

Immanuel Kant

1724—1924.

Gedächtnisrede zur Einweihung des Grabmals

im Auftrag der Albertus-Universität und der Stadt Königsberg in Preußen

am 21. April 1924 im Dom zu Königsberg gehalten von

Adolf von Harnack.

Zur Einweihung eines Grabmals sind wir zusammengekommen. Aber der Mann, dem das Grabmal gilt, lebt unter uns heute noch wie kein anderer Philosoph, und er lebt nicht nur in seiner Wissenschaft fort, sondern er ist bei uns Deutschen noch in allen Wissenschaften lebendig.

Zwar der Ruf „Zu Kant zurück“ ist heute nicht der einzige. Wir hören daneben die Losung: „Über Kant hinaus“, und auch die andere: „Hinter Kant zurück“. Aber „An Kant vorbei“ vermag niemand zu gehen, und ihn ausstreichen aus der lebendigen Bewegung der Gegenwart wollen nur die extremsten Gruppen von rechts und links; aber sie können es nicht; denn Kant — er und nur er — ist das Schicksal der deutschen Wissenschaft geworden. Das ist seine Größe!

Seine Größe — aber wie erklärt es sich, daß wir ihn, den schlichten Königsberger Professor, neben Aristoteles und Newton, und wiederum neben Plato und Leibniz dort stehen sehen, wo das Weltgebäude aufgerichtet ist? Ist es so, weil die Prinzipien seines Denkens und seiner Methode bis heute unangetastet sind? Oder, weil er eine Fülle neuer Einzelerkenntnisse gewonnen hat, die in den eisernen Bestand der Wissenschaft übergegangen sind?

Nein, weder lassen sich solche Einzelerkenntnisse aufzählen, noch sind die Prinzipien seines Denkens und seiner Methode allgemein anerkannt. Man muß noch weiter gehen: Nicht nur ist hier fast alles in der Schwebe geblieben, sondern dieser umfassende und gewaltige Geist stand doch unter sehr bestimmten Schranken: Mit seiner Zeit sah er alles Gegebene als ein Ruhendes und Starres an, gleichsam im Euklidischen Raum; das Fließende der Dinge, ja das Leben selbst, erfaßte er kaum; bis zu den „Müttern“ ist er nicht herabgestiegen, und der Entwicklungsgedanke ist bei ihm noch in den Anfängen. Starr und abstrakt waren auch seine Psychologie und Ästhetik. Seine Fähigkeit, aus der Geschichte für die Weltanschauung zu lernen, war begrenzt; die Religion als Urphänomen blieb ihm verschlossen, und seine Unterscheidung der reinen und der praktischen Vernunft kann nur ein vorläufiges methodisches Prinzip sein, nicht aber das letzte Wort der Erkenntnis.

Und dennoch, dennoch bleibt alles Gesagte in Kraft. Kant ist der gewaltige Philosoph, der wie ein Schildhalter am Gebäude der Welterkenntnis steht, und mit dem sich kein Nachgeborener an Bedeutung und Wirkung zu messen vermag.

An seiner wissenschaftlichen Persönlichkeit und an seinem Werke muß sich das erweisen; bezeugen aber muß es die Geschichte der Wissenschaft, wie sie sich nach ihm und durch ihn gestaltet hat.

I.

Kants wissenschaftliche Persönlichkeit — ihre Eigenart liegt in der imponierenden Geschlossenheit: Dem einheitlichen Weltganzen, wie es als Gegenstand der Erkenntnis gegeben ist, tritt hier ein Ich, eine Forscherpersönlichkeit, gegenüber, die selbst eine Größe und Einheit ist — eine Größe durch die unpersönliche Sachlichkeit, mit der sie die Aufgabe erfaßt und durchdringt, ferner durch die herbe Selbstzucht, mit der sie sie behandelt, und sodann durch die überpersönliche Würde, in der sie sich ihr gewachsen fühlt. Es hat, soweit unsere Kenntnis der Geschichte reicht, neben Aristoteles und Kant keinen Dritten gegeben, der sich und sein Leben so ausschließlich mit der Aufgabe der Erkenntnis identifiziert hat. Die Wirklichkeit und die Wahrheit zu erforschen und zu erweisen — das war seine einzige Passion, und so darf man ihn dem Bettler von Assisi gegenüber, der ganz in dem Dienst der Religion aufging, den Franziskus der Erkenntnis nennen, denn sein ganzes Leben ist in der Hingabe für die Wissenschaft aufgegangen.

