DIE NATURWISSENSCHAFTEN

Dreizehnter Jahrgang 11. September 1925 Heft 37

# Felix Klein[1]).

Von R. COURANT, Göttingen.

Als am Abend des 22. Juni sich die Kunde verbreitete, FELIX KLEIN sei tot, da fühlten wir alle: eine Epoche in der Geschichte der Mathematik ist abgeschlossen. KLEIN war die beherrschende Figur dieser Epoche. Er ist weit mehr gewesen als ein überragender Gelehrter und ein großer Organisator, seine Wirksamkeit und Bedeutung ist längst nicht mit der Summe seiner Leistungen erschöpft. Nein, es ist darüber hinaus die machtvolle, überlegene, umfassende Persönlichkeit, welche durch die Reinheit und Kraft ihrer Lebensführung und das Gleichgewicht zwischen bewußter Gestaltung des Lebens und naiver völliger Hingabe an die Aufgaben des Augenblicks berufen war, auf breiter Front zu führen und die Bahnen der Entwicklung zu bestimmen. Diese Persönlichkeit müssen wir zu erfassen suchen, wenn wir uns heute vergegenwärtigen wollen, was FELIX KLEIN für die Wissenschaft und ihre Geltung im weitesten Sinn bedeutet hat.

In bescheidenen Verhältnissen als Sohn eines Rentmeisters 1849 zu Düsseldorf geboren, stählte der reichbegabte Knabe frühzeitig Willen und Arbeitskraft unter der strengen Zucht des altpreußischen Vaterhauses und der kaum minder strengen eines humanistischen Gymnasiums rein philologisch-historischer Prägung, welches für heutige Zeiten fast unglaubliche Ansprüche an den Fleiß seiner Zöglinge stellte. Bald erwacht in dem Knaben der innere Drang, seiner einseitigen Schulausbildung ein Gegengewicht in naturwissenschaftlicher Richtung zu geben. Anregungen mannigfacher Art fehlen nicht, und so kann er 1865 mit $16^1/_2$ Jahren wohlvorbereitet an die Universität Bonn gehen, um Mathematik und Naturwissenschaften zu studieren. Von vornherein war der junge Student eifrig darauf bedacht, sein Studium auf genügend breiter Basis anzulegen, um der klar erkannten Gefahr frühzeitiger Spezialisierung zu entgehen; und dieses Hinausstreben aus den Fesseln engen Fachwissens ist für ihn auch später immer Lebenselement geblieben. Neben den beschreibenden Naturwissenschaften und der Physik tritt zunächst die Mathematik ganz in den Hintergrund. Der überaus kümmerliche mathematische Betrieb, der damals in Bonn herrschte, vermochte dem jungen Feuerkopf wenig zu bieten.

Mit 17 Jahren, Ostern 1866, finden wir KLEIN als Assistenten von PLÜCKER, dem er bei der Vorbereitung seiner Vorlesung über Experimentalphysik und daneben bei seinen Untersuchungen zur Liniengeometrie hilft. Sein Ziel ist, „nach Erlangung der notwendigen mathematisch-naturwissenschaftlichen Kenntnisse sich auf das Gebiet der Physik zu spezialisieren". Da stirbt PLÜCKER im Jahre 1866; dem jungen, kaum 19jährigen KLEIN fällt die Aufgabe zu, die nachgelassenen geometrischen Untersuchungen von PLÜCKER herauszugeben. Er promoviert zunächst mit einem selbstgewählten Thema aus der Liniengeometrie. Dann sucht er Anfang 1869 als geeignetste Stätte für die Bearbeitung des Plückerschen Nachlasses Göttingen auf, wo sich um CLEBSCH, einen der bedeutendsten Mathematiker und glänzendsten Lehrer jener Zeit, ein reger wissenschaftlicher Kreis versammelt hatte. Hier fand KLEIN mehr Anregung und Befriedigung als in dem etwas versteinerten Betriebe der Physik, dessen Mittelpunkt WILHELM WEBER war. Trotz dem günstigen Boden, den KLEIN in Göttingen für seine Entwicklung antraf — zeitlebens hat für ihn das Aufnehmen und Geben im persönlichen wissenschaftlichen Verkehr die denkbar größte Rolle gespielt —, litt es ihn nicht lange hier. Er wollte sich frei von allen Einflüssen und Bindungen der Schulen seinen Weg selbst suchen und seinen Gesichtskreis erweitern, solange er sich noch jung und aufnahmefähig fühlte. So ging er schon im Herbst 1869 nach Berlin, wo er wiederum mannigfache Anregung unter seinen Studiengenossen fand, aber mit den dortigen glänzenden Vertretern der Mathematik, WEIERSTRASS und KUMMER, nicht recht in Kontakt kam. Hier in Berlin entsteht die erste große seiner mathematischen Leistungen. Als er von einem Freunde zum ersten Male von der ihm bis dahin ganz unbekannten Nicht-Euklidischen Geometrie hört, sieht er sofort mit genialer Intuition, daß diese mit einer scheinbar ganz anderen Sache, der sogenannten Maßbestimmung von CAYLEY, aufs engste zusammenhängen müsse. Diese Art des Forschens, das Zusammenschmelzen und Kombinieren scheinbar auseinanderliegender Gebiete, ist immer typisch für KLEINS Denkart geblieben. Typisch blieb auch das unglaublich rasche Aufnehmen fremder Ideen, die instinktsichere intuitive Erfassung ihres wesentlichen Kernes und die Fähigkeit wie das Bedürfnis, das Neugelernte sofort seinem eigenen Gedankenkreise einzugliedern und für neue Forschungsarbeit, oft mit durchschlagendem Erfolg, auszunutzen.

Mit seiner neuen Idee hat KLEIN kein Glück bei den maßgebenden Berlinern Mathematikern. Als er seine Gedanken in einem Seminarvortrag entwickelt, wird er von WEIERSTRASS ablehnend kritisiert. Es war das erstemal in KLEINS Leben, wo seine anschaulich-intuitive Grundauffassung der Dinge mit der abstrakt-kritisch eingestellten herrschenden Richtung zusammenstieß. Heute sind die glänzenden Arbeiten, mit denen KLEIN bald darauf

[1]) Gedächtnisrede, gehalten am 31. 7. 25 in Göttingen.

seine Ideen zur Nicht-Euklidischen Geometrie entwickelte, Allgemeingut geworden, weit über den engen Kreis der Spezialmathematiker hinaus. Erst durch KLEIN ist die Nicht-Euklidische Geometrie aus einer entlegenen Grenzprovinz der Mathematik zu einem organisch aufs engste mit den Zentren verbundenen Gebiete geworden, bequem zugänglich ohne schwierige Vorbereitung und Ausrüstung. Aber damals gehörte schon ein ungewöhnliches Maß von Selbständigkeit und Zähigkeit dazu, gegen den Strom der verbreiteten Vorurteile anzuschwimmen.

Im Sommer 1870 führt die Wanderschaft KLEIN mit seinem neugewonnenen Freunde SOPHUS LIE nach Paris, wo besonders die persönliche Berührung mit dem Geometer G. DARBOUX und mit CAMILLE JORDAN von entscheidendem Einfluß auf sein späteres Lebenswerk gewesen ist. Eben erschien JORDANS umfangreiches Werk über Substitutionen und algebraische Gleichungen. Vierzig Jahre vorher hatte EVARISTE GALOIS, einer der genialsten und auch menschlich interessantesten Köpfe unter den Mathematikern der Neuzeit, im Begriffe der Gruppe den Schlüssel zu den tiefsten Geheimnissen der algebraischen Gleichungen gefunden. Die knappen Darstellungen in seinen wenigen, aber ungeheuer inhaltreichen Arbeiten, und vor allem in einem erschütternden Abschiedsbriefe, den er 20jährig, am Vorabend eines tödlichen Duells, an einen Freund schrieb, waren lange unwirksam geblieben. JORDANS Buch machte zum ersten Male die Gedanken von GALOIS einem etwas größeren Kreise zugänglich. KLEIN und LIE stürzen sich mit leidenschaftlichem Eifer auf das schwierige und ihnen zunächst fast unverständliche Werk; sie fühlen, daß hier unermeßliche Schätze zu heben sind. Als KLEIN nach einem Aufenthalt von $2^1/_2$ Monaten infolge des Kriegsausbruches Paris verlassen muß, trägt er den Stein der Weisen mit sich: er hat den Gruppenbegriff aufs tiefste erfaßt, den Wegweiser, der ihn hinfort mit unfehlbarer Sicherheit auf seinem wissenschaftlichen Lebenswege weiterführte.

Ein so vom Tatendrang erfüllter Jüngling wie KLEIN konnte es fern vom Kriegsschauplatz nicht aushalten. Aber nach kurzer Helfertätigkeit muß er typhuskrank zurückkehren und geht dann, langsam genesen, Anfang 1871 nach Göttingen, wo er sich habilitiert, zunächst noch immer mit dem Blicke auf die Physik als Endziel. Erst als er im Herbst 1872, ein Dreiundzwanzigjähriger, durch den Einfluß seines Lehrers und väterlichen Freundes CLEBSCH nach Erlangen in eine ordentliche Professur für Mathematik berufen wird, ist die Entscheidung endgültig für die Mathematik gefallen.

Aus dem blühenden mathematischen Leben in Göttingen sieht er sich plötzlich in eine wissenschaftliche Einöde versetzt, ohne Anregungen, ohne die notwendigsten Arbeitsmittel, ohne Studenten. Von seinen zwei Zuhörern bleibt der eine nach der ersten Stunde, der andere nicht viel später weg. Und nun greift zum zweiten Male schicksalhaft der Tod eines nahen Menschen ein. CLEBSCH stirbt ganz plötzlich am 7. November; die erlesene Schar seiner Schüler erkennt freiwillig den jüngeren KLEIN als ihren neuen Führer an und folgt ihm nach Erlangen. So groß ist schon jetzt sein Ansehen bei den Wissenden, daß man in Göttingen ihn als Nachfolger von CLEBSCH in Betracht zieht. Aber zum Glück für ihn scheitert die Berufung, wie es scheint, weil der 23jährige einem älteren Fachgenossen ,,zu gefährlich" war.

So durfte KLEIN im Kreise weniger Schüler einige Jahre in verhältnismäßiger Ruhe sein reiches Arbeitsprogramm verfolgen, das er soeben in einer großartigen Antrittsrede entwickelt hatte. Dieses sogenannte ,,Erlanger Programm" mit dem Titel: ,,Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen" ist vielleicht die einflußreichste und meistgelesene mathematische Abhandlung der letzten 60 Jahre geworden. Seit Ende des 18. Jahrhunderts hatte die Geometrie in Frankreich und Deutschland einen außerordentlichen Aufschwung genommen. Neben der alten Elementargeometrie und der analytischen Geometrie hatte sich eine große Anzahl geometrischer Betrachtungsweisen entwickelt, die unvermittelt und ohne gegenseitige Verbindung nebeneinanderstanden und in deren Gewirr sich auch der Kenner kaum noch zurechtfinden konnte. KLEIN empfand das Bedürfnis, in dieses Chaos ein einheitlich ordnendes Prinzip hineinzutragen, und er hat diese Aufgabe für das Gesamtgebiet der Geometrie in denkbar vollständigster Weise gelöst. Der Zauberstab, mit dem KLEIN hier Ordnung schuf, war der Gruppenbegriff. Er erlaubt, jede Klasse geometrischer Untersuchungen, wie euklidische und Nicht-Euklidische Geometrie, projektive Geometrie, Linien- und Kugelgeometrie, RIEMANNsche Geometrie und Topologie, als Invariantentheorie gegenüber einer vorgegebenen Gruppe von geometrischen Transformationen aufzufassen. Das Erlanger Programm stellt für die Geometrie ein Prinzip von ordnender Kraft dar, wie es das periodische System der Elemente für die Chemie ist. Noch heute kann keine geometrische Theorie als abgeschlossen gelten, wenn sie nicht deutlich ihre Stelle im Rahmen des Erlanger Programmes aufzuweisen vermag.

Fünfzig Jahre später erlebte KLEIN noch die Genugtuung, daß er, am Abend seines Lebens, ganz wesentlich zur Klärung der mathematischen Grundlagen der Relativitätstheorie beitragen konnte, indem er nur seine alten Gedanken aus dem Erlanger Programm sinngemäß auf die neuen Fragen anzuwenden brauchte.

In den Erlanger Jahren sehen wir KLEIN intensiv an der Ausarbeitung seiner Gedanken tätig. Der Kreis der Untersuchungen dehnt sich bald über die eigentliche Geometrie hinaus. Das Königreich, in welches die Gruppentheorie hineingeführt hatte, bot reichstes Arbeitsfeld. Während LIE die Gebiete zu erschließen begann, wo die kontinuierlichen Gruppen herrschen, wandte sich KLEIN der Domäne der diskontinuierlichen Gruppen zu. Es entstehen die Untersuchungen über die Gruppen, die zu den regulären Körpern gehören, tiefe algebraische Zusammenhänge enthüllen sich, und gleichzeitig bahnt sich KLEIN allmählich den Weg zum Verständnis der RIEMANNschen Funktionentheorie, ein Weg, der ihn später zur Höhe seines wissenschaftlichen Erfolges führen sollte.

Als 1875 ein Ruf an die Münchener technische Hochschule KLEIN in einen größeren und anspruchsvolleren Wirkungskreis versetzt, entwickeln sich alle diese Arbeiten weiter. KLEIN selbst sagt, daß er in seinen Münchener Jahren den Grund zu den meisten seiner späteren Untersuchungen gelegt hat. Als natürliche Fortsetzung der früheren algebraischen Untersuchungen entstehen die Arbeiten zur Theorie der elliptischen Funktionen und der Modulfunktionen, in denen KLEIN sich zu jener Auffassung des RIEMANNschen Ideenkreises durchringt, welche für sein späteres Schaffen richtunggebend geblieben ist. Auch hier bewährt sich wieder die ordnende Kraft der Gruppentheorie wie im Erlanger Programm. Alle diese Arbeiten sind wie wenig andere charakteristisch für KLEINS Arbeitsweise des Verbindens und Verschmelzens weit auseinanderliegender Gedankenkreise: zur Funktionentheorie treten Algebra, Invariantentheorie, Gruppen- und Zahlentheorie und Geometrie.

Daneben begann er schon hier in der Organisation des Hochschulunterrichtes eine großzügige und intensive Tätigkeit zu entfalten und Vorbildliches zu schaffen. Neben planmäßig ausgestalteten Vorlesungen für Ingenieure hält er Spezialvorlesungen auf höchstem Niveau, in denen er eine Reihe hervorragender Schüler wie HURWITZ und DYCK heranzieht. Von besonderer Bedeutung aber für sein späteres Leben und die Erweiterung seines Gesichtskreises wurden die mannigfachen Beziehungen sachlicher und persönlicher Art, die er in München zur Technik gewann.

Im Jahre 1880 vertauscht KLEIN seine Münchener Stellung mit einer Professur für Geometrie in Leipzig. Er kommt dorthin, 33 jährig, auf der Höhe seiner wissenschaftlichen Entwicklung. Von Anfang an sieht er seine Stellung als Geometer nicht in dem hergebrachten engherzigen Sinne an. Er sagt darüber: „Ich habe das Wort Geometrie nicht einseitig als die Lehre von den räumlichen Objekten, sondern als Denkweise aufgefaßt, die in allen Gebieten der Mathematik mit Vorteil zur Geltung gebracht werden kann. Ich habe dementsprechend meine Leipziger Professur trotz mannigfachen Widerspruches mit einer Vorlesung über geometrische Funktionentheorie begonnen." Mit voller Kraft warf er sich auf die Aufgaben des mathematischen Universitätsunterrichtes, den er im Sinne seiner auf Weite des Blickes zielenden Ideen einrichtet. Das Schwergewicht seiner Tätigkeit aber lag in seiner produktiven wissenschaftlichen Arbeit.

Immer mehr fühlte sich KLEIN in den Bann von RIEMANNS geometrisch-funktionentheoretischem Gedankenkreis gezogen. RIEMANN, dieser unvergleichliche mathematische Genius, hatte sein stilles, ganz nach innen gerichtetes kurzes Gelehrtendasein zu Ende gelebt, noch bevor KLEIN das erstemal nach Göttingen kam. Seine genialen Gedankenreihen, dazu bestimmt, die Tragpfeiler für die Mathematik und mathematische Physik der Zukunft zu werden, blieben halb verstanden und ohne rechte Wirkung. Man bewunderte zwar die glänzenden neuen Resultate, konnte sich aber mit den neuen fremdartigen Methoden nicht recht befreunden. Auch in der Wissenschaft hat das Große und Echte oft nicht aus sich selbst heraus die Kraft, sich die Bahn zu brechen. Die wenigen unmittelbaren Freunde und Schüler von RIEMANN waren nicht die Persönlichkeiten, um RIEMANNS Vermächtnis zur Geltung zu bringen. Da tritt FELIX KLEIN auf den Plan. Seine expansive Natur schien zwar nach ihrer ganzen Anlage grundverschieden von dem Wesen des stillen mathematischen Heiligen. Aber in der Tiefe der Seele war es ihm doch, wenigstens bei der intuitiven Erfassung geometrischer Zusammenhänge kongenial. KLEIN wird der leidenschaftlichste und erfolgreichste Apostel des RIEMANNschen Geistes, den er mit unwiderstehlicher Gewalt immer mehr zu unbedingter Herrschaft führt, gegenüber einer mehr kritisch eingestellten, für die Freiheit der Entwicklung nicht gefahrlosen mathematischen Geistesrichtung. Wenn die Mathematik von heute mit ruhiger Selbstverständlichkeit auf RIEMANN weiterbauen kann, so gebührt dafür KLEIN das größte und entscheidende Verdienst.

