauere Bestimmung erfordern.

T. VI. Fig.
100.

§. 527. Es verändert aber der Mond bey diesem Umlaufe um die Erde seine Entfernung von dem Mittelpuncte derselben sogar sehr nicht. Sein Durchmesser erscheinet nie viel grösser als $33\frac{1}{2}$ Minuten, und nie viel kleiner als $29\frac{1}{2}$, woraus folget, daß die größte Entfernung desselben von dem Mittelpuncte der Erde, sich zu der kleinsten beynahе wie 67 zu 59 verhalte. Der Unterschied dieser Zahlen ist 8, welche Zahl über 7mal in 59 enthalten ist. Dieses zeuget nun zwar von einer an sich gar nicht unbeträchtlichen Veränderung des Abstandes: die aber doch in die größern Erscheinungen einen so geringen Einfluß hat, daß wir uns zum Anfange die Bahn des Mondes um die Erde als den Umlreis eines Kreises vorstellen können, der seinen Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Erde hat. Der mittlere scheinbare Durchmesser des Mondes wird von sorgfältigen Beobachtern auf 31 Minuten und 31 Secunden gesetzt.

§. 528. Da aber doch die Veränderung des Abstandes des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde an sich beträchtlich genug ist: so kan auch die Horizontparallaxe desselben nicht immer von einerley Grösse seyn. Und man siehet nach einer kleinen Betrachtung leicht, daß die Horizontparallaxe des Mondes in eben der Verhältniß wachsen und abnehmen müsse, in welcher sein Durchmesser grösser oder kleiner erscheinen würde, wenn man ihn aus dem Mittelpuncte der Erde betrachten könnte. Denn da die Horizontparallaxe des Mondes der Winkel ist, in welcher ein Auge in dem Monde den halben Durchmesser der Erde sehen würde, so muß sie allerding's in eben der Verhältniß wachsen und abnehmen, in welcher sich der Mond der Erde nähert, oder von derselben entfernt, das ist, in derjenigen, in welcher zugleich der scheinbare Durchmesser des in eben der Entfernung gesehenen Mondes geändert wird. Es kan diese Parallaxe auf verschiedene Arten entdeckt werden. Die begreiflichste und sicherste bestehet in der Vergleichung zweier Mittagshöhen des Mondes, die zu gleicher Zeit an zween Orten des Erdbodens genommen werden, die, auf eben dem Mittagskreise, weit genug von einander entfernt sind (305): und es beträgt ihre mittlere Grösse beynahе 57 Minuten und 26 Secunden, oder 3446 Secunden.

§. 529. Wenn also die Horizontparallaxe der Sonne auf 8,7 Secunden gesetzt wird, so zeigt die Vergleichung dieser Parallaxen, daß uns der Mond 396 mal näher sey als die Sonne; denn so oft sind 8,7 in 3446 Secunden enthalten.
Werden

Werden nun aber in dem Dreyecke TLS (*T. VI. Fig. 101.*), dessen Winkel bey *T. VI. Fig. 101.* L gerade ist, der TL 8,7 und der TS 3446 Theile gegeben, so bekommt der Winkel TSL ohngefehr $8\frac{1}{2}$ Minuten. Diesen Winkel schliesset also eine von dem Mittelpuncte der Sonne S nach dem Mittelpuncte der Erde T gezogene gerade Linie mit derjenigen ein, die von eben dem S nach dem Mittelpuncte des Mondes reicht, wenn dieser bey seiner mitlern Entfernung von der Erde so stehet, wie er in der Zeichnung vorgestellt wird. Bey einer andern Entfernung ist dieser Winkel bey eben dem Stande des Mondes kaum um eine Minute grösser (528), sonst aber, wenn der Winkel LTS nicht gerade ist, immer kleiner. Es ist also eine von der Erde an den Mittelpunct der Sonne gezogene gerade Linie, einer sich von dem Monde eben dahin erstreckenden, beynähe parallel: und kan bey Betrachtungen, die sich nicht mit jeder Kleinigkeit beschäftigen, als derselben völlig gleichlaufend angesehen werden. Der Winkel, in welchem einem Auge in der Sonne die ganze Bahn des Mondes erscheinen würde, kan also kaum mehr als 17 bis 19 Minuten betragen, welche Grösse die Hälfte des Winkels, in welchem wir von der Erde den Durchmesser der Sonne sehen (314), gar wenig übertrifft.

§. 530. Aus der Horizontparallaxe des Mondes kan die Entfernung desselben von dem Mittelpuncte der Erde berechnet werden. Denn wenn in der 101sten Figur der Winkel TLS gerade ist, und der um T beschriebene Kreis die Erde, S aber den Mittelpunct des Mondes vorstellt, so ist der Winkel TSL die Horizontparallaxe des Mondes, und wenn TL zum Radius gemacht wird, LS die Cotangente dieses Winkels, die gesuchte TS aber seine Cossecante. Nun wird aus der Tafel, zu dem Radius $TL = 1$, die Cossecante von 57 Minuten und 26 Secunden, vermittelst einer kleinen Rechnung, gefunden 59,86. Dieses ist also der mitlere Abstand des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde, welcher leicht in teutschen Meilen angegeben werden kan, nachdem die Grösse eines solchen Meile (267) bestimmt ist.

Die Oberfläche des Mondes.

§. 531. Bey dieser geringen Entfernung ist es kein Wunder, daß wir den Mond durch gute Teleskope so deutlich sehen können. Es siehet auch ein blosses Auge gewisse Theile der Oberfläche des Mondes merklich heller als die übrigen: durch das Fernrohr aber erscheinen diese Flecken genau genug begränzet, so daß

T. VI. Fig. 101. daß sie mit besondern Namen belegt, und dadurch von einander unterschieden werden konten. Wird der Mond viele Tage nach einander betrachtet, in welchen die verschiedenen Theile seiner Oberfläche dem Lichte der Sonne bald so bald anders ausgefetzt sind, so lassen die Schatten, welche einige dieser Theile auf andere werfen, uns nicht zweifeln, daß der Mond ein dunkler Körper sey, welcher uns, wie die meisten Körper die wir auf der Oberfläche der Erde sehen, bloß durch das Licht sichtbar wird, welches er von der Sonne empfängt, und nach allen Seiten zerstreuet. Eben diese Schatten zeigen deutlich, daß auf dem Monde viele und hohe Berge, mit den dazwischen liegenden Thälern, und einer Art anderer Vertiefungen sind. Von Flüssen, Seen oder sonst mit Wasser bedeckten Stellen aber finden wir nicht die geringste Spur: und es zeigt sich die Oberfläche des Mondes, wenn uns nur unsere Wolken erlauben wollen nach derselben zu sehen, immer so helle, daß wir gar nicht denken können, es sey dieser Körper in einer Dunstkreise eingehüllet, in welchem sich so, wie in unserer Luft, Nebel und Wolken zusammenziehen können. Die genauesten Beobachtungen der Strahlen, welche, indem sie von den Fixsternen kommen, dicht bey dem Monde vorbeugehen, stellen dieselben als durchaus geradlinicht dar, und lassen keinen Schein einiger Brechung, welche nothwendig erfolgen müßte, wenn der Mond, so wie unsere Erde, mit Luft umgeben wäre.

§. 532. Die Flecken um die Mitte des Mondes bleiben uns immer sichtbar, so lange sie hinlänglich erleuchtet sind. Am Rande entziehen sich einige nach und nach unserm Gesichte, indem andere an der entgegengesetzten Seite zum Vorschein kommen. Wir sehen also zwar meistens, aber doch nicht völlig, immer eben die Seite des Mondes, welches wir nicht erklären können, wenn wir nicht demselben, wenigstens so weit er sich zeigt, die Gestalt einer Kugel zuschreiben, die in Absicht auf unsere Erde etwas um ihren Mittelpunct, bald nach dieser bald nach einer andern Seite, hin und her wanket. Alle übrige Erscheinungen bestärken dieses, und wer will zweifeln, daß der Mond diese Gestalt einer Kugel durchaus habe, ob uns zwar ein gar großer Theil seiner Hälfte nie zu Gesicht kommt; wenn nur dabey einige kleine Abweichungen von der vollkommensten Rundung zugestanden werden.

§. 533. Der mittlere Winkel, in welchem uns der halbe Durchmesser des Mondes aus dem Mittelpuncte der Erde erscheinen würde, wird auf 15 Minuten und 42 Secunden gesetzt, oder auf 942 Secunden. Wird dieser mit der Horizontparallaxe des Mondes verglichen, die 3446 Secunden ausmachet, so findet sich, daß er sich zu derselben wie 1 zu 3,66 verhalte. Da nun die Horizontparallaxe der Winkel ist, in welchem der halbe Durchmesser der Erde aus dem Mittelpuncte des Mondes gesehen wird, und folgendes in eben der Entfernung, in welcher ein in den Mittelpunct der Erde gesetztes Auge den Mond betrachtet; so folgt, daß auch der halbe Durchmesser des Mondes sich zu dem halben Durchmesser der Erde wie 1 zu 3,66 verhalte, das ist, daß der halbe Durchmesser der Erde etwas weniger betrage, als den halben Durchmesser des Mondes viermal genommen. Wird umgekehrt 942 durch 3446 getheilet, so zeigt sich, daß der Halbmesser des Mondes 0,27 des Halbmessers der Erde ausmache, welches etwas weniges mehr als ein Viertel ist. Da also der Mond von der Sonne fast eben so weit entfernt ist, als die Erde, so kan der Winkel, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge den Halbmesser des Mondes sehen würde, kaum mehr als den vierten Theil desjenigen, in welchem es den Halbmesser der Erde sieht, das ist, kaum mehr als 2 Secunden, betragen.

T. VI. Fig.
101.

Gestalt des uns sichtbaren erleuchteten Theils des Mondes.

§. 534. Und nun haben wir alles, so zur Erklärung der Gestalten erfordert wird, in welchen uns der Mond nach und nach in jedem seiner Monathe erscheint. Wegen des grossen Abstandes der Sonne von dem Monde, welcher niemals beträchtlich grösser oder kleiner ist, als der Abstand derselben von der Erde, wird immer nur etwas weniges mehr, als die Hälfte der Oberfläche des Mondes, von der Sonne erleuchtet. Diese erleuchtete Hälfte stehet nur in dem Falle dem Auge gerade entgegen, wenn sich dieses in der geraden Linie befindet, die sich von dem Mittelpuncte des Mondes bis an die Sonne erstrecket; und alsdenn siehet dasselbe den Mond als eine über und über erleuchtete cirkelrunde Scheibe. Ist aber (T. VI. F. 102.) *LS* die von dem Mittelpuncte des Mondes nach dem Mittelpuncte der Sonne laufende Linie, und es befindet sich das Auge ausser derselben in der *LT*, so weit von *L* entfernt, daß es wegen dieser Entfernung, beynah die Hälfte der Oberfläche des Mondes übersehen könnte, und man bildet sich ein, daß der Körper des Mondes durch die beiden Linien *LS*, *LT* vermittelst einer Fläche geschnitten, und dadurch der um *L*

T. VI. Fig.
102.

T. VI. Fig. 102. beschriebene Cirkel zum Vorschein gebracht worden sey: so stellet der der LS perpendicular gelegte Durchmesser dieses Cirkels AB den Umkreis vor, welcher den von der Sonne erleuchteten Theil des Mondes ACB von dem finstern ADB absondert. Die der TL perpendicular gezogene EF aber ist der Durchmesser desjenigen Kreises, welcher den, einem in der LT weit genug von L entfernten Auge sichtbaren Theil der Oberfläche des Mondes, von dem unsichtbaren absondert. Es würde nemlich dieses Auge den Bogen EGF ganz übersehen, wenn sich nicht der Theil desselben BF ausser dem von der Sonne erleuchteten Theile des Mondes befände. So aber siehet dasselbe nur den Theil desselben EGB : und hieraus ist die Gestalt, in welcher ihm der erleuchtete Theil der Oberfläche des Mondes erscheint, ohne große Schwürigkeit zu beurtheilen; insonderheit da es nicht nöthig ist alles so genau zu nehmen, weil bey der geringen Grösse, in welcher sich uns der Mond zeigt, wir doch nicht alle kleine Veränderungen dieser Erscheinungen wahrnehmen können.

§. 535. Wenn nemlich aus irgend einem Punkte der Linie LT , die von dem Monde bis an die Erde reicht, eine andere Ts nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogen wird, so ist diese Ts der LS beynähe parallel, und demnach der Winkel TLS von der Ergänzung des LTs zu zween rechten Winkeln wenig verschoben. Wird aber T selbst in der Oberfläche der Erde genommen, so ist der Winkel LTs derjenige, welchen eine von diesem Punkte T nach dem Mittelpuncte des Mondes L gezogene gerade Linie TL mit der von demselben nach der Mitte der Sonne laufenden Ts einschliesset, und dieser Winkel, oder der Bogen welcher ihn misset, kan gar wöl der scheinbare Abstand des Mondes von der Sonne, oder dieser von jenem, genennt werden. Nun aber wird der Winkel TLS durch den Bogen CG gemessen, welcher dem BF gleich ist, also misset $ECGB$, die Ergänzung dieses Bogens BF zu dem halben Umkreise, den scheinbaren Abstand LTs , und dieser Bogen EGB , ist dem Auge, welches wir in der LT weit genug von L entfernt angekommen haben, in der durch SL und LT gelegten Fläche, sichtbar.

§. 536. Es erscheint aber der Bogen EGB diesem Auge kaum anders, als ihm die gerade Linie EH erscheinen würde, welche aus dem halben Durchmesser des Mondes LE , und aus LH , dem Cosinus des Bogens FB oder EGB ,
zusam

zusammengesetzt ist. Der ganze von der Sonne erleuchtete und zugleich gegen *T. VI. Fig.*
das Auge gekehrte Theil der Oberfläche des Mondes aber erscheint dem Auge als *102.*
eine auf die Fläche *EF* gebrachter orthographischer Entwurf, welcher aus der Hälfte
einer mit dem Radius *LE* beschriebenen Scheibe, und aus einer daran gefügten
halben Ellipse besteht, deren grössere Ase halb genommen eben der *LE*, die Hälfte
der Kleinern aber der *LH* gleich ist. Es wird nehmlich angenommen, daß die
Lichtstrahlen, vermittelt welcher wir den Mond sehen, sämtlich der *EF* perpendi-
cular sind. Dadurch wird allerdings der orthographische Entwurf der durch *LB*
vorgestellten halben Scheibe zur Hälfte einer Ellipse, deren Axen die angezeigten
Größen haben, und die ganze Gestalt des Mondes ist in dem Falle, welcher vor
uns lieget, da nehmlich der Winkel *TLS* spitzig, und die scheinbare Entfernung
des Mondes von der Sonne grösser ist, als ein Quadrant, aus der halben Scheibe
MENL (*T. VI. Fig. 103.*) und aus der halben Ellipse *MHNL* zusammen- *T. VI. Fig.*
gesetzt. *103.*

§. 537. Der zweite Fall aber, in welchem die Entfernung des Mondes
von der Sonne kleiner ist, als ein Quadrant, kan durch eben die Zeichnung vor-
gestellt werden, wenn nur die *LS* durch *D* nach *R* verlängert wird, und man sich
die Sonne an dieser Seite *R* vorstelllet, indem die Erde noch immer ihren Ort in
der verlängerten *LT* behält. Wird alsdenn *Tr* nach dem Mittelpuncte der
Sonne zu gezogen, so ist der Winkel *LTr* die scheinbare Entfernung des Mondes
von der Sonne, und dieser Winkel ist spitzig, *RLT* aber stumpf. Es ist aber
ACB nun nicht mehr der erleuchtete, sondern der finstere Theil des Umkreises
ACBD, und das Auge siehet von dem erleuchteten Theile desselben *ADB* nicht
mehr, als den Bogen *FB*, welcher vorher finster war. Also ist auch in der
103ten Zeichnung *MENH* nicht mehr der Entwurf des erleuchteten, sondern des
gegen das Auge gekehrten finstern Theils der Oberfläche des Mondes; und
MFNH, so in dem vorigen Falle finster war, ist der Entwurf des nunmehr er-
leuchteten Theils derselben; welcher demnach entstehet, wenn man aus der halben
Scheibe *MFNL* die halbe Ellipse *MHNL* herauschneidet. Die Hälfte der klei-
nern Ase dieser Ellipse ist auch hier der Cosinus der Entfernung des Mondes von
der Sonne, zu dem Radius *LM*, weil beyde Winkel bey *T* (*T. VI. Fig. 102.*) *T. VI. Fig.*
eben den Cosinus haben. Wird dieser Winkel *T* gerade, welches geschieheth, *102.*
wenn *LT* in die *AB* fällt, und die Entfernung des Mondes von der Sonne

Pp 2

durch

T. VI. Fig. ^{103.} durch einen Quadranten gemessen wird, so verschwindet der Cosinus dieser Entfernung, und mit demselben LH samt der halben Ellipse $MHNL$ (*T. VI. F. 103.*), so daß bloß die Hälfte der Scheibe $MENL$ oder $MFNL$ übrig bleibe, welcher die Gestalt des Mondes angeht. Fällt aber LT in die RS , so siehet man auch bloß aus der Zeichnung, daß die Gestalt des erleuchteten oder finstern Theils des Mondes, welche uns alsdenn erscheint, oder erscheinen würde, wenn sie licht hätte, eine volle Scheibe seyn werde.

T. VI. Fig. ^{104.} §. 538. Indem nun der Mond in seinem Kreise, von der Linie TS (*T. VI. Fig. 104.*), die von der Erde T nach dem Mittelpuncte der Sonne läuft, von Abend gegen Morgen gehet, so wird der Winkel LTS , welcher anfänglich gar keine, oder doch eine unbeträchtliche GröÙe hatte, nachdem bey N der Mittelpunct des Mondes entweder genau durch die Linie TS hindurch gieng, oder etwas von derselben, nach der mittäglichen oder mitternächtigen Seite der Ecliptic abwich; es wird, sage ich, der Winkel LTS immer größer und größer, bis er endlich, wenn der Mond bey P , in der nach dieser Seite verlängerten TS anlangt, die Hälfte des Umkreises zu seinem Maasse bekommt. Von dieser GröÙe nimt der Winkel LTS an der andern Seite der Linie PS wieder ab, und verschwindet, oder wird doch unbeträchtlich, indem der Mond bey N anlangt. Dadurch bekommt die halbe Ellipse, welche in der 103ten Zeichnung an eine halbe Scheibe angelegt, oder aus derselben geschnitten werden muß, um die Gestalt, in welcher der Mond erscheint, herauszubringen, nach und nach eine jede Breite LH , und es ereignet sich jede Gestalt in einem Monate zweymal, zuerst in dem Zunehmen, und zuletzt in dem Abnehmen des Mondes, ausser dem Vollmonde und Neumonde, deren jeder in jedem Monate nur einmal erscheint. Bey dem Stande des Mondes, welcher mit L^1 und L^4 bezeichnet ist, sehen wir den Mond wie $MFNH$; bey L^2 und L^3 wie $MENH$, und bey Q^1 oder Q^2 , wie eine halbe Scheibe.

Scheinbare Bewegung des Mondes um die Erde.

§. 539. Setzen wir nun zu dieser Bewegung des Mondes, mit welcher derselbe sich immer von Abend gegen Morgen von der Sonne entfernt, und an der Abendseite derselben nähert, die bereits angenommene Bewegung der Erde, mit welcher sich diese in vier und zwanzig Sternstunden einmal um ihre Aze herumdrehet; um dadurch die Bewegung zu erklären mit welcher die Sonne samt allen

allen übrigen himmlischen Körpern, durch eine von Morgen nach Abend gerichtete *T. VI: Fig.* Bewegung, Kreise zu beschreiben scheinen, deren Flächen der Fläche des Gleichers *104-* parallel liegen: so sehen wir leicht, warum wir diese Bewegung an dem Monde ebenfalls wahrnehmen. Da nemlich seine Bewegung von Abend gegen Morgen viel langsamer ist, als das Drehen der Erde nach eben der Seite, so muß, indem sich die Erde bergestalt drehet, der Mond immer mehr und mehr, an der Abendseite einer jeden Mittagsfläche, zurückbleiben. Weil aber dieser Bewegung des Mondes, die wir als blos scheinbar ansehen müssen, so lange wir das Drehen der Erde vor wahr halten, die andere Bewegung desselben, mit welcher er sich von der Sonne nach der Morgenseite entfernt, entgegen ist: so folget, daß jeder Zeitraum, der sich von dem Augenblicke anfängt, in welchem der Mond durch die Mittagsfläche eines Orts gehet, und sich mit dem unmittelbar darauf folgenden Durchgange endiget, immer länger seyn müsse, als ein natürlicher Tag, dessen Anfang und Ende durch den Durchgang des Mittelpunctes der Sonne durch eben die Fläche bestimmt wird. Der Mond beweget sich von der Sonne bis wieder an dieselbe beynah in $29\frac{1}{2}$ Tagen, welches so viel ist als 59mal 12 Stunden. Er entfernt sich also in 24 Stunden um 12 Grade und beynah 12 Minuten von derselben; welche zwölf Grade und zwölf Minuten ohngefähr 48 bis 49 Minuten Zeit brauchen würden, durch die Mittagsfläche zu kommen, wenn die Bahn des Mondes dem Gleichers parallel wäre. Dadurch wird der Zeitraum, welcher zwischen zween unmittelbar auf einander folgenden Durchgängen des Mondes durch eben die Mittagsfläche verfließet, beynah auf 24 Stunden und 48 Minuten des natürlichen Tages gesetzt, und der vier und zwanzigste Theil dieser Zeit übertrifft eine Stunde des natürlichen Tages beynah um 2 Minuten.

§. 540. Von der Erklärung der Erscheinungen, welche theils von dem Drehen der Erde, und theils von der wirklichen Bewegung des Mondes in Absicht auf die Sonne, herrühren, darf dieser Ueberschuß der Zeit des scheinbaren Umlaufs desselben von einer Mittagsfläche bis wieder an denselben, über die Länge des natürlichen Tages, nicht außer Acht gelassen werden: auch, wenn man die übrigen Abweichungen, die theils von der ungleichen Bewegung des Mondes in seiner Bahn herrühren, und theils davon, daß er innerhalb den angezeigten Gränzen bald nach Mittag und bald nach Mitternacht von der Ecliptic abweicht,

T. VI. Fig. 104. in dessen bey Seite setzet. Mit Vorbehaltung dieser Verbesserungen ist es zu verstehen, wenn gesagt wird, daß (T. VI. Fig. 104.) der Neumond *N* mit der Sonne zugleich auf und untergehe. Denn in der rechten Strenge gehet er später als die Sonne unter, wenn er mit derselben zugleich aufgehet, weil er eine längere Zeit braucht einen Tagbogen zu durchlaufen, welcher mit dem von der Sonne beschriebenen beynahе einerley ist. Auf eben die Art sind die übrigen dergleichen Ausdrücke zu erklären, welche nur das gröbere der Erscheinungen angeben sollen.

§. 541. Der Vollmond *P* stehet der Sonne gerade entgegen. Er gehet also auf, wenn die Sonne untergehet, und erst nach dem Aufgange der Sonne wieder unter, so daß er sich die ganze Nacht durch über dem Horizonte zeigt, und uns leuchtet. Ueberhaupt beschreibet der Mond bey diesem Stande beynahе eben den Tagbogen, welchen die Sonne beschreibet, wenn sie sich bey dem ihrem gegenwärtigen Orte entgegengesetzten Punkte der Ecliptic befindet, und hat fast eben die Mittagshöhe. Aus dieser Ursache genießen wir das Licht des Mondes im Winter am meisten, und er ist zu der Zeit eine viel längere Zeit sichtbar, als im Sommer, wenn wir nemlich alle Stunden der Nacht, in welchen er scheint, zusammen nehmen. Denn so lang der Mond zwar nicht ganz voll ist, aber doch zwischen L^2 und L^3 uns beynahе cirkelrund erscheineth, wird der Theil der Nacht, welchen er erleuchtet, nicht viel kleiner gefunden; zumalen wenn man noch, wie geschehen muß, zu jeder Stunde dieses Theils, zwey Minuten zusetzet. Zur Zeit des Vollmonds giebt eine richtig gestellte Sonnenuhr, durch den Schatten ihrer Axe, die Stunde der Nacht mit einer desto grössern Richtigkeit an, je weniger diese Stunde von dem eigentlichen Zeitpunkt des Vollmonds entfernt ist.

§. 542. Befindet sich der Mond bey Q^1 im ersten Viertel, da er von der Sonne um drey Zeichen nach der Morgenseite entfernt ist; so beschreibet er beynahе eben den Tagkreis, welchen die Sonne nach drey Monathen beschreiben wird, weil sie in dieser Zeit ohngefähr eben so weit in der Ecliptic fortrücket. Es ist aber der Mond nicht in dem ganzen Theile dieses Kreises, welcher über dem Horizonte stehet, sichtbar: denn wir sehen ihn nicht, oder achten wenigstens seiner wenig, so lang uns die Sonne leuchtet. Gehet aber die Sonne unter, so befindet sich der um drey Zeichen von derselben entfernte Mond immer in der Gegend
der

der Mittagsfläche. Dasselbst erscheint er uns also zuerst, und zwar an der Abend- T. VI. Fig. 104.
 seite dieser Fläche, wenn sich die Sonne zu der Zeit in der nördlichen Hälfte der
 Ecliptic befindet, und an ihrer Morgen- seite, wenn der Ort der Sonne eines der
 mittägigen Zeichen ist; und wir sehen den Mond bey diesen Umständen desto mehr
 von unserm Mittagskreise entfernt, je mehr zu der Zeit die Sonne von der Flä-
 che des Gleichers abweicht. Alles dieses ist leicht genug einzusehen, wenn man
 der Einbildungskraft mit einer Himmelskugel zu Hülfe kömmt, indem man, wie
 hier noch zur Zeit geschiehet, den Mond sich ebenfalls in der Fläche der Ecliptic
 bewegen läßt. Es kömmt alles auf die Lage der Pole dieses Kreises an, in wel-
 chen sie sich, bey dem Untergange der Sonne, in Absicht auf den Horizont be-
 finden: denn durch diese muß die Verticalfläche gelegt werden, welche die zur Zeit
 des Untergangs der Sonne über den Horizont stehenden Hälfte der Ecliptic in
 zween Quadranten theilen soll. Und auf eben die Art können wir überschlagen,
 wie lange uns ohngefehr der Mond leuchten werde, wenn er sich ausser Q^1 bey
 L^1 oder L^2 befindet; nachdem die Sonne diesen oder jenen Ort in der Ecliptic
 einnimmt. Ueberhaupt sehen wir den Mond nicht aufgehen, so lang er sich von N
 durch $L^1Q^1L^2$ von der Sonne entfernt, sondern wir erblicken ihn bey'm Un-
 tergange der Sonne, oder kurz vorher, zuerst in einer größern oder kleinern
 Höhe über dem Horizonte, und zwar so, daß sein cirkelrunder Theil, der immer
 gegen die Sonne gekehret seyn muß, gegen Abend lieget.

§. 543. Ist aber der Mond in seinem letzten Viertel bey Q^2 , so gehet
 er vor der Sonne auf, und beschreibt über dem Horizonte beynah eben den Tage-
 bogen, welchen die Sonne drey Monathe vorher beschrieb. Er ist uns aber
 mit seinem Lichte nicht länger, als bis zum Aufgange der Sonne nützlich; in wel-
 chem Zeitpunkte er sich an der Morgen- seite der Mittagsfläche, und desto mehr
 von derselben entferne befindet, je mehr die Sonne von der Fläche des Gleichers
 nach dem Nordpole abweicht: da im Gegentheil, wenn die Abweichung der
 Sonne von dem Gleichern mittägig ist, der Mond vor dem Aufgange der Son-
 ne die Mittagsfläche bereits verlassen, und sich von derselben desto mehr nach der
 Abendseite entfernt hat, je näher sich die Sonne an dem Südpole befindet.
 Wir sehen nunmehr den Mond nicht untergehen: und eben dieses ist auch zu sa-
 gen, so lange sich derselbe von P durch $L^3Q^2L^4$ in der zweiten Hälfte seiner
 Bahn, der Sonne nähert. Befindet er sich bey L^3 , so ist der Zeitpunkt seines
 Aufgangs

7. VI. Fig. 104. Aufgange mehr von dem Aufgange der Sonne entfernt, als bey Q^2 ; und bey L^4 erfolgt dieser in einer kürzern Zeit nach jenen. Der circlerunde Theil der Gestalt aber, in welcher der Mond erscheint, ist nunmehr nach Morgen gekehret, weil sich die Sonne auf dieser Seite aufhält.

Genauere Betrachtung der Bewegung des Mondes.

§. 544. Dieses sind die Erscheinungen, deren Gründe einzusehen eine größere Betrachtung des Laufs des Mondes hinlänglich war. Das übrige erfordert eine viel genauere Kenntniß desselben, die nicht ohne Schwürigkeit erhalten werden konnte. Die ersten Beobachter mußten so gar in Verlegenheit seyn, wenn sie den Ort dieses Körpers an dem Sternhimmel anmerken wolten. Es wird derselbe durch die gerade Linie angegeben, welche von dem Mittelpuncte der Erde durch den Mittelpunct des Mondes hindurch gehet: und es ist leicht einzusehen, daß ein jedes anderes in oder bey der Erde angenommenes Punct, welches man anstatt des Mittelpuncts der Erde dazu brauchen wolte, sich zur Bestimmung dieses Orts gar nicht schicken würde. Nun aber befinden wir uns immer in der Oberfläche der Erde, und die von unserm Auge durch den Mittelpunct des Mondes gehende Linie, in welcher wir den Mond sehen, weicht meistens von derjenigen, die von dem Mittelpuncte der Erde sich eben dahin erstrecket, gar sehr ab: so daß fast jede Beobachtung des Mondes durch eine starke Parallaxe gebessert werden muß, wenn sie uns den Ort desselben, wie er uns aus dem Mittelpuncte der Erde erscheinen würde, mit der gehörigen Zuverlässigkeit angeben soll. Doch hat ein unermüdeter Fleiß den größten Theil dieser Schwürigkeiten nach und nach glücklich überwunden.

§. 545. Das erste, so wir zu einer genauern Bestimmung des Laufs des Mondes annehmen müssen ist, daß derselbe, bey jedem monatlichen Umlaufe bey nahe in eben der durch den Mittelpunct der Erde gelegten Fläche verharret, so daß, wenn man sich eine ebene Fläche vorstellt, die durch zween verschiedene Puncte, in welchen sich der Mittelpunct des Mondes in zween Zeitpuncten seines monatlichen Umlaufs befunden hat, und durch den Mittelpunct der Erde hindurch gehet, man diese Fläche nur etwas weniges an dem Mittelpuncte der Erde hin und her wanken lassen darf, um durch diese kleine und langsame Veränderung ihrer Lage es dahin zu bringen, daß sie der Mittelpunct des Mondes bey diesem ganzen

ganzen Umlaufe nicht verlaſſe. Diese Fläche der Mondbahn ſchneidet demnach die *T. VI. Fig.*
 ebenfalls durch den Mittelpunct der Erde gehende Fläche der Ecliptic in einer ge- *104.*
 raden Linie, ſo die Knotenlinie genennet wird: der Winkel aber, welchen ſie mit
 der Fläche der Ecliptic einſchließet, beträgt nie weniger als fünf Grade, und nie
 mehr als fünf Grade und 18 Minuten: welche Veränderung ihrer Neigung ge-
 gen die faſt völlig unveränderliche Fläche der Ecliptic eine der Folgen ihrer verän-
 derten Lage iſt. Und hievon kommt es, daß der Mond bey jedem Umlaufe, um 5
 Grade und darüber, nach beiden Seiten von der Fläche der Ecliptic abweicht.

§. 546. Bey ſo geſtalteten Sachen würde die Bahn, in welcher ſich der
 Mond an dem Sternhimmel rings um uns herum zu bewegen ſcheinet, uns nicht
 als ein Cirkelkreis vorkommen, wenn wir ſie auch aus dem Mittelpuncte der Erde
 betrachten könnten: weil nemlich die Theile derſelben nicht ſämmtlich in eben die
 unbewegte Fläche fallen. Sehen wir aber die angezeigte kleine Veränderung der
 Lage dieſer Fläche bey Seite, ſo ſchneidet ſie allerdings den Sternhimmel in einem ſeiner
 größten Cirkel, und theilet alſo die Ecliptic, welche ihren Mittelpunct ebenfalls in dem
 Mittelpuncte der Erde hat, in zwey gleiche Theile, von welcher ſie hinwiederum eben ſo
 getheilet wird. Einer dieſer Theile der ſcheinbaren Mondbahn fällt an die mitternächtige
 Seite der Ecliptic, der andere aber an die mittägige. Die Puncte, in welchen
 die beiden Bahnen einander ſchneiden, ſind beiden gemeinſchaftlich, und werden die
 Knoten der Bahn des Mondes genant, die durch die ſogenante Knotenlinie mit
 einander vereiniget werden. Dieſes iſt der Weg, welchen der Mond an dem
 Sternhimmel, zwiſchen denen zwey der Ecliptic parallel liegenden Gränzen, zu neh-
 men ſcheinet. Wird, wie gleich anfangs (*T. VI. Fig. 100.*) geſchehen iſt, der *T. VI. Fig.*
 Streifen des Himmels, auſſer welchem er von dem Mittelpuncte der Erde niemals *100.*
 geſehen werden kan, eben gebogen, und dadurch in das Rechteck *ab* verwandelt,
 in welchem *ACB* die Ecliptic iſt: ſo bildet die Bahn des Mondes die wie eine
 Schlange gekrümmte Linie *ADCEB*, deren Theil *ADC* ihre mitternächtige Hälfte
 iſt, und *CEB* die mittägige. Die Puncte *A* und *B* fallen an dem Himmel in
 eins zuſammen, und dieſes *A* oder *B* iſt ein Knoten der Mondbahn, mit wel-
 chem in unſerer Zeichnung der mitternächtige Theil derſelben ſeinen Anfang nimt.
 Er heißet das Drachenhaupt, und wird alſo bezeichnet *Q*: zu der Benennung
 aber mag eine Vorſtellung, wie die gegenwärtige iſt, die Veranlaſſung gegeben
 haben: denn ein Drache iſt nichts anders, als eine groſſe Schlange. Der zweite

306 Der Astronomischen Vorlesungen achter Abschnitt.

T. VI. Fig. Knoten ist *C*, bey welchem die Bahn anfängt mittägig zu werden. Dieser heißt der Drachenschwanz, und hat das Zeichen U . Der Mond entfernt sich in dem ersten Viertel seiner Bahn *AD* von der Ecliptic, bis fast an die von derselben um 5 Grad 18 Minuten entfernete Gränze *ab*, in dem zweiten Viertel *DC* nähert er sich derselben; in dem dritten *CE* entfernt er sich nach der andern Seite fast eben so weit, und nähert sich ihr wieder in dem Viertel *EB*.

§. 547. Der Ort des Mondes in Absicht auf die Ecliptic wird eben so bestimmt, wie dieses bey den übrigen himmlischen Körpern geschiehet, die sich ausser derselben befinden. Man stellet sich nemlich in der um den Mittelpunct der Erde beschriebenen Himmelskugel einen Kreis vor, der durch die beiden Pole der Ecliptic und den Mittelpunct des Mondes hindurchgeheth. Da dieser Kreis die Ecliptic nothwendig schneidet, so ist der Punct, in welchem dieses geschiehet, der Ort des Mondes in derselben: sein Abstand aber von dem Anfange der Ecliptic oder dem ersten Puncte des Widders, ist alsdenn die Länge des Mondes: und die Breite desselben ist der Theil eben des durch die beiden Pole der Ecliptic gehenden Kreises, welcher von der Ecliptic bis an den Mond reichet. Verändert der Mond seinen Ort, so gehet gemeinlich sowol in der Länge als in der Breite desselben eine Veränderung vor, und diese Veränderung ist die Bewegung des Mondes nach seiner Länge oder Breite. Nach einer gewissen Zeit bekommt der Mond seine Länge, die er im Anfange dieser Zeit hatte, wieder; und alsdenn hat er nach der Ecliptic einen ganzen Umlauf gemacht. In dem Augenblicke des Neumondes ist die Länge des Mondes mit der Länge der Sonne völlig einerley, was auch seine Breite seyn mag; und in dem Augenblicke des Vollmondes ist die Länge des Mondes um sechs Zeichen grösser oder kleiner, als die Länge der Sonne.

§. 548. Hieraus folgt daß die Zeit, in welcher der Mond in Absicht auf die Ecliptic ganz herum komt, beträchtlich kleiner seyn müsse, als der bisher betrachtete Mondenmonath von 29 Tagen 12 Stunden 44 Minuten und 3 Sekunden. Denn wenn der Mond nach der Ecliptic einen ganzen Umlauf gemacht hat, hat er die Sonne noch nicht erreicht, welche indessen fortgerückt ist; und seine Länge ist nochwendig kleiner, als die Länge der Sonne. Indessen ist die mittlere Länge der Zeit, in welcher er diesen Umlauf verrichtet, aus der Länge eines solchen Monats, leicht zu schließen. Wir wissen, wieviel die Sonne, nach ihrer mittlern Bewegung, in 29 Tagen 12 Stunden und 44 Minuten fortrücket, indem

Von dem Monathe, dem Monde, dessen Schatten, &c. 307

indem dieses aus der täglichen Bewegung derselben leicht zu rechnen ist. Es be- T. VI. Fig. 100.
 trägt nemlich diese Länge 29 Grade, 6 Minuten und 24 Secunden, oder
 104784 Secunden. Sol der Mond, nachdem er bey einem gewissen Puncte
 seiner Bahn mit der Sonne einerley Länge hatte, dieselbe wieder erreichen, so
 muß er, ausser dem ganzen Umkreise, noch einen Bogen von so vielen Secunden
 beschreiben. Nun hält der ganze Umkreis eines Circels 1296000 Secunden,
 welche zu dem berechneten Bogen hinzugesetzt, 1400784 Secunden für die ei-
 gentliche Länge des Bogens geben, die der Mond in der Zeit eines Monats be-
 schreiben muß. Da also die Bewegung desselben als gleichförmig angesehen wird,
 so verhält sich die Zahl dieser Secunden 1400784 zu der Zahl 1296000, das
 ist der Weg eines Monats zu dem ganzen Umkreise, wie die Zahl der in dem
 Monate enthaltenen Zeitsecunden, 2551443, zu der Zahl der Zeitsecunden,
 welche die Wäbrung eines Umlaufs angiebt. Diese Zahl ist also 2360585,
 welche 27 Tage, 7 Stunden 43 Minuten und 5 Secunden ausmachen, in wel-
 cher Zeit der Mond seinen Umlauf nach der Ecliptic einmal ganz verrichtet.
 Werden dieser Zeit noch die 6 bis 7 Zeitsecunden zugesetzt, die er braucht, die
 wenigen Secunden zu beschreiben, um welche indessen der Anfang der Ecliptic
 zurückgegangen ist, so werden, für die Zeit seines Umlaufs in Ansehung der Fix-
 sterne 27 Tage, 7 Stunden 43 Minuten und 11 Secunden herausgebracht.
 In vier und zwanzig mitlern Stunden verändert der Mond seine Länge um 13
 Grade 10 Minuten und 35 Secunden; und auch hier ist von der mitlern
 Bewegung desselben die Rede.

§. 549. Der Stand des Mondes, bey welchem seine Länge mit der
 Länge der Sonne einerley ist, heisset die Conjunction oder Zusammenkunft des-
 selben mit der Sonne, welches Wort auch von andern himmlischen Körpern in eben
 dem Verstande gebraucht wird; ist aber die Länge des Mondes von der Länge der
 Sonne um sechs Zeichen verschieden, so stehet er in der Opposition oder dem Ge-
 genscheine mit derselben, welches ebenfals von einem jeden andern himmlischen
 Körper bey dem nemlichen Umstande gesagt werden kan. Beides zugleich, sowol
 die Opposition des Mondes, als auch seine Conjunction, wird ohne Unterschied
 mit dem Nahmen einer Syzygie belegt. Die Zeit von einer Conjunction bis
 zu der nächsten, oder von einer Opposition bis zu der unmittelbar darauf folgen-
 den, heisset Mensis synodicus, der Monath der Zusammenkunft; die Zeit des
 ganzen

T. VI. Fig. ganzen Umlaufs des Mondes aber, oder diejenige, bey deren Anfang und Ende er eben die Länge hat, Mensis periodicus, der Monath des Umlaufs. Jene Zeit ist eben die, so wir uns bisher unter dem Nahmen eines eigentlichen Monaths vorgestellt haben, und wir können ihr denselben lassen, indem wir den periodischen Monath dadurch von demselben unterscheiden, daß wir diesen nur die Zeit des Umlaufs nennen.

Von den Knoten der Mondbahn.