Dazu kommt sein in die Tiefen bohrender, vor keiner Schwierigkeit zurückschreiender, rastloser Fleiß. Gewiß — der Fleiß ist dem Genie zwangsläufig; denn „es trachtet nicht nach seinem Glück, sondern nach seinem Werk“. Aber eben deshalb ist das Genie der Fleiß, jener Fleiß, für den der Rhythmus der geistigen Arbeit in einer freiwillig auferlegten Askese der Rhythmus des Lebens selbst ist.

Aber wie unvollkommen ist Kants wissenschaftliche Persönlichkeit noch umschrieben, wenn man nicht den Finger auch darauf legt, daß jeder Federstrich seiner Arbeit der Totalität des Erkennbaren gegolten hat. Bloße Gelehrsamkeit, und sei sie auch „zyklopisch“, lehnte er ab. Stets ist er in seinem Forschen bei den ersten und letzten Dingen, und seine wissenschaftliche Leidenschaft gilt nur ihnen. Eben deshalb vermochte er die Probleme in eine Tiefe zu führen und auf eine Höhe zu heben, wie niemand vor ihm, und eben deshalb studierte er alle Zweige und Einzeltatsachen der Philosophie und Naturwissenschaft, um über sie hinaus zum Ganzen vorzudringen. Sein Genius sprach ihm heimlich stets das Wort zu: „Eh es sich ründet in einen Kreis, ist kein Wissen vorhanden; solange nicht einer alles weiß, ist die Welt nicht verstanden.“

Endlich — wie er gelehrt hat, daß Wert und Würde jeder ernstesten Untersuchung in ihr selbst liegen, und nicht in ihren Ergebnissen, so erscheint auch dieser wahrhaftige Forscher selbst in einer sittlichen Größe und Würde, die uns im Tiefsten ergreift. Es ist aber nicht die Größe und Würde des Mystikers, der in der Ekstase mit dem All-Einen zusammenschmilzt, sondern es ist die Würde der sittlichen Freiheit, mit der er sich jedweden Objekte und dem Schicksal selbst gegenüberstellt, und es ist zugleich die Würde der Ehrfurcht, in der er sich vor dem wahrhaft Großen beugt. Er weiß sich, d. h. sein wahres Ich, als die alles Sinnliche hinter sich lassende, überindividuelle und überpersönliche Menschenvernunft — das ist seine Freiheit, und er steht mit tiefster Bewunderung vor dem bestirnten Himmel und dem moralischen Gesetz — das ist seine in Religion übergehende Ehrfurcht. Aber die Ehrfurcht dort und hier ist ihm nicht gleichwertig; denn in der letzteren weiß er sich frei und unabhängig von dem Mechanismus der ganzen Natur und erkennt sich als Bürger einer zweiten, aber der eigentlichen Welt, in der ein von der Sinnenwelt unabhängiges Leben herrscht.

Das, verehrte Festversammlung, sind die Grundzüge der wissenschaftlichen Persönlichkeit Kants, diese Sachlichkeit, dieser Ernst, dieser Fleiß, dieser auf das Ganze gerichtete Forschungstrieb und diese sittliche Würde. Nehmen Sie seinen ganz eigenartigen Stil hinzu, diese Beweglichkeit im Abstraktesten und diese glänzende Trockenheit. Das alles bezeichnet die Kraft, die er für sein Lebenswerk eingesetzt hat. Nach der Kraft aber bestimmt sich in erster Linie die Größe und Bedeutung eines Mannes.

II.

Kants Werk — in dem Lebenswerk eines jeden Denkers handelt es sich stets um Ziel und Richtung und sodann erst um das Maß des Erreichten. Jenes ist noch wichtiger als dieses; denn die Leistung auch des größten Denkers bleibt Stückwerk. Ferner auch der Genius gehört seiner Zeit und seinem Staate an, aber zugleich ist sein Wirken zeitlos. An Kant kann man das lernen: Seine Philosophie ist schlechterdings nur im achtzehnten Jahrhundert und kaum anderswo als in Preußen denkbar, und sie erhebt sich doch hoch über ihr Zeitalter ins Zeitlose. Denn was bedeutet sie? In erster Linie die größte Reinigung und Aufklärung, die in der neueren Geschichte des Denkens erlebt worden ist. Kant fand ein ganz lockeres philosophisches Denken vor, ja es war schlimmer damit geworden, sowohl bei den Vertretern des alten kirchlichen Dogmensystems als auch in der maßgebenden Wolffschen Schule. Dort wie hier herrschte eine intellektuelle Laxheit und in der praktischen Philosophie eine niedere und unwahrhaftige Teleologie, dazu eine seichte, im Tiefsten unmoralische Moral. Daneben drohten von Schottland her der Skeptizismus, von Frankreich ein positivistischer Materialismus. Da begann Kant sein Werk des Niederreißen und Aufbaus.

Was gehört dazu, um etwas zu wissen, was ist reine Erkenntnis? — Das war seine erste Frage.