Es ist wunderbar, wie KLEIN diesen Umschwung erreichte. Niemand hatte RIEMANNS funktionentheoretische Gedanken so tief erfaßt wie er. So konnte er selbständig diese Ideenwelt in Zusammenhang bringen mit vielen lockenden Fragen und Vorstellungen aus anderen Gebieten der Mathematik und der Anwendungen und in seinen glänzenden Abhandlungen, Büchern und Vorlesungen einem größeren Kreise zugänglich machen. Den inneren Schwung aber zu dieser Tätigkeit nahm er aus dem beglückenden Gefühl, selbst als Entdecker und Vollender die RIEMANNschen Gedanken ein großes Stück weiter führen zu dürfen. Was KLEIN hier geleistet hat, insbesondere mit seiner Theorie der automorphen Funktionen und der Uniformierung ist ohne Zweifel der Gipfel seiner eigenen produktiven Tätigkeit gewesen und hat ihn zu einer Höhe der mathematischen Konzeption geführt, die weder er selbst noch einer seiner Nachfolger auf diesem Gebiete jemals wieder erreicht hat.

Die Tätigkeit auf dem Arbeitsfelde der geometrischen Funktionentheorie ist so entscheidend und charakteristisch für KLEINS ganzes Schaffen, daß wir versuchen müssen, sie uns etwas genauer zu vergegenwärtigen. Während WEIERSTRASS die Theorie der Funktionen einer komplexen Veränderlichkeit auf dem Begriffe der Potenzreihe aufgebaut hatte und dadurch zu einem wunderbar geschlossenen und in sich gefestigten, aber ein wenig engem Bau gelangt war, hatte RIEMANN in seiner Dissertation und später in anderen großartigen Arbeiten die Grundlagen der Funktionentheorie auf mehr anschaulichen mit der Physik zusammenhängenden Vorstellungen errichtet. Es ist die Theorie des Potentiales und der Strömungen inkompressibler Fluida, deren Differentialgleichungen unmittelbar das Fundament der RIEMANNschen Funktionentheorie bilden. Ebenso eng ist der Zusammenhang mit einem aus der Kartographie wohl bekannten Probleme, dem der konformen, d. h. in den kleinsten Teilen ähnlichen Abbildung eines Gebietes auf ein anderes. Bei RIEMANN selbst trat die physikalisch-anschauliche Grundlage seiner Ideenbildungen in den Publikationen nicht so deutlich hervor, ja es ist überhaupt fraglich, wie weit sie bewußt für ihn eine Rolle gespielt hat. Kein Wunder, daß beim Erscheinen seiner Dissertation zunächst die Wirkung ausblieb! Diese Arbeit soll auch WEIERSTRASS zuerst ein Buch mit sieben Siegeln gewesen sein, während bezeichnenderweise HELMHOLTZ sie anscheinend ohne Schwierigkeiten aufgefaßt hat. Ein weiterer Umstand erschwerte das Vordringen der RIEMANNschen Gedanken: Wichtige grundlegende Sätze, die sogenannten Existenztheoreme, fanden sich in RIEMANNS Arbeiten mit genialer Intuition hingestellt, und wurden zum Fundament der weiteren Entwicklung gemacht; aber es fehlte der bündige scharfe mathematische Beweis. Hier setzte mit Nachdruck die WEIERSTRASSsche Kritik ein. Bei dem ungeheueren Einfluß, den WEIERSTRASS auf seine Zeit hatte, war es nur natürlich, wenn die RIEMANNsche Gedankenrichtung bei manchen Kreisen in Verruf kam und die jungen Kräfte fast ausnahmslos sich von ihm abwandten.

Es ist nun KLEINS erstes Verdienst, daß er die bei RIEMANN unsichtbar, ja vielleicht unbewußt zugrunde liegenden physikalischen Vorstellungen aus sich heraus erfaßte und souverän handhaben und weiterführen lernte. Er zog sie aus dem Dunkel hervor und hatte den Mut, sie bei seinen Veröffentlichungen geradezu zum Leitgedanken zu machen. So schuf er etwas, was man gelegentlich nicht als mathematische Physik, sondern als physikalische Mathematik bezeichnet hat. KLEIN erzeugt sich seine Funktionen, indem er ein Stück der Ebene oder einer beliebigen Fläche mit einer leitenden Schicht bedeckt denkt und an einzelnen Stellen Pole elektrischer Batterien aufsetzt, bzw. andere elektromotorische Kräfte anbringt. Der Strömungszustand, der sich einstellt, repräsentiert dann eine ganz bestimmte Funktion eines komplexen Argumentes. Alle Existenztheoreme, der berühmte RIEMANNsche Abbildungssatz, die Theorie der ABELschen Integrale und weiteres mehr wird von diesem auch für die Anwendungen so überaus wichtigem Gesichtspunkt aus unmittelbar verständlich und durchsichtig; alles tritt in einen zwangsläufigen Zusammenhang zueinander. Ebenso einfach und zwangsläufig ergibt sich für KLEIN die Ausgestaltung des Begriffes der RIEMANNschen Flächen, mit denen RIEMANN den Verlauf der Funktionen im großen in so vollkommener Weise zu erfassen vermocht hat.

Von hier aus zu den automorphen Funktionen ist nur ein Schritt. Schon bei den elliptischen Funktionen und vor allem bei den Modulfunktionen hatte KLEIN, wie seine Vorgänger, erkannt, daß die geometrischen Symmetrieeigenschaften der Gebiete, welche Träger der betrachteten Strömungen sind, sich in ähnlichen Symmetrieeigenschaften der zugehörigen analytischen Funktionen widerspiegeln. Der Ausdruck einer solchen Symmetrie ist aber immer eine Gruppe, und so ist die Brücke zur Gruppentheorie geschlagen. Man braucht nur geometrische Gebiete mit neuen Symmetrieeigenschaften aufzusuchen und die zugehörigen Strömungen oder Funktionen zu betrachten, und hat die großartige Theorie der automorphen Funktionen in den Händen. Indem man systematisch zu jeder Funktion diejenigen zugehörigen RIEMANNschen Flächen baut, welche die vollkommenste krystallartige Symmetrie besitzen, gelangt man schließlich zu der herrlichen Konzeption der KLEINschen Uniformisierungstheoreme, welche die Wechselbeziehungen der gefundenen Einsichten vollständig klar stellen.

Wenn auch die eben geschilderten Gedankengänge nicht in allen Einzelheiten der historischen Entwicklung bei KLEIN entsprechen, so ist doch dieses Schalten und Walten und Bauen mit dem wunderbaren Material Ausdruck seines innersten Wesens. Er nahm die Gedanken und Vorstellungen, die sich ihm darboten, begierig und tatenfroh auf. Seine Grundfrage war nicht: wie beweise ich das? sondern: was tue ich damit?

Daher hat er der großen offenen Frage nach den Beweisen für die RIEMANNschen und dann für seine eigenen Existenztheoreme kein besonderes aktives Interesse zugewandt. Ganz im Unterschied zu dem vollständig anders gearteten H. A. SCHWARZ, der, angeregt durch WEIERSTRASS, als erster die einfachsten der RIEMANNschen Existenzsätze beweisen und die Grundlagen für die spätere Ausdehnung dieser Beweise schaffen konnte.

Im Augenblick des höchsten wissenschaftlichen Erfolges ereilt KLEIN sein tragisches Schicksal. Während er, ermüdet von jahrelanger Überarbeitung und belastet mit den Pflichten seines Amtes, den einsamen Weg zum Gipfel seiner Gedankenwelt schreitet, löst sich aus dem Nebel eine Gestalt, die mit ungebrochener Jugendfrische demselben Ziele zueilt. Es ist HENRY POINCARÉ, sicher einer der genialsten Mathematiker des 19. Jahrhunderts, damals noch ein unbekannter kleiner Gelehrter aus der französischen Provinz, welcher mit unglaublicher Schnelligkeit, zum Teil von KLEIN selbst angeleitet, sich in den RIEMANNschen Gedankenkreis hineindachte. KLEIN vervielfacht seine Anstrengungen. Ein leidenschaftlicher Wille befiehlt ihm, er muß der erste am Ziel sein. Es gelingt; fast gleichzeitig kommen beide an, aber KLEIN hat immerhin einen Vorsprung behalten. Doch während sich POINCARÉ frischen Mutes zu neuen Zielen mit ungeminderter Kraft wendet, bricht KLEIN erschöpft zusammen. Er muß einen unerhörten Preis für die übermenschliche Anstrengung zahlen, eine jahrelange seelische und körperliche Depression lähmt seinen Flug, und wie er selbst sagt, das eigentliche Zentrum seiner wissenschaftlichen Produktivität bleibt für den Rest seines Lebens zerstört, wenn auch die Fülle und Tiefe der späteren wissenschaftlichen Arbeiten gegen diese Auffassung zu zeugen scheint. KLEIN ist 33 Jahre alt, als er diesen Zusammenbruch seiner produktiven Jugendkraft erlebt.

Und nun kommt die wunderbare Wendung. Dieser gebrochene Mann lebt weitere 43 Jahre und entfaltet nach den verschiedensten Seiten als Forscher, Lehrer und Organisator eine beispiellose ständig wachsende Wirksamkeit, bei welcher seine innerste Natur, die des Führers und Menschen der Tat vielleicht überhaupt erst zur vollen Auswirkung gelangt ist.

Er beginnt in der Zeit schwerster Depression, „um eine leichte Arbeit zu haben", mit der Niederschrift seines berühmten Buches über das Ikosaeder, ein Werk, in welchem das Grundthema der endlichen Gruppe durch die Gebiete der Algebra, Funktionentheorie und Geometrie in immer neuen Variationen erklingt. Es beginnt jetzt die Zeit der mehr systematischen breit angelegten Darstellungen unter starker Heranziehung von Hilfskräften. So entstehen in den nächsten Jahrzehnten in der Zusammenarbeit mit FRICKE die großen Werke über Modulfunktionen und automorphe Funktionen und später das Buch von KLEIN und SOMMERFELD über die Theorie des Kreisels, sowie das Buch von POCKELS über die Differentialgleichung der Schwingungen und das von BÔCHER über die Reihenentwicklungen der Potentialtheorie.

Zwei äußere Ereignisse befreiten ihn von den Nachwirkungen der akuten Depression. Zuerst eine Berufung nach Amerika, die zwar nach langem Schwanken abgelehnt wurde, ihn aber mit der Aussicht auf umfassende Wirksamkeit in einem mächtig aufstrebenden Lande an seinem Lebenszentrum, dem Willen zur Tat, packte. Und dann, im Jahre 1886, die Berufung nach Göttingen.

Es war ein Glück für KLEIN und die Wissenschaft, daß hier in Göttingen zunächst H. A. SCHWARZ das Recht des Älteren geltend machte und KLEIN von den Elementarvorlesungen und vielen Kursusvorlesungen ausschloß. So mußte und konnte KLEIN seine ganze Kraft einem höheren Unterrichtsbetriebe in Seminaren und Vorlesungen zuwenden, wie er in seiner Großartigkeit und Wirksamkeit wohl einzig dasteht. In einer Reihe von formvollendeten Vorlesungen über immer neue Themata schüttete er eine unerhörte Fülle der fruchtbarsten Gedanken und reichsten Anregungen über seine Hörer aus. Es gibt wohl keinen Mathematiker der Welt, welcher nicht wenigstens mittelbar durch diese später als Autographien verbreiteten Vorlesungen KLEINS Schüler geworden ist und mächtige Impulse von ihm empfangen hat. Von überall her aus der ganzen Welt strömten ihm jetzt die Hörer zu und trugen dann als Lehrer an Universitäten und Hochschulen seine Gedanken und die von RIEMANN in die Welt hinaus, oft beschenkt mit Ideen, auf denen sie ihre ganze spätere Lebensarbeit errichten konnten. Charakteristisch für diese Vorlesungen und für den KLEINschen Geist überhaupt, ist der hinreißende Schwung von universeller wissenschaftlicher Gesinnung, die sich überall offenbart. Überall werden die großen Zusammenhänge aufgezeigt, überall erscheint die Wissenschaft als ein Organismus, der sich nicht willkürlich zerlegen und unterteilen läßt, wenn er wahrhaft leben soll. So bildeten und bilden diese KLEINschen Vorlesungen ein bitter notwendiges Gegengewicht gegen die Tendenz der Zeit zur Spezialisierung und Verknöcherung der Wissenschaft.

Neben dieser Wirksamkeit, welche von einer Reihe von Publikationen über die verschiedensten Fragen der Mathematik und mathematischen Physik begleitet ist, findet KLEIN noch die Zeit und Kraft, in täglichen stundenlangen intensiven Besprechungen und in Seminaren die wachsende Zahl seiner Spezialschüler zu eigener Produktion anzuleiten, mit königlicher Freudigkeit aus dem Schatze seiner Ideen spendend und immer mit unfehlbarer Sicherheit den Schüler auf den Punkt weisend, welcher dessen Eigenart am besten entsprach.

Als 1892 SCHWARZ nach Berlin geht, und KLEIN in Göttingen freie Hand bekommt, beginnt eine neue Periode seines Schaffens, eine Periode, in welcher die organisatorische Betätigung mehr und mehr in den Vordergrund tritt. Nicht als ob die großartige Wirksamkeit in Vorlesungen und Seminaren aufgehört hätte. Im Gegenteil, der Strom dieser Vorlesungen fließt weiter, gespeist aus dem unerschöpflichen Reservoir, welches in den vergangenen Jahrzehnten gefüllt worden war. Aber den Hauptteil seiner Kräfte verwendet er jetzt, um das große Ziel zu verwirklichen, welches ihm seit seiner Knabenzeit erst unbewußt, dann immer klarer und klarer vorgeschwebt hatte: In breiter Linie die organische Einheit der Wissenschaft herzustellen, dafür zu sorgen, daß das Band zwischen der Mathematik und den Anwendungen in Physik, Technik und anderen Zweigen wieder enger geknüpft würde, die Mathematik von dem Schicksal zu retten, daß sie sich aus dem allgemeinen Kulturzusammenhange löst und zu einer Privatangelegenheit eines engen Kreises mehr oder weniger sonderbarer Spezialisten wird. Das Wort „Organisieren" bedeutet für KLEIN nicht Herrschen um der Macht willen; es war für ihn Symbol einer tiefen Einsicht und Weisheit, der Einsicht in den wahrhaft organischen Zusammenhang der Wissenschaften, der Einsicht in das Wesen geschichtlichen Werdens, mit seiner rätselhaften Mischung von Zufall und Notwendigkeit, dem die Wissenschaft wie alles lebendige Überpersönliche unterworfen ist. „Es wurde mir immer deutlicher, daß durch Vernachlässigung dieser weiten Ausblicke auch die rein wissenschaftliche Forschung selbst leiden müsse, daß sie sich durch Abschluß von der vielseitigen lebendig pulsierenden allgemeinen geistigen Entwicklung wie eine der Sonne entzogene Kellerpflanze zur Verkümmerung verurteile."

Unternehmungen von großem Wurf ergaben sich auf der Linie dieser Bestrebungen. Zunächst wurde der mathematische Unterricht an der Universität in einer für lange Zeit mustergültigen Weise organisiert. KLEIN, der die Gefahren der von ihm betriebenen mehr enzyklopädischen Unterrichtsmethode für die Mehrzahl der Studierenden wohl kannte, sorgte dafür, daß, ohne Rücksicht auf seine eigene Bequemlichkeit, neben ihm Männer berufen wurden, welche nicht die extensive, sondern die intensive Forschungs- undLehrmethode vertraten. KLEIN ging weiter. Er hat die geschichtliche Bedingtheit aller unserer Unterrichtseinrichtungen und die zwingende Notwendigkeit einer organischen Weiterentwicklung klar erkannt. Um diese in geordnete und sachgemäße Bahnen zu lenken, benutzte er die internationale mathematische Unterrichtskommission, ein weitverzweigtes Unternehmen mit dem Ziele, alle mathematischen Unterrichtseinrichtungen der Kulturländer in ihrer historischen Entwicklung zu studieren, von der elementarsten Schule bis zur höchsten Unterrichtsform an den Universitäten. KLEIN war durchaus die Seele des Unternehmens, dessen völliger Abschluß durch den Krieg verhindert wurde. Aber es bleibt KLEINS Verdienst, wenn der mathematische Unterricht an unseren Schulen aus einer gewissen Stagnation zu neuem Leben erwacht ist und wenn die Hochschullehrer sich wieder darauf besinnen, daß sie nicht nur Spezialaufgaben, sondern allgemeine Kulturaufgaben zu erfüllen haben.

