

24.10.1928

Postverlagsort Leipzig

Das Bucher Elbing

DIE NATURWISSENSCHAFTEN

BEGRÜNDET VON A. BERLINER UND C. THESING

HERAUSGEGEBEN VON
ARNOLD BERLINER

UNTER BESONDERER MITWIRKUNG VON HANS SPEMANN IN FREIBURG I. BR.

ORGAN DER GESELLSCHAFT DEUTSCHER NATURFORSCHER UND ÄRZTE

UND

ORGAN DER KAISER WILHELM-GESELLSCHAFT ZUR FÖRDERUNG DER WISSENSCHAFTEN

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

HEFT 43 (SEITE 797—812)

26. OKTOBER 1928

16. JAHRGANG

INHALT:

Die Nutzbarmachung vulkanischer Kräfte. Von
A. RITTMANN, Neapel 797

Statistik seltener Ereignisse. Von H. POLLACZEK-
GEIRINGER, Berlin 800

BOTANISCHE MITTEILUNGEN: Über einen aus
Baumwollfäden isolierten thermophilen Bacillus.
Über den Käitetod und die Kälteresistenz der
Pflanzen. Zur Waldgeschichte von Ostbelgien.
Über das verschiedenartige Verhalten der unter-

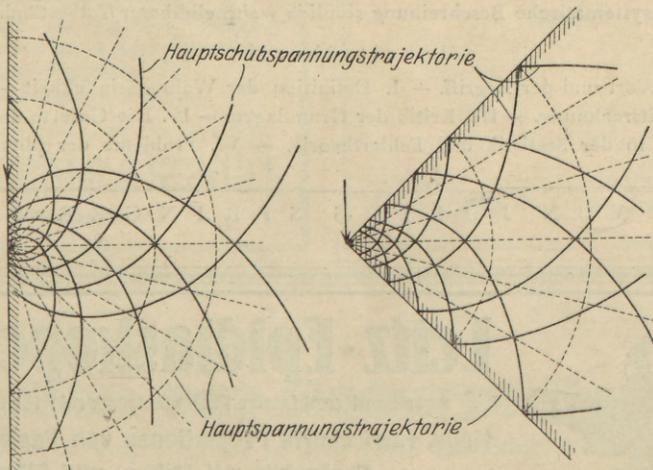
seitigen und oberseitigen Stomata desselben
Blattes. Über Geschlechtschromosomen bei
der Lebermoosgattung Pellia. Über den Ein-
fluß von wachstumsfördernden Substanzen auf
dekapitierte Blütenstiele von Bellis perennis.
Mikrochirurgische Untersuchungen an Hymen-
omyceten. Untersuchungen über Chemodinese
bei Vallioneria. Über Abendschwärmer und
Schwärmerblumen 808

Spannungskurven in rechteckigen und keilförmigen Trägern

Von

Akira Miura

Professor an der Kaiserlichen Universität Kioto



Beispiele für Spannungskurven keilförmiger Träger mit einer Last

Theorie und Versuch über Spannungsverteilung als Scheibenproblem mit besonderer Berücksichtigung der lokalen Störung.

Mit 142 Abbildungen. V, 111 Seiten. 1928. RM 11.—; gebunden RM 12.50

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Naturwiss.

DIE NATURWISSENSCHAFTEN

erscheinen wöchentlich und können im In- und Auslande durch jede Sortimentsbuchhandlung, jede Postanstalt oder den unterzeichneten Verlag bezogen werden. Preis vierteljährlich für das In- und Ausland RM 9.60. Hierzu tritt bei direkter Zustellung durch den Verlag das Porto bzw. beim Bezuge durch die Post die postalische Bestellgebühr. Einzelheft RM 1.— zuzüglich Porto.

Manuskripte, Bücher usw. an

Die Naturwissenschaften, Berlin W 9, Linkstr. 23/24, erbeten.

Preis der Inland-Anzeigen: $\frac{1}{1}$ Seite RM 150.—; Millimeter-Zeile RM 0.35. Für Vorzugsseiten besondere Vereinbarung. — Bei Wiederholungen Nachlaß.

Auslands-Anzeigenpreise werden auf direkte Anfrage mitgeteilt.

Klischee-Rücksendungen erfolgen zu Lasten des Inserenten.

Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin W 9, Linkstr. 23/24

Fernsprecher: Amt Kurfürst 6050—53 und 6326—28
sowie Amt Nollendorf 755—57

Schriften zur wissenschaftlichen Weltauffassung

Herausgegeben von

Philipp Frank

und

Moritz Schlick

o. ö. Professor an der Universität Prag

o. ö. Professor an der Universität Wien

Als erster in der Reihe erschienen soeben

Band 3

Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit

von

Richard von Mises

Professor an der Universität Berlin

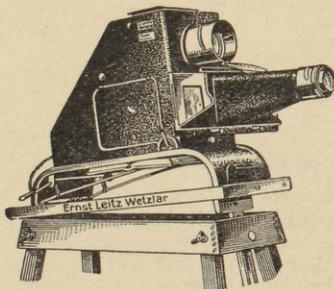
98 Seiten. 1928. Preis: RM 9.60

Das vorliegende Buch stellt die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung als der exakt-naturwissenschaftlichen Theorie der Massenerscheinungen und Wiederholungsvorgänge dar. Der Verfasser hat sich die Aufgabe gestellt, vom Standpunkte des exakten Naturwissenschaftlers aus eine möglichst einfache systematische Beschreibung sinnlich wahrnehmbarer Tatbestände zu geben.

Inhaltsübersicht:

Einleitung: Das Wort und der Begriff. — I. Definition der Wahrscheinlichkeit. — II. Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung. — III. Kritik der Grundlagen. — IV. Die Gesetze der großen Zahlen. — V. Anwendungen in der Statistik und Fehlertheorie. — VI. Probleme der physikalischen Statistik.

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN WIEN I



Epidiaskop Vc
4—8 m Projektionsdistanz

Leitz-Epidiaskope Vc u. Vf

Anerkannt erstklassige Projektionsapparate für Schulen und Vereine

Helle, randscharfe Projektionen von Papier- und Glasbildern

Ergänzbar mit Mikro- und Filmansätzen

Moderne, geschlossene Bauart • Bestkorrigierte Optik

Fordern Sie kostenlos Liste No. 3590

Wir warnen vor minderwertigen Nachahmungen!

Ernst Leitz, optische Werke, Wetzlar

Lieferung durch die Fachgeschäfte

Die Nutzbarmachung vulkanischer Kräfte.

Von A. RITTMANN, Neapel.

(Aus dem Vulkaninstitut I. FRIEDLAENDER.)

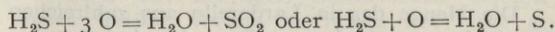
In geringem Maße wurde die vulkanische Wärme schon seit langem im Dienste der Menschen verwendet. Besonders geeignet sind die vulkanischen Dampfquellen oder Fumarolen, die in allen Gebieten tätiger und erlöschender Vulkane häufig vorkommen.

So sah I. FRIEDLAENDER auf Hokkaidō in Japan, daß das Dorf Noboribezu und einige Nachbarorte im Winter durch zugeleitete Fumarolendämpfe geheizt werden. Auf der Insel Ischia bei Neapel legen die Bauern die Tomatensamen in die dort häufigen Fumarolen, bis sie zu keimen anfangen, worauf sie dann der Erde übergeben werden. Weiter ging ein Gärtner, der in der Ebene des erloschenen Agnanokraters mit Hilfe heißer Quellen Gemüse zu einer Jahreszeit großzieht, in der man normalerweise erst ans Setzen geht. In Island werden Schulen und andere öffentliche Gebäude mit Fumarolendämpfen geheizt, und neuerdings ist eine große Gesellschaft gegründet worden, die in gewaltigen, durch vulkanische Wärme gespeisten Treibhäusern Gemüse und andere Nutzpflanzen züchtet.

Eine modernere Art der Ausnützung vulkanischer Wärme ist die Gewinnung von elektrischer Energie aus natürlichem Dampf. Bei vulkanischen Ausbrüchen werden ungeheure Energiemengen frei, welche unbenutzt in die Atmosphäre verpuffen. Die Temperaturen der ausgeschleuderten Dampf- und Gasmassen sind außerordentlich hoch, und der Druck muß ein gewaltiger sein, wenn man bedenkt, daß Steine und Aschen oft Hunderte und Tausende von Metern hoch in die Luft geschleudert werden. Diese explosiven Äußerungen der vulkanischen Kräfte sind so gewaltig, daß an eine technische Ausbeutung derselben nicht gedacht werden kann. Doch auch während der Ruheperioden entströmen unermeßliche Mengen überhitzter Dämpfe den Kratern, die vielleicht teilweise nutzbar gemacht werden könnten, wenn nicht die Unberechenbarkeit der vulkanischen Aktivität jegliche Installationen in den Kratern tätiger Vulkane unmöglich machte, da jederzeit bei einer eintretenden Eruption die ganzen Anlagen zerstört würden.

Anders verhält es sich in den Gebieten erlöschender vulkanischer Tätigkeit, in denen keine Eruptionen mehr zu erwarten sind, aber doch noch große Mengen heißer Dämpfe dem Boden entströmen. Fumarolen fördern in der Hauptsache Wasserdampf, dem allerlei Gase beigemischt sind, unter denen Kohlendioxyd, Schwefelwasserstoff, Schwefeldioxyd, Salzsäure und die atmosphäri-

schen Bestandteile Stickstoff, Sauerstoff und Wasserstoff eine Rolle spielen. Der Wassergehalt beträgt oft bis 99 % der gesamten Gasmenge, kann aber auch bei sehr heißen Fumarolen außerordentlich klein werden, so daß man von „trockenen“ Fumarolen redet. Über die Herkunft dieser Gasmassen ist nicht immer mit Sicherheit zu entscheiden. Erstarrende Magmamassen in der Tiefe geben bei der Abkühlung sog. juvenile Gase ab, die dann ihren Weg nach oben suchen und die Ursache der vulkanischen Erscheinungen an der Erdoberfläche werden. Nach allem, was wir heute über die Zusammensetzung und die Eigenschaften des Magmas wissen, müssen wir annehmen, daß unter den magmatischen Entgasungsprodukten auch Wasser vorhanden ist, das allerdings bei den hohen Temperaturen stark dissoziiert ist und mit dem Chlor in Reaktion treten kann, wobei Salzsäure und Sauerstoff gebildet wird, so daß die resultierenden Gasgemische wasserfrei erscheinen. Alle Gase, die von Vulkanen und Fumarolen gefördert werden, sind aber nicht magmatischen Ursprungs, da die emporsteigenden heißen juvenilen Gase das Grundwasser verdampfen und mit an die Oberfläche führen, und zwar oft in solchen Mengen, daß nur noch wenige Prozente des Dampfes aus magmatischen Gasen bestehen. Der oft sehr beträchtliche Gehalt an Stickstoff, Sauerstoff und etwas Argon entstammt der Atmosphäre. Auf ihrem Weg durch lockere Gesteinsschichten üben die Fumarolen eine Saugwirkung aus und vermischen sich so mit immer neu zuströmender Luft. Das Verhältnis zwischen Stickstoff und Argon beträgt in der Atmosphäre 1,18, und dasselbe oder sehr ähnliche Werte findet man in den Fumarolengasen wieder, während das Verhältnis zwischen Sauerstoff und Stickstoff in den Dämpfen meist ein anderes ist als in der Luft; dies kommt daher, daß der Sauerstoff während seines Weges im Erdinnern chemische Verbindungen eingeht. So kann z. B. der Schwefelwasserstoff ganz oder teilweise oxydiert werden nach der Formel:



Bei sehr heißen Fumarolen können neben den angeführten, bei gewöhnlicher Temperatur gasförmigen Substanzen auch noch solche auftreten, die nur bei hohen Temperaturen flüchtig sind, wie z. B. Alkalichloride und Eisenchlorid.

Fumarolen kommen oft in Gruppen vor, die große Flächen bedecken; man spricht dann von Fumarolenfeldern. In allen vulkanischen Gebieten sind sie verbreitet. Durch ihren Gehalt an tech-

nisch nutzbaren Stoffen können sie große wirtschaftliche Bedeutung gewinnen, wie die von Vulcano, wo Schwefel gewonnen wird, oder die von Larderello, in deren Dämpfen ansehnliche Mengen von Borsäure vorkommen.

Zwischen Pomarance und Massa-Marittima in der Toskana liegt ein Gebiet von etwa 30 qkm, das dicht mit Fumarolen übersät ist, die alle mehr oder weniger Borsäure fördern. Diese wird seit mehr als 100 Jahren bei den Orten Larderello, Castelnuovo und Monterotondo ausgebeutet, und heute ist dort unter der Leitung des Fürsten GINORI-CONTI eine bedeutende Industrie entstanden, die sich trotz der amerikanischen Konkurrenz einen Großteil des Weltmarktes sichert. Mit unermüdlichem Fleiß verbesserte GINORI-CONTI die Ausbeutungs- und Reinigungsmethoden und schritt im Frühjahr 1904 zu den ersten Versuchen, die Fumarolendämpfe zum Antrieb einer kleinen Dampfmaschine zu benutzen. Damit war der entscheidende Schritt getan, die Ausbeutung vulkanischer Energie war, wenn auch im bescheidensten Maße, Tatsache geworden.

Der Dampf, der den Fumarolen entströmt, ist nur mäßig heiß und von niedrigem Druck. Um überhitzten Dampf von höherem Druck zu erhalten, ist man dazu übergegangen, in den Fumarolengebieten Bohrlöcher anzulegen, in denen der Dampf erst in größerer Tiefe erfaßt wird, und erreichte so tatsächlich Temperaturen von 190° C und Drucke bis zu 14 Atmosphären. Die direkte Verwendung des Dampfes zeitigte verschiedene Nachteile wegen des hohen Gehaltes an korrodierenden Gasen, die die Maschinenteile sowie die kupfernen Leitungen stark angriffen. Außer mitgerissener Borsäure enthalten die Dämpfe 3–6% Gase von folgender Zusammensetzung (Vol.-%):

CO ₂	92,20 %	O ₂	0,18 %
H ₂ S.....	2,00 %	N ₂	1,35 %
CH ₄	1,78 %	Ar.....	0,0245 %
H ₂	2,45 %	He.....	0,0155 %

Um sie davon zu befreien, benützt man die BRINGHENTI-Depuratoren, die auf dem Prinzip beruhen, die Dämpfe in einem Kessel unter Druck zu kondensieren, wobei sich die unkondensierten Gase oben ansammeln und abgelassen werden, während das über 100° heiße Wasser in einem Niederdruckkessel aufs neue zu Dampf expandiert, der, so gereinigt, zum Antrieb von Niederdruckturbinen mit Kondensatoren verwendet wird.

Die Menge des in Larderello aus zahlreichen Bohrlöchern geförderten Dampfes beträgt bei einem durchschnittlichen Druck von 2 Atmosphären und Temperaturen von 120–190° C etwa 250 000 kg in der Stunde. Ein 130 m tiefes Bohrloch bei Castelnuovo liefert bei 2 Atmosphären Druck allein etwa 60 000 kg. Seit 1914 werden 3 Turbogeneratoren von je 2700 kW von vulkanischen Dämpfen getrieben, und neuerdings ist man dabei, eine Anlage von 12 000 kW zu erbauen. Handelt es sich hier immer noch um Niederdruck-

turbinen mit Kondensatoren, so sind bei Serrazzano bereits Versuche im Gange, an einem Bohrloch, dem unter Druck von 5 Atmosphären 13 000 kg Dampf pro Stunde entströmen, kondensatorfreie Hochdruckturbinen zu verwenden. Seit den ersten Versuchen von 1904, bei denen eine $\frac{3}{4}$ -HP-Maschine direkt mit Dampf von 3,46 Atmosphären getrieben wurde, hat sich die Gewinnung von Energie aus vulkanischen Exhalationen gewaltig gesteigert. Die Durchführung der oft kostspieligen Versuche wurde dadurch begünstigt, daß die bereits existierende Borsäureindustrie als Abnehmerin des elektrischen Stroms in Erscheinung trat und daß die Abdämpfe der Turbinen zum Heizen der Borsäurekonzentratoren verwendet wurden, wodurch eine vollständige wirtschaftliche Ausnützung gewährleistet war.