Kann und wie kann die Überzeugung vom übernatürlichen sittlichen Charakter des Menschen behauptet und gerechtfertigt werden? — Das war seine zweite Frage.

In den Antworten auf diese beiden Fragen — die zweite war ihm noch wichtiger als die erste — liegt sein ganzes Werk beschlossen.

Was die erste Frage betrifft, so leistete er ein Dreifaches: Er deckte allem voran die Laxheit und das Ungenügende des bisherigen Denkens über die ersten und letzten Dinge auf, er zerstörte

die „Beweise“ des Dogmensystems der Kirche und der herrschenden Vulgarphilosophie, und er verbannte die gesamte Metaphysik aus dem Bereich des theoretischen Erkennens.

Sodann, er begründete als philosophia prima eine neue Erkenntnistheorie und wies nach, welche Bedeutung dem Subjekt im Erkenntnisprozeß zukommt.

Endlich, er schuf und sicherte den Begriff der exakten reinen Erkenntnis in bezug auf alles, was in Raum und Zeit erscheint.

Über das alles zu sprechen ist hier nicht der Ort. Aber man sagt nicht zu viel, wenn man behauptet, daß erst seit Kant der Begriff und die Methode reiner Erkenntnis wirklich sichergestellt ist, und daß andererseits erst er den Anteil des Subjekts am Erkenntnisprozeß und an der Feststellung des Erscheinenden und des Wirklichen entdeckt hat. Zwar, was war nicht alles von Sokrates bis Cartesius geschehen, um die Erkenntnis über die naive Objektivität hinauszuführen! Welche großen und herrlichen Dinge waren vom denkenden Subjekt ausgesagt worden! Aber das Einfachste und Grundlegende war trotz dieser Hochflüge vor Kant nicht oder doch nicht rein erkannt worden — daß nämlich das erkennende Subjekt genau so etwas ist wie die Gegenstände außerhalb. Also ist schlechthin jede Erkenntnis ebenso eine Funktion der Natur des Erkennenden wie der Natur des Erkannten. Sowohl die Entdeckung der spezifischen Sinnesenergie als auch der erkenntnistheoretische Idealismus waren hier gegeben: Nur dadurch, daß wir die Gesetzmäßigkeit einer Erscheinung feststellen, ist sie uns wirklich. Nur soweit Probleme mathematisch-quantitativ behandelt werden können, werden sie exakt erfaßt. Aber alles hier bezieht sich auf die Erscheinung.

Ebendeshalb lehnte Kant nun aber den Gedanken grundsätzlich ab, es könne eine Erfassung des Wirklichen, also eine Weltanschauung, allein auf dem Grunde der exakten Wissenschaft gewonnen werden. Hier setzte seine zweite große Untersuchung ein: Führt die exakte Wissenschaft nur bis zur gesetzmäßigen Erscheinung der Dinge und vermag nicht in sie einzudringen, so empfindet sich doch der Mensch selbst mit ursprünglicher Sicherheit als ein Wirkliches, und indem er in sich selbst das Walten des moralischen Gesetzes und zugleich seine Freiheit wahrnimmt, eröffnet sich ihm die neue Welt der praktischen Vernunft mit ihrer Wirklichkeit und ihrem Reichtum.

Welch ein ungeheurer Übergang! Der ethische Idealismus wird an den erkenntnistheoretischen angeknüpft, eine reine und eine praktische Vernunft werden unterschieden — dort die theoretische Erkenntnis, hier die sittlich bedingte Überzeugung —, zwei Welten werden statuiert, und ein Gesetz, ein heiliges Sollen, strahlt mit der Freiheit als der Erkenntnisgrund und zugleich als das Wesen des unverhüllt Wirklichen auf!

Verehrte Festversammlung! Wie man auch über diese Übergänge und diese Spekulationen urteilen mag und ob man Bedenken trägt, Gesetz und Pflicht an die Stelle von ewigen Gütern zu setzen — kein Zweifel kann doch darüber bestehen, daß am Ende des achtzehnten Jahrhunderts diese Sätze Kants den großen Fortschritt der Wissenschaft und der sittlichen Kultur bedeuteten. Und auch das ist unzweifelhaft, daß Kants Moral- und Freiheitsbegriff in ihrem Gegensatz zu allem bloß Relativen und zu allem Niedrig-Eudämonistischen eine Ehrfurcht gebietende Würde ausstrahlen und einen unvergänglichen Kern in sich tragen. Erinnern wir uns nur des Satzes: „Das moralische Gesetz in mir fängt von meinem unsichtbaren Sein, meiner Persönlichkeit, an und stellt mich in einer Welt dar, die wahre Unendlichkeit hat, und mit welcher ich mich nicht wie mit der Sinnenwelt, in bloß zufälliger, sondern in allgemeiner und notwendiger Verknüpfung erkenne“, oder des anderen: „Es ist überall nichts in der Welt, ja überhaupt auch außer derselben zu denken möglich, was ohne Einschränkung für gut könnte gehalten werden, als allein ein guter Wille“, oder des dritten: „Man kann zur Freiheit nicht reifen, wenn man nicht zuvor in Freiheit gesetzt worden ist.“