Der sieghafte Grundgedanke der KLEINschen Unterrichtsreform ist: Die Mathematik muß auch auf der Schule aus ihrer Isolierung herausgeführt und in lebendigen Zusammenhang mit anderen Interessen gerückt werden. Sie darf nicht bloß formales Bildungsmittel bleiben, sondern sie muß gerade auch denen, deren Lebensweg später in ganz anderer Richtung geht, eine Handhabe bieten zum Verständnis der uns umgebenden Welt, soweit Maß und Zahl in ihr herrschen. Hieraus ergibt sich von selbst die Forderung: Erziehung zum funktionalen Denken, Schärfung des Blickes für die Anwendungen, Überbrückung der Kluft zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik.

Der Zusammenfassung der mathematischen Wissenschaften als solcher diente das Riesenunternehmen der großen mathematischen Enzyklopädie. Hier ist die Leistung von KLEIN, der wiederum durchaus die Seele der Sache war, dem gewöhnlichen Menschen beinahe unfaßbar. Mehr als 100 Mitarbeiter, alles Gelehrte, also Menschen mit Eigenwillen und Eigensinn, oft auch mit einer großen Dosis von Unzuverlässigkeit und Unpünktlichkeit, zu sammeln, zu leiten, anzutreiben und wirklich dieses ungeheuere Sammelwerk in brauchbarer abgerundeter Form endlich nach Jahrzehnten zustande zu bringen, dazu wäre kein anderer fähig gewesen.

Auch die Herausgabe der Werke von GAUSS, dem Manne, dessen Universalität für KLEIN stets das große Vorbild gewesen war, hat KLEINS Tatkraft viel in Anspruch genommen. Wenn er an RIEMANN mit einer beinahe zärtlichen Liebe und Verehrung hing, beugte er sich in schrankenloser, aber kühler Bewunderung vor dem allumfassenden Genius von GAUSS. Dieses Klassikers Wesensart war der seinen „romantischen" fremd. Während GAUSS sorgsam das Gerüst zerstörte, bevor er den geschlossenen Bau seiner Theorien enthüllte, war es KLEINS Lebensbedürfnis, seinen Schülern und jedem, der wollte, die leitenden Ideen rückhaltlos klarzulegen und oft die Ausführung des Baues anderen Händen zu überlassen. So hatte es für KLEIN auch einen eigenen Reiz, den GAUSSschen Bauplänen nachzuspüren und nicht zu ruhen, bis er wußte, wie das Gerüst ausgesehen hat und aufgeführt worden ist. Er hat durch diese Arbeit ganz wesentlich zum wirklichen Verständnis von GAUSS beigetragen und viele seiner Leistungen überhaupt erst in die richtige historische Perspektive gebracht, wenn er auch die Vollendung seines Planes einer wissenschaftlichen Gaußbiographie nicht mehr erlebte.

Für uns in Göttingen aber wohl die wichtigste organisatorische Leistung von KLEIN ist die Verbindung der Wissenschaft mit den Kreisen der Industrie und überhaupt des Wirtschaftslebens, welche KLEIN gegen mannigfache starke Hindernisse in zähem Ringen durchgesetzt hat. Die erste Anregung zu diesen Plänen brachte er aus Amerika mit, wo er im Jahre 1893 als Kommissar des preußischen Kultusministers gewesen war. Er hatte mit offenen Augen die gewaltigen materiellen und ideellen Triebkräfte des Landes erfaßt, ganz im Gegensatz zu manchen Reisenden, welche in ihrem Europäerhochmut nur das Negative sehen wollen. Es war nicht leicht, die Widerstände zu überwinden, welche KLEIN in der Heimat vorfand. Engherzige Kollegen hatten Furcht: die Reinheit der Wissenschaft schien ihnen bedroht, „die leise Musik der Naturgesetze könnte durch die Trompetenklänge der technischen Erfolge gestört werden". Auch von außen kam der Widerstand. Die technischen Hochschulen liefen Sturm gegen die vermeintliche gefährliche Konkurrenz in Göttingen. Das Kultusministerium zögerte. Aber schließlich gelang es doch. Mit den Ingenieuren war Frieden geschlossen, der Widerstand der Kollegen war verstummt. Das preußische Kultusministerium, dessen großzügiger vorurteilsfreier Wirksamkeit die Wissenschaft seit mehr als 100 Jahren so viel zu verdanken hat, trat aus seiner reservierten Haltung heraus. Es wurde damals praktisch von FRIEDRICH ALTHOFF beherrscht, einem Verwaltungsbeamten größten Ausmaßes, der mit schwungvoller Energie KLEINS Pläne aufnahm und bis zuletzt aufs entschiedenste gefördert hat.

Gemeinsam mit dem werbekräftigen Herrn H. v. BÖTTINGER gelang es KLEIN, in der „Göttinger Vereinigung zur Förderung der angewandten Mathematik und Mechanik" einen erlesenen Kreis von Führern des Wirtschaftslebens mit seinen näheren Göttinger Fachkollegen zusammenzubringen; nach und nach wurden in Göttingen neue Institute geschaffen, deren Zweck die Pflege der angewandten Wissenschaft ist, angewandte Mathematik, angewandte Mechanik mit Hydrodynamik und Aerodynamik, angewandte Elektrizität, Geophysik, mathematische Statistik. KLEIN begnügte sich dabei nicht mit einer bloßen Begründung der neuen Institute, sondern er setzte seine volle Kraft ein, um diese Institute und die neugewonnenen Kollegen in engste Wechselbeziehung mit dem übrigen wissenschaftlichen Leben an der Universität zu bringen. So hielt er gemeinsam mit den Vertretern der angewandten Fächer eine Reihe von Seminaren ab, oft über ihm scheinbar ganz fern liegende Themata, aber immer durch die Raschheit seiner Auffassung, den Reichtum seiner Ideen und die Lebendigkeit seines Interesses anregend und anfeuernd. Auf diese Art ist KLEIN für unsere Universität der Begründer und Erhalter ihrer Weltgeltung in den mathematisch-physikalischen Disziplinen geworden und für Deutschland der Pionier des Gedankens, daß die Männer der Wirtschaft mit denen der Wissenschaft bei der Pflege der wissenschaftlichen Aufgaben zusammenwirken müssen. Als nach dem Kriege die Göttinger Vereinigung aufgelöst werden mußte und in die Notgemeinschaft bzw. die HELMHOLTZgesellschaft aufging, da konnte KLEIN ohne Wehmut seine Zustimmung geben. Denn er durfte die neueren größeren und umfassenderen Organisationen als Kinder seines Geistes und als legitime Nachfolger der Göttinger Vereinigung ansehen.

Von den mannigfachen sonstigen organisatorischen Betätigungen erwähne ich nur noch die vorbildliche Leitung der mathematischen Annalen, deren Seele er schon seit seiner Erlanger Zeit war, die intensive Tätigkeit als Mitglied des Preußischen Herrenhauses und die Reorganisation der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften.

Im Jahre 1911 erleidet KLEIN einen neuen Zusammenbruch. Das Maß der Arbeit war zu groß gewesen. Er läßt sich emeritieren, um sich von der anstrengenden bis zuletzt glänzenden Vorlesungstätigkeit zurückzuziehen und sich ganz den organisatorischen Arbeiten zu widmen.

Wieder rüttelt den Tatmenschen ein äußeres Ereignis auf, der Krieg, dessen militärische und politische Entwicklung er mit größtem Interesse verfolgt. Er nimmt die Vorlesungstätigkeit wieder auf, allerdings nur in seiner Wohnung für einen kleinen Kreis auserwählter Kollegen und reifer anderer Zuhörer. Veranlaßt durch den Plan, für ein größeres Sammelwerk eine Gesamtdarstellung der Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert zu schreiben, trägt er in den ersten Kriegsjahren fortlaufend über ausgewählte geschichtliche Fragen vor. Diese Vorträge, in Schreibmaschinenschrift vielfach verbreitet, sind wie die vollendete süße Frucht der KLEINschen Altersweisheit. Der tiefe historische Sinn, die unvergleichliche Lebendigkeit der Darstellung, die Lebensfülle der aufgezeigten Wechselbeziehungen zwischen der Mathematik und anderen geistigen Strömungen, die unendliche Überlegenheit des Standpunktes, welche aus diesen Vorträgen uns entgegenweht, finden wohl sonst nirgends ihresgleichen in der Geschichtsschreibung einer Wissenschaft.

KLEIN schob die Ausführung dieses groß angelegten Publikationsplanes auf, als im Jahre 1918 seine Freunde eine Gesamtausgabe seiner Abhandlungen anregten und die äußeren Möglichkeiten dafür nach vergeblichen anderweitigen Versuchen trotz der Schwere der Zeit durch den SPRINGERschen Verlag gegeben wurden. Im Jahre 1923 erschien nach fünfjähriger intensiver Arbeit der dritte und letzte Band seiner Ausgabe, die in ihrer Art ein Meisterwerk ist. Es ist kein bloß mechanischer, vielleicht hie und da berichtigter Abdruck der früher erschienenen Arbeiten; sondern jede einzelne Abhandlung ist durch ausführliche Kommentare und Noten in den historischen Rahmen ihrer Entstehung gestellt, und so gibt diese Gesamtausgabe von selbst ein gut Teil der Geschichte der Mathematik der letzten 50 Jahre wieder. Man kann diese drei Bände nicht aus der Hand legen, ohne einen überwältigenden Eindruck von der Fülle und Vielseitigkeit der produktiven wissenschaftlichen Tätigkeit KLEINS mitzunehmen.

Mit der Herausgabe der Abhandlungen fühlte KLEIN sein Lebenswerk vollendet. Der Wunsch, das fertige Werk noch zu sehen, hatte den Lebenswillen in dem gebrochenen Körper aufrechterhalten. Zwar ergriff er sofort neue Aufgaben, die Vorbereitung seiner autographierten Vorlesungen und seiner geschichtlichen Vorträge für den Druck. Aber er tat diese Arbeit in dem Bewußtsein, daß ihre endgültige Ausführung in andere Hände gelegt werden müsse. Bis zuletzt seiner Arbeit treu, ist er sanft und leise kampflos dahingegangen. Sein Leben war wirklich in sich vollendet.

Was war das Geheimnis dieser Persönlichkeit und ihrer Wirkung? Er hat die große Macht über die Menschen besessen, weil er geistige Überlegenheit verband mit einer dienenden Sachlichkeit, weil er nie etwas für sich selbst, stets alles für seine Ziele tat, weil man in der majestätischen Würde seines Wesens nie eine Spur von Eitelkeit und Selbstüberhebung herausfühlen konnte. Es fehlte ihm nicht an echtem Humor, dem Anzeichen wahrer geistiger Freiheit. Aber alles dies wird überstrahlt von dem Zauber seines Wesens, der magnetischen Kraft, mit der er jeden, auch Widerstrebende, zwang, ihm Mitarbeiter zu werden und Gefolgschaft zu leisten.

Sein Leben war erfüllt von der Kraft des Denkens und dem Willen zur Tat, beide beflügelt durch eine geniale Phantasie, welche immer neue und neue Entwürfe gestaltete. Er war ganz der Typus des Weisen und Herrschers, wie ihn PLATO in seinem

Staate gezeichnet hat. In anderen Ländern oder zu anderen Zeiten hätte ihm gewiß eine glänzende Laufbahn als Staatsmann oder Politiker offen gestanden.

Die Leistungen, die er vollbracht hat, sind in ihrer Vielseitigkeit und Fülle fast übermenschlich. Nur durch eiserne Zucht und entsagungsvolle Strenge der Lebensführung konnte KLEIN das erreichen. Jede Minute war der systematischen Arbeit gewidmet, ein musterhafter Ordnungssinn verhütete jeden Zeitverlust. Die Freuden des gewöhnlichen Menschen gönnte KLEIN sich nicht. Seine Spaziergänge und seine vielen Reisen dienten weniger der Erholung als dem Gedankenaustausch mit anderen. Ihm, der einen offenen, empfänglichen Sinn für alles Große und Echte besaß, war es nicht gegeben, beim Genuß der Kunst oder Musik von seiner Arbeit auszuruhen. Auch mag es sein, daß er in den Jahrzehnten der angestrengtesten Arbeit für die Aufrechterhaltung rein menschlicher Beziehungen zu der Menge der Fernerstehenden nicht immer die Kraft aufbringen konnte. Zwar seine nächsten Angehörigen und die große Zahl seiner Schüler verloren nie das Gefühl, daß hinter dieser unerbittlichen naiven Sachlichkeit ein gütiger Mensch stand. Aber mancher, der ihn nur als Organisator kennenlernte, und mit dem er keinen seelischen Kontakt gewann, empfand vielleicht sein Wesen als zu hart und gewaltsam; so hat KLEIN sich manchmal Widerstände und Hemmungen draußen geschaffen, die ihm viel Kräfte verzehrten und welche eine weichere Hand leicht überwunden hätte.

Sein Leben voller Erfolge und Ehren war nicht ohne Tragik. Ich meine nicht die äußere Tragik, die der Krieg über unsere Zeit gebracht hat; wunderbar hat er sich damit abgefunden. Aber viel schwerer wiegt die Tragik, welche in seiner wissenschaftlichen Veranlagung begründet war. Ihm, dem die Kraft der Synthese, der Kombination in einem so außerordentlichen Maße verliehen war, stand nicht in derselben Stärke die andere mathematische Grundkraft zur Verfügung, die zur eindringenden tiefbohrenden Analyse. Sein intuitives Verständnis auch für die ihm fernst liegenden abstraktesten Teile der Mathematik war erstaunlich. Aber der Sinn für die exakte Ausgestaltung im einzelnen und die Versenkung in ein Einzelproblem fehlte ihm. Er war wie ein Flieger, der hoch über die Lande braust, neue Gebiete, herrliche lockende Landschaften entdeckt und übersieht und der doch mit seiner Maschine nicht landen kann, um wirklich Besitz zu ergreifen, zu ackern und zu ernten. KLEIN, dessen Seele stets nach der Berührung mit der Wirklichkeit lechzte, hat diesen tief innerlichen Zwiespalt getragen, vielleicht seiner Tragweite nicht voll bewußt. Aber ich glaube fast, daß hier eine der letzten Ursachen seines entscheidenden Zusammenbruches zu suchen ist. KLEIN hat sicherlich empfunden, daß gerade seine großartigsten wissenschaftlichen Schöpfungen im Grund nur gigantische Entwürfe waren, deren Ausführung er anderen Händen überlassen mußte.

Wenn wir uns auch dieser Grenze von KLEINS Persönlichkeit bewußt werden, so können wir doch nicht dankbar genug für das alles sein, was er uns gewesen ist. Er war eine Künstlernatur, weniger ein Zeichner mit scharf umreißendem Stift, mehr wie ein großer Baumeister oder Plastiker, erfüllt von der Leidenschaft des Handelns, des Gestaltens.

Die letzte Quelle seiner wunderbaren Kraft aber blieb die Liebe und Treue zu der Wissenschaft, auf der er sein Leben aufgebaut hat.

# Zur Physik der Klänge[1]).

## Die stimmhaften Konsonanten.

(Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium Siemensstadt.)

Von FERDINAND TRENDELENBURG, Berlin.

In einer früheren Arbeit[2]) habe ich über die objektive Aufzeichnung von Klängen berichtet, die ich mittels des Kondensatormikrophons nach H. RIEGGER durchführte. Wir konnten eine Reihe von Fragen klären, welche für die Fernmeldetechnik, insbesondere für die klanggetreue Aufnahme, Weiterleitung und Wiedergabe von grundlegender Bedeutung sind. Die weitgehende Auflösung der aufgezeichneten Sprachklänge gestattete uns, auch Schlüsse auf die Entstehung dieser Laute zu ziehen. So erwiesen sich z. B. die gesungenen Vokale als streng periodische akustische Vorgänge, in der Periode des Grundtones, eine Periode war der anderen selbst in ihrer feinsten Struktur identisch. Aus der Periodizität der Vokalbilder ließ sich die Richtigkeit der von HELMHOLTZ aufgestellten Vokaltheorie folgern:

Das Stimmband erzeugt einen Klang, dessen Grundton die musikalisch definierte Tonhöhe ist. Dieser Klang ist reich an Obertönen, die dem Kehlkopf vorgelagerte Mundhöhle greift diejenigen Obertöne verstärkt heraus, welche ihrer eigenen Resonanz am nächsten liegen, und strahlt sie besonders kräftig in die Umgebung ab. Die Tonhöhe der Eigenresonanz der Mundhöhle ist durch diejenige Mundstellung definiert, welche für den betreffenden Vokal charakteristisch ist; so entspricht jedem Vokal ein bestimmter, und in seiner absoluten Höhe fester Tonbereich, der Formant.

Sämtliche Vokalklänge, lassen sich in der eben skizzierten Weise als erzwungene Schwingungen

[1]) Siehe Die Naturwissenschaften 12, 661. 1924.