Die großen Erfolge GINORI-CONTIS erregten allgemeines Aufsehen und veranlaßten die Suche nach anderen Gegenden, die ähnliche Naturerscheinungen aufweisen wie die Fumarolenfelder Toscanas. In Italien selbst kommen mehrere Orte in Betracht, so die Solfatara in den Campi Flegrei bei Neapel, einige Stellen am Ätna, auf Vulcano und auf der Insel Pantelleria. Außereuropäische Gegenden, die reich an postvulkanischen Erscheinungen sind, in denen der Bau von Kraftanlagen dieser Art erfolgreich sein dürfte, finden sich im Sonoradistrikt Kaliforniens, in Chile, den holländischen Kolonien, Neuseeland und besonders in Japan. Viele von Natur aus ungemein günstig erscheinende Gegenden, wie z. B. das „Tal der 10 000 Dämpfe“ am Katmaivulkan in Alaska, kommen einstweilen kaum in Betracht, da sie viel zu entfernt von zivilisierten Gegenden sind.

In Toscana ist das Problem der Nutzbarmachung vulkanischer Energie restlos gelöst worden, doch sind die Bedingungen nicht überall so günstig wie dort. Bei der Erschließung neuer Fumarolenfelder stellen sich mancherlei Schwierigkeiten ein. Es ist nicht vorauszusagen, welchen Erfolg eine Bohrung haben wird und wieviele Bohrlöcher man abteufen muß, bis man den gewünschten Effekt erzielt, daher ist es auch nicht möglich, den Kapitalaufwand vorher zu bestimmen. Soweit unsere Erfahrungen reichen, bleibt die Förderung einer angebohrten Dampfquelle konstant, und nur selten kommt es vor, daß sie abnimmt und man zu neuen Bohrungen schreiten muß. Ein solcher Verlust spielt aber keine große Rolle, da die geringen Kosten einer Bohrung in kurzer Zeit abgeschrieben werden können.

Eine größere Unannehmlichkeit bedeutet die Gegenwart korrodierender Gase, die, wie in Larderello, besondere Reinigungsanlagen bedingen, welche nur die Benutzung von Niederdruckturbinen erlauben. Diese Hindernisse lassen sich aber alle relativ leicht beseitigen, dagegen erwachsen aus der geographischen Lage mancher Fumarolenfelder unüberwindliche wirtschaftliche Schwierigkeiten, denn, wo eine entwicklungsfähige, stromverbrauchende Industrie fehlt, hat die Beschaffung noch so billiger Energie keinen Sinn.

Es gilt also, Fumarolenfelder zu suchen, die möglichst reinen Wasserdampf fördern und nicht zu weit von Gegenden liegen, in denen die Energie verbraucht wird oder wo die Errichtung neuer Elektroindustrieanlagen wirtschaftlich vorteilhaft ist.

An zwei Orten hat man bis jetzt versucht, nach dem toscanischen Vorbild aus vulkanischem Dampf Energie zu gewinnen.

Etwa 60 km nördlich von San Franzisko liegt im Sonomadistrikt die 1500 m hohe Bergkette des St. Helena oder Mayacmas Range. E. T. ALLEN und A. L. DAY widmeten diesem Gebiet eine interessante Studie¹, in der an Hand zahlreicher Analysen die Herkunft der heißen Quellen und Fumarolen eingehend diskutiert wird. Die Berggipfel bestehen aus andesitischen Laven, während die Gehänge dieser alten Vulkankette aus Sedimenten, Serpentin und metamorphen Schiefen aufgebaut werden, unter denen bei einer 77 m tiefen Bohrung ein gabbroides Tiefengestein durchfahren wurde. Diese in der Tiefe wohl noch nicht völlig erkaltete Intrusivmasse dürfte die Quelle der heißen Gase sein, die in zahlreichen Fumarolen zutage treten. Die Dampfquellen liegen auf einer tektonischen Bruchlinie, die sich parallel zum Gebirgszug auf dessen Westabhang hinzieht, und auf der bemerkenswerterweise auch 8 Quecksilberminen vorkommen, die, wie die Fumarolen, wahrscheinlich in genetischem Zusammenhang mit der oben erwähnten Intrusivmasse stehen.

Im ganzen Gebiet herrschen sehr hohe Bodentemperaturen, so daß oft schon in 50 cm Tiefe der Siedepunkt des Wassers erreicht wird. Die aus der Tiefe aufsteigenden juvenilen Gase erhitzen das vadose Wasser und treten mit ihm als heiße Quellen oder mit seinem Dampf als Fumarolen an die Oberfläche. Daß der Großteil der Förderung aus Grundwasser besteht, erhellt u. a. daraus, daß die Thermalquellen bei langdauernder Trockenheit weniger, aber heißeres Wasser führen und daß dem Wasserdampf der Fumarolen nur ein geringer Teil juveniler Gase beigemischt ist, unter denen korrodierende Verbindungen, abgesehen von etwas Schwefelwasserstoff, nicht vorkommen, was einen großen technischen Vorteil bedeutet. Eine mittlere Zusammensetzung der Fumarolendämpfe ist folgende:

H ₂ O	98,639	N ₂	0,052
CO ₂	0,849	Ar	
H ₂	0,203	H ₂ S	0,037	
CH ₄	0,275	NH ₃	0,021	

Der erste Versuch, regelmäßig fördernde Dampfquellen von hoher Temperatur und hohem Druck zu erbohren, wurde im Sommer 1921 unternommen, hatte aber keinen praktischen Erfolg. Man stieß schon in geringer Tiefe auf einen kräftigen „Dampfbläser“, der mit großer Gewalt die Bohr-

serie herausschleuderte. Im folgenden Jahr erfolgte eine Bohrung bis 61 m Tiefe, die Dampf von über 4 Atmosphären Druck lieferte. Dieser Dampf wurde ohne jegliche Reinigung direkt in eine Dampfmaschine geleitet, mit deren Hilfe eine weitere Bohrung getrieben wurde. Bis jetzt sind 7 Bohrlöcher abgeteuft, deren mittlere Temperaturen und Drucke folgendes Resultat ergeben:

Bohrung	Temperatur	Druck bei geschlossenem Bohrloch
1	154° C	5,7 Atm.
2	153° C	5,3 „
4	167° C	7,9 „
5	188° C	13,0 „
6	181° C	10,0 „

Die Druck- und Temperaturverhältnisse sind also ähnlich wie in den toscanischen Fumarolenfeldern, dagegen ist der Gehalt an störenden Gasen in Kalifornien geringer. Die Lage des St. Helena Range ist eine sehr günstige, da ziemlich dichtbevölkerte, stromverbrauchende Gegenden sehr nahe liegen. Wenn vorerst noch keine elektrische Energie gewonnen wurde, so liegt dies daran, daß man die Veränderungen in der Dampfförderung bei freiem Ausströmen studieren wollte. Es haben sich bis jetzt keine nennenswerten Schwankungen ergeben, und die Neuanlage eines Bohrloches in unmittelbarer Nähe eines schon bestehenden hat nicht den geringsten Einfluß auf die Förderung desselben ausgeübt.

Andere vulkanische Gebiete, die sich zu solchen Versuchen eignen, finden sich in Niederländisch-Indien, worauf schon 1918 J. Z. VAN DIJCK¹ und später B. G. ESCHER² und N. J. M. TAVERNE³ aufmerksam machten.

1926 wurde eine Probebohrung ausgeführt; man wählte dazu das Fumarolengebiet von Kawah Kamodjang im Goentoer-Massiv auf Java. Aus verschiedenen Gründen mußte diese Bohrung aufgegeben werden, und auch eine zweite hatte nicht den gewünschten Erfolg, da man bereits nach 18,60 m auf eine kräftige Dampfquelle stieß, die jedoch wegen der geringen Tiefe nach dem Abschließen des Bohrloches einen seitlichen Ausweg fand.

Erfolgreicher war eine dritte Bohrung, wie CH. E. STEHN⁴ berichtet. Schon während des Bohrens ereigneten sich kleinere Dampferuptionen, die aber keinen Schaden anrichteten, so daß man bis zu einer Tiefe von 66 m vordringen konnte, wo dann ein kräftiger Gasausbruch erfolgte, dessen Getöse weithin zu hören war. Bei geschlossenem Rohr stieg der Druck auf 4½ Atmo-

¹ J. Z. VAN DIJCK, Krachtbronnen in Indië, Kolo-niale Studien 2, Nr 3 (1918).

² B. G. ESCHER, Over de mogelijkheid van Dienstaarmaking van vulkan-gassen. De Mijningenieur 1920, Nr 4.

³ N. J. M. TAVERNE, Omzetting van vulkanische in elektrische energie. De Mijningenieur 1927, Nr 7.

⁴ CH. E. STEHN, Probebohrungen zur Gewinnung vulkanischer Energie in Niederländisch-Indien. Z. Vulkanolog. 11, 1 (1927).

¹ E. T. ALLEN and A. L. DAY, Steam wells and other thermal activity at „The Geysers“ California. Publ. Carnegie Inst. Washington. Nr 378 (1927).

sphären bei einer Temperatur von 123°C . Seither sind diese beiden Größen konstant geblieben. Die Förderung besteht aus fast reinem Wasserdampf, dem nur ganz geringe Spuren von Schwefelwasserstoff beigemischt sind. Bei einem Druck von $2\frac{1}{2}$ Atmosphären entströmen dieser Dampfquelle seit 1926 stündlich 8300 kg Dampf, die ungefähr 900 kW Strom liefern können.

Kürzlich äußerte sich I. R. W. VAN BEMMELEN¹ außerordentlich günstig über die Zukunft einer mit vulkanischem Dampf getriebenen Kraftzentrale in Niederländisch-Indien. Eine neue Bohrung in Kawah Kamodjang traf erst in 128 m Tiefe auf eine starke Dampfquelle von etwa 6 Atmosphären Druck. Meistens entströmt den Bohrlöchern überhitzter Dampf von höherer Temperatur, als bei dem herrschenden Druck zum Sieden des Wassers nötig ist. Man sieht darin im allgemeinen einen Grund zur Annahme, daß diese Dampfmassen nicht nur aus vadosem Wasser entstanden sind, sondern eine größere Menge sehr heißer juveniler Gase enthalten. Demgegenüber macht VAN BEMMELEN darauf aufmerksam¹, daß stark komprimierter Dampf, der plötzlich eine Druckverminderung erleidet, bei der Expansion Energie abgibt, die durch Reibung in Wärme verwandelt und dem Dampf wieder zugeführt wird und so eine Überhitzung verursacht. Daraus folgert er, daß bei Förderung von überhitztem Dampf sich in der Tiefe Hochdruckreservoirs befinden müssen, deren Erbohrung besonders hochwertige Energie liefert. Tatsächlich wurden solche unterirdischen Hochdruckkessel in Toscana angebohrt.

Derselbe Autor stellte eine lehrreiche Kostenberechnung auf, aus der ohne weiteres die große wirtschaftliche Bedeutung der Kraftgewinnung aus vulkanischen Dämpfen erhellt. In der Nähe der Fumarolenfelder von Kawah Kamodjang besteht bereits ein Wasserkraftwerk auf der Hochfläche von Bantoeng. Die Gesamtkosten dieses Werkes beliefen sich auf etwa $11\frac{1}{2}$ Millionen Gulden, wovon allein auf die Stauwerkanlagen rund 7 Millionen entfallen. Die Kapazität beträgt

¹ I. R. W. VAN BEMMELEN, Over de Toekomst van een met vulkanischen Stoom gedreven. Centrale in Nederlandsch-Indië. De Mijningenieur 1928, Nr 5.

etwa 6200 kW, wozu noch 1500 kW des Dampfkraftwerkes von Dajeu Kolot kommen. Rechnet man die Amortisierung für eine Lebensdauer von 50 Jahren, so muß der Strom etwa 0,55 Cent pro Kilowattstunde kosten. Die Probebohrung von Kawah Kamodjang ergibt eine Naturdampfmenge, welche imstande ist, 900 kW Strom zu liefern, sieben solcher Bohrungen würden also bereits so viel Strom ergeben wie das Wasserkraftwerk. Selbst unter der Annahme, daß nur 200 kW von einer Bohrung geliefert werden, sind die Anlagekosten derselben gegenüber den Stauwerken verschwindend klein; kostet doch ein Bohrloch von 100 m Tiefe nur etwa 10 000 Gulden. Die übrigen Kosten für Turbinen, Dynamos, Hochspannungslinien und Bauten betragen für beide Arten der Stromgewinnung etwa gleich viel. Selbst bei sehr rascher Abschreibung der Bohrkosten wird der aus vulkanischer Kraft gewonnene Strom doch nur etwa 0,1–0,15 Cent kosten.

Obschon zwischen Bohrtiefe und Druck keine genaue Proportionalität besteht, so gilt doch im allgemeinen, daß mit zunehmender Tiefe der Druck sich erhöht. In Gegenden mit rasch zunehmendem Temperaturgradienten können daher möglicherweise in größerer Tiefe Dampfquellen von hohem Druck erbohrt werden, auch wenn an der Oberfläche keine Fumarolentätigkeit wahrzunehmen ist. Es ist dabei nicht außer acht zu lassen, daß der Unterschied zwischen Fumarolen und heißen Quellen nur ein gradueller ist, daß also Gegenden mit Thermalquellen ebenfalls mit großer Wahrscheinlichkeit in der Tiefe noch nicht erstarrte Magmaherde oder wenigstens noch nicht erkaltete Intrusivgesteine bergen.

Solche Gebiete gibt es nahezu überall, besonders auch in Deutschland. Wenn erst genügend Erfahrungen gesammelt wurden bei den Bohrungen in vulkanisch aktiven Gegenden, wird man wohl auch imstande sein, in Gegenden mit „kryptoaktivem Vulkanismus“ diese neue Art von Energiequellen zu erschließen. Vermutlich wird auch in Deutschland die Zeit kommen, wo man an geeigneten Stellen Probebohrungen vornehmen wird, die den Auftakt zur Entwicklung einer neuen Industrie bedeuten.

Statistik seltener Ereignisse.

VON H. POLLACZEK-GEIRINGER, Berlin.

(Aus dem Institut für angewandte Mathematik der Universität.)

I. Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik.

Die auf der Wahrscheinlichkeitstheorie aufgebaute rationelle mathematische Statistik stellt sich die Aufgabe, vorgelegte statistische Reihen daraufhin zu betrachten, ob sich das Zustandekommen der Massenerscheinung so auffassen läßt, wie das Zustandekommen der Resultate in einem nach bestimmten Regeln vorgenommenen (unter Umständen auch sehr komplizierten) Glücksspiel. Oder in anderer Ausdrucksweise: sie will unter-

suchen, ob sich die Beobachtungsergebnisse als *Elemente* eines sog. *Kollektivs* deuten lassen.

Ohne hier auf eine exakte Festlegung dieser Begriffe einzugehen¹, müssen wir sie doch, ehe wir zu unserem engeren Thema kommen können, an

¹ Vgl. dazu: v. MISES, Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Mathem. Zeitschr. 5. 1919. S. 52–99. Eine nicht mathematische Darstellung bietet das Buch desselben Verfassers, „Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit“. Wien, 1928. Verlag Julius Springer.

Hand von einigen Beispielen kurz erläutern. 1. Man zieht wiederholt aus einer Urne, die eine große Menge von Losen enthält, welche die Zahlen 1 bis 90 tragen. „Element“ dieses „Wiederholungsvorganges“, der „Massenerscheinung“, des „Kollektivs“ ist der einzelne Versuch, hier die Ziehung eines Loses, „Merkmal“ dieses Elements nennen wir die zwischen 1 und 90 gelegene Zahl, die erscheint. Statt Merkmal des Elements, wird man auch konkreter vom Beobachtungsergebnis der angestellten Beobachtung sprechen. Oder 2. Ein anderes Beispiel: Es wird die Körperlänge sämtlicher Rekruten des Deutschen Reiches gemessen. Element des Kollektivs ist jede einzelne Messung, Merkmal das Meßergebnis. 3. Es wird das Geschlechtsverhältnis der Knaben- und Mädchen- geburten für einen bestimmten Bevölkerungs- kreis innerhalb einer bestimmten Zeit beobachtet. Element dieses Kollektivs ist jede einzelne Geburt, das Merkmal besteht in der Angabe, ob Knabe oder Mädchen. Schließlich 4. Es werden Schüsse auf eine Scheibe (unter bestimmten Bedingungen) ab- gegeben. Element des Wiederholungsvorganges ist jeder einzelne Schuß, Merkmal der getroffene Punkt der Scheibe.