§. 550. Was aber den Ort eines der zween Knoten der Mondbahn anlangt, so kan derselbe bestimmt werden, wenn man nur den Mond in dem Zeitpunkt beobachtet, in welchem er keine Breite hat. Denn alsdann befindet er sich gewiß in einem der Knoten, und seine Länge ist mit der Länge dieses Puncts völlig einerley. Noch genauer wird der Ort des Knotens durch die Länge eines Fixsterns angegeben, der sich in der Fläche der Ecliptic befindet, indem er uns von dem Monde bedeckt wird. Zwar hat in beide Erscheinungen die Parallaxe einen starken Einfluß, besonders wenn die Beobachtungen in einer beträchtlichen Entfernung von dem Zenit angestellet werden müssen. Sollen aber zween zu verschiedenen Zeiten beobachtete Stellen eines Knoten nicht weiter gebraucht werden, als dadurch zu bestimmen, um wieviel derselbe in einer gewissen Zeit in der Ecliptic vorrückt; so dürfen, wenn nur die Zeiten der Beobachtungen weit genug von einander entfernert sind, die dadurch herausgebrachten Längen so vollkommen richtig nicht seyn. Denn wenn aus dem Bogen der Ecliptic, um welchen sich der Knoten in dieser langen Zeit von der Stelle, die er bey dem Anfange derselben einnahm, entfernert hat, derjenige geschlossen wird, in welchem er in einer viel kürzern Zeit eines Jahres oder Monathes fortgegangen ist, so werden die bey dem Anfange und dem Ende der langen Zeit etwan begangene Fehler nothwendig verkleinert, welches auch bey allen andern Schlüssen dieser Art statt findet. Es bewegen sich aber die Knoten der Mondbahn, wieder die Ordnung der Zeichen, so geschwind, daß sie in 18 Monathen beynah ein ganzes Zeichen zurück legen. Eigentlich komt jeder derselben in 18 gemeinen Jahren, 228 Tagen, 4 Stunden, 52 Minuten und 52 Secunden in der Ecliptic ganz herum, und gehet also in einem Tage um 3 Minuten und 11 Secunden zurück. Da also der Mond in eben der Zeit um 13 Grade 10 Minuten, 35 Secunden fortgeheth, so entfernert sich derselbe dadurch von seinen Knoten, um die Summe dieser zweo Längen, welche 13 Grade 13 Minuten und 46 Secunden ausmachet.

§. 551. Die richtigste Bestimmung des Orts der Knoten, der mittlern *T. VI. Fig.*
 Bewegung derselben und der mittlern Bewegung des Mondes selbst, wird vornehm- *100.*
 lich von dem Schatten hergenommen, welche die Erde und der Mond, als dunkle
 Körper, der Sonne gegenüber werfen. Wäre die Sonne und jeder dieser
 Körper so klein, daß sein Schatten als eine gerade Linie, ohne Breite oder Dicke
 betrachtet werden könnte: so würde der Schatten der Erde immer ganz in die Flä-
 che der Ecliptic fallen, und keinen Körper treffen, der sich nicht ebenfalls in die-
 ser Fläche befindet. Der Schatten des Mondes aber würde nie in der Fläche der
 Ecliptic anzutreffen seyn, als in dem Augenblicke, in welchem der Mond selbst
 durch dieselbe hindurch gehet. Es wäre also ein sicheres Merkmal, daß der
 Mond in der Fläche der Ecliptic sey, wenn entweder sein Schatten die Erde oder der
 Schatten der Erde den Mond trifft; und man dürfte nur in dem Zeitpuncte, in welchem
 sich dieses zuträgt, den Ort des Mondes oder der Sonne in der Ecliptic ausmachen, um
 die Stelle eines seiner Knoten zu erlangen. Die dicken Schatten, welche diese Kör-
 per bey ihrer beträchtlichen Grösse, der noch viel grössern Sonne entgegen werfen,
 sind dazu gewisser Maassen noch geschickter. Wir müssen aber diese Schatten, von
 welchem bereits verschiedenes angemerket worden ist, nun umständlicher betrachten,
 um dieselbe so sehr als möglich ist zu nutzen.

Von dem Schatten der Erde und des Mondes.

§. 552. Es sey (*T. VII. Fig. 105.*) *S* die Sonne, *O* ein dunkler *T. VII. Fig.*
 Körper, der Mond oder die Erde, beide kugelrund. Diese Körper *S* und *O* *105.*
 seyn durch ihre Mittelpuncte, und die gerade Linie *SO*, welche diese Puncte mit
 einander verknüpft, vermittelst einer Ebene geschnitten, welche von jedem einen
 seiner größten Cirkel zum Vorschein bringen wird, wodurch wir in den Stand ge-
 setzt werden von den Körpern selbst zu urtheilen, wenn wir betrachten, daß einer-
 ley folgen müsse, man mag die zwei Kugeln so oder anders durch *SO* schneiden,
 oder auch die Fläche des Schnitts um diese Linie *SO* rings herum lehren. Wird
SO nach Belieben verlängert und die beide Cirkel berührende *ABCD* gezogen,
 (welche die verlängerte *SO* in *C* schneiden wird, wenn *O* kleiner ist als *S*, wie
 wir dieses, der Beschaffenheit der Sache gemäß, annehmen müssen) so wird eine
 andere durch *C* gezogene Linie, welche die kleinere Scheibe bey *b* berührt, bey
 ihrer Verlängerung, die grössere ebenfalls bey *a* berühren, und den Winkel *SCb*
 dem *SCA* gleich machen; folgendes auch, wenn sie nach dieser Seite verlängert

310 Der Astronomischen Vorlesungen achter Abschnitt.

T. VII Fig 105. wird, dCE gleich dem DCE . Dadurch wird der Raum BCb bestimmt, welcher, im ganzen genommen, die Gestalt eines geraden Kegels hat, zu welchem OE die Axe ist: und diesem Kegel ist bey der Spitze C ein anderer Kegel DCd entgegen gesetzt, der um eben die Axe ins Unendliche fortlaufft.

§. 553. Die Sonne S wirft in den Kegel BCb gar kein Licht: indem aller übriger Raum um den Körper O , wenigstens von einem Theile derselben, erleuchtet wird. Und da jedem weit genug von den Kugeln S und O entferneten Auge, diese als Scheiben vorkommen, so erscheinen einem Auge, daß dieselbe aus einem Punkte der Axe OE betrachtet, die zween Mittelpuncte dieser Scheiben, als ein einziges: zugleich aber erscheinet die Scheibe O größer als die Sonnenscheibe, und bedeckt nicht nur diese, sondern auch einen beträchtlichen Raum um dieselbe, wenn sich das Auge zwischen O und C aufhält. Wird das Auge genau in C gesetzt, so bedeckt die Scheibe O die Scheibe der Sonne ganz, und nicht mehr. Befindet sich aber das Auge in dem Theile der Axe CE , so erscheinet ihm die Scheibe O kleiner als die S , und läßt einen um den Mittelpuncte der Sonnenscheibe beschriebenen ringsförmigen Raum unbedeckt, der desto breiter ist, je weiter sich das Auge von C nach E entfernet. Sobald das Auge von der Axe OE abweicht, fallen die zween Mittelpuncte aus einander, und der eine entfernt sich von dem andern desto mehr, je mehr sich das Auge von OE entfernet: die Größen der Scheiben aber bleiben fast gänzlich die vorigen, wenn die Entfernung desselben von O nicht zugleich merklich geändert wird. Hieraus ist leicht einzusehen, in welcher Gestalt die von der dunkeln O bedeckte helle Scheibe S in jedem Falle erscheinen werde. Wird das Auge in die Linie BD , oder sonst in die Oberfläche der Kegel gesetzt, so berühren die Umkreise der Scheiben einander inwendig, indem die Punkte B und A in eins zusammen zu fallen scheinen.

§. 554. Weil in dem Dreyecke SBC der äussere Winkel ABS den beiden innern BSO und BCO gleich ist, so ist der Winkel BCO , welchen die Seite des Kegels BC mit seiner Axe OC einschliesset, der Unterschied der beiden ABS und BSO . Wenn nun die Linie AC , von der SB , die den um O beschriebenen Cirkel ebenfalls berührt, bey B geschnitten wird, so ist der Winkel ABS derjenige, in welchem ein Auge in B den halben Durchmesser der Sonne
sehen

Von dem Monathe, dem Monde, dessen Schatten, &c. 311

sehen würde, und von dem, in welchem derselbe dem in den Mittelpunct O ge- T. VII. Fig.
105.
sehen Auge erscheint, nicht zu unterscheiden: BSO aber ist die Horizontparallaxe
der Sonne, wenn der Körper O die Erde ist, und überhaupt der Winkel, in
welchem der Halbmesser des Körpers O von einem Auge gesehen wird, welches
seinen Stand in dem Mittelpuncte der Sonne hat. Also ist überhaupt der Wina-
kel BCO gleich dem Unterschiede der scheinbaren Halbmesser der Körper S und O ,
wenn jeder derselben aus dem Mittelpuncte des andern betrachtet wird.

§. 555. Wird aber durch Ff eine Fläche vorgestellt, auf welcher die Axe
 OC senkrecht stehet, so bildet der auf dieselbe fallende Schatten eine finstere
Scheibe, die desto grösser ist, je näher die Fläche Ff an O lieget. Der Mittelpunct
dieser Scheibe ist I , und ihr halber Durchmesser HI , in welcher Linie die
Fläche von dem Dreyecke BCO geschnitten wird. Diese HI erscheint einem in
den Mittelpunct des dunkeln Körpers O gesetztem Auge, in dem Winkel HOI ,
welcher dem Unterschiede der beiden Winkel BHO und HCO gleich ist. Der
erste dieser Winkel BHO ist von demjenigen, unter welchem der Halbmesser des
Körpers O einem Auge in I erscheinen würde, desto weniger zu unterscheiden,
je kleiner HI ist; der andere aber HCO oder BCO ist der eben durch die beiden
scheinbaren Halbmesser der Körper S und O bestimmte Winkel des Kegels. Wird
die Axe CE ausser dem Puncte E mittelst der Fläche Gg eben so geschnitten;
so entsteht aus dieser Fläche eine Scheibe, deren Mittelpunct E und der halbe
Durchmesser DE ist. Diese Scheibe unterscheidet sich dadurch von der vorigen,
daß sie alle Puncte der Fläche Gg in sich begreift, aus welchen der Körper O
ganz in der Sonne gesehen wird, so daß jedes anderes Punct der Fläche Gg mehr
licht von der Sonne empfängt, als ein Punct dieser Scheibe. Der Winkel
 DOE aber, in welchem der Halbmesser dieser Scheibe DE aus O gesehen wird,
ist eben so, wie der Winkel HOI , zu berechnen, ausser daß hier der Winkel des
Kegels $ECD = OCB$ der grössere ist. Denn in dem Dreyecke OCD ist ECD
 $= EOD + BDO$, und also $EOD = ECD - BDO$. Dieser Winkel
 BDO aber lästet sich, wenn ED klein ist, von demjenigen, in welchem der Halbmesser
des Körpers O aus E gesehen wird, nicht unterscheiden,

§. 556. Es können noch zwei andere gerade Linien AG und ag gezo-
gen werden, welche die zweien um S und O beschriebene Kreise berühren, indem
sie

T. VII. Fig. 105. sie einander zwischen S und O in der SE schneiden. Ist K dieser Schnittpunkt, so wird durch den Winkel GKg ein anderer gerader Ke gel angegeben, dessen Ape in die SE fällt, und also mit jeder in der Oberfläche des Kegels durch dessen Spitze gezogenen geraden Linie, einen Winkel von der Größe EKG einschließt. Jedes in diesem kegelförmigen Raume, an der Seite E des dunkeln Körpers O liegende Punkt, ausser den bereits betrachteten, wird nur von einem Theile der Sonne erleuchtet, welcher dem in dasselbe gesetzten Auge als eine ausgeschnittene Scheibe erscheint, deren Gestalt man sich leicht einbilden kan. Es ist aber dieser Theil der Oberfläche der Sonne desto kleiner, und die ausgeschnittene Scheibe, in deren Gestalt er erscheint, da wo sie die größte Breite hat, desto schmaler, je weiter das Auge von der Ape OE entfernt ist, und ein in KG , oder sonst in die Oberfläche des Kegels gesetztes Auge, sieht die Sonne ganz, indem die Scheiben, welche demselben die Körper S und O vorstellen, einander blos von aussen berühren, und keine einen Theil der andern decken würde, wenn sie beide sichtbar wären. Aus dieser Ursache wird der kegelförmige Raum, welcher zwischen den Linien Bg und bG ins Unendliche lauft, der Halbschatten des Körpers O genennet.

§. 557. Der Winkel $GKE = gKE$ oder BKO , welchen die Seite dieses Kegels Kg mit seiner Ape KE einschließt; ist in dem Dreiecke BKS der äussere, und also den beiden innern BSO und SBK zusammen gleich. Der letztere dieser Winkel SBK oder SBa aber ist von demjenigen, in welchem der Halbmesser der Sonne aus O gesehen wird, nicht zu unterscheiden. Also ist, wenn jeder der zween Körper S und O aus dem Mittelpuncte des andern betrachtet wird, der Winkel gKE die Summe der scheinbaren Größen ihrer Halbmesser. Der Winkel FOI aber, in welchem die Hälfte des Durchmessers der von dem Halbschatten auf die Fläche Ff geworfenen Scheibe einem Auge in O erscheint, ist die Summe der Winkel BKO und BFO , welcher letztere, so lang IF klein bleibt, und also OF die OI wenig übertrifft, kaum kleiner ist, als der Winkel, in welchem ein in I gesetztes Auge den Halbmesser des Körpers O sieht. Eben so ist es auch, wenn der Halbschatten auf Gg geworfen wird. Der Winkel EOG , in welchem der halbe Durchmesser desselben einem Auge in O erscheint, ist die Summe der Winkel GKE und OGK , welcher letztere wieder kaum kleiner ist, als derjenige, in welchem der Halbmesser des Körpers O aus E gesehen wird, so lang OG die OE nicht alzu sehr übertrifft.

Von dem Schatten der Erde insbesondere.

§. 558. Ist nun der dunkle Körper O die Erde, indem der um *ST.VII.Fig.* beschriebene Kreis noch immer die Sonne bedeutet, und man stellet sich mit dem *105.* Halbmesser OI , welcher der Entfernung des Mondes von der Erde gleich ist, um ihren Mittelpunct O eine hohle Kugel beschrieben vor; so kan ein kleiner Theil der ebenen Fläche Ff rings um I als ein Theil der Oberfläche dieser Kugel angesehen werden, und man kan annehmen, daß die Erde den cirkelrunden Schatten, dessen Mittelpunct I und der Halbmesser IH ist, selbst in diese gekrümmte Oberfläche werfe. Als denn ist der Winkel BSO die Horizontparallaxe der Sonne, BHO aber von der Horizontparallaxe des Mondes kaum zu unterscheiden, da H von I so gar wenig entfernt ist: demnach ist, bey dem Schattenkegel, der Winkel BCO gleich dem Ueberschuße des aus B oder O gesehenen scheinbaren halben Durchmessers der Sonne ABS über die Horizontparallaxe derselben BSO , und es wird nur um die 8,7 Secunden gefehlt, die diese Parallaxe ausmachen, wenn man den Winkel des Kegels BCO dem scheinbaren Halbmesser der Sonne gleich setzt. Der Winkel HOI aber, in welchem der Halbmesser der Schattenscheibe aus dem Mittelpuncte der Erde O gesehen wird, bleibe übrig, wenn man von der Horizontparallaxe des Mondes BHO , den Winkel des Kegels HCO abziehet, das ist, wenn man von der Horizontparallaxe des Mondes den scheinbaren Halbmesser der Sonne wegnimmt, und, wenn auf das genaueste verfahren werden soll, dem Ueberschuße die Horizontparallaxe derselben zusetzet.

§. 559. Alle diese Dinge müssen für eben den Zeitpunkt bekannt seyn, für welchen der scheinbare halbe Durchmesser des Schattens berechnet werden soll. Im Mittel hält der scheinbare halbe Durchmesser der Sonne 16 Minuten und 3 bis 4 Secunden, das ist 964 Secunden. Wird also die Horizontparallaxe derselben noch immer auf 8,7 Secunden gesetzt, so bekommt der Winkel bey dem Kegel BCO 16 Minuten und 12,7 Secunden, oder 972 Secunden. Die mittlere Horizontparallaxe des Mondes hält 57 Minuten und 26 Secunden, und also der scheinbare Halbmesser des Schattens, beynähe 41 Minuten, 14 Secunden, oder 2474 Secunden. Wird nun mit demselben der halbe Durchmesser des Mondes selbst, welcher im Mittel auf 15 Minuten und 45 Secunden, oder 945 Secunden gesetzt wird, gehörig verglichen, so zeigt sich, daß der scheinbare

T. VII. Fig. Halbmesser des Schattens sich zu dem scheinbaren Halbmesser des Mondes, wie
 105. 55 zu 21 verhalte, das ist, wie etwas mehr als 2,6 zu 1

§. 560. Der Regel BCb würde ganz ohne Licht, und folgend die Scheibe des Schattens, welche wir betrachten, völlig dunkel seyn, wenn nicht die Erde in Luft eingehüllet wäre. Da aber dieses ist, so gehen nur die Lichtstrahlen bey derselben in gerader Linie vorbey, welche gar nicht in die Luft eindringen, sondern diese aufs höchste nur berühren; alle übrigen werden einwärts gebrochen. Und wenn der Strahl $ABCD$ völlig gerade seyn soll, so muß man sich vorstellen, daß er einer von diesen die Luftkugel bloß berührenden Strahlen sey. Alle übrigen Strahlen, die in einer geringern Entfernung von der Erde durch die Luft durchdringen, werden einwärts gebrochen, und dadurch wird in den Regel BCb , und in die Schattenscheibe um I , Licht gebracht, welches sonst nicht dahin kommen könnte. Es ist aber die Brechung dieser Strahlen verschieden, nachdem der Weg, welchen sie in der Luft machen müssen, länger oder kürzer ist, und es werden diejenigen, welche ganz an der Oberfläche der Erde in der Luft fortgehen, am allermeisten gebrochen. Wir wissen beynähe, wie stark ein solcher Strahl, welcher an der Oberfläche der Erde dem Horizonte parallel läuft, gebrochen worden sey, indem er von irgend einem der himmlischen Körper bis dahin gekommen ist, welchen wir alsdann in dem Horizonte sehen. Es wird nemlich der Winkel, um welchen der Strahl durch diese Brechung von seinem geraden Wege abgebracht wird, auf 32 Minuten und 24 Secunden gesetzt. Nun wird der Strahl, indemer sich wieder von der Erde entfernt, nach eben der Seite eben so stark gebrochen. Es beträgt also der ganze Winkel, um welchen er von der geraden Linie, nach welcher er sonst fortgegangen wäre, bey seinem Durchgange durch die Luft abgebracht wird, zweimal so viel, das ist 1 Grad, 4 Minuten und 48 Secunden; und wenn BC der ungebrochene, BL aber der bey B am meisten gebrochene Strahl ist, so hat der Winkel CBL oder HBL diese angezeigte Größe. In diesem Winkel wird der Bogen HL , in welchen alle in der Ebene der Zeichnung bey B gebrochene Strahlen fallen, aus B oder O gesehen, und es kan gesagt werden, daß dieser Bogen HL selbst 1 Grad 4 Minuten und 48 Secunden halte. Es ist also derselbe viel grösser als der halbe Durchmesser der Schattenscheibe HI , welcher nicht mehr als 41 Minuten und 14 Secunden enthält; woraus folgt, daß diese um I beschriebene Scheibe, von dem in der Luft gebro-

gebrochenen Lichtstrahlen über und über, wiewol nicht eben stark, erleuchtet werde. *T. VII. Fig. 105.*
 Die Rede ist von dem, so bey den angenommenen mitlern Maassen erfolgen kan, und in den allermeisten Fällen wirklich erfolgen muß. Weil aber diese Größen veränderlich sind, und die in der Luft sich aufhaltende Dünste die Durchsichtigkeit derselben öfters gar sehr vermindern; so kan es auch Fälle geben, in welchen *HL* kleiner ist, als *HI*, und in die mit dem Halbmesser *HI* um *I* beschriebene Scheibe so wenig Licht fällt, daß unsere an die Oberfläche der Erde gebundene Augen dasselbe kaum oder gar nicht merken können. Ueberhaupt wird diese Scheibe durch unsere Luft, welche nie alle Lichtstrahlen durchläßt, etwas größer gemacht, als sie sonst seyn würde, und man kan den Zuwachs, welchen ihr Halbmesser dadurch erhält, immer auf dessen vierzigsten Theil setzen. Das Licht nimt bey dem Umfange derselben nach und nach ab, welches eine genauere Bestimmung unnöthig machet.

Von dem Schatten des Mondes insbesondere.

§. 561. Ist nun aber die um *O* beschriebene Kugel der Mond, so ist der Winkel *BSO* derjenige, in welchem sein halber Durchmesser aus der Sonne gesehen wird, welchen wir oben (533) kleiner gefunden haben, als $2\frac{1}{2}$ Secunden. In dem Winkel *ABS* aber würde ein in den Mittelpunct des Mondes gesetztes Auge den halben Durchmesser der Sonne sehen, und dieser ist in dem Falle, um welchen es uns hier zu thun seyn wird, da nemlich der Mond zwischen der Sonne und der Erde stehet, um den 396sten Theil größer als derjenige, in welchem eben der Halbmesser aus dem Mittelpuncte der Erde gesehen wird. Denn um so viel ist alsdenn der Mond der Sonne näher, als die Erde. Da nun der größte Winkel, in welchem der halbe Durchmesser der Sonne von der Erde gesehen wird 16 Minuten und 20 Secunden, das ist, 980 Secunden beträgt (314), so hält der Ueberschuß des Winkels *ABS* bey dem Monde, über den aus dem Mittelpuncte der Erde gesehenen scheinbaren Halbmesser der Sonne, noch nicht gar $2\frac{1}{2}$ Secunden. Es ist also der Winkel zu dem Schattenkegel *BCO*, demjenigen, unter welchem ein in den Mittelpunct der Erde gesetztes Auge den halben Durchmesser der Sonne siehet, sehr genau gleich. Denn eigentlich ist $BCO = ABS - BSO$. Es übertrifft aber der Winkel *ABS* den aus dem Mittelpuncte der Erde gesehenen halben Durchmesser der Sonne um $2\frac{1}{2}$ Secunden, welche beynähe auch den Winkel *BSO* messen. Nun könnte aber der Unterschied dieser zween Winkel nicht so klein seyn, wenn der Mittelpunct der Erde, indem der

316 Der Astronomischen Vorlesungen achter Abschnitt.

T. VII. Fig. 105. Mond zwischen derselben und der Sonne durchgeheth, von der Spitze des Schattenkegels C , sonderlich entfernter bliebe.

§. 562. Wenn also Ff eine durch den Mittelpunkt der Erde gelegte Fläche vorstellet, auf welche der Schatten des Mondes fällt, und weil diese Fläche der Axe des Schattens perpendicular ist, in derselben eine dunkle Scheibe bildet: so ist der Winkel HOI , in welchem der Halbmesser dieser Scheibe aus dem Mittelpuncte des Mondes gesehen wird, gleich dem Ueberschusse des scheinbaren halben Durchmessers des Mondes, über den scheinbaren halben Durchmesser der Sonne, wenn beide aus dem Mittelpuncte der Erde betrachtet werden: denn es ist immer $HOI = BHO - BCO$. Es muß demnach der erstere dieser Winkel größer seyn als der letztere, wenn der Schatten des Mondes wirklich die Fläche Ff erreichen, und von dieser geschnitten werden soll. Sind die beiden Winkel einander gleich, so fällt nur die Spitze des Schattens in diese Fläche. Ist aber der scheinbare Halbmesser der Sonne größer als der scheinbare Halbmesser des Mondes, so liegt die durch den Mittelpunkt der Erde gelegte Fläche außer der Spitze des Schattens C , so wie Gg , und der Ueberschuss des Halbmessers der Sonne über den Halbmesser des Mondes misset den Winkel EOD , in welchem ED , der halbe Durchmesser der um E zu beschreibenden Scheibe erscheint, deren Umkreis alle Puncte der Fläche Gg einschließt, aus welchen ein dahin gefestetes Auge den Mond noch ganz in der Sonnenscheibe siehet. Da der größte scheinbare halbe Durchmesser der Sonne 16 Minuten und 20 Secunden hält: der kleinste aber nur 15 Minuten und 47 Secunden; der größte scheinbare Halbmesser des Mondes aber oben (527) auf 16 Minuten und 52 Secunden, und der kleinste auf 14 Minuten und 52 Secunden gesehen worden ist: so kan der halbe Durchmesser des Mondes sowol größer als kleiner seyn, als der halbe Durchmesser Sonne, und es haben alle diese Fälle, mit den daraus folgenden Erscheinungen, zu gewissen Zeiten statt. Ist der scheinbare Durchmesser des Mondes so groß als er werden kan, der scheinbare Durchmesser der Sonne aber hat seine geringste Größe, so hat der Winkel HOI beynähe 1 Minute. Ist aber der scheinbare Durchmesser des Mondes der kleinste, und der scheinbare Durchmesser der Sonne der größte, so steigt der Winkel DOE bis auf 1 Minute und 35 Secunden. Der erste dieser Winkel ist beynähe der 57ste Theil der Horizontparallaxe des Mondes. Da also diese Parallaxe zugleich

gleich der Winkel ist, in welchem der halbe Durchmesser der Erde aus dem Mittelpuncte des Mondes gesehen wird: so ist auch der Halbmesser der Scheibe, welche einem in den Mittelpunct des Mondes gesetzten Auge die Erde vorstellen würde, bis 57mal grösser, als der Halbmesser des Schattens *HI*, und eben so leicht läßt sich auch der größte Halbmesser *ED* mit dem halben Durchmesser der Erde vergleichen. Meistentheils aber sind beide Halbmesser *HI* und *ED*, in Absicht auf den halben Durchmesser der Erde, fast bloße Puncte. T.VII. Fig. 105-

§. 563. Der Winkel des Halbschattens *BKO* ist die Summe der Winkel *SBK* oder *SBa* und *BSO*, deren ersterer derjenige ist, in welchem der halbe Durchmesser der Sonne aus dem Monde gesehen wird, der letztere aber die scheinbare Größe des aus dem Mittelpuncte der Sonne betrachteten Halbmessers des Mondes. Es übertrifft also eigentlich der Winkel *BKO* denjenigen, in welchem der halbe Durchmesser der Sonne aus dem Mittelpuncte der Erde gesehen wird, um ohngefähr zweymal $2\frac{1}{2}$, das ist, um 4 bis 5 Secunden. Man kan diesen kleinen Ueberschuß weglassen, und auch den Winkel *BKO* demjenigen, in welchem der halbe Durchmesser der Sonne der Erde erscheint, gleich setzen. Als denn wird der Winkel *FOI*, in welchem der halbe Durchmesser des auf die Fläche *Ff* geworfenen Halbschattens *FI* einem in den Mittelpunct des Mondes *O* gesetzten Auge erscheinen würde, welcher immer den beiden Winkeln *BKO* und *BFO* gleich ist, die Summe der aus dem Mittelpuncte der Erde betrachteten scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes. Diese Summe beträgt im Mittel 31 Minuten und 48 Secunden, das ist 1908 Secunden, indem die mittlere Horizontparallaxe des Mondes, oder der Winkel, in welchem dem Mittelpuncte desselben der Halbmesser der Erde erscheint, 3446 Secunden hält. Die Vergleichung dieser Zahlen weist, das der erstere dieser Winkel in dem letzteren 1,8mal enthalten sey; und eben so verhält sich auch der halbe Durchmesser des auf die Fläche *Ff* geworfenen Halbschattens, zu dem halben Durchmesser der Erde. Jener Halbmesser ist nicht viel grösser als die Hälfte des halben Durchmessers der Erde, oder der vierte Theil ihres ganzen Durchmessers. Eigentlich hält der Halbmesser des auf die Fläche *Ff* geworfenen Halbschattens bey seiner mittlern Größe 0,58 des halben Durchmessers der Erde, es mag nun diese Fläche an die eine oder an die andere Seite der Spitze *C* fallen.

Bedeckung der Sonne durch den Mond.

T. VII. Fig.
105.

§. 564. Wenn die in einem der Durchmesser des Halbschattens IF fallende HF , so zwischen den zween Strahlen aF und AH lieget, deren einer von dem Puncte a des Durchmessers der Sonne Aa , der andere aber von dem gerade entgegen gesetzten A , dergestalt gezogen ist, daß sie den Mond bey B berühret: wenn, sage ich, diese HF bey M nach Belieben getheilet, und die MN gezogen wird, welche den Mond ebenfals berühret, so wird der Durchmesser der Sonne vermittelst des Puncts N , sehr genau in eben der Verhältniß $FM : MH$ getheilet, weil MN bey B ohne einen merklichen Fehler durch eben das Punct durchgehen muß, in welchem die AH und aF einander schneiden. Demnach ist auch $NA; Aa = FM : FH$. Nun aber ist Na derjenige Theil des Durchmessers der Sonne, welcher einem in M gesetzten Auge von dem Monde bedeckt wird, so daß dasselbe an der Seite, an welcher es in Absicht auf H lieget, nur den Theil des Durchmessers AN sehen kan. Wird also FH in eine beliebige Zahl gleicher Theile getheilet, die gemeinlich zwölf ist, so ist aus der Anzahl dieser Theile, die zwischen F und M fallen, die Größe des dem Auge in M von dem Monde bedeckten Theils des Durchmessers der Sonne leicht zu schließen. Und man siehet, daß alles sich eben so verhalten werde, wenn die Schattenscheibe außer C fällt, und also E den Mittelpunct derselben vorstellt: wiewol hier anstatt des Puncts H , D genommen werden muß, so an der andern Seite des Mittelpuncts E lieget. In diesem Falle ist die anstatt der HF zu gebrauchende Dg die Summe aus $Eg + ED$, dem halben Durchmesser des Halbschattens, und des kleinen Kreises, welcher alle Puncte einschließet, aus welchen der Mond ganz in der Sonne gesehen wird, gleich; da in dem vorigen FH der Uberschuß des halben Durchmessers des Halbschattens über den halben Durchmesser des Schattens gleich war.

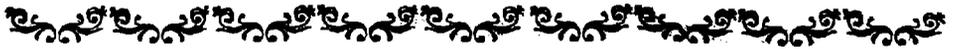
T. VII. Fig.
106.

§. 565. Ist nun (T. VII. Fig. 106.) Na , die Größe des von dem Monde bedeckten Theils des Durchmessers einer nach Belieben angenommenen Scheibe Aa , welche die Sonne vorstellen soll, durch die Lage eines Puncts M in der Schattenscheibe, dergestalt bestimmt worden; so wird die Größe und Gestalt des von dem Monde bedeckten Theils dieser Scheibe selbst angegeben, wenn man nur durch das Punct N , bey welchem sich der verdeckte Theil des Durchmessers endiget, mit einem Radius NL , der sich zu dem Radius der Sonnenscheibe AS , wie

Von dem Monathe, dem Monde, dessen Schatten, &c. 319

wie der scheinbare Halbmesser des Mondes zu dem scheinbaren Halbmesser der Sonne *T. VII. Fig. 106.* verhält, einen andern Kreis so beschreibet, wie es die Zeichnung auf dem ersten Anblick zu erkennen giebt. Uebrigens können die Sätze von den Schatten runder Körper, welche hier nur auf die Erde und den Mond angewendet worden sind, auch zur Bestimmung der Schatten der übrigen himmlischen Körper gebraucht werden, welche ihr Licht von der Sonne erhalten, und uns blos vermittelst derselben sichtbar werden. Denn diese werfen nothwendig einen Schatten der Sonne gegen über, welcher, wenn der dunkle Körper kleiner ist als die Sonne, sich in einer Spitze endiget, und von einem Halbschatten umgeben wird, der ins Unendliche lauft. Die Gröffen aber, welche bey diesem Schatten zu betrachten sind, hangen, wie bey dem Monde und der Erde, blos von der Größe des erleuchteten Körpers, der Größe der Sonne, und von dem Zwischenraume zwischen beiden ab,





Der
Astronomischen Vorlesungen
 neunter Abschnitt.

Von den Mondfinsternissen.

Durchgang des Mondes durch den Erdschatten.

§. 566.

Die Axe des Schattens der Erde fällt immer in die Fläche der Ecliptic, in welcher sich sowol der Mittelpunct der Sonne, als der Mittelpunct der Erde befindet. Stellet man sich nun um den Mittelpunct der Erde eine Kugel beschrieben vor, deren Oberfläche durch den Ort hindurch gehet, in welchem sich zu der Zeit der Mittelpunct des Mondes befindet; so schneidet diese Oberfläche sowol die Fläche der Ecliptic als auch die Fläche der Bahn des Mondes, und man kan die Bogen der größten Eirkel, welche durch diese Schaitte in der Oberfläche der Kugel entstehen, so lange sie klein genug bleiben, für gerade Linien, den Theil der Oberfläche der Kugel selbst aber, auf welchen der Schatten der Erde fällt, für eine ebene Fläche halten, dergleichen in der 105ten Zeichnung die *Ff* war: und wenn man sich eine ebene Fläche vorstelllet, welche die Oberfläche der Kugel bey irgend einem Puncte berührt, und in einer geringen Entfernung von diesem Berührungspuncte vermittelst dieser oder jener andern Fläche geschnitten wird, die zugleich durch den Mittelpunct der Kugel gehet; so werden verschiedene Umstände noch deutlicher. Denn in dieser kleinen Entfernung fällt die berührende Fläche mit der Oberfläche der Kugel beynah zusammen, so sehr sie sich auch nach und nach von derselben entfernen mag: wenigstens können unsere Sinnen keinen Unterschied merken.

T. VII. Fig.
 105.

§. 567.

§. 567. Ist nun in der 107ten Zeichnung AB der in der Oberfläche T. VII. Fig. 107. dieser Kugel, welche wir uns durch den Mittelpunct des Mondes einbilden, gesehene kleine Theil der Ecliptic, und AC ein in seine Minuten und Secunden getheilter Grad derselben, so kan der Erdschatten in seiner gehörigen Verhältniß gegen diesen Grad immer gezeichnet werden, wenn man dem Halbmesser desselben CB die oben (559) angezeigte GröÙe giebt. Hier ist die mittlere GröÙe von 41 Minuten und 12 Secunden genommen worden, zu welcher man aber immer noch den sechzigsten Theil, das ist 41 Secunden hinzusetzen kan, weil die gemeinlich mit vielen Dünsten beschwerte Luft, welche die Erde umgiebet, den Schatten derselben nothwendig etwas vergrößern muß. Man siehet leicht, daß zu einem dergleichen Entwurfs, bey welchem auf die bloÙe Aehnlichkeit gesehen wird, der Grad AC nach Belieben angenommen werden könne; weil der zu demselben gehörige Radius, welcher in die Zeichnung keinen Einfluß hat, immer so groß gedacht werden kan, als ihn die Länge des angenommenen Grades erfordert. Der Mittelpunct des Schattens C stehet alsdenn dem Orte der Sonne gerade entgegen, und wird gefunden, wenn man jenem sechs ganze Zeichen zusetzet. Die durch C auf AB perpendicular gezogene PQ aber stellet einen Theil des zu diesem Orte gehörigen Breitencirkels vor, dessen Grade eben so groß sind, als die in AB .

§. 568. Da nun die Sonne in der Ecliptic immer von Abend gegen Morgen fortrücket, so entsetnet sich auch der Schatten mit eben der Geschwindigkeit von C gegen A ; und nach eben der Seite beweget sich der Mond, mit einer etwas über dreyzehnmal größern Geschwindigkeit. Was aber die Bahn anlangt, welche der Mond bey dieser Bewegung beschreibet: so ist leicht einzusehen, daß dieselbe in die Oberfläche eben der Kugel, die wir uns eingebildet haben, oder in die Ebene, welche dieselbe bey C berührt, fallen werde; und daß, wenn C selbst einer der Knoten ist, und die gerade Linie DE mit der AB den Winkel DCB oder ACE bilde, welcher der Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic gleich ist, und also nie viel mehr hält, als fünf Grade; diese DE den Weg des Mondes in einer geringen Entfernung von C , sehr genau vorstellen werde. In diesem Falle ist also der Winkel MCD , welchen die Bahn des Mondes DE mit dem Breitencirkel PQ einschließet, die Ergänzung des DCB , welchen sie mit der Ecliptic macht. Eben dieses wird auch ohne einen sonderlichen Fehler statt haben, wenn in der verlängerten Vorstellung der Ecliptic

T. VII. Fig. 107. *AB* der Knote nicht weit von *C* entfernt ist. Fällt aber dieser Knote in *F* oder *G*, mit einer beträchtlichen Entfernung von dem *C*: so ist zwar die *FG*, welche nunmehr die Bahn des Mondes vorstellt, noch immer eine gerade Linie; weil in einer Zeit von wenigen Stunden sich der Mond immer in eben der durch den Mittelpunct der Erde gelegten Fläche aufhält, welche eine jede andere Fläche nothwendig in einer geraden Linie schneidet: und weil bey dem Umstande, welchen wir vor uns haben, die Breite des Mondes *CM* bey seinem Durchgange durch den Breitencirkel *PQ* immer klein genug ist, so wird auch der Winkel, welchen die Bahn des Mondes bey diesem Durchgange mit dem Breitencirkel einschliesst, durch den ihm völlig gleich gemachten *FMC* oder *GMC* sehr genau vorgestellet, und dadurch die Bahn des Mondes *FG* so weit richtig entworfen. Es wird aber dieser Winkel *FMC* oder *GMC* nun nicht mehr das Complement des *DCB*, und behält nicht bey jeder Breite *CM* eben die Grösse. Denn sobald *CF* eine Grösse von mehrern Graden bekömt, so kan man sich das Dreyeck *CFM* nicht mehr als geradlinicht vorstellen, sondern es muß als ein Kugeldreyeck angesehen werden, welches bey *C* einen rechten Winkel hat. Denn obwol *CM* noch immer für eine gerade Linie gehalten werden kan, so ist sie doch wirklich ein Bogen, und kan als ein solcher betrachtet werden. Alsdann aber ist aus den Eigenschaften der Kugeldreyecke zu schliessen, daß der spitzige Winkel *FMC* oder *GMC* immer grösser ausfallen müsse, als die Ergänzung des *F* oder *G*, und zwar so, daß dieser Winkel bey *M* die Ergänzung des *F* oder *G* desto mehr übertrifft, je grösser die Seite *CF* oder *CG* wird, und je weiter sich also der Knote *F* oder *G* von dem *C* entfernt. Wenn demnach zu einer noch grössern Entfernung des Knoten als *CF* oder *CG* ist, die Bahn des Mondes *HI* oder *KN* genau entworfen werden sol, so kan dieselbe keinesweges der *FG*, und noch weniger der *LE* parallel seyn. Diese Abweichung wird nach und nach so gros, daß sie nicht bey Seite gesetzt, und als Nichts betrachtet werden kan: in dasjenige aber, so wir unmittelbar vor uns haben, hat dieselbe einen so geringen Einfluß, daß wir gar wol alle durch die Linien *LE*, *FG*, *HI*, *KN* vorgestellte Wege des Mondes als einander parallel ansehen mögen.

§. 569. Der um den Mittelpunct *L*, mit einem Halbmesser von 15 Minuten und 49 Secunden des Grades *AC*, beschriebene Cirkel stellet den vollen Mond in seiner mistern Grösse vor, dessen Mittelpunct sich in der *DE*, oder einer derselben

derselben parallel laufenden Linie, von Abend gegen Morgen beweget, indem der Mittelpunct des Schattens zugleich in der BA nach A fortgeheth: da denn, weil die erstere Bewegung viel geschwinde ist, nothwendig öfters der ganze Mond, oder ein Theil desselben, durch die Schattenscheibe durchgehen muß. Geschiehet dieses, so wird der Mond an seiner nach Morgen, und zugleich mehr oder weniger nach Mittag oder Mitternacht gekehrten Seite, zuerst verdunkelt, der also beschattete Theil desselben wächst immer mehr, und nimt alsdann wieder ab, so daß die an der Abendsseite liegende Theil desselben ihr Licht am letzten wieder bekommen. Alles dieses kan einige Betrachtung der Zeichnung deutlicher machen, als viele Worte es thun würden. Es rühret aber der eigentliche Weg, welchen der Mond durch die Schattenscheibe, und in einer kleinen Entfernung von derselben, zu nehmen scheint, wenn diese Scheibe als unbewegt betrachtet wird, von dem Fortrücken dieser Scheibe und von der wirklichen Bewegung des Mondes in seiner Bahn, zugleich her, und es ist leicht die Richtung dieser relativen Bewegung, samt ihrer Geschwindigkeit, anzugeben, wenn jene Bewegungen, von welchen sie herrühret, völlig bekant sind.

T. VII. Fig. 107.

§. 570. Denn wenn (T. VII. Fig. 108.) $ABCD$ einen Raum vorstellet, dergleichen die Schattenscheibe der Erde ist, welcher nach der Linie AB mit einer gewissen Geschwindigkeit fortrücket, die immer dieselbe bleibt, L aber ist ein Körper, welcher in dem unendlichen Raume wirklich die gerade Linie LE mit einer gleichförmigen Bewegung beschreibet; und man will den Weg verzeichnen, welchen dieser Körper in dem Raume $ABCD$ nehmen wird, den man sich als eine bewegte Tafel vorstellen kan: so darf man nur EF der Länge gleich machen, um welche dieser Raum nach AB in der Zeit T fortrücket, in welcher der Körper L den Weg LE zurücke legt, und LF ziehen. Nach dieser LF wird der Körper L in dem Raume $ABCD$ gleichförmig fortgehen, und dieselbe in eben der Zeit T ganz beschreiben. Denn wenn LG der EF parallel und gleich genommen, und sowol dem Raume $ABCD$ als auch dem Körper L die durch LG oder EF angegebene Bewegung bengebracht wird, das ist, wenn man sich vorstelllet, daß sowol der Raum $ABCD$ als der Körper L mit der Geschwindigkeit EF oder LG nach dieser Richtung zurück geschoben werden: so wird allerdings die Bewegung des Raums vernichtet; der Körper L aber beweget sich in dem nunmehr ruhenden Raume, völlig so, wie er sich in Absicht auf

T. VII. Fig. 108.

T. VII. Fig. 108. denselben vorher bewegte, da beide die Bewegung EF oder LG annoch hatten. Wird aber auch GF gezogen, welche der LE gleich und parallel seyn wird, so ist bekant, daß aus den beiden gleichförmigen Bewegungen nach LE und LG eine ebenfals gleichförmige Bewegung nach LF folge, mit welcher diese Linie in eben der Zeit T beschrieben wird, in welcher der Raum $ABCD$ nach AB um die Länge EF fortrückte, und der Körper L in dem unendlichen Raume die LE zurücklegte (*).