[2]) Vgl. Wiss. Veröffentl. a. d. Siemens-Konzern III, 2, 1924, S. 43 u. ff. „Objektive Klangaufzeichnung mittels des Kondensatormikrophons". Natw. 12, Heft 33. 1924 „Zur Physik der Klänge".

eines Resonanzsystems (Kehlkopf, Rachen, Mundhöhle), welche von einer einzigen Schallquelle — dem Stimmband — angeregt werden, erklären.

Die Klangaufzeichnung mittels Kondensatormikrophon wurden jetzt auf die stimmhaften Konsonanten ausgedehnt.

Auch für diese Laute gibt es charakteristische und in ihrer absoluten Lage feste Formantgebiete. Die Tonhöhe dieser Bereiche ist durch die Untersuchungen, welche C. STUMPF nach verschiedenen Methoden durchführte, und durch die Arbeiten anderer Forscher im wesentlichen aufgeklärt. Meine eigenen Versuche konnten zu der Frage der Formantlage nur eine neue objektive Bestätigung der Richtigkeit dieser Anschauungen beibringen. Die nach meiner Methode durchgeführten Untersuchungen konnten aber weiterhin zur Klärung eines anderen Gesichtspunktes beitragen:

„Sind die Konsonanten, insbesondere die sog. Halbvokale, von den Vokalen physikalisch prinzipiell unterschieden, oder ist der Unterschied zwischen diesen Lauten rein phonetischer Natur?“

Die letzte Ansicht findet man fast allgemein vertreten. So sagt z. B. P. v. GRÜTZNER:

„Wie schon erwähnt, gibt es Konsonanten mit und ohne Stimme. Unter den stimmhaften, die man, wenn längere Zeit hintereinander in gleicher Stärke ausgesprochen, geradezu als Vokale bezeichnen kann, sind die Laute M und N, man bezeichnet sie aber als Konsonanten, weil sie keine, oder nur äußerst selten Stimmträger sind, sondern die Stimme über sich weg auf die Vokale gleiten lassen (SIEVERS).“

C. STUMPF schreibt z. B. über den Halbvokal L:

„Infolge dieser Eigenschaften nähert sich tatsächlich das stimmhafte L den stimmhaften Vokalen und wird daher am natürlichsten zu diesen gerechnet. Aber aller Wortstreit ist vom Übel, und der Fall zeigt wieder deutlich, daß die Einteilung in Vokale und Konsonanten, wenn auch begrifflich scharf, in Wirklichkeit nur fließend ist.“

Meine Untersuchungen sollen zur Klärung der physikalischen Natur der Konsonanten beitragen. Insbesondere werden wir uns im folgenden mit den Klangbildern der stimmhaften Konsonanten beschäftigen. Wir werden sehen, daß bereits diese Sprachlaute, welche subjektiv den Vokalen sehr nahe stehen, physikalisch von diesen prinzipiell unterschieden sind.

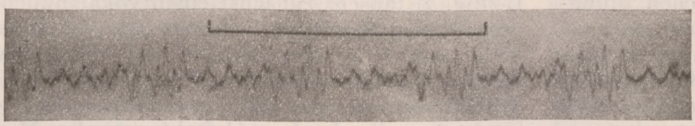
Auf die strenge Periodizität der in der früheren Arbeit gezeigten Klangbilder gesungener Vokale wurde bereits hingewiesen, es sei hier nochmals als ein Beispiel das Klangbild des *A* (Fig. 1) gebracht. Wir konnten einen derartigen Kurvenverlauf leicht mathematisch erfassen, indem wir nach FOURIER ansetzten

$$P = P_0 + \sum_1^n Pn \sin\,(n\omega t + \varphi n) \qquad (1)$$

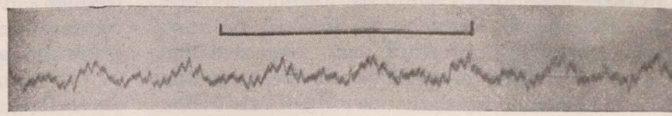
hierbei ist $\omega = 2\pi N$ die Kreisfrequenz des als musikalische Tonhöhe definierten Grundtones.

Die oberflächliche Betrachtung der Klangbilder stimmhafter Konsonanten, z. B. des Konsonanten L (Fig. 2) täuscht zunächst einen vokalähnlichen, periodischen Kurvenverlauf vor. Dies ist ja auch nicht anders zu erwarten, es war oben gesagt, daß der Laut stimmhaft gegeben wurde, der vom Stimmband erzeugte Klang wird also je nach der für den betreffenden Laut charakteristischen Mundstellung resonatorisch beeinflußt, die der Eigenfrequenz der Mundhöhle benachbarten Obertöne werden herausgehoben und verstärkt in die Umgebung abgestrahlt. So könnten wir z. B. Fig. 2 in grober Annäherung durch eine Fourier-Reihe darstellen, bei der die sekundliche Frequenz des Grundtones $266^{-1}$ beträgt, die zweite Oberschwingung mit $532^{-1}$ wäre gleichfalls stark vertreten. Betrachten wir nun aber die feinere Struktur des genannten Bildes genauer, so findet sich, daß diese nicht mehr streng periodisch wiederkehrt, sie liegt unharmonisch zum Grundton. So finden wir z. B. auf Fig. 2 noch eine Schwingung ziemlich hoher Frequenz — die Auszählung ergibt etwa 2500—2600 — vertreten, deren Schwingungszahl *kein* ganzzahliges Vielfaches der Grundfrequenz ist, die kurzen Kräuselungen gehen in der Welle der Grundperiode nicht genau auf. Auch noch höhere Komponenten, bis etwa 4000 $\sec^{-1}$ sind vertreten. Es gelingt uns nicht, diesen Kurvenverlauf mathematisch durch eine Fourier-Reihe darzustellen, deren Grundfrequenz — wie in Gleichung 1 — die musikalisch definierte Tonhöhe des Stimmbandklanges ist. Es ist nicht möglich, die Abweichungen von der strengen Periodizität zu erklären, wenn wir, wie bei den Vokalen, nur eine einzige Schallquelle, das Stimmband annehmen, wir müssen aus den an den Klangbildern stimmhafter Konsonanten auftretenden Erscheinungen schließen, daß zum mindesten noch eine weitere, vom Stimmband unabhängige Schallquelle, welche die vom Grundton unabhängigen Komponenten liefert, vorhanden ist. Die HELMHOLTZsche Resonanztheorie der Entstehung gesungener Vokale genügt nicht zur Erklärung der stimmhaften Konsonanten.

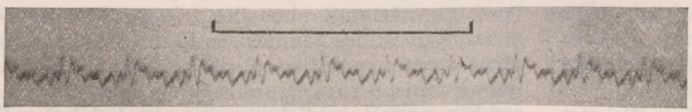
Wie können wir uns nun das Auftreten mehrerer Schallquellen vorstellen? Die erste Schallquelle, das Stimmband, behält bei den stimmhaften Konsonanten dieselbe Funktion wie bei der Bildung der Vokale bei, während nun aber bei den Vokalen der größtmögliche Betrag der Strömungsenergie des aus der Lunge stammenden Luftstromes bereits im Kehlkopf in Schall umgesetzt wird, ist dies bei den Konsonanten nicht der Fall, die Ausnutzung im Kehlkopf ist hier eine geringere, der Luftstrom ist zum Teil noch nicht akustisch wirksam geworden und ist auf seinem Wege nach außen in der Lage, die dort gelegenen Hohlräume in ihre Eigenperiode und unabhängig vom Stimmbandklang anzublasen. Bei der Bildung der Konsonanten wird dem Luftstrom überdies teilweise ein anderer Weg zur Außenluft zugewiesen. Denken wir z. B. gerade an das *L*: „Durch Anlegung der Zunge an die Zähne wird ein Teil der Leitung in die Nase verlegt, (C. STUMPF) oder an das *M*, bei welchem der Mund völlig geschlossen wird und die



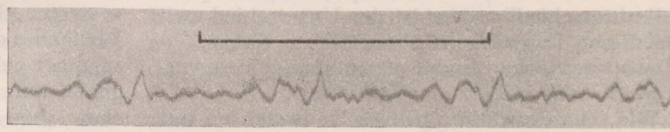
Nr. 1.
*A* 185 s⁻¹.



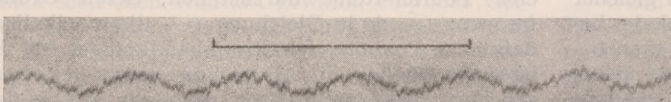
Nr. 2.
*L* 266 $s^{-1}$.



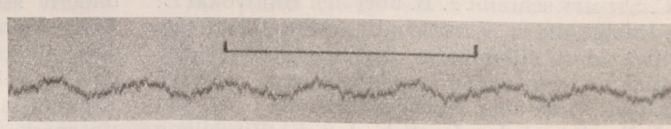
Nr. 3.
*L* 408 $s^{-1}$.



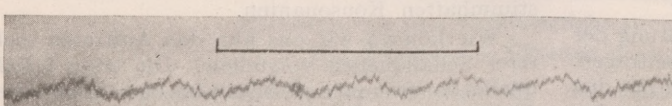
Nr. 4.
*A* mit wilder Luft 161 $s^{-1}$.



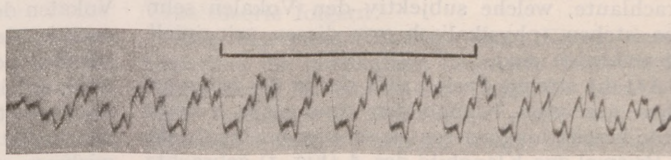
Nr. 5.
*M* 238 $s^{-1}$.



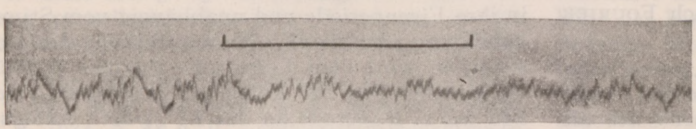
Nr. 6.
*M* 256 $s^{-1}$.



Nr. 7.
*N* 262 $s^{-1}$.



Nr. 8.
*R* linguale 454 $s^{-1}$.



Nr. 9.
*R* uvulare 260 $s^{-1}$.

Bemerkungen: Der zeitliche Anfang aller Klangbilder befindet sich rechts, das Ende links. Über jedem Klangbild ist das Zeitmaß von $^{1}/_{100}$ sec eingetragen, überdies ist die Frequenz des Stimmklanges angegeben.

Luft gezwungen wird, ihren Weg nur durch die Nase zu wählen. Bei den Konsonanten haben die natürlichen Hohlräume des Rachens, des Mundes und der Nase eine doppelte Bedeutung: das eine Mal dienen sie dazu, durch ihre resonatorischen Eigenschaften den aus dem Stimmband stammenden Stimmklang entsprechend der HELMHOLTZschen Resonanztheorie zu formen, das andere Mal treten die als selbständige Schallquellen auf, welche durch Anblasen genau in ihrer Eigenfrequenz betätigt werden. Die Superposition dieser Vorgänge ruft ein so kompliziertes Klangbild hervor, wie wir es in den Oszillogrammen Nr. 2, 5, 6, 7 u. 9 vor uns haben.

Bei einzelnen Versuchspersonen trat die zum Grundton unharmonische Komponente mehr zurück — in Einzelfällen wurden sogar vollkommen vokalähnliche, streng periodische Kurven registriert, stets ging aber auch in solchen Fällen für den subjektiven Beobachter der Konsonanttypus verloren — so wurde z. B. von unbefangenen Beobachtern der Klang eines *L*, welches in der objektiven Aufzeichnung (Fig. 3) streng periodisch erschien, als *Ö* angesprochen. Der Grund zu diesem Effekt liegt offenbar in der Atemtechnik der betreffenden Versuchsperson, es war auch umgekehrt möglich, die im allgemeinen streng periodischen Vokalklänge durch reichliche Beigabe „Wilder Luft" in konsonantenähnliche Gemische verschiedener, voneinander unabhängiger Klangkomponenten zu verwandeln (Fig. 4, *A* mit wilder Luft) die Feinstruktur der beiden in der Mitte des Bildes liegenden Perioden zeigt deutliche Abweichungen von der Periodizität).

Auf Grund der ausgeführten Gedankengänge, können wir es nun versuchen, einen rechnerischen Ausdruck zu finden, der uns mit genügender Annäherung die Darstellung der Konsonantenbilder ermöglicht und einen klar umrissenen physikalischen Unterschied für die Begriffe Konsonant und Vokal bietet.

Wir hatten früher gesehen, daß wir die Vokalklänge als eine Fourier-Reihe darstellen konnten, deren Grundton im akustischen Gebiet liegt, er besitzt die musikalisch definierte Tonhöhe. Eine Periode ist der folgenden auch in ihrer feinsten Struktur identisch. Einen derartigen Klang wollen wir hier als einen rein periodischen Klang bezeichnen, wir können nun Aussagen:

„Die stimmhaften Vokale sind rein periodische Klänge."

Zur theoretischen Deutung der Konsonantenbilder hatten wir neben der Stimmbandschallquelle noch weitere Schallquellen, welche durch Anblasen betätigt werden, annehmen müssen, ganz analog werden wir nun bei dem rechnerischen Ansatz dieser Klänge vorgehen können, indem wir neben der vom Stimmband herrührenden Grundschwingung noch eine Reihe weiterer von dieser unabhängiger Grundschwingungen annehmen, und daher schreiben:

$$\begin{aligned} P = P_0 &+ \sum_1^n Pn \sin(n\omega_1 t + \varphi n) \\ &+ \sum_1^m Pm \sin(m\omega_2 t + \varphi m) \qquad (2) \\ &+ \sum_1^p Pp \sin(p\omega_3 t + \varphi p) \end{aligned}$$

Hierbei ist $N_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$ die Grundfrequenz des Stimmbandklanges.

Es wird im allgemeinen genügen, für die Frequenzen $N_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}$ und $N_3 = \frac{\omega_3}{2\pi}$ die Grundfrequenzen der durch Anblasen betätigten Schallquellen zu wählen. Doch dürfen wir ihnen nicht generell diese Beschränkung auferlegen. Treten bei der Klangbildung noch weitere Schwingungsvorgänge, beispielsweise mechanischer Natur auf, wie sie z. B. das Vibrieren der Zunge beim *R* linguale darstellt, so werden auch diese irgend einen akustischen Effekt auslösen und so ihren Beitrag zu den einzelnen Fourier-Reihen liefern. Wir wollen den hier analytisch definierten Ausdruck mit dem Wort Klanggemisch bezeichnen wir werden, in der Folge sehen, daß wir sagen können:

„Die stimmhaften Konsonanten sind Klanggemische."

Diese Definition trifft das physikalische Wesen der Konsonanten besser als die Bezeichnung Geräusch, die man vielfach angewendet findet. Unter einem Geräusch versteht man einen akustischen Vorgang, der in seiner Tonhöhe und in seiner Klangfarbe dauernd und ohne jede Gesetzmäßigkeit wechselt. Hierbei kann aber bei dem Klang eines stimmhaften Konsonanten keine Rede sein, dies geht schon aus der Tatsache hervor, daß viele Forscher dazu neigen, Konsonanten und Vokale als physikalisch identisch anzusehen.

Um jedes Mißverständnis auszuschließen, wollen wir hier noch eine klare mathematische Abgrenzung unseres eben definierten Begriffes Klanggemisch gegen den Begriff Geräusch vornehmen.

Für die Definition des Klanggemisches ist die Bedingung notwendig und hinreichend, daß eine endliche Zahl voneinander unabhängiger Grundfrequenzen im akustisch hörbaren Bereich vorhanden ist.

Wir können den Ansatz 2 für das Klanggemisch dadurch in den Ansatz für das Geräusch übergehen lassen, daß wir eine der Grundfrequenzen *N* als so langsam annehmen, daß sich die Grundperiode über die gesamte betrachtete Zeitdauer des akustischen Vorganges erstreckt. daß also diese Zeitdauer nur eine solche Grundperiode enthält. Selbstverständlich wird sich bei der Aufnahme der Sprachklänge, deren Formung durch akustische Gebilde erfolgt, welche aus belebter organischer Materie bestehen, gelegentlich ein Übergreifen der einzelnen Klangformen ergeben, die oben geschilderte Einteilung ist jedoch vorherrschend.

Wir wollen jetzt die Konsonantklänge weiter betrachten. Wie weit für den einzelnen Konsonant-klang der Stimmbandklang und wie weit die zu diesem unharmonischen Teilklänge vorherrschen, hängt von der Klangfarbe des einzelnen ab. Wir hatten bereits gesehen, daß bei Fig. 3 objektiv keine unharmonischen Bestandteile sichtbar sind und hatten auch betont, daß der Klangcharakter dem eines Vokalklanges — in diesem Falle dem eines *Ö* — zum Verwechseln ähnlich wurde. Auch bei den Klangbildern anderer Konsonanten (*M*, *N*, *R*) treten die unharmonischen Bestandteile bei einigen Versuchspersonen ganz oder teilweise zurück. Stets war in solchen Fällen der Konsonantcharakter schlecht betont und teilweise war es nicht möglich, sicher anzugeben, welchen Sprachlaut der betreffende stimmhafte Konsonant repräsentieren sollte[1]). Diese Angabe gelingt nur, wenn die angeblasenen Eigentöne auch im objektiv aufgezeichneten Klangbild gut hervortreten, so daß ohne Zweifel in ihnen das Wesen der Konsonanten liegt. Im Verlauf der Sprache ist es selbstverständlich viel leichter, den Laut zu identifizieren, da dann beim Konsonanten noch Übergangserscheinungen (z. B. Differenzierung im Ansatz zwischen *M* und *N*) auftreten, die gerade für den betreffenden Laut charakteristisch sind.