In jedem derartigen Falle definiert man eine „Wahrscheinlichkeit“ für das Auftreten eines be- stimmten Beobachtungsergebnisses, z. B. im dritten Beispiel für das Auftreten einer Knabengeburt oder im ersten Beispiel für das Ziehen eines Loses, das die Zahl 42 trägt, usf. Und zwar denken wir uns die Folge der Einzelbeobachtungen, der Elemente, *unbegrenzt fortsetzbar* und rechnen jeweils die „relativen Häufigkeiten“ für das Auftreten eines bestimmten Merkmals. Wenn diese relativen Häufigkeiten bei unbegrenzter Fortsetzung der Versuchsreihe *feste Grenzen* besitzen, so bezeichnet man diesen limes als die (mathematische) Wahr- scheinlichkeit für das Auftreten des betreffenden Beobachtungsergebnisse innerhalb des beobach- teten Kollektivs. Auf weitere Forderungen, die man an die zugelassenen Kollektivs stellen muß, (Axiom der Regellosigkeit), soll hier nicht ein- gegangen werden, ebensowenig auf die exakte und ausführliche Durchführung des hier kurz Erwähnten.

Hingegen beachten wir, daß die gegebenen Bei- spiele in mehrfacher Hinsicht sehr verschiedenen Charakter aufweisen, wovon wir folgendes hervor- heben: Im Falle 1. besteht die Merkmalmenge aus den neunzig diskreten Zahlen 1–90. Denkt man sich die Versuche unbegrenzt fortgesetzt, so mögen sich z. B. die relativen Häufigkeiten für das Auftreten jeder einzelnen Zahl bei noch so großen Serien von Versuchen als *gleich groß* ergeben haben, also für jede der 90 Zahlen gleich $\frac{1}{90}$.

Man sagt dann: es liegen die „arithmetischen Wahr- scheinlichkeiten“ $v(x)$ vor, die zu den Merkmalen $x = 1, 2, \dots, 90$ gehören. Daß diese $v(x)$ hier im speziellen Falle alle als gleich groß angenommen sind, ist dabei unwesentlich, man könnte sich auch

ohne weiteres vorstellen, daß die Lose in der be- trachteten Urne in solchem Verhältnis gemischt sind, daß z. B. für alle geraden Zahlen eine doppelt so große Wahrscheinlichkeit bestünde, wie für die ungeraden, oder daß für eine oder die andere Zahl eine besonders kleine Wahrscheinlichkeit herrschte, oder dgl.; kurz *die Wahrscheinlichkeiten für die ein- zelnen Nummern sind durch eine beliebige „arith- metische Verteilung“ gegeben.* — Auch im Beispiel 3. liegt eine arithmetische Verteilung vor; die Merk- malmenge besteht aber hier nur aus *zwei diskreten* Beobachtungsmöglichkeiten (Knabe oder Nicht- Knabe), die wir durch die zwei Zahlen $x = 1$ oder $x = 0$ charakterisiert denken können. Man spricht in diesem besonders wichtigen Falle der *zweiwertigen Merkmalmenge* auch von einer „Alternative“. Die Wahrscheinlichkeit $v(1)$ für eine Knabengeburt ist eine für bestimmte Beobachtungsumstände (Volk, Rasse, Alter der Eltern usw.) charakteristische, je- weils empirisch bestimmbare, nahe an $\frac{1}{2}$ ge- legene Zahl; $v(0)$ die Wahrscheinlichkeit einer Mäd- chengeburt ist durch $v(0) = 1 - v(1)$ gegeben. Die Zahlen $v(0)$ und $v(1)$ bilden hier die charak- teristische arithmetische Verteilung. — Hingegen sind in den beiden anderen Beispielen, der Rekruten- messung und des Scheibenschießens, die Merkmal- mengen *kontinuierliche*. Denn im Prinzip kann innerhalb einer bestimmten Intervalls jede Zahl des Längenkontinuums als Messungsergebnis folgen und ebenso beim Schuß auf die Scheibe jeder Punkt des Kontinuums der Scheibenfläche. (Da- bei sehen wir für den Augenblick davon ab, daß eigentlich jedes Beobachtungsergebnis, das mit realen Meßinstrumenten abgelesen wird, doch auf eine bestimmte Genauigkeit beschränkt ist, so daß, streng genommen, auch hier nur diskrete Merkmale in Betracht kommen.) Es ist dann $v(x) dx$ die „geometrische Wahrscheinlichkeit“ dafür, daß sich bei der Längenmessung ein zwischen x und $x + dx$ gelegenes Resultat ergibt, bzw. $v(xy) dx dy$ die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Kugel in das vom Punkte (xy) ausgehende kleine Rechteck mit den Seitenlängen dx und dy trifft. Exakter spricht man von $v(x)$ bzw. $v(xy)$ als den „Wahrscheinlichkeitsdichten“ in x , bzw. im Punkte (xy) . Die Gesamtheit aller $v(x)$, die zu den Merkmalen x des in Betracht kommenden Inter- valls gehören, bzw. die Gesamtheit aller den Punkten der Scheibe zugeordneten $v(xy)$ bilden die eindimensionale, bzw. zweidimensionale „geo- metrische Verteilung“. Der Unterschied zwischen arithmetischer Verteilung $v(x)$ und Wahr- scheinlichkeitsdichte oder geometrischer Verteilung $v(x)$ findet sein Analogon in dem Unterschied zwischen Einzelmassen $m_1, m_2, \dots, m_x, \dots$ und der Dichte $\mu(x)$ einer kontinuierlichen Massenbelegung.

Worin besteht nun das Ziel der eingangs an- gedeuteten *wahrscheinlichkeitstheoretischen Zurück- führung einer statistischen Reihe?* Knüpfen wir etwa, um die Ideen zu fixieren, an das Beispiel des Ge- schlechtsverhältnisses an. Das Ausgangskollektiv bestand dort aus den beiden oben erklärten experi-

mentell gefundenen Wahrscheinlichkeiten $v(1) = q$ für das Auftreten einer Knabengeburt, $v(0) = p = 1 - q$ für das einer Mädchengeburt. Aus dieser einfachen arithmetischen Verteilung können nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung *abgeleitete Verteilungen* berechnet werden, z. B. die Wahrscheinlichkeit dafür, daß, sagen wir, unter $n = 500$ Geburten sich x Knaben, $n - x$ Mädchen befinden (alles für einen bestimmten Ort, Zeit usw.). Element dieses abgeleiteten Kollektivs ist eine festgesetzte Gruppe von n Geburten, Merkmal die Anzahl x der Knabengeburt. Die Merkmalmenge umfaßt also hier die diskreten Zahlen $x = 0, 1, \dots, n$, da sich in jeder Gruppe von n Geburten mindestens 0, höchstens n Knabengeburt finden. Die abgeleitete Verteilung ist ebenso wie die Ausgangsverteilung eine arithmetische bestehend aus den n Zahlen:

$$w_n(0), w_n(1), \dots, w_n(x), \dots, w_n(n).$$

Die Wahrscheinlichkeitsrechnung leistet hier — genau wie auch andere Naturwissenschaften — nichts anderes, als daß sie die gegebenen, irgendwoher entnommenen, und als bekannt vorausgesetzten Daten nach gewissen, ihr eigentümlichen, Regeln und Gesetzen verknüpft, mit dem Ziele, die abgeleiteten Folgerungen wieder an der Wirklichkeit zu prüfen. Falls diese Folgerungen nicht schlechter mit den komplizierteren Realitäten übereinstimmen, als dies für die Ausgangsannahmen der Fall war, so wird man darin einerseits eine Bestätigung dieser Ausgangsannahmen sehen, andererseits von einer wahrscheinlichkeitstheoretischen *Erklärung* dieser komplizierteren Realitäten sprechen; ähnlich wie man in der Geometrie aus gewissen Grundbegriffen wie *Gerade, Ebene, Punkte* usw. geometrische Sätze ableitet, von denen man annimmt, daß sie die Beziehungen wirklicher körperlicher Gebilde ebensogut oder schlecht wiedergeben, als dies für die Ausgangsbegriffe gilt.

Um auf die Statistik zurückzukommen: Wir haben nun einerseits die theoretische Wahrscheinlichkeit $w_n(x)$ berechnet, dafür, daß sich unter n Geburten (eines bestimmten Versuchsgebietes) gerade x Knabengeburt befinden. Andererseits liegt ein reales statistisches Material vor, das wir mit diesem theoretischen abgeleiteten Kollektiv vergleichen wollen. Wir denken uns das Material bestehend aus N Beobachtungen in der Weise geordnet, daß zu jedem Beobachtungsergebnis x die Anzahl $f(x)$ angegeben ist, in der das Ergebnis innerhalb der N Beobachtungen aufgetreten ist. Man habe also etwa in $N = 1000$ Monaten die Anzahl der Knaben auf je $n = 500$ Neugeborene beobachtet. Es sei dabei z. B. die Zahl $x = 200$ (200 Knaben auf 500 Geburten) $f(x) = 1$ -mal aufgetreten also $f(200) = 1$, ferner etwa $f(201) = 5$, \dots , $f(248) = 200 \dots$ usw. Das gibt, wenn man noch jedes $f(x)$ durch die Gesamtzahl N der Beobachtungen dividiert, *beobachtete relative Häufigkeiten* $\frac{f(x)}{N}$ für die einzelnen Merkmale

$x = 0, 1, \dots, 500$ also Zahlen $\dots \frac{1}{1000}, \frac{5}{1000}, \dots$

Diese beobachteten relativen Häufigkeiten vergleicht man mit den oben erklärten theoretischen Wahrscheinlichkeiten

$w_n(x) = w_{500}(x)$, ($x = 0, 1, \dots, 200, 201, \dots, 248, \dots$) für das Auftreten von gerade 0, 1, $\dots, 200, 201, \dots, 248, \dots$ Knabengeburt unter 500 Geburten. Denn wenn unsere Grundvorstellung richtig ist, daß man sich das wechselnde Auftreten von Knaben- und Mädchengeburt so denken kann, wie das Ziehen von roten bzw. weißen Kugeln aus einer Urne, welche diese beiden Farben in einem unveränderlichen Mischungsverhältnis q enthält, dann muß auch die Folgerung stimmen: d. h., es muß auch die Wahrscheinlichkeit, in n Zügen x rote Kugeln zu erhalten, übereinstimmen mit der Wahrscheinlichkeit für x Knaben auf n Geburten. Und es muß der Wert dieser letzten Wahrscheinlichkeit, welche ja gleichfalls nicht anders erklärt ist, denn als *Grenzwert* relativer Häufigkeiten in einem entsprechenden Kollektiv, schon annähernd bei *großer*, wenn auch nicht unbegrenzt großer Anzahl N der Beobachtungen als relative Häufigkeit auftreten. Jede einzelne der N Beobachtungen umfaßt hier natürlich $n = 500$ „Einzelversuche“ und N muß eine Zahl von erheblicher Größe sein, damit das Vergleichen der relativen Häufigkeiten mit Wahrscheinlichkeiten einen guten Sinn hat. Wir bemerken noch, daß diese ganze Überlegung nur innerhalb einer *Häufigkeitstheorie* der Wahrscheinlichkeit sinnvoll ist.

Die abgeleitete Verteilung $w_n(x)$ ist bekannt, weil die Ausgangsverteilung $v(1) = q$, $v(0) = p$ als gegeben gilt. q wird dabei, um den Vergleich durchzuführen, auch bereits aus *dem vorliegenden endlichen empirischen Material* gerechnet als relative Häufigkeit einer Knabengeburt innerhalb aller $n \cdot N$ Einzelbeobachtungen; das ist, da

$$\sum_{x=0}^{500} x f(x)$$

nur eine zusammenfassende Schreibweise für die Gesamtzahl aller überhaupt beobachteten Knabengeburt ist:

$$q = \frac{1}{nN} \sum_{x=0}^{500} x f(x) = \frac{1}{n} \sum_{x=0}^{500} x \frac{f(x)}{N}.$$

Wenn dann die *Kurve* der beobachteten relativen Häufigkeit $\frac{f(x)}{N}$ und die der theoretischen Wahrscheinlichkeit $w_n(x)$ einen annähernd übereinstimmenden Verlauf zeigen, so wird man mit Recht sagen, man habe das gegebene statistische Material wahrscheinlichkeitstheoretisch „erklärt“, im Sinne einer Einordnung eines Einzelfalles in eine theoretisch fundierte Kette von Zusammenhängen. Allerdings hat eine solche Erklärung einen prinzipiell andern Charakter als eine kausal-deterministische, wie sie uns etwa die Physik der Differentialgleichungen bietet, wenn sie aus gegebenen

Anfangszuständen den Ablauf einer Erscheinung berechnet. Denn hier handelt es sich immer nur um *Wahrscheinlichkeitsaussagen* der Form: „Es ist mit der Wahrscheinlichkeit q zu erwarten, daß . . .“. Und das heißt ja nicht anders als: „Bei sehr häufiger, N -maliger, Beobachtung der fraglichen Erscheinung wird das in Rede stehende Ergebnis $N \cdot q$ -mal eintreten“. — Darum kann eine solche Aussage oder Vorhersage mit einer vom anderen Typus auch nie in Konkurrenz treten und es können nie Schwierigkeiten erkenntnistheoretischer Art aus diesem „Zweierlei“ erwachsen.

Auf weitere Beispiele solcher Zurückführungen kommen wir von selbst, wenn wir uns jetzt unserem engeren Thema zuwenden. Wir wollen nach der langen Einleitung, die der Darstellung des Zusammenhangs zwischen Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik gewidmet sein mußte, die Aufgaben der Wahrscheinlichkeitsrechnung kennenlernen, die zum Begriff der „*selteneren Ereignisse*“ geführt haben, und die statistischen Probleme, die da anknüpfen. Wir werden zunächst im II. Abschnitt die Fragestellung im einfachsten Fall darlegen. Dabei werden allerdings Dinge ausführlich besprochen, die vielen Physikern geläufig sind. Doch schien sich das nicht vermeiden zu lassen, sowohl mit Rücksicht auf den Zusammenhang, wie auch um die Ausführungen für Leser aus anderen Wissensgebieten, in denen derartige Fragen behandelt werden, (Biologie, Sozialwissenschaft) verwendbar zu machen. — Es folgt dann im III. und IV. Abschnitt die Darstellung allgemeinerer und verwickelterer Probleme und Anwendungen aus dem uns interessierenden Gedankenkreis, wie sie sich in naturgemäßer Weiterführung der Grundaufgaben ergeben. — Der Inhalt dieser drei Abschnitte gehört dem an, was man — in einer von v. Mises gelegentlich gebrauchten Terminologie — als *theoretische Statistik* im Gegensatz zu einer *beschreibenden Statistik* bezeichnen kann. Mit der Darstellung einiger Fragen und Resultate der beschreibenden Statistik, die als eine Vorstufe der theoretischen zu betrachten ist, beschäftigt sich der letzte V. Abschnitt.