Vom Sittengesetz und vom Freiheitsgedanken aus gewann und rechtfertigte Kant den übersinnlichen Charakter des Menschen und drang von hier aus zu jener Wirklichkeit vor, die allein ihm die wahre ist. Aber darüber hinaus baute er auf dieser Grundlage ein Gebäude auf, in welchem mit der Idee eines Reiches der Geister auch die Ideen von Gott und der Unsterblichkeit, also die Grundideen der verabschiedeten Metaphysik, wieder ihre Stelle fanden. Unter Anlehnung an die Formeln der christlichen Überlieferung ist das geschehen. Ergreifende Worte wahrer Begeisterung findet der sonst so nüchterne Mann hier; doch lauten sie ursprünglicher und überzeugender, wenn er von der Moral und Freiheit spricht, als wenn er von Gott in christlicher Sprache redet. Dennoch sind die im Unrecht, welche keine Brücke zwischen Kants Autonomie des

Moralischen und dem jüdisch-christlichen Gottesbegriff zu sehen vermögen. In der Absolutheit des Moralischen und in seiner Fassung als Weltprinzip ist sie gegeben.

III.

Die Wirkungen, verehrte Festversammlung, die von dieser Philosophie ausgegangen sind, waren unermeßlich und sind es noch. Sie sind deshalb so groß, weil sie als indirekte ebenso bedeutend waren wie als direkte. Jeder große und deshalb bescheidene Denker hofft mit Kant, daß „das, was er in anderen erregt, wertvoller sein wird als das, was er selbst geben kann“. Er sieht voraus, daß die Gedanken, die er in anderen entbindet, einen neuen Reichtum heraufführen werden. Bei der Philosophie Kants trifft dies in höherem Grade zu als bei irgendeiner anderen der Neuzeit. Aber bevor wir dem nachgehen, ist die direkte Wirkung seiner Philosophie ins Auge zu fassen:

Wenn man sagt, die Kantsche Philosophie habe auf die Zeitgenossen wie ein Stahlbad oder wie ein Jungbrunnen gewirkt, so sagt man noch viel zu wenig. Einen neuen Schöpfungstag der Erkenntnis und eine höhere Stufe des Begriffs „Mensch sein“ erlebten die besten unter ihnen. In tiefster Erschütterung oder mit Genugtuung sahen die einen das alte kirchliche Dogmensystem, die anderen das Gebäude ihrer rationalistischen Scheinwissenschaft zusammenbrechen. Aber auf den Trümmern erhob sich für sie der hohe Dom, den der Königsbergische Weltweise errichtet hatte, und sie eilten ihm zu. Wie neue Geschenke begrüßten sie die aus dem Geiste wiedergeborenen und durch eine Tat der Freiheit zu bejahenden alten Ideale. So hat es ein Schiller empfunden und so zahlreiche der besten Männer mit ihm. Man darf noch mehr sagen: Wir hätten den Schiller überhaupt nicht, den wir lieben und verehren, hätte nicht Kant ihn begeistert, und nahezu in jedem der Großen, die damals ein neues Deutschland heraufgeführt haben, lebte etwas von dem Geiste Kants.

Was an der alten Aufklärung, ihrer Weltanschauung, ihrer Ethik und ihrer Ästhetik matt und unbefriedigend war, das alles schien nun beseitigt; was an ihr wahr und befreiend war, das erschien gerechtfertigt: Die Wissenschaft empfing Schärfe und Sicherheit und sah sich nun erst als reine Wissenschaft begründet; die Moral erhielt Mark in die Knochen, und die Würde des Menschen, der als Freier das Sittengesetz bejaht, erhob ihn hoch über die Sinnenwelt und hoch über alle Triumphe und Niederlagen, die er dort erfährt:

Aber flüchtet aus der Sinne Schranken
In die Freiheit der Gedanken,
Und die Furchterscheinung ist entflohn,
Und der ew'ge Abgrund wird sich füllen;
Nehmt die Gottheit auf in euren Willen,
Und sie steigt von ihrem Weltenthron.
Des Gesetzes strenge Fessel bindet
Nur den Sklavensinn, der es verschmäht;
Mit des Menschen Widerstand verschwindet
Auch des Gottes Majestät.