Die Laute *M* und *N* sind in den Klangbildern Nr. 5—7 dargestellt, sie zeigen ebenfalls die Unregelmäßigkeit der Feinstruktur die wir als den Typus des Konsonantenklanges bezeichnet hatten.

Hatte für die Deutung der Klangbilder der Sprachlaute *M* und *N* die Annahme ausgereicht, daß neben der durch das Stimmband gebildeten Schallquelle noch weitere Schallquellen vorhanden sind, welche vom austretenden Luftstrom durch Anblasen betätigt werden, so tritt für den Sprachlaut *R* ein neues Moment hinzu, die mechanischen Schwingungen der Zunge (*R* linguale) bzw. des Zäpfchens (*R* uvulare) unterbrechen periodisch in einer ziemlich langsamen Frequenz (ca. 20 bis 40 $\sec^{-1}$) den austretenden Luftstrom. Auf diese Weise kommt es zu einer kräftigen Modulation der Amplitude der vom Stimmband ausgehenden akustischen Wellen, auch werden diese genannten mechanischen Schwingungen akustische Wellen der gleichen Schwingungszahl auslösen. Im übrigen behalten alle natürlichen Hohlräume ihre Funktionen als Resonanzgebilde und als selbständige, durch Anblasen betätigte Schallquellen bei, wie wir dies bereits bei den anderen, bisher behandelten Konsonanten gefunden haben.

Wir wollen nun das besonders übersichtliche *R*-Klangbild Nr. 8 betrachten. Sehen wir zunächst von der feineren Struktur ab, so läßt sich der Kurvenzug angenähert als eine einwellige Sinuskurve deuten, welche in ihrer Amplitude moduliert ist.

[1]) Die Frage, ob vielleicht bei gesanglicher Schulung zu Gunsten der ästhetischen Wirkung der stimmhafte Konsonent den rein periodischen Vokalklängen genähert wird, ist in meinen Untersuchungen zunächst noch nicht behandelt worden.

Wir können eine solche Funktion leicht mathematisch darstellen, indem wir schreiben:

$$P = P_0 + P_1 \sin \Omega t \sin \omega t \tag{3}$$

Hierbei ist: $N = \frac{\omega}{2\pi}$ die Frequenz des Stimmbandklanges (für das betrachtete Bild Nr. 8 454 $\sec^{-1}$) und $N = \frac{\Omega}{2\pi}$ die Frequenz der mechanischen Schwingungen der Zunge (für unser Beispiel etwa 30 $\sec^{-1}$).

Der oben stehende Ansatz wird uns ohne weiteres einen Aufschluß liefern, ob wir das *R* zu den rein periodischen Klängen oder zu den Klanggemischen zu rechnen haben, selbst wenn das Klangbild äußerlich so regelmäßig erscheint wie das von uns betrachtete Beispiel.

Nach einer bekannten Beziehung ist der Ausdruck *P* identisch mit:

$$P = P_0 + \frac{P_1}{2}\left[\cos(\omega - \Omega)\,t - \cos(\omega + \Omega)\,t\right] \tag{4}$$

Dieser Ausdruck fällt aber unter die auf S. 775 aufgestellte Definition des Begriffes Klanggemisch.

Die eben angestellte Überlegung beweist, daß wir die *R*-Laute physikalisch zu den Konsonanten zu rechnen haben, selbst wenn wir von der Beschaffenheit der feineren Struktur völlig absehen, es treten ja infolge der Amplitudenmodulation in unserem erweiterten Fourier-Ansatz zwei voneinander unabhängige Teiltöne auf, deren Frequenz sich um den Betrag $2\,\Omega$ unterscheidet.

Die Regelmäßigkeit des Klangbildes 8 bildet übrigens eine Ausnahme, meistens, und zwar gerade für die sprachlich besonders gut charakterisierten *R*-Laute ist die feinere Struktur zum Stimmbandklang unharmonisch (Fig. 9).

Zu den Frequenzen $\omega + \Omega$ und $\omega - \Omega$ treten also noch weitere Frequenzen hinzu, die durch Anblasen entstanden sind. Auch die mechanischen Schwingungen der Frequenz $\Omega$ werden von akustischen Schwingungen der gleichen Frequenz begleitet.

Um einen angenäherten Überblick über die Lage der Formantgebiete zu erhalten, führte ich eine Reihe von Fourier-Analysen rechnerisch durch. Es ist nach dem Gesagten ohne weiteres klar, daß man auf diese Weise die wirklich vorhandenen Teiltöne nicht finden kann, wohl aber liefert die Fourier-Analyse die den betreffenden Tönen zunächst liegenden harmonischen Obertöne, so daß man einen überschlägigen Eindruck von der Intensitätsverteilung im Klangspektrum des betreffenden Klanges erhält. Die Ergebnisse dieser Fourier-Analysen sind an anderer Stelle[1]) ausführlich diskutiert, hier sei nur bemerkt, daß sie sich vorzüglich mit den Ergebnissen decken, welche C. STUMPF nach verschiedenen anderen Methoden über die Intensitätsverteilung der Konsonantklänge gewonnen hat.

[1]) Wissenschaftl. Veröffentl. a. d. Siemens-Konzern IV, 1, S. 1 u. ff. „Objektive Klangaufzeichnung."

# Die Bewegungslehre bei Newton, Leibniz und Huyghens.

(HANS REICHENBACH, Kantstudien 29, S. 416. 1924.) So wenig die historische Betrachtung am Platze ist, wenn es gilt, sachlich neue Probleme zu lösen, so sehr muß es gerechtfertigt erscheinen, wenn man vom Standpunkt der erreichten Lösung rückwärts blickt zu denen, die schon in früheren Zeiten einen Schritt in der gleichen Richtung taten. Nachdem wir in unseren Tagen eine bewegte Diskussion um die Relativitätstheorie erleben mußten, die daraus entsprang, daß die endlich gefundene Lösung des Raum-Zeit-Problems von den Schichten der Forscher und Laien je nach ihrem Vermögen assimiliert wurde, muß es deshalb von Interesse sein, einen Rückblick auf eine Zeit zu werfen, in der schon einmal eine Diskussion über die Relativität der Bewegung stattfand. Es ist die Zeit der Diskussionen eines NEWTON, LEIBNIZ und HUYGHENS, in der diese Frage die Öffentlichkeit in ähnlichem Maße aufrührte wie in unseren Tagen; und gerade weil wir heute die wirkliche Lösung dank EINSTEINS großer Entdeckung kennen, dürfen wir besondere Aufklärung erhoffen, wenn wir mit unserer an der Lösung orientierten Kritik an die historische Betrachtung herangehen. Der Verfasser des vorliegenden Aufsatzes fühlt sich zu einer solchen historischen Untersuchung noch ganz besonders verpflichtet, als er durch seine philosophische Weiterführung der Relativitätstheorie zu einer Theorie der Zeit und des Raumes gekommen ist, die, ohne daß er davon wußte, von LEIBNIZ bereits geahnt, ja in den ersten und wichtigsten Schritten bereits begonnen wurde.

Über die Raum-Zeit-Lehre des ersten der genannten Forscher, NEWTONS, braucht hier nicht viel gesagt zu werden. Sie ist dem Physiker hinreichend bekannt, aus der klassischen Physik selbst und aus der scharfen Kritik, die ihr MACH in seiner Mechanik zuteil werden ließ. Von MACH stammt ja auch das letzte und entscheidende Gegenargument gegen die NEWTONsche Absoluttheorie: daß die Zentrifugalkraft nicht notwendig als Trägheitswirkung gedeutet werden muß, sondern auch als dynamische Gravitationswirkung der rotierenden Fixsterne zu deuten ist, wenn man den rotierenden Körper als den ruhenden auffassen will. Dieses Argument haben NEWTONS zeitgenössische Gegner noch nicht gekannt, und man muß deshalb zugeben, daß sie NEWTON noch nicht widerlegt haben, obgleich sie die heute als richtig bewiesene Auffassung vertraten. Aber in der Art, wie LEIBNIZ und HUYGHENS diese Auffassung vertraten, wie sie sie verteidigten, zeigt sich zugleich ein solcher mathematischer Scharfsinn und ein solcher philosophischer Tiefblick, daß es eine Pflicht der Gerechtigkeit ist, auf diese ersten Relativitätstheoretiker hinzuweisen, deren Schriften heute viel weniger bekannt sind als die ihres großen Gegners.

Für LEIBNIZ ist die Raum-Zeit-Lehre nicht ein gesondertes physikalisches Problem, sondern sie bedeutet für ihn nur die Anwendung seiner allgemein philosophischen Grundsätze. Er ist, seiner Wesenseinstellung nach, *Erkenntnistheoretiker*, und alles was er für die Mathematik und Physik geleistet hat, die Erfindung der Infinitesimalrechnung sowohl wie die Einführung des Energiebegriffes in die Mechanik, muß aus dieser Tendenz heraus verstanden werden. So ist ihm das Raum-Zeit-Problem unmittelbar mit dem Realitätsproblem verknüpft. Was ist der reale Träger der Raum-Zeit-Ordnung? Es sind die Dinge und ihre Zustände; erst auf Grund gewisser Beziehungen zwischen ihnen konstruieren wir das *Ordnungsschema* von Zeit und Raum. Die *Kausalität* ist diejenige reale Beziehung, welche zur Ordnung der Zeit führt. Stehen zwei dingliche Zustände in dem Verhältnis von Ursache und Wirkung, so wird der eine als zeitlich vorangehend, der andere als zeitlich folgend *definiert. Die Zeitfolge ist also die Ordnung der kausalen Abläufe;* die Kausalität ist das logisch primäre, die Zeit das Sekundäre. *Erkannt* wird der kausale Zusammenhang, die Zeitordnung wird nur *definiert.* Neben der Zeitfolge-Beziehung gibt es noch die Gleichzeitigkeitsbeziehung. Sie ist zwischen solchen dinglichen Zuständen anzusetzen, die nicht im Ursach-Wirkungs-Verhältnis stehen. Allerdings bemerkt LEIBNIZ bereits, daß dies noch keine hinreichende Definition ist. Es tritt noch die Bestimmung hinzu, daß durch einheitliche Festsetzung der Gleichzeitigkeit für alle Ereignisse an keiner Stelle ein Widerspruch zur Zeitfolge als Ordnung der kausalen Abläufe entsteht. Dies meint LEIBNIZ zweifellos mit der im folgenden Zitat enthaltenen Bemerkung über „die Ereignisse des vergangenen und dieses Jahres" und weiter über die „Verknüpfung der Dinge". Wir setzen die ganze Stelle hierher[1]):

„Gesetzt, es existiert eine Mehrheit dinglicher Zustände, die nichts Gegensätzliches einschließen, so werden sie als *zugleich existierend* bezeichnet. Daher sagen wir nicht, daß die Ereignisse des vergangenen und dieses Jahres gleichzeitig sind, weil sie nämlich entgegengesetzte Zustände eines und desselben Dinges bedingen.

Wenn von Elementen, die nicht zugleich sind, das eine den Grund des anderen einschließt, so wird jenes als vorangehend, dieses als folgend angesehen. Mein früherer Zustand schließt den Grund für das Dasein des späteren ein. Und da, wegen der Verknüpfung aller Dinge, der frühere Zustand in mir auch den früheren Zustand der anderen Dinge in sich schließt, so enthält er auch den Grund für den späteren der anderen Dinge und ist somit früher als sie. Alles was existiert, existiert deshalb gleichzeitig oder voreinander oder nacheinander.

Die Zeit ist die Ordnung des nicht zugleich Existierenden. Sie ist somit die allgemeine Ordnung der Veränderungen, in der nämlich nicht auf die bestimmte Art der Veränderungen gesehen wird."

Diese Stelle darf wohl als eine so tiefe Einsicht in das Wesen der Zeit angesehen werden, wie sie in der ganzen klassischen Periode von DESCARTES bis KANT nicht wieder erreicht wurde. Auch die KANTsche Zeitlehre (wie sie etwa in der zweiten Analogie der Erfahrung formuliert ist), reicht an die LEIBNIZsche Erkenntnis nicht heran. Der unglücklichen KANTschen Bestimmung der Zeit als anschaulicher Bedingung der Kausalität ist die LEIBNIZsche Formulierung als des allgemeinen Ordnungsschemas der Kausalreihen überlegen. Dies tritt allerdings erst vom Standpunkt einer auf Axiomatik begründeten Erkenntnistheorie klar zutage; es sei deshalb auf die „Axiomatik der relativistischen Raum-Zeit-Lehre"[2]) des Verfassers verwiesen.

Die Erklärung des Raumes gewinnt LEIBNIZ im Anschluß an die Erklärung der Zeit. Da es viele Dinge gibt, die gleichzeitig da sind, so muß es noch ein weiteres

---

[1]) Metaphysische Anfangsgründe der Mathematik, CASSIRERsche Ausgabe (Philosophische Bibliothek), S. 53. Wir zitieren hier LEIBNIZ stets nach dieser Ausgabe, die übrigens auch Auszüge aus seinem Briefwechsel mit HUYGHENS enthält.

[2]) VIEWEG 1924.

Ordnungsschema geben, das innerhalb des gleichzeitig Existierenden die Ordnung herstellt. Dies ist der Raum. „Der Raum ist die Ordnung des Koexistierenden, oder die Ordnung der Existenz für alles, was zugleich ist.“

Es folgt sodann der sehr wichtige Versuch, die *topologische* Ordnung von Raum und Zeit zu definieren. Hier fehlen LEIBNIZ freilich alle die logischen Mittel, welche die moderne Axiomatik zur Verfügung hat; um so bewundernswerter ist die Kühnheit eines solchen Versuchs. Bemerkenswert an dem ganzen Aufbau dieser Raum-Zeit-Lehre ist aber, daß LEIBNIZ mit der Ordnung der Zeit beginnt und erst nach Gewinnung der Gleichzeitigkeit zum Raum fortschreitet, ein Weg, der sich ebenso heute für die Axiomatik als fruchtbar erwiesen hat.

Bekannter als die geschilderte Darstellung ist LEIBNIZ' Briefwechsel mit CLARKE, der schon im 18. Jahrhundert viel gelesen wurde. Der Theologe CLARKE tritt hier als Verteidiger der NEWTONschen Auffassung auf. Wir dürfen seine Verteidigung jedoch in gewissem Sinne als authentisch ansehen, weil er seine Antworten an LEIBNIZ mit NEWTONS Unterstützung ausgearbeitet hat. Der Briefwechsel liest sich ähnlich wie eine moderne Diskussion über Relativitätstheorie; der Relativist sucht vergeblich einen Gegner zu überzeugen, der so in der absolutistischen Vorstellung befangen ist, daß er gar nicht merkt, wie sehr seine Argumente die Lehre voraussetzen, die sie erst beweisen wollen, und wie die vermeintlichen Widersprüche, die er dem Relativisten nachweisen will, eben nur auf einer ständigen Unterschiebung der absolutistischen Auffassung beruhen. Als Beispiel einer solchen petitio principii sei hier nur der Einwand CLARKES genannt, daß eine Verschiebung des ganzen Planetensystems im leeren Weltraum für LEIBNIZ keine Ortsveränderung bedeuten würde, wenn er nur relative Bewegungen zuläßt — in der Tat würde sie das nicht, aber das ist ein Widerspruch auch nur dann, wenn man den absoluten Raum schon vorausgesetzt hat.

LEIBNIZ entwickelt in diesem Briefwechsel seine Raumlehre in mehr populärer Form. Der wichtigste Gedanke ist dabei, daß der „Ort“ im Raum nur definiert ist durch seine Beziehung auf Körper; der Raum als Ganzes ist nicht ein darüber gestülpter hohler Kasten, sondern der Inbegriff aller Ordnungsregeln der materiellen Gebilde. Außerordentlich aufklärend wirkt in diesem Zusammenhang LEIBNIZ' Beispiel der Genealogie. In einem genealogischen Stammbaum hat auch jedes Individuum seine Stelle; aber hier denkt niemand an eine Verabsolutierung dieses Begriffes, sondern es leuchtet unmittelbar ein, daß „Stelle“ nur der Inbegriff aller Lagebeziehungen zu den anderen Individuen ist. Und wir dürfen das LEIBNIZsche Beispiel, auf dem Standpunkt unseres heutigen Wissens, erkenntnistheoretisch noch weiter führen: es beleuchtet zugleich die Frage von Idealität oder Realität des Raumes. Eine genealogische Ordnung ist kein reales Ding, so wie die Individuen, die geordnet werden; aber sie beschreibt dennoch etwas Objektives (z. B. enthält sie in ihrer Struktur das Gesetz, daß jedes Individuum 2 Eltern hat). Ebenso ist der Raum selbst kein reales Ding, aber auch er beschreibt etwas Objektives; wie wir heute wissen, sind die Ordnungsgesetze der Lichtstrahlen und starren Körper dieser objektive Gehalt.