II. Grundproblem der Statistik seltener Ereignisse. *Alternative.*

Den wahrscheinlichkeitstheoretischen Ausgangspunkt bildet das bekannte für die Wahrscheinlichkeitstheorie und alle ihre Anwendungen fundamentale *Bernoullische Problem* oder Problem der „*Summenbildung*“ (im einfachsten Fall) das wir bei Besprechung des Beispiels der Knabengeburt bereits kennengelernt haben, und das wir hier, in etwas abstrakterer Form, nochmals aussprechen wollen: Es liege eine bestimmte *Alternative* vor, $q = v(1)$ sei die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des „Ereignisses“, $p = v(0) = 1 - q$ die Wahrscheinlichkeit für das Nichteintreten. Ob das Ereignis in dem Ziehen einer weißen Kugel, (bzw. eines mit Eins bezeichneten Loses), aus einer Urne mit schwarzen und weißen Kugeln, (Nullen und

Einsen), besteht, oder im Kopf-Wurf beim „Kopf-Adler“-Spiel oder in einer Knabengeburt beim oben besprochenen Beispiel ist zunächst gleichgültig. Der betreffende Versuch wird dann unter den *gleichen Bedingungen* n -mal wiederholt. Man fragt nach der Wahrscheinlichkeit $w_n(x)$ dafür, daß bei diesen n Wiederholungen der einfachen Alternative das Ereignis x -mal eintritt, und $(n-x)$ -mal nicht eintritt, daß x Einsen und $(n-x)$ Nullen gezogen werden, oder wie man auch sagt, daß die „*Summe* x “ herauskommt. Die Antwort wird gegeben durch die bekannte, für die Wahrscheinlichkeitsrechnung fundamentale NEWTONSche Formel:

$$(1) \quad w_n(x) = \binom{n}{x} q^x p^{n-x}$$

die sehr anschaulich ist. Denn die Wahrscheinlichkeit in einer *ganz bestimmten* Anordnung x weiße, $n-x$ schwarze Kugeln zu ziehen, z. B. in den ersten x Zügen lauter weiße, in den folgenden lauter schwarze Kugeln, ist offenbar nach der elementaren Multiplikationsregel der Wahrscheinlichkeiten gleich $q^x p^{n-x}$; solche verschiedene Anordnungen gibt es aber nach einfachsten Formeln der Kombinatorik, wie man auch leicht überlegt, $\binom{n}{x}$, d. h. anschaulich: Man kann auf $\binom{n}{x}$ verschiedene Arten x gleiche Figuren auf n verschiedene, aber gleichwertige Plätze postieren.

Wir müssen nun die Verteilung (1) noch etwas näher betrachten und dazu einige grundlegende, sehr geläufige Begriffe heranziehen. Für jede Verteilung sind bekanntlich gewisse Zahlen charakteristisch, der sog. „*Erwartungswert*“ und die „*Streuung*“. Der Erwartungswert, *Mittelwert*, *Moment ersten Grades* ist gegeben durch

$$a = S \underset{x}{v(x)} \cdot x$$

wobei das S -Zeichen andeuten soll, daß bei arithmetischen Verteilungen ein Summenzeichen \sum_x , bei geometrischen ein Integral $\int dx$ zu sehen ist. Summe wie Integral sind über den ganzen *Bereich des Merkmals* x zu erstrecken. Der Erwartungswert einer Wahrscheinlichkeitsverteilung entspricht genau dem Schwerpunkt einer Massenverteilung. Dem *Momente zweiten Grades* in der Mechanik, dem Trägheitsmoment, entspricht in der Wahrscheinlichkeitsrechnung das Moment zweiten Grades, das man, wenn es „*auf den Mittelwert bezogen*“ ist, als „*Streuung*“

$$s^2 = S \underset{x}{(x - a)^2 v(x)}$$

bezeichnet. Ihm kommt, ebenso wie auch in der Mechanik dem auf eine Schwerpunktsachse bezogenen Trägheitsmoment, besondere Bedeutung zu, (es ist nämlich kleiner als jedes andere Moment zweiten Grades). Je geringer die Streuung einer Verteilung, desto *konzentrierter* ist diese, d. h. in desto engerer Umgebung des Schwerpunktes befindet sich der größte Teil der Wahrscheinlichkeitsmassen.

Für die GAUSSSCHE Verteilung

$$(2) \quad \varphi(x; a, s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2s^2}}$$

stimmt, wie man leicht ausrechnet, der Mittelwert a bzw. die Streuung s^2 von φ mit den in die *Definition* (2) von φ eingehenden Parametern a und s^2 überein. Neben die GAUSSSCHE Verteilung tritt, ihr in mancher Hinsicht analog, die wichtige POISSONSCHER Verteilung.

$$(3) \quad \psi(a; x) = \frac{a^x}{x!} \cdot e^{-a}$$

wobei a einen positiven, von Null verschiedenen Parameter bedeutet. Sie ist eine nur für die *positiven ganzzahligen* Werte des Merkmals x definierte, also arithmetische Verteilung. Für sie gilt:

$$\sum_{x=0}^{\infty} \psi(a; x) = 1; \quad \sum_{x=0}^{\infty} x \psi(a; x) = a; \quad \sum_{x=0}^{\infty} (x-a)^2 \psi(a; x) = a$$

d. h. *Streuung und Mittelwert der Poissonschen Verteilung sind einander gleich und gleich dem Parameter a , der in $\psi(a; x)$ eingeht.* Für unsere arithmetische *Binomialverteilung* (1) findet man durch einfachste Rechnung den Mittelwert $b_n = nq$, die Streuung $s_n^2 = nq(1-q)$. Man zeigt ferner durch elementare Rechnung, daß die Verteilung $w_n(x)$ ihren *Größtwert* bei der ganzen Zahl annimmt, die dem Erwartungswert nq zunächst gelegen ist. (Liegt nq in der Mitte zwischen zwei ganzen Zahlen, so wird für diese beiden benachbarten Zahlen der Größtwert angenommen.)

An die Verteilung (1) knüpfen die wichtigsten Aufgaben der mathematischen Wahrscheinlichkeitsrechnung an: Es ist nämlich die Formel (1) für $w_n(x)$ trotz ihrer Einfachheit für große n und x schwer auszuwerten, da sie die Berechnung der Quotienten der Fakultäten sehr großer Zahlen erfordert. Es hat daher schon LAPLACE einen *Grenzübergang zu unbegrenzt wachsendem n* vorgenommen, der auf das fundamentale e^{-x^2} -Gesetz führt, und ein *zweiter Grenzübergang an $w_n(x)$* , der die Grundlage der Wahrscheinlichkeit „*seltener Ereignisse*“ bildet, rührt von POISSON her. Den Hinweis auf die Bedeutung der POISSONSCHEN Formel und ihre Nutzbarmachung für die Statistik verdankt man besonders L. v. BORTKIEWICZ.

Das Wesen sowie der Unterschied der beiden Grenzübergänge ist zunächst von rein mathematischer Art. Erst die Anwendungen führen auf die anschauliche Formulierung von häufigen und seltenen Ereignissen. Kurz gesagt, besteht die LAPLACESCHE *Limesbildung im Grenzübergang zu unendlichem n* bei festgehaltener Wahrscheinlichkeit q , die POISSONSCHER im Übergang zu *unendlichem n bei festgehaltenem Erwartungswert nq* .

Im letzteren Falle nimmt also q bei wachsendem n wie $\frac{1}{n}$ ab, wir haben den Fall immer kleiner werdender Wahrscheinlichkeit q , den Fall seltener Ereignisse.

Im *ersten Falle*, wo q fest bleibt, *wächst* sowohl der Erwartungswert nq , wie auch die Streuung npq

= $nq(1-q)$ mit n *unbegrenzt*, es würde daher das Maximum der Verteilung, das ja bei nq liegt, immer weiter nach rechts ins Unendliche rücken und gleichzeitig, da die Streuung dauernd wächst, die Verteilung immer breiter werden, immer mehr auseinanderfließen. Man führt daher, mathematisch gesprochen, an Stelle von x eine neue Veränderliche

$$u = \frac{x - nq}{\sqrt{2npq}} = \frac{x - b_n}{\sqrt{2s_n}}$$

ein, d. h. anschaulich: man legt den Koordinatenanfangspunkt in den Schwerpunkt und drängt die Abszissen im Verhältnis $\frac{1}{\sqrt{n}}$ zusammen, so daß der

neue Schwerpunkt jetzt der Nullpunkt, und die neue Streuung endlich, (gleich $\frac{1}{2}$), wird. In dieser neuen Veränderlichen ergibt sich dann im Limes für $w_n(x)$ die bekannte charakteristische Gestalt der GAUSSSCHEN Glockenkurve. Mathematisch kommt dieser Tatbestand in der folgenden Limes-Formel zum Ausdruck:

$$(4) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2npq} w_n(b_n + u\sqrt{2npq}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-u^2} = \varphi(u).$$

Anschaulicher ist die aus (4) folgende Näherungsformel:

$$(5) \quad w_n(x) \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} \cdot e^{-\frac{(x-nq)^2}{2npq}}$$

(dabei bedeutet das \sim -Zeichen, daß die Formel in dieser Gestalt nur Näherungsformel für große n ist).

Der Sinn dieser Näherung ist: Läßt man n immer größer werden, so kann man an Stelle des exakten Ausdrucks für $w_n(x)$ den wir früher zu

$$\binom{n}{x} q^x (1-q)^{n-x}$$

berechnet hatten, den asymptotischen Näherungsausdruck

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi npq}} \cdot e^{-\frac{(x-nq)^2}{2npq}}$$

verwenden. Anwendungsbeispiele zu dieser bekannten Fundamentalformel bietet jeder Abschnitt der Statistik der Glücksspiele, der sozialen oder physikalischen Statistik.

Der *zweite Grenzübergang*, der bei *festem Erwartungswert*, ist mathematisch viel einfacher, anschaulich etwas schwieriger zu verstehen. Während der oben geschilderte LAPLACE-GAUSSSCHE ziemlich komplizierte rechnerische Hilfsmittel erfordert, läßt sich der POISSONSCHER ganz elementar durchführen, wie wir, um die einfache und gar nicht geheimnisvolle Natur dieser sehr geläufigen aber oft mißverständlich gedeuteten Formel ins Licht zu setzen, in wenigen Zeilen sehen wollen: Man erinnere sich nur, daß

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$$

und daß, wie man in den Anfangsgründen der Infinitesimalrechnung zeigt,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = e^a.$$

Dann kommt, wenn man $nq = a$ setzt,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} w_n(x) = \frac{n(n-1) \dots (n-x+1)}{n^x} \left(1 - \frac{a}{n}\right)^n \frac{a^x}{x!} =$$

$$(6) \quad = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - \frac{a}{n}} \cdot \frac{1 - \frac{1}{n}}{1 - \frac{a}{n}} \dots \frac{1 - \frac{x-1}{n}}{1 - \frac{a}{n}} \left(1 - \frac{a}{n}\right)^n \frac{a^x}{x!} =$$

$$= \frac{a^x}{x!} e^{-a}.$$

Das Resultat ist also die oben betrachtete Poissonsche arithmetische Verteilung (3) mit dem Mittelwert a und der Streuung a , eine *unsymmetrische* Funktion, die bei $x = 0$ mit dem Werte $\psi = e^{-a}$ beginnt, bei $x = a$ und bei $x = a - 1$ ihren Größtwert annimmt und von dort an langsam abnehmend, erst bei $x \rightarrow \infty$ exakt den Wert ψ erhält, aber für irgend erhebliche x bei mäßigem a schon sehr kleine Werte annimmt. Das hier charakteristische Festhalten von $a = nq$ beim Grenzübergang bedeutet, wie erwähnt, daß bei wachsendem n die Wahrscheinlichkeit q für das Eintreten des Ereignisses immer kleiner wird, ungenau ausgedrückt, daß man es mit Ereignissen von kleiner Wahrscheinlichkeit, mit *selteneren* Ereignissen, zu tun hat. In den vielfältigen Anwendungen dieser Formel ist der komplizierte Tatbestand der mit wachsendem n , d. h. mit wachsender Anzahl der Versuche, abnehmenden Wahrscheinlichkeit meist *nicht* realisiert, sondern man verwendet die Poissonsche Formel

$$(7) \quad w_n(x) \sim \frac{a^x}{x!} e^{-a}$$

als *Näherungsformel für große n* im Falle von Alternativen, für die bei großem n der Erwartungswert mäßig groß bleibt.

Ein dem *exakten Grenzübergang* zu dessen Erläuterung nachgebildetes *Beispiel*, dessen Künstlichkeit zutage tritt, wäre etwa folgendes: In einem Säckchen befinden sich Reiskörner, deren Anzahl (z. B. durch Wägung) sagen wir auf 1000 festgestellt sei, darunter seien drei schwarze. Die Wahrscheinlichkeit bei einer Ziehung ein schwarzes zu treffen, ist dann offenbar: $q = \frac{3}{1000}$, die für ein weißes gleich $1 - q$. Man mache nun Serien von je n Versuchen mit wachsendem n . Beginnen wir mit $n = 100$. Da müßte man blindlings ein Korn ziehen oder herausfallen lassen, sich das Ergebnis (weiß oder schwarz) merken, das Korn sodann wieder hineingeben, durchschütteln, ein nächstes ziehen, usf. im ganzen 100-mal. (Einfacher, wenn auch etwas ungenauer, weil die Versuche dann nicht mehr im strengen Sinne voneinander unabhängig sind, realisiert man die 100 Versuche, indem man 100 Körner auf einmal herausschüttet und die Anzahl x der schwarzen Körner darunter feststellt.) Jede solche Versuchsserie von 100 Ziehungen ist ein Element des Kollektivs für das unser $w_n(x) = w_{100}(x)$ die

Wahrscheinlichkeit angibt. Diese ist nach wie vor durch Formel (1), also durch

$$w_{100}(x) = \binom{100}{x} \left(\frac{3}{1000}\right)^x \left(1 - \frac{3}{1000}\right)^{100-x}$$

gegeben und könnte experimentell geprüft werden, wenn wir die geschilderten Versuche mit $n = 100$ sehr oft, (N -mal), wiederholen und die relativen Häufigkeiten $\frac{f(x)}{N}$ jedes einzelnen Ergebnisses von $x = 0, 1, 2, 3$ schwarzen Körnern mit den theoretischen

$$w_{100}(0), w_{100}(1), \dots, w_{100}(3)$$

vergleichen. Aber *dies* interessiert uns jetzt nicht, sondern vielmehr der Grenzübergang zu unbegrenzt wachsendem n . Der Erwartungswert ist hier zu-

nächst $a = nq = 100 \cdot \frac{3}{1000} = 0,3$. Die nächste Serie bestehe aus $n = 200$ Versuchen. Diese nehmen wir aber erst vor, nachdem wir 1000 weitere weiße Reiskörner in den Behälter hineingeschüttet haben, der jetzt also unter 2000 Körnern drei schwarze enthält, es ist jetzt $q = \frac{3}{2000}$, $a = 200 \cdot \frac{3}{2000} = 0,3$ wie früher; innerhalb dieser Serie gibt es wieder ein $w_{200}(x)$ das *genau* durch die NEWTONsche Formel mit $n = 200$, $q = \frac{3}{2000}$, angenähert durch $\psi(a; x)$ mit $a = 0,3$ gegeben ist. Und so geht es weiter. Bei der nächsten Serie von $n = 300$ Versuchen geben wir wieder vorher 1000 weiße Reiskörner dazu, so daß wegen $q = \frac{3}{3000} = \frac{1}{1000}$, $a = \frac{1}{1000} \cdot 300 = 0,3$ bleibt. Geht man in dieser Weise zu immer größeren n über, so unterscheidet sich das jeweilige $w_n(x)$ ($x = 0, 1, 2, 3$) schließlich um beliebig wenig von dem Poissonschen

$$\psi(a; x) = \frac{a^x}{x!} e^{-a}, \quad (a = 0,3; x = 0, 1, 2, 3)$$

was eben in den Formeln (6) und (7) zum Ausdruck kommt.