Das ist Schiller, aber es ist Kant.

Selbst Theologen beider christlicher Konfessionen begeisterten sich an diesen Gedanken so sehr, daß sie das Trennende übersahen — das war nur möglich, weil nach der langen Zeit der Dumpfheit und nach der moralischen und religiösen Laxheit das Absolute mit seinem Ernste sie wieder erfaßte. Das Geschlecht, welches 1813 aus den Hörsälen zu den Fahnen eilte, war vom Geiste Kants ergriffen. Ohne diesen Geist wären alle patriotischen Anstrengungen vergeblich gewesen. Auf den Siegesfahnen des Freiheitskrieges steht in unauslöschlichen Zügen auch der Name Kants.

Nun sind wir mehr als hundert Jahre von jener Zeit entfernt; aber wie mächtig hat Kant unter uns fortgewirkt, fortgewirkt auf allen Linien der Einzelwissenschaften — was hat ein Johannes Müller, der Physiologe, was ein Helmholtz ihm zu verdanken! —, fortgewirkt aber noch stärker durch die neuen philosophischen Spekulationen, die sein System hervorgerufen hat, sowie durch die Kantwissenschaft, die ein besonderer Zweig der Philosophie geworden ist.

„Wenn die Könige bau'n, haben die Kärner zu tun“, heißt es in einem berühmten Distichon auf Kant. Aber dieses Wort wird der großen Wirkung des Mannes nicht gerecht: dieser König hat nicht nur Kärner beschäftigt, sondern auch Könige erweckt. Wie einst von Sokrates ein

Plato und Aristoteles, ein Zeno und Aristipp ausgegangen sind und ihre großen Schulen begründet haben, so ist Kant der Meister geworden für Fichte, für Schelling, für Hegel, für Schopenhauer und andere Philosophen der Neuzeit. Ihre Systeme stehen sich z. T. schroff, z. T. fremd gegenüber; prüft man sie jedoch auf ihre letzten Grundlagen, so sind sie alle in Kant verbunden. Ihre Urheber waren der Überzeugung, daß man bei Kant beginnen müsse, aber nicht bei ihm stehen bleiben dürfe; vielmehr gelte es, die Scheidewand zwischen der reinen und der praktischen Vernunft zu durchbrechen und durch Spekulation eine höhere Einheit zu gewinnen oder doch die Grenzwand auf eine andere Linie zu setzen.

Schon diese großen nachkantischen Philosophen wurden z. T. durch eine verschiedene Auslegung der Gedanken des Meisters auf ihre neuen Spekulationen geführt. Das ist nicht auffallend, sagt doch Kant selbst, „daß es nichts Ungewöhnliches sei, durch die Vergleichung der Gedanken, welche ein Verfasser über seinen Gegenstand äußert, ihn sogar besser zu verstehen, als er sich selbst verstand“. Das hat sich an ihm in ungeahnter Weise erfüllt; doch haben ihn unmöglich alle seine Ausleger „besser“ verstanden.

Wir haben heute in der Kant-Auslegung nicht weniger als vier große Schulen zu unterscheiden. Die erste nähert sich in ihrem Verständnis der Hegel-Schellingschen und versteht Kant im Sinne einer idealistischen Metaphysik. Die zweite glaubt mit Kant zu einem neuen konsequenten Rationalismus vordringen zu können. Die dritte sieht in der exakten Wissenschaft, wie sie Kant begründet hat, seine eigentliche Lehre und erkennt in seiner Philosophie der praktischen Vernunft nur ein mehr oder weniger verhülltes „Als ob“, zugleich aber eine pragmatische Notwendigkeit, welche das rätselhafte Leben auferlegt. Die vierte endlich bleibt klärend und vertiefend, bei Kants Kritizismus stehen, an wichtigen Punkten von Fichte bestimmt und zur Feststellung einer eindeutigen Vernunft strebend.

Wir haben es an dem heutigen Festtage nicht mit diesem Streit der Ausleger zu tun; aber er ist an sich ein Beweis nicht nur für die Universalität und die Tiefe der Kantschen Gedanken, sondern in noch höherem Grade für die Anziehungs- und Triebkräfte der wissenschaftlichen Persönlichkeit Kants. Wer ihm nahegekommen ist, der will von ihm nicht lassen!