§. 571. In der Anwendung, welche wir hiebon zu machen haben, stellet LE die Geschwindigkeit vor, mit welcher der Mond in seiner Bahn fortgehet, und EF diejenige, mit welcher die Sonne in der Ecliptic fortrückt: denn diese ist mit der Geschwindigkeit des Schattens völlig einerley. Es ist also LE über dreizehnmal so gros als EF . Der Winkel LEA aber ist derjenige, welchen bey dem Knoten die Bahn des Mondes mit der Vorstellung der Bahn der Sonne einschliesset, und hält also etwas über 5 Grade. Demnach ist der Winkel EFG beynähe so gros, als zween rechte Winkel, und mit einem ziemlich geringen Fehler $LE - EF = LF$. Die Verhältniß $FL : EF$ aber ist beynähe $12\frac{1}{2} : 1$ oder $25 : 2$, und da $LF : EF = \sin LEF : \sin ELF$; die Verhältniß kleiner Winkel aber von der Verhältniß ihrer Sinus wenig verschieden ist, so hält auch der Winkel ELF beynähe $0,08$ des Winkels LEF , das ist, 24 Minuten: und um so viel übertrifft der Winkel LFA , welchen die relative Bahn des Mondes mit dem durch AB vorgestellten Theil der Ecliptic einschliesset, den Winkel LEA oder GFA , mit welchem dessen wahre Bahn an dieselbe anlaufft. Man kan also in der 107ten Zeichnung die um C beschriebene Schattenscheibe sich ganz ohne Bewegung vorstellen, und aus diesem leichtern Begriffe alle Erscheinungen einer Mondfinsterniß herleiten, wenn man nur den Winkel DCB oder ACE ohngefähr um 24 Minuten vergrößert, und die Bewegung des Mondes in seiner Bahn dem Ueberschusse der Bewegung des Mondes über die Bewegung der Sonne gleich machet. Es ist hier nicht um eine genaue Berechnung der Finsternisse zu thun, zu welcher freylich alles viel genauer genommen werden muß. Der Ueberschuss aber der stündlichen Bewegung des Mondes über die stündliche Bewegung der Sonne beträgt eigentlich im Mittel 30 Minuten und 28 Secunden, das ist 1828 Secunden.

Verfchie-

(*) S. der Einleitung in die Naturlehre 54. §.

Verschiedene Arten der Mondfinsternisse.

§. 572. Es kan sich zutragen, daß der Mittelpunct der Scheibe *L*, *T. VII. Fig. 107.* die den vollen Mond vorstellet, selbst durch den Mittelpunct des Schattens *C* hindurchgehet: wenn nemlich in dem Augenblicke, in welchem jener Mittelpunct den Knoten erreichet, auch der Mittelpunct des Schattens sich in demselben befindet. Denn da dieser letztere nie von der Fläche der Ecliptic abweicher, der Mittelpunct des Mondes aber sich nie in derselben findet, ausser wenn er mit einem der Knoten zusammenfällt: so können diese zween Mittelpuncte sich ausser den Knoten mit einander nicht vereinigen. Kommen sie aber baselbst zusammen, so beschreibt der Mittelpunct des Mondes, bey seinem Durchgange durch die Schattenscheibe, immer einen ihrer Durchmesser, und hält sich also in derselben so lang auf, als nur möglich ist. Denn eine jede Sehne dieser Scheibe, welche er ausser dem beschreiben möchte, ist kleiner als ihr Durchmesser. Die Verfinsterrung des Mondes gehet an, sobald die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Knoten der Summe der Halbmesser der beiden Scheiben gleich wird, und höret auf, sobald der Mond sich an der andern Seite *E* wieder eben so weit von dem Knoten entfernet hat. Ist die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Knoten nicht grösser oder kleiner, als der halbe Durchmesser der Schattenscheibe, so wird die Scheibe des Mondes bis an ihren Mittelpunct verbunkelt; und es bedeckt der Schatten diese Scheibe ganz und gar, so lang eben die Entfernung nicht grösser ist, als der Ueberschuss des halben Durchmessers *CB* über den halben Durchmesser des Mondes. Alles dieses ist leicht zu begreifen, wenn man nur in den Gedanken, den Mittelpunct *L* mit der um denselben beschriebenen Scheibe, nach und nach auf *DE* von *D* nach *E* fortschiebet.

§. 573. Diese Verfinsterrung ist total, weil sie den ganzen Mond trifft, und central, weil im Mittel derselben der Mittelpunct des Mondes genau von dem Mittelpuncte des Schattens bedeckt wird, welches anzeiget, daß sich zu der Zeit der Mittelpunct des Mondes in der geraden Linie befindet, die durch den Mittelpunct der Sonne und durch den Mittelpunct der Erde hindurch gehet. Wenn wir uns auch nunmehr an die mitlern Grössen halten, und den Halbmesser des Schattens der Erde mit der sie umgebenden Luft auf 2515, den halben Durchmesser der Mondscheibe aber auf 945 Secunden setzen, so ist die Summe

326 Der Astronomischen Vorlesungen neunter Abschnitt.

T. VII. Fig. dieser Halbmesser 3460 Secunden, und ihre Differenz 1570 Secunden. Die ganze Finsterniß währet also doppelt so lang, als der Mond Zeit brauchet, sich dem Schatten der Erde um 3460 Secunden zu nähern. Da also eine Näherung um 1828 Secunden eine Stunde Zeit erfordert, so erfordern die 3460 Secunden eine Zeit von beynähe 1 Stunde, 53 Minuten, und doppelt so lang, das ist 3 Stunden und 46 Minuten währet die ganze Verfinsterniß, von ihrem ersten Anfange an bis an das Ende. Die 1570 Secunden aber, welche die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte der Sonne nicht überschreiten darf, so lang die Finsterniß total seyn soll, erfordern in eben dem Verstande etwas über 51 Minuten Zeit. Doppelt so lang also, das ist 1 Stunde und 42 bis 43 Minuten, wird, bey den angenommenen Grössen, der Mond ganz verfinstert bleiben. Die wahren Maaße sind bald größer bald kleiner als diese mißlern, und geben bald eine längere bald eine kürzere Währung.

§. 574. Gehet der Mittelpunct des Mondes nicht durch den Mittelpunct der Schattenscheibe, so ist das schicklichste, daß man sich diese Scheibe um dasjenige Punct der Ecliptic beschreiben vorstelle, dessen Länge in dem Zeitpuncte der Opposition von dem Orte der Sonne um 6 Zeichen entfernt ist, und daselbst unbeweglich ruhen lasse. Ist nun C dieses Punct der Ecliptic AB , ausser welchem der Knode in F oder G , oder sonst in die verlängerte AB fällt: so ist die durch C der Ecliptic perpendicular gezogene PQ ein Theil desjenigen Circels, auf welchem die Breite des Mondes, zur Zeit seiner Conjunction mit dem Mittelpuncte des Schattens C , oder seiner Opposition gegen die Sonne, nach F oder Q genommen werden muß, nachdem sie mitternächtlich oder mittägig ist: und es wird die Grösse dieser Breite durch die Theile des zuerst angenommenen Grades AC angegeben (567). Es theilet aber diese PQ , den Theil der relativen Bahn des Mondes (die man sich noch immer der nach den angezeigten Gründen gezogenen DE parallel vorstellen kan) welcher in die Schattenscheibe fällt, und dadurch zu einer Sehne dieser Scheibe wird, nicht genau in zwei gleiche Hälften, da sie kleiner dieser Bahnen perpendicular ist: sondern es muß, wenn diese Sehnen in gleiche Theile getheilt werden sollen, eine andere Linie RS der DE perpendicular gemacht werden: welche auch einer jeden durch FG , HI oder KN vorgestellten Bahn des Mondes, die der DE parallel lieget, senkrecht fallen wird. Diese RS macht

macht mit der PQ einen spitzigen Winkel RCP , welcher dem ACE gleich ist, T. VII. Fig. 108.
 und es entstehen dadurch ähnliche Dreiecke, die gar leicht zu übersehen sind. Langet nun der Mittelpunct des Mondes, mit seiner relativen Bewegung in Absicht auf den Schatten, in dieser RS an, so ist er am tiefsten in den Schatten versenkt, indem seine Entfernung von dem Mittelpuncte des Schattens C die kleinste ist, die er bey diesem Durchgange haben kan; und in eben dem Zeitpuncte, in welchem sich der Mittelpunct des Mondes in der Linie RS befindet, fällt auch das Mittel der Zeit der Verfinsternung. Wir können den Theil dieser RS , welcher von C bis an die relative Bahn des Mondes reicht, dessen kleinste Entfernung nennen, welche, wenn der Winkel $RCP = ACE$, samt der auf CP zu nehmenden Breite des Mondes bekannt sind, leicht genug gefunden werden kan.

§. 575. Ist nun diese kleinste Entfernung grösser als die Summe des Halbmessers der Schattenscheibe und des Halbmessers des Mondes, so erfolgt keine Mondfinsterniß, sondern es gehet der Mond bey dem Schatten der Erde vorbei, ohne daß er von diesem getroffen würde. Ist die kleinste Entfernung der Summe dieser Halbmesser gleich, welche wir im Mittel auf 3460 Secunden gesetzt haben, so wird zwar der Mond von dem Schatten der Erde berührt, aber kein Theil desselben wirklich verdunkelt, welches nur alsdenn erfolgt, wenn die kleinste Entfernung weniger beträgt, als diese Summe. Und auch bey diesem Umstande ist die Verfinsternung nicht gros, so lang die kleinste Entfernung von der Summe der Halbmesser nur wenig übertroffen wird, indem der Schatten nicht ehe bis an den Mittelpunct des Mondes reicht, als wenn die kleinste Entfernung dem Halbmesser des Schattens allein, gleich ist. Ist aber diese Entfernung noch kleiner, so wird auch der Mittelpunct des Mondes von dem Schatten bedeckt. Endlich wird auch nunmehr der ganze Mond verfinstert, wenn die kleinste Entfernung nicht einmal den Unterschied der Halbmesser übererist, dessen mitlere Grösse 1570 Secunden beträgt. Nach eben der kleinsten Entfernung richtet sich auch die Länge der Zeit, in welcher der Mittelpunct des Mondes sich in der Schattenscheibe aufhält, wie auch die ganze Wähnung der Finsterniß.

§. 576. Es kan also eine Mondfinsterniß gar wol total seyn, ob sie gleich nicht central ist: denn der Mond kan ganz verfinstert werden, auch wenn

T. VII. Fig. 108. wenn er in seiner Bahn bey dem Mittelpuncte des Schattens vorbeigehet. Außer dem aber kan der verfinsterte Theil des Mondes so klein seyn als man will; da denn die Finsterniß partial genennet wird.

Gränzen der Mondfinsternisse.

§. 577. Hieraus läset sich auch ohngefehr die kleinste Entfernung bestimmen, welche der Mittelpunct des Schattens von dem nächsten Knoten haben muß, wenn eine Mondfinsterniß statt haben soll, das ist, der zwischen dem Mittelpuncte des Schattens und dem Knoten enthaltene Theil der Ecliptic. Wenn T. VII. Fig. (T. VII. Fig. 109.) *FC* einen Theil der Ecliptic, *FL* einen Theil der wahren Bahn des Mondes, der um *C* beschriebene Cirkel den Schatten der Erde, und der kleinere bey *L* den Mond vorstellen, *CR* aber wird von dem Mittelpuncte *C* auf die Bahn des Mondes perpendicular gezogen: so darf die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von *C* nicht viel mehr betragen, als 3462 Secunden, wenn eine Finsterniß statt haben soll. Wird aber der Winkel *F* auf seine geringste Größe von 5 Graden gesetzt, so verhält sich sein Sinus zum Radius wie 87 zu 1000, und eben so verhält sich auch in dem rechtwinklichten Dreyecke *LFC* die *CL* zu dem zwischen dem Knoten *F* und dem Mittelpuncte des Schattens *C* enthaltenen Theil der Ecliptic, welcher demnach komt, wenn 3462000 Secunden in 87 getheilet werden. Diese Theilung giebt 39793 Secunden, die genau genug 11 Grade ausmachen. Es wird aber durch eine genauere Berechnung, bey welcher die wahre Bewegung des Mondes, samt den Veränderungen des Durchmessers des Erdschattens, der scheinbaren Größe des Mondes, und des Winkels *F* in Betrachtung kommen, gefunden, daß auch ein Theil des Mondes verfinstert werden könne, wenn in dem Augenblicke des mittlern Vollmondes die mittlere Entfernung des Mittelpuncts des Schattens von dem Knoten bis $3\frac{1}{2}$ Grade größer ist, als 11 Grade; gleichwie auf der andern Seite sich die Verfinsternung gewiß ereignen wird, wenn eben die mittlere Entfernung sich um $3\frac{1}{2}$ Grad kleiner findet. Dadurch werden die Gränzen der mittlern Entfernung des Mittelpuncts des Schattens von dem Knoten, das ist derjenigen, die blos durch die mittlere Bewegung der Sonne und des Knotens bestimmt wird, in welchen sich eine Mondfinsterniß zutragen muß, auf $7\frac{1}{2}$ Grade gesetzt: die Gränzen derjenigen aber, in welcher sich eine Mondfinsterniß zutragen kan, ob es wol nicht sicher ist, daß sie wirklich erfolgen werde, auf $14\frac{1}{2}$ Grade.

§. 578. Der mittlere Abstand des Mittelpuncts des Erdschattens von dem ihm zunächst liegenden Knoten, ist allezeit dem mittlern Abstände des Mittelpuncts der Sonne von dem andern Knoten gleich, und kan also aus einer Tafel genommen werden, welche die mittlern Bewegungen der Sonne und der Knoten angiebt. Nun ist (522) gemiesen worden, wie, vermittelst der astronomischen Epacten die Tage und Stunden der mittlern Vollmonde das ganze Jahr durch gefunden werden. Wird nun, zu der Zeit eines jeden dieser Vollmonde, die mittlere Entfernung der Sonne von dem ihr zunächst liegenden Knoten gesucht, indem man nehmlich die Länge der Sonne von der Länge des Knoten, oder diese von jener abziehet: so ist man versichert, daß an diesem Vollmonde sich eine Finsterniß ereignen werde, wenn die Entfernung kleiner gefunden wird als $7\frac{1}{2}$ Grade. Beträgt sie mehr als $14\frac{1}{2}$ Grade, so geschiehet keine Verfinsternung. Fällt aber die Entfernung zwischen $7\frac{1}{2}$ und $14\frac{1}{2}$ Grade, so ist die Finsterniß desto weniger oder mehr zweifelhaft, je mehr sich die Entfernung der ersten oder der zweiten dieser Gränzen nähert.

T. VII. Fig.
109.

§. 579. Es können auch aus den Mondfinsternissen, welche sich in einem Zeitraume von 18 Jahren zutragen, diejenigen geschlossen werden, die sich in dem zunächst darauf folgenden Zeitraume von eben der Größe ereignen, und wir werden hernach sehen, daß dieses bey den Verfinsternungen der Erde, die durch den Mond geschehen, ebenfalls statt habe. Denn nach 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tagen, bey deren Anfange sich eine Mondfinsterniß ereignet hatte, ereignet sich immer eine andere beynahe von eben der Größe; wenn jene nur einigermassen beträchtlich gewesen ist. Denn wenn man eine Conjunction des Mondes mit dem Erdschatten annimt, nahe genug bey einem der Knoten, so stehet der Mittelpunct des Schattens nach 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tagen, um 9 Grade, 59 Minuten, 48 Secunden von dem Puncte dieser Conjunction entfernt: wie aus der mittlern Bewegung der Sonne leicht berechnet werden kan. Der Mond aber hat in dieser Zeit, ausser seinen ganzen Umläufen, in Absicht auf die Ecliptic 9 Grade 58 Minuten und 52 Secunden zurück gelegt, so daß ihm die Schattenscheibe nur um 56 Secunden zuvor gekommen ist. Da dieses bey den mittlern Bewegungennichts beträchtliches ausmacht, so kan man diesen Zeitpunkt vor den Augenblick des Vollmondes annehmen. Nun ist der Knoten, bey welchem sich im Anfange des Zeitraumes von 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tagen der Erdschatten befand, in derselben

T. VII. Fig. 109. um 11 Zeichen, 18 Grade, 40 Minuten und 59 Secunden fortgerückt, und befindet sich also am Ende derselben um 11 Grade und 19 Minuten, von der Stelle, die er damals hatte, nach Morgen zu entfernt. Werden nun diese 11 Grade und 19 Minuten mit den 9 Graden 59 Minuten und 48 Secunden zusammen gehalten, so findet sich, daß der Knote nur um einen Grad 19 Minuten und 12 Secunden von seinem vorigen Orte mehr nach Morgen zu entfernt sey, als der Mittelpunkt des Schattens. Hat sich also der Knote, bey'm Anfange des Zeitraumes, an der Abendseite des Mittelpuncts befunden, so liegt er am Ende desselben dem Mittelpuncte fast um $1\frac{1}{2}$ Grade näher, und die Finsterniß am Ende des Zeitraumes ist etwas stärker, als die bey'm Anfange. Befand sich aber bey'm Anfange des Zeitraumes der Knote an der Morgenseite des Mittelpuncts, so ist er am Ende desselben um $1\frac{1}{2}$ Grad mehr von demselben entfernt, und die Finsterniß am Ende ist kleiner, als die bey'm Anfange.

Umständliche Betrachtung der relativen Bewegungen.

§. 580. Es kan aber dieses alles nur beynähe zutreffen, so lang anstatt der wahren Bewegungen der Sonne und des Mondes nur die mitlern gebraucht werden, welche von jenen meistens weit genug abweichen. Doch sind diese wahren Bewegungen, und die von denselben herrührenden übrigen Größen das einzige, so uns noch zur richtigen Verzeichnung einer Mondfinsterniß fehlet, auf welche alsdenn die Berechnung aller Umstände derselben gegründet werden kan, wenn sie nöthig erachtet wird. Wir wollen aber, ehe wir uns zu diesen genauern Bestimmungen wenden, die allgemeinen Gründe betrachten, von welchen wir, aus der Bewegung zweener Puncte, die Bewegung eines derselben in Absicht auf den andern schliessen können; das ist, auf diejenige, welche wir jenem Puncte zuschreiben, wenn wir uns diesen ohne alle Bewegung vorstellen. Wir haben (§ 70) gesehen, daß diese relative Bewegung die deutliche Vorstellung einer Mondfinsterniß gar sehr erleichtere, und sie komt uns auch in vielen andern Fällen gar wol zu statten. Es ist aber nur von solchen Bewegungen die Rede, die eine kurze Zeit währen, und in derselben eine so geringe Veränderung leiden, daß sie als geradlinicht und gleichförmig angesehen werden können,

§. 581. Beweget sich aber (*T. VII. Fig. 110.*) ein Körper *A* in der *T. VII. Fig. 110.* geraden Linie *Aa*, immer mit der nehmlichen Geschwindigkeit, indem ein anderer Körper *B* die gerade Linie *Bb* mit einer Geschwindigkeit beschreibt, die ebenfals immer dieselbe bleibt, zu der Geschwindigkeit aber des Körpers *A* sich wie *Bb* zur *Aa* verhält, welches seyn wird, wenn diese Wege *Aa*, *Bb* in gleichen Zeiten zurück gelegt werden: so ist überhaupt richtig, daß die relative Bewegung des Körpers *A* in Ansehung des *B*, oder des Körpers *B* in Ansehung des *A* dadurch, daß man jedem dieser Körper eine neue Bewegung zusetzet, nicht geändert werde, wenn nur die Geschwindigkeiten dieser neuen Bewegungen einander gleich, und ihre Richtungen parallel sind. Sol nun die Bewegung des einen dieser Körper *A* in Ansehung des andern *B* gefunden werden, diejenige nehmlich, welche man dem *A* zuschreiben muß, wenn man sich den Körper *B* als ruhend vorstellen wil; so darf man nur dem Körper *A* eine neue Bewegung nach *Ac* beybringen, deren Richtung der *Bb* parallel, sonst aber gerade entgegen gesetzt ist, die Geschwindigkeit aber dieser neuen Bewegung *Ac* der Geschwindigkeit *Bb* gleich machen. Denn wenn eben diese Bewegung auch dem Körper *B* beygebracht, das ist, wenn dieser Körper in der Linie *bB* mit eben der Geschwindigkeit zurück getrieben wird, so wird seine Bewegung völlig vernichtet, und die Bewegung, welche der Körper *A* durch den Zusatz der Bewegung *Ac* zu seiner vorigen *Aa* erhält, ist diejenige, mit welcher er in Absicht auf den nunmehr wirklich ruhenden *B* fortgeht. Es wird aber diese aus den beiden *Aa* und *Cc* zusammengesetzte Bewegung mittelst des zu dem Winkel *cAa* und den Seiten *Ac*, *Aa* beschriebenen Parallelograms *ca* gefunden, dessen Durchmesser *Ad*, durch seine Lage die Richtung, und durch seine Größe die Geschwindigkeit derselben angiebt.

§. 582. Diese Auflösung ist allgemein, und schickt sich zu einer jeden Lage, so die Linien *Aa*, *Bb* haben können: die besondern Fälle aber, auf welche sie hier anzuwenden seyn wird, sind sehr einfach. Man siehet leicht, daß wenn (*T. VII. Fig. 111.*) die Körper *A* und *B* beide sich in eben der geraden *T. VII. Fig. 111.* Linie *MN* bewegen, *A* mit der Geschwindigkeit *a*, und *B* mit der Geschwindigkeit *b*; die Geschwindigkeit des Körpers *A*, mit welcher er sich in eben der geraden Linie *MN* dem *B* nähert, oder von demselben entfernt, die Summe der Geschwindigkeiten $a + b$ seyn werde, wenn die Körper nach verschiedenen

T. VII. Fig. 112. Seiten gehen, der eine nach M und der andere nach N ; gehen sie aber beide nach eben der Seite M oder N , der Unterschied derselben $a - b$. Und wir haben bereits als bekant annehmen können, daß eben die Rechnung statt habe, wenn MN ein Theil des Umkreises eines Circels ist, in welchem sich die Körper A, B beide bewegen.

T. VII. Fig. 112. 113. §. 583. Bewegen sich aber (*T. VII. Fig. 112. 113*) die Körper A und B zwar nicht in der Linie MN selbst, wol aber in einer Fläche, die durch diese Linie MN hindurch gehet, in welcher sie die Wege Aa und Bb zugleich beschreiben: so können diese Bewegungen auf die MN bezogen werden, indem man nur von den Puncten A, B, a, b , die AC, BD, ac, bd der MN perpendicular fallen läßt: da denn der Körper A sich nach MN mit der Geschwindigkeit Cc , der Körper B aber mit der Geschwindigkeit Dd bewegen wird. Denn es kan ein kurzes Nachdenken zeigen, daß diese Bewegungen nach MN gleichförmig seyn werden, da die nach Aa, Bb gleichförmig sind, obwol die Geschwindigkeit Cc nothwendig kleiner ist als Aa , und Dd kleiner als Bb . Bey diesen Geschwindigkeiten nun, mit welchen sich die Körper A, B nach MN bewegen, hat eben die Frage statt, so eben beantwortet worden ist; wie groß nemlich die Geschwindigkeit seyn werde, mit welcher sich A dem Körper B nähert, oder von demselben entfernt, wenn dieser in Ansehung der MN als unbeweglich betrachtet wird? Und man siehet leicht, daß dieselbe eben so wie die vorige zu beantworten sey, wenn nur anstatt der Aa die Geschwindigkeit Cc , und anstatt der Bb die Dd genommen wird. Erstrecken sich diese Linien Cc, Dd , von ihren Anfangspuncten C, D nach verschiedenen Seiten, die eine nach M und die andere nach N , so ist die Geschwindigkeit, mit welcher sich A dem B , in Absicht auf die Linie MN nähert, oder von derselben entfernt, $Cc + Dd$. Erstrecken sich aber die Linien Cc, Dd beide nach eben der Seite M oder N , so nähert sich A dem B , oder entfernt sich von demselben, mit der Geschwindigkeit $Cc - Dd$. Es ist leicht in der Anwendung die verschiedenen Fälle auseinander zu setzen, insonderheit wenn dabey einige Zeichnung gebraucht wird, wodurch die besondern Regeln, die in dieser Absicht gegeben werden könnten, überflüssig werden.

§. 584. Wenn A und B zween himlische Körper sind, die sich in einer geringen Entfernung von der Ecliptic bewegen, so kan man einen Theil dieses Kreises, samt den daran zu beiden Seiten liegenden Streifen, in der Einbildung

der-

dergestalt biegen, daß der Theil der Ecliptic zu einer geraden Linie MN , und der T. VII. Fig. 112. 113.
 Streifen eben wird. Als denn wird Cc die Bewegung des Körpers A in die Länge, indem Cc denjenigen Theil der Ecliptic vorstellet, um welchen die Länge dieses Körpers A dadurch verändert worden, daß er aus A in a übergegangen ist; und in eben dem Verstande wird, um wieviel sich der Körper B in eben der Zeit in die Länge bewegt hat, durch Dd angegeben. Sind also diese Bewegungen in die Länge, für einen gewissen Zeitraum, welcher gemeinlich eine Stunde ist, bekannt, so wird durch die gegebene Anweisung gefunden, um wieviel sich in dieser Zeit der Körper A dem B in Absicht auf die Länge genähert, oder von demselben entfernt hat. Wird aber durch ein beliebiges Punct O die PQ der MN perpendicular gemacht, auf welche die $AE, ae; BF, bf$ perpendicular, und folgendes der MN parallel fallen: so ist $EO = AC$ die Breite des Puncts A , und $eO = ac$ die Breite des a : demnach Ee die Bewegung des Puncts A in die Breite, oder die Veränderung, welche in der Breite des Körpers A vorgegangen ist, indem er sich durch Aa bewegt hat. In eben dem Verstande ist Ff die Veränderung der Breite des Körpers B , welche aus den Breiten $BD = OF$ und $bd = Of$ geschlossen wird, wie Ee aus OE und Oe . Sind aber diese Veränderungen Ee und Ff beide bekannt, so kan ferner nach eben der Anweisung gefunden werden, um wieviel Theile eines Grades die Breite des Körpers A in Absicht auf den Körper B , vermehret oder vermindert worden sey. Wir wollen die dergestalt zu entdeckende Veränderung der Länge des Körpers A in Absicht auf den Körper B , uns unter X vorstellen, und die Veränderung der Breite des A in Absicht auf die Breite des B unter Y . Beides sind gerade Linien, deren Längen durch die Grade und Minuten der MN gegeben werden, die denen in PQ gleich sind.

§. 585. Sind nun diese Linien X, Y beide bekannt, so kan auch bey den angenommenen Bedingungen der Weg verzeichnet und berechnet werden welchen der Körper (T. VII. Fig. 114.) A in Absicht auf den B an dem Him:
T. VII. Fig. 114.
 mel nehmen wird, wenn man sich diesen B als ruhend vorstellet, indem wirklich, so lang die kleine Zeit, die wir H nennen wollen, währet, die Körper A und B beide, wie gesetzt worden ist, fortgehen. Es sey B der Ort, an welchem sich der Körper B beim Anfange der Zeit H befindet, indem MN auch nunmehr die Ecliptic ist, und die derselben perpendicular gezogene BD die Breite. DC sey die von D an gezeichnete

F. VII. Fig. rechnet Länge des Orts, welchen der Körper *A* im Anfange der Zeit *H* einnimmt, *CA* der *MN* perpendicular, und gleich der Breite dieses Orts: *AE* gleich der *P*, und *CF = X*. Wird nun das Rechteck *CG* vollendet, so ist *AG* der relative Weg, welchen *A* in der Zeit *H*, in Ansehung des an seinem Orte ruhenden *B* beschreibet. Der Winkel bey *A*, welchen er mit dem Breitencirkel *AC* einschliesset, wird durch die Proportion $P : X = 1 : \tan A$ gefunden, und die Länge des in der Zeit *H* gemachten Weges *AG*, unter andern durch diese, $\cos A : 1 = AE : AG$. In der Anwendung befindet sich der Körper *B* gemeinlich in *C*, welches die Sache etwas leichter macht. Nur müssen liberal die verschiedenen Lagen der Linien *X* und *P* wol in acht genommen werden.

§. 586. Die gerade Linie *BG* ist eigentlich ein Theil des an der Himmelskugel, der *Ecliptic* parallel, durch *B* beschriebenen Kreises, und da durch die *BD*, *AC*, *GF* Theile der Breitenkreise vorgestellt werden, welche, wenn sie an der Kugel fortgesetzt werden, durch die Pole der *Ecliptic* gehen müssen: so ist an dem Himmel allerdings *GE* kleiner als *FC*, obwol diese Linien beide einerley Zahl von Minuten haben. Denn die Grade, und also auch die Minuten des Kreises, zu welchen *BG* gehöret, sind kleiner als die Grade der *Ecliptic*, welche den Graden der Cirkel *AC*, *BD*, *GF*, auf welchen die Breiten genommen werden, immer gleich sind. Und zwar verhält sich, wenn *FC*, *GE* zwischen zween solchen Cirkeln enthalten sind, $FC : EG$ wie der Radius zu dem Cosinus der Breite des Puncts *B*, woraus geschlossen wird $EG = FC. \cos \text{lat. } B$. Dieser *EG* muß eigentlich *P* gleich genommen, und also gesetzt werden $P = FC. \cos \text{lat. } B$. Es ist zwar nur in dem Falle nöthig so genau zu rechnen, wenn die Breite des Puncts *B* beträchtlich ist, weil zu kleinen Bogen der Cosinus kaum kleiner ist, als der Radius. Wird aber dem ohngeachtet durchaus gesetzt $P = FC. \cos \text{lat. } B$, so wird dennoch mit der nach dieser Vorschrift gefundenen *P*, bey der Entdeckung des Winkels *A* und der Länge *AG*, nicht anders als nach der eben gegebenen Anweisung verfahren. Denn man kan sich immer die *CEA* der *MN* und *GB* genau perpendicular, und nur die *FG* etwas weniges gegen dieselbe geneigt vorstellen.

Berechnung der Mondfinsternisse.

§. 587. Um nun versichert zu seyn, ob eine Mondfinsterniß sich zu der T. VII. Fig.
 Zeit, in welcher sie die mitlern Bewegungen angeben, wirklich erfolgen werde, 114.
 und wenn sie erfolgt, dieselbe nach allen ihren Umständen zu entwerfen, ist vor
 allen Dingen der Augenblick des wahren Vollmondes zu suchen. Zu dem Ende
 wird, für den Zeitpunkt des mitlern Vollmondes, der wahre Ort der Sonne,
 wie auch die wahre Länge und Breite des Mondes, aus den Tafeln genommen,
 deren Gebrauch wir uns erlauben können, obwol die Gründe derselben erst in
 dem nachfolgenden beigebracht werden sollen. Durch den Ort der Sonne wird
 die Stelle gegeben, in welcher sich der Mittelpunct des Erdschattens in eben dem
 Zeitpuncte befindet, welche mit der wahren Länge des Mondes zusammen gehalten,
 zeigen wird, ob die Zeit des mitlern Vollmondes mit der Zeit des wahren zutref-
 fe, ob diese bereits vergangen, oder noch zukünftig sey, mit einem Worte, ob die
 Zeit des wahren Vollmondes mit der Zeit des mitlern einerley sey oder nicht.
 Das letztere ereignet sich fast immer; und alsdenn ist der Zeitpunkt auszumachen,
 in welchem sich der wahre Vollmond zu trägt.

§. 588. Zu dem Ende wird auch der Ort der Sonne, samt der Länge
 und Breite des Mondes für einen Zeitpunkt berechnet, welcher von dem Augen-
 blicke des mitlern Vollmondes um eine ganze Stunde entfernt ist, und vermittelst
 der Vergleichung dieser Orter mit dem vorigen geschlossen, um wieviel die Son-
 ne in dieser Zeit fortgerückt sey, wie auch, um wieviel in eben der Stunde der
 Mond seine Länge sowol als auch seine Breite verändert habe. Es sind aber
 auch diese stündliche Bewegungen aus besonders dazu verfertigten Tafeln unmit-
 telbar zu haben. Wird nun die stündliche Bewegung der Sonne von derje-
 nigen abgezogen, durch welche die Länge des Mondes in eben der Zeit vermehret
 worden ist; so bleibt die relative Bewegung übrig, mit welcher sich der Mond
 in eben der Zeit der Sonne, oder vielmehr dem Schatten der Erde, genähert
 oder von demselben entfernt hat: denn dieser Schatte bewegt sich vollkommen
 so, wie die Sonne. Wenn nun diese stündliche Näherung oder Entfernung M
 genant wird, indem N den Unterschied der Länge des Mondes von der Länge
 des Erdschattens zur Zeit des mitlern Vollmondes bedeutet: so verhält sich M zu
 N wie eine Stunde zu der Zeit Q , in welcher der Mond sich dem Erdschat-
 ten um N nähert, oder von demselben entfernt; welche Zeit Q demnach zu dem
 Augen-

T. VII. Fig. Augenblicke des mitlern Vollmondes hinzugesetzt, oder davon abgezogen, den Zeitpunkt des wahren Vollmondes geben wird. Man kan alsdann zu dem dergestalt gefundenen Zeitpuncte die Längen des Mittelpuncts des Schattens und des Mondes von neuen suchen, um zu sehen; ob eine weitere Verbesserung nöthig ist. Diese Verbesserung geschiehet auf eben die Art, ausser daß man nunmehr anstatt des mitlern, den zuerst gefundenen Zeitpunkt des wahren Vollmondes gebrauchet.

§. 589. Ausser der wahren Länge und Breite des Mondes zu der Zeit des Vollmondes, wird auch die Horizontparallaxe des Mondes, samt den Durchmesser der Sonne und des Mondes, wie diese einem in den Mittelpunct der Erde gesetzten Auge erscheinen würden, aus den Tafeln genommen, und daraus, nebst dem übrigen so oben (558) angezeigt worden ist, der halbe Durchmesser des Schattens für eben den Zeitpunkt geschlossen. Da denn, wenn die Summe und die Differenz der Halbmesser des Schattens und des Mondes mit der Breite des Mondes zusammen gehalten wird, es sich zeigen muß, ob mit diesem Vollmonde eine Finsterniß verknüpft sey, oder nicht, und wie groß dieselbe ohngefähr seyn dürfte. Zu dem Entwurfe einer Mondfinsterniß aber, von welcher man versichert ist, daß sie statt finde, wird noch über dieses erfordert, daß der Winkel berechnet sey, welchen die relative Bahn des Mondes, zur Zeit des Vollmondes, mit dem durch den Mittelpunct des Schattens gezogenen Cirkel der Breite einschließt; zusamt den Weg, welchen derselbe in dieser Bahn in einer Stunde zurück legt. Die Gründe dieser Berechnung sind (585) gegeben worden: wir haben aber auch bequeme Tafeln, welche uns beides darbieten. Auch kan es nicht schaden, wenn zugleich angemerkt wird, an welcher Seite des Schattens zu der Zeit der nächste Knote der Mondbahn liege.

§. 590. Sind alle diese Dinge ausgemacht, und ist, zum Beispiel, zu einem gewissen Mittagskreise und der Uhr desselben,

Die wahre Zeit des Vollmondes	=	=	13 St. 2', 10"
Die wahre Breite des Mondes	=	nördlich,	38,42
Der Halbmesser der Schattenscheibe	=	"	46,05

Der Halbmesser des Mondes	•	•	•	16', 42" T. VII. Fig.
Die relative Bewegung des Mondes, in einer Stunde	•	•	•	34, 45 114
Der Winkel dieser Bahn, mit dem Cirkel der Breite	•	•	•	84°, 22, 55

indem der Knote O an der Ostseite des Schattens lieget: so wird:

1°. Eine Linie PQ (T. VII. Fig. 115.) von hinlänglicher Größe zu einem T. VII. Fig. 115. Grade gemacht, und in 60 Minuten getheilet, diese aber ferner in so viele Secunden, als süglich erhalten werden können. Eben deswegen muß PQ nicht zu klein seyn, wenn man nicht seine Zuflucht zu der Rechnung nehmen wil, welche bey Theilchen, die das Auge kaum mehr sehen kan, immer nöthig ist.

2°. Als denn wird die gerade Linie AB für einen Theil der Ecliptic angenommen, und ein Punct derselben C für den Mittelpunct des Schattens, welchem der Knote O gegen Morgen lieget. Diese Gegend fällt in der Zeichnung zur linken, und die Abendgegend zur rechten. Denn es ist die Absicht, die Zeichnung so einzurichten, daß wenn man dieselbe, mit dem Gesichte gegen Mittag gekehret, von unten ansehen wil, man die verschiedenen Linien derselben dahin bringen könne, daß sie mit den Linien des Himmels, welche sie vorstellen sollen, zusammen zu fallen scheinen.

3°. Durch den Mittelpunct des Schattens C wird CD der AB perpendicular gezogen, und in derselben, von C nach D , die aus dem Maasstabe PQ genomimene Breite des Mondes CL von 38 Minuten und 42 Secunden, nach der mittlernächtigen Gegend getragen.

4°. Durch L ziehet man eine gerade Linie EF , welche mit der LC den nach dem Knoten O gekehrten Winkel CLF von 84 Graden 22 Minuten und 55 Secunden einschließet, um durch diese EF die relative Bahn des Mondes, in Absicht auf den bey C ruhenden Mittelpunct des Schattens, vorzustellen, da CL ein Theil des durch C gehenden Cirkels der Breite ist. Es sind verschiedene Mittel diesen Winkel genauer zu erhalten, als ihn das gewöhnliche Werkzeug geben kan, und es muß bey demselben so wenig gefehlet werden als nur möglich ist.

338 Der Astronomischen Vorlesungen neunter Abschnitt.

T. VII. Fig. 115. 5°. Nunmehr werden an dem Maasstabe PQ die 34 Minuten und 45 Secunden genommen, um welche der Mond in einer Stunde von E nach F fortrücket, und es wird diese Länge RS wieder in 60 gleiche Theile getheilet, deren jeder den Raum angeben wird, welchen der Mond nach eben der EF in der Zeit einer Minute zurück leget. Leidet es die Größe, so kan eben die RS noch weiter getheilet, und dadurch der Weg für jede bestimmte Zahl Secunden angegeben werden.

6°. In dem Beispiele, welches wir vor uns haben, ereignet sich der wahre Vollmond um 1 Uhr, 2 Minuten, 10 Secunden nach Mitternacht. Dieser Ueberschuß von 2 Minuten und 10 Secunden wird aus dem Maasstabe RS genommen, und von L gegen E getragen, um den Punct I zu bestimmen, in welchem sich der Mond bey dem Ende der 1sten Stunde befunden hat; von welchem Puncte I , alsdann die Länge RS zu beiden Seiten fortgesetzt werden kan, um auch diejenigen Puncte der Bahn anzugeben, in welchen sich der Mittelpunct um XII, um XI, wie auch um II und III Uhr befindet. Werden nun, wie hier zum Theil wirklich geschehen ist, diese in jeder Stunde zurückgelegten Wege noch weiter getheilet, so kan dadurch der Ort des Mondes in seiner relativen Bahn auch für jede Minute, oder einen noch kleinern Theil der Zeit, unmitttelbar angegeben werden, da man sich sonst dazu des Maasstabes RS bedienen müßte.

7°. Nunmehr kan mit dem aus dem Maasstabe PQ genommenen Radius von 46 Minuten und 5 Secunden, um den Mittelpunct C ein Cirkel beschrieben werden, welcher die Schattenscheibe vorstellt; wiewol meistens die an der Seite L liegende Hälfte dieser Scheibe, oder etwas über die Hälfte, hinlänglich ist. Alsdann ist die Zeichnung vollendet, vermittelst welcher, für einen jeden nicht allzusehr von dem Augenblicke des Vollmondes entfernten Zeitpunkt, die Größe der Finsterniß, und die eigentliche Gestalt des von dem Schatten bedeckten Theils der Mondscheibe, samt den übrigen bey dieser Finsterniß vorkommenden Umständen hergeleitet werden, und zum Theil sichtlich vorgestellt werden können.

8°. Denn man darf nur in der relativen Bahn des Mondes den Punct annehmen, mit welchem, in dem gegebenen Zeitpuncte, der Mittelpunct des Mondes

Mondes zusammenfällt, und um denselben mit einem Radius, welcher dem *T.VII. Fig.* Halbmesser des Mondes gleich ist, und also in dem gegenwärtigen Beispiele 15.
16 Minuten und 42 Secunden des Maasstabes *PQ* enthält, einen Cirkel beschreiben; so zeigt sich unmittelbar, ob und auf was Art der Mond in diesem Zeitpuncte von der Erde beschattet wird.

§. 591. Die Finsterniß hat ihre äufferste Grösse, wenn sich der Mittelpunct des Mondes in der Linie *CG* befindet, die aus dem Mittelpuncte des Schattens auf die relative Bahn desselben senkrecht fällt, und also den in dem Schatten enthaltenen Theil dieser Bahn in zwei Hälften theilet. Wird also der Mittelpunct der Vorstellung des Mondes in das Punct *G* gesetzt, in welchem *CG* die *EF* schneidet, und diese *CG* gehörig verlängert: so wird durch *HK* der in den Schatten versenkte Theil des Durchmessers der Mondenscheibe angegeben, welcher demnach mit dem ganzen verglichen werden kan. Es ist gewöhnlich diesen Durchmesser in zwölf gleiche Theile zu theilen, und durch die Zahl dieser Theile, so in der *HK* enthalten sind, die Grösse der Finsterniß auszudrucken. Die bey dem Puncte *G* in der Bahn des Mondes *EF* stehende Zahl giebt den Zeitpunct dieser Verfinsternung an, welche die grösste genennet werden kan, weil, wenn sich der Mittelpunct des Mondes bey *G* befindet, er am tiefsten in den Erdschatten versenket, und seine Entfernung von dem Mittelpuncte des Erdschattens *GC* die kleinste ist. Eben der Zeitpunct ist auch das Mittel der ganzen Währung der Finsterniß.