Mag nun aber diese Vorstellung der Limesbildung bei ständig abnehmender Wahrscheinlichkeit q eine etwas künstliche sein, die *praktische Anwendung* der Formel für die Wahrscheinlichkeit seltener Ereignisse ist jedenfalls einfach und als solche dem Physiker geläufig. Man setzt $\psi(a; x)$ an Stelle der unhandlichen Binomialformel, falls man es mit einer Versuchsserie von Alternativen bei großer Wiederholungszahl n und kleiner Wahrscheinlichkeit q des Einzelereignisses, oder wie man eben sagt, mit dem Typus seltener Ereignisse zu tun hat. Ein Beispiel dazu gibt etwa die Statistik der Kinderselbstmorde in einem bestimmten Jahr in Deutschland. Oder auf physikalischem Gebiete die Statistik der Brownschen Bewegung. Auch die Statistik des Telefonverkehrs wird mit Hilfe der Poissonschen Formel bearbeitet, wobei das einzelne Gespräch eines Teilnehmers als seltenes Ereignis aufgefaßt wird. Oder nochmals aus dem Gebiete der sozialen Statistik: die Anzahl der

Zwillingsgeburten für einen bestimmten Bevölkerungskreis: Das „statistische Jahrbuch für das Deutsche Reich 1927“ gibt z. B. — um etwa bei dem letzten Beispiel noch einen Augenblick zu verweilen — für einen Bevölkerungskreis von 120000 Seelen als monatliche Erwartungszahl einer Zwillingsgeburt $a \sim 2,64 \dots$. Diese Zahl ist gerechnet als Mittel aus den tatsächlich eingetretenen Ergebnissen in einer bestimmten größeren Zahl N von Monaten. (Man sieht nebenbei, daß hier der Erwartungswert als das Primäre auftritt, nicht wie in den theoretischen Überlegungen die Wahrscheinlichkeit.) Außerdem liefert die Statistik die Einzelzahlen x , d. h. die monatlichen Anzahlen der tatsächlich eingetretenen Zwillingsgeburten im 1., 2., 3. ... N^{ten} Monat der Beobachtung. Unter diesen sei etwa $x = 1$: $f(1)$ -mal, $x = 2$: $f(2)$ -mal, $x = k$: $f(k)$ -mal beobachtet worden. Die x sind kleine ganze Zahlen und

$$\sum_{j=1}^k f(j) = N$$

oder

$$\sum_{j=1}^k \frac{f(j)}{N} = 1.$$

Die Frage ist wieder, ob die relativen Häufigkeiten

$$\frac{f(j)}{N}, \quad (j = 1, 2, \dots, k)$$

der einzelnen x derartige sind, wie sie gemäß der Poissonschen Formel (7) zu erwarten wären. Dabei steht es zunächst noch dahin, mit welchem Parameter-Wert a wir die Poissonsche Funktion $\psi(a; x)$, mit der wir das Material vergleichen wollen, rechnen werden. Man pflegt aber stets, und das mit gutem Grund, für a das arithmetische Mittel der N beobachteten x -Werte zu nehmen. Denn wenn unser Beobachtungsmaterial *genau* einer Poissonschen Verteilung entspräche, d. h., wenn

$$\frac{f(1)}{N} = \psi(a; 1), \quad \frac{f(2)}{N} = \psi(a; 2), \quad \dots \quad \frac{f(k)}{N} = \psi(a; k)$$

wäre, dann wäre dieses a *genau* gleich dem arithmetischen Mittel der beobachteten x -Werte. Denn dieses ist ja gegeben durch

$$\frac{f(1) \cdot 1 + f(2) \cdot 2 + \dots}{N} = \sum_j j \frac{f(j)}{N}.$$

Und andererseits ist, wie wir wissen, der Erwartungswert einer mit dem Parameter a gebildeten Poissonschen Verteilung $\psi(a; x)$ gleich diesem a , d. h.

$$\sum_j j \psi(a; j) = a.$$

Es ist übrigens von Interesse sich klar zu machen, daß das n , die Anzahl der in jedem Monat angestellten Beobachtungen, in der eben geschilderten Überlegung überhaupt keine Rolle spielt, da es für die Poissonsche Formel charakteristisch ist, daß die Wiederholungszahl n in ihr nicht explizit auftritt. Man könnte unter n die Anzahl der in dem betrachteten Bevölkerungskreise vorkommenden Geburtsvorgänge verstehen, aber auch die Anzahl der erwachsenen Frauen, oder auch die gesamte Bevölkerungszahl (also hier 120000).

Oder: Man betrachtet, um die zufolge der Brownschen Bewegung auftretenden Schwankungerscheinungen zu verfolgen, im Mikroskop in aufeinanderfolgenden Zeitabschnitten die jeweils vorhandene Teilchenanzahl x in einem kleinen, noch „optisch isolierbaren“ Teilvolumen v . Diese Anzahl wird zufolge der Brownschen Bewegung Schwankungen um einen gewissen Mittelwert a ausführen. Dabei seien die Anzahlen von $x = 0, 1, 2 \dots$ Teilchen mit den relativen Häufigkeiten

$$\frac{f(0)}{N}, \quad \frac{f(1)}{N}, \quad \frac{f(2)}{N}, \quad \dots$$

beobachtet worden. Man trage zu jedem x als

Abszisse das zugehörige $\frac{f(x)}{N}$ als Ordinate auf, und

vergleiche das so entstehende Bild mit dem Bilde der Funktion $\psi(a; x)$. Dabei wird man den Parameter wieder — gewissermaßen um Maßstabübereinstimmung zu erzielen — als Mittelwert aus den beobachteten relativen Häufigkeiten rechnen. Da man annimmt, daß die Wahrscheinlichkeit, in dem sehr kleinen, optisch isolierten Volumen v zu erscheinen, für jedes Teilchen ungefähr durch das Verhältnis von v zum Gesamtvolumen V des Gases oder der Flüssigkeit gegeben ist, da ferner die Teilchenanzahl n eine große ist, so sind die Voraussetzungen für die Anwendung der Poissonschen Näherungsformel gegeben. Die Übereinstimmung der theoretischen Kurve für $\psi(a; x)$ und der experimentellen Häufigkeitskurve bildet ein Kriterium für unsere „Regellosigkeitstheorie“ des Vorganges, welche den Eintritt eines Teilchens in das Volumen v so auffaßt, wie das positive Ergebnis in einem Glücksspiel, bei kleiner Wahrscheinlichkeit für dieses Ergebnis und großer Anzahl n der Züge.

Damit verlassen wir den einfachsten Fall der Alternative bei unveränderlicher Wahrscheinlichkeit q . Wir haben — um es nochmals zusammenzufassen — ausgehend von der durch die Binomialformel gegebenen Wahrscheinlichkeit $w_n(x)$, die dafür besteht, aus einer Urne, die Nullen und Einsen enthält, in n Zügen x Einsen oder kurz *die Summe* x zu ziehen, *zwei Grenzübergänge* betrachtet, den LAPLACE-GAUSSSchen, der auf das fundamentale e^{-u^2} -Gesetz führte und den Poissonschen, bei dem der Erwartungswert festgehalten wird, wobei das $\frac{a^x}{x!}$ -Gesetz, *das Gesetz der seltenen Ereignisse* resultierte.

III. Problem der allgemeinen Summenbildung.

Beide Gesetze sind aber auch in viel *allgemeineren Fällen* gültig. Die Verallgemeinerung der Grundaufgabe, die Summe x zu ziehen, geht dahin:

1. Von der einfachen Alternative, der zweiwertigen Verteilung

$$b(1) = q, \quad b(0) = p = 1 - q$$

geht man zur *m-wertigen Verteilung* über, wobei die Wahrscheinlichkeiten mit $0, 1, 2, 3 \dots m$ bezifferte „Lose“ zu ziehen durch $b(0), b(1), \dots, b(m)$ gegeben sind.

2. Außerdem aber wird angenommen, daß diese Verteilung von Zug zu Zug wechselt, daß sie also beim ersten Zug durch $v_1(0), \dots, v_1(m)$, beim v -ten Zug durch $v_v(0), \dots, v_v(m)$ gegeben ist. Man fragt wieder nach der Wahrscheinlichkeit dafür, in n Zügen eine bestimmte Summe x zu ziehen. Man kann also an n Urnen denken, in denen Papierröllchen, welche die $(m+1)$ verschiedenen Zahlen $0, 1, \dots, m$ tragen, in verschiedenem Mischungsverhältnis vorhanden sind, derart, daß die Verteilung in der v -ten Urne durch $v_v(x)$, ($x = 0, \dots, m$; $v = 1, \dots, n$) gegeben ist. Man zieht n Lose, jedes aus einer anderen Urne, addiert die auf den gezogenen Losen stehenden Zahlen und fragt nach der Wahrscheinlichkeit $w_n(x)$, dabei eine bestimmte Summe x zu erhalten.

Eine mit dieser Fragestellung in engem Zusammenhang stehende Frage geht dahin, die m -dimensionale Wahrscheinlichkeit $w_n(x_1, \dots, x_m)$ zu bestimmen, dafür in n Zügen der geschilderten Art gerade x_1 Einsen, x_2 Zweien, \dots, x_m mit m bezifferte Lose (und den Rest Nullen) zu erhalten¹. Diese Frage ist in gewissem Sinne einfacher als die erste, da an der Verteilung $w_n(x_1, \dots, x_m)$ noch eine sog. „Mischung“ vorgenommen werden muß, um von ihr auf $w_n(x)$ zu kommen, d. h. es ist noch zu summieren über alle diejenigen Kombinationen der natürlichen Zahlen x_1, \dots, x_m , für die sich das in $w_n(x)$ auftretende, gewünschte x als Summe ergibt.

Bei endlich bleibendem n sind die Antworten auf die zwei Fragen ziemlich bedeutungslos. Über-sichtlich ist da nur der Sonderfall, daß $w_n(x_1, \dots, x_m)$ zu bestimmen ist, falls alle n Urnen die gleiche Verteilung aufweisen, also

$$v_r(0) = p, v_r(1) = q, \dots, v_r(m) = s_r \quad (v = 1, 2, \dots, n).$$

Dann gilt nämlich einfach die *Polynomialformel* als direkte Verallgemeinerung unserer NEWTON-schen Ausgangsformel:

$$w_n(x_1, \dots, x_m) = \binom{n}{x_1, \dots, x_m} q^{x_1} s^{x_2} \dots p^{x_m}$$

$$\text{mit } \binom{n}{x_1, \dots, x_m} = \frac{n!}{x_0! \dots x_m!}$$

wenn x_0 für $n - x_1 - \dots - x_m$ steht. Im Falle wechselnder v_r wird die entsprechende Aussage ganz formal, ebenso wie die Formel für $w_n(x)$: Man muß sich da offenbar mit dem *Ansatz* begnügen:

¹ Die hier eingeführte Funktion $w_n(x_1, \dots, x_m)$ liefert nicht die Wahrscheinlichkeit für das *allgemeine m-dimensionale Summenproblem*, in diesem sind schon die *Ausgangsverteilungen* $v_r(x, y, \dots, z)$ allgemeine m-dimensionale Verteilungen, und man fragt nach der Wahrscheinlichkeit, in jeder der m Koordinaten eine bestimmte Summe zu ziehen. Hier aber sind die $v_r(x)$ ein-dimensionale (man kann sie auch als sehr *spezielle* m-dimensionale Verteilungen schreiben). — Der Übergang zum allgemeinen, mehrdimensionalen Problem bringt weder im GAUSSschen noch im POISSONschen Falle prinzipiell Neues. Hingegen ist die *spezielle* Summenbildung, die auf $w_n(x_1, \dots, x_m)$ führt, (auch gelegentlich als Wahrscheinlichkeit einer „Aufteilung“ bezeichnet), für uns von Wichtigkeit.

$$(8) \quad w_n(x) = \sum \dots \sum v_1(x_1) v_2(x_2) \dots v_n(x_n).$$

Die $(n - 1)$ -fache Summe ist erstreckt über Kombinationen natürlicher Zahlen, für die

$$x_n = x - x_1 - x_2 - \dots - x_{n-1}.$$

Wieder hat man hier, da diese Formeln bei endlichem, nicht ganz kleinem n , ziemlich unverwendbar sind, *Grenzübergänge* vorgenommen, und zwar ist der Grenzübergang, der dem LAPLACE-GAUSSschen entspricht, zu besonderer Bedeutung gelangt, da er eine mathematisch sehr interessante Frage bietet und auch sachlich gewissermaßen den Normaltypus darstellt. Die entsprechende Aussage, die den Hauptteil des mit Recht so genannten *Fundamentalsatzes der Wahrscheinlichkeitsrechnung* bildet, geht dahin, daß $\lim_{n \rightarrow \infty} w_n(x)$ auch bei dem in Rede stehen-

den so allgemeinen Fall der Summenbildung auf ein e^{-u^2} -Gesetz führt, welches, und das ist hier besonders wichtig, trotz der n verschiedenen m -wertigen Verteilungen nur von den *zwei* Parametern b_n und s_n^2 , dem Mittelwert und der Streuung von w_n , abhängt; Zahlen, welche aus der Ausgangsverteilung in einfachster Weise gerechnet werden:

$$\sum_{x=0}^m x v_r(x) = a_r; \quad \sum_{x=0}^m (x - a_r)^2 v_r(x) = r_v^2;$$

$$b_n = \sum_{v=1}^n a_v; \quad s_n^2 = \sum_{v=1}^n r_v^2.$$

[Im BERNOULLISCHEN Fall, der der einfachste Spezialfall des Fundamentalsatzes ist, hatten wir sogar nur *einen* Parameter, da dort $b_n = nq$; $s_n^2 = nq(1 - q)$.] Führt man aus ganz analogen Überlegungen wie früher

$$u = \frac{x - b_n}{\sqrt{2s_n}}$$

als neue Variable ein, so gilt die in ihrer Einfachheit und Allgemeinheit bedeutsame *Fundamentalsformel*:

$$(9) \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \lim_{s_n} \sqrt{2} w_n(b_n + u \sqrt{2s_n}) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-u^2}$$

oder als Näherungsformel für große n

$$(10) \quad w_n(x) \sim \frac{1}{\sqrt{2\pi s_n}} e^{-\frac{(x - b_n)^2}{2s_n^2}}.$$

Es ist hier nicht die Aufgabe, die Bedeutung dieser Formel für Fehlertheorie, soziale und physikalische Statistik darzustellen. In all diesen Gebieten sieht man sich immer wieder auf das Exponentialgesetz geführt, sei es als Endergebnis theoretischer Überlegungen, sei es, daß eine empirisch vorliegende Ausgangsverteilung zunächst fast erstaunlicherweise die Gestalt der „Glockenkurve“ aufweist, (z. B. die Körperlänge der Rekruten, die Ergebnisse wiederholter Messungen einer physikalischen Größe), so daß man geistvolle Hypothesen wie die der „Summenbildung aus Elementarfehlern“ aufgestellt hat, um dieses Dominieren aus einem einheitlichen Gesichtspunkt zu verstehen. (Schluß folgt.)

¹ Vgl. dazu u. a. v. MISES, Fundamentalsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Mathem. Zeitschr. 4, S. 28 u. 65.

Botanische Mitteilungen.

Über einen aus Baumwollfäden isolierten thermophilen *Bacillus*. Organismen, die sehr hohe Temperaturgrade vertragen, sind schon seit recht langer Zeit bekannt. Man hat sie zuerst bei Thermen festgestellt, hauptsächlich Bakterien und Cyanophyceen, die sich durch Temperaturen von 80° in ihrem Gedeihen nicht stören lassen, Temperaturen also, bei denen das normale Plasma längst gerinnt und damit zwangsläufig den Tod erleidet. Später aber ist man einer ganzen Reihe von weiteren derartigen Organismen (Bakterien und Pilzen) auf die Spur gekommen, vor allem bei sich selbst erhaltendem Heu, aus dem MIEHE einen *Bacillus calfactor* isolierte, dessen Wachstumsminimum bei 30°, dessen Maximum aber bei 74° liegt. Schon vor einem Menschenalter hat im botanischen Institut zu Breslau F. COHN eine Selbsterhitzung bei ungereinigten Baumwollfasern, sog. Nisseln, beobachtet und hat den Nachweis erbringen können, daß auch hierbei zweifellos Mikroorganismen mit im Spiel sind, ohne aber das Problem im einzelnen weiter zu verfolgen. An diesem Punkte setzt eine neue Arbeit von SURAUER (Beitr. z. Biol. d. Pflanzen 16, 1928) ein. Es ist SURAUER gelungen, aus demselben Material, mit dem auch COHN arbeitete, einen *Bacillus* zu isolieren und rein zu kultivieren, der sich von dem MIEHESCHEN *B. calfactor* ganz wesentlich darin unterscheidet, daß alle Kardinalpunkte des Gedeihens weit nach oben verschoben sind. So liegt das Minimum des Wachstums bei ca. 50°, das Optimum bei ca. 68° und das Maximum bei dem recht auffälligen Betrag von 74°. Es verdient Beachtung, daß bei diesen Temperaturlagen auch noch Sporenbildung stattfindet und daß die Eigenbeweglichkeit selbst noch bei 92° registriert werden kann. Es sind sogar Anhaltspunkte dafür vorhanden, daß diese Eigenschaft sogar kurzfristige Erwärmung auf 100° überdauert. Die Sporen aber offenbaren ein noch extremeres Verhalten insofern, als sie 24 stündiges Kochen ohne Schädigung vertragen. All das würde noch keinen berechtigten Anlaß bilden, den untersuchten Organismus als eine von *B. calfactor* verschiedene Art zu betrachten, ist doch bekannt, daß man bei thermophilen Pilzen ziemlich rasch eine Umgewöhnung erzielen kann. SURAUER hat aber seine Untersuchungen nicht auf die Bestimmung der Kardinalpunkte beschränkt, sondern sich auch dem Stoffwechsel des Organismus zugewandt, wobei er eine ganze Reihe von Einzel Tatsachen ermitteln konnte, die mit Deutlichkeit offenbaren, daß auch hier ganz prinzipielle Differenzen vorliegen. So ist der Schluß berechtigt, daß es sich um eine selbständige neue Art handelt. Daß dieser Organismus bislang so selten beobachtet worden ist, dürfte damit im Zusammenhang stehen, daß es nur wenige thermophile Formen gibt, die die Temperatur bei der Selbsterhitzung so weit emporrücken, daß unsere Art die optimalen Bedingungen ihres Gedeihens findet.