Verehrte Festversammlung! Wie immer sich das Schicksal der Philosophie Kants in den kommenden Zeiten gestalten mag, ob seine großen Rivalen Thomas von Aquino oder Spinoza oder Leibnitz oder Hume oder Herbert Spenser oder wer es sei, dauernd mit ihm um den Sieg ringen werden, ob eine neue Philosophie mit einer reicheren und tieferen Erfassung des Wirklichen und einer neuen Erkenntnis und Lebenstheorie sich durchsetzen wird — in der Hauptsache hat die Geschichte ihren Spruch über Kant bereits gefällt: Für alle Zeiten bleibt er der Philosoph der exakten Wissenschaft, dessen Lehre stets einen Ausgangspunkt der reinen Erkenntnis bilden wird, und für alle Zeiten bleibt er der Philosoph der absoluten Moral. Zwar wird der Streit darüber wahrscheinlich niemals aufhören, ob die Moral in die Metaphysik gehört, aber das ist sicher, daß sie in die Metahistorie gehört, das heißt, daß sie in und mit der Religion das große Prinzip der Menschheitsgeschichte ist und bleibt. Die Menschheit wird in das Chaos zurückgeworfen werden, wenn man sie auflöst oder mißachtet! Und so ruft uns Kant heute, in dieser schwersten Zeit des Vaterlands, aus seiner Grabstätte zu: Laßt mich nicht vergeblich gelebt haben, laßt das Gute eure Kraft und Gesittung und edlen Frieden euer Ziel sein; dient mit eisernem Pflichtgefühl dem Vaterland. Fast habt ihr es schon verlernt von innen heraus zu leben, geblendet durch die Erfolge der Erscheinungswissenschaft und Technik; kehrt in Freiheit zu eurem Erbgut, den alten Idealen und Kräften, zurück!

Und aus den Reihen der Freiheitskämpfer und Dichter, die Kant einst begeistert und gestählt hat, hören wir die Mahnung: „Haltet den Stolz fest im Herzen, den Ihr dem Unglück schuldig seid! Schauet auf das eine, was künftig werden soll, tapfer und unverrückt hin! Vergesst nicht, was Ihr Eurem Namen, Euren Zeitgenossen, Euren Enkeln schuldig seid! Könnt Ihr ihnen kein freies Land übergeben, o! so übergebt ihnen die Lehre, die Beispiele, die heiligen Opfer, wodurch ihre Brust zum Heldentum entflammt werden kann! Was vergangen und geschehen ist, werfet es ruhig in den weiten Schoß der ewigen Notwendigkeit und seht auf das jüngere Geschlecht; erzieht und richtet es, daß Männer aus ihm werden!“ Aber auch die andere Mahnung hören wir an dem Gedächtnistage Kants und an seiner Grabstätte: „Der Menschheit Würde ist in Eure Hand gegeben; bewahret sie!“

Kants Lehre von Zeit und Raum in ihrer Beziehung zur modernen Physik¹⁾.

Von J. von Kries, Freiburg i. B.

Die Wissenschaftsgeschichte aller Länder und Zeiten bietet keinen Fall, in dem alle Teile, alle Arten menschlicher Erkenntnisbestrebungen durch die Gedankenarbeit *eines* Mannes so mächtige Antriebe, so tiefgreifende Umwandlungen erfahren hätten, wie uns dies entgegentritt, wenn wir die Auswirkungen der Kantschen Philosophie überblicken. Den Grund so gewaltiger Erfolge haben wir in erster Linie natürlich in dem geistigen Wesen des großen Philosophen zu suchen, das zergliedernden Scharfsinn und die Kraft frei aufbauenden Denkens in gleich erstaunlicher Höhe vereinigt zeigt. Ermöglicht wird aber eine so starke und ausgebreitete Wirkung doch auch durch die ganze Natur und Bedeutung eben dessen, was wir Philosophie nennen. *Windelband* hat sie definiert als „die kritische Wissenschaft von den allgemein gültigen Werten“. Mit einer leichten Modifikation dieses Gedankens können wir sie wohl auch die Wissenschaft von den *endgültigen* Werten nennen. Der Philosophie rechnen wir all die Fragen zu, auf die wir geführt werden, wenn wir erwägen, welchen letzten, nicht weiter auf anderes zurückführbaren *Sinn* wir den Sätzen irgendeiner Wissenschaft zuschreiben dürfen, oder aus welchen, keiner weiteren Begründung mehr bedürftigen Überzeugungen wir ihre *Berechtigung* erweisen können. Es ist bei dieser Betrachtung verständlich, daß die Gedanken und die Methoden, in denen wir das Wesen der Kantschen Philosophie erblicken, für *alle* diese Bestrebungen neue Wege eröffnen, nicht minder aber auch, daß alle Art wissenschaftlicher Betätigung, sobald sie nach abschließender Klärung sucht, auf Kantsche Gedanken geführt wird. Der Tag, an dem seit der Geburt *Immanuel Kants* zwei Jahrhunderte verstrichen sind, wird daher nicht nur von den Fachgelehrten aller Fakultäten, sondern auch von einem weiten Kreise wissenschaftlich interessierter Laien als ein bedeutungsvoller und festlicher begrüßt werden. — Freilich, auf den ersten Blick könnte es scheinen, als ob gerade die Naturforscher nur wenig Anlaß hätten, sich heute der großen Gemeinde der *Kant*-Ver ehrer anzuschließen. Haben doch die Natur-