§. 592. Die Finsterniß gehet an, wenn *CE*, die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von der Mitte des Schattens, der Summe der Halbmesser dieser zwei Scheiben gleich wird, und also in unserm Beispiele bis zu 62 Minuten und 47 Secunden abnimmt; und höret auf, indem an der andern Seite die Entfernung *CF* wieder eben diese Grösse erreicht. Wird also $CE = CF$ aus dem Maasstabe *PQ* genommen, so ist es leicht die Puncte *E* und *F* zu finden, in welchen sich der Mittelpunct des Mondes beym Anfange und Ende der Finsterniß befindet; indem man nemlich diese Länge aus *C* bis an die Bahn des Mondes erstreckt: und alsdenn sind auch die Zeitpuncte gegeben, mit welchen die Finsterniß ihren ersten Anfang nimt, und ihr letztes Ende erreicht, als welche bey dem Puncte *E*, *F* angezeichnet stehen, wodurch zugleich die ganze Währung

T. VII. Fig. 115. rung der Finsterniß bekant wird. Andere merkwürdige Zeitpuncte sind eben so leicht zu entdecken, und insbesondere diejenigen, an welchen sich der Mond ganz in den Schatten der Erde versenket, und an der andern Seite wieder anfängt sich zu zeigen. Deun zu diesen Puncten, (welche in dem angenommenen Beispiele nicht vorkommen) ist die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte des Schattens, der Ueberschuß des Halbmessers des Schattens über den Halbmesser des Mondes. Die Zeit aber, welche verfließet indem der Mond von dem ersten dieser Puncte bis zu dem letztern übergeheth, giebt die Wäh- rung der gänzlichen Verfinsternung, und wird, so wie diejenige, in welcher er den Theil der Bahn *EF* durchläuft, von dem Zeitpuncte, an welchem er sich bey *G* befindet, in zwey gleiche Theile getheilet.

§. 593. Eben so leicht überseheth man auch die Rechnungen, welche gebraucht werden müssen, dasjenige zu ersetzen, so die Zeichnung nicht genau genug anzugeben vermag. Da die Bewegung des Mondes, mit welcher wir hier zu thun haben, gleichförmig ist: so verhält sich eine Stunde zu einer jeden andern durch Stunden und deren Theile ausgedruckten Zeit *T*; wie der Weg, den der Mond in seiner relativen Bahn in einer Stunde zurücklegt, zu dem Theile dieser Bahn *V*, welchen er in der Zeit *T* durchläuft. Da nun der stündliche Weg desselben gegeben ist, so kan diese Proportion dienen, den in einer jeden Zeit *T* zurückgelegten Weg *V*, und umgekehrt, die zu dem Wege *V* gehörige Zeit *T* zu finden. Nun ist in dem rechtwinklichten Dreyecke *GLC* der Winkel *GLC* bekant, zusamt der größten Seite desselben *CL*, welche in Theilen des Maaßstabes *PQ* gegeben wird, von welchen wir annehmen können, daß sie Secunden eines Grades vorstellen. Es können also auch die übrigen Seiten desselben *GL* und *CG* durch eine Rechnung gefunden werden, welche die Zahl der in denselben enthaltenen Theile von eben der GröÙe angeben wird. Die erstere dieser Seiten *GL* wird das Mittel der Finsterniß anzeigen, wenn man die Zeit berechnet, welche der Mond braucht sich dem Schatten der Erde um so viel Secunden, als deren in der *GL* enthalten sind, zu nähern. Die *CG* aber kan dienen *CH* und *HK* zu finden, da *CK* und *GH* in eben den Theilen gegeben sind, nemlich in Secunden, und sodann, aus der mit der *GH* oder dem Durchmesser $2GH$ ver- gleichenen *HK*, die GröÙe der Finsterniß zu schließen. Eben die *CG* ist auch eine Seite der rechtwinklichten Dreyecke *CGE*, *CGF*, welche einander völlig gleich,

gleich, und deren Seiten $CE = CF$ ebenfalls gegeben sind. Es kan also *T. VII. Fig.*
 aus diesen zwo Seiten die dritte $GE = GF$, gefunden, und dadurch der An- *115.*
 fang und das Ende der Finsterniß bestimmt werden, wenn auch nunmehr die
 Zeit berechnet wird, in welcher der Mond sich dem Erdschatten um GE nähert,
 oder von demselben um eben die Länge GF entfernt, um diese Zeit derjenigen,
 in welcher er sich bey G befindet, zuzusehen, oder davon abzuziehen. Und
 durch eine eben dergleichen Rechnung wird auch der Anfang und das Ende der
 gänzlichten Verfinsternung entdeckt, wenn sich diese zuträgt.

Nutzen der Beobachtung einer Mondfinsterniß.

§. 594. Der Raum, in welchem der Mond durch den Schatten der
 Erde gehet, ist nicht ganz finster: sondern wird gemeinlich durch die in der Luft
 gebrochene Strahlen stark genug erleuchtet. Deswegen wird der Mond, auch
 bey seiner stärksten Verfinsternung, gar selten, und vielleicht niemals ganz und
 gar, unsichtbar, ob er wol immer viel dunkler als sonst, und zuweilen blut-
 roth, erscheinet. Dieses, und daß in dem Erdschatten das Licht von der Mit-
 te nach dem Umkreise zu nach und nach zunimt, so daß es kaum möglich ist die ei-
 gentliche Gränze dieses Schattens mit einer völligen Zuverlässigkeit anzugeben,
 macht es auch fast unmöglich den eigentlichen Zeitpunkt, mit welchem eine Mond-
 finsterniß anfängt, oder sich endiget, oder bey welchem sich der Schatten der Erde
 auf der Scheibe des Mondes bis an diesen oder jenen der darauf erscheinenden
 Flecken erstrecket, so genau, als es zu wünschen wäre, zu beobachten. Und doch
 haben diese Finsternisse bey der Berichtigung des Laufs des Mondes, und der
 Bewegung der Knoten seiner Bahn, ihren grossen Nutzen.

§. 595. Vornehmlich aber können die Mondfinsternisse gebraucht werden
 den Unterschied der Längen zweener auf verschiedenen Mittagskreisen liegender Dertzen
 des Erdbodens zu finden, und dadurch die Erdbeschreibung immer mehr zu verbessern.
 Denn jedes Auge, welches den Mond zur Zeit seiner Verfinsternung über dem Horizont
 erscheinet, siehet den Anfang, und das Ende, wie auch die Verfinsternung eines jeden
 Flecken des Mondes, in eben dem Zeitpuncte: ob wol dieser Zeitpunct an jeden zween
 auf verschiedenen Mittagskreisen liegenden Dertzen verschiedentlich benennet wird, in-
 dem sich bey dieser Benennung jeder Ort nach seiner eigenen Uhr richtet, und diesen
 Zeitpunct früher oder später angebt, nachdem seine Uhr eben die Stunde des Tages

T. VII. Fig. 115. früher oder später anzeigt. Wenn man also nur versichert seyn könnte, daß der Anfang einer Mondfinsterniß, oder ihr Ende, oder ein anderer Umstand derselben, welcher sich in einem gewissen Zeitpuncte zuträgt, auch an beiden Orten in eben dem Augenblicke angemerkt worden sey; so würde der Unterschied der Uhren, nach welchen diese Bemerkung geschehen ist, den Unterschied der Längen dieser Orter alsbald geben. Da dieses aber nicht ist, sondern in die Beobachtung der Zeit des Anfangs oder des Endes, ausser verschiedenen andern Dingen, so gar die Einbildung einigen Einfluß haben kan; so müssen die durch dieses Mittel bestimmten Längen immer etwas zweifelhaft ausfallen.

§. 596. Das beste ist, man beobachte an jedem Orte nicht nur den Anfang einer Mondfinsterniß, sondern auch ihr Ende; nicht nur den Anfang der gänzlichen Verfinsternung, sondern auch das Ende derselben; nicht nur die Zeit der Bedeckung eines gewissen Puncts des Mondes, sondern auch die Zeit der Entdeckung desselben, und schließe daraus die Zeit des Mittels der Finsterniß oder des Mittels der Bedeckung des angenommenen Punctes. Denn wenn bey der Beobachtung des Anfangs der Finsterniß eben so sehr gefehlet wird, als bey der Beobachtung des Endes, so wird der Zeitpunct, an welchem der Mond am tiefsten in den Erdschatten versenket war, eben so richtig entdecket, als ob ganz und gar nicht gefehlet worden wäre: und eben die Verwandniß hat es mit der Bedeckung und Entdeckung eines jeden deutlich zu unterscheidenden Puncts des Mondes. Es ist aber nichts anders zu vermuthen, als daß ein sorgfältiger Beobachter eine jede solche Entdeckung um eben so viele Secunden der Zeit zu spät ansehen werde, als er die Bedeckung zu früh angesehen hat, weil in beiden Fällen eben die Ursachen, unter welchen die Stärke des Lichts wohl die vornehmste ist, beynah eben die Empfindung erregen müssen. Und es hindert nichts bey eben der Finsterniß mehrere dergleichen Beobachtungen zu sammeln, und dadurch die Schlüsse noch zuverlässlicher zu machen.





Der
Astronomischen Vorlesungen

zehnter Abschnitt.

Von den Sonnenfinsternissen.

Die Erdfinsterniß.

§. 597.

Wenn nicht der Schatten der Erde den Mond, sondern der Schatten des Mondes, oder auch nur sein Halbschatten, die Erde trift; so sehen die Bewohner derselben, die sich an den bergestalt beschatteten Orten aufhalten, die Sonne nie ganz; sondern sie wird ihnen, wo nicht völlig, doch zum Theil von dem Monde bedeckt (556). Dieses nennen sie eine Sonnenfinsterniß, indem sie die Erscheinung blos auf sich selbst beziehen. Denn ein Auge welches sich zu der Zeit ausser dem Halbschatten der Erde befindet, kan die Sonne ganz sehen: und wenn der Ort desselben ausser der Oberfläche der Erde auch sonst gut gewählet ist, so siehet dasselbe nur auf der Scheibe, welche ihm die Erde vorstellet, einen cirkelrunden Schatten, der gegen seinen Mittelpunct immer stärker und stärker wird, sich von Abend gegen Morgen bewegen, und die verschiedenen Theile dieser Scheibe nach und nach, mehr oder weniger verdunkeln. Es ist also dasjenige, was die Einwohner der Erde eine Sonnenfinsterniß nennen, wirklich eine Erdfinsterniß; und wir müssen sie als eine solche betrachten, ehe wir uns auf die Erscheinungen einlassen, die von dem besondern Orte herrühren, in welchem sich der Beobachter auf der Oberfläche der Erde befindet. Die dadurch herausgebrachten Schlüsse werden allgemein, und für jeden Bewohner der Erde gleich richtig seyn, weil diese dabey nur im Ganzen, und nicht nach ihren besondern Theilen betrachtet wird.

§. 598.

T. VII. Fig.

115.

§. 598. Zur Erleichterung einer völlig deutlichen Vorstellung der Umstände, mit welchen sich eine Erdfinsterniß ereignet, wird das Auge in die gerade Linie gesetzt, welche den Mittelpunct der Erde mit dem Mittelpuncte der Sonne verknüpft, und angenommen, daß es in dieser Linie verbleibe, obschon die Lage derselben geändert wird, indem dieser oder jener der zween Mittelpuncte, durch welche sie hindurch gehet: in seiner Bahn fortrücket. Alsdenn überseheth dieses Auge, wenn es nur auch weit genug von der Erde entfernt wird, beynah die ganze von der Sonne erleuchtete Hälfte der Erdkugel, und dieß erscheineth ihm als eine helle Scheibe, in welche zwar die Seen, trockene Länder, bergigte und ebene Gegenden, welche die Oberfläche unserer Erde ausmachen, verschiedene Flecken bringen müssen; die wir aber annoch in keine Betrachtung ziehen, weil sie zu nichts dienen können, als die verschiedenen Derter des Erdbodens von einander zu unterscheiden, welcher hier blos im Ganzen betrachtet wird. Es wird aber das Auge in dieser Linie so weit von der Erde entfernt, daß es den von dem Mittelpuncte der Sonne erleuchteten Theile derselben ganz übersehen könne, welches am sichersten geschiehet, wenn es seine Stelle selbst in diesem Mittelpuncte der Sonne bekömt; und dahin wollen wir es sehen,

§. 599. Wird nun die Erde durch ihren Mittelpunct vermittelst einer ebenen Fläche dergestalt geschnitten, daß die angenommene Linie, welche von demselben nach dem Mittelpuncte der Sonne lauft, auf diese Fläche senkrecht falle, so ist die durch diesen Durchschnitt zum Vorschein gebrachte Scheibe völlig diejenige, welche das Auge, in der ihm angewiesenen Stelle, statt der Kugelrunden Erde, zu sehen vermeineth, und über und über von der Sonne erleuchtet. Wird aber diese Fläche auch ausser der Erde gehörig erweitert, und man stellet sich vor, daß der zwischen der Sonne und der Erde durchgehende Mond seinen Schatten und Halbschatten auf dieselbe werfe: so siehet eben das Auge diesen Schatten, so weit er auf die Oberfläche der Erde fällt, nicht anders als es denselben sehen würde, wenn die Fläche sichtbarlich da wäre, so daß der Schatten des Mondes einige Theile derselben wirklich verdunkeln könnte, welches das Auge in den Stand sehen würde, dieselbe von den übrigen hellern Theilen der Fläche zu unterscheiden. Diese Fläche ist diejenige, welche in der 105ten Zeichnung durch die gerade Linie *Hf* oder *Gg* vorgestellt wird, wenn *O* den Mond bedeutet.

§. 600. Wenn nun die Fläche der 116ten Zeichnung durch den Mittelpunct der Sonne S , durch den Mittelpunct der Erde T , und durch den Mittelpunct des Mondes L gehet, so fällt die Linie ST ganz in diese Fläche, und die durch T derselben perpendicular gezogene AB stellet die eben beschriebene Fläche vor, in welcher das in S gesetzte Auge alle auf dem Erdboden sichtbare Punkte, samt den darauf fallenden Schatten siehet; jedes an der Stelle, in welcher die von S durch dasselbe gezogene gerade Linie die Fläche AB erreicht. Und wenn auch SL gezogen, und bis an I verlängert wird, so erscheint eben dem Auge der Mittelpunct des Mondes, in diesem I , welches zugleich die Mitte seines Schattens ist, um welche mit der gehörigen Defnung der Cirkel beschrieben werden muß, welcher den Halbschatten auf eben der Fläche AB vorstellen sol. Zur Zeit einer Erdfinsterniß nun ist immer der Winkel TSI sehr klein, und erreicht nie die Größe des vierten Theils einer Minute. Denn es kan sich keine Erdfinsterniß zutragen, so lang dieser Winkel TSI nicht kleiner ist, als er seyn muß, wenn der Halbschatten des Mondes FLG die Erde bey F berühren sol. Wird aber die Erde daselbst von dem Halbschatten berührt, so ist TI die Summe des Halbmessers der Erde TF und des auf die Fläche AB geworfenen Halbschattens FI . Nun haben wir (563) gesehen, daß die mittlere Größe des FI nicht mehr betrage, als 0,58 des Halbmessers der Erde TF . Es verhält sich also immer beynähe TF zu TI wie 1 zu 1,58. Da also der Winkel TSF , in welchem der Halbmesser der Erde aus der Sonne gesehen wird, 8,7 Secunden beträgt, so kan nach dieser Rechnung der TSI nicht über 13,7 Secunden steigen. Da bereits dieses weniger ist, als 15 Secunden, so muß noch viel mehr, bey einer wirklichen Verfinsternung der Erde, der Winkel $TSL = TSI$, um welchen dem in S gesetzten Auge der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde entfernt scheint, kleiner seyn als eben die Größe des vierten Theils einer Minute. Selbst die TG , welche aus dem Halbmesser der Erde und dem ganzen Durchmesser des Halbschattens zusammengesetzt ist, wird von S in einem Winkel gesehen, der kleiner ist, als der dritte Theil einer Minute.

§. 601. Bey so gestalten Sachen können alle gerade Linien, die von S nach irgend einem Puncte der Erde, und, so lang die Erdfinsterniß währet, nach irgend einem Puncte des Mondes oder seines Schattens gezogen werden können, als der ST parallel, und folgendes der Fläche AB senkrecht angesehen werden:

346 - Der Astronomischen Vorlesungen zehnter Abschnitt.

T. VIII. F. den: und man kan umgekehrt annehmen, daß eine jede in dem eben bestimmten Raume der Fläche AB perpendicular gemachte Linie, bey ihrer Verlängerung durch den Mittelpunct der Sonne S gehen werde. Stellet man sich aber um T durch den Mittelpunct des Mondes eine Kugel vor, in deren Oberfläche, welche zuweilen der Mondhimmel genennet wird, der Bogen LO fällt, und von welcher der Mond, so lang die Erdfinsterniß währet, nicht abweichen wird, ob er wol in derselben nicht nothwendig eben den Bogen LO beschreibt: so erscheinet einem in O gesetzten Auge der halbe Durchmesser der Erde TF in einem Winkel von 3446 Secunden, welche die mittlere Horizontparallaxe des Mondes ist, und FI in einem von 1908 Secunden. Beides zusammen giebt 5354 Secunden, welche beinahe 90 Minuten ausmachen. Wird nun dem zufolge, so wir eben gesehen haben, die LI als der OT parallel betrachtet, so folgt hieraus, daß die von T nach L gezogene TL mit der TO einen Winkel OTL von eben der Größe einschließen, und der Bogen LO , welcher diesen Winkel misset, kaum merklich gekrümmt seyn werde. Es kan also dieser Bogen LO , der die größte Entfernung angiebt, welche bey einer Erdfinsterniß der Mittelpunct des Mondes L von der nach der Sonne laufenden TS haben kan, für eine gerade Linie angenommen werden; und der ganze Theil der Oberfläche der Kugel, welchen ein um O durch L beschriebener Cirkelkreis umschliesset, für eine völlig ebene Fläche, in welche auch alle von eben dem Umkreise umschlossene Theile der übrigen Cirkelbogen, welche um den Mittelpunct T in der Oberfläche der Kugel beschrieben werden können, in Gestalt gerader Linien fallen. Auch werden die Winkel, welche diese geraden Linien mit einander einschließen, denjenigen welche die Bogen selbst bilden, desto genauer gleich, je weniger ihre Spitzen von dem Puncte O entfernet sind, und es ist dabey kein merklicher Fehler zu befürchten, so lange diese Entfernung nicht grösser ist als LO . Alle diese Linien und Winkel nun, werden von den nach dem Auge S laufenden Gesichtsstrahlen, wenn diese bis an die Fläche AB verlängert werden, in dieser Fläche, mit einer beynähe vollkommenen Richtigkeit, orthographisch entworfen.

§. 602. Wenn demnach nicht nur die Fläche der Ecliptic, samt dem durch eben die TS gehenden Breitenkreise, sondern auch ein Theil der Mondbahn, welcher entweder ebenfals durch O gehet, oder durchaus wenig genug von diesem Puncte entfernet ist, in der Fläche AB orthographisch entworfen werden,

werden, zusamt dem Orte dieser Bahn, welchen der Mond in einem gewissen *T. VIII. F.*
 Zeitpuncte einnimmt; und es wird in eben der Fläche der Durchschnitt der *116.*
 Erde richtig gezeichnet, wie auch der Halbschatten des Mondes, wie beides
 auf dieselbe fällt: so stellet der Entwurf die Verfinsternung der Erde so vor,
 wie sie dem in *S* gesetzten Auge in diesem Zeitpuncte wirklich erscheint, und
 man kan sich desselben bedienen zu erforschen, was es in diesem Zeitpuncte mit
 der Verfinsternung vor eine Bewantniß habe. Der orthographische Entwurf
 wird, wie gewöhnlich, vermittelst eines Maasstabes verfertigt, dessen Theile
 an sich willkürlich sind. Man stellet sich aber zu besonderer Bequemlichkeit
 vor, daß diese Theile die Minuten oder Secunden eines mit dem Radius
 $TO = TL$ beschriebenen Circels bedeuten. Dadurch werden nicht nur die
 kleinen und wenig von *O* entfernten Bogen, welche in die Oberfläche der
 um *T* mit diesem Radius beschriebenen Kugel fallen, richtig mit einander
 verglichen, sondern, weil ein kleiner Theil der *AB* zunächst an *T* ebenfalls
 als ein mit dem Radius *OT* beschriebener Circelbogen angesehen werden kan,
 dessen Mittelpunkt in *O* fällt: so wird auch der Halbmesser der Erde *TF*
 durch eben die Theile des Maasstabes angegeben, wenn man deren so viele
 nimt, als viele Minuten und Secunden in der Horizontparallaxe des Mondes
 enthalten sind; und eben die Bewantniß hat es auch mit dem Durchmesser
 des Schattens *FG*, oder der Hälfte desselben. Lasset man aber die in dem
 scheinbaren Durchmesser der Sonne enthaltene Minuten und Secunden eben
 dergleichen Theile bedeuten, so wird die Größe ausgedrückt, welche dieser
 Durchmesser haben müßte, wenn uns die Sonne in der Entfernung $TO = TL$
 nicht größer oder kleiner erscheinen solte, als wir sie wirklich sehen, und wir
 können die Scheibe, welche uns dieselbe vorstelt, mit der Scheibe des Mondes,
 und allen übrigen an dem Mondhimmel genommenen Größen, unmittelbar
 vergleichen.

§. 603. Der durch den Bogen *LO* gemessene Winkel *LTS*, oder auch
 der Bogen *LO* selbst, ist die anscheinende Entfernung des Mondes von der Son-
 ne, in diesem oder jenem vor oder nach dem Augenblicke des Neumondes genom-
 menen Zeitpuncte, welche *LO* vor dem Neumonde, da sich der Mond der *ST*
 nähert, immer kleiner und kleiner wird, und kurz hernach wieder anfängt zu
 wachsen. Es ist also unter allen diesen Entfernungen, bey eben dem Neumonde,

T.VIII. F. eine die allerkleinste, bey welcher wir uns etwas aufhalten müssen, und uns dieselbe zu dem Ende insbesondere unter LO vorstellen wollen. Sie kan unter allen übrigen mit dem geringsten Fehler der Entfernung des Mittelpuncts der Schattenscheibe I von dem Mittelpuncte der Erde gleich gesetzt werden. Und daraus folget, daß in keinem Neumonde, in welchem LO nicht kleiner ist als die Summe $TF + FI$, sich eine Erdfinsterniß zutragen könne. Ist aber LO ober die ihm gleiche Entfernung des Mittelpuncts I von T , kleiner als diese Summe der Halbmesser $TF + FI$, so wird immer ein desto grösserer Theil der Erdscheibe von dem Schatten bedeckt, je kleiner sie ist: bis endlich die Schattenscheibe ganz in dieselbe fällt, da denn bey einer noch kleinern LO sich der Mittelpunct dieser Scheibe I dem Mittelpuncte F immer mehr nähert, und würklich mit demselben zusammenfällt, wenn der Mittelpunct des Mondes, in dem Augenblicke seines Durchgangs zwischen der Erde und der Sonne, sich selbst in O befindet. Ist LO nicht grösser als TF , so fängt auch der Mittelpunct I an auf die Erdscheibe zu fallen, und nähert sich dem Mittelpuncte derselben desto mehr, je mehr die LO von dem Halbmesser der Erde übertroffen wird. Und alsdenn wird ein Theil der Erdscheibe rings um dieses Punct I von dem vollen Schatten bedeckt, wenn zu der Zeit der scheinbare Durchmesser des Mondes grösser ist, als der scheinbare Durchmesser der Sonne (562). Sind diese beiden Durchmesser einander gleich, so wird dieser Theil zu einem blossen Puncte. Ist aber der scheinbare Durchmesser der grössere, so wird das Punct I von einem cirkelrunden Raume umgeben, in welchem das Licht von aussen nach innen zu nicht mehr abnimt, weil von allen Puncten desselben der Mond ganz in der Sonne gesehen wird (562). In allen Fällen wird die Grösse dieses den Mittelpunct I umgebenden cirkelrunden Raumes durch den Unterschied des scheinbaren Halbmessers der Sonne und des Mondes angegeben, welcher dem halben Durchmesser desselben gleich ist.

§. 604. Die kleinste Entfernung LO , auf welche wir bey allen diesen Umständen sehen müssen, ist immer kleiner, als die Breite des Mondes in dem Augenblicke seiner Zusammenkunft mit der Sonne. Denn die kleinste Entfernung fällt immer aus dem Mittelpuncte der Sonne der Bahn des Mondes perpendicular, da im Gegentheile der Breitenbogen, der Ecliptic perpendicular ist, und bey seiner Verlängerung durch ihren Pol gehet. Nun kan der Theil der Bahn, welchen der Mond zur Zeit einer Finsterniß beschreibet, keinesweges der Ecliptic

Ecliptic parallel seyn, da er mit derselben in dem von der Sonne nicht weit entfernten Knoten zusammen lauft, und also mit dem durch den Mittelpuncte derselben gehenden Breitenkreise schiefe Winkel einschliesset. Bey dem allen kan eine kurze Betrachtung, und die Anwendung desjenigen, so wir bey der Mondfinsterniß gesehen haben (574), zeigen, daß der Ueberschuß der Breite des Mondes zur Zeit des Neumondes, über die kleinste Entfernung seines Mittelpuncts von dem Mittelpuncte der Sonne, so gering sey, daß so lang es nicht um die größte Richtigkeit zu thun ist, jene gar wol anstatt dieser gebraucht werden kan.

T. VIII. F.
116.

Gränzen einer Erdfinsterniß.

§. 605. Hiervon lassen sich nun die Merkmale hernehmen, aus welchen zu erkennen ist, bey welchen Neumonden sich eine Erdfinsterniß zutragen könne, oder nicht. Es kan keine solche Finsterniß erfolgen, wenn in dem Augenblicke des Neumondes die Breite des Mondes grösser ist, als die Summe der halben Durchmesser der Erde und der Schattenscheibe. Und solte ja, kurz vor oder nach diesem Zeitpuncte die scheinbare Entfernung des Mondes von der Sonne kleiner seyn als die Summe, so würde doch diese Verfinsternung gar klein ausfallen, und kaum in einige Betrachtung kommen können. Man hat also nur auf die Summe dieser Halbmesser $TF + FI$ zu sehen, sowol wenn sie die größte, als auch wenn sie die kleinste ist, um überhaupt die Bedingungen anzugeben, bey welchen sich eine Erdfinsterniß ereignen kan, oder ereignen muß. Wenn gesetzt wird, daß bey einem gewissen Neumonde die Summe $TF + FI$ die größte sey, welche je statt findet, und die Breite des Mondes ist alsdann kleiner, so kan sich eine Erdfinsterniß ereignen: sie wird aber nicht notwendig folgen, weil die Summe wirklich zu der Zeit kleiner seyn kan, als sie gesetzt worden ist, wodurch es möglich wird, daß die Breite grösser sey. Wird aber gefunden, daß die Breite des Mondes kleiner sey als die kleinste dieser Summen, so muß sich eine Erdfinsterniß zutragen, weil die Summe nicht noch kleiner werden kan.

§. 606. Sind nun auf die Art die zwo Breiten gefunden, deren eine die Erdfinsterniß möglich die andere aber gewiß macht, so kan zu jeder derselben vermittelst des Winkels, welchen die Mondbahn mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, auch berechnet werden, wie weit in dem Augenblicke des Neumondes,

T. VIII. F. da Mond und Sonne gleiche Längen haben, diese von dem nächsten Knoten entfernt seyn müsse, wenn der Mond jene Breite wirklich haben sol. Diesem würde die Gränzen der Finsterniß genau genug bestimmen, wenn nicht auch hier: blos die mitlern Bewegungen gebraucht werden könnten, deren Abweichung von den wahren gar beträchtlich ist. Wird aber auf die daher entstehenden Fehler ebenfalls gerechnet, so zeigt sich endlich, daß keine Erdfinsterniß seyn könne, wenn die Sonne um mehr als 21 Grade von dem nächsten Knoten entfernt ist; und daß, wenn diese Entfernung kleiner ist als 15 Grade, gewiß sich eine solche Finsterniß zutragen werde. Woraus folget, daß wenn die Entfernung grösser ist als 15 Grade, und kleiner als 21, die Finsterniß desto mehr zweifelhaft seyn werde, je mehr sich die Sonne von der ersten dieser Gränzen entfernt, und der zweiten genähert hat. Es müssen sich also die Erdfinsternisse häufiger zutragen, als die Finsternisse des Mondes, welche unmöglich werden, wenn die Entfernung der Sonne von dem nächsten Knoten grösser ist als $14\frac{1}{2}$ Grade, und zweifelhaft, sobald diese Entfernung $7\frac{1}{2}$ Grade übersteiget.

§. 607. Vermittelt dieser für die Erdfinsterniß angegebenen Gränzen nun, wird eben so gefunden, ob in einem gewissen Neumonde sich eine Erdfinsterniß zutragen werde, wie dieses bey einer an einem Vollmonde zu vermuthenden Mondfinsterniß geschieht. Man berechnet die mitlere Länge der Sonne, und des ihr zunächst liegenden Knoten, für die Zeit des mitlern Neumondes, welche die Epacten geben, und findet, indem man die kleinere dieser Längen von der grössern abziehet, die Entfernung der Sonne von diesem Knoten. Diese wird alsdenn mit den Gränzen 15 und 21 Grade zusammen gehalten, um zu erfahren ob die Finsterniß gewiß, wahrscheinlich, oder unmöglich sey. Es muß sich aber auch nach 18 Jahren und $10\frac{1}{2}$ Tagen, in deren Anfang eine Erdfinsterniß gefallen ist, eine andere beynah von eben der Größe ereignen. Dieses ist bereits (579) angemerkt worden, und es lassen sich die Gründe, aus welchen auf die Mondfinsternisse geschlossen worden ist, gar leicht auf die gegenwärtigen anwenden, wenn nur anstatt des Erdschattens die Sonne gesetzt, und anstatt des Vollmondes die Rechnung von dem Neumonde angefangen wird. Der Knoten ist nach den 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tagen beynah um $1\frac{1}{2}$ Grad, von seinem vorigen Orte in Abßicht auf die Sonne, weiter nach Morgen, fortgerücket (579). Er ist also, wenn er sich an der Abendseite der Sonne befindet, derselben bey der nachfol-

nachfolgenden Finsterniß um $1\frac{1}{2}$ Grade näher, als bey der vorhergehenden; lag *T. VIII. F.*
 aber im Anfange der 18 Jahre und $10\frac{1}{2}$ Tage der Knote der Sonne gegen *116.*
 Morgen, so ist er am Ende derselben um $1\frac{1}{2}$ Grade mehr von derselben entfernt.
 Das erste macht die nachfolgende Finsterniß etwas grösser, als die vorhergehende;
 und das letztere kleiner. Es ist aber auch hier blos von einer Erdfinsterniß die
 Rede, und keineswegen von einer Verfinsternung der Sonne, wie wir diese
 von der Erde sehen.

Entwurf und Berechnung einer Erdfinsterniß.

§. 608. Nunmehr ist auszumachen, ob eine aus diesen Gründen zu
 vermuthende Erdfinsterniß wirklich erfolgen müsse: und wenn sie gewiß ist, was
 sie in dem wahren Augenblicke des Neumonden vor eine Gestalt und Grösse haben
 werde? Dieses geschieht auf eben die Art, die bey den Mondfinsternissen gebraucht
 wird. Es wird für den Augenblick des mittlern Neumondes der wahre Ort der
 Sonne aus den Tafeln genommen, wie auch die wahre Länge und Breite des
 Mondes. Beide Längen zusammen gehalten, werden zeigen, ob sich in diesem
 Zeitpunkte der wahre Neumond wirklich ereigne, oder ob er bereits vergangen,
 oder noch zukünftig seyn werde. Man berechnet auch, um wie viel die Sonne
 zu dieser Zeit in einer Stunde in ihrer Bahne fortrücket, und um wie viele Grade
 und deren Theile der Mond in eben der Zeit einer Stunde, die Länge, welche er
 hat, verändere; damit durch den Abzug der stündlichen Bewegung der Sonne
 von der stündlichen Bewegung des Mondes gefunden werden könne, um wie viele
 Grade und deren Theile der Mond sich der Sonne in einer Stunde nähere, oder
 von derselben entferne (582). Wird nun der Raum dieser stündlichen relativi-
 ven Bewegung des Mondes in Absicht auf die Sonne, durch *M* bedeutet, in-
 dem *N* den Unterschied der Längen der Sonne und des Mondes, in dem Au-
 genblicke des mittlern Neumondes, anzeigt, so wird vermittelst der Proportion
M:*N*, so eine Stunde zu der Zeit *Q*, welche der Mond brauchet sich der
 Sonne um *N* zu nähern oder von derselben zu entfernen, diese Zeit *Q* wirklich
 gefunden, welche zu der Zeit des mittlern Neumondes hinzugesetzt, oder davon
 abgezogen, alsdenn die Zeit des wahren Neumonden ziemlich genau angiebt.
 Man kan aber diesen Zeitpunkt noch genauer bestimmen, wenn man den dergestalt
 gefundenen wahren Neumond anstatt des mittlern gebrauchet, und die ganze Rech-
 nung erneuert, Für den also bestimmten Augenblick des wahren Neumondes,
 wird

T. VIII. F. 116. wird sodann auch die Breite des Mondes, aus der Veränderung, welche bey derselben in einer Stunde vorgehet, geschlossen: indem man nemlich diese stündliche Veränderung, nach der Verhältniß einer Stunde zu der Zeit Q , vermehret oder vermindert, und, was dadurch herausgebracht wird, zu der Breite, welche der Mond in dem Zeitpuncte des mittlern Neumondes hatte, hinzusetzt, oder davon abziehet.

§. 609. Aufferdem werden auch, für den Augenblick des wahren Neumondes, die scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes aus den Tafeln genommen, deren Summe der halbe Durchmesser des Schattens, der Unterschied aber der Radius der kleinen dessen Mittelpunct umgebenden Scheibe seyn wird, von welcher ohnlängst (603) gesprochen worden ist. Alsdenn ist zu dem Entwurfe der Finsterniß, wie diese in dem Augenblicke des Vollmondes erscheinen wird, nichts mehr übrig, als daß auch die Horizontparallaxe des Mondes, für eben den Zeitpunct, genau bestimmt werde. Nunmehr wird T. VII. Fig. 117. ein Maasstab PQ angenommen, dessen Theile, wenn alles deutlich ausfallen soll, so groß genug seyn müssen, daß jedes derselben wenigstens in zehn sichtbare Theile zertheilt werden kan. Denn eigentlich sollten dieser letztern Theile sechszig seyn, weil die Theile des Maasstabes PQ selbst Minuten bedeuten, welche in dem gegenwärtigen sehr kleinen Maasstabe fast die letzten sind, die sich mit Zuversicht angeben lassen. Nachdem nun die gerade Linie AB , welche einen Theil der Ecliptic vorstellen soll, von der Abendseite gegen Morgen gezogen, und derselben durch ein schickliches Punct C die DE perpendicular gemacht worden ist: so nimt man für AC den Halbmesser des um C zu beschreibenden Cirkels, welcher in der Fläche des Entwurfs die Erdscheibe vorstellen soll, so viele Theile des Maasstabes PQ , als viele Minuten und deren Theile in der mittlern Horizontparallaxe enthalten sind, so der Mond zu der Zeit wirklich hat: als welche zugleich den Winkel anzeigt, in welchem der mittlere Halbmesser der Erde aus dem Mittelpuncte des Mondes gesehen wird. Aus eben dem Maasstabe wird CF der Breite des Mondes gleich gemacht, und dadurch der Mittelpunct des Schattens F in der Fläche des Entwurfs angegeben, um welchen sodann, mit dem auf eben dem Maasstabe genommenen Radius FG , die Scheibe des Halbschattens beschrieben werden kan, zusamt dem kleinen Cirkel, welcher entwe-

entweder den völligen Schatten vorstellt, oder die Punkte der Erde angiebt, *T. VIII. F.* aus welchen der Mond ganz in der Sonne gesehen wird: wenn nemlich die 117. Größe dieses Scheibchens merklich ist. Mehr ist zu dieser Vorstellung nicht nöthig. Sie zeigt alle Umstände der Finsterniß in dem Augenblicke des Neumondes, und man könnte die vornehmsten derselben durch Worte angeben, und die Erdfinsterniß central, total oder partial nennen, wenn diese Wörter hier eben so gebräuchlich wären; als bey den Mondfinsternissen.

§. 610. Die übrigen Erscheinungen, welche das in dem Mittelpuncte der Sonne angenommene Auge ausser dem Zeitpuncte des Neumonden bemerken kan, rühren größtentheils von der Bewegung her, mit welcher der Mond in seiner Bahn fortrückt. Denn es muß dabey auch diejenige Bewegung in Betrachtung gezogen werden, welche dieses Auge, indem es sich selbst samt der Sonne als unbeweglich anseheth, der Erde zuschreiben muß. Solte also die Finsterniß so vorgestellt werden, wie sie dem Auge in einem gewissen Zeitpuncte ausser dem Neumonde, zum Beispiel, eine Stunde vorher oder hernach, erscheint; so müste nicht nur der Mittelpunct des Schattens, in seiner hier nicht gezeichneten geradlinichten Bahn, von der Stelle *F* um so viele Theile des Maasstabes *PQ* nach dieser oder jener Seite entfernt werden; als viele Minuten und deren Theile der Mond zu der Zeit, in einer Stunde, in der seinigen zurück leget: sondern es müste auch der Mittelpunct der Erdscheibe in der *AB* um so viel von *C* gerechnete Theile der *PQ* vorwärts oder zurück gesetzt werden, als viele Minuten und Secunden der Ecliptic die Sonne, mit der Geschwindigkeit, die sie zu der Zeit der Finsterniß hat, in einer Stunde beschreibet. Dieses würde nicht viel weniger Mühe verursachen, als wenn man die Zeichnung ganz von vorne anfangen wolte, welche samt einigen andern Unbequemlichkeiten zu vermeiden, auch hier die relative Bewegung gebraucht wird, mit welcher sich der Mittelpunct des Schattens *F* der Erdscheibe erstlich nähert, und hernach wieder von derselben entfernt. Dieses benimt dem Puncte *C* seine Bewegung gänzlich, und bringt alle Veränderungen, die bey dem Entwürfe zu machen sind, damit er sich für einen andern Zeitpunct schicken möge, auf die einzige Versetzung des Schattens zurück.

T. VIII. F.

117.

§. 611. Es ist (581) umständlich gezeigt worden, wie aus den Bewegungen zweener Puncte F und C die Bewegung des einen F in Absicht auf das andere C zu finden sey; das ist, die Direction dieser relativen Bewegung und ihre Geschwindigkeit, und wir haben gesehen, daß dieselbe geradlinicht und gleichförmig seyn werde, wenn die Bewegung der Puncte F und C beide geradlinicht und gleichförmig sind. Und da über dieses Tafeln vorhanden sind, welche die Direction MF dieser relativen Bewegung durch den spitzigen Winkel CFM angeben, der von derselben, und dem Theile des Breitencirkels FC eingeschlossen wird, und immer an der Seite des nächsten Knoten lieget: ihre Geschwindigkeit aber durch die Zahl der Minuten und Secunden bestimmen, um welche der Mittelpunct F in einer Stunde auf der Bahn MF fortrücket: so kan hier besides, die Lage der Bahn MF und die stündliche Bewegung des Puncts F in derselben, als bekant angenommen werden. Wird also diese Zahl der Minuten und Secunden der stündlichen relativen Bewegung auf dem Maasstabe PQ genommen, und besonders durch RS angegeben, welche in 60 gleiche Theile getheilet wird, und jeder dieser Theile, so weit das Auge zureichen wil, wieder in sechszig andere: so kan alsdenn dieser neue Maasstab RS gebraucht werden, ohne Zeitverlust, in der nach beiden Seiten hinlänglich verlängerten MF , den Ort des Schattens, für einen jeden vor dem Neumonde vorhergehenden oder darauf folgenden Zeitpunct, zu finden. Denn es ist jeder auf der Linie RS von ihrem Anfange genommene Theil dem Wege gleich, welchen das Punct F , in der beim Ende desselben angezeigten Zahl der Minuten und Secunden, zurück leget. Wenn also, wie auch bey dem Entwurfe der Mondfinsterniß geschehen ist, von dem Orte, welchen dieses Punct F zur Zeit des Neumondes einnimt, so viele Theile des Maasstabes RS nach der Abendseite getragen werden, als viele Minuten und Secunden seit der letzten vollen Stunde bis an den wahren Neumond verfllossen sind; und dadurch das Punct der relativen Bahn FM angegeben wird, in welchem sich der Mittelpunct des Schattens damals befunden hat: so kan von diesem Puncte die getheilte RS so oft auf diese Bahn getragen werden, als nöthig erachtet wird. Es ist leicht auch die Stunde und Minute beyzuschreiben, in welcher sich der Mittelpunct des Schattens bey jedem dergestalt erhaltenen Theilungspuncte befindet; und alsdenn wird der wahre Ort des Schattens unmittelbar durch die Zeit gegeben.

Gebrauch des Entwurfs einer Erdfinsterniß.

§. 612. Ist nun die Vorstellung so weit in einer Größe verfertigt *T. VIII. F.*
 worden, die bey der vorgeschriebenen Größe der Theile des Maasstabes *PQ* nicht *117.*
 viel kleiner seyn wird, als ein Schuh, und man wil wissen, ob die Erdscheibe
 in einem gewissen Zeitpuncte wirklich verfinstert werde, und, wenn sie ver-
 finstert wird, in welcher Gestalt und Größe, der von dem Schatten und
 Halbschatten bedeckte Theil dieser Scheibe, dem Auge erscheinen werde: so
 darf man nur um das Punct der Bahn *MF*, bey welchem sich der Mittel-
 punct des Schattens zu der Zeit befindet, mit dem Radius *FG*, dessen
 Größe so lang die Finsterniß währen kan, immer einerley bleibt, einen Cir-
 kel beschreiben, und diesem, um eben den Mittelpunct den kleinern Cirkel bey-
 fügen, welcher den Schatten des Mondes angiebt. Der von diesen Cirkeln
 bedeckte Theil der Erdscheibe, wird den beschatteten Theil derselben in seiner
 wahren Gestalt und Größe, samt dessen Lage in Absicht auf die Ecliptic und den
 Breitenbogen, vorstellen.