Über den Kältetod und die Kälteresistenz der Pflanzen. Die Frage nach der Ursache des Erfrierens der Pflanzen hat die Pflanzenphysiologen schon von langer Hand beschäftigt, und immer mehr stellt sich heraus, daß es sich hier um ein komplexes Phänomen handelt. So wissen wir jetzt schon ganz bestimmt, daß Erfrieren und Gefrieren in keiner Weise parallel geht und daß Pflanzen bei erheblich über Null Grad emporgerückten Temperaturen erfrieren können und andererseits Temperaturen, die weit unter dem Gefrierpunkt des Wassers liegen, ungeschädigt vertragen. Hier handelt es sich offenbar um einen direkten Einfluß der Temperaturlagen in der Weise, daß der normale Ablauf

der Lebensvorgänge sistiert wird, wenn die Minimumtemperatur des Gedeihens unterschritten wird. Hierzu kommt aber in bestimmten Fällen der schädigende Einfluß der Eisbildung und auch dafür sind Anhaltspunkte vorhanden, daß je und je auch die Geschwindigkeit des Wiederauftauens von maßgebender Bedeutung sein kann. All diese Fragen stehen im Mittelpunkt einer monographischen Studie von ÅKE ÅKERMAN (Studie über den Kältetod und die Kälteresistenz der Pflanzen, Lund. 1927), die in großzügiger Weise die hier ausgeschnittenen Probleme einer genauen Analyse unterzieht. Es wird darin gezeigt, daß die schädigende Wirkung der Eisbildung in recht verschiedener Weise interpretiert werden kann. Es kann sich dabei ebenso wohl um den durch die Eisbildung bedingten Wasserentzug handeln, wie um eine irreversible Beeinflussung des kolloidalen Zustandes des Plasmas. Auch mechanische Schädigungen infolge des sich bildenden Eises im Innern der Zellen, wie auch in den Intercellularen, kann dabei in Frage kommen. Aus den Beobachtungen von ÅKERMAN, die durch zahlreiche eigene Experimente gestützt sind, ist mit Deutlichkeit zu ersehen, daß das Gesamtbild noch keineswegs abgeschlossen ist und daß wir in vieler Hinsicht noch im Dunkeln tasten. Als sicher kann angenommen werden, daß viele Stoffe, vor allem einfache Kohlehydrate, eine Schutzwirkung gegen das Erfrieren ausüben, wobei man auch hier noch nicht sagen kann, ob die Erhöhung des osmotischen Wertes, wie sie zwangsläufig gesteigerter Zuckerbildung folgt oder die spezifische chemische Struktur der in Frage kommenden Stoffe (Schutzkolloide) das maßgebende Agens ist. All diese Fragen bilden den Gegenstand des ersten, mehr theoretischen Teiles der ÅKERMANschen Studie. Der zweite Teil führt uns mitten in die landwirtschaftliche Praxis hinein, die natürlich an der ganzen Fragestellung in hohem Maße interessiert ist. ÅKERMAN untersucht zunächst eine ganze Reihe landwirtschaftlich wichtiger Zerealien auf ihre Kälteresistenz im Feldversuch. Zahlreiche Beobachtungen im künstlichen Gefrierversuch werden angereicht. Es ergibt sich die wichtige Beobachtungstatsache, daß hier bei den verschiedenen Rassen — vor allem Weizenarten — starke Differenzen hinsichtlich ihrer Kälteresistenz bestehen, wie das bei den Praktikern ja schon lange bekannt sind. Was den Untersuchungen ihren besonderen Wert verleiht, das ist die Tatsache, daß hier eine Fülle von greifbaren, auf gewissenhafter Beobachtung beruhender Daten geliefert wird. Aber ÅKERMAN zieht den Rahmen weiter. Er bestimmt parallel mit den Feststellungen über die Kälteresistenz den Zuckergehalt der betreffenden Rassen und findet hier eine deutliche Korrelation derart, daß mit steigendem Zuckergehalt auch die Frosthärte stärker ausgeprägt ist. Das äußert sich vor allem auch darin, daß im Vererbungsexperiment bei Kreuzungen zwischen verschiedenen Sippen Kälteresistenz und Zuckergehalt beim Aufspalten parallel gehen. Desgleichen besteht eine strenge Korrelation zwischen der Kälteresistenz und dem osmotischen Wert bei Grenzplasmolyse. So ergibt sich hier eine Reihe wichtiger Gesichtspunkte für die landwirtschaftliche Praxis, die geeignet erscheinen, die Forschung aus dem Stadium des mehr zufälligen Tastens herauszuheben und den Landwirt instandsetzen, bewußt nach der Richtung zu arbeiten, Sorten herauszukultivieren, die mit der Kälteresistenz oder wie wir jetzt weiter sagen können, mit dem gesteigerten Zuckergehalt bzw. mit gesteigertem hohen osmotischen Wert bei der Grenzplasmolyse andere von der land-

wirtschaftlichen Warte aus gesehen hochwertige Merkmale (Körnerertrag usw.) vereinigen.

Zur Waldgeschichte von Ostbelgien. In einer kurzen Mitteilung berichtet ERDTMAN über die Waldgeschichte Ostbelgiens (Acad. roy. belg. Bull. de la Classe d. Sc. 5. Ser. t. 13. 1927). Seine Angaben stützen sich hierbei auf pollenanalytische Untersuchungen, die an verschiedenen Mooren vorgenommen wurden. Danach läßt sich das folgende allgemeine Bild zeichnen: In der ältesten präborealen Phase, die sich an die ausklingende Eiszeit anschloß und etwa bis 7500 v. Chr. währte, war Ostbelgien nach den in den tiefsten Schichten erhaltenen Pollenresten von Weide, Birke und Kiefer besiedelt, wobei der Schwerpunkt auf der Birke lag (65%). Es ist also — wie so oft an der Westflanke von Europa — eine Birkenzeit, welche den Reigen eröffnet und der nur kälteresistente Gehölze zugesellt sind. In der borealen Periode (ca. 7500—5500 v. Chr.) verschiebt sich der Schwerpunkt zunächst auf die Kiefer (bis 70%) und Hasel, sowie die Komponenten des Eichenmischwaldes (Eiche, Ulme und Linde) erscheinen auf dem Felde. Die Hasel arbeitet sich nun sehr rasch an die Gipfelstellung empor (bis etwa 120% nach der üblichen Rechenmethode). Die Erle meldet sich zur Stelle und die Ulme erreicht ihre maximalen Werte. In all dem gibt sich eine allgemeine Temperaturzunahme und ein kontinentaler Charakter des Klimas zu erkennen. Die atlantische Periode (ca. 5500—2300 v. Chr.) bringt zunächst einen zweiten sekundären Anstieg der Birke und dann übernimmt der Eichenmischwald die absolute Führung mit ca. 40%. Zu Beginn dieser Phase gipfelt die Linde, am Schlusse die Eiche. Die Buche erscheint und die Erlenkurve offenbart mit Deutlichkeit eine ansteigende Tendenz. Die Kiefer sinkt fortdauernd, desgleichen die Hasel. In der subborealen Periode (ca. 2300—700 v. Chr.) geht nun auch der Eichenmischwald erheblich zurück, während die Birke nun fortdauernd auf einer gewissen Höhe verharrt. Die Eichenmischwaldkurve wird sehr bald von der Erle überschritten (ca. 40%), die Erlenkurve gegen Schluß der subborealen Periode von jener der Buche, die mutmaßlich noch im Bereich des Subboreals ihren Höhepunkt mit über 40% erreicht und nun dauernd die Führung behält. Wir stehen unter dem Zeichen der Buchenzeit, die auch noch dem Subatlanticum (700 v. Chr.—Gegenwart) ihr Gepräge verleiht. Als letzte Nachzügler erscheinen noch die Hainbuche und ganz gegen Schluß die Fichte, wobei gerade bei der Fichte vielleicht noch jüngste forstliche Einflüsse mitspielen, denn wir befinden uns außerhalb des derzeitigen natürlichen Fichtenareals. So wird es auch verständlich, daß die ebenfalls nicht bodenständige Tanne den Profilen vollständig fremd ist. Auch die Kiefer hat nun das Feld geräumt. Vergleichen wir mit diesen Beobachtungen die Verhältnisse etwa im Bodenseegebiet, so herrscht in vielen Zügen vollkommene Übereinstimmung, so vor allem in den ersten Etappen, d. h., in der Sukzession Birkenperiode — Kieferperiode — Haselperiode — Eichenmischwaldperiode — Erenlgipfel und Buchenperiode. Unterschiede aber liegen darin, daß die Tannenperiode fehlt und daß sich ein Anstieg der Fichtenperiode kaum zu erkennen gibt. Das sind aber Züge, die ihre restlose Erklärung finden, wenn wir das gegenwärtige Areal dieser beiden Bäume in Betracht ziehen. Daraus folgt mit aller Deutlichkeit, wie für die Waldfolge im einzelnen besondere, von den lokalklimatischen Verhältnissen abhängige Einflüsse maßgebend sind, und es zieht unser Interesse auf sich, daß in dieser Hinsicht die in jüngerer Zeit von OVERBECK untersuchten Rhönmoore eine vermittelnde Stellung einnehmen. Das gelangt in schöner

Weise gerade in dem intermediären Verhalten der Tannen- und Fichtenkurve zum Ausdruck.

Über das verschiedenartige Verhalten der unterseitigen und oberseitigen Stomata desselben Blattes. Im allgemeinen findet sich die Ansicht vertreten, daß es dem normalen Blattbau unserer einheimischen Vegetation entspricht, wenn die Spaltöffnungen (Stomata) nur auf der Blattunterseite anzutreffen sind. Vereinzelt Ausnahmen waren schon lange bekannt, wie häufig aber eine Durchbrechung des gewöhnlichen Typus zu verzeichnen ist, das ergibt sich mit großer Deutlichkeit aus neueren, auf breiter Grundlage angestellten Untersuchungen von LEICK, die dieser Frage besonders gewidmet sind (Ber. d. dtsh. botan. Ges. 45. 1928). Dieser Forscher konnte feststellen, daß bei etwa der Hälfte der untersuchten Objekte sowohl auf der Oberseite wie auf der Unterseite der Blätter Spaltöffnungen auftreten, wobei aber das ganz vereinzelt Vorkommen auf der Oberseite gar nicht in Rechnung gezogen ist. LEICK bezeichnet solches Verhalten als „Amphistomatie“ und als besonderen Spezialfall greift er noch jenen heraus, wo die Spalten auf den beiden Seiten etwa in gleicher Anzahl vorhanden sind. Dieser Kategorie, für die der Name „Isoamphistomatie“ geprägt wird, gehört ungefähr ein Viertel der amphistomatischen Blätter an. Es ergibt sich nun die naheliegende Frage, ob in diesen Fällen das Spiel der Spaltöffnungen auf den beiden Seiten gleich ist oder ob sich da bestimmte Differenzen ergeben. LEICK hat diese Frage nur zunächst in engem Rahmen analysiert, d. h. er hat seine Untersuchungen auf das Verhalten der Spalten dem Licht gegenüber beschränkt. Es ist bekannt, daß in vielen Fällen die Belichtung ein Öffnen, die Verdunklung einen Schluß der Spalten auslöst. Verfolgt man nun diesen Vorgang im einzelnen, dann zeigt sich aufs deutlichste, daß er sich auf Oberseite und Unterseite graduell und zeitlich verschieden abspielt. Für die Bestimmung des Öffnungszustandes der Spalten wurde nebeneinander die bekannte Kobaltpapierprobe (Rötung bei stattfindender Transpiration im geöffneten Zustand) sowie die direkte Messung der Spaltenweite benutzt. Hinsichtlich der Methode ist zu erwähnen, daß LEICK einmal das Verhalten der Spalten beim normalen Lichtrythmus ermittelte, dann aber auch künstliche Belichtung und künstliche Verdunkelung anwendete, wobei die Einwirkungsdauer des Lichtes beliebig gestaffelt werden konnte. Diese Experimente führten zu folgendem Ergebnis: „Wenn Unterschiede zwischen dem Verhalten der ober- und unterseitigen Spalten vorhanden sind, dann tritt in der Regel bei den oberseitigen die Öffnungstendenz innerhalb eines viel geringeren Lichtintervalls als bei den unterseitigen zutage: beim Hellwerden öffnen sich die oberseitigen Spalten später und beim Dunkelwerden schließen sie sich früher“. Bei *Galanthus nivalis* z. B. tritt zur Mittagsstunde oberseits und unterseits gleich starke Rötung ein, d. h. es muß etwa derselbe Öffnungszustand vorliegen. Am Nachmittag aber eilt die Rötung auf der Unterseite mehr und mehr voraus und des abends ist nur noch unten eine schwache Rötung festzustellen. Verdunkelt man am Tage künstlich, dann geht die Rötung zuerst und am stärksten auf der Oberseite zurück, was mit den vorigen Beobachtungen im schönsten Einklang steht. Entsprechende Erfahrungen sammelte LEICK am Färberweid (*Isatis tinctoria*).“ Wird nur für 1/2 Stunde das Licht ferngehalten, so ist das obere Öffnungsareal der Spalten auf 33%, das untere auf 90% gesunken; nach einer weiteren Viertelstunde betragen die entsprechenden Werte 11% (oben) und 59% (unten)“. Aus all dem zieht LEICK den einleuchtenden Schluß,

daß den Spaltöffnungen der Oberseite nur eine Zusatzwirkung zuzuschreiben ist, durch welche die Pflanzen instand gesetzt werden, besonders günstige Lichtverhältnisse auszunützen.