Durch diese philosophische Auffassung des Raumes ist seine Bewegungslehre bestimmt. So wie nach seinem Prinzip der Identität des Ununterscheidbaren der Ort nur durch eine Beziehung auf Körper definiert ist, so ist auch die Bewegung nur etwas Relatives; ob ein System $A$ in Ruhe ist und ein System $B$ in Bewegung, ist von dem umgekehrten Fall an den Phänomenen nicht unterscheidbar und darum nur ein Scheinunterschied. Diese Relativität muß auch dynamisch gelten. Das tritt noch deutlicher in LEIBNIZ' Briefwechsel mit HUYGHENS hervor, der einige sehr treffende Formulierungen enthält. Der Begriff der „Äquivalenz der Hypothesen“ spielt hier eine große Rolle; er wird später in seiner Dynamik zur Formulierung von Lehrsätzen verwandt, welche ausdrücklich auch die rotierende Bewegung einschließen.

Hier allerdings vermißt man ein ausführlicheres Eingehen. CLARKE hatte zur Verteidigung der absoluten Bewegung die Zentrifugalkraft herangeholt; eine Antwort von LEIBNIZ auf diese Stelle besitzen wir leider nicht mehr, weil nach diesem Schreiben der Briefwechsel mit LEIBNIZ' Tode abbricht. So können wir die Antwort von LEIBNIZ hier nur konstruieren. Für den Hinweis, in welcher Richtung sich diese Konstruktion bewegen muß, bin ich Herrn DIETRICH MAHNKE[1]), Greifswald, zu großem Dank verpflichtet, der mich neuerdings auf einige wichtige Stellen in LEIBNIZ' mathematischen Schriften aufmerksam machte. LEIBNIZ ist Gegner der NEWTONschen Fernkraft, und für ihn muß die Gravitation sowohl wie die Zentrifugalkraft aus der Bewegung des rotierenden Äthers erklärt werden. Da somit die Zentrifugalkraft aus einer Relativbewegung, nämlich des rotierenden Äthers gegen die Planeten, entsteht, existiert für LEIBNIZ das Problem im NEWTONschen Sinne gar nicht; das Auftreten von Zentrifugalkräften kann er niemals als Beweis einer absoluten Bewegung ansehen, sondern immer nur als Beweis einer Relativbewegung gegen den Äther.

Diese Lösung kann sich freilich nicht mit dem Argument vergleichen, das in viel späterer Zeit MACH der NEWTONschen Theorie entgegengehalten hat. Der Tiefblick MACHS besteht darin, daß er die Zentrifugalkraft je nach der Wahl des Bezugssystems einmal als Trägheit, einmal als dynamische Gravitationswirkung deutet; dies war der erlösende Gedanke, der den Weg zur Theorie einer tensoriellen Kraft, d. h. einer mit dem Bezugssystem zu transformierenden Größe, frei machte. Gerade durch seine Äthertheorie ist LEIBNIZ vor dieser Erkenntnis zurückgehalten; anstatt Gravitation und Trägheit als vom Koordinatensystem abhängige Arten der Aufspaltung einer allgemeinen Grundkraft anzusehen, will er umgekehrt die Gravitation auf die Zentrifugalkraft zurückführen.

Aber noch in einer zweiten Hinsicht ist LEIBNIZ' Lösung unbefriedigend. Denn die Relativität der Bewegung wird von ihm in dynamischer Hinsicht nicht voll festgehalten; er führt einen metaphysischen Begriff der Bewegung ein, nach welchem es doch wieder eine „absolute, wahrhafte Bewegung“ gibt. Bewegung als räumlicher Vorgang ist relativ; aber es muß ein Subjekt der Bewegung geben, in welchem die treibende Kraft wirkt, und dieses Subjekt ist in wahrer Bewegung. Denn sonst, meint LEIBNIZ, wäre die treibende Kraft nichts Reales. Er behauptet entsprechend in einem Brief an HUYGHENS, „daß jedem Körper wirklich ein bestimmter Grad von Bewegung oder, wenn Sie wollen, von Kraft zukommt, trotz der Äquivalenz der Hypothesen.“ Trotzdem er also zugibt, daß die wahre Kraft nicht bestimmbar ist, soll sie existieren. Dies bedeutet einen Widerspruch zu seinem Prinzip der Identität des Ununterscheidbaren; er muß also doch wieder nach einer Möglichkeit suchen, die wahre Kraft auf andere Weise zu erkennen. In seltsamer Weise

[1]) Vgl. auch MAHNKE, LEIBNIZ und GOETHE, Erfurt 1924, Anm. 66.

gehen hier moderne und alte Ansichten durcheinander. Schließlich wird sein metaphysisches System das Bestimmende; sein Begriff der Monade hängt eng mit seiner absolutistischen Fassung des Kraftbegriffes zusammen, und so wird das geschlossene System zu einer Hemmung, welche die konsequente Durchdenkung des Spezialproblems verhindert.

Schon in dem Briefwechsel mit LEIBNIZ hat sich HUYGHENS als der konsequentere Relativist gezeigt, denn er lehnt LEIBNIZ' metaphysischen Bewegungsbegriff ab. In diesem Zusammenhang erklären die beiden einander, daß sie eine relativistische Lösung auch des Rotationsproblems besitzen. Müssen wir diese bei LEIBNIZ indirekt konstruieren, wie es oben skizziert wurde, so sind wir bei HUYGHENS in einer glücklicheren Lage; neuerdings sind in HUYGHENS' Nachlaß in Leiden einige Manuskripte aufgefunden worden, die J. A. SCHOUTEN kürzlich publiziert hat und aus denen HUYGHENS' Auffassung klar zu ersehen ist.

Die HUYGHENSsche Lösung beruht auf dem Gedanken, daß die Teile eines rotierenden Körpers als in Relativbewegung zueinander betrachtet werden müssen. Denn bezogen auf ein nicht rotierendes System, haben sie verschiedene und verschieden gerichtete Geschwindigkeiten, und darum ist die Differenz ihrer Geschwindigkeitsvektoren nicht gleich Null. Darum sei es nicht richtig, meint HUYGHENS, die Teile der rotierenden Kreisscheibe als in relativer Ruhe anzusehen; sie würden ja auch auseinander fliegen, wenn sie nicht durch die starre Verbindung gebunden wären. „Man muß wissen, daß Körper nur dann in Ruhe untereinander sind, wenn sie ihre Stellung untereinander behalten, während sie frei sind, sich getrennt zu bewegen und weder zusammengebunden noch gehalten sind." Der Zusatz über die Unverbundenheit der Körper ist das Neue an der HUYGHENSschen Definition.

Von hier aus findet HUYGHENS die Antwort auf die NEWTONsche Theorie der absoluten Bewegung. Die Zentrifugalkraft beweist nicht die absolute Bewegung, sondern auch nur eine relative Bewegung, nämlich die der Teile gegeneinander im Sinne obiger Ausführungen. „Lange Zeit habe ich gemeint, daß man in der rotierenden Bewegung vermittelst der Zentrifugalkraft ein Kriterium für wirkliche Bewegung hätte. In der Tat ist es für die übrigen Erscheinungen dasselbe, ob irgendeine Scheibe oder ein Rad sich in meiner Nähe dreht, oder ob ich die stillstehende Scheibe umkreise. Aber wird ein Stein auf den Umfang gelegt, so wird dieser ausgeworfen, wenn die Scheibe rotiert, und daher meinte ich damals, daß der Kreis rotiere in keiner Beziehung zu irgendeinem anderen Körper. Dennoch zeigt diese Erscheinung nur, daß die Teile des Rades durch den auf den Umfang ausgeübten Druck in relativer Bewegung zueinander nach verschiedenen Seiten getrieben sind. Es ist also die rotierende Bewegung eine relative der Teile, die nach verschiedenen Seiten getrieben werden, aber zusammengehalten werden durch eine Schnur oder Verbindung."

Es erübrigt sich, den Fehler in HUYGHENS' Schlußweise aufzuzeigen; vom Standpunkt unseres heutigen Wissens ist das natürlich leicht. HUYGHENS kennt, wie LEIBNIZ, den Begriff des Bezugssystems in unserem Sinne nicht; sonst würde er bemerken, daß es ein Bezugssystem gibt, in dem die Relativbewegung der Teile „wegtransformiert" ist, aber gerade die Zentrifugalkraft nicht verschwindet. Wir müssen jedoch, wollen wir diesen älteren Relativisten gerecht werden, der Betrachtung eine andere Wendung geben. Wir dürfen schließen, daß der Weg zu unseren modernen Begriffsbildungen ungeheuer schwierig gewesen sein muß, wenn ein LEIBNIZ und HUYGHENS noch so weit von ihnen entfernt waren. Um so bewundernswerter ist es, wie diese Denker im deutlichen Gefühl für die Notwendigkeit einer Relativitätstheorie der Bewegung nach einer Aufklärung der dynamischen Erscheinungen suchten, und wie sie hier zwar noch nicht die richtige Lösung, aber doch eine *Lösung* fanden. Ist dabei LEIBNIZ der philosophisch tiefer Blickende, so ist ihm HUYGHENS doch insofern noch überlegen, als bei ihm auch der letzte Rest eines metaphysischen Begriffes der Bewegung verschwunden ist. Nachdem die Theorie ihres großen Gegners NEWTON zweihundert Jahre lang geherrscht hat, ist erst für uns die Möglichkeit gegeben, die tiefe Einsicht jener beiden Forscher anzuerkennen.

Autoreferat.

## Besprechungen.

CAMPBELL, NORMAN ROBERT, **La Théorie Électrique Moderne (Théorie Électronique).** 2e Supplément: La Structure de l'Atome. Aus dem Englischen ins Französische übersetzt von A. CORVISY. Paris: J. Hermann 1925. VI, 166 S. 16 × 25 cm. Preis 15 Fr.

Diese Darstellung der Atomtheorie geht nicht darauf aus, durch Zusammentragen eines möglichst umfangreichen Materials und Eingehen auf die Einzelheiten der Theorie das Studium für den Fachmann zu erleichtern, wie es etwa SOMMERFELDS bekanntes Buch anstrebt; vielmehr wendet sich CAMPBELLS Werk an einen weiteren Leserkreis, dem es mehr Anregungen als spezielles Wissen vermitteln will. Dem entspricht der weite Umfang der dargestellten Forschungen, die in 3 gleichwertige Abschnitte eingeteilt sind: 1. Der Kern, 2. die Elektronenhülle, 3. Die Verbindungen der Atome. Überall wird nur der allgemeine Gedankengang der Untersuchungen mitgeteilt; Formeln werden häufig durch Berufung auf frühere Abschnitte des Werkes gewonnen, von dem dieses Büchlein ein Teil ist. Bei dieser Art von Büchern kommt alles darauf an, ob der Ton richtig getroffen ist; der Leser darf keine Langeweile empfinden, sondern muß von Abschnitt zu Abschnitt in Spannung gehalten werden, wie bei einem Roman. Nun, dieses Ziel hat der Verfasser wirklich erreicht; das Buch ist von Anfang bis zum Ende amüsant, voller anregender Bemerkungen und weiter Gesichtspunkte (z. B. die Betrachtungen über die „Kirchenväter" der Physik auf S. 125). Was die Zuverlässigkeit des Mitgeteilten anbetrifft, so ist diese nicht überall ganz auf der Höhe, was bei der Weite des Inhalts auch kaum zu erwarten ist. Das Vorwort trägt das Datum April 1923; dem entspricht der Stand der Forschungen, die Berücksichtigung gefunden haben. Bei der Schnelligkeit des wissenschaftlichen Fortschritts bedeutet das aber, daß viele Ansichten dem fachmännischen Leser heute veraltet erscheinen. Es fehlt sehr vieles; um nur eins zu nennen: Im Abschnitt über Magnetonen (S. 126) kein Wort über die fundamentalen Versuche von STERN und GERLACH! Widerspruch erregen u. a. folgende Stellen: Der auf S. 40 und 41 vorgebrachte Einwand gegen die relativistische Erklärung der Nicht-Additivität der Masse, der auf Mißverständnis beruht. Bei der Besprechung der regulären und irregulären Dubetts (S. 94) vermißt man den von LANDÉ hervorgehobenen Widerspruch zwischen der Bedeutung der Quantenzahlen in der relativistischen Aufspaltungsformel und in der Auswahlregel. Auf den anomalen Zeemaneffekt wird überhaupt nicht eingegangen. Der Verfasser steht auf dem Standpunkte, daß das Versagen der Theorie beim Helium und den höheren Atomen nur in analytischen Schwierigkeiten seinen Grund hat (S. 99 und 106); die neuere Entwicklung hat gezeigt, daß hier viel tiefere Gründe vorliegen. Die auf S. 139, Ende des 2. Abschnitts stehende Bemerkung über die Gitterenergie der Zinkblende ist mißverständlich. Einige Druckfehler, die ich gefunden habe, seien angemerkt: S. 45, Zeile 7 von unten muß es heißen: „rayons $\gamma$" statt „rayons $\alpha$"; S. 76, Zeile 10 von unten: „réguliers" statt „irréguliers"; S. 96, Zeile 22 von oben: 0,627 statt 0,0627; S. 140, Zeile 6 von oben, Formel (26,5): $\frac{d\varphi}{d\Delta}$ statt $\frac{d\Delta}{d\varphi}$.

Nach Aufzählung dieser kleinen Mängel möchte ich als besonderen Vorzug des Buches die Klarheit hervorheben, mit der sichere Resultate von vorläufigen Hypothesen geschieden sind. Besonders schön zeigt sich das bei der rein empirischen Einführung der Quantenzahlen (S. 85). Leider verliert sich diese kritische Einstellung des Verfassers gegen Schluß des Buches; so nehmen die Betrachtungen über nicht-polare chemische Bindungen einen weiteren Raum ein, als der Sicherheit der Schlüsse entspricht. Hier wäre auch zu erwähnen, daß die Rolle, die KOSSEL in der Entwicklung der Vorstellungen vom Wesen der chemischen Bindung gespielt hat, nicht voll gewürdigt wird, sondern die Namen von LEWIS und LANGMUIR vorherrschen. Der Verfasser verwahrt sich allerdings im Vorwort von vornherein gegen Vorwürfe dieser Art; er will nur solche Autoren zitieren, deren Leistung darin besteht, daß sie Ideen (mögen diese auch schon ausgesprochen worden sein) zum erstenmal zur Erklärung von Tatsachen verwandt haben. Ein sehr gesundes Prinzip. Aber es erklärt nicht, warum bei den Kanalstrahlen der Name GOLDSTEIN fehlt, und andere Lücken dieser Art.

Im ganzen kann das Buch zur Einführung in die Gedanken der Atomphysik warm empfohlen werden.

M. BORN, Göttingen.

**HARTING, HANS, Die photographische Optik.** 2. Aufl. Berlin: Union Deutsche Verlagsanstalt 1925. 187 S. und 76 Abbildungen im Text. 16 × 24 cm. (Die 1. Auflage erschien als optisches Hilfsbuch für Photographierende.) Preis geh. 5,60, geb. 7,— Goldmark.

Es ist nicht leicht, ein Buch unter möglichster Schonung der ursprünglichen Anlage und Wahrung der knappen gemeinverständlichen Form neu zu bearbeiten, wenn der Stoff sich quantitativ und qualitativ so unheimlich geändert und vermehrt hat, wie gerade auf dem Gebiete der photographischen Optik. Zu einem bekannten Wissenschaftler aus der praktischen Optik und zu einem Referenten für Optik im Reichspatentamt kann man aber von vornherein das Vertrauen haben, daß er trotzdem die Aufgabe in befriedigender Weise lösen wird. Und in der Tat ist auch der wichtigste Teil des Buches, in dem die photographischen Objektive besprochen werden, so übersichtlich wie möglich gehalten, dadurch, daß es gelungen ist, sich auf die Grundtypen zu beschränken und Nebensächliches und Zufälliges fernzuhalten.

Was den theoretischen Teil betrifft, so hätte ich gewünscht, daß dieser noch elementarer ausgefallen wäre. Das hätte allerdings eine gänzliche Umarbeitung erfordert, die wahrscheinlich aus äußeren Gründen wieder gerade vermieden werden sollte. Das Elementarste, die Lochkamera, noch elementarer, man kann damit eine große Menge von Begriffen erledigen, auch die Bildwölbung. Bei der Theorie ist es sehr häufig so: Ist sie nicht genügend gemeinverständlich gehalten, so liest sie kein Mensch, denn dem Fachmann bringt sie nicht viel Neues, er spart sich das Lesen, und dem Nichtfachmann bleibt sie trotzdem unverständlich. So kommt es, daß solche Teile überschlagen und die in ihnen enthaltenen kleinen Versehen von einer Ausgabe in die andere übernommen werden. Gerade bei der Absicht, gemeinverständlich darzustellen, schleichen sich leicht Irrtümer ein, da ja die gemeinverständliche Darstellung das streng mathematische Gewand ablegen muß. Die Zerstreuungskreise der schiefen Bündel sind ebenfalls Kreise. Die Koma bei den Objektiven oder die Vignette hat die elliptischen Zerstreuungsfiguren einschleichen lassen.