§. 613. Die größte Verfinsternung ereignet sich bey dem Puncte *H*, in
 welchem die aus *C* auf die relative Bahn *FM* gerade fallende *CH* diese schnei-
 det; weil, wenn sich der Mittelpunct des Schattens bey diesem Puncte *H* befin-
 det, sein Abstand von *C* der kleinste ist: und die Zeit dieser stärksten Bedeckung,
 wird durch die Minutenzahl angegeben, die bey *H* geschrieben stehet, oder doch
 stehen solte. Sol beides, so wohl die Zeit der stärksten Verfinsternung, als auch
 der Abstand *CH*, um welchen zu der Zeit der Mittelpunct *F* von dem *C* ent-
 fernet ist, genauer bestimmt werden, so werden in dem rechtwinklichten Drey-
 ecke *CHF*, dessen Winkel *CFH* samt der Seite *CF* bekant sind, die Seiten *CH*
 und *HF* berechnet. Sie werden in Theilen des Maasstabes *PQ* gefunden,
 als in welchen *CF* gegeben wird, und sodann bleibt bey *CH* nichts weiter zu fra-
 gen übrig. Die Zeit aber, welche der Mittelpunct des Schattens braucht aus
F in *H*, oder aus *H* in *F* überzugehen, welche wir *T* nennen können, indem
H eine Stunde bedeutet, wird vermittelst der Proportion $RS : FH = H : T$
 gefunden.

§. 614. Auf eben die Art werden auch die übrigen Umstände der Ver-
 finsternung durch die Zeichnung, und wenn diese nicht hinlänglich erachtet wird,

T. VIII. F. durch die Rechnung herausgebracht. Sollen die Zeitpuncte angegeben werden, in deren erstern die Finsterniß anfängt, indem der Schatten die Erde an der Abendseite nur berührt, in dem zweiten aber, mit einer andern Berührung an der Morgenseite, wieder aufhöret; so wird die Summe der beiden Halbmesser $CA + FG$ aus C zu beiden Seiten der CH an die Bahn FM getragen. Erreicht sie nun diese in den Puncten I und K , so ist I der Ort des Mittelpuncts des Schattens beym Anfange der Verfinsternung, und K beym Ende derselben: die Zeitpuncte aber, in welchen der Mittelpunct des Schattens sich in diesen Stellen befindet, stehen darneben angezeigt, oder sind doch, vermittelt des Maasstabes RS leicht zu haben. Die Mitte der Verfinsternung fällt in den Zeitpunkt, in welchen der Mittelpunct des Schattens durch H gehet; und dieser Zeitpunkt wird eben so gefunden. Die Verfinsternung nimt vor demselben eben so zu, wie sie nachher wieder abnimt; und es werden immer, in gleichen Zeiten vor und nach der Mitte der Finsterniß, gleiche und ähnliche Theile der Erdscheibe von dem Schatten bedeckt.

§. 615. Nachdem die Zeitpuncte gefunden sind, mit welchen die Erdfinsterniß ihren Anfang genommen, und ihr Mittel oder Ende erreicht hat, ist es leicht ihre halbe oder ganze Währung anzugeben. In dem gezeichneten Beispiele nimt die Verfinsternung ihren Anfang um 8 Uhr und 21 Minuten. Ihr Mittel erreicht sie um 10 Uhr 50 Minuten, und das Ende, um 1 Uhr 19 Minuten. Es ist also ihre halbe Währung 2 Stunden und 29 Minuten lang, und die ganze beträgt 4 Stunden 58 Minuten. Der Mittelpunct des Schattens erreicht die Erde um 9 Uhr, 28 Minuten, und verläßt dieselbe wieder um 12 Uhr 11 Minuten, demnach hält er sich in derselben nicht länger auf, als zwei Stunden und 43 Minuten, in welcher Zeit dieser Mittelpunct die ganze Sehne MN durchlaufen muß. Hieraus kan man sich von der längsten Währung, die eine Erdfinsterniß haben kan, einen Begriff machen. Wenn man anstatt der MN einen Durchmesser setzet, auf welchem der Mittelpunct des Schattens fortgehen sol, damit bey der Geschwindigkeit, mit welcher er sich wirklich in der MF beweget, die Finsterniß so lang dauern möge als es möglich ist, so giebt die Messung, daß dazu drey und eine halbe Stunde Zeit erfordert werde: für die ganze Währung der Finsterniß aber, von dem Zeitpuncte an, in welchem der Schatten die Erdscheibe zuerst trifft, bis an denjenigen, mit welchem er dieselbe gänzlich verläßt,

läßt, werden auf eben die Art fünf und eine halbe Stunde gefunden. Dieses *T. VIII. F.*
 ist nun zwar nicht immer so. Denn die Geschwindigkeit des Schattens wird *117.*
 bald etwas grösser, bald kleiner, und die übrigen Grössen bleiben auch nicht gänzlich unverändert. Bey dem allen kan die Zeit der grössten Währung einer Erdfinsterniß von der gefundenen nicht sehr abweichen, und man kan sich daraus eine beynah genaue Vorstellung von der Geschwindigkeit machen, mit welcher der Schatten des Mondes über der Erdscheibe fortfliehet.

§. 616. Ist zur Zeit der Verfinsternung der Unterschied der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes so groß, daß auch das kleine Scheibchen um *F*, dessen etlichemal Erwähnung geschehen ist, mit einiger Zuverlässigkeit beschrieben werden kan, so werden vermittelst desselben, durch ein eben dergleichen Verfahren, auch diejenigen Zeitpuncte gefunden, bey welchen der Mond anfängt einigen Bewohnern des Erdbodens die Sonne ganz zu bedecken, oder doch ganz in der Scheibe derselben zu erscheinen. Die Rechnung aber, welche auch hier alles genauer giebt, als das Auge, wird vermittelst dieser Zeichnung gar leicht übersehen. Es kommt alles auf die Auflösung ebener und geradlinichter Dreyecke an, deren Seiten durch die Theile des Maasstabes *PQ* ausgedruckt werden, so Minuten bedeuten, und liberal wird die Zeit, welche der Mittelpunkt des Schattens brauchet einen gewissen Theil der Bahn *FM* zu beschreiben, entdeckt, wenn man diesen Theil mit dem Wege einer Stunde, welchen die *RS* vorstellet, gehörig vergleicht. Auf eben die Art werden verschiedene andere Fragen erörtert, welche die Erdfinsterniß überhaupt oder insbesondere betreffen.

Einige Anmerkungen und Zusätze.

§. 617. Es hat aber ein bergestalt verfertigter Entwurf ein paar kleine Fehler, welche davon herrühren, daß gar kleine Winkel als nichts betrachtet, und ausser Acht gelassen worden sind. Der erste wird begangen, wenn man den halben Durchmesser der Schattenscheibe auf der Fläche des Entwurfs der Summe der scheinbaren Durchmesser der Sonne und des Mondes gleich machet, welche er doch um 4 bis 5 Secunden übertrifft (563). Allein dieses kan leicht vermieden werden, wenn es die Grösse des Risses erfordert. Der zweite rühret davon her, daß man die aus dem Mittelpuncte der Sonne durch den Mittelpunct des Mondes gezogene gerade Linie, welche den Ort des Schattens in der Fläche des

- T. VIII. F. 117. Entwurfs bestimmen sol, als derjenigen parallel anseheth, die den Mittelpunct der Sonne mit dem Mittelpuncte der Erde verknüpft, wodurch der Mittelpunct des Schattens dem Puncte C zu sehr genähert wird. Denn wenn
- T. VIII. F. 118. (*T. VIII. Fig. 118.*) S den Mittelpunct der Sonne, C den Mittelpunct der Erde, und L den Mittelpunct des Mondes vorstelt, von welchem LO der in der Fläche des Entwurfs liegenden CF parallel lauft: so ist eigentlich der von der verlängerten CF angetroffene Punct f , der Mittelpunct der in der Fläche des Entwurfs zu beschreibenden Schattenscheibe, an dessen Stelle die der OC parallel laufende LF das Punct F angiebt; welches um Ff dem C näher ist. Es ist aber auch dieser Fehler leicht zu verbessern, sobald er sichtbar wird. Denn da sich SO zur OC oder LF , wie OL oder CF zur Ff verhält, und OC die Entfernung des Mondes von der Sonne zur Zeit des Neumondes ist; OC aber dessen Entfernung von der Erde: und aus dem vorhergehenden (529) bekannt ist, daß OC beynahе den 395sten Theil der SO betrage; so kan auch Ff nicht mehr als den 395sten Theil der CF ausmachen, welches kaum mehr ist als ein Viertel des hundertsten Theils derselben.

§. 618. Sol demnach alles aufs genaueste genommen werden, so muß,

T. VIII. F. 119. wenn C (*T. VIII. Fig. 119.*) der Mittelpunct der Erdscheibe, und F der Mittelpunct des in die Fläche derselben fallenden Schattens ist, welchen der orthographische Entwurf angiebt, die CF beynahе um ein Viertel ihres hundertsten Theils vermehret, und wenn dadurch Cf herausgebracht wird, der Mittelpunct des Schattens in f gesetzt werden. Hieraus folget, daß wenn FM der orthographische Entwurf der Bahn des Mondes ist, welcher durch die gegebene Anweisung gefunden wird; die dieser FM durch f parallel laufende fn der wahre Entwurf dieser Bahn seyn werde, welcher dem in den Mittelpunct der Sonne gesetzten Auge von dem Theile der Bahn, welchen der Mond zur Zeit der Verfinsternung beschreibet, genau bedecket wird. Denn wenn man auch nach Belieben CN ziehet, und bis in n verlängert, so ist immer $CN : Nn = CF : Ff$, und also n der eigentliche Ort des Mittelpuncts des Schattens für den Zeitpunkt, für welchen ihn der orthographische Entwurf in N angiebt. Es folget hieraus, daß auch fn um den 395sten Theil der FN grösser seyn werde, als dieselbe, welches fast das einzige ist, so diese Verbesserung der Zeichnung anrathen kan, in welcher meistens die auf die Bahn des Mondes beynahе senkrecht fallende

CF

CF so klein ist, daß ein so geringer Theil derselben unsichtbar wird, und also die *T. VIII. F.* beiden Entwürfe *FM* und *fm* in einen zusammen fallen. Ueber dieses giebe 119. diese Verbesserung eine etwas genauere Rechnung, wenn man sich derselben bedienen will.

§. 619. Es kan allen diesem in der 117ten Zeichnung noch der Entwurf des Stundencirkels beigefüget werden, welcher durch den Mittelpunct der Sonne gehet, und dadurch, daß man diesen Mittelpunct, so lang die Verfinsternung währet, als unbeweglich anseheth, auch selbst unbeweglich wird. Da sich die Sonne in der Linie aufhält, welche durch *C* der Fläche des Entwurfs perpendicular ist, so ist auch der Entwurf dieses Cirkels eine gerade Linie *PQ*, die mit der Vorstellung der Ecliptic *AB* einen Winkel *PCA* oder *PCB* einschliesset, dessen Größe nach der an seinem Orte gegebenen Anweisung zu finden ist, wiewol man ihn auch aus den Tafeln haben kan. Wenn man sich (*T. VIII. Fig. 120.*) das Kugeldreueck *abc* vorstellet; in welchem *a* der Ort *T. VIII. F.* der Sonne, *ab* ein Theil der Ecliptic und *cb* ein Theil des Gleicher ist, 120. welcher jenen in *b* schneidet, *ac* aber ein Theil des durch die Sonne gehenden Stundencirkels, welcher bey *c* mit dem Gleicher einen rechten Winkel einschliesset: so ist in diesem Dreuecke der Winkel *b* samt der Seite *ab* bekant, und, nach Anweisung der sphärischen Trigonometrie, $r : \cos ab = \tan b : \cot a$. Wird also in dem geradlinichten und rechtwinklichten Dreuecke *ABC*, der Winkel *ACB* dem *b*; welchen die Ecliptic mit dem Gleicher einschliesset, gleich gemacht, *AB : DB* aber der Verhältniß des Radius zum Cosinus der Entfernung der Sonne vom Anfange des Widders oder der Wage *ab*, und die *DC* gezogen, so ist, weil $AB : DB = \tan ACB : \tan DCB$, dieser Winkel *DCB* das gesuchte Complement des Winkels *a* zu einem rechten Winkel, welches in dem Entwurfe *PCE* ist, indem *a* den Winkel *PCA* oder *PCB* bedeutet.

§. 620. Der vermittelst des dergestalt gefundenen Winkels *PCE* in *PQ* zu entwerfende Stundenkreis, welcher auch der allgemeine Mittagskreis genennet wird, gehet, wie alle übrige dergleichen Entwürfe durch die Pole der Erde, deren Entwürfe demnach beide in die *PQ* fallen müssen, wie die Pole der Ecliptic in die *DE*. Dieses haben wir, mit vielen andern so dazu gehö-

gehört, bereits (491) gesehen. Was aber die PQ selbst anlangt, so fällt dieselbe in DE , wenn sich die Sonne in einem der Wendpuncte befindet. Ist aber der Ort der Sonne von diesen Puncten entfernt, so fällt der miternächtige Theil dieser Linie PC an die Morgenseite der DE , so lang sich die Sonne von dem Anfange des Steinbocks durch den Widder bis zum Anfange des Krebses bewegt: geht sie aber von diesem Puncte durch die Waage bis wieder zum Anfange des Steinbocks fort, so fällt PC an die Abendseite der DC . Dieses siehet man leicht, vornehmlich wenn man die Winkel betrachtet, welche die auf eine Erdkugel gezeichnete Ecliptic, das ganze Jahr durch, mit den Mittagstreifen derselben einschliesset.

Andere die Erdfinsternisse betreffende Aufgaben.

§. 621. Ist nun nach diesem allen auch die Schattenscheibe für einen gewissen Zeitpunkt an ihre rechte Stelle gesetzt worden, so kann vermittelst der oben angezeigten Gründe immer geschlossen werden, in welcher Gestalt und Größe der von dem Monde nicht bedeckte Theil der Sonne, einem in das nach Belieben angenommene oder gegebene Punct dieser Scheibe gesetzten Auge, zu der Zeit erscheinen würde. Fällt dieser Punct R in die Erdscheibe, so ist er auch dem orthographischen Entwurfe des in der Oberfläche liegenden Orts, welcher alsdenn eben die Erscheinung hat, so nahe, daß er von demselben gar nicht unterschieden werden kan. Denn da alle Strahlen, welche von der Sonne auf die Erdscheibe fallen, dieser beynahe perpendicular sind: so kan ein Sonnenstrahl, welcher durch irgend ein Punct der Oberfläche der Erde durchgeheth, bei seiner kurzen Verlängerung bis an die Fläche des Entwurfs, sich gar nicht weit von der geraden Linie entfernt haben, die von eben dem Puncte der Oberfläche jener perpendicular fällt. Es kan also auch der Ort der Oberfläche der Erde, von welchem ein Auge die Sonne eben so bedeckt siehet, als das in R gesetzte, genau angegeben werden, wenn man nur den Punct dieser Oberfläche zu finden weiß, dessen Entwurf in das angenommene oder gegebene R fällt, das ist, die Länge und Breite desselben. Dieses aber kan auf verschiedne Art, und am leichtesten vermittelst der Erdkugel verrichtet werden, wenn man den von einer gleichgroßen Himmelskugel geborgten Hälbenquadranten zu Hülfe nimt.

Man bemerket 1^o) den Ort, in welchem sich die Sonne in dem Augenblicke des wahren Neumondes befindet, in der Ecliptic der Kugel, und bringet dieses Punct in das Zenit derselben, wodurch der Pol, welcher zu der Zeit von der Sonne erleuchtet ist, um so viele Grade und Minuten über ihren Horizont erhaben wird, als die Abweichung der Sonne von dem Gleichern ausmachet. Alsdenn stellet die über den Horizont erscheinende Hälfte der Kugel, den von der Sonne erleuchteten Theil der Oberfläche der Erde so weit vor, als dieser in den Entwurf gebracht ist; ohne nehmlich die besondern Derter derselben von einander zu unterscheiden: und man hat auf dem Horizonte den Bogen PA , oder QA , wie auch PB , oder QB , der von Norden oder Süden bis an die Ecliptic reicht, unmittelbar. Es können auch die Puncte der Ecliptic A , B , in welchen sie den Horizont schneidet, in diesem gezeichnet werden.

117.

Nun wird 2^o) die Kugel um ihre Axe so gedrehet, daß auch die auf derselben vorgestellten Bilder der Länder, und übrigen Derter des Erdbodens, diejenige Lage bekommen, welche die Länder und Derter selbst, in der von dieser erleuchteten Hälfte des Erdbodens in dem angenommenen Zeitpunkt wirklich haben. Es ist nehmlich der Augenblick des Neumondes nach der Uhr eines gewissen Orts berechnet worden. Für diesen Ort wird der an der Axe der Kugel haftende Stundenzeiger richtig gesetzt, so nehmlich, daß wenn der Ort an den Mittagring der Kugel gebracht wird, dieser Zeiger genau zwölf weiset. In dieser Stellung bleibe der Zeiger fest; die Kugel aber wird so lang um ihre Axe gedrehet, bis eben der Zeiger die Stunde und Minute angiebt, welche in der Zeichnung durch die Ziffer angezeigt wird, die neben dem Puncte der Bahn des Mondes stehet, in welches der Mittelpunkt des Schattens gesetzt werden mußte; welches viel richtiger, als vermittelt des kleinen Stundenringes geschehen kan, wenn man haben zugleich auf den viel größern Gleichern der Kugel stehet, und durch denselben, was der Stundenring nur ins gröbere angiebt, gehörig verbessert. In diesem Stande wird die Kugel befestiget, und an das Zenit derselben der Höhenquadrant angeschraubt.

3^o) In der Fläche des Entwurfs wird aus dem Mittelpuncte der Erdscheibe C , durch das gegebene Punct R , der Radius CT gezogen, welcher die Winkel ACT PCT , samt den übrigen dieser Art, angeben wird, deren jeder

T. VIII. F. Das Punct des Horizonts der Kugel anzeigt, durch welches der Höhenquadrant gelegt werden muß, wenn seine Schärfe in der Oberfläche der Kugel durch den gesuchten Ort gehen soll. Denn CT ist wirklich der orthographische Entwurf dieses Quadranten. Alsdenn ist nichts übrig, als daß auch der Abstand des Orts von dem Zenit der Kugel, durch die zwischen diesen zween Puncten erhaltenen Theile des Höhenquadranten, gegeben werde.

117.

4°) Dieses aber ist, wenn eben nicht die vollkommenste Richtigkeit verlangt wird, etwas leichtes. CR ist der orthographische Entwurf des verlangten Abstandes, und also der Sinus desselben: man darf also nur den zu diesem Sinus CR gehörigen Bogen, des mit dem Radius der Kugel beschriebenen Kreises, durch die Zeichnung finden, oder berechnen, um diesen Abstand zu erhalten, welcher den gesuchten Punct der Oberfläche völlig bestimmen wird.

T. VIII. F. §. 622. Wer erweget, wie wenige Dexter des Erdbodens in Absicht auf ihre Länge und Breite so genau bekannt sind, als dieses die Vorfertigung einer vollkommenen Erdkugel erfordert, wird die hier gegebene Anweisung richtig genug finden. Wolte sich aber jemand die Mühe geben, wie in der 122. Zeichnung wirklich, wiewol nur im kleinen, geschehen ist, in seinem Entwurfe der Erdscheibe, ausser den bisher erklärten Stücken, auch alle übrige Stundenkreise zu bringen, samt einer hinlänglichen Zahl derjenigen Kreise, die dem Gleicher parallel liegen; der würde sich die Arbeit gar sehr erleichtern, und ohne Beyhülfe der Erdkugel die Länge und Breite des Puncts der Oberfläche der Erde anzuzeigen wissen, dessen Vorstellung R in der Erdscheibe für einen gewissen Zeitpunkt gegeben ist. Denn er könnte die Breite aus den Vorstellungen der Parallelen schliessen, zwischen welchen dieses Punct R lieget, indem er diese von dem Gleicher nach dem Pole oder von dem Pole nach dem Gleicher zählte. Die von dem Mittagskreise PQ nach eben dem R gezählten Stundencirkel aber würden ihm die Stunden und deren Theile angeben, die von der Uhr des durch R vorgestellten Orts in eben dem Zeitpuncte gezeigt wird. Nun ist auch die Stunde und Minute bekannt, so die Uhr des Beobachtungsortes zu eben der Zeit weiset. Denn auf diese beziehen sich die Ziffern, welche in der Zeichnung bey der Bahn des Mondes MN stehen, und

122.

und es brücket unter denselben diejenige, an welche der Mittelpunkt des T. VIII. F
Schattens gesetzt werden mußte, jene Zeit aus. Wird also diese Zahl von 122.
Stunden und Minuten mit derjenigen, welche die Uhr des Orts *R* in demselben
Zeitpuncte anzeigt, zusammen gehalten, und der Unterschied beider Uhren ent-
deckt, so wird eben dadurch die von dem Beobachtungsorte gerechnete Länge
dieses Orts angegeben.

§. 623. Es werden aber auch vermittelst der Erdkugel, oder ver-
mittelst eines Entwurfs derselben, in welchem die Cirkel der Längen und Brei-
ten, in einer hinlänglichen Anzahl erscheinen, noch viele andere Fragen auf-
gelöst. Ist insbesondre ein dergleichen Entwurf, wie er hier beschrieben
wird, für diese oder jene Erdfinsterniß verfertigt worden, so kan man an
demselben erkennen, bey welchem Puncte der Oberfläche der Erde der Halb-
schatten dieselbe zuerst berühren, und bey welchem er sie wieder gänzlich ver-
lassen werde: wie auch, welchen Ort der eigentliche Schatten, oder die Axe
desselben, zuerst und zuletzt treffen werde: welchen Ort des Erdbodens eben
die Axe, oder eine andere von einem bestimmten Puncte der Schattenscheibe
nach der Sonne gezogene gerade Linie, die den Mond irgendwo berührt,
in dem Augenblicke treffen werde, da seine Uhr Mittag, oder eine jede andere
Stunde weist; und was dergleichen Umstände mehr sind, welche der bedächt-
liche Umgang mit einem solchen in der gehörigen Größe verfertigten Entwurfe
von selbst an die Hand geben wird. Ueberal wird das gesuchte Punct der Ober-
fläche der Erde durch seine Länge und Breite so gegeben, wie dieses von dem
R gewiesen worden ist, und man wird dadurch in den Stand gesetzt, den-
selben auf einer Erdkugel oder Landkarte anzuzeigen. Die vielen Zeichnun-
gen aber, welche bey diesen Arbeiten auf der Fläche des Entwurfs gemacht
werden müßten, können vermieden werden, wenn die Schattenscheibe in ihrer
rechten Größe auf ein besonderes Blatt entworfen, und einer ihrer Halbmef-
ser *FS*, in welchem man sich immer das gegebene oder angenommene Punct
R vorstellen kan, nach den oben angezeigten Gründen (§ 65) getheilet wird.
Der Mittelpunkt dieser Scheibe wird in der Bahn des Mondes an die ge-
hörige Stelle gebracht, und dadurch eben das erhalten, was ein in der Fläche
des Entwurfs beschriebener Kreis leisten würde, insonderheit, wenn das Blatt
vermittelst etwas dichten durchsichtig gemacht wird.

Die Sonnenfinsterniß.

T. VIII. F.
122.

§. 624. Die Bedeckung der Sonne, welche ein jeder Bewohner des Erdbodens merken muß, über welchen der Schatte des Mondes weggeheth, ist, wie wir gleich Anfangs gesehen haben, für denselben eine Sonnenfinsterniß. Denn es ist aus allen, so bisher gezeigt worden ist, zu schliessen, daß nicht alle Einwohner der Erde in eben dem Neumonde, in welchem der Schatte des Mondes auf die Erde fällt, eine Sonnenfinsterniß haben können: und die sie haben, sehen sie weder zu eben der Zeit, noch in eben der Grösse; so daß man sagen kan, es erscheine eine Sonnenfinsterniß einem jeden Orte des Erdbodens anders, als allen übrigen. Diese besondern Erscheinungen sind nun umständlich zu betrachten.

§. 625. Die Sonne zeigt sich uns immer als eine runde Scheibe, und der Mond würde zu jeder Zeit in eben der Gestalt erscheinen, wenn er über und über erleuchtet wäre. Doch wird uns der dunkle Theil des Mondes sichtbar, wenn er einen leuchtenden Körper bedecket; und völlig deutlich, wenn dieser bedeckte Körper die Sonne ist. Diese zwei Scheiben kan man sich immer an dem Himmel des Mondes vorstellen, an welchem sich der Mittelpunkt dieses letztern Körpers wirklich befindet, und die Minuten samt deren Theilen, durch welche ihre scheinbare Grössen ausgedruckt und mit einander verglichen werden, von einem der grossen an diesem Himmel zu beschreibenden Cirkel hernehmen. Sie sind einander selten gleich: gemeinlich ist die eine grösser als die andere: bald diese bald jene, und der Unterschied der Durchmesser derselben kan über den zehnten Theil des ganzen betragen. Beide Scheiben scheinen an dem Gewölbe des Himmels, welches wir uns einbilden, von Abend gegen Morgen fortzurücken, aber die dunkle geschwinder als die helle, und wir mögen immer sagen, daß dieses an dem Mondhimmel geschehe. Bey einer Sonnenfinsterniß erreicht endlich die dunkle Scheibe die helle, und tritt dem Ansehen nach in dieselbe. Dieses geschieht an der Abendseite der Sonne, mehr oder weniger gegen Mittag oder Mitternacht. Von dannen rücket die dunkle Scheibe nach Morgen fort, so daß ihr Mittelpunkt einen Bogen zu beschreiben scheint, der so wenig gekrümmt ist, daß er für eine gerade Linie angenommen werden kan, und bedecket die Sonnenscheibe immer mehr und mehr, bis sie sich endlich wieder aus derselben herausbegiebet, und sie darauf an ihrer Morgenseite gänzlich verläßt.

§. 626.

§. 626. Die Sonnenscheibe erscheint in dem Zeitpunkte, in welchem *T. VIII. F.*
 der Mittelpunkt der dunkeln Scheibe sich dem Mittelpunkte derselben so sehr genähert hat, als bey dieser Bewegung möglich ist, am allermeisten bedeckt, und 122.
 durch die Größe ihres alsdenn verfinsterten Theils wird auch die Größe der Finsterniß angegeben. Es wird an dem Himmel durch den Mittelpunkt der beiden
 Scheiben eine gerade Linie gezogen, und der in diese Linie fallende Durchmesser der Sonnenscheibe, mit dem von dem Monde bedeckten Theile desselben verglichen; eben so wie dieses bey der Mondfinsterniß zu geschehen pflegt, indem man nehmlich
 auch hier den Durchmesser der Sonne in zwölf Zolle theilet, und durch die Zahl dieser Zolle, die in den bedeckten Theil desselben fallen, die
 Größe der Finsterniß angiebt. Die Finsterniß ist total oder partial, nachdem der angezeigte Durchmesser ganz oder nur zum Theil bedeckt wird. Und man
 siehet leicht, daß vermittelst der bekanten Verhältnisse des scheinbaren Durchmessers der Sonne zu dem Durchmesser des Mondes zur Zeit der Finsterniß, und
 vermittelst der Verhältniß des Durchmessers, zu dem in einem gewissen Zeitpunkte bedeckten Theile desselben, oder auch zu dem Zwischenraume, um welchen der Mittelpunkt der Mondscheibe von dem Mittelpunkte der Sonnenscheibe entfernt
 scheint, die Gestalt und Größe des damals bedeckten oder unbedeckten Theils der Sonnenscheibe, durch zween in einer Ebene beschriebene Kreise, auf das genaueste
 vorgestellt werden könne. Es kan seyn, daß bey dieser Vorstellung der Mittelpunkt der Scheibe des Mondes genau in den Mittelpunkt der Sonnenscheibe fällt, wenn
 nehmlich in dem Augenblicke, für welchen sie gemacht werden sol, das Auge des Beobachters sich in der geraden Linie befindet, die durch die Mittelpunkte der
 Sonne und des Mondes hindurch gehet. Alsdenn ist die Finsterniß central, und die Sonne erscheint entweder nur in diesem Augenblicke, oder auch eine kurze
 Zeit vorher und hernach, ganz von dem Monde bedeckt; das erste, wenn der scheinbare Durchmesser des Mondes dem scheinbaren Durchmesser der Sonne
 gleich ist, und das zweite, wenn er diesen übertrifft. Ist aber zu der Zeit der scheinbare Durchmesser des Mondes kleiner als der scheinbare Durchmesser der
 Sonne, so bleibt an dem Umfange der Sonnenscheibe ein durchaus gleich schmaler Ring sichtbar. Fallen die Mittelpunkte der zwo Scheiben nicht völlig
 zusammen, so kan bey einer geringen Entfernung des einen von dem andern zwar die Finsterniß total seyn, und einige Zeit währen, wenn der scheinbare Durchmesser

T. VIII. F. des Mondes grösser ist als der scheinbare Durchmesser der Sonne, oder der Mond
 122. kan ganz in der Sonne erscheinen, wenn sein Durchmesser der kleinere ist. Es
 bekommt aber in diesem letztern Falle der Ring, welcher unbedeckt bleibt, nicht
 überall einerley Breite.

Die Grösse einer Sonnenfinsterniß für jeden Ort des Erd-
 bodens, und jeden Zeitpunkt.

§. 627. Sollen nun, für einen gewissen Beobachtungsplatz, alle diese
 Erscheinungen, wie sie sich nach und nach, jede zu ihrer Zeit ereignen müssen, vor-
 hergesagt werden: so kommt es nur darauf an, daß man in einem dergleichen Ent-
 wurfe der erleuchteten Oberfläche der Erde, als bisher gebraucht worden ist, den
 Entwurf dieses Platzes, zu einem jeden gegebenen Zeitpuncte, richtig anzugeben
 wisse. Dieses aber ist etwas leichtes, wenn der Weg des Platzes, welchen er
 bey der täglichen Bewegung der Erde um ihre Ase nimmt, nach der (498) ge-
 gebenen Anweisung, richtig entworfen und getheilet worden ist. Denn alsdenn
 ist jeder mit einer gewissen Zahl von Stunden und Minuten bezeichneter Punct des
 Entwurfs dieses Weges der Entwurf der Stelle, in welcher sich der Beobach-
 tungsplatz in dieser Stunde und Minute befindet; und man muß sich den Beob-
 achtungsplatz selbst gerade über diesen Punct, das ist, in der Linie, welche durch
 denselben der Fläche des Entwurfs perpendicular stehet, vorstellen. Die Grösse
 und Gestalt der Finsterniß werden vermittelst dieses Orts durch die folgenden
 Gründe bestimmt.

T. VIII. F.
 121. §. 628. Wenn (T. VIII. Fig. 121.) PQ ein Theil der Fläche
 des orthographischen Entwurfs, und in derselben C der Mittelpunkt der Erde
 ist, F der Ort des Mondes in dem Entwurfe seiner relativen Bahn, und
 R der Entwurf des Ortes, von welchem die Finsterniß beobachtet werden
 sol: und es werden durch F und R , die Linien FL , RS der Fläche PQ
 perpendicular gemacht: so gehet jene FL genau durch den Mittelpunkt des
 Mondes, diese RS aber so wenig bey dem Mittelpuncte der Sonne vorbei,
 daß angenommen werden kan, dieser Punct falle genau in die RS . Denn
 eigentlich befindet sich der Mittelpunct der Sonne in der verlängerten CD ,
 welche der Fläche PQ ebenfalls perpendicular ist. Es beträgt aber der
 Winkel

Winkel, welchen die von R nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogene gerade T. VIII. E.
 Linie daselbst mit der CD einschliesset, nie mehr als die Horizontparallaxe der 121.
 Sonne und meistens viel weniger. Ist nun O der in der Oberfläche der
 Erde, gerade über R , liegende Ort des Beobachters, so bildet sich derselbe den
 Mondhimmel, dessen Mittelpunct eigentlich C ist, als um O beschrieben ein,
 weil in diesem Puncte sich sein Auge befindet, und er kan dieses thun, da
 die Rede hier von einem Augenblicke ist, in welchem der Mond seine Entfer-
 nung von O nicht verändert. In die Oberfläche dieser Kugel setzet er den
 Mittelpunct des Mondes in L , alwo er wirklich ist, den Mittelpunct der
 Sonne aber, welchen er in der verlängerten OS siehet, in das Punct S .
 Sodenn beschreibet dieser Beobachter in der Fläche der Parallelen RS , FL , um
 den Mittelpunct O einen Cirkelbogen SL , in welchen er von S nach L den
 scheinbaren Halbmesser der Sonne Sr , und von L nach S den scheinbaren
 Halbmesser des Mondes Ll setzet, deren erstern er in dem Winkel SOs , den
 zweiten aber in SOL siehet, und beurtheilet, indem er auf die ls Acht hat,
 die Grösse der Finsterniß.

§. 629. Der Winkel SOs ist von demjenigen, in welchem ein Auge
 in R oder C den Halbmesser der Sonne sehen würde, nicht zu unterscheiden.
 Der Winkel LOl aber ist, wegen der geringen Entfernung des Mondes,
 zwar um etwas merkliches grösser, als der aus R oder C gesehene halbe
 Durchmesser des Mondes: er kan aber doch, wenn man es der Mühe werth
 achtet, leicht gefunden werden. Es verhält sich ohne einen beträchtlichen
 Fehler OS zur RS , wie der Winkel, in welchem der Halbmesser des Mondes
 aus R oder C gesehen wird, zu dem gesuchten LOl . Es wird aber, da das
 Dreieck CRO rechtwinklicht ist, die RO aus dem halben Durchmesser der
 Erde CO und der bekanten CR gegeben, und RS ist beinahe die Entfer-
 nung des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde. Allein obwol die Ver-
 hältniß $OS : RS$ oder $OS : RO$ auch durch eine blossе Zeichnung mit einer
 hinlänglichen Nichtigkeit gefunden, und dadurch die Berechnung des Winkels
 LOl gar sehr erleichtert werden könnte: so wird sie doch gemeinlich als überflüssig
 bey Seite gesetzt, und für Ll der Halbmesser des Mondes angenommen, wie
 er einem in den Mittelpunct der Erde gesetzten Auge erscheinen würde. Wolte je-
 mand diese Verbesserung beobachten, so müste er auch den Winkel SOL , um
 welchen

T VIII. ¹²² *F*. welchen der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte der Sonne entfernt erscheint, wenn das Auge in *O* gesetzt wird, in eben der Verhältniß *RS : OS* grösser machen, als denjenigen, in welchem ein Auge in *R* diese Entfernung *LS* sehen würde. Alsdenn aber würde er in der Anwendung finden, daß diese zwei Verbesserungen einander größtentheils vernichten.

§. 630. Nun ist *SL* beynah eine gerade Linie, welche der *RF* parallel lieget, und mit dieser das Rechteck *SRFL* bildet. Es kan also, wenn wir blos die Gestalt und Größe der Finsterniß zu wissen verlangen, anstatt der *SL* die *RF* genommen werden, welche ihr beynah völlig gleich ist, und in der Fläche des Entwurfs durch die beiden Puncte *R* und *F* bestimmt wird. Ein um *R* (*T. VIII. Fig. 117.*) mit dem aus dem Maasstabe *PQ* genommenen scheinbaren Halbmesser der Sonne beschriebener Cirkelkreis, samt einem andern um *F* beschriebenen, dessen Halbmesser so viele Theile eben des Maasstabes *PQ* hat, als viele Minuten und Secunden wir dem halben Durchmesser des Mondes zuschreiben, wenn wir ihn aus *C* oder *R*, betrachten, wird die Größe und Gestalt der Finsterniß unmittelbar geben. Die Verbesserung von welcher eben die Rede war, entfernt das Punct *F* etwas mehr von *R*, und macht also die *RF* grösser. Sie vergrößert aber auch den Halbmesser des um *F* zu beschreibenden Cirkels, welcher die Scheibe des Mondes vorstellen sol, so daß fast eben so viel verlohren gehet, als man erhalten wolte.

§. 631. Der Punct *F* ist in dem orthographischen Entwurfe der Mondbahn mit der Zahl der Stunden und Minuten bezeichnet, zu welcher er gehöret, und also genau genug bestimmt. Der Punct *R* aber ist der Entwurf des Beobachtungsplices für eben den Zeitpunkt, und wird, wenn der Cirkel, welchen dieser Ort bey seinem Umlaufe um die Aere der Erde zur Zeit der Verfinsternung beschreibet, ebenfals entworfen und gehörig getheilet ist, in diesem Entwurfe durch eben die Zahl der Stunden und ihrer Theile angegeben, welche bey dem Puncte *F* stehet. Es ist also, wenn der Entwurf der ganzen von der Sonne erleuchteten Hälfte der Erde, deren wir uns bisher bedient haben, zu klein seyn solte, daß er alles mit der gehörigen Schärfe geben könnte, oder wenn man sich die Mühe, einen dergleichen vollständigen Entwurf zu verfertigen, ersparen wil, nichts nöthig, als daß man den

den Parallelcirkel des Beobachtungsplatzes, welchen nehmlich derselbe beschreibet, indem sich die Erde an dem Tage der Finsterniß um ihre Aze drehet, besonders entwerfe, und wie oben (498) gewiesen worden ist, in die Stunden und Minuten theile. Man kan zu dem Ende den Maasstab PQ so groß nehmen, daß auch die letztern Theile eine beträchtliche GröÙe bekommen: und solte das Pappier zu klein seyn, so ist es eben nicht nöthig, daß es diesen Entwurf ganz fasse. Ein Theil desselben, welcher alle Punkte enthält, in welchen sich der Beobachtungsplatz, so lang die Finsterniß währet, nach und nach befindet, ist hinlänglich, und es ist leicht diesen Theil vermittelst eines größern Risses zu bestimmen.

T. VIII. F.
121.

§. 632. Wil man dem Entwurfe des Parallelcirkels, um welchen es eigentlich zu thun ist, noch einige andere beyfügen, die demselben zu beiden Seiten nahe genug liegen, und diese ebenfals gehörig theilen; so kan die Zeichnung auch außser dem Beobachtungsplatze an allen den Orten gebraucht werden, die in diesen Parallelen liegen, wenn nur dabey auch auf die Verschiedenheit der Stunden gesehen wird, welche die Uhren dieser Orter in eben dem Zeitpuncte angeben müssen, als ihre Längen verschieden sind. Mit einem Worte, es wird nur derjenige Theil der 122sten Zeichnung entworfen, welchen man zu brauchen gedenket: und man bedient sich dieses Theils eben so, wie man sich des ganzen Entwurfs bedient, wenn nicht mehr Schärfe verlangt wird, als derselbe bey seiner GröÙe geben kan. Zur Erläuterung desjenigen aber, so von diesem Gebrauche noch zu sagen ist, scheint dieser vollständige Entwurf geschickter zu seyn, als ein anderer.

§. 633. In diesem Entwurfe befindet sich jeder Ort des Erdbodens, zu der nach seiner Uhr gezählten Stunde, in demjenigen Stundenkreise, welcher mit der Zahl dieser Stunde bezeichnet ist. Wenn also, zum Beyspiel, GHK der Entwurf des Parallelen des Beobachtungsplatzes ist, so sind die bey der Bahn des Mondes MN bemerkten Stunden, welche der Maasstab RS in ihre Minuten theilet, eben diejenigen, die von der Uhr dieses Platzes angegeben werden: so daß jede zween Punkte der Bahnen GHK und MN , bey welchen eben die Zahlen der Stunden und Minuten stehen, oder stehen solten, zusammen gehören, indem das in der Bahn des Mondes MN ange-

T. VIII. F. ^{122.} nommene dasjenige ist, so wir bisher mit F bezeichnet haben, das in der Bahn GHK liegende aber R . Ist also der Zwischenraum zwischen zweien dergleichen zu eben dem Augenblicke gehörigen Puncten grösser als die Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes, so erscheint die Sonne in diesem Augenblicke an dem Beobachtungsorte gar nicht verfinstert. Ist der Zwischenraum der Summe gleich, so fängt die Verfinsternung an diesem Orte an, oder höret eben auf, nachdem F an der Abend oder Morgen-seite des Punctes R lieget. Ist der Zwischenraum kleiner als die Summe, so erscheint die Sonne den Bewohnern desselben Orts wirklich von dem Monde bedeckt, und man kan die Gestalt und Grösse der Finsterniß, wie oben angezeigt worden, und in der Zeichnung, vermittelst der um F , R beschriebenen Kreise, für 1 Uhr und 35 Minuten wirklich geschehen ist, angeben. Am allerstärksten aber ist die Finsterniß, wenn eben der Zwischenraum so klein ist, als er nur werden kan, und es wird die Gestalt und Grösse des bey dieser stärksten Verfinsternung sichtbaren Theils der Sonne auf eben die Art gefunden.

Eben die, an verschiedenen Stellen des Erdbodens,
beobachtete Sonnenfinsterniß.