Über Geschlechtschromosomen bei der Lebermoosgattung *Pellia*. In einer früheren Nummer dieser Zeitschrift wurde über eine Arbeit von **LORBEER** berichtet, die sich mit den Geschlechtschromosomen der Lebermoosgattung *Pellia* beschäftigt. **LORBEER** gelangte zu der Auffassung, daß bei der diözischen Art *P. Fabbriana* die weiblichen Individuen 2 Chromosomen mehr besitzen als die männlichen, nämlich 9 gegen 7. Mit Rücksicht auf die Tatsache, daß nach seinen Zählungen die monözische Art *P. epiphylla* 8 Chromosomen aufweist, zieht der Autor den Schluß, daß der Übergang von dem monözischen zu dem diözischen Verhalten dadurch bedingt ist, daß bei der Reduktionsteilung im Sporophyten zwei koordinierte Chromosomen, und zwar diejenigen, die für die Geschlechtsbestimmung maßgebend sind, aneinander gekoppelt bleiben und nach demselben Spindelpol wandern; so entstünden 2 Sorten von Sporen, siebenchromosomige und neunchromosomige, von denen sich die einen zu Männchen, die anderen zu Weibchen entwickeln. Eine Nachprüfung dieser Verhältnisse durch **LORBEER** selbst und vor allem durch **HEITZ** hat aber neuerdings ergeben, daß diese Beobachtungen irrtümlich sind (**HEITZ**, *Planta* 5. 1928). Nach **HEITZ** liegen nämlich die Verhältnisse so, daß alle *Pellia*-arten, die monözischen, wie auch die diözischen, im haploiden Zustand je 9 Chromosomen aufweisen. Zahlenmäßige Unterschiede bestehen also nicht. Vergleicht man aber die Kerne männlicher und weiblicher Individuen von *P. Fabbriana* miteinander, so hebt sich ein Chromosomenpaar heraus, das deutliche Differenzen aufweist und das offenbar als das Geschlechtschromosomenpaar anzusprechen ist. Im weiblichen Geschlecht ist das Geschlechtschromosom symmetrisch gestaltet, in typischer Weise V-förmig. Diesem V-förmigen Chromosom steht im männlichen Geschlecht ein kürzeres asymmetrisches Chromosom gegenüber, das aus dem V-förmigen in der Weise abgeleitet werden kann, daß der eine Ast des V verloren gegangen ist. Hier haben wir also mit aller Deutlichkeit ein X- und ein Y-Chromosom vor uns. Dafür, daß es sich hier wirklich um die Geschlechtschromosomen handelt, kann die Tatsache ins Feld geführt werden, daß dieses Chromosom schon zu Beginn der Kernteilung vorhanden ist und beim Abschluß der Kernteilung nicht verschwindet, ja sogar im Ruhekern dauernd nachweisbar bleibt. Dieses sog. heteropyknotische Verhalten ist ja vielfach das bezeichnende Merkmal der Geschlechtschromosomen. Es ist nun sehr bemerkenswert, daß auch bei der monözischen *P. epiphylla* ein bestimmtes Chromosomenpaar dieselbe Erscheinung der Heteropyknotose aufweist, so daß mit Recht gefolgert werden kann, daß es sich auch hier um Geschlechtschromosomen handelt, die für das Hervortreten der Geschlechtsmerkmale verantwortlich gemacht werden müssen. Der Übergang zur Geschlechtstrennung ist also dadurch bedingt, daß von zwei ursprünglich gleichartigen Chromosomen das eine sekundär verändert wird, und zwar ist diese Veränderung des näheren als ein Abbau zu bezeichnen. Geht dieser Abbau noch weiter, so gelangen wir von dem XY- zu dem sowohl im Tierreich, wie auch im Pflanzenreich genugsam bekannten XO-Typus. Im Zusammenhang damit weist **HEITZ** auf die Möglichkeit hin, daß ähnliche Vorgänge auch bei den gewöhnlichen Chromosomen platzgreifen können, und daß auch hier, entsprechend wie es bei den Geschlechtsmerkmalen der Fall ist, durch mehr minder weiten Abbau von Chromo-

somen eine Änderung von Organisationsmerkmalen ausgelöst wird. Und da, wo der Abbau vollständig ist, wo also ein bestimmtes Chromosom das Feld vollkommen räumt, kann allein im Zusammenhang mit dem Chromosomenverlust ein völlig neuer Arttypus resultieren. So finden vielleicht die Fälle eine Erklärung, wo innerhalb einer Gattung vereinzelte Arten auftreten, die hinsichtlich ihres Chromosomensatzes unterzählig sind, Fälle, wie sie ja in der Cytologie häufig verzeichnet werden. Man braucht sich also hier nicht auf den vielfach vertretenen Standpunkt stellen, daß eine sekundäre Verschmelzung zweier oder mehrerer Chromosomen eingetreten ist. So eröffnet sich hier ein Weg, die Dinge unter einem ganz neuen Gesichtswinkel zu sehen. Es muß der Zukunft überlassen bleiben, zu dieser Hypothese Stellung zu nehmen.

Über den Einfluß von wachstumsfördernden Substanzen auf dekapitierte Blütenstiele von *Bellis perennis*. **SÖDING** hat vor 2 Jahren über Versuche berichtet, bei denen es geglückt ist, dekapitierte Infloreszenzachsen, deren Wachstum durch diesen Eingriff stark herabgesetzt ist, zu erneuter lebhafter Streckung zu veranlassen, wenn man ihnen die abgetragene Spitze mit Gelatine wieder aufklebt. Daraus zog er den berechtigten Schluß, daß die Spitze der Infloreszenzachse den Herd darstellt, von dem aus unter normalen Verhältnissen wachstumsfördernde Stoffe abwärts geleitet werden, die den Zuwachs regeln. Dieses Grundexperiment wurde nun neuerdings von **INA UYLDERT** auf interessante Weise abgewandelt. Es wurde nämlich untersucht, ob eine solche Wachstumsförderung auch von Wuchsstoffen ausgelöst werden kann, die von ganz anderen Objekten stammen. Es ist durch die Untersuchungen der letzten Jahre genugsam bekannt, daß entsprechende Substanzen auch in der Koleoptilspitze von Gramineen gebildet werden. Setzt man Koleoptilspitzen von *Avena* (Hafer) auf Agarblöcke, dann wandern diese Stoffe auf dem Wege der Diffusion in den Agar hinein und aus solchem Agar kann man Würfelchen herausschneiden, die den maßgebenden Stoff enthalten. **INA UYLDERT** hat nun folgende Versuchsreihe angestellt: eine Serie von *Bellis*-infloreszenzen wurde dekapitiert und die zugehörigen Spitzen wurden mit Gelatine aufgeklebt. Das entspricht also den **SÖDING**-schen Versuchen (A). Bei einer zweiten Serie (B) wurden Agarblöckchen mit Wuchsstoff von *Avena* aufgesetzt und zur Kontrolle schließlich in einer 3. Serie (C) Blöckchen aus reinem Agar, der also keinen Wuchsstoff enthielten. Bei allen 3 Serien wurde der Zuwachs der obersten 15 mm nach Ablauf von 24 Stunden bestimmt. Der mittlere Zuwachs betrug bei A 1,26 mm, bei B 1,09 mm und bei C 0,39 mm. Dieser letzte Betrag entspricht nun der Größenordnung nach ungefähr dem reduzierten Zuwachs, den die dekapitierten Stümpfe ohne Aufsatzstück aufweisen, d. h. reiner Agar ist wirkungslos. Agar mit Wuchsstoff von *Avena* dagegen löst einen deutlich gesteigerten Zuwachs aus, der in der hier namhaft gemachten Versuchsreihe zwar nicht ganz der Steigerung entspricht, die von der zugehörigen Infloreszenzspitze ausgeht, in einer anderen Versuchsreihe aber wurde dieser Betrag noch ganz wesentlich überschritten (1,93 gegen 1,43 mm). Das erinnert an verwandte Versuche, die **CHOLODNY** mit Hypokotylen von Lupinenkeimlingen angestellt hat. Arbeitet man hier mit isolierten, mit dem Korkbohrer hergestellten Hohlzylindern des Hypokotyls, dann erscheint hier nur ein ganz minimaler Zuwachs. Fügt man aber in den Hohlraum eine Koleoptilspitze von *Zea* (*Mays*) ein, dann wird auch hier der Zuwachs erheblich gefördert. Sowohl aus diesen Versuchen von **CHOLODNY**, wie auch aus jenen von **INA UYLDERT** folgt mit Deutlichkeit,

daß die Wuchsstoffe der Organspitze nicht artspezifisch sind, sondern daß ihre Wirkung nicht einmal erlischt, wenn man den weiten systematischen Sprung von den Gramineen, zu denen sowohl Avena wie auch Zea gehören, zu den Compositen (Bellis) bzw. Papilionaceen (Lupinus) macht, den Sprung also von den Monocotyledonen zu den Dicotyledonen. Die Frage nach der chemischen Natur dieser Wuchsstoffe wird in der Arbeit von INA UYLDERT nicht angegriffen. Hier tasten wir also immer noch vollkommen im Dunkeln.

Mikrochirurgische Untersuchungen an Hymenomyceten. Über eine originelle Versuchsmethodik an Hymenomyceten, und zwar speziell bei Blätterpilzen, berichtet R. HARDER (Zeitschr. f. Bot. 19. 1927). Zum Verständnis der Methode ist es erforderlich, die Fortpflanzungsverhältnisse bei Pilzen ganz knapp zu charakterisieren. Aus den Sporen entwickeln sich hier Mycelien mit einkernigen Zellen. Diese Mycelien sind geschlechtlich polarisiert. Sie tragen entweder +- oder --Charakter, und bloß Mycelien mit gegensinnigen Vorzeichen können miteinander kopulieren. Zu dem Zwecke treten 2 Mycelfäden nebeneinander, es entsteht eine Verbindungsbrücke, durch die ein Kern aus dem einen Mycel in das andere übertritt, wobei auch etwas Plasma mit hinüberwandert. Es findet aber zunächst keine Kernverschmelzung statt, vielmehr bleiben die beiden Kerne selbständig und zeigen die Erscheinung der sog. *konjugierten* Kernteilung, mit der die Zellteilung Hand in Hand geht. Dieser Vorgang wird dadurch eingeleitet, daß die beiden Kerne eine Doppelspindel bilden. Die beiden Spindeln sind parallel zur Längsachse des Mycelfadens orientiert. So entstehen aus jedem Kern 2 Tochterkerne, die auf die Tochterzellen gleichmäßig verteilt werden, und da dieser Prozeß sich weiterhin in derselben Weise abspielt, so enthält jede Zelle des durch den Sexualakt diploid gewordenen Mycels 2 Kerne, von denen der eine dem +-, der andere dem --Mycel entstammt (diploide Phase). Die Zellen sind also geschlechtlich neutral. Dieser Zustand wird bis zur Sporenbildung beibehalten. Erst dann findet die bis dahin hinausgeschobene Kernverschmelzung statt; auf die Verschmelzung folgt sofort die Reduktionsteilung, und so entstehen aus den haploiden Sporen die einkernigen +- und --Mycelien. Damit ist der Kreislauf geschlossen.

Die für die HARDERSche Methodik entscheidenden Vorgänge liegen bei der konjugierten Kernteilung. Man könnte zunächst erwarten, daß im Stadium der Doppelspindel einfach eine Querwand eingelegt wird, so daß je ein Tochterkern an die beiden Tochterzellen abgegeben wird. So einfach liegen die Verhältnisse aber bloß für die Spitzenzelle. Von den beiden unteren Kernen wird aber bloß der eine unmittelbar an die Hypsenzelle geliefert, der andere wird in einer seitlich angelegten Hyphenausstülpung abgekapselt. Es bildet sich die sog. *Schnalle*, die an der basalen Zelle herabwächst und erst sekundär mit ihr in Kommunikation tritt. Sie legt sich mit ihrer Spitze an die Hyphe an, die Wand wird perphoriert und der Kern tritt über. Erst jetzt ist die basale Zelle sekundär wieder zweikernig geworden, während sie vorübergehend einkernig war. Der künstliche Eingriff in diese ganze Entwicklung besteht nun darin, daß in dem Augenblick, wo der eine der Paarkerne in der Schnalle abgekapselt liegt, dieser Kern mit dem Mikromanipulator entfernt wird. Auf diese Weise wird erreicht, daß die zweite Hyphenzelle im Einkernstadium verharrt. Tötet man nun die Nachbarzellen ab, dann kann man erreichen, daß diese einkernige Zelle zu einem selbständigen Mycel auswächst, das nur aus einkernigen Zellen besteht, d. h. das Mycel ist haploid, enthält aber Plasma von beiden Aus-

gangsformen, da ja bei dem Kernübertritt bei der Kopulation auch etwas Plasma übermittelt wurde, so daß es zu einer Durchmischung der beiden elterlichen Protoplasten gekommen ist. Derartige Versuche sind bei Schizophyllum (Spaltlamelle) und Pholiota (Schüppeling) geglückt. Es hat sich dabei im einzelnen herausgestellt, daß die künstlich haploid gemachten Mycelien wesentlich langsamer wachsen, als die normal diploiden; sie kehren zu der viel geringeren Wachstumsgeschwindigkeit der haploiden Ausgangsmycelien zurück. Auffällig ist, daß diese künstlich haploiden Mycelien eine Zeitlang noch Schnallen bilden, obwohl nunmehr diese Schnallen, die speziell der Kernübermittlung dienen, funktionslos geworden sind. HARDER nimmt an, daß ein ursprünglich in gewisser Menge vorhandener „schnallenbildender Stoff“ schließlich so sehr verdünnt wird, daß er keine Schnallenbildung mehr auszulösen vermag. Interessant ist das geschlechtliche Verhalten der künstlich einkernigen Mycelien. Wie oben erwähnt, sind die diploiden Mycelzellen geschlechtlich neutral, sie kopulieren nicht mehr. In dem Augenblick aber, wo der eine Kern eliminiert wird, erlangen sie auch ihre Kopulationsfähigkeit wieder, und je nach dem Kern, der erhalten geblieben ist, findet eine Kopulation mit +- oder mit --Mycelien statt. Die künstlich haploiden Stämme verhalten sich also genau so in sexueller Hinsicht wie die reinen Haplonten. Dagegen haben sie das Vermögen zur Fruchtkörperbildung verloren, falls es sich nicht um eine jener selteneren Arten handelt, die auch im haploiden Zustand fruktifizieren können. Besondere Beachtung verdient die Beobachtung von HARDER, daß bei Pholiota die künstlich haploiden Mycelien sehr häufig nebeneinander Eigenschaften von *beiden* Ausgangsarten zeigen, obwohl nur Kernderivate des einen Elters vorhanden sind. Das führt HARDER zu der Auffassung, daß hier der „*bi*protoplastische“ Charakter der künstlich haploiden Formen zum Ausdruck gelangt: der Kern der einen Ausgangsform fehlt, aber das Protoplasma ist vorhanden und vermittelt die Übertragung elterlicher Merkmale. Das ist eine Ansicht, die gewissen neueren Feststellungen von NAWASCHN, die allerdings bei ganz anderen Objekten, nämlich bei Kompositen, gewonnen sind, widerspricht. Bei der ganz prinzipiellen Bedeutung, die der Frage nach der Vererbung von Eigenschaften durch das Plasma zukommt, verdient dieser Punkt eine sehr eingehende weitere Analyse.