wissenschaften auch nach *Kant* noch so manches Jahrzehnt ihren Weg verfolgt und Erfolge von höchster Bedeutung errungen, ohne von seinen Lehren viel Notiz zu nehmen. Ja auch die Zeiten sind noch unvergessen, in denen die Naturforschung (nicht ohne Berechtigung) in den Ansprüchen der Philosophie nur eine Gefahr erblickte, vor der man sich in strenger Abwehr hüten müsse, um nicht aus der rechten Bahn fruchtbarer Forschung abgedrängt und zur Verfolgung phantastischer Ziele verführt zu werden. Allein auch diese Zeiten, in denen der eindringliche Rat, auf dem festen Boden der Erfahrung und Beobachtung zu bleiben, als alleiniger und genügender methodischer Grundsatz erscheinen mochte, sind ja vorüber. Schon lange hat der Wandel, dem die geistigen Strömungen immer unterworfen sind, das allgemeine Interesse philosophischen Bestrebungen wieder in erhöhtem Maße zugewandt. Noch wichtiger aber ist, daß der folgerichtige Fortgang der Naturwissenschaften aus ihrer eigenen Entwicklung heraus auf die Notwendigkeit geführt hat, sich mit philosophischen Fragen zu beschäftigen oder, wie wir lieber sagen wollen, ihren Inhalt in der vorhin gekennzeichneten Weise zu vervollständigen. Findet der Naturforscher in seinen Beobachtungen Anlaß, Dinge in Zweifel zu ziehen oder zu bestreiten, die seit Jahrhunderten als unanfechtbare Wahrheit gegolten haben, so kann er den Fragen nach der letzten Begründung und Bedeutung solcher Überzeugungen nicht ausweichen, und er muß sich, gleichviel, ob gern oder ungern, mit Erörterungen und Erwägungen solcher Art befassen. Das ist ja denn auch in jüngster Zeit in besonders ausgiebiger Weise der Fall gewesen. So braucht der, der heute für einen naturwissenschaftlichen Leserkreis über *Kant* zu schreiben und daher von den Beziehungen *Kants* zu den Naturwissenschaften zu handeln hat, gewiß nicht zu fürchten, diese Aufgabe durch die Spärlichkeit oder Bedeutungslosigkeit dieser Beziehungen erschwert zu sehen. Im Gegenteil! Weit eher könnte sich aus der Fülle und Mannigfaltigkeit dieser Beziehungen die Verlegenheit ergeben, daß wir nicht wissen, wo wir anfangen und wo aufhören sollen. Indessen heben sich aus der Kantschen Philosophie doch sehr deutlich bestimmte Gedanken heraus, in denen sich ihre Bedeutung für die Naturwissenschaften wenn nicht erschöpft, doch in ausgesprochener Weise konzentriert.

Derjenige Teil der Kantschen Philosophie, der wegen seiner engen Beziehungen zu modernen Ansichten und Bestrebungen z. Z. für den Naturforscher das größte Interesse besitzt, ist ohne Zweifel die erkenntnistheoretische Beurteilung der *Mathematik*, namentlich die Lehre von *Zeit und Raum*. Eine offenbar weitverbreitete Meinung geht

¹⁾ Der folgende Artikel enthält einen Teil meiner selbständig erscheinenden Arbeit: „Immanuel Kant und seine Bedeutung für die Naturforschung der Gegenwart“. Auf Wunsch der Schriftleitung wurde im Hinblick auf Raumverhältnisse dieser Teil ausgeschieden und in starker Verkürzung umgearbeitet. Ich habe mich hierzu zunächst nur mit starken Bedenken, schließlich aber nicht ungern entschlossen, da vielleicht bei der hierdurch gebotenen Beschränkung auf die wichtigsten Punkte diese deutlicher und verständlicher hervortreten. Aufmerksame Leser freilich werden nicht übersehen, daß die Darstellung hier manche Lücke bietet; sie müssen auf die ausführlichere Arbeit verwiesen werden.