§. 634. Wird anstatt des Beobachtungsortes, für welchen der Entwurf eigentlich gemacht ist, ein anderer Ort in der Oberflache der Erde genommen, dessen Parallelcirkel, von dem vorigen GHK , verschieden ist, so beziehen sich die Puncte in welchen der Entwurf dieses Parallelen von den Stundenkreisen geschnitten wird, und die zu denselben gesetzte Ziffer, auf die Uhr dieses andern Orts; indem die Stelle des Mondes in seiner Bahn noch immer nach der Uhr des Beobachtungsortes angegeben wird. Sol also auch dieser zu der Uhr des zweiten Orts angezeigt werden, so sind die der Bahn des Mondes benbeschriebene Ziffern, dem Unterschiede der beiden Uhren gemäß, zu verändern, welches leicht geschehen kan, wenn die Länge dieses zweiten Orts, in Absicht auf die Länge des Beobachtungsortes bekannt ist. Wolte man diese Ziffer unverändert stehen lassen, so müste für jeden Zeitpunkt der Mond von der Stelle, die er nach der Uhr des Parallelen GHK einnehmen müste, in seiner Bahn um so viele Stunden und deren Theile
nach

nach Abend zurück gezogen werden, als die Uhr des zweiten Orts den Mit- T. VIII. F.
tag, und jede andere Stunde, früher angeht, denn die Uhr des Beobachtungs- 122.
platzes: welches seyn wird, wenn dieser Ort dem Beobachtungsplatze gegen
Morgen lieget, liegt er aber demselben gegen Abend, so müste der Mond,
wieder um eben so viele Stunden, als der Unterschied beider Uhren beträgt,
nach der Morgenſeite fortgerückt werden. Und es ist leicht einzusehen, daß
eben dieses statt haben werde, wenn beide Derter in eben dem Parallelen
GHK liegen.

§. 635. Hieraus wird zugleich begreiflich, wie aus der für einen
gewissen Beobachtungsplatz nach den Tafeln entworfenen, und an einen an-
dern Ort der Oberfläche der Erde beobachteten Sonnenfinsterniß, der Unter-
schied der Längen dieser Derter zu finden sey, wenn ihre Breiten bekant sind.
Es wird voraus gesetzt, daß der Entwurf völlig richtig sey, und die Größe
der Finsterniß, wie sie in jedem Zeitpuncte an dem Beobachtungsplatze erschei-
net, genau genug angebe. Dieses nun ist zwar nicht völlig zu erreichen,
weil weder die Tafeln völlig richtig sind, noch auch bei dem Entwurfe alle
Kleinigkeiten beobachtet werden. Es können aber auch die größern Abwei-
chungen des Entwurfs aus den Beobachtungen gebessert werden. Dieselben
rühren fürnehmlich von dem Puncte der Ecliptic her, bey welchem sich der
wahre Neumond ereignet, dessen Entfernung von dem nächsten Knoten die
Tafeln etwas zu groß oder zu klein angeben können. Dadurch werden auch
die Breiten des Mondes, zur Zeit der Finsterniß, fehlerhaft, indem der
Winkel, welchen die relative Bahn desselben *MN* mit der Ecliptic *AB* ein-
schließet, wenn beide verlängert werden, unverändert bleibt. Es komt also
die ganze Verbesserung darauf an, daß die Spitze dieses Winkels in der
Ecliptic weiter vorwärts oder zurückgeschoben werde, welches geschieht, indem
man die verbesserte Bahn der gezeichneten *MN* an dieser oder jener Seite
parallel macht; und daß man die Ziffern, mit welchen die Theile der Mond-
bahn bezeichnet sind, um so viele Minuten vermehre oder vermindere, als
es die Erscheinungen erfodern; unter welchen die ganze Währung der Finster-
niß, samt den Zeitpuncten, mit welchen sie angefangen und sich geendiget hat,
die vornehmsten sind. Wiemol dabei auch der scheinbare Durchmesser des Mon-
des nicht ganz außer Acht gelassen werden darf.

T. VIII. F.
122.

§. 636. Hat man sich von dieser Seite befriediget, und es ist aus einer richtigen Beobachtung der Zeitpunkt bekannt, in welchem sich an dem Orte, dessen von dem Beobachtungsorte gerechnete Länge gesucht wird, der Anfang der Finsterniß ereignet hat: so wird, da dieser Zeitpunkt nach der Uhr dieses Orts angegeben wird, der Entwurf desselben in seinen Parallelen, durch die dabei geschriebene Zahl der Stunden und Minuten angezeigt. Dieser Punkt ist von demjenigen, in welchem sich der Mittelpunkt des Mondes in seiner Bahn zu eben der Zeit befindet, um die Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes nach der Abendseite entfernt. Es wird demnach die Stelle des Mondes in seiner Bahn gefunden, wenn man diese, aus dem Maasstabe *PQ* genommene Summe, von dem Entwurfe des Orts bis an die Mondbahn erstreckt, welche sie in dem gesuchten Punkt erreichen wird. Alsdenn wird die Zeit, in welcher sich der Mond an dieser Stelle befindet, durch die dabei geschriebene Ziffer gegeben, welche sich auf die Uhr des Beobachtungsortes beziehet: da also auch die Zahl der Stunden und Minuten bekannt, welche die Uhr des andern Orts in eben dem Augenblicke weist, so ist der Unterschied beider Uhren gar leicht zu finden. Zu grösserer Gewißheit kan auch mit dem Ende der Finsterniß, wenn dieses an dem Orte, dessen Länge mit der Länge des Beobachtungsortes zu vergleichen ist, genau genug beobachtet worden, eben diese Arbeit wiederhohlet werden. Ja es giebt ein jeder nach der Uhr dieses Orts genau bestimmte Grösse der Finsterniß, den Unterschied der Längen: weil es leicht ist aus dieser Grösse den Abstand des Mittelpuncts des Mondes von dem Entwurfe des Orts zu finden, an welchem zu einer gewissen, nach der Uhr desselbigen Orts gerechneten Zeit, die Finsterniß in dieser Grösse erschienen ist.

Die eigentliche Berechnung einer Sonnenfinsterniß.

§. 637. Ueberhaupt würde die auf einen orthographischen Entwurf gegründete Rechnung die Grösse der Finsterniß, samt ihren übrigen Umständen, mit welchen sie an einem gewissen Orte des Erdbodens erscheint, richtiger geben: und alsdenn dürfte auch die Zeichnung weder so gros, noch sonst so genau seyn, als sie seyn muß, wenn sie das gesuchte unmittelbar darstellen sol. Die Dreyecke, welche bey dieser Rechnung aufzulösen sind, fallen sämtlich in die Fläche des Entwurfs, und können vor sich, mit einiger Aufmerksamkeit betrachtet, die Rech=

Rechnung auf den kürzesten Weg leiten. Zwar bleiben noch immer einige kleine Fehler übrig, so lang bey dem Entwurfs Kleinigkeiten bey Seite gesetzt werden, und diese die Rechnung ebenfals übersiehet. Es wird aber die Beobachtung derselben desto mehr für überflüssig gehalten, je weniger die Tafeln, auf welche sich doch endlich die ganze Arbeit gründet, als vollkommen richtig angesehen werden können: zumahlen da der Fehler, welchen ein mit der nöthigen Vorsicht verfertigter Entwurf für sich, und ohne einer weitem Rechnung, in die Zeit der Erscheinungen bringt, selten über ein paar Minuten steigt.

T. VIII. F.

122.

§. 638. Sollen aber die Umstände, mit welchen eine Sonnenfinsterniß von einem gewissen Orte des Erdbodens gesehen wird, so genau als möglich ist angegeben werden: so ist das sicherste Mittel, daß man den Abstand der Sonnenscheibe von der Scheibe des Mondes berechne, wie sie uns an der innern Oberfläche der Himmelskugel, so wir uns einzubilden gewohnt sind, unmittelbar erscheint. Dieses kan auf verschiedene Art geschehen, indem diese Entfernung sowol aus der bekanten Länge und Breite zweener himmlischer Körper, als aus dem Vorschein des einen vor dem andern, und beider Abweichung von dem Gleichem; wie auch aus den Höhen derselben und dem Unterschiede ihrer Azimuthe, geschlossen werden kan. Ueberal sind die Parallaxen mit in Betrachtung zu ziehen, welche vornehmlich den Ort des Himmels, an welchem wir den Mond von der Oberfläche der Erde sehen, von demjenigen, an welchem er uns erscheinen würde, wenn wir uns in den Mittelpunct der Erde setzen könnten, gar sehr verschieden macht. Dieses giebt der letzten Methode einen größern Vorzug vor den übrigen. Denn es sind die Parallaxen der Höhen ohne viele Mühe aus den Tafeln zu haben: die Azimuthe aber haben, wenn man sich die Erde als kugelrund vorstellt, keine Parallaxe, und bekommen sie nur durch die Abweichung derselben von der eigentlichen Gestalt einer vollkommenen Kugel. Aber auch in dem Falle, wenn man nöthig findet, auf diese Abweichung mit zu rechnen; würden weder die Parallaxen der Azimuthe, noch die Veränderungen, welche dadurch in die Parallaxen der Höhen gebracht werden, die Schwierigkeit sehr vermehren, wenn die Gestalt der Erde auf das genaueste bekant wäre.

§. 639. Die Rechnung selbst wird ohne viele Weitläufigkeit am deutlichsten begriffen, wenn wir uns vornehmen eine Zeichnung zu verfertigen, welche die Finsterniß so, wie sie in einem gewissen Zeitpuncte wirklich an der Himmels-

374 Der Astronomischen Vorlesungen zehnter Abschnitt.

- T. VIII. F.** Kugel erscheinet, aufs genaueste vorstellen sol; indem man sich immer den Theil
 122 der Oberfläche dieser Kugel, in welchem sich Sonne und Mond zu der Zeit befinden, als eine Ebene vorstellt, auf welche die Zeichnung zu bringen ist. Man wird sich die Lage dieser Himmelsgegend am besten einprägen, wenn an einer Himmelkugel, deren Pol über ihren Horizont so sehr erhöht ist, als der Pol des Himmels über den Pol des Beobachtungsortes, man den Punct der Ecliptic, bey welchem sich die Sonne am Tage der Finsterniß befindet, kentlich machet, und alsdenn die Kugel dem Zeitpuncte, für welchen eigentlich gerechnet werden sol, gemäß um ihre Axe drehet, damit nehmlich der in der Ecliptic gezeichnete Punct, in Absicht auf den Mittagsring, die gehörige Lage bekomme; welches leicht vermittelst des Stundenrings, aber genauer vermittelst der Grade des Gleichers, zu erhalten ist. Denn wenn die Kugel in dieser Lage bleibt, und man sich das Auge in den Mittelpunct derselben einbildet: so ist es leicht sich einen Begriff von dem dermaligen Stande der Sonne, in Absicht auf den Horizont und den Mittagskreis zu machen. Vornehmlich aber sind dabey die drey größten Circle zu betrachten, die durch den Mittelpunct der Sonne gehen, indem der erste zugleich das Zenit, der zweite dem Pol des Gleichers, und der dritte den Pol der Ecliptic durchstreicht; mit einem Worte, der Circle der Höhe, der Stundenkreis und der Circle der Breite, welche sämtlich in eben dem Augenblicke durch den Mittelpunct der Sonne gehen. Die zunächst an dem Mittelpuncte der Sonne lie-
T. VIII. F. genden Theile dieser Kreise werden in der 123 Zeichnung durch gerade Linien vorgestellt,
 123 die mit einander Winkel einschließen, so denjenigen gleich sind, mit welchen sich die Flächen dieser Circle gegen einander neigen: übrigens aber bald so bald anders zu liegen kommen. Diese besondere Lage nun ist vornehmlich zu beobachten, welche die Kugel, wenn sie mit einiger Aufmerksamkeit betrachtet wird, deutlich vorstellt.

§. 640. Was aber die Winkel selbst anlangt, so ist der erste derjenige, welchen der durch den Mittelpunct der Sonne gehende Stundenkreis mit dem Kreise ihrer Breite einschließt. Es ist bereits gewiesen worden, wie dieser Winkel zu berechnen sey (619); denn wir brauchen ihn bey dem orthographischen Entwurfe ebenfalls. Hier dienet er blos zur Bestimmung eines andern Winkels. Ist in der 123ten Zeichnung *S* der Mittelpunct der Sonne, und *SN* der Anfang des Bogens, welcher von demselben nach dem Pole des Gleichers lauft, *SE* aber

aber der Anfang besjenigen, der nach dem Pole der Ecliptic gehet; so ist *NSE* *T.VIII.F.* der Winkel, von welchem hier die Rede ist, welcher auch der Positionswinkel 123 genennet wird.

§. 641. Der zweite Winkel ist derjenige, welchen eben der durch *S* gehende Stundenkreis mit dem Verticalcirkel dieses Puncts *S* einschliesset. Dieser Winkel *NSZ* ist besonders zu berechnen, wozu die Anweisung in dem vorhergehenden (197) gegeben worden ist. Es wird nemlich dieser Winkel von zwo Seiten eines Kugeldreiecks eingeschlossen, in welchem zwo andere Seiten, der Abstand nemlich des Zenits von dem Pole, und der Abstand der Sonne von demselben, bekant sind, und der zwischen den Flächen dieser Kreise enthaltene Winkel durch die Zeit gegeben wird. Wird nun der also gefundene Winkel *NSZ* an die gehörige Seite der *NS* gesetzt, so giebt sich der Winkel *ESZ*, der eigentlich gebraucht wird, als die Summe oder der Unterschied der beiden vorigen *NSE* und *NSZ*, und man siehet leicht, wie dieser Winkel *ESZ* durch Grade und deren Theile auszudrucken sey.

§. 642. Die durch *S* der *ES* perpendicular gezogene *AB* ist der zunächst an *S* liegende Theil der Ecliptic, deren Grade mit den Graden der Cirkel, zu welchen *SZ* und *SE* gehören, von einerley Grösse sind; so daß, wenn nach Belieben eine Länge angenommen wird, welche den Grad oder die Minuts eines dieser Cirkel vorstellen sol, dieselbe auch vor die übrigen gelten muß. Wenn also so viele solcher Minuten von *S* nach *C* getragen werden, als deren in der Breite eines himlischen Körpers, welcher hier der Mond ist, enthalten sind, so fällt der Ort dieses Körpers wirklich in die durch *C* der *AB* parallel gezogene *CL*; denn es wird gesetzt, daß die Länge desselben von der Länge des *S* so wenig verschieden sey, als dieses wirklich bey den Finsternissen statt findet. Es ist aber *CL* der Anfang eines Kreises, welcher an der Himmelskugel der Ecliptic parallel lieget, und folgendes kleiner ist als diese, und kürzere Grade hat. Wird also auch die Länge des Mondes aus *S* in *D* getragen, so darf man, wenn nunmehr der Ort des Mondes *L* auf das genaueste bestimmt werden sol, die *DL* der *SE* nicht eigentlich parallel machen. Man muß, wie bey der Verfertigung des Netzes zu einer Landkarte, sprechen: wie der Radius zum Cosinus der Breite *SC*, so die Länge *SD* zu der *CL*, welche den Ort des Himmels, in welchem uns
der

T.VIII. F. der Mond in dem Augenblicke erscheinen würde, in welchem wir die Sonne in S
 123. sehen, wenn wir unser Auge in dem Mittelpuncte der Erde hätten, richtig angeben wird. Eben diese Vergrößerung oder Verminderung der Grade und deren Theile ist auch in andern ähnlichen Fällen nicht ausser Acht zu lassen.

§. 643. Nunmehr kan die Höhe des Mondes gefunden werden, oder vielmehr der Ueberschuß der wahren Höhe desselben über die Höhe der Sonne, oder dieser über jene. Es wird von L die LF der Verticallinie ZS perpendicular gezogen, so ist SF der gesuchte Unterschied der Höhen. Die LF selbst aber ist der Theil des um das Zenit als seinen Pol beschriebenen Kreises, welcher zwischen den zween Vertikalcirceln enthalten ist, deren einer durch S und der andere durch L gehet. Dieser um Z beschriebene Kreis bekömmt den Namen eines Almicantharat; und sein Radius ist der Sinus des Abstandes des Mondes vom Zenit, oder der Cosinus seiner wahren Höhe, welche aus der Höhe der Sonne und aus dem Unterschiede SF leicht zu rechnen ist.

§. 644. Der durch L gehende Verticalcirkel schneidet von dem Horizonte das Azimut des Mondes ab, gleichwie der durch S gehende das Azimut der Sonne. Wird die Erde als völlig kugelförmig angesehen, so wird keines dieser Azimute durch eine Parallaxe geändert; wil man aber auf die eigentliche Gestalt der Erde Acht haben, so ist zwar die Veränderung, welche dadurch in das Azimut der Sonne gebracht, so gering, daß sie nicht in Betrachtung gezogen werden kan: die Parallaxe des Azimuts des Mondes aber kan bey einer Rechnung, die nach der äußersten Strenge geschehen sol, nicht immer bei Seite gesetzt werden. Weil S und folgendes auch SZ dabei unverändert bleiben, so bestehet die Wirkung derselben blos in einer Vergrößerung oder Verkleinerung des Bogens LF und der übrigen, welche zwischen den durch S und L gehenden Vertikalcirceln dem LF parallel liegen. Es ist aber diese Veränderung des LF leicht genug zu finden. Wir haben in der Abhandlung der Parallaxen (309) gesehen, daß bei der daselbst angenommenen Bedeutung der Buchstaben, sich die Horizontparallaxe des Mondes P zu der Parallaxe des Azimuts verhalte, wie $\sin B$ zu $\sin a$. $\sin Z$. Nun aber verhält sich die Parallaxe des in dem Horizonte zu nehmenden Azimuts, zur Parallaxe des durch L gehenden Almicantharats, wie $1 : \sin B$, weil B den Abstand dieses Punctes L von dem Zenit, oder die Ergänzung seiner Höhe

Höhe bedeutet. Wird also diese letztere Parallaxe, um welche LF vermehrt T. VIII. F.
 oder vermindert wird, Q genant, so entstehet $1 : \sin a. \sin Z = P : Q$. 123.
 Wir wollen sehen, daß vermittelt dieser Proportion die Q gefunden und da-
 durch die FL dergestalt gebessert worden sey, daß nunmehr der durch L ge-
 hende Verticalcirkel derjenige ist, in welchem dem in der Oberfläche der Erde
 angenommenen Beobachtungsplatze der Mond zu der bestimmten Zeit wirklich
 erscheinet.

§. 645. Nun wird auch die Parallaxe der Höhe der Sonne sowol,
 als des Mondes gesucht, und jene von dieser abgezogen. Der Unterschied
 wird von F nach G getragen und dadurch das Punct G bestimmt, durch
 welches GH der FL parallel gezogen werden muß, um auch den Theil des
 Almicantharats anzugeben, in welchen der Mond durch die Parallaxe der
 Höhe gebracht wird. Denn da diese Parallaxe nicht allein den Mond,
 sondern auch die Sonne erniedriget, so kan diese an ihrer Stelle S gelassen werden, wenn
 der Mond um so viel weniger erniedriget wird, welches geschiehet, wenn man FG
 dem Unterschiede beider Parallaxen gleich machet. Wird nun LH der FG pa-
 rallel gezogen, so ist H der Ort, an welchem der Mond zu der angezeigten Zeit
 von dem Beobachtungsplatze gesehen wird.

§. 646. Eigentlich ist GH etwas grösser als FL , weil diese Bogen
 beide gleich viele Secunden halten, obwol der Radius zu FL kleiner ist, als der zu
 GH . Es kan aber der Unterschied selten etwas beträchtliches ausmachen, und
 endlich ist dem GH seine wahre Grösse leicht zu geben. Denn es verhalten sich
 die Bogen FL , GH wie die Halbmesser der Kreise, zu welchen sie gehören:
 diese aber sind, der Cosinus der wahren Höhe des Mondes, zu dem Bogen FL ,
 und der Cosinus seiner scheinbaren, zum GH . Wird nun nach diesem allen
 SH gezogen, so hat man alles, was zur Bestimmung der Länge dieser Linie, und
 der Grösse des Winkels HSG nöthig ist. Jene HS ist der Theil eines der
 größten Cirkel der Kugel, welche die scheinbare Entfernung des Mittelpuncts des
 Mondes von dem Mittelpuncte der Sonne angebt: der Winkel HSG aber wird
 von der Fläche dieses Cirkels, und der durch den Mittelpunct der Sonne geleg-

380 Der Astronomischen Vorlesungen zehnter Abschnitt.

T.VIII. F. ten Verticalfläche, eingeschlossen. Wird also um *S*, mit einer Oefnung die dem scheinbaren Halbmesser der Sonne gleich ist, ein Cirkel beschriben, und um *H* ein anderer der auf eben die Art die scheinbare Grösse der Mondscheibe zur Zeit der Finsterniß vorstellet; so wird durch diese zween Kreise sowol die Grösse und Gestalt des von dem Monde bedeckten Theils der Sonnenscheibe, als auch seine Lage in Absicht auf die Verticalfläche, aufs genaueste vorgestellt.

123.

§. 647. Es wäre überflüssig noch etwas zur Erleuterung der Rechnung anzufügen, zu welcher diese Zeichnung Anweisung giebt, da alle Linien und Winkel derselben sich in einerley bestimmten Ebene befinden. Die Gründe derselben, welche voraus bekant seyn müssen, sind; der wahre Ort der Sonne und des Mondes in einem gewissen Zeitpuncte, welcher immer der Augenblick des wahren Neumondes seyn kan: und die stündliche Bewegung sowol der Sonne in der Ecliptic, als auch des Mondes in die Länge und Breite. Denn hieraus können die Orter dieser beiden Lichter für einen jeden andern Zeitpunct, für welchen die Grösse der Finsterniß berechnet werden sol, viel leichter gefunden werden, als wenn man die Rechnung von forne anfangen wolte. Der Ort der Sonne giebt ihre Abweichung von dem Gleichern, und ihre Entfernung von dem Pole, welche bekant seyn muß, um aus demselben und den durch die Zeit, für welche gerechnet wird, angegebenen Stundenwinkel, die damalige Höhe der Sonne, samt ihrem Azimuth zu schliessen; wiewol das letztere nur in Graden bekant seyn darf. Aus eben den Gründen, und der bekanten Polhöhe, werden auch die Winkel *NSE*, *NSZ* berechnet, welche den *ESZ* geben. Und daß zur völligen Vollendung der Rechnung auch die Horizontparallaxe des Mondes, die scheinbare Grösse desselben in der Höhe, in welcher er sich befindet, und die scheinbare Grösse der Sonne bekant seyn müsse, ist vor sich klar.

§. 648. Es giebt aber alle diese weitläufige Rechnung die Finsterniß nur für einen einzelnen Augenblick, und muß, wenn mit der äußersten Strenge verfahren werden sol, für einen jeden andern Zeitpunct wiederhohlet werden. Jedoch leidet diese Arbeit eine starke Verminderung. Wenn wir erwegen, daß der Weg, auf welchen wir den Mond bey der Sonne vorbeigehen sehen, von einem

einem Bogen eines der größten Cirkel der Himmelskugel, den wir für eine gerade *T.VIII.F.*
 Linie annehmen können, gar wenig verschieden sey. Denn es ist gezeigt worden, 123.
 daß wir diesen Weg als eine gerade Linie ansehen würden, wenn wir den Mond
 aus dem Mittelpuncte der Erde betrachten könnten. Es ist also blos der Paralla-
 laxen zuzuschreiben, wenn er uns von unserm Beobachtungsplatze anders erschei-
 net. Nun kan man sich Geseße einbilden, nach welchen die Parallaxen zwar die
 Bahn, auf welcher der Mond bey der Sonne vorbeugehet, von der Lage, in
 welcher sie dem Mittelpuncte der Sonne erscheint, abbringen, aber doch gerad-
 linicht lassen würde; und wenn diese Bahn des Mondes uns krumlinicht erschei-
 net, so rühret dieses von nichts andern her, als daß die würllichen Parallaxen
 von jenen blos in der Einbildung bestehenden verschieden sind. Da aber über-
 haupt die Würlkungen der Parallaxen eben nicht groß sind, und indem der Mond
 seine Höhe über den Horizont ändert, langsam genug wachsen oder abnehmen:
 so kan auch die durch dieselbe verursachte scheinbare Krümmung der Bahn, auf
 welcher der Mond bey der Sonne vorbeugehet, so groß nicht seyn: und man kan
 ohne merklichen Fehler einen beträchtlichen Theil dieser Bahn für geradlinicht
 halten. Aus eben diesen Schlüssen folget auch, daß die Bewegung des Mon-
 des, mit welcher er in dieser Bahn bey der Sonne vorbeugehet, beynähe gleich-
 förmig sey.

§. 648. Nun ist, wenn *ES* in *I* verlängert wird, der Winkel *HSI*
 aus den bekanten Winkeln *HSG* und *GSI = ESZ* leicht zu haben, und die
 Ergänzung dieses Winkels *HSB* ist derjenige, welchen die *SH* mit der *Ecliptic*
AB einschliesset. Man kan also, vermittelst dieses Winkels und der bekanten *SH*,
 den Mittelpunct des Mondes *H*, auch in Absicht auf die *Ecliptic* und des in derselben
 angenommenen Orts der Sonne *S*, an die gehörige Stelle setzen, in welcher er
 nemlich von dem angenommenen Beobachtungsplatze in dem Zeitpunkt erscheint,
 für welchen die Rechnung gelten sol: und wenn diese Rechnung auch für einen andern
 Zeitpunkt durchgeführt wird, welcher von dem vorigen nicht viel über eine halbe
 oder ganze Stunde entfernt ist; so wird für diesen letztern Zeitpunkt der schein-
 bare Ort des Mondes, in Absicht auf die nehmliche *AB*, und des in derselben
 angenommenen unveränderlichen Puncts *S*, auf eben die Art bestimmt. Ist nun
K (*T. VIII. Fig. 124.*) dieser letztere Ort, und man ziehet durch denselben *T. VIII.F.*

T. VIII. F. und den zuerst bemerkten H die gerade Linie HK : so ist diese HK sehr genau
 124. der scheinbare Weg, welchen der Mond in dem Zeitraume, bey dessen Anfang er sich bey H , am Ende aber bey K befunden, bey der Sonne vorbeigegenommen hat: und man kan, da die Bewegung des Mondes in dieser Linie HK bey nahe gleichförmig ist, gar leicht den Ort des Mittelpuncts des Mondes für einen jeden andern Zeitpunkt, der zwischen die zween angenommene fällt, oder sonst von einem derselben nicht allzuweit entfernt ist, mit einer hinlänglichen Zuverlässigkeit bestimmen: und hinwiederum, wenn ein Punct der Linie HK gegeben wird, den Zeitpunkt berechnen, in welchem sich der Mittelpunct des Mondes bey demselben befindet.

§. 650. Der Zeitpunkt, in welchem der Mittelpunct des Mondes bey I erscheint, also dessen Bahn HK von der verlängerten ES geschnitten wird, ist der Augenblick der scheinbaren Zusammenkunft des Mondes mit der Sonne, weil ESI ein Theil des durch den Mittelpunct der Sonne gelegten Circels der Breite ist. Wird aber durch S die SM eben der HK perpendicular gemacht, so ist der Mittelpunct des Mondes, wenn er sich bey M befindet, am wenigsten von dem Mittelpuncte der Sonne S entfernt, und die Sonne erscheint von dem Monde am meisten bedeckt. Die übrige Gestalt und Grösse der Finsterniß aber wird für jedes Punct der HK und den dazu gehörigen Zeitpunkt gefunden, wenn man um S mit einer Oefnung, die dem scheinbaren Halbmesser der Sonne gleich ist, einen Circel beschreibt; und um den in HK gegebenen Punct, so M seyn mag, einen andern, welcher die Scheibe des Mondes in der Grösse vorstellet, in welcher sie dem Beobachtungsplatze in dem zu der Stelle M gehörigen Zeitpunkt erscheint. Wil man nun auch die Verticallinie ZSG ziehen, indem man den gleich Anfangs gefundenen Winkel gehörig ansetzet, so bekommt man auch die Lage des bedeckten oder unbedeckten Theils der Sonne, in Absicht auf die durch dieselbe gelegte Verticalfläche und den Horizont.

Vom Nutzen einer genau berechneten Sonnenfinsterniß.

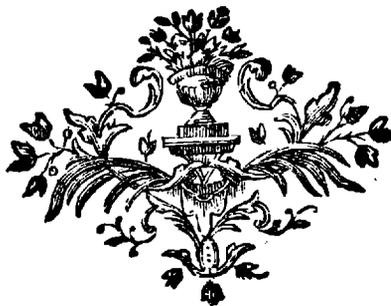
§. 651. Alles dieses wird genauer herausgebracht, wenn drey oder vier dergleichen Puncte gefunden werden, als H und K waren: weil die
 gebro-

gebrochene Linie, welche jedes dieser Punkte mit dem ihm zunächst liegenden 7. VIII. F.
 vereinigt, von der Bahn, auf welcher der Mond zur Zeit der Finsterniß bey 124
 der Sonne vorbei zu gehen scheint, nothwendig viel weniger abweichen muß,
 als die nur durch zween solche Punkte gezogene beiderseits verlängerte *HK*.
 Bey aller dieser Vorsicht, und wenn bey der Rechnung alle mögliche Sorg-
 falt gebraucht wird, kan eine Sonnenfinsterniß, für jeden Ort des Erdbodens,
 von welchem sie gesehen wird, so genau angegeben werden, als dieses die
 Tafeln leisten können, die doch immer ihre Fehler haben. Es können aber
 auch, vermittelst einer genau berechneten Sonnenfinsterniß, wenn sie mit
 der würllichen Beobachtung zusammen gehalten wird, die Fehler der Tafeln
 verbessert werden. Sonst aber ist ein wichtiger Nutzen, welcher aus einer
 richtig beobachteten Sonnenfinsterniß gezogen werden kan, die Länge des Orts,
 an welchem die Finsterniß beobachtet worden ist.

§. 652. Und zwar ist zur Bestimmung dieser Länge der natürlichste
 Weg, aus zween Zeitpuncten, in welchen die Größe der Finsterniß mit einer
 hinlänglichen Zuverlässigkeit beobachtet worden ist, den Augenblick des wahren
 Neumondes zu schließen, und es sind dazu überhaupt diejenigen Zeitpuncte die
 bequemsten, mit deren ersten die Finsterniß angefangen, mit dem letzten aber
 sich geendiget hat. Denn da der Augenblick des Neumondes, das ist, der
 Zeitpunct in welchem sich die wahre Zusammenkunft des Mondes mit der Sonne
 ereignet, und diese beiden Lichter einerley Länge haben, überall eben derselbe
 ist; so kan aus dem Unterschiede der Uhren zweener Orter des Erdbodens,
 von welchen der Neumond nach diesen Uhren beobachtet worden ist, der Un-
 terschied der Längen derselben Orter allerdings geschlossen werden. Da aber
 auch andere Bedeckungen, welche der Mond an dem Himmel verursacht,
 zu eben den Zweck führen können, von welchen in dem folgenden Abschnitte
 gehandelt werden sol: so wird eine vollständige Anweisung dazu besser bis da-
 hin verspart.

§. 653. Nur müssen wir zu einer Vorbereitung dazu hier noch an-
 merken, daß aus dem durch die erklärte Rechnung bestimmten scheinbaren Orte

T. VIII. F. des Mondes *H* (T. VIII. Fig. 123.) geschlossen werden könne, um wieviel
 123. sowol seine Länge als seine Breite durch die Parallaxe verändert worden sey. Denn wenn *HI* der verlängerten *ES* perpendicular, und folgender der Ecliptic *AB* parallel gemacht wird: so ist *SI* die scheinbare Breite des Mondes, welche zu seiner wahren Breite *SC* hinzugesetzt, oder, wenn sich der Fall ereignet, davon abgezogen, *CI*, und mit derselben die ganze von der Parallaxe herrührende Veränderung der Breite angeben wird. *HI* selbst aber ist die von der Sonne an gerechnete scheinbare Länge des Mondes, indem *CL* die wahre Länge desselben vorstellt. Es wird also hieraus die Veränderung, welche die Parallaxe in die Länge des Mondes gebracht hat, eben so gefunden: und die Zeichnung kan dabey, so wie oben, zu einer Richtschnur dienen. Die dergestalt oder auf eine andere Art gefundene Parallaxen der Länge und Breite des Mondes, werden in dem nachfolgenden, für jeden angenommenen Zeitpunkt, als bekannt vorausgesetzt.



Der
Astronomischen Vorlesungen
 eilfter Abschnitt.

Von Bedeckungen, die keine eigentliche Fin-
 sterniß geben.

Umstände, bey welchen ein himmlischer Körper von dem
 Monde bedeckt wird.

§. 654.

Da der Mond der Erde so nahe ist, als wir (530) gesehen haben, so kan er uns überhaupt einen jeden Körper bedecken, welchen wir an dem Sternhimmel sehen, dessen Breite zu der Zeit nicht viel grösser ist, als $6\frac{1}{2}$ Grad. Denn der Mittelpunct des Mondes entfernt sich von der Ecliptic nie vielmehr als um $5\frac{1}{4}$ Grade, und sein scheinbarer Halbmesser ist selten grösser als 16 Minuten. Hierzu komt die Parallaxe, welche den Mond an der Südseite der Ecliptic eben sowol von dieser entfernen kan, als er ihn an der Nordseite derselben nähert. Wird nun diese höchstens auf einen Grad gesetzt, so giebt alles zusammen ohngefehr die angezeigte Grösse von $6\frac{1}{2}$ Graden. Es ist von der scheinbaren Abweichung des Mondes und des äussersten Randes desselben die Rede, nicht von der wahren, welche ein in den Mittelpunct der Erde gesetztes Auge demselben zuschreiben würde: denn der scheinbare Ort des Mondes an dem Sternhimmel, in welchen die Parallaxe einen sehr starken Einfluß hat, ist der Grund der Bedeckung; und nicht alle Bewohner der Erde sehen eben den Fixstern, oder eben den Planeten, von dem Monde zu gleicher Zeit, oder gleich stark, bedeckt,

§. 655.

I. VIII. F.

123.

§. 655. Die Zeit, in welcher eine dergleichen Bedeckung zu vermuthen ist, wird am besten aus der für jeden Tag des Jahres berechneten scheinbaren Länge und Breite des Mondes geschlossen, wenn man diese mit der Länge und Breite zusammen hält, in welcher der zu bedeckende Körper an eben dem Orte des Erdbodens erscheint. Denn wenn die beiden Körper sich bey einerley Länge an eben der Seite der Ecliptic befinden, so kan keine Bedeckung erfolgen, wenn nicht der Unterschied ihrer scheinbaren Breiten kleiner ist, als die Summe der Winkel, in welchen die halben Durchmesser dieser Körper zu der Zeit gesehen werden: oder sie kan wenigstens kaum beträchtlich seyn. Liegt aber einer dieser Körper an der nördlichen Seite der Ecliptic, und der andere an der südlichen; so muß die Summe ihrer scheinbaren Breiten kleiner seyn als die Summe jener Winkel. Es wird bey der hierauf gegründeten Ermessung der Wahrscheinlichkeit einer solchen Bedeckung anfänglich nicht alles so genau genommen. Desters ist eine ziemlich grobe Rechnung hinlänglich; ob bey einer gewissen Zusammenkunft des Mondes mit einem Planeten oder Fixsterne, dieser von jenem bedeckt werden müsse, nicht nur zu einer starken Wahrscheinlichkeit, sondern auch zu einer völligen Gewißheit zu bringen.

§. 656. Ist nun eine Bedeckung zu vermuthen, und es sol ausgemacht werden, ob und mit welchen besondern Umständen sich dieselbe zutragen werde, so kan dabey eben so verfahren werden, wie bey einer Sonnenfinsterniß. Nachdem der Zeitpunkt der Zusammenkunft des Mondes mit dem Fixsterne oder Planeten, welchen er bedecken sol, beynahе entdeckt worden ist, so wird für einen andern Zeitpunkt, welcher ohngefehr eine Stunde vor jenen vorhergeheth, der Ort des Mondes an welchem er dem Beobachtungsplatze erscheint, nach seiner Länge und Breite berechnet; und eben so genau wird auch für eben den Zeitpunkt die scheinbare Länge und Breite des Fixstern oder Planeten ausgemacht. Für einen Zeitpunkt, welcher eine Stunde oder etwas dergleichen auf die Zeit der Zusammenkunft folgt, geschiehet eben dieses, sowohl mit dem Monde, als auch mit dem Körper welchen er bedecken sol. Wir wollen jenen Zeitpunkt, welcher vor der Zusammenkunft vorhergeheth, den ersten, dieser aber, welcher darauf folget, den zweiten nennen. Es ist, nachdem die scheinbaren Längen beyder Körper für diese Zeitpuncte entdeckt worden, leicht, für jeden derselben auch den Unterschied der Längen, wie auch

den

Von Bedeckungen, die keine eigentliche Finsterniß geben. 387

den Unterschied oder die Summe der Breiten zu finden, wodurch ausgemacht *T.VIII. F.* wird, um wieviele Minuten und deren Theile der Mittelpunct des Mondes, 123. von dem Mittelpuncte des zu bedeckenden Körpers, sowol nach der Länge, als auch nach der Breite in beiden Zeitpuncten entfernt sey.

Entwurf einer solchen Bedeckung.

§. 657. Stellet nun wieder *EI* (*T. VIII. Fig. 125.*) einen Theil *T. VIII. F.* eines Breitenkreises vor, und in demselben *S* den Mittelpunct des zu bedeckenden Körpers, durch welchen die Linie *AB* der *EI* perpendicular gehet: so ist diese *AB* zwar nicht immer ein Theil der *Ecliptic*, aber wol derselben parallel, und kan zur Bestimmung eines geringen Unterschiedes der Längen eben so gut gebraucht werden, als die *Ecliptic* selbst, wenn man sich nur in dem Falle, da *S* ausser der *Ecliptic* lieget, erinnert, daß die Grade und Minuten des Cirkels, zu welchen *AB* gehört, nothwendig kleiner sind als die Grade und Minuten des *EI*, welcher einer der größten Cirkel der Kugel ist: indem ein Grad des Kreises *EI* zu einem Grade des *AB* sich wie der Radius zum Cosinus der Breite verhält, in welcher der Körper *S* von dem Beobachtungsorte gesehen wird, und eben diese Verhältniß auch bey den Minuten und Secunden dieser Kreise statt findet. Denn wenn man sich vorstelllet, daß auf *EI* von dem Puncte *S* an, nach beiden Seiten gleiche Theile von einer beliebigen Größe getragen sind, welche die Minuten, und Secunden der großen Cirkel der Kugel vorstellen, und auf die *AB* von eben dem Puncte *S* an andere, welche zu dem vorigen die angezeigte Verhältniß des Cosinus der Breite des *S* zum Radius haben: und man giebt der *SC* so viele dieser letztern Theile, als viele Minuten und Secunden den Unterschied der Länge des Mondes und des zu bedeckenden Körpers *S* in dem ersten Zeitpuncte ausmachen, der *SF* aber so viele Theile der *EI*, um wie viele Minuten und Secunden der Mond, von dem Körper *S* der Breite nach entfernt scheint: so wird vermittelst des Rechtecks *CF*, der Ort *H*, welchen der Mittelpunct des Mondes in diesem ersten Zeitpuncte einnimmt, in Absicht auf die Theile der Kreise *AB*, *EI*, und den Körper *S*, genau genug bestimmt. Auf eben die Art kan auch *K*, der Ort des Mondes für den zweiten Zeitpunct, gefunden werden, indem man nehmlich, nach der angezeigten Weise, den Unterschied der Längen durch

Ecc SD,

T. VIII. F. SD, den Abstand des Mondes von dem Körper *S* in Absicht auf die Breite aber durch *SG* vorstellt, und das Rechteck *DG* vollendet. Alsdenn ist es leicht den Weg *HK* zu zeichnen, auf welchem der Mittelpunct des Mondes bey dem Körper *S* vorbehey gehet, wenn man diesen als eine gerade Linie betrachtet, welches mit kaum merklichen Fehlern allerdings geschehen kan: und wenn man wil, so kan man den Theil dieses Weges *HK* in so viele gleiche Theile theilen, als viele Zeitminuten zwischen dem ersten und dem zweyten der angenommenen Zeitpuncte verfließen, und sich dadurch in den Stand setzen, den Ort des Mondes, zu jeder andern von dem Augenblicke seiner Zusammenkunft mit dem Körper *S* nicht alzu sehr entfernten Zeit, ohne weitere Mühe anzugeben.

§. 658. Wird nun der Mittelpunct des Mondes zum Beispiel in *L* gesetzt, also seine Entfernung von *S* die kleinste unter allen ist, und um diesen Punct *L* ein Cirkel beschrieben, welcher den Mond in der Größe vorstellt, in welcher er dem Beobachtungsplatze zu der Zeit erscheint; so wird der Ort des Körpers *S* unter der Scheibe des Mondes, an welchem man ihn von dannen sehen würde, wenn der Mond durchsichtig wäre, richtig angegeben. Auf eben die Art kan auch mit einem jeden andern Puncte der Bahn *HLK* verfahren werden, in welchem sich der Mittelpunct des Mondes zu der darneben angezeigten oder sonst leicht anzugebenden Zeit befindet. Denn obwol weder die gerade Linie *HK* völlig mit der Bahn übereinkömmt, auf welcher der Mittelpunct des Mondes zur Zeit der Bedeckung fortzurücken scheint, wenn der Körper *S* als unbeweglich betrachtet wird; noch auch der scheinbare Durchmesser des Mondes diese ganze Zeitlang, in welcher in der Entfernung dieses Körpers von dem Beobachtungsplatze eine beständige Veränderung vorgehet, eben die Größe behalten kan; so sind doch diese kleinen Abweichungen in einer Zeichnung von gewöhnlicher Größe schwerlich zu merken, und der Zweck erfordert eine genaue Rechnung, in welcher die daher entstehenden Fehler vermieden würden, keinesweges. Wird also die in der zuerst bestimten Größe gezeichnete Mondscheibe, da man nemlich dem Halbmesser derselben so viele Theile der *EI* gegeben hat, als viele Minuten und Secunden in dem Winkel enthalten sind, in welchem der halbe Durchmesser des Mondes zur Zeit seiner geringsten Entfernung von dem Körper *S* dem Beobachtungsplatze erscheint; wird sage ich der Mittelpunct der in dieser Größe gezeichnete-

Von Bedeckungen, die keine eigentliche Finsterniß geben. 389

zeichneten Mondscheibe auf der geraden Linie HLK von H nach L fortgeschoben, T. VIII. F.
125.
so zeigen sich nach und nach alle Umstände der Bedeckung mit den dazu gehörigen Zeiten. Wenn bey dieser Bewegung die Scheibe nicht gedrehet wird, so fällt der Mittelpunct des Körpers S immer in die gerade Linie MN , welche durch den Ort, in welchem es in der Zeichnung erscheint, der HK parallel lauft, und wird durch jene Bewegung so sehr von dem Rande der Scheibe M nach N entfernt, als der Mittelpunct der Scheibe von H nach K vorrücket. Die Erscheinungen würden, wie dieses bey allen relativen Bewegungen statt hat, eben dieselben seyn, wenn sich der Körper S wirklich auf der Linie MN dergestalt bewegte, indem die Mondscheibe ohne Bewegung an ihrem Orte verharrte, und man kan sich dieses Begriffs bedienen, einige bey der Bedeckung vorkommende Umstände noch etwas leichter zu entdecken, und dieselbe in einer Zeichnung vorzustellen.