Untersuchungen über Chemodinese bei Vallioneria. In einem früheren Band dieser Zeitschr. (13. 761. 1925) wurde über Versuche von FITTING berichtet, die sich auf die Protoplasmaströmung von Vallisneria beziehen. Anschließend an ältere Beobachtungen konnte hier FITTING dartun, daß die charakteristischen Strömungserscheinungen in den Pallsadenzellen der Blätter durch die verschiedensten Faktoren ausgelöst werden können. Je nach dem besonderen Reizanlaß redet FITTING von Photo-, Thermo-, Hapto- und Chemodinesen. In die Kategorie der Chemodinesen gehört es, wenn die Hinzufügung von Gewebeertrakt Plasmaströmung auslöst, denn zweifellos müssen es irgendwelche in dem Extrakt vorhandenen Stoffe sein, die das Plasma der Zellen in Rotation versetzen. Um nun der Natur dieser Stoffe auf die Spur zu kommen, ging FITTING in einer neuen Arbeit (Jahrb. f. wiss. Botanik 67. 1927) derart vor, daß er in methodischer Weise die Wirksamkeit der verschiedensten organischen Stoffe untersuchte und feststellte, ob sie bei derselben Verdünnung, die in den Gewebeertrakten nach den früheren Erfahrungen vorliegen muß, wirksam sind. Diese Bedingung ist nun in weitgehendstem Maße bei den Aminosäuren erfüllt, die sich freilich hinsichtlich ihrer Wirkungskraft im

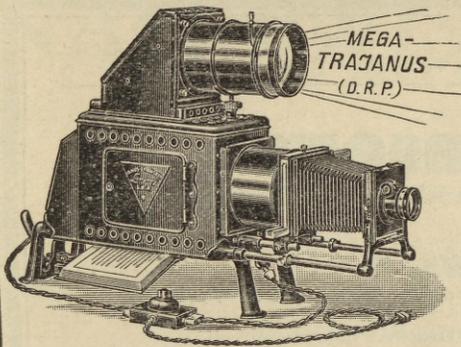
einzelnen wesentlich unterscheiden. Ganz auffallend tiefe Werte fand FITTING bei einer ersten Gruppe, der u. a. Asparaginsäure und Glutaminsäure angehören. Hier liegt die untere Reizschwelle bei $0,0^{025} - 0,0^6$ Mol¹, d. h., bei einer Verdünnung, die 1 : 30—1 : 80 Millionen beträgt. Ähnlich tiefe Schwellen beobachtetet bislang erst PRINGSHEIM und MAINX für die chemotaktischen Reaktionen der Volvocaceae Polytoma (Schwelle für die Fettsäure Triolein sogar $0,0^{071} - 0,0^{071}$ Mol!). Die Werte für die zweite Gruppe (Amino-n-Buttersäure, Alanin, Serin) liegen etwas höher und belaufen sich auf $0,0^{025} - 0,0^{05}$ Mol (Verdünnung 1 : 4—1 : 10 Millionen). Noch höher rückt die Schwelle bei der dritten Gruppe (Glykokoll, Ornithin) und bei der vierten Gruppe (Leucin, Tyrosin) empor, die also die Aminosäuren enthält, die am wenigsten wirksam sind. Recht auffällig ist die Beobachtungstatsache, daß es für die wirksamsten Aminosäuren nicht nur eine untere, sondern auch eine obere Reizschwelle gibt, bei deren Überschreitung die Plasmaströmung wieder zum Stillstand gelangt, und daß bei weiterer Konzentrationssteigerung die Rotation erneut auftreten kann. Das erinnert an das Pendeln phototropischer Reaktionen bei einem Anwachsen der dargebotenen Lichtmengen. Ein Vergleich der verschiedenen Verbindungen ergab, daß im allgemeinen die Wirksamkeit mit der Länge der Kohlenstoffkette steigt, daß sie dagegen sinkt, wenn weitere Aminogruppen in die Verbindung eingeschaltet werden, oder wenn es sich um Stoffe mit verzweigter Kohlenstoffkette handelt. Weiterhin zeigte sich, daß β -, γ -, . . . ω -Aminosäuren weniger wirksam sind als α -Säuren, und zwar in dem Maß, als die Distanz von der α -Stellung zunimmt. Wesentlich schwächer wirksam als Aminosäuren sind die stickstofffreien organischen Säuren (Ausnahme z. B. Galakturonsäure mit der Schwelle $0,0^{05}$ Mol). Nur sehr unbedeutend wirksam sind die Eiweißstoffe, und völlig negativ verliefen die Versuche mit Kohlehydraten. Man darf also wohl annehmen, daß es tatsächlich die Aminosäuren sind, denen der Pflanzenextrakt seine Wirksamkeit verdankt. Um diese Erfahrungen auf eine breitere Grundlage zu stellen, zieht FITTING Beobachtungen aus der tierischen Physiologie heran und gedenkt in diesem Zusammenhange der Hormone. Hier handelt es sich freilich nach dem, was wir bisher wissen, nicht um Aminosäuren, aber die Tatsache ist auffällig, daß auch hier der Stickstoff, und zwar in Aminbindung eine maßgebende Rolle zu spielen scheint. FITTING sagt hierüber: „zwar sind pharmakologisch die Aminosäuren fast sämtlich recht indifferenten Körper; dagegen sind im Tierkörper aber andere Verbindungen, die auch zu dem N-Stoffwechsel, und zwar gerade zu den Aminosäuren sehr enge Beziehungen haben, durch zum Teil sehr starke Wirkungen bei ebenfalls erstaunlich tiefen Schwellen besonders ausgezeichnet, nämlich vor allem gewisse Amine, die sich, wie wir sahen, z. B. durch Decarboxylierung direkt von den Aminosäuren herleiten lassen, und gerade unter solchen Aminen befinden sich sehr wichtige tierische Hormone.“ Als Beispiel wird das Cholin genannt. Es muß der Zukunft überlassen werden, diese interessanten Gedankengänge weiter auszubauen.

Über Abendswärmer und Schwärmerblumen. In der blütenökologischen Literatur ist allgemein die Ansicht vertreten, daß die von Abendswärmern („Nachtswärmern“) besuchten Blumen sich durch ganz charakteristische Merkmale auszeichnen: einmal durch weiße Blüten, die in der Dämmerung am wirksamsten

sind, weil Farben in der Dunkelheit nicht mehr wahrgenommen werden sollen, und dann durch einen intensiven Duft, der hier vor allem in den Nachtstunden den Blüten entströmt und so die optische Fernwirkung mehr minder überflüssig machen soll. Tatsächlich ist nun die korrelative Verknüpfung von Abendswärmerbesuch und weißer Blütenfarbe bzw. in den späteren Abendstunden ausgestreutem Duft recht auffällig. Aber wie immer, so bedarf auch hier die ökologische Interpretation von Fall zu Fall einer experimentellen Analyse. Das ist nun der Gegenstand einer kleinen Studie von KNOLL, dessen Arbeiten sich ja hauptsächlich auf diesem Gebiet bewegen. (Ber. d. dtsh. botan. Ges. 45. 1927.) Die Untersuchungen KNOLLS erstreckten sich in erster Linie auf den dem Abendswärmerotypus angehörigen Windenschwärmer (Protoparce Convolvuli). Mit Rücksicht auf die Tatsache, daß die Tiere bei dem Besuch von Nicotiana affinis, einer Tabaksart, erbeutet wurden, wurden im Experiment diese Blüten verwertet, und zwar kam es zunächst darauf an, die Wirkung von Farbe und Duft zu trennen. Zu dem Zwecke wurden 2 Blüten frei aufgestellt und zwischen diesen beiden eine solche, die zwischen 2 Glasplatten in der Weise eingeschaltet war, daß für eine evtl. Anlockung nur die Farbe in Frage kommen konnte. Die freistehenden Blüten waren mit Zuckerwasser angefüllt, um die anlockende Wirkung zu erhöhen. Beim Aufsuchen der hinter dem Glas stehenden Blüte stießen die Tiere natürlich an der Glaswand auf und hinterließen hier ihre Rüsselspuren, aus denen mit Sicherheit zu ersehen war, mit welcher Präzision sie auch auf die Blüten in dem Glasraum zuflogen. Daraus folgt, daß allein der optische Eindruck ausreicht, den Schwärmern den Weg zu weisen. Nach Ermittlung dieser Tatsache ging nun KNOLL zu Versuchen mit einer anderen Nicotianaart über, N. sanderae, die durch purpurne Blüten gekennzeichnet ist, und zwar wurden die Tiere schrittweise auf diese neuen Blüten, die ebenfalls mit Zuckerwasser gefüllt wurden, dressiert. Die Bindung an die Blaugruppe erfolgt so rasch, daß späterhin die blauen Blüten spontan aufgesucht werden. KNOLL variierte nun die Versuche nach der Richtung, daß nur die frei aufgestellten Blüten natürlich waren, während er hinter Glas Papiermodelle von demselben Farbton aufstellte. Hier war natürlich der Duft ganz ausgeschaltet. Es zeigte sich, daß auch diese künstlichen Modelle sehr präzise angefliegen wurden (Rüsselspuren auf der Glasscheibe!). Dieser Anflug fand auch noch in derselben Weise statt, wenn das Licht schrittweise herabgesetzt wurde, soweit, daß die Farbwirkung für das menschliche Auge verloren ging. Das heißt also, daß die Tiere auch in tiefster Dämmerung noch Farben sehen. Wie durch weitere Versuche dargetan wurde, vermögen sie auch unter solchen Umständen ganz bestimmte Farben voneinander zu unterscheiden, es handelt sich also keineswegs bloß um die Helligkeitsdifferenzen. Dagegen gelang es nicht, bei Ausschluß des optischen Eindruckes eine reine Wirkung des Blütenduftes zur Darstellung zu bringen. „Es wäre möglich“, schreibt KNOLL, „daß unter Umständen der Blütenduft die Reizschwelle für die optischen Eindrücke erniedrigt, so daß die motorischen Reaktionen (Anflug, Rüsselreaktion) eher und vollkommener eintreten, wenn auch noch bestimmte Duftstoffe die Geruchsorgane der hungrigen Tiere treffen.“ KNOLL verfügt schon über vorläufige Beobachtungen, die nach dieser Richtung sprechen und über die später berichtet werden soll. Aber schon aus den angeführten Daten ist zu ersehen, daß die Dinge nicht so einfach liegen, wie man sich das bislang vorgestellt hat.

STARK.

¹ Der Exponent hinter der Null gibt die Zahl der noch einzusetzenden Nullen an, also $0,0^{025} = 0,00000025$ Mol.



Liste und Angebot kostenlos!

Mega-Trajanus-Epidiaskop

(D. R. Patent Nr. 366044 und Ausland-Patente)

Dieser neue Bildwerfer wird mit Episkop-Objektiven

**von 150 mm Linsen-Durchmesser
und 60 bzw. 75 cm Brennweite**

geliefert. Er gestattet lichtstarke Projektionen

**von Papier- u. Glasbildern
auf 12 bis 15 m Entfernung**

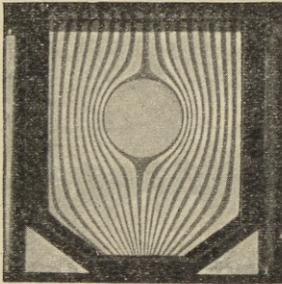
Auf Grund bisher gemachter Erfahrungen für größere Hörsäle
bzw. bei Aufstellung im Rücken der Zuhörer bestens geeignet

Ed. Liesegang, Düsseldorf Postfächer
124 und 164

Spindler & Hoyer G. m. b. H.

Mechanische und optische Werkstätten

Göttingen 40



Demonstration d. Stromlinien mit d. Apparat nach Prof. Pohl

Demonstrationsapparate für den physikalischen Unterricht nach Prof. R. Pohl

Apparate für luftelektrische und radioaktive Messungen

Seismographen und Erschütterungsmesser nach Prof. Wiechert

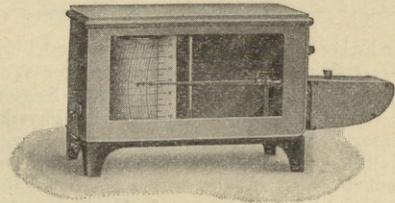
Doppel-Monochromator für Untersuchungen im sichtbaren und ultravioletten Lichtbereich nach Prof. R. Pohl

Kondensatoren, Normal-Kapazitäten nach Modellen der Phys.-Techn. Reichsanstalt, Berlin

Eichstandgerät für Röntgen-Dosimetrie nach Dr. Küstner

u. a. m.

Ausführliche Kataloge stehen zur Verfügung



Registrierende

**Barometer — Thermometer — Hygrometer
auch kombiniert**

liefern auf Grund langjähriger Erfahrungen

**G. Lufft Metallbarometerfabrik G. m. b. H.
Stuttgart-N**

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

Von

Dr. med. **Ludwig Binswanger**, Kreuzlingen
erschien soeben:

Wandlungen in der Auffassung und Deutung des Traumes

von den Griechen bis zur Gegenwart

VI, 112 Seiten. 1928. RM 4.20

VERLAG VON JULIUS SPRINGER IN BERLIN W 9

Die Psychologie in der Psychiatrie

Eine Einführung in die psychologischen Erkenntnisweisen innerhalb der Psychiatrie
und ihre Stellung zur klinisch-pathologischen Forschung

Von Dr. **Arthur Kronfeld**-Berlin

VII, 106 Seiten. 1927. RM 4.80

Um dem jungen Studierenden Gelegenheit zu geben, sich die methodologischen und prinzipiellen Leitgedanken der psychiatrischen Wissenschaftslehre anzueignen und ihm den Weg zum psychiatrischen Denken zu ebnen, der gegenwärtig nicht immer leicht erkennbar ist, gibt der Autor dieses Schriftchen heraus. — Angestrebt wird das Zusammenarbeiten des Klinikers einerseits und des phänomenologischen und psychoanalytischen Forschers andererseits in gemeinsamer, fruchtbringender Arbeit. Viel Problematisches ist beiseite gelassen, vieles stark vereinfacht, viel Elementares gesagt um des didaktischen Zweckes willen.

VERLAG VON JULIUS SPRINGER, BERLIN W 9

Die Textilfasern

Ihre physikalischen, chemischen und mikroskopischen Eigenschaften

Von

J. Merritt Matthews, Ph. D.

ehem. Vorstand der Abteilung Chemie und Färberei an der Textilschule in Philadelphia,
Herausgeber des „Colour Trade Journal and Textile Chemist“

Nach der vierten amerikanischen Auflage ins Deutsche übertragen von

Dr. Walter Anderau
Ingenieur-Chemiker, Basel

[Mit einer Einführung von Prof. Dr. H. E. Fierz-David

Mit 587 Textabbildungen. XII, 847 Seiten. 1928. Gebunden RM 56.—

Inhaltsübersicht: Allgemeiner Überblick. Asbest als Textilfaser. Wolle, Herkunft, Bedeutung, Klassifizierung, Beschaffenheit der Wolle. Chemische Eigenschaften der Woll- und Haarfasern. Chemisches Verhalten der Wolle. Regenerierte Wolle, Kunstwolle, Shoddy. Geringere Haarfasern. Seide, ihre Herkunft und Kultur. Physikalisches über die Seide. Chemie der Seide. Die vegetabilen Fasern. Baumwolle. Physikalische Beschaffenheit der Baumwolle. Bestandteile der Rohbaumwolle. Zellulose, ihre chemischen Eigenschaften. Chemische Eigenschaften der Baumwolle. Wasser- und feuerfeste Fabrikate. Merzerisierte Baumwolle. Geringere Samenhaare. Die künstlichen Seiden. Lein. Jute, Ramie, Hanf. Geringwertige vegetabile Fasern und Papierfasern. Analytische Untersuchung der Fasern. Analyse von Fabrikaten und Garnen. Prüfung der Fabrikate. Analyse von Fasern und Garnen in Fabrikaten. Sachverzeichnis.

Handbuch der Spinnerei

Von

Ing. Josef Bergmann †

o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Brünn

Nach dem Tode des Verfassers ergänzt und herausgegeben von

Dr.-Ing. e. h. A. Lüdicke

Geh. Hofrat, o. Professor emer., Braunschweig

Mit 1097 Textabbildungen. VII, 962 Seiten. 1927. Gebunden RM 84.—

Inhaltsübersicht: Die mechanische Technologie der Faserstoffe. Die mechanische Technologie der Spinnerei: Einleitung. Allgemeine Grundgesetze über das Spinnen. Das Handspinnen. Das Maschinenspinnen. Die Eigenschaften der Gespinste. Garnnumerierung. Die Handelsformen der Garne und Zwirne. — Die verschiedenen Spinnereizweige: Die Spinnereizweige für das Verspinnen der pflanzlichen Faserstoffe: Die Baumwollspinnerei. Die Baumwolle. Die Flachsspinnerei. Der Flachs oder Lein. Die Hanfspinnerei. Der Hanf. Die Jutespinnerei. Die Jute. Das Verspinnen der Nesselfasern. — Die Spinnerei für das Verspinnen der tierischen Rohstoffe: Die tierischen Wollen und Haare: Das Verspinnen der Schafwollen. Die Kunstwollgarnspinnerei. Das Verspinnen der Kammwolle. Die Seide. — Die Kunstseide. Die Asbestspinnerei. Die Papiergarnspinnerei. — Sachverzeichnis.

Handbuch der Appretur

Von

Ing. Josef Bergmann †

o. ö. Professor an der Technischen Hochschule in Brünn

Nach dem Tode des Verfassers ergänzt und herausgegeben von

Dr.-Ing. Chr. Marschik

Professor, Leipzig

Mit 286 Textabbildungen. VI, 321 Seiten. 1928. Gebunden RM 36.—

Inhaltsübersicht: Mechanische Technologie der Gewebe-Appretur. Die Reinigungsarbeiten. Die Arbeiten zur Vergleichmäßigung und Verdichtung des Gefüges. Arbeiten zur Erzeugung gleichmäßiger Oberflächen auf dem Gewebe. Die Erzeugung glatter und glänzender Gewebeflächen. Das Fixieren und Abziehen des Glanzes. Die Herstellung erhabener Flächenverzerrungen. Die Nach- und Vollendungsarbeiten. Anhang: Chemische Appreturverfahren. Sachverzeichnis.

Hierzu eine Beilage vom Verlag Julius Springer in Berlin