Den Begriff Luftperspektive, den der Verfasser vielleicht absichtlich fortgelassen hat, hätte ich mit hereingenommen, obwohl darüber anscheinend ziemliche Unklarheiten herrschen und obwohl man im Zweifel sein kann, ob ihm überhaupt in der Photographie irgendwelche Bedeutung zukommt.

Das alles sind Kleinigkeiten, die den Wert des Buches in keiner Weise berühren, denn das Schwergewicht liegt in der Übersicht über die Grundtypen der verschiedenen photographischen Objektive. Hier ist kurz und klar die ganze moderne Entwicklung vorgezeichnet, die der Photograph kennen muß. Bei der riesigen Zahl von geschützten photographischen Objektiven eine gute, zusammenfassende und übersichtliche Darstellung zu geben, ist eine derart schwierige Aufgabe, daß sie nur ein Mann lösen kann, dem jedes einzelne Objektiv gründlich vorgestellt worden ist, ein solcher Mann ist eben H. HARTING.

A. SONNEFELD, Jena.

## Mitteilungen aus verschiedenen Gebieten.

**Schlingerdämpfung** (Werft-Reederei-Hafen, 1924, S. 605). Der Schiffbau benutzt die Koppelung zweier schwingender Systeme dazu, die als „Rollen" oder „Schlingern" bezeichnete Seitenbewegung des Schiffes zu dämpfen (Schlingertank von FRAHM). Ein schwimmendes Schiff (1. schwingendes System) verhält sich wie ein Pendel, die Wellen liefern eine periodisch auf das Schiff wirkende Kraft und bringen es zum Schwingen. Gleich dem Pendel hat jedes Schiff eine *Eigen*periode. Erheblich „rollt" es nur dann, wenn die Wogen es annähernd im Takte seiner Eigenperiode treffen — man sagt: wenn *Resonanz* zwischen ihnen und dem Schiffe besteht — der „Schlinger"-Ausschlag wächst dann von Schwingung zu Schwingung. Die Phase der Schiffsschwingungen bleibt aber gegen die der Wogenschwingung um 90° zurück, d. h. das Schiff erreicht seinen größten Ausschlag eine Viertelperiode später, als die Woge in ihrer Vorwärtsbewegung die größte Schräge zum Schiffe erreicht. Hieran knüpft der dem Schlingertank zugrunde liegende Gedanke an: Zur Dämpfung des Schlingerns dient das Wasser (2. schwingendes System) in einem Tank, der im Schiff fest eingebaut ist. Der Tank bildet eine Art kommunizierende Röhre, er besteht aus zwei (an den Seiten des Schiffes angeordneten) senkrechten Behältern und einem ihre unteren Enden verbindenden quer zum Schiff liegenden

Kanal. Das Wasser füllt den Querkanal *H* ganz und die Seitenbehälter *S* etwa halb. Die oberen — nur Luft enthaltenden — Teile der Seitenbehälter verbindet ein (wie diese nur Luft enthaltendes) Rohr. Die Abmessungen des Tanks sind derart berechnet, daß die Schwingungsperiode seines Wassers gleich der Eigenperiode des Schiffes ist. Bringt nämlich die Resonanz zwischen Wellen und Schiff das Schiff zu starkem Rollen, so überträgt sich das Rollen auch auf das Tankwasser. Hierbei bleibt die Phase seiner Schwingung um 90° gegen die der Schiffsschwingung zurück, so daß die Phase zwischen *Wogenimpuls* und *Tankwasserschwingung* um 180° verschoben ist. Das Tankwasser wirkt daher den Wellenimpulsen *genau entgegengesetzt* und verhindert so das Anwachsen der Schlingerausschläge. Ein Ventil in dem oberen Verbindungsrohr gestattet, die hin- und herströmende Luft mehr oder weniger abzudrosseln und hierdurch die Bewegung des Tankwassers dem jeweiligen Seegang anzupassen.

Auf zwei Schiffen der Hamburg-Amerika-Linie („Albert Ballin" und „Deutschland") ist zum ersten Male

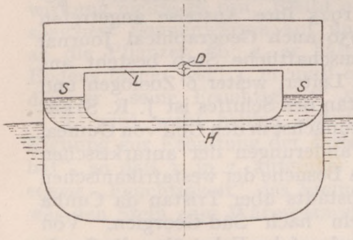



Fig. 1.

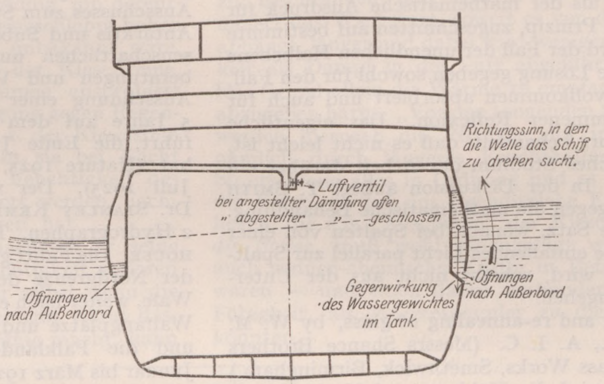



Fig. 2.

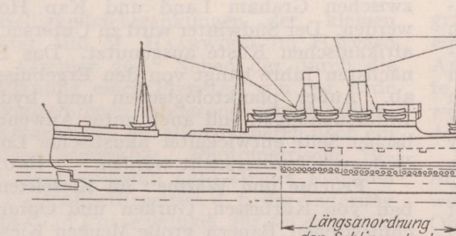



Fig. 3.

in der Handelsmarine die neue Form des Frahmschen Schlingertanks mit Außenbordsöffnungen, wie die Fig. 2 sie wiedergibt, angewendet worden. Die Schlingertanks sind an beiden Seiten auf etwa 30 m in der Längenmitte des Schiffes angeordnet und haben den Querschnitt, welcher dem Unterschied des normalen und des formstabilen Schiffsquerschnittes entspricht (Fig. 1). Die Schlingerzellen stehen durch Öffnungen in der Schiffswand, die im unteren Teil der Zellen angeordnet sind, mit dem Außenwasser in Verbindung und sind etwa zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Die Lufträume in den Zellen sind oberhalb des Wasserspiegels durch einen Querkanal miteinander verbunden, der zur Ausschaltung der Wirkung der Schlingertanks durch ein Ventil abgesperrt werden kann (Fig. 2).

Die durch die Wellen dem Schiffe erteilten Rollbewegungen veranlassen eine auf- und absteigende Bewegung des Wassers in den Seitenbehältern, die durch geeignete Bemessung der Außenbordsöffnungen so beeinflußt wird, daß das Wasser in den Schlingertanks gegenüber den Schiffsbewegungen um eine viertel Schwingung zurückbleibt. Da aber die Schiffsrollbewegungen, wie die Erfahrung lehrt, wiederum den Wellenschwingungen um eine viertel Schwingung nacheilen, wirkt das Tankwasser den Wellenimpulsen direkt entgegen und dämpft dadurch die Rollbewegungen in beträchtlichem Ausmaße.

Die Bemühungen, durch zeitweises Abstellen der Schlingertanks bei kräftigem Seegange Vergleichsmessungen der Schlingerwinkel bei ein- und ausgeschalteten Schlingertanks zu erhalten, scheiterten zunächst daran, daß die Schiffsleitung gerade bei schlechtem Wetter den Passagieren ein stärkeres Schlingern des Schiffes nicht zeigen wollte.

Auf der dritten Rückreise der „Deutschland" von New York nach Hamburg wurden jedoch am 9. Juli 1924 bei sehr hoher achterlicher See, entsprechend einem Nordwestwind von Stärke 8—10, Vergleichsmessungen vorgenommen, nachdem der Betrieb und die Passagiere von dieser Absicht in Kenntnis gesetzt waren.

Ein Ergebnis dieser Messungen ist aus dem beistehenden, von einem selbstschreibenden Kreiselpendelapparat aufgezeichneten Diagramm (Fig. 3) zu ersehen. Es zeigt sich, daß die größten Ausschläge des Schiffes während der halbstündigen Abstellung der Schlingertanks im Maximum etwa 16° nach jeder

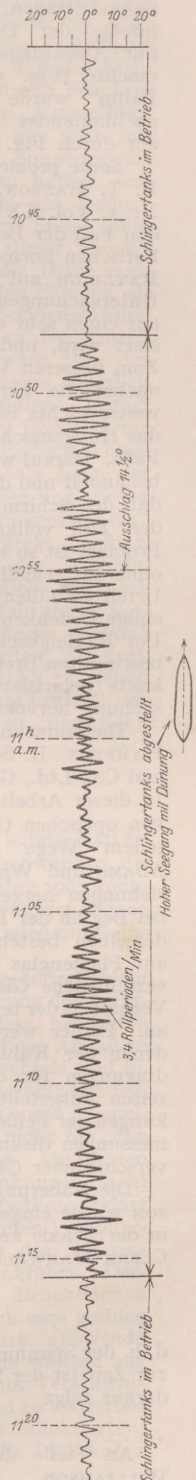



Fig. 4.

Seite betragen, während das Schiff vor- und nachher infolge der Dämpfungswirkung der Schlingertanks nur Ausschläge von höchstens 5° nach jeder Seite machte (Fig. 3). Auf dem Schwesterschiff „Albert Ballin“ wurde am 10. Oktober 1924 bei schwerer nachlaufender See ebenfalls ein Versuch gemacht, der durch Fig. 4 gekennzeichnet ist.

**Some problems in the theory of optical diffraction.** E. T. HANSON, B. A., Transact. of the optical soc. Nr. 1, Vol. XXVI. 1924/25. Der Verfasser behandelt den Fall der Beugung an einem Spalt nach der Kirchhoffschen Formel und gelangt zu dem bereits von Lord RAYLEIGH auf Grund von sehr langen analytischen Untersuchungen gefundenen Ergebnis, daß senkrecht auf einen sehr engen Spalt auftreffendes Licht polarisiert wird, und zwar senkrecht zu den Spaltkanten. Zum besseren Verständnis der Untersuchung wird zunächst die Kirchhoffsche Formel diskutiert, die ja weiter nichts ist als der mathematische Ausdruck für das Huygenssche Prinzip, zugeschnitten auf bestimmte Fälle. Darauf wird der Fall der unendlichen Halbebene behandelt und die Lösung gegeben sowohl für den Fall, daß der Schirm vollkommen absorbiert und auch für den Fall vollkommener Reflexion. Das eigentliche Problem ist so kurz behandelt, daß es nicht leicht ist, ohne ein gründliches Studium der Arbeit darüber ein Urteil zu fällen. In der Diskussion äußert T. SMITH einige Bedenken gegen die mathematische Behandlung. Der Rayleighsche Satz, wonach bei Spalten von einer bestimmten Breite einfallendes Licht parallel zur Spaltkante polarisiert wird, scheint nicht aus der Untersuchung hervorzugehen.

**The annealing and re-annealing of glass,** by W. M. HAMPTON, B. Sc., A. I. C. (Messrs Shance Brothers and Co., Ltd., Glass Works, Smethwick, Birmingham.) In dieser Arbeit wird die Kühlung und Nachkühlung von optischen Gläsern auf Grund der auf experimentellem Wege gefundenen Gesetzmäßigkeiten von ADAMS und WILLIAMSON behandelt. Es werden Beziehungen hergeleitet, die zwischen den Spannungen bei Beginn der Kühlung, während derselben und nach derselben bestehen sollen, und die Formeln werden auf Plattenglas angewendet. Zahlreiche Tabellen für verschiedene Glasarten und Plattengrößen geben das Verhältnis der temporären Spannung zur Restspannung an. Ferner werden die Temperaturen ermittelt, bei denen der Kühlprozeß ausgeführt wird und die Bedingungen für die vollständige Kühlung und Kühlzeiten mitgeteilt. Schließlich werden noch die Wirkungen der Fehler bei den pyrometrischen Temperaturmessungen diskutiert und Tabellen über die Kühlung verschiedener Glasarten gegeben.

Die Näherungsgleichung von ADAMS und WILLIAMSON wurde eingeführt, da die Twymansche Beziehung in der Praxis keine Bestätigung gefunden hatte. Auf CLERK MAXWELLS Vorschlag setzte TWYMAN

$$\frac{ds_t}{dt} = -b\,s_t\,,$$

d. h. der Spannungsabfall oder die Spannungsänderung zur Zeit ist der Spannung zu dieser Zeit proportional, daraus folgt

$$s_t = s_{to} \cdot e^{-bt}\,.$$

An Stelle dieser Gleichung setzten ADAMS und WILLIAMSON

$$\frac{ds_t}{dt} = -\lambda \cdot s_t^2\,.$$

worin $\lambda = 2^{\frac{\Theta - \Theta_0}{d}}$ ist.

Hierin ist $\Theta$ die Temperatur des Glases und $\Theta_0$ der Wert von $\Theta$, für den $\lambda = 1$ ist. $d$ ist das Temperaturintervall, in dem $\lambda$ zum doppelten Betrage anwächst, und $\lambda$ selbst ist die als konstant vorausgesetzte Geschwindigkeit der Spannungsänderung bei einer bestimmten Temperatur.

In der Diskussion wendet sich T. SMITH gegen die Annahme der Adamsschen und Williamsonschen Beziehung und behauptet, sie wäre derart den Tatsachen zuwider, daß es kein Wunder wäre, daß die praktischen Beobachtungen nicht damit in Einklang zu bringen wären. HAMPTON glaubt diese Einwände am Schlusse zurückweisen zu müssen und verteidigt die Formel von ADAMS und WILLIAMSON. A. SONNEFELD.

**Eine englische Expedition in den Südatlantischen Ozean.** Im Jg. 1921, S. 1047—1052 ds. Zeitschr., gab W. BRENNECKE eine ausführliche Darstellung der Ergebnisse eingehender Besprechungen eines englischen Ausschusses zum Studium der mit dem Walfang in der Antarktis und Subantarktis zusammenhängenden wissenschaftlichen und praktischen Fragen. Die Vorberatungen und Voruntersuchungen haben nun zur Aussendung einer wissenschaftlichen Expedition für 5 Jahre auf dem Forschungsschiff „Discovery“ geführt, die Ende Juni 1925 ihre Ausreise angetreten hat (Nature 1925, S. 950 auch Geographical Journal Juli 1925). Der wissenschaftliche Stab besteht aus Dr. STANLEY KEMP als Leiter, weiter 6 Zoologen und 2 Hydrographen. Kapitän des Schiffes ist J. R. STENHOUSE. Die Fahrt geht zunächst in den Golf von Guinea, der Nordgrenze der Wanderungen der antarktischen Wale, weiter nach einem Besuche der westafrikanischen Walfangplätze und Kapstadts über Tristan da Cunha und die Falkland-Inseln nach Süd-Georgien. Von Januar bis März 1926 wird auf der Fahrt über die Sandwich-Inseln nach den Süd-Shetlands und weiter zwischen Graham Land und Kap Horn gearbeitet werden. Der Südwinter wird zu Untersuchungen an der afrikanischen Küste ausgenutzt. Das Programm der nächsten Jahre hängt von den Ergebnissen des ersten ab. Außer planktologischen und hydrographischen Untersuchungen soll auch unter Anwendung von englischer Seite entwickelter akustischer Lotapparate das Bodenrelief untersucht werden. BRUNO SCHULZ.

**„Feuchte und Wärme“ im Kieselstein.** Beim Anbau von Kürbissen, Gurken und Opium bringen die chinesischen Bauern große Mengen Kieselsteine — als eigroß sind die Stücke bezeichnet — aus dem Flußbett auf die Äcker, wodurch ein besseres Wachstum bzw. eine frühere Fruchtreife erzielt werden soll. Dem Chinareisenden Dr. W. FILCHNER gaben die einen Bauern als nähere Ursache an, in den Kieselsteinen speichere sich die Sonnenwärme auf, die dann auch zur Nachtzeit auf die Pflanzen wirke. Andere sagten, die Steine hielten die Feuchtigkeit des Bodens länger fest. *Die Steine werden jedes Jahr erneuert* und die Erklärung lautet hier: „Weil die Steine nach dieser Zeit ihre Feuchtigkeit verloren haben“ (was nur zur einen Lesart zu stimmen, der zweiten zu widersprechen scheint). In einer anderen chinesischen Gegend, wo u. a. Melonenzucht betrieben wird, fand FILCHNER ebenfalls „weite Felder mit Steinen belegt“, aber diesmal wurde als Grund angegeben, die Steine sollten die Pflanzen vor den sengenden Strahlen der Sonne und die Früchte vor den Wassermassen der Wolkenbrüche schützen. FILCHNER hat diese Beobachtungen im Allerlei seiner Reisebeschreibungen nur oberflächlich hingeworfen; er erzählt noch, daß er an Steilhängen und auf Feldern Stollen, darunter auch bereits eingestürzte, von 8 bis 20 m Breite bei einer Tiefe von 2—5 m sah, denen seit Jahrzehnten die eigroßen Kieselsteine entnommen worden waren. Weiter sagt er: „Die in der Umgegend erbauten Früchte gedeihen in der Tat recht gut; die Melonen erreichen die Größe von 50 cm im Durchmesser. Sie haben ein köstliches, rotes Fleisch und sind wegen ihres Wohlgeschmacks viel begehrt.“ Der eigentliche Pflanzboden scheint in allen erwähnten Fällen aus gelbem Löß zu bestehen.