§. 659. Uebrigens wird, für die zween zu erst angenommene Zeitpuncte, die Entfernung des Mondes von dem Körper, welchen er bedecken sol, auf eben die Art gefunden, die oben vermittelst der 123sten Zeichnung erleutert worden ist, da der zu bedeckende Körper die Sonne, und der wahre Ort derselben S war, welcher immer selbst in die Ecliptic fällt. Das einige macht hier, da nicht die Sonne, sondern ein Planet oder Fixstern bedeckt wird, einen Unterschied, daß der wahre Ort derselben S gemeiniglich eine Breite hat, welche sowol südlich als nördlich seyn kan. Dadurch werden nicht nur die Grade des durch diesen Ort S der Ecliptic parallel beschriebenen Kreises AB kleiner, als die Grade eines grossen Circels der Kugel EI oder ZG ; sondern es ist auch bey der Entdeckung des Winkels NSE etwas anders zu verfahren. Dieser wird von den beiden kaum gekrümmten Bogen SN und SE eingeschlossen, deren einer SN von S nach dem Pole des Gleichers, der andere SE oder nach dem Pole der Ecliptic lauft. Wenn aber in der 126sten Zeichnung PQR den Colur der Sonnenwenden vorstellt, und in demselben P den Pol des Gleichers, und Q den Pol der Ecliptic, nach welchem von dem Puncte der Oberfläche der Kugel S die Bogen SP und SQ laufen, so ist der Winkel PQS aus der Länge des Puncts S leicht zu schliessen, QS aber ist die Ergänzung der Breite des Puncts S , und PQ gleich der Neigung der Fläche der Ecliptic gegen die Fläche des Gleichers. Es kan also der Winkel S aus den zweo bekanten Seiten PQ , QS , samt den T. VIII. F.
126.

T. VIII. F. 126. dazwischen liegenden Winkel PQS geschlossen werden. Und wenn der Abstand des Puncts S von dem Pole P ebenfalls verlangt wird, so ist derselbe aus eben den in dem Dreyncke PSQ bekanten Dingen zu entdecken, und noch leichter, wenn man den gefundenen Winkel S zu Hülfe nimt.

§. 660. Der Winkel NSZ (*Fig. 123.*) welchen der von S nach dem Pole N laufende Stundenkreis mit dem Theile des Verticalcircels SZ einschliesset, wird auf eben die Art gefunden. Denn wenn nunmehr in der 126sten Zeichnung PQR den Mittagkreis, und Q das Zenit vorstellet, indem die übrigen Benennungen die vorigen bleiben, so wird der Winkel SPQ durch den Zeitpunkt gegeben, in welchem der zu bedeckende Körper aus dem Mittelpuncte der Erde bey S gesehen wird: PS ist die Entfernung desselben von dem Pole, und PQ die Entfernung des Pols vom Zenit des Beobachtungsplices, welche Bogen beide bekant sind. Was aber die Grade des in der 125sten Zeichnung der Ecliptic parallel liegenden Bogens AB anlangt, so ist, wenn die Breite des Puncts S $6\frac{1}{2}$ Grade beträgt, der Cosinus derselben $0,99357$, welcher von dem Radius $= 1$ abgezogen, nicht mehr als $0,00643$ übrig läßt. Da also bey dieser Breite ein Grad des Bogens AB zu einem Grade des EI sich wie der angegebene Cosinus zu dem Radius verhält, so ist jener Grad nur um $0,00643$ kleiner als dieser letztere, welche Zahl der Theile noch nicht 24 Secunden auf desselben ausmacht: woraus ohngefehr auf die Verminderung der Grade anderer solcher Bogen zu schliessen ist, die der Ecliptic näher sind. Wenn überhaupt c der Cosinus der Breite des Puncts S bedeutet, und P ist ein Grad, eine Minute oder eine Secunde eines der größten Cirkel der Kugel IE ; p aber ein Theil von eben der Benennung des kleinern AB : so ist $1 : c = P : p$, und also $p = c \cdot P$. Wird nun von einem dieser Kreise IE ein Bogen von beliebiger Größe abgeschnitten, welcher aus der Zahl N seiner Theile P bestehet, und zugleich die Zahl n der Theile des Kreises AB enthält: so ist $N \cdot P = n \cdot p$. Wil aber $p = c \cdot P$, so entstehet hieraus $N \cdot P = n \cdot c \cdot P$, das ist $N = n \cdot c$, und $n = \frac{N}{c}$; welche kurze Vorschrift immer dienen kan, die Zahl der Grade Minuten und Secunden eines Theils der AB zu finden, wenn die Zahl N der Grade, Minuten und Secunden der EI bekant ist, welche die Größe dieses Theils ausmachen, und umgekehrt.

Von Bedeckungen, die keine eigentliche Finsterniß geben. 351

Längen der Derter des Erdbodens, aus den Bedeckungen.

§. 661. Nunmehr ist deutlich einzusehen, wie vermittelst einer *Be. T.VIII.F.*
Bedeckung der Sonne, eines Fixsterns oder Planeten, durch den Mond, die Länge 126.
des Orts des Erdbodens, an welchem diese Bedeckung genau beobachtet worden
ist, gefunden werde: wiewol die Bedeckungen der Planeten selten dazu gebraucht
werden. Die Tafeln, welche die Stellen der himmlischen Körper, die ihre beson-
dere Bewegung haben, für jeden Zeitpunkt angeben, sind nicht ganz ohne Feh-
ler, vornehmlich die Tafeln des Mondes. Man ist aber auch noch andern Feh-
lern ausgesetzt, wenn man diese Stellen für einen Ort berechnen wil, dessen Län-
ge nicht genau bekant ist. In den Tafeln werden diese Stellen nach der Uhr
eines gewissen Orts angegeben: ein Beobachter aber, welcher sich ausser dem
Mittagskreise dieses Orts aufhält, richtet sich nach der Uhr seines eigenen Orts,
welche von jener verschieden ist. Er muß also, wenn er die Erscheinungen für
seinen Ort aus den Tafeln berechnen wil, auf den Unterschied der beiden Uhren
Acht haben, welcher ihm nicht bekant seyn kan, so lang er den Unterschied der
Längen der Derter, welchen diese Uhren dienen, nicht genau anzugeben weiß.
Es bleibt ihm also vors erste nichts übrig, als daß er, vermittelst der Landkarten
oder anderer gröberer Hülfsmittel, die Länge seines Orts so gut zu erforschen suche,
als sie diese Mittel geben, wobey zwar die alzugrossen, keineswegs aber kleinere
Fehler vermieden werden können. Gleichwie aber diese Fehler blos auf die Zeit ankomen,
und alle Erscheinungen einer gewissen Art, welche die Tafeln angeben,
eine bald längere bald kürzere Zeit lang, in die von den Tafeln angezeigten Zeit-
punkte fallen werden, wenn man nur für einen dieser Zeitpunkte den Zeiger der
Uhr versetzet: eben also können auch alle übrige Fehler der Tafeln, welche gewisse
Erscheinungen an gewisse Zeiten binden, dadurch gebessert werden, daß man jede
dieser Zeiten um einerley Zahl von Minuten und Secunden grösser oder kleiner
macht. Wenigstens wird die dergestalt gebesserte Tafel eine Zeitlang brauchbar,
ob sie wol nach derselben nach und nach mehr von der Wahrheit abweichen mag:
sie müste sehr unrichtig seyn, wenn sie nicht wenigstens so weit mit dem Himmel
zutreffen sollte.

T. VIII. F.
126.

§. 662. Ist nun sowol der Anfang als auch das Ende der Bedeckung eines himmlischen Körpers durch den Mond an einem gewissen Orte des Erdbodens genau angemerkt worden; und man wil sich in den Stand setzen die Länge dieses Orts mit der Länge eines andern, an welchem eben die Beobachtung gemacht worden ist, gehörig zu vergleichen: so darf man nur nach der Uhr jenes Beobachtungsortes den Zeitpunkt der wahren Zusammenkunft des Mondes mit dem bedeckten Körper ausmachen, welcher an sich überall eben derselbe ist, und nur von den Uhren verschiedener Orter in verschiedene Stunden des Tages gesetzt wird. Dieses aber geschieht vermittelst der 127sten Zeichnung, auf welche auch die Rechnung gegründet werden kan, welche die Mängel derselben ersehet.

T. VIII. F.
127.

§. 663. Es bedeute in derselben wieder *EI* einen geringen Theil eines Circels der Breite, und es sey in diesem *S* dasjenige Punct, in welches die Tafeln den Mittelpunct des bedeckten Körpers, zur Zeit seiner scheinbaren Zusammenkunft mit dem Monde setzen, oder eigentlich dasjenige, in welchem er in diesem Zeitpuncte von dem Beobachtungsorte gesehen wird. Die durch *S* gezogene *AB*, welche die *EI* rechtwinklich durchschneidet, wird einen Theil der Ecliptic oder des Umlaufes eines derselben parallel liegenden Circels vorstellen. Auf die *SI* trage man, von dem Puncte *S* an, gleiche Theile von einer schicklichen Grösse, welche die Minuten der Breiten vorstellen sollen, oder verfertige einen Maasstab, aus welchem man diese Theile, und wenn es sich wil thun lassen, noch kleinere für die Secunden, nehmen kan. Aus diesen Theilen berechne man (660) die Grösse derjenigen welche die Minuten der Länge auf dem Bogen *AB* vorstellen, aus der vermittelst der Tafeln berechneten Breite des Puncts *S*, und verfertige einen andern Maasstab zu diesen Längen, welcher auch dienen wird nicht alzugrosse Längen aller übrigen Puncte des Himmels anzugeben, deren Breiten von der Breite des Puncts *S* weniger als um einen Grad verschieden sind. Da nun der erste Anfang der Bedeckung aus der Beobachtung bekant ist, so berechne man für diesen Zeitpunct den scheinbaren Abstand des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers, in Ansehung der Länge und der Breite, und trage den Unterschied der Längen aus *S* in *A*, den Unterschied oder die Summe der Breiten aber aus *A* in *H*, jedes aus dem dazu verfertigten Maasstabe. Eben so verfare man auch mit der scheinbaren Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers am Ende
der

der Bedeckung, welche, mit Zuziehung der Parallaxen, ebenfals aus den Tafeln *T. VIII.F.* berechnet werden muß, und trage den Unterschied der Längen aus *S* in *B*, den Unterschied oder die Summe der Breiten aber aus *B* in *K*, so daß *AH* und *BK* der *EI* parallel werden. Man ziehe *HK*, welche den Weg, auf dem der Mittelpunct des Mondes bey dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers vorbeigehet, nach allen Umständen auch in dem Falle richtig genug vorstellen wird, wenn *S* unrichtig angefeßt ist, und sich die Entfernungen *SA*, *SB* samt den übrigen nicht zu den Zeitpuncten schicken, welche die Uhr als den Anfang und das Ende der Bedeckung angab: weil nemlich das in der Rechnung angenommene von der Wahrheit abweicht, und also die dadurch entdeckten Entfernungen zu andern Zeitpuncten gehören.

§. 664. Nun ist bey dem Anfange der Bedeckung der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers um die Summe der Winkel entfernt: in welchen die Halbmesser dieser zween Körper zu der Zeit von dem Beobachtungsorte gesehen werden; und bey dem Ende der Bedeckung ist es eben so, obwol die letztere Summe der ersten kaum jemals völlig gleich ist. Die Maasse dieser Winkel sind Theile des Umkreises eines der größten Cirkel der Kugel. Wird also jede dieser Summen besonders gefunden, und sodann auf *HK* ein Dreyeck *HRK* gefeßt, dessen Seite *HR* so viele Theile der *EI* hat, als viele Minuten und Secunden das Maas der erstern Summe ausmachen; *KR* aber so viele, als viele Minuten und Secunden in der letztern enthalten sind: so ist *R* der eigentliche Ort, an welchen der Mittelpunct des bedeckten Körpers gefeßt, und, so lang die Bedeckung währet, unbeweglich erhalten werden muß, nachdem die gebrauchten Schlüsse die ganze relative Bewegung dem Monde zu geeignet haben. Wird also *RT* der *EI* parallel gezogen, und nach Nothdurft verlängert, so ereignet sich die scheinbare Zusammenkunft der beiden Körper nicht in der durch *S* gezogenen *EI*, sondern in dieser *RT*; und *TS* enthält so viele Theile des für die Längen verfertigten Maasstabes, als viele Minuten und Secunden in dem Bogen der Ecliptic enthalten sind, um welchen die Tafeln die Länge des Orts der scheinbaren Zusammenkunft zu klein oder zu groß ansehen.

T.VIII.F.
127.

§. 665. Nun verändert aber die Parallaxe, welche die scheinbare Länge des Mondes grösser oder kleiner macht als die wahre, überhaupt die Länge sehr wenig, und wegen der geringen Entfernung des *EI* von dem *TR* in einem dieser Bogen eben so sehr als in dem andern. Demnach ist *TS* auch der Unterschied der wahren Längen, welche man derjenigen, in welcher die Tafeln die Zusammenkunft angeben, zusetzen oder davon abziehen muß, um die wahre Länge des Mondes und des bedeckten Körpers, zur Zeit ihrer Zusammenkunft zu erhalten. Wenn demnach auch die Zeit berechnet wird, in welcher der Mond mit seiner wahren Bewegung, mit welcher er zur Zeit der Bedeckung in seiner Bahn fortgeht, seine wahre Länge um so viele Minuten und Secunden verändert, als deren in der *ST* enthalten sind: so ist diese Zeit diejenige, um welche die Tafeln die Zusammenkunft zu früh oder zu spät ansetzen, und es kan die wahre Zeit der Zusammenkunft daraus leicht geschlossen werden.

§. 666. Wenn durch das Punct *R* die Linie *MN* der *AB* parallel gezogen wird, so wird sogleich sichtlich, daß in dem ersten Augenblicke der Bedeckung die scheinbare Entfernung des Mondes von dem bedeckten Körper in Absicht auf die Breite, nicht *AH*, sondern *MH* gewesen sey, und in dem Augenblicke der Entdeckung nicht *BK* sondern *NK*. Dieses kan zu einer andern Verbesserung der Tafeln dienen, wenn die dergestalt entdeckten scheinbaren Breiten mit denjenigen verglichen werden, welche die Tafeln für eben die Zeitpunkte angeben. Es sind aber die Rechnungen, welche man vornehmen muß, alles was hier erfordert wird mit völliger Strenge herauszubringen, sehr weitläufig und mühsam, weswegen auch bey den Bedeckungen gemeiniglich nur der orthographische Entwurf gebraucht wird, welcher bey den Sonnenfinsternissen so grosse Dienste leistete.

Orthographischer Entwurf einer Bedeckung.

§. 667. Die Vorstellung der Erdscheibe, welche ein in den bedeckten Körper gesetztes Auge sehen würde, wird zu dem Ende eben so verfertigt, wie bey dem Falle geschehen ist, da der bedeckte Körper die Sonne war. Es bekommt nemlich der Cirkel, welcher diese Scheibe vorstellen sol, so viele Minuten und Secunden von einer nach Belieben angenommenen Größe, als viele Minuten

nuten und Secunden der Winkel hält, in welchem zur Zeit der Bedeckung der *T.VIII. F.*
 Halbmesser der Erde einem Auge erscheinen würde, so eben so weit von dem 128.
 Mittelpuncte derselben entfernt wäre, als der Mond von demselben abstehet.
 In diesem (*T.VIII. Fig. 128.*) um den Mittelpunct *S* beschriebenen Cirkel;
 von welchem aber gar selten mehr als die Hälfte *ANB* gebraucht wird, ist *SN*
 der Entwurf des Mittagskreises der Erde, dessen Fläche durch den bedeckten Kör-
 per mitten hindurchgeht, und wenn dieser Körper ein Fixstern ist, seiner Natur
 nach unverändert bleibt. Ist aber der bedeckte Körper ein Planet, so wird die
 angezeigte Fläche, und mit derselben die *SN*, dadurch unbeweglich gemacht, daß
 man, wie bey der Sonne geschehen ist, diesem Körper seine Bewegung entziehet,
 und dieselbe dem Monde zuschreibt. In dieser *SN* ist *P* der Entwurf des
 Pols der Erde, und also *SP* der Sinus des Abstands des bedeckten Körpers
 von demselben, zu welchem in *GH* der Cirkel entworfen werden muß, welchen
 der Beobachtungsort, bey dem Drehen der Erde um ihre Ase, am Tage der
 Bedeckung beschreibet, von welchem Entwurfe aber nur dieser oder jener Theil
 gebraucht wird, nachdem der Pol von dem in dem bedeckten Körper angenom-
 menen Auge gesehen werden kan, oder nicht. Der Punct *I* des Entwurfs, oder
 vielmehr des Theils desselben, welcher den dem bedeckten Körper sichtbaren Theil
 der Bahn des Beobachtungsortes vorstellet, wird mit der Zahl der Stunden
 und Minuten bezeichnet, welche den Zeitpunkt anzeigt, in welchem der bedeckte
 Körper durch die Mittagsfläche des Beobachtungsortes gehet; und von die-
 sem Punct *I* an wird der Entwurf nach *G*, *H* in volle Stunden und deren
 Minuten getheilet.

§. 668. Nunmehr wird an die *NS* und die gehörige Seite derselben der
 Positionswinkel *NSE* angelegt, welchen der von dem bedeckten Körper, zur Zeit der
 Zusammenkunft, nach dem Pole der *Ecliptic* laufende Bogen, mit dem nach dem
 Pole des Gleichers laufenden einschließt. Da dieser Körper gar selten über 6
 Grade von der *Ecliptic* abweicht, so kan ohne Bedenken angenommen werden,
 es befinde sich derselbe genau in der *Ecliptic*; da denn dieser Winkel mit einem
 hier unbeträchtlichen Fehler auf eben die Art gefunden wird, welche bey der Sonne
 statt findet. Wiewol sich auch dieser Fehler vermeiden läßt, wenn man die
 Rechnung nach der (659) gegebenen Anweisung verrichten wil; welches bey den
 Fixsternen der Mühe desto mehr werth ist, je weniger die Positionswinkel derselben

T. VIII. F. in vielen Jahren geändert werden. Alsdenn stellet *SE* einen Theil des durch
 128. den Mittelpunct des bedeckten Körpers, dessen Entwurf in *S* fällt, zur Zeit der
 wahren Zusammenkunft des Mondes mit demselben, gehenden Circels der Breite
 vor, und wenn *SC* aus dem angenommenen Maasstabe so viele Theile bekommt,
 als viele Minuten und Secunden den Bogen ausmachen, um welchen in dem
 Augenblicke der Zusammenkunft der Mittelpunct des Mondes von dem Mittels-
 puncte des bedeckten Körpers entfernt ist: so ist *C* der Entwurf der Stelle des
 Mondes für diesen Zeitpunkt.

§. 669. Durch diesen Punct *C* nun wird die relative Bahn des Mons-
 des, in Ansehung des gerade über *S* ruhenden Mittelpuncts des bedeckten Kör-
 pers, eben so gezeichnet, wie dieses geschehen kan, wenn dieser Körper die Sonne
 ist. Es wird durch *C* die *CD* der *SE* perpendicular gezogen, und der relativen
 Bewegung in Absicht auf die Länge, mit welcher der Mond sich in einer Stun-
 de dem zu bedeckenden Körper nähert, oder von demselben entfernt, gleich
 gemacht. Durch *D* wird die *DF* dem Theile des Breitenkreises *SE* parallel gezogen,
 und auf dieselbe die Veränderung welche die Breite des Mondes in Absicht auf den Kör-
 per *S* in der Zeit einer Stunde leidet, nach dieser oder jener Seite getragen. Als-
 denn ist die durch die Puncte *F*, *C* gezogene, beiderseits nach Nothdurft zu
 verlängernde *FC* die Bahn, auf welcher der Mond bey dem Körper *S* vorbe-
 gehet, bey welchen man die Zeitpuncte bemerken kan, in welchen sich der Mittels-
 punct desselben in *C* und in *F* befindet. Wird nun der zwischen diesen
 Puncten enthaltene Theil der Bahn *CF* in sechzig gleiche Theile getheilet, de-
 ren jeder den Weg einer Minute vorstellen wird, so ist es nicht schwer diese Theile
 bergestalt auf die nach Belieben verlängerte *CF* zu tragen, und bergestalt mit
 Ziffern zu bezeichnen, daß dadurch, vor jeden Zeitpunkt, der Ort des Mondes
 in seiner relativen Bahn unmittelbar angegeben wird. Ist auch dieses geschehen,
 so ist der ganze Entwurf fertig, und man kan sich desselben bedienen die zween
 Zeitpuncte zu entdecken, bey deren ersten die Bedeckung anfängt, bey dem zweiten
 aber wieder aufhöret.

§. 670. Gemeiniglich ist der bedeckte Körper ein Fixstern, und erscheint
 uns also als ein unthätbares Punct, welches in dem Augenblicke von dem Monde
 bedeckt wird, in welchem zween mit einerley Zahlen bezeichnete Puncte, deren
 eines

eines in der Bahn des Mondes, das andere aber in der Bahn des Beobachtungsortes lieget, genau um den scheinbaren Halbmesser des Mondes von einander entfernt sind; und wenn dieser Umstand das zweitemal vorkömmt, so höret die Bedeckung wieder auf: so daß in beiden Fällen der Augenblick, in welchem der Stern in dem Umfange des Mondes erscheinen würde, wenn wir so genau sehen könnten, durch die jenen Puncten beygeschriebene Zahlen angegeben wird, welche sich durch leichte Versuche gar geschwind entdecken lassen. Und nicht viel mehr Mühe verursacht der Körper *S*, wenn seine scheinbare Größe angegeben werden kan, wie wir an dem Beispiele der Sonnenfinsterniß gesehen haben, welches, so weit es die Beschaffenheit der Sache erfordert, hier zu befolgen ist. Die daselbst beygebrachten Gründe dieser Entwürfe lassen nicht zweifeln, daß durch einen etwas grossen Riß, eine hinlängliche Richtigkeit erhalten werden könne, wenn nur der von dem Monde bedeckte Körper *S* der Erde nicht so nahe ist, daß seine Parallaxe beträchtlich wird, welches sich zwar zuweilen bey einigen Planeten, aber nie bey den Fixsternen zutragen kan.

T.VIII. F
128.

§. 671. Aus dieser Ursache werden auch, zur Entdeckung des Unterschiedes der Längen zweener Orter des Erdbodens, vorzüglich die Bedeckungen der Fixsterne gebrauchet, und ein Entwurf, wie er bisher beschrieben worden ist, wird dazu vor hinlänglich gehalten, mit welchem übrigens eben so zu verfahren ist, wie bey einer Sonnenfinsterniß geschehen mußte. Der ganze Unterschied der Arbeit bestehet darinne, daß anstatt der Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes, um welche beyhm Anfange und am Ende einer Sonnenfinsterniß die Mittelpuncte dieser Körper von einander entfernt sind, man hier den scheinbaren Halbmesser allein nehmen muß, weil der scheinbare Durchmesser eines Fixsterns keine merkliche Größe hat. Nachdem man also in dem nach den Tafeln gezeichneten Entwürfe der Bedeckung eines Fixsterns, die Bahn des Mondes *FC*, wie oben (635) gewiesen worden ist, aus den Beobachtungen gebessert hat, so wird der Augenblick der wahren Zusammenkunft des Mondes mit dem Fixsterne aus dem dergestalt gebesserten Entwürfe genommen, welcher den Zeitpunkt, in welcher sich die Zusammenkunft zuträgt, nach der Uhr des Beobachtungsortes unmittelbar angiebt. Denn da *SE* einen Theil des durch den Stern *S* gehenden Breitenkreises vorstellet, so ist der Augenblick dieser Zusammenkunft derjenige, in welchem sich der Mittelpunct des Mondes in dieser *SE*

T. VIII. F. 128 befindet, und wird also durch die Zahl der Stunden und Minuten angegeben, welche nunmehr bey *C* zu stehen kömt. Ist demnach auch zu einem andern Orte des Erdbodens, nach der Uhr desselben, der Augenblick der wahren Zusammenkunft durch eine richtige Beobachtung bestimmt worden, so wird durch den Unterschied der Zeiten, welche die beiden Uhren angeben, der Unterschied der Längen allerdings entdeckt. In Ermangelung einer zweiten Beobachtung kan der Zeitpunkt der wahren Zusammenkunft aus den Tafeln berechnet, und dadurch die Länge des Beobachtungsortes von dem Orte, für dessen Mittagskreis die Tafeln gestellet sind, auf eben die Art gefunden werden.

§. 672. Man kan auch, wenn zwo an zween verschiedenen Orten des Erdbodens gemachte Beobachtungen vorhanden sind, und die Bahn des Mondes nach der einen gebessert worden ist, den andern Ort in der Scheibe *AEB*, für den Anfang der von demselben beobachteten Bedeckung, gehörig entwerfen, und wenn *M* dieser Entwurf ist, und sich also dieser zweite Ort, als man von demselben die Bedeckung ihren ersten Anfang nehmen sahe, auf der Oberfläche der Erde gerade über dem Punkte *M* befunden hat, alsdann von diesem Punkte *M*, die dem scheinbaren Halbmesser des Mondes gleich genommene *MO*, bis an die Bahn des Mondes erstrecken. Die neben dem Punkte *O* stehende Zahl wird den Ort des Mondes für den Zeitpunkt, in welchem der Entwurf des zweiten Orts in *M* fällt, nach der Uhr des ersten angeben. Da also dieser Zeitpunkt, in welchem an dem zweiten Orte der Anfang der Bedeckung beobachtet worden ist, auch nach der Uhr dieses zweiten Orts bemerket wird, so wird auch nunmehr eben der Augenblick, in welchem sich der Mond in *O* befindet, durch die beiden Uhren angegeben, und man kan den Unterschied derselben gar leicht haben.

Andere Bedeckungen der himmlischen Körper.

§. 673. Wir können uns hieraus einen Begriff von den andern Bedeckungen machen, welche die übrigen Planeten von Zeit zu Zeit bey den Fixsternen verursachen und es ist eben nicht schwer einzusehen, wie diese Bedeckungen berechnet werden können, wenn sowol der Lauf des bedeckenden Körpers, als auch der Lauf desjenigen, welcher bedeckt werden sol, hinlänglich bekant ist. Wir haben aber auch ausser dem Monde noch zween andere Planeten, welche einen Theil der Sonne

T. VIII. F. seyn kan; so daß, wenn PQ eine durch diesen Mittelpunkt gelegte Fläche vor-
 129. stellt, auf welche die SVC perpendicular fällt, und dieselbe in C erreicht, dieses Punct C dem Mittelpuncte der Erde T gar nahe liegen wird. Werden nun auch durch den Mittelpunct der Venus die zwei gerade Linien AVD , BVE gezogen; welche die Fläche PQ in D und E antreffen, so ist DE der Durchmesser eines in der Fläche PQ zu beschreibenden Eirkelkreises, welcher alle Punkte dieser Fläche einschließet, aus welchen der Mittelpunct der Venus in der Sonnenscheibe gesehen wird, indem ein in D , E oder irgend ein anderes Punct dieses Umkreises gesetztes Auge diesen Mittelpunct selbst in dem Umkreise der Sonnenscheibe erblicket.

§. 675. Der halbe Durchmesser DC wird aus der Sonne in dem Winkel DSC gesehen, welcher in dem Dreyecke DSV dem Ueberschusse des äußern Winkels SVA über den innern SDV oder SDA gleich ist: kurz, es ist $DSC = SVA - SDA$. Nun ist der Winkel SVA derjenige, in welchem der Halbmesser der Sonne aus der Venus gesehen wird, und in SDA erscheint eben der Halbmesser einem in den Mittelpunct der Erde gesetzten Auge. Weil dieser Winkel klein genug seyn, so ist $SC : SV = SVA : SDA$, und folgendes $SC - SV : SV = SVA - SDA : SDA$, das ist $VC : SV = DSC : SDA$, vermittelst welcher Proportion der Winkel DSC aus der Verhältniß der Entfernungen VC , SC , und aus dem bekannten scheinbaren Halbmesser der Sonne SDA , sogleich gefunden wird. Im Mittel ist $VC : SV = 277 : 723$; wenn also SDA sechszehn Minuten beträgt, so enthält DSC 6,13 Minuten.

§. 676. Wird nun auch der Körper der Venus in Betrachtung gezogen, und werden zu dem Ende die Linien Ad , Be gezeichnet, welche die Sonne an verschiedenen, die Venus aber an eben der Seite berühren: so wird durch die Ad der Halbmesser AD um Dd vergrößert, und dadurch der Halbmesser Cd eines Eirkels herausgebracht, dessen um den Mittelpunct C beschriebener Umkreis alle Punkte der Fläche PQ einschließet, von welchen noch ein Theil der Venus, so gering er auch seyn mag, in der Sonne zu sehen ist; so daß ein selbst in d , oder irgend einen andern Punct dieses Umkreises, gesetztes Auge, die Scheibe der Venus zwar ganz ausser der Sonnenscheibe, aber doch diese mit ihren Rande berührend, sehen würde, wenn sie nicht völlig dunkel wäre. An der andern
 Seite

Von Bedeckungen, die keine eigentliche Finsterniß geben. 401

Seite aber wird CE durch die Be um Ee vermindert, und es entstehet da- T.VIII.F.
 durch der Halbmesser Ce , welcher auf eben die Art gebraucht, einen Cirkel 129.
 giebt, dessen Umkreis alle Punkte der Fläche PQ einschliesst, von welchen die
 Venus ganz in der Sonne gesehen wird; so daß ein selbst in e , oder ein anderes
 Punct dieses Umkreises gesetztes Auge, die Venus, welche sich nunmehr durch
 ihre Dunkelheit von der hellen Sonne aufs deutlichste unterscheidet, zwar ganz
 in der Sonnenscheibe, aber doch mit ihrem Rande den Rand derselben
 berührend, erblicket.

§. 677. Der Winkel, in welchem Dd oder Ee aus dem Mittelpuncte
 der Sonne gesehen wird ist eben derjenige, in welchem einem dahin gesetzten Auge
 der Halbmesser der Venus erscheint: und dieser verhält sich zu dem Winkel, in
 welchem eben der Halbmesser von dem Mittelpuncte der Erde gesehen wird, wie
 VC zur SV ; so daß, wenn man den von der Erde gesehenen Halbmesser der
 Venus v nennet, der Winkel $DSd = ESs$ durch $\frac{VC}{SV} \cdot v$ angegeben wer-
 den kan. Da nun auch, wenn s den von der Erde gesehenen Halbmesser der
 Sonne bedeutet, der Winkel $DSC = ESC$ durch $\frac{VC}{SV} \cdot s$ ausgedrückt wird
 wie wir eben gesehen haben; so ist $CSd = \frac{VC}{SV} \cdot s + \frac{VC}{SV} \cdot v = \frac{VC}{SV}$
 $(s + v)$, und $CSs = \frac{VC}{SV} \cdot s - \frac{VC}{SV} \cdot v = \frac{VC}{SV} \cdot (s - v)$. Der
 Winkel v beträgt, bey dem Durchgange der Venus zwischen der Erde und der
 Sonne, beynähe 30 Secunden, und also $\frac{VC}{SV} \cdot v$ nicht viel über 11
 Secunden.

Folgen, in Absicht auf die Erde.

§. 678. Die Erde, deren Mittelpunct T sich in der Fläche PQ
 nicht weit von C entfernt befindet, wird von dieser Fläche PQ so ge-
 schnitten, daß dadurch die Scheibe zum Vorschein komt, auf welche das in S
 gesetzte Auge alle Kreise, die man sich auf der Erdkugel vorstellt, orthographisch
 entwirft. Der Winkel, in welchem der Halbmesser dieser Scheibe aus S ge-
 sehen

T. VIII. F. sehen wird, ist die Horizontparallaxe der Sonne von beynah 8,7 Secunden, und also beträchtlich kleiner als der von 11 Secunden, in welchem das Auge die *Dd* oder *Ee* siehet. Wenn man also auch nunmehr die Sonne als unbeweglich annimt, und der bey *T* in die Fläche *PQ* gesetzten Erde nur diejenige Bewegung läßt, mit welcher sie sich in vier und zwanzig Stunden um ihre Ape herumwälzet; alle übrige Bewegungen aber der Venus überträgt: so nimt dieselbe bey dieser relativen Bewegung den Regel *DVE*, samt allem, was dazu gehört, eben so mit sich, wie der Mond bey einer Sonnenfinsterniß die Regel seines Schattens und Halbschattens mit sich führet. Es rückt also auch der Mittelpunct *C*, samt den um denselben mit den Halbmessern *CD*, *Cd*, *Ce* in der Fläche *PQ* beschriebenen Kreisen nach eben der Seite fort, nach welcher die relative Bewegung der Venus gerichtet ist, daß ist, von Abend gegen Morgen. Denn nach den Seiten, welchen die Bewohner der Erde diese Namen geben, scheint einem in die Sonne gesetzten Auge sich ein jeder Planet der Erde zu nähern, oder von derselben zu entfernen, indem nehmlich der Winkel, welchen die von diesem Auge nach dem Mittelpuncte des Planeten und der Erde gezogene Linien einschließen, kleiner oder grösser wird, wie wir bald umständlich sehen werden. Sobald nun bey dieser Bewegung der Umkreis des äussersten mit dem Radius *Cd* beschriebenen Eirkels die Erde erreicht, so sehen alle Bewohner derselben, welche dieser Umkreis trifft, die Venus in die Scheibe der Sonne eintreten. Fält, bey einer stärkern Annäherung des Mittelpuncts *C* an die Erde, auch der Umkreis des mit dem mittlern Radius *CD* beschriebenen Eirkels auf dieselbe; so sehen alle Augen, welche dieser Umkreis trifft, den Mittelpunct der Venus zuerst in dem Rande der Sonnenscheibe; und eben so ist es auch mit dem völligen Eintritte der Venus selbst in diese Scheibe, welche sich allen Orten des Erdbodens zeigt, durch welche der Umkreis des kleinsten mit *Ce* beschriebenen Eirkels hindurchgeheth. Bey einer noch stärkern Verminderung der *CT* erscheint einem jeden Orte, welcher sich innerhalb des letzten mit dem Radius *Ce* beschriebenen Umkreises befindet, die Venus ganz in der Sonnenscheibe: und es ist leicht auch die übrigen besondern Erscheinungen zu beurtheilen, welche die aus den *Cd*, *CD*, *Ce* so oder anders bestimmte *CT* geben muß; und was von dem Eintritte angemerket ist, auch auf den Austritt der Venus aus der Sonnenscheibe anzuwenden.

§. 679. Der Weg, welchen der Mittelpunct *C* bey dieser Bewegung *T.VIII.F.* durch die Erde, oder neben derselben vorbehey nimt, läßt sich hier eben so wenig 129. von einer geraden Linie unterscheiden, als derjenige, auf welchem bey einer Sonnenfinsterniß der Mittelpunct der Schattenscheibe fortgeheth; und die Winkel, in welchen die in die Fläche *PQ* fallende gerade Linien, welche hier in Betrachtung kommen, aus der Sonne gesehen werden, sind so klein, daß ihre mit dem Radius *SC* beschriebene Maasse von den Linien selbst nicht zu unterscheiden sind. Dieses setzt uns in den Stand den Durchgang der Venus durch die Sonne eben so auf die Fläche *PQ* zu entwerfen, wie dieses mit den Sonnenfinsternissen zu geschehen pfleget: und es würde dem bisher erklärten wenig zuzusetzen seyn, wenn die große Verschiedenheit der Längen der Linien *CD*, *Dd = Ee* und des halben Durchmessers der Erde, es erlaubte, den Riß auf einem Blatte von gewöhnlicher Größe so vollständig auszuarbeiten, daß dabey auch der Entwurf der Erde eine Größe bekäme, die hinlänglich wäre, die verschiedenen Theile derselben von einander zu unterscheiden.

§. 680. Es wird nemlich der Augenblick der wahren Zusammenkunft der Venus mit der Sonne, welches zugleich der Zeitpunkt ist, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge den Mittelpunct der Venus und den Mittelpunct der Erde in eben dem Breitencirkel siehet, eben so berechnet, wie der Augenblick der Zusammenkunft des Mondes mit der Sonne berechnet wird; und für diesen Zeitpunkt die aus der Sonne gesehene Breite der Venus aus den Tafeln genommen, zusamt der Verhältniß *CV:VS*, der Entfernung der Venus von der Erde zu ihrer Entfernung von der Sonne, welche ihr zu der Zeit zukommt. Man berechnet auch, um wieviele Minuten und Secunden sich einem in die Sonne gesetzten Auge die Venus in der Zeit einer Stunde der Erde, in Absicht auf die Länge, zu nähern oder von derselben zu entfernen scheineth, und um wieviel sie ihre Breite in eben der Zeit verändert, und schließeth daraus die Lage ihrer relativen Bahn in Ansehung der Ecliptic, und des durch den Mittelpunct der Erde gelegten Breitenkreises: wie auch den geringsten Abstand dieser Bahn von dem Puncte, welchen der Mittelpunct der Erde zur Zeit der Zusammenkunft einnimt, und in demselben unbeweglich verharret. Wir wolten alle diese Größen, wie wir ihrer benöthiget seyn werden, so annehmen, wie sie bey dem Durchgange des Jahres 1761 zu Paris gefunden worden sind. Der Maasstab zu denselben solte eigentlich so gros seyn, daß ein Theil eine

T. VIII. F. eine in der Fläche PQ liegende Linie bedeutet, die aus S als eine Secunde gesehen wird, noch beynahel. hundert sichtbare Theilchen enthielte: er wird aber fürs erste gar viel kleiner genommen werden, weil sonst der Raum die Zeichnung nicht fassen könnte.

Vorbereitung zum Entwurfe eines Durchgangs der Venus.

§. 681. Denn wenn die Zeichnung vollständig werden sol, so muß auf eine gerade Linie AB , welche die Bahn des Mittelpuncts C in der Fläche PQ der 129sten Figur vorstellen sol, mit dem Halbmesser CE von 363,66 solcher Theile des Maasstabes um C ein halber Cirkel beschrieben werden, und mit dem Radius CD von 386,74 Theilen ein anderer. Es enthält nemlich der Winkel $CSD = CSE$ der vorigen Zeichnung 375,2 Secunden oder 6 Minuten 15,2 Secunden, derjenige aber, in welchem der halbe Durchmesser der Venus und $Dd = Ee$ aus der Sonne gesehen wird, beträgt 11,54 Secunden, woraus die vorgeschriebenen Zahlen der Secunden geschlossen werden, welche die Winkel CSe und CSd ausmachen, so durch die Halbmesser CE und CD vorzustellen sind. Man könnte auch mit dem Radius 375,2 den Umkreis eines dritten Cirkels beschreiben, welcher in gleichen Entfernungen zwischen die vorigen fallen würde: welcher aber, da er so nothwendig nicht ist, in dieser sehr kleinen Zeichnung nicht erscheint. Nunmehr wird in einer Entfernung TA von 231,44 Theilen des Maasstabes die TF der AB parallel gezogen. Denn so viele Secunden enthält der Winkel, in welchem die gerade Linie, so aus dem Mittelpuncte der Erde auf die relative Bahn der Venus perpendicular fällt, aus der Sonne gesehen wird. Alsdenn fällt T , der Vorstellung des Mittelpuncts der Erde, in diese Linie TF , und man kan die Scheibe derselben beynahel in der richtigen Grösse zeichnen, wenn man ihren Halbmesser 8,7 Theile des Maasstabes giebt, da so viele Secunden die Horizontparallare der Sonne beynahel ausmachen.