Diese Angaben dürften eine nähere Betrachtung um so mehr verdienen, als der chinesische Landbauer hochintelligent ist und ja auch in der staatlichen Rangklasse (Gelehrter, Bauer, Handwerker, Kaufmann) den zweiten Platz einnimmt. Die Herbeischaffung und alljährliche Erneuerung der Steine stellt eine bedeutende Arbeit dar, die der Bauer nicht umsonst tun wird.

Liegt in den verschiedenen Erklärungen ein eigentlicher Widerspruch? Die landfortschwemmende Wirkung starken Regens wird von *jeder* Art Steine gemindert, das wäre also eine zufällige Nebenwirkung, um derentwillen sogar mancher die Steine herbeigeschleppt haben könnte, dem der Hauptgrund dafür unbekannt wäre. Dagegen die alljährige *Erneuerung* der Kieselsteine. Derartiges pflegt in langen Zeiträumen ausprobiert zu sein und hat mit der Bodenbefestigung gegen Regenwirkung nichts zu tun. Bleibt noch: 1. der Kieselstein speichert Sonnenwärme auf und gibt sie bei Nacht an die Pflanzen ab; 2. er hält die Feuchtigkeit des Bodens länger fest; 3. er muß erneuert werden, nachdem er „seine Feuchtigkeit“ verloren hat.

3. wird wohl heißen sollen: „nachdem er seine Eignung zur Erhaltung der *Boden*feuchtigkeit verloren hat“, so daß 3. in 2. aufginge. Aber selbst wenn die *eigene* „Feuchtigkeit“ des Steines gemeint wäre: das, was den Stein zum Wärmesammler *fähig* macht, kann wohl auch als „Feuchtigkeit“ bezeichnet werden, wobei man etwa an die Terminologie des *Thales von Milet* denken mag, der zeitlich der orientalischen Philosophie am nächsten steht. Dann ergäbe sich, daß der Stein nach einem Jahr mit seiner Fähigkeit, durch Feuchtes Warmes zu binden, fertig, gewissermaßen „ausgeglüht“ wäre. So haben wir es in jedem Fall nur noch mit den Eigenschaften des Kiesels zu tun, Sonnenwärme zu sammeln und den Boden feucht zu halten, und diese beiden Dinge könnten sich sehr gut reimen. Bei starkem Sonnenschein nimmt der Stein mehr Wärme in sich auf als der lose Grund, dieser braucht somit weniger Wasser zu verdunsten; die Hitze sammelt sich statt im ganzen Boden an den Steinen als an verteilten Punkten, und wenn die Sonnenwirkung aufhört, geben die Steine ihre Wärme an den ganzen Boden ab. Ihre Wirkung im ganzen wäre also, das Zuviel der gegebenen Menge Sonnenwärme räumlich zu beschränken und zeitlich zu verteilen. Derart dauert das Wachstum, soweit es von der Bodenwärme abhängt, länger und dabei wird weniger Bodenfeuchtigkeit als Dampf in die Luft abgeführt, als wenn der lose Grund allein die Wärme zu empfangen und wieder abzugeben hätte. „Vor den sengenden Sonnenstrahlen“ werden hiernach die Pflanzen nur indirekt behütet, nämlich durch längeres Feuchthalten der Wurzeln. So erschiene alles in Ordnung und es bliebe nur noch die Frage, ob bei uns irgendwelche Erfahrungen vorliegen, die das „Ausglühen“ der Kieselsteine — *durch die Sonne*, muß wohl hinzugefügt werden, da evtl. auch sonnen-chemische Kräfte in Betracht zu ziehen wären — und einen damit verbundenen Fortfall der Fähigkeit, als Wärmesammler zu dienen, bestätigen könnten.

M. I.

---

## Astronomische Mitteilungen.

**Über die Helligkeitsschwankungen der kleinen Planeten** berichtet Miß M. HAARWOOD im Harvard College Observ. Circular 269. Neben der durch die wechselnde Entfernung eines Planeten von der Erde und Sonne hervorgerufenen Änderung seiner scheinbaren Helligkeit macht sich bei allen Planeten noch ein Einfluß der Phase bemerkbar. Photometrische Beobachtungen an einer größeren Zahl kleiner Planeten zeigten, daß die Phasenkoeffizienten, d. h. die Änderung der Helligkeit pro Grad Phasenwinkel, für die einzelnen Planeten verschieden sind. Die bisher gefundenen Werte liegen zwischen $0\overset{\mathrm{m}}{.}016$ und $0\overset{\mathrm{m}}{.}053$.

Einige Planeten zeigen jedoch neben dieser allgemeinen auf die Bahnbewegung zurückzuführenden Änderung der Helligkeit noch einen Lichtwechsel kurzperiodischer Natur, wodurch in ihrem photometrischen Verhalten eine gewisse Ähnlichkeit mit veränderlichen Sternen eintritt. In den meisten Fällen zeigen diese Helligkeitsschwankungen einen gleichförmigen Verlauf, ihre Amplituden übersteigen eine halbe Größenklasse nur wenig, und die Perioden sind im allgemeinen kleiner als ein halber Tag. Bis jetzt ist diese Erscheinung nur bei 13 kleinen Planeten sicher nachgewiesen, obgleich noch 36 andere dieser Veränderlichkeit verdächtig sind.

Besondere Erwähnung unter diesen veränderlichen Planeten verdient der auch in anderer Hinsicht eine Ausnahmestellung einnehmende Planet (433) Eros. Seine Veränderlichkeit wurde am 8. Februar 1901 von E. v. OPPOLZER entdeckt. An diesem Abend änderte sich die Helligkeit in $2^{\mathrm{h}}\,38^{\mathrm{m}}$ um etwa 2 Größenklassen. Am 12. März fand WENDELL eine Änderung um $1\overset{\mathrm{m}}{.}13$, während am 12. April nur $0\overset{\mathrm{m}}{.}4$ und am 6. Mai sogar nur weniger als $0\overset{\mathrm{m}}{.}1$ gefunden werden konnten. Aus photographischen Aufnahmen im Jahre 1903 leitete BAILEY eine Periode von $0\overset{\mathrm{d}}{.}2196$ ab, doch schwankte die Amplitude zwischen $0\overset{\mathrm{m}}{.}5$ und $0\overset{\mathrm{m}}{.}8$. Im Jahre 1907 konnte überhaupt keine Veränderlichkeit wahrgenommen werden, während Aufnahmen von 1919 wiederum eine Amplitude von $1\overset{\mathrm{m}}{.}5$ erkennen ließen.

Für Asteroiden mit nur geringer Veränderlichkeit ist die plausibelste Hypothese zur Erklärung des Lichtwechsels die Rotation einer mit Flecken bedeckten Oberfläche. Für Eros hingegen reicht diese Annahme nicht aus. Zur Erklärung seines Lichtwechsels sind im Laufe der Zeit mehrere Hypothesen aufgestellt worden, von denen die eine der Planeten sogar als enges Doppelsystem annimmt. Sie reichen aber alle nicht hin, den merkwürdigen Lichtwechsel zu erklären. Am besten können die beobachteten Lichtschwankungen wohl noch durch die von BELL aufgestellte Hypothese erklärt werden, die den größten Teil der beobachteten Veränderlichkeit auf quasi-spiegelnde Reflexion des Sonnenlichtes an der Planetenoberfläche zurückführt. Derartige Reflexionen zeigen z. B. die Bruchflächen kristallinischer Gesteine, bei denen durch eine geringe Änderung des Einfallwinkels eine stark glänzende Reflexion erzeugt werden kann, und eine weitere nur kleine Drehung genügt, diese wieder zum Verschwinden zu bringen. Wenige Prozent spiegelnd reflektierten Lichtes unter dem im allgemeinen diffus reflektierten, werden genügen, um die charakteristische Lichtkurve von Eros im Februar 1901 zu erzeugen.

Nach dieser Hypothese brauchen wir Eros nur als einen unregelmäßigen Körper zu betrachten, an dessen Oberfläche das Sonnenlicht in der erwähnten Art reflektiert wird, und der um eine gegen die Bahnebene geneigte Achse rotiert. Von der Lage der Rotationsachse zum Beobachter hängt es dann ab, ob dieser spiegelnde Reflexion wahrnimmt oder nur diffuse. In Anbetracht der großen Bahnexzentrizität und Neigung können so beträchtliche Änderungen der geometrischen Verhältnisse von einer Opposition zur anderen eintreten, daß es vieler Jahre bedarf, ehe die Bedingungen von 1901 wieder zutreffen.

Ausgedehnte photometrische Beobachtungen an recht vielen kleinen Planeten, die sich über möglichst große Phasenwinkel jedes einzelnen erstrecken, sind jedenfalls unerläßlich um Klarheit über die physikalische Beschaffenheit dieser Himmelskörper zu geben.

**Die Helligkeiten von Nebeln, Sternhaufen und Sternen in der großen Magellanischen Wolke** untersuchen SHAPLEY und WILSON im Harvard College Observ. Circular 271. Durch die Vollendung einer zuverlässigen Größenklassensequenz in der Wolke können die absoluten Helligkeiten dieser Objekte in Verbindung mit der kürzlich abgeleiteten Parallaxe $\pi = 0'',000029$, entsprechend einer Entfernung von 34 000 parsecs, bestimmt werden. In einer früheren Notiz (vgl. S. 612) wurde auf den Stern S Doradus hingewiesen, dessen absolute Helligkeit die aller bisher bekannten Sterne übertrifft. Für die anderen Objekte der Wolke ergeben sich folgende Resultate.

In der Wolke sind 32 Sterne vom Spektraltypus O gefunden worden. Ihre absoluten Größen liegen zwischen $-3^m\!.2$ und $-7^m\!.9$. Der Mittelwert $-5^m\!.1$ ist etwas größer als der für die O-Sterne des Sternsystems von PLASKETT und WILSON gefundene, was aber wohl nur darauf zurückzuführen ist, daß nur die hellsten O-Sterne der Wolke beobachtet worden sind.

Miß LEAVITT hat in der Wolke 808 Veränderliche aufgefunden. Ihre Zahl ist durch neuere Beobachtungen noch vermehrt worden. Die meisten davon sind Sterne vom $\delta$ Cephei-Typus, doch sind nur wenige bisher genauer untersucht. Im allgemeinen scheinen späte Spektraltypen, K 5 und M, vorzuherrschen. Die absoluten Größen der hellsten Sterne überschreiten im Maximum $-7^m\!.5$, so daß ihre linearen Durchmesser diejenigen der roten Übergiganten in der Nachbarschaft der Sonne wie $\alpha$ Orionis, $\alpha$ Scorpii und $\alpha$ Herculis weit übertreffen müssen. Wenn diese Sterne normale Cepheiden sind, so sind ihre Perioden wahrscheinlich länger als 50 Tage.

Von 7 kugelförmigen Sternhaufen, die zur Wolke gehören, sind auf speziellen Platten, die mit kurzbrennweitiger Kamera aufgenommen wurden, die Gesamthelligkeiten gemessen worden. Die scheinbaren photographischen Helligkeiten dieser Gebilde liegen zwischen $8^m\!.0$ und $10^m\!.4$. Von 5 typischen Kugelhaufen ist die mittlere absolute visuelle Größe $-9^m\!.1$, während sich für die Kugelhaufen des erweiterten Milchstraßensystems $-8^m\!.8$ ergeben hat. Aus dieser guten Übereinstimmung geht hervor, daß die Kugelhaufen in der Magellanischen Wolke von den gleichen Dimensionen sind, wie die außerhalb der Wolke stehenden übrigen Kugelhaufen.

Von der großen Zahl der in der Wolke vorhandenen offenen Sternhaufen sind die 6 hellsten und dichtesten näher untersucht worden. Ihre mittlere absolute Größe ist $-10^m\!.4$, sie sind also auffallend heller als die Kugelhaufen. Ihre linearen Dimensionen hingegen sind etwa von der gleichen Größenordnung wie die der Kugelhaufen, ca. 13 parsecs.

Neben den erwähnten Objekten enthält die Wolke eine größere Zahl diffuser Nebel und Nebelgruppen. In den Spektren von etwa 20 kommen helle Linien vor. Die absolute Gesamthelligkeit aller dieser Nebel ist außerordentlich groß, sie übertreffen den Orionnebel, dessen absolute Größe etwa $-3^m$ ist, um ca. 2 Größenklassen. Besondere Erwähnung verdient der bei weitem hellste Gasnebel der Wolke, N.G.C. 2070 = 30 Doradus. Seine scheinbare Gesamthelligkeit ist nicht schwächer als $4^m\!.0$, der eine absolute Gesamthelligkeit von $-14^m\!.0$ entspricht, so daß dieser Nebel etwa 10—11 Größenklassen heller ist als der Orionnebel. Zum Vergleich sei erwähnt, daß die scheinbare photographische Helligkeit des Vollmondes nach KING $-11^m\!.4$ ist. Der Durchmesser des inneren Teiles beträgt etwa 20 parsecs, und mit den äußeren Partien beläuft sich der Durchmesser auf ca. 40 parsecs. Stünde der Nebel an der Stelle des Orionnebels, so würde er das ganze Sternbild des Orion überdecken und eine scheinbare Gesamthelligkeit von $-7^m\!.5$ haben. Er würde auf der Erde deutlichen Schattenwurf erzeugen. OTTO KOHL.

**Ein Neuer Stern** wurde von WATSON in Südafrika am 25. Mai im Sternbilde Pictor in der genäherten Position $\alpha = 6^h 35^m$, $\delta = -62° 34'$ aufgefunden. Der Stern ist also in unseren Breiten nicht sichtbar. Über die bisher auf den Sternwarten der Südhalbkugel erhaltenen Beobachtungen werden im Harvard Bulletin 821 nähere Einzelheiten mitgeteilt.

Nach dem angegebenen genäherten Ort ist die Nova identisch mit dem Stern 10. Größe C. P. D. $-62°679$. Miß WOODS hat diesen Stern auf 103 Harvard-Platten aus dem Zeitraum von 1890—1924 erfolglos auf Veränderlichkeit untersucht. Ebensowenig konnte von ihr unter allen Sternen bis hinab zur 13. Größe, die innerhalb eines Quadratgrades von der Nova stehen, ein Veränderlicher gefunden werden. Zum Vergleich sei erwähnt, daß bei der Nova Aquilae von 1918, die vor ihrem Auflodern ebenfalls ein schwaches Sternchen 10. bis 11. Größe war, nachträglich scheinbar unregelmäßige Schwankungen der Helligkeit bis zu etwa einer Größenklasse vor dem Ausbruch haben nachgewiesen werden können.

Die Nova Pictoris weicht stark von dem Verhalten der bisher bekannten Neuen Sterne ab. Während bei diesen die Helligkeit explosionsartig rasch zum Maximum anstieg, verlief bei ihr die Helligkeitszunahme außerordentlich langsam. Bei der Auffindung am 25. Mai war die Nova $2^m\!.4$, am 27. und 28. Mai $2^m\!.3$ resp. $2^m\!.2$, und erst am 9. Juni wurde das Maximum mit $1^m\!.1$ erreicht. Infolge des langsamen Anstieges zum Maximum konnte das spektrale Verhalten dieser Nova besser verfolgt werden, als es bei den früheren möglich war. Am 27. und 28. Mai zeigte der Stern ein dem Typus F entsprechendes Spektrum mit den Absorptionslinien des Wasserstoffs, des Magnesiums und den kräftigen Calciumlinien H und K. Während der Helligkeitszunahme traten Veränderungen im Spektrum ein, die sich besonders bei $H\beta$ stark bemerkbar machten, indem diese Linie abwechselnd als Absorptions- und Emissionslinie erschien, während bei den Calciumlinien nichts Derartiges auftrat. Das charakteristische Novaspektrum mit den breiten nach Rot verschobenen Emissionslinien gelangte nach den Beobachtungen von HARTMANN in La Plata erst am 10. Juni zur vollen Entwicklung. In diesem Verhalten gleicht die Nova Pictoris den bisher erschienenen, bei denen das typische Novaspektrum auch erst mit dem Lichtmaximum zusammen auftrat. OTTO KOHL.

Herausgeber und verantwortlicher Schriftleiter: Dr.-Ing. e. h. DR. ARNOLD BERLINER, Berlin W 9.
Verlag von Julius Springer in Berlin W 9. — Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig.

Verlag von Julius Springer in Berlin W9 / Verantwortlich für den Anzeigenteil C. Lemke, Berlin W / Druck der Spamerschen Buchdruckerei in Leipzig