§. 682. Nunmehr wird aus T die Linie TG an die AB gezogen, welche einen Theil des Breitencirkels vorstellt, in welchem der Mittelpunct der Erde ruhet. Dieses geschieht, indem man den Winkel ATG demjenigen gleich macht: welchen die relative Bahn der Venus mit der Ecliptic einschliesset, und in dem angenommenen Beispiele 8 Grade, 28 Minuten und 44 Secunden beträgt, woben die Lage der Linie TG in Ansehung der TA wol in Acht zu nehmen ist. Alsdann ist der Zeitpunkt bekant, zu welchem man sich das Punct

C, so in der Linie *AB* beständig von *B* nach *A* fortrücket, in *G* vorstellen *T. VIII. F.*
 muß. Es ist nemlich dieser Zeitpunkt der Augenblick der wahren Zusammen- 130.
 kunft der Venus mit der Sonne, welcher sich nach der Pariser Uhr früh um 5 Uhr,
 50 Minuten ereignet hat. Die stündliche Bewegung der Venus in ihrer relativen
 Wahr betrug 1 Minute 35 Secunden, das ist 95 Secunden. Werden also
 95 Theile des Maasstabes in sechs gleiche Theile getheilet, so ist es leicht in der
 Linie *AB*, welche zu dem Ende so sehr verlängert werden kan, als es nöthig ist,
 die Punkte anzumerken, in welche *C* für jeden kurz vor oder nach dem Augen-
 blicke der Zusammenkunft gegebenen Zeitpunkt fallen muß. Setzt man also den
 Mittelpunkt *C* diesem oder jenem Zeitpuncte gemäß, so werden durch die zween
 oder drey um denselben beschriebene Cirkel, deren Halbmesser *CD*, *CE* samt
 den dritten angegeben worden sind, die vornehmsten Erscheinungen des Durch-
 gangs in Absicht auf die ganze Erde, sogleich entdeckt. Man merket nemlich
 an der blossen Lage der in *T* entworfenen Erde in oder neben diesen Cirkeln ohn-
 gefehr, ob in dem angegebenen Zeitpuncte irgend ein Ort der Erde die Venus in
 der Sonne sehe oder nicht, ob sie ganz oder nur zum Theil in derselben erscheine,
 und ob der Theil derselben, welcher in der Sonne gesehen wird, grösser oder klei-
 ner sey, als ihre Hälfte. Wil man das Punct *C*, mit den um dasselbe beschrie-
 benen, und unbeweglich daran haftenden Kreisen, in der Linie *BA* fortführen, so
 wird auch der erste Augenblick, in welchem die Venus von irgend einem Puncte der
 Erde in der Sonne gesehen wird, wie auch der letzte unter allen, in welchem diese
 Erscheinung irgendwo auf der Erde statt findet, mit einiger Zuverlässigkeit ent-
 decket. Insbesondere ist daraus, daß *DE*, der Zwischenraum zwischen den
 Umkreisen der zween um *C* beschriebenen Cirkel, beträchtlich grösser ist, als der
 Durchmesser des Entwurfs der Erde, zu schliessen, daß alle Bewohner der Erde,
 welche die Venus zugleich in der Sonnenscheibe sehen können, dieselbe in gewissen
 Zeitpuncten nur zum Theil in diese versenkt erblicken werden.

§. 683. Sollen aber dergleichen Fragen, samt andern, in welchen von
 besondern durch ihre Länge und Breite bestimmten Stellen des Erdbodens die Re-
 de ist, oder in welche sonst die Grösse der Erde einen starcken Einfluß hat, mit
 aller Nichtigkeit beantwortet werden, welche die Sache leidet, so muß die Zeich-
 nung so groß gemacht werden, daß in dem Entwurfe der Erde die verschiedenen
 Puncte ihrer Oberfläche hinlänglich auseinander fallen. Nun scheint zwar die
 Grösse der um *C* zu beschreibenden Kreise derjenigen, in welcher die Erde

T. VIII. F. vorgestellt werden kan, sehr enge Gränzen zusehen. Es werden aber die
 130. nachfolgenden Betrachtungen bey jeder Grösse, die man dem Entwurfs der Erde geben wil, eine ziemlich leichte Ausführung an die Hand geben.

§. 684. Wenn man den Mittelpunct *C* mit den daran haftenden halben Cirkeln auf der Linie *BA* dergestalt fortführet, daß *DB*, der Durchmesser des halben Cirkels *DKB* von dieser *BA* nie abweicht; so gehet nur die Linie *TF* über den Mittelpunct der Erde *T* weg, ihr ganzer Entwurf aber wird nach und nach blos von den Theilen eines schmalen Streifen bedeckt, welcher in zwei gerade Linien eingeschlossen ist, die der *TF* parallel laufen, und den Entwurf der Erde *T* an beiden Seiten dieser *TF* berühren. Die Cirkelbogen, welche diesen Streifen bey *F* und *H* endigen, sind in allen Fällen, da *TA*, oder die ihr aus *C* parallel gezogene *CI*, beträchtlich kleiner ist als der Radius *CD* oder *CE*, gar wenig gekrümmt, und können also als Theile der geraden Linien angesehen werden, welche die halben Cirkel bey *F* und *H* dergestalt berühren, daß die eigentlichen Berührungspuncte in die *TF* fallen. Alsdenn aber ist der Winkel *KHI*, welche der äufferere Kreis bey *H* mit der *TF* einschliesst, dem Winkel *HCI* gleich; weil sowohl *KHI* + *IHC*, als auch *IHC* + *HCI* einen rechten Winkel geben; und es kan dieser Winkel *KHI* = *HCI* aus den beiden Seiten *HC*, *CI* des rechtwinklichten Dreyecks *HIC* gefunden werden, zusamt der Seite *HI*, welche die Hälfte der Sehne *HF* ausmachet. Auf eben die Art findet man auch, den Winkel, welchen der Bogen mit der Sehne in dem kleinsten Kreise einschliesst, welcher etwas kleiner ist als der vorige *KHI*, samt der Sehne selbst: und bey dem hier nicht gezeichneten dritten Kreise, dessen Radius um die Hälfte der *DE* kleiner ist als *DC*, kan eben die Rechnung oder Zeichnung angewendet werden. Ich finde für den äufferen Kreis den Winkel *KHI*, gleich 53 Graden und 14 Minuten, für den mittlern, 51 Graden und 55 Minuten, und für den kleinsten, 50 Graden 29 Minuten. Die Hälfte der Sehne *HF* aber finde ich für den äuffersten Kreis gleich 309,81 Theilen des Maasstabes, welche die Secunden angeben. Eben so finde ich auch die halbe Sehne des mittelsten Kreises, welcher nicht gezeichnet ist, gleich 295,32 solcher Theile, und die halbe Sehne des innersten, *LI* = 280,62. Der Unterschied der zwei erstern dieser zwei Zahlen ist 14,49, und der Unterschied der zwei letztern 14,7, welche Unterschiede die Summe 29,19 geben, so die Zahl der Secunden ist, welche das in die Sonne gesetzte Auge den zwischen den äuffersten und innersten Kreise liegenden Theilen
HL,

HL, *MF* der Linie *TF* zuschreibt, deren einer dem andern gleich, und etwas *T. VIII. B.*
 größer ist als *DE*. Aus den bekannten Winkeln des Dreiecks *ATG*, dessen 130.
 Seite *TG* der Breite der Venus gleich ist, und also 3 Minuten und 54 Se-
 cunden, oder 234 Secunden enthält, wird auch *AG* 34,5 Theilen des Maas-
 stabes gleich gefunden.

§. 685. Indem nun das Punct *C* mit den daran haftenden Scheiben,
 auf die angezeigte Art, in der Linie *BA* fortgehet, so beweget sich jedes Punct ders-
 selben, und unter diesen auch *H* und *F*, der *BA* parallel, mit eben der Ges-
 chwindigkeit: aus welcher demnach die Zeiten berechnet werden können, in wel-
 chen *F*, *H* und die übrigen Puncte der *HI*, bey dem Mittelpuncte der Erde
T, oder einen andern unbeweglichen Puncte der verlängerten *TF*, anlangen wer-
 den. Wenn *C* in *A* angelanget ist, so befindet sich Lin *T*. Aus dem Wege von
 95 Secunden oder Theilen des Maasstabes aber, welchen das Punct *C* in einer
 Zeitsecunde macht, kan die Zeit gefunden werden, in welcher *I* die halbe Seh-
 ne *HI*, oder eine jede der beiden übrigen beschreibt, unter welchen wir die kleinste
LI = IM nehmen wollen, zu welchen der Radius *CE* gehört, und dieses
 aus einem guten Grunde, welcher sich in dem nachfolgenden entdecken wird.
 Die Hälfte dieser kleinsten Sehne *LI = IM* beträgt 280,62 Theile des Maas-
 stabes. Die Zeit also, welche vermittelst der Proportion wie 95 zu 280,62,
 so eine Stunde zu der gesuchten, entdeckt wird, enthält 2 Stunden, 57 Mi-
 nuten und 14 Secunden. Und da diese kleinste Hälfte von der mitlern um 14,7
 Theile des Maasstabes übertroffen wird, und also die auf eben die Art zu entde-
 ckende Zeit, welche dieser Ueberschuss erfodert, 9 Minuten und 17 Secunden
 beträgt; so wird diese mitlere Hälfte in einer Zeit von 3 Stunden, 6 Minuten
 und 31 Secunden beschrieben. Endlich übertrifft die Hälfte der größten Sehne
HI die mitlere wieder um 14,5 Theile, welche in einer Zeit von 9 Minuten und
 9 Secunden beschrieben werden. Es beträgt also die Zeit, in welcher *I*
 oder ein jedes anderes mit dem *C* verknüpftes Punct um die Länge *IH*
 vorrücket, 3 Stunden, 15 Minuten, 40 Secunden.

§. 686. Hieraus können nun die Zeiten berechnet werden, in welchen
 jedes Punct der *TF*, dessen Abstand von *I* gegeben ist, bey dem Mittelpuncte
 der Erde *T* anlanget. Die Linie *AG*, so 34,5 Theile des Maasstabes ent-
 hält, wird in der Zeit von 21 Minuten und 47 Secunden beschrieben. Da
 nun *C* in dem Augenblicke der wahren Zusammenkunft, früh um 5 Uhr 50 Mi-

T.VIII.F. ¹³⁰nuten sich in *G* befindet, so wird dieser Punct 21 Minuten und 47 Secunden darnach, also um 6 Uhr 11 Minuten, und 47 Secunden in *A* anlangen, in welchem Zeitpuncte zugleich *I* in *T* fällt. Nun langt das Punct *L* um 2 Stunden 57 Minuten 14 Secunden ehe bey *T* an als *I*, welches diese Zeit braucht, den Weg $LI = IM$ zu machen, und *M* erreicht *T* um eben den Zeitraum später. Demnach befindet sich das Punct *L* in *T* um 3 Uhr, 14 Minuten und 33 Secunden, das Punct *M* aber um 9 Uhr, 9 Minuten und 1 Secunde. Werden von der ersten Zeit noch 18 Minuten 26 Secunden abgezogen, so wird der Augenblick entdeckt, in welchem sich *H* in *T* befindet; und durch den Zusatz eben der 18 Minuten 26 Secunden zu der letztern Zeit erhält man auch denjenigen, in welchem *F* durch *T* hindurchgeht.

Wirklicher Entwurf eines Durchgangs der Venus.

§. 687. Und nun haben wir alles, so zum deutlichen Entwurfe eines Durchgangs der Venus erfordert wird, aus welchem die besondern Erscheinungen T.VIII.F. ¹³¹hergenommen werden können. Es werden aus einem Maasstabe \odot , (T.VIII. Fig. 131.) dessen Theile, welche Secunden vorstellen sollen, beim wirklichen Gebrauche nicht wol kleiner seyn dürfen, als die Hälfte eines Zolles, so viele dieser Theile genommen, als viele Secunden man der Horizontparallaxe der Sonne zuschreibet, und mit diesem Radius, welcher hier 8,7 ist, wird ein Cirkel beschrieben, der denjenigen vorstellen wird, so den von der Sonne erleuchteten Theil des Erdbodens von dem finstern absondert. Durch den Mittelpunct *T* dieses Cirkels, welcher zugleich der Mittelpunct der Erde ist, wird eine gerade Linie *AB* gezogen, von welcher man sich vorstelllet, daß sie der relativen Bahn, auf welcher das Punct *C* der vorigen 130sten Zeichnung bey dem Mittelpuncte der Erde vorbeugehet, parallel sey: mit einem Worte, es ist diese *AB* die *TF* jener Figur. Man theilet diese *AB* in Theile, deren einer in einer Minute, u. s. w. von dem Puncte *C*, *H* oder *F* eben der Zeichnung beschrieben wird, welches geschähet; wenn man 95 Theile des Maasstabes zum Wege einer Stunde macht: oder man verfertige, wie hier, alle Irrung desto besser zu vermeiden, geschehen ist, noch einen andern Maasstab *A*, in welchem die Theile des Weges durch die darneben gesetzte Zahlen angegeben werden, deren Einheit eine Minute ist, und theile die *AB* nur von fünf zu fünf Minuten. Es sind aber diese Theile auf zwey verschiedene Arten von *A* gegen *B* angesetzt, und mit den Zahlen der Stunden der angenommenen Uhr bezeichnet worden. Die obern bringen das Punct

Punct T auf 3 Uhr, 14 Minuten und 33 Secunden, in welchem Zeitpuncte *T.VIII.F*
 L in T stehet, die untern aber sehen eben diesen Punct T ans Ende der neunten 131.
 Stunde 9 Minuten und 1 Secunde, welches der Zeitpunct ist, in welchem M
 den Mittelpunct T erreicht hat. Beide Theilungen werden von dannen nach
 beiden Seiten A und B fortgesetzt. Man ziehet auch durch das Punct T eine
 andere Linie CD , welche der Durchmesser des Gleichers seyn sol, vermitteltst
 des Winkels ATC von 14 Graden 35 Minuten und 50 Secunden, welcher
 entstehet, wenn man den Winkel von 8 Graden 28 Minuten und 44 Secun-
 den, den die relative Bahn mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, den Positions-
 winkel von 6 Graden 7 Minuten und 6 Secunden-zusetzet. Da denn auch
 die EF gezogen werden kan, welche den Entwurf des Mittagskreises der Erde
 abgiebt, in dessen Fläche die Erdare samt den beiden Polen fällt, und die Sonne,
 so lang der Durchgang währet, unbeweglich erhalten wird. Es könnte nicht
 schaden, wenn man den Umkreis des grossen um T beschriebenen Kreises, von den
 Puncten E und F an, in Grade theilen wolte. Man kan aber auch ohne dieser Behül-
 ffe die Zahl der Grade, so in jedem Bogen dieses Umkreises enthalten sind, erfahren.

§. 688. Ferner sind durch den Punct T drey andere gerade Linien ge-
 zogen, deren erstere GH mit der AB den Winkel GTA von 51 Graden und
 29 Minuten einschliesset, die andere IK den Winkel ITA von 50 Graden und
 55 Minuten, und die dritte LM den LMA von 53 Graden und 14 Minu-
 ten. Eben diese Winkel sind auch an die andere Seite der Bahn B gesetzt wor-
 den, so daß $BTg = ATG$; $BTi = ATI$; und $BTl = ATL$. Es ist
 aber der Winkel LTA dem Winkel KHI der vorigen Zeichnung gleich, und
 hat mit demselben einerley Lage, gleichwie auch der BTl dem F gleich ist, wel-
 chen eben der Bogen mit seiner Sehne einschliesset, und so liegt, wie dieser: und
 eben die Bewandniß hat es mit den Winkeln ATG , BTg , welche so liegen
 wie die bey L , M , denen sie gleich gemacht worden sind, wie auch mit den
 mittlern ATI , ATi , welche in der 130sten Zeichnung nicht erscheinen. Dem-
 nach können die geraden Linien GH , IK , LM , wie auch gb , ik , lm als
 Theile der Umkreise angesehen werden, welche diese Winkel bey H , F , L , M
 einschließen: und wenn die Krümmung dieser Bogen in irgend einem Falle be-
 trächtlich ausfallen solte, so wäre es eben so schwer nicht, statt der geraden Linien würk-
 liche Cirkelbogen zu nehmen, welche bey T von den geraden Linien berührt werden.

§. 689. Gemeiniglich aber ist die Richtigkeit, welche die geraden Linien
 geben, hinlänglich: und wenn LM so zu liegen kompt, wie sie gezeichnet ist, so
 ist

T.VIII. F. ist sie der orthographische Entwurf aller Stellen des Erdbodens, welche zu der Zeit die Venus in die Sonnenscheibe eintreten sehen, indem sie den Rand derselben eben von aussen berührt; gleichwie in dem Zeitpuncte, in welchem die *lm*, so wie sie gezeichnet ist, durch *T* gehet, alle Stellen des Erdbodens, deren orthographischer Entwurf in diese *lm* fällt, die Venus, mit einer äussern Berührung, eben völlig aus der Sonnenscheibe treten sehen. Auf eben die Art giebt auch die *GH* alle Stellen des Erdbodens an, welche in dem Zeitpuncte, in welchem sie durch *T* gehet, die Venus ganz in die Sonnenscheibe eintreten sehen, indem sie den Rand derselben nunmehr inwendig berührt, und *gb* diejenige welchen eine eben dergleichen Berührung vor dem Austritte erscheint. Endlich werden die Stellen des Erdbodens, welchen der Mittelpunkt der Venus in dem Augenblicke in dem Rande der Sonnenscheibe erscheint, indem er aus dem Mittelpuncte der Erde *T* daselbst gesehen wird, durch die Linien *IK*, *ik* angegeben, deren erstere beim Eintritte, die letztere aber beim Austritte ihre Dienste leistet.

§. 690. Der Zeitpunct, in welchem *GH* durch *T* gehet, wird unmittelbar durch die bey diesem Puncte *T* über der *AB* stehende kleinere Stundenanzahl angegeben, und die nehmliche Zeit zur *gb*, durch die unter der *AB* stehende grössere. Die *IK* aber gehet, bey dem beständigen Vorrücken der Venus, um 9 Minuten 17 Secunden früher durch *T*, und *ik* um so viel später. Noch früher gehet die *LM* durch *T*, nehmlich um 18 Minuten und 26 Secunden vor der *GH*, und *lm* um eben die Zahl der Minuten und Secunden später als *gb*, welche Zahlen demnach denen bey *T* angezeichneten zugesetzt, oder davon abgezogen werden müssen, wenn die Zeiten des Durchgangs der Linien *IK*, *LM*, oder *ik*, *lm* durch *T* richtig angegeben werden sollen. Eben dieses ist auch von einer andern Stelle richtig, welche die Linien *GH*, *IK*, *LM*, wie auch *gb*, *ik*, *lm* nach und nach bekommen, indem sie von *A* nach *B* fortgehen. Der Winkel, welchen jede derselben mit der *AB* einschliesst, leidet bey dieser Bewegung keine Veränderung: es gehet aber immer *LM* vor der *IK*, und diese vor der *GH* vorher, so daß der zwischen *LM* und *GH* enthaltene Theil der Bahn *AB* 18 Minuten und 26 Secunden angiebt; der zwischen *IK* und *GH* enthaltene aber etwas über die Hälfte davon, nehmlich 9 Minuten und 17 Secunden. An der andern Seite gehet umgekehrt *gb* vor der *ik*, und *ik* vor der *lm* vorher, indem die Zwischenräume die vorigen bleiben.

Gebrauch

Gebrauch der bisherigen Zeichnung.

§. 691. Die so weit ausgeführte Zeichnung ist hinlänglich zu einem jeden T. VIII. P. 131.
Zeitpunkte, welcher durch die Uhr angegeben wird, auf welche sich die der *AB*
bengeschriebene Zahlen beziehen, die Stellen des Erdbodens zu finden, an welchen
die Venus mit ihrem vordern oder hintern Rande, oder mit ihrem Mittelpuncte in
die Sonnenscheibe eintritt, und wider aus derselben hervor komt. Es geschieht
dieses mit der Beyhülfe einer Erdkugel, welche dergestalt gesetzt ist, daß die
über den Horizont derselben erhabene Hälfte den in dem gegebenen Zeitpunkte
von der Sonne erleuchteten Theil der Erde vorstellet. Wie dieses zu erhalten
sey, ist bey den Sonnenfinsternissen gesagt worden. In unserm Beyspiele hält
die Abweichung 22 Grade, 42 Minuten und 15 Secunden, um welche ein
für allemal der Nordpol der Kugel über ihren Horizont erhöht werden muß.
Als denn wird die Kugel, dem angegebenen Zeitpunkte gemäß, um ihre Are gebre-
het, und in dieser Stellung unbeweglich erhalten, so lang von eben dem Zeit-
punkte die Rede ist.

§. 692. Ist nun die Frage von dem völligen Eintritte der Venus in die
Sonnenscheibe, bey welchem sie den Rand dieser Scheibe inwendig berührt, so wird in
dem Entwurfe dieser Zeitpunkt in der Linie *AB* bemerkt, indem man sich an die obern
der dabey geschriebenen Zahlen hält, welche für die Eintritte gelten. Durch den
dergestalt bemerkten Punct, welcher derjenige seyn mag, zu welchem drey Uhr
12 Minuten gehören, wird eine Linie *NO* der *GH* parallel gezogen, oder nur
eine Regel dergestalt angelegt, daß dadurch die Puncte *N*, *O* in dem Umkreise
bezeichnet werden. Man erforschet die Zahl der Grade und deren Theile, wel-
che in dem Bogen *EN* und *FO* enthalten sind, und zählet auf dem Horizonte
der Kugel so viele Grade und Minuten, als deren in *EN* enthalten, von Nor-
den, wie auch so viele, als der Bogen *FO* enthält, von Süden, nach der Seite,
welche der Entwurf angebt, und bringt dadurch die Puncte *N*, *O*, samt der Linie *NO*,
welche von dem einen an den andern reicht, auf die Kugel. Da diese *NO* der
orthographische Entwurf aller Puncte der Kugel ist, in welchen der völlige Ein-
tritt der Venus in die Sonne früh um drey Uhr und 12 Minuten bemerkt wird;
so müssen alle diese Puncte in dem Umkreise des halben Cirkels liegen, welcher
über den Horizont der Kugel auf dessen Fläche perpendicular stehet, und *NO* zu
seinem Durchmesser hat. Nun kan dieser halbe Cirkel in der Oberfläche der
Kugel beschreiben werden, wenn man den Bogen *NO* in zween gleiche Theile

T. VIII. F. 131. theilet, und die Mitte desselben zum Pol machet. Dadurch werden alle gesuchte Derter des Erdbodens auf einmal entdeckt, unter welchen *N* und *O* die äussersten sind, welchen die Sonne in dem Horizonte erscheint, indem die Venus ganz in dieselbe eintritt, und also beim Aufgange der Sonne, wenn sich der Ort, wie *N*, an der Abendseite der *EF* findet, und bey deren Untergange, wenn er, wie *O*, an der Morgenseite derselben liegt.

§. 693. Auf eben die Art werden auch die übrigen Fragen aufgelöset, in welchen die Stellen des Erdbodens verlangt werden, die in der angegebenen Zeit den Mittelpunkt der Venus in den Rand der Sonne, oder den Körper derselben diesen von aussen berühren sehen, wenn noch immer von dem Eintritte die Rede ist; und mit dem Austritte hat es keine grössere Schwürigkeit. Sind die Stellen des Erdbodens anzugeben, an welchen in der angegebenen Zeit, die noch immer drey Uhr 12 Minuten früh seyn mag, beim Eintritte der Mittelpunkt der Venus in dem Rande der Sonne erscheint, so werden der gegebenen Zeit noch 9 Minuten 17 Secunden zugesetzt, und durch das Punct der Linie *AB*, welches die Zeit von drey Stunden 21 Minuten und 17 Secunden angebt, eine Linie nicht mehr der *GK* sondern der *IK* parallel gelegt, welche eben so gebraucht, wie die *NO* gebraucht werden muste, alle verlangte Stellen des Erdbodens angeben wird. Ist von dem Austritte die Rede, und werden zum Beispiel alle Derter des Erdbodens verlangt, welche die Venus um 9 Uhr 26 Minuten vor Mittag ganz aus der Sonne treten sehen, so daß sie nunmehr nur mit ihrem äussersten Rande dieselbe zu berühren scheint: so werden von 9 Stunden 26 Minuten die 18 Minuten und 26 Secunden abgezogen, um welche die Linie *gb* vor der *lm* vorhergeheth. Der Uberschuß von 9 Stunden 7 Minuten und 34 Secunden bestimmet in der *AB* das Punct, durch welches eine Linie der *lm* parallel gelegt werden muß, vermittelst der dabey unter der *AB* geschriebenen Zahlen, welche zu den Austritten dienen: und die durch dieses Punct der *lm* parallel gezogene Sehne *PQ* entdeckt die nunmehr gesuchten Stellen des Erdbodens vollkommen so, wie *NO* die ihrigen angab. Nur muß auch die Erdkugel, der veränderten Zeit gemäß, um ihre Ase gedrehet, und in dieser neuen Stellung erhalten werden.

§. 694. Die Sehnen *NO*, *PQ* werden immer kleiner und kleiner, je mehr sie sich an dieser oder jener Seite von dem Puncte *T* entfernen, und mit denselben nehmen auch die Cirkel ab, deren Durchmesser sie abgeben. Endlich

Von Bedeckungen, die keine eigentliche Finsterniß geben. 411

lich verwandeln sich diese Cirkel in untheilbare Punkte, deren Bedeutung, in *T. VIII. F.*
 Absicht des Eintritts der Venus in die Sonnenscheibe, oder des Austritts aus *131.*
 derselben, samt allen übrigen, so hier noch beygebracht werden könnte, so leicht zu
 schliessen ist, daß es überflüssig wäre sich dabey länger aufzuhalten. Es sind also
 nur noch diejenigen Fragen übrig, so sich auf einen besondern durch seine Länge
 und Breite gegebenen Ort des Erdbodens beziehen, unter welchen die vornehmste
 ist, welche verlangt, daß angezeigt werde, in welchem Zeitpuncte dieser Ort die
 Venus mit ihrem vordern oder hintern Rande, oder auch mit ihrem Mittelpuncte
 in die Sonnenscheibe eintreten, und sich wieder herausbegeben sehen werde?

Ergänzung des Entwurfs und deren Gebrauch.

§. 695. Die Beantwortung dieser Fragen erfordert, daß auffer
 dem bisher gewiesenen auch die Bahn *RS*, welche der angegebene Ort des
 Erdbodens am Tage des Durchgangs, um die Erdaxe beschreibt, richtig entwor-
 fen, und mit den Zahlen der Stunden und Minuten so bezeichnet worden sey,
 wie dieses längst umständlich gewiesen worden ist. Es wird vorausgesetzt, daß
 die Zahlen der Theilung dieser *RS* eben die Zeitpuncte angeben, welche die der
AB beygeschriebene Zahlen bedeuten, welches immer erhalten werden kan,
 wenn die Länge des angegebenen Orts, in Ansehung der Länge desjenigen, für
 welchen die Tafeln gerechnet sind, bekant ist. Ist nun auch dieses gehörig be-
 richtet, so wird der Zeitpunct, in welchem dieser Ort die Venus ganz in die Sonnen-
 scheibe eintreten siehet, gefunden, wenn man die *GH*, ohne Veränderung der
 Winkel, welche sie mit der *AB* einschliesset, so lang von ihrer Stelle nach *A*
 oder *B* entfernt, bis die Zahlen der Stunden und ihrer Theile, deren eine bey
RS, die andere aber bey *AB* unter denjenigen stehet, die für den Eintritt gelten,
 eben dieselbe werden, welche alsdann den verlangten Zeitpunct angeben wird. Ist
 aber die Rede von dem Eintritte des Mittelpuncts der Venus, so wird eben diese Verfes-
 zung mit der Linie *IK* so lang vorgenommen, bis die bey dem Puncte der *AB*,
 durch welchen sie nunmehr gehet, unter den zum Eintritte gehörigen stehende Zahl,
 die bey der *RS*, um 9 Minuten 17 Secunden übertrifft: und wenn der erste An-
 fang des Eintritts verlangt wird, bey welchem die Sonnenscheibe von
 aussen berührt wird, so bedienet man sich der Linie *LM* eben so:
 nur muß nunmehr der Ueberschuß der Zahl, welche unter denen zum Eintritte gehörigen
 an der versetzten *LM* stehet, die an derselben *LM* stehende Zahl der *RS* um 18
 Minuten 26 Secunden übertreffen. Die Zeit des Eintritts jeder Art wird nunmehr
 bloß durch die Zahlen der *RS* angegeben.

T. VIII. F.
31.

§. 696. Die Zeitpuncte, mit welchen sich der Austrit der Venus anfangt und endiget, wie auch derjenige, in welchem ihr Mittelpunct die Sonnenscheibe verläßt, werden vermittelst der Linien *gb*, *ik*, *lm* eben so gefunden, indem man jede derselben, ihrer gegenwärtigen Lage parallel, nach dieser oder jener Seite fortschiebet; und was bisher gesagt worden ist, kan den besondern Gebrauch jeder derselben klar machen. Es muß nunmehr die untere Reihe der an *AB* gesetzten Zahlen gebraucht werden, die zu dem Ausgange gehören: und wenn die gehörig versetzte *ik* vermittelst der Zahlen der Bahn *RS* den Zeitpunct angeben sol, in welchem der Mittelpunct der Venus die Sonnenscheibe verläßt, so muß die bey der gehörig gesetzten *ik* stehende Zahl der *AB* über die bey *RS* einen Ueberschuß von 9 Minuten 17 Secunden angeben; wenn aber *lm* für das völlige Ende des Durchgangs richtig gesetzt seyn sol, so muß dieser Unterschied 13 Minuten 26 Secunden betragen. Alles dieses geschiehet ohne Verwirrung, und ohne den Riß zu verderben, weil es nicht nöthig ist die Linien auszuziehen, sondern die Schneide einer gehörig angelegten Regel die Stelle derselben gar wol vertreten kan.

Die Horizontparallaxe der Sonne vermittelst eines Durchgangs der Venus.

§. 697. Es wäre überflüssig sich bey der Vorherverkündigung der Umstände einer Erscheinung länger aufzuhalten, welche, wie an seinem Orte gezeigt werden sol, keinem der jetzt lebenden Bewohner der Erde zu Gesicht kommen wird: und es ist nur noch von dem wichtigen Nutzen zu handeln, welchen die zween lehtern Durchgänge der Astronomie geleistet haben. Dieser ist die Berichtigung der Horizontparallaxe der Sonne, oder der Größe des Winkels, in welchem der halbe Durchmesser unserer Erde aus der Sonne gesehen wird, welchen wir diesen Beobachtungen zur Folge mit einem gar geringen Fehler auf 8,7 Secunden setzen konten. Es ist zu zeigen, wie etwas so genaues vermittelst der bisher gebrauchten Zeichnung zu erhalten sey, wovon der Grund in der langsamen Bewegung liegt, mit welcher das zur Entdeckung der Erscheinungen gebrauchte Punct in der *AB* fortrücket. Denn da dasselbe in einer Stunde oder 3600 Zeitsecunden nicht mehr als 95 Secunden des Grades beschreibet, so braucht dasselbe zu jeder Secunde seiner Bahn beynähe 38 Zeitsecunden: und wenn die Länge eines Theils der *AB* durch die Zeit angegeben wird, in welcher er beschrieben wird, so kan ein Fehler von 38 Secunden, der bey der Zeit begangen wird, diesen Theil des

Weges,

Von Bedeckungen, die keine eigentliche Finsterniß geben. 413

Weges, um nicht mehr als 1 Secunde grösser oder kleiner machen, als er wirklich ist. Ist aber die Zeit bis auf eine Secunde richtig, so kan der Weg nicht mehr als um den 38sten Theil einer Secunde fehlen. T. VIII. F. 134

§. 698. Wir müssen zuerst anmerken, daß die bey der 131sten Zeichnung gebrauchten Maasstäbe O, A auf dieselbe keinen weitem Einfluß haben, als daß vermittelst derselben die Bahn AB den Zeiten gemäß getheilet worden. Diese Theilung aber ist zu der gegenwärtigen Absicht unnütze; und wenn vermittelst der Zeichnung die Parallaxe allein gesucht wird, so kan man sich die Mühe dieselbe zu verfertigen, und bey den Theilungspuncten die Zeiten anzugeben, völlig ersparen. Alsdenn aber wird der Radius AT , mit welchem der Entwurf der Erde beschrieben wird, völlig willkührig, und man kan denselben in 1000 oder mehr Theile theilen, ohne voranzusehen, wieviele dieser Theile eine Secunde ausmachen; als welches eigentlich dasjenige ist, so nunmehr gesucht wird. In die Winkel ATG , BTg und die übrigen dieser Art, hat die Grösse der Erde keinen Einfluß, und man darf, dieses deutlich zu begreifen, nur auf die zur Entdeckung dieser Winkel gegebene Anweisung zurück sehen. Und daß es eben nicht nöthig sey bey der Bestimmung derselben so gar genau zu verfahren, ist selbst aus der Zeichnung klar, welche nicht wol so gros gemacht werden kan, daß ein bey derselben begangener Fehler von einer oder etlichen Minuten, selbst bey G oder H merklich wäre. Wir wollen uns aber, grösserer Deutlichkeit wegen, blos an die Linien GH , gb halten, welche zu den Zeitpuncten gehören, in welchen sich die Venus ganz in die Sonnenscheibe versenket, oder anfängt aus derselben hervorzutreten, und also den Rand derselben inwendig berührt, als welche unter allen am genauesten bemerkt werden können. Die übrigen, in welchen die Sonnenscheibe von aussen berührt wird, oder der Mittelpunct der Venus sich im Rande derselben befindet, werden nur im Nothfalle gebraucht. Es ist aber leicht, was von den Linien GH , gb gesagt werden sol, auch auf die IK , ik und LM , lm anzuwenden, so zu den Zeitpuncten gehören, in welchen sich diese letztern Erscheinungen zutragen.

§. 699. Es müssen zween Zeitpuncte, die entweder beide zu Eintritten, oder beide zu Austritten, oder der eine zu einem Eintritte und der andere zu einem Austritte gehören, durch die Stunde, Minute und Secunde der wahren Zeit, nach welcher bey denselben die Venus den Rand der Sonnenscheibe inwendig berührt hat, aus genauen Beobachtungen bekant seyn. Diese Beobachtungen können nur

T.VIII.F. in dem letztern Falle beide an einem und eben demselben Orte geschehen; werden aber zween verschiedene Beobachtungsorte gebraucht, so finden ausser diesem auch alle übrige Fälle stat. Unstreitig sind einige Stellen des Erdbodens hierzu geschickter als andere, und was gleich Anfangs (678) von dem Durchgange der Venus durch die Sonne in Absicht auf die ganze Erde gesagt worden ist, kan bey der Wahl derselben zu einer Richtschnur dienen. Es mag aber ein Beobachtungsort auf dem Erdboden gewählt seyn wo man wil, so muß die Breite oder Polshöhe desselben bekant seyn, und wenn deren zween sind, auch der Unterschied ihrer Längen.

§. 700. Die Erde wälzet sich um ihre Are herum, und jedes in der Oberfläche derselben angenommene Punct beschreibt mit dieser Bewegung eine Bahn, die von dem Umkreise eines Circels wenig abweicht. Stellen nun die Buchstaben γ, δ die zween Zeitpuncte vor, deren jeder, wie gesagt worden ist, durch die Uhr seines Orts angegeben wird, so muß erstlich der Punct dieser täglichen Bahn, in welcher sich der zu γ gehörige Ort in diesem Zeitpuncte γ befunden hat, in Γ orthographisch entworfen seyn, und alsdann auch der Punct der Bahn des andern, für den nach seiner Uhr angegebenen Zeitpunct δ , in Δ . Weil es nicht nöthig ist zu dem Ende die Bahnen selbst, oder auch nur einige Theile derselben zu zeichnen; so kan die dadurch gesparte Mühe angewendet werden, die Entwürfe Γ, Δ , nach den (501) gegebenen Vorschriften, desto genauer zu berichtigen. Gehöret nun der Punct Γ zu einem Eintritte, so wird durch dasselbe NO der GH parallel gezogen, und das Punct V der Bahn AB bemerkt, in welchem sie von dieser NO geschnitten wird. Solte aber Γ zu einem Austritte gehören, so müste durch dasselbe statt der NO eine andere gerade Linie der gh parallel gemacht, und das Punct, in welchem sie die AB schneidet, mit V bezeichnet werden. Eben so wird auch mit dem Puncte Δ verfahren, durch welches man eine XP der gh parallel ziehet, fals dieses Punct Δ zu einem Austritte gehöret, und also in der Linie AB das Punct Z entdeckt; solte aber Δ zu einem Eintritte gehören, stat der XP eine andere Linie der GH parallel machen, und das dadurch gefundene Punct der AB , mit Z bezeichnen müste.

§. 701. Nunmehr liegt uns VZ vor den Augen, und wir können, wenn der Halbmesser der gebrauchten Scheibe TA in gleiche Theile getheilet ist, die Größe der VZ in eben dergleichen Theilen angeben, und also die Verhältniß $VZ : TA$ durch Zahlen ausdrücken. Es ist aber auch die Zeit in unserer Gewalt, welche erfordert wird die VZ mit der Bewegung zu beschreiben, die wir uns noch immer vorstellen müssen. Denn wenn die beiden aus den Beobachtungen bekanten Zeitpuncte γ, δ durch

eben

eben die Uhr angegeben werden, so ist die verlangte Zeit der Unterschied derjenigen, welche sich mit diesen Puncten γ , δ endigen. Sind aber die Uhren, durch welche γ , δ angegeben werden verschieden, so wird ihr Unterschied, welcher dem vorigen zugesetzt werden muß, aus dem Unterschiede der Längen der Orter gefunden, zu welchen sie gehören; und es braucht die dergestalt entdeckte Zeit keiner weitem Verbesserung, wenn die Beobachtungen beide entweder bey dem Eintritte der Venus in die Sonnenscheibe, oder bey ihrem Austritte aus derselben, gemacht worden sind. Wenn aber das Punct Γ zu einem Eintritte und Δ zu einem Austritte gehört, so ist die dergestalt aus den Beobachtungen geschlossene Zeit diejenige, welche das Punct L der 130sten Zeichnung braucht sich dem Mittelpuncte der Erde nicht nur um die VZ , sondern auch um die Sehne LM dieser 130sten Zeichnung zu nähern, und es muß also diese letztere Zeit, in welcher LM beschrieben wird, von der Zeit der Beobachtungen abgezogen werden, damit die zur VZ gehörige Zeit besonders dargestellt werde. Im Gegentheil ist, wenn Δ zu einem Eintritte, und Γ zu einem Austritte gehört, die aus den Beobachtungen geschlossene Zeit, um die zur Beschreibung der VZ nöthige, kleiner als diejenige, in welcher die Sehne LM beschrieben wird, und also wiederum die zur VZ gehörige Zeit der Unterschied der beiden andern, unter welchen die zur Beschreibung der Sehne LM nöthige nunmehr die grössere ist.

T.VIII.F.
131

§. 702. Wird nun die dergestalt zu entdeckende zur Beschreibung der VZ nöthige Zeit durch t bedeutet, eine Stunde aber, oder 3600 Secunden, durch b , und man machet $b : t = 95 : q$, so ist, da 95 die Zahl der Secunden angiebt, welche in unserm Beispiele in einer Stunde beschrieben werden, die gefundene q die Zahl der in VZ enthaltenen Theile von derselben Grösse, welche demnach ebenfalls Secunden vorstellen werden. Man findet also die Grösse einer solchen Secunde, wenn man nur die VZ , nach Maasgebung der Zahl q , in gleiche Theile theilet. Als denn ist durch diese Theile der VZ der Halbmesser TA zu messen, und dadurch die Zahl der in demselben enthaltenen Secunden und ihrer Theile zu finden, welche eben diejenige ist, die ein in die Sonne gefetztes Auge diesem TA zuschreibt, oder die Horizontparallaxe der Erde. Wil man lieber rechnen, so kan man sich auffer der Proportion $b : t = 95 : q$ dieser andern $VZ : TA = q : p$ bedienen, in welcher die Verhältniß $VZ : TA$ gegeben ist, p aber die Horizontparallaxe der Sonne bedeutet. Denn es entsteht aus beiden, wenn sie gehörig vereiniget werden diese neue VZ . $b : TA = 95 : p$, welche die gesuchte p unmittelbar entdeckt. Es ist nicht einzusehen, daß bey andern Durchgängen

gen

T. VIII. F. 13. gen der Venus, auſſer den übrigen Veränderungen in der Bedeutung der Buchſtaben, gemeinlich auch anſtat der 95 eine andere Zahl kommen werde.

§. 703. Wenn die Beobachtungen richtig ſind, ſo ſehe ich keinen erheblichen Fehler, der bey dieſen Schluſſen zu befürchten wäre; es müſte dann die Entfernung CI der 130ſten Zeichnung, deren Größe bloß auf die Tafeln gegründet wird, von dieſen zu groß oder zu klein angegeben werden. Denn eine zu groſſe CI giebt nicht nur den Winkel KHI ſamt den übrigen dieſer Art, kleiner an als ſie wirklich ſind, ſondern auch die Sehnen HF und LM , ſamt der Zeit, in welcher ein Weg von dieſer Länge von dem Punkte H beſchrieben wird. Dadurch wird in den Fällen, in welchen eine Zeit zur Beſtimmung der t gebraucht werden muß, auch dieſe t zu groß oder zu klein gefunden, welches die vermittelſt derſelben herauszubringende p allerdings unrichtig, oder doch unzuverlässig machen muß. Man ſiehet aber auch bloß aus der Proportion $b : t = 95 : p$, in welche die eben angegebene $VZ. b : TA. t = 95 : p$ verwandelt wird, wenn man VZ der TA gleich annimt, daß der Einfluß, welchen ein bey t begangener Fehler in die geſuchte p hat, ſo gar groß nicht ſeyn werde, und kan aus dieſem Falle auf die übrigen ſchließen. Noch kleiner aber iſt die Wirkung einiger Veränderung des Winkels KHI . Es können aber auch dieſe Fehler durch mehrere richtige Beobachtungen gebessert werden, da die aus denſelben gezogene Schluſſe nicht leicht mit einander überein kommen, und eben die Parallaxe geben werden, ſo lang die angenommene CI merklich von der Wahrheit abweicht.

§. 704. Ein Durchgang des Merkurs durch die Sonne kan eben ſo, und von gewiſſen Seiten betrachtet, noch leichter entworfen werden als ein Durchgang der Venus. Die vollſtändige Einſicht aber in die Gründe dieſer Entwürfe erfordert eine etwas genaue Kenntniß des Laufs dieſer Planeten; weſwegen die Abhandlung derſelben eigentlich auf die Beſchreibung dieſes Laufs hätte folgen ſollen. Ich habe es aber vor ſchicklicher gehalten, Erſcheinungen, die ſo ſehr mit einander verwant ſind, und einander ſo ſehr erleutern, als die verſchiedenen Arten der Finſterniſſe und Bedeckungen, in einigem Zuſammenhange vorzutragen, als dem Leſer die Mühe aufzubürden, bey jeder einzelnen Betrachtung dieſer Art wieder von vorne anzufangen. Eine kleine Gedult, mit welcher er die weitere Aufklärung erwartet, wird, wie ich hoffe, weniger beſchwerlich ſeyn.

Ende des erſten Theils.



1/8/90

#.

1/8/90

ROTANOX

2014

25