dahin, daß die neueren Erfahrungen und Theorien, vor allem der ganze Gedankenkreis des *Relativitätsprinzips*, uns zu Anschauungen drängen, die mit der Lehre *Kants* im Widerspruch stehen, daß alles, was uns *Kant* in diesen Hinsichten gelehrt hat, als widerlegt und überholt anzusehen sei. Daß hier Gegensätze bestehen, unterliegt keinem Zweifel. Versucht man indessen, sie in voller Deutlichkeit darzustellen, so stößt man auf größere Schwierigkeiten, als man von vornherein vermuten könnte. Der Grund hierfür liegt in erster Linie darin, daß in der Kantschen Lehre eine Reihe von Fragen und Gegenständen vermischt sind, deren klare Auseinanderhaltung von besonderer Wichtigkeit ist. Eine historische Betrachtung, wie sie der gegenwärtige Anlaß fordert, kann sich daher nicht darauf beschränken, die Kantsche Lehre gerade so, wie sie uns in seinen Werken vorliegt, in Betracht zu ziehen. Sie muß vielmehr versuchen, alles herauszuarbeiten, was von *Kant*, wenn auch nicht in völlig abschließender Weise entwickelt, so doch begonnen und in Angriff genommen worden ist; sie muß Gedanken nachgehen, die, auch wenn er sie nicht in voller Deutlichkeit ausgesprochen hat, doch in den von ihm verfolgten Zielen, als Richtlinien seiner ganzen Untersuchung usw., erkennbar werden. Von einem Versuch dieser Art dürfen wir uns namentlich auch dadurch nicht abhalten lassen, daß wir dabei unvermeidlich in die Gefahr kommen, mancherlei als folgerechte Entwicklung oder Weiterführung Kantscher Gedanken in Anspruch zu nehmen, was anderen vielleicht als der Lehre *Kants* fremd erscheint, und daß wir somit dem Vorwurf einer gewissen Willkürlichkeit ausgesetzt bleiben.

Ähnlichen Schwierigkeiten begegnen wir, wenn wir versuchen, der Kantschen Lehre etwas Bestimmtes gegenüberzustellen, was man als die Auffassung der modernen theoretischen Physik bezeichnen könnte, schon deswegen, weil es sich hier um einen ganzen *Kreis* von Problemen handelt. Schon ein Blick auf die geschichtliche Entwicklung läßt das erkennen. Die Erwägungen von *Helmholtz* betrafen die euklidische Natur des Raums, daneben ganz besonders auch die Definition des Gleichheitsbegriffes, wobei er auf seinen Begriff der „*physischen Gleichheit*“ geführt wurde. Die Zusammenfassung räumlicher und zeitlicher Bestimmungen in eine Anzahl einheitlicher abstrakter Begriffe ist uns vorzugsweise aus der vielangeführten prägnanten Formulierung *Minkowskis* bekannt. Die Theorien *Einsteins* weisen als sog. spezielles und allgemeines Relativitätsprinzip zwei Phasen der Entwicklung oder zwei Teile auf. Alle diese Dinge stehen ohne Zweifel in engem Zusammenhange untereinander. Aber sobald wir versuchen, sie zu den Anschauungen *Kants* in Beziehung zu setzen, erweist es sich doch auch hier als notwendig, nach ähnlichen Gesichtspunkten, wie sie für die Erwägung der Kantschen Lehre selbst herangezogen werden

müssen, eine Sonderung verschiedener Fragen zu versuchen.

Im folgenden sollen zunächst eine Anzahl von Punkten besprochen werden, die für *Kants* erkenntnistheoretische Auffassung der Mathematik vorzugsweise bedeutsam sind. Die Kantsche Lehre in bezug auf die drei großen Hauptgegenstände der Mathematik, Zahl-, Zeit- und Raumvorstellung, hängen untereinander aufs genaueste zusammen, ja sie bilden im Grunde ein untrennbares Ganzes. Die Lehre vom Raum ist indessen bei weitem am meisten durch die Verflechtung mit anderen psychologischen Verhältnissen, vor allem mit unseren sinnlichen Wahrnehmungen, verwickelt und erschwert. Entgegen dem, was man auf den ersten Blick als selbstverständlich erachten möchte, ist es ratsam, hier gerade die Lehre vom *Raum* an die Spitze unserer Betrachtungen zu stellen. Denn hier bietet sich die Gelegenheit, all die verschiedenen Fragen, auf die die erkenntnistheoretische Behandlung der Mathematik führt, ins Auge zu fassen, uns über ihren Zusammenhang zu unterrichten und damit auch zu einer zutreffenden Beurteilung jeder einzelnen zu gelangen. Ehe wir uns jedoch einer Besprechung der Kantschen Raumlehre zuwenden, ist es geboten, ein wenig weiter auszuholen und in aller Kürze den Grundgedanken der ganzen „kritischen Untersuchung“ *Kants* zu berühren.

Als allgemeinste Grundlage der Kantschen Betrachtungen ist hier zunächst der Gedanke zu erwähnen, daß alles, was in unser geistiges Leben eingeht, all unser Empfinden, Denken und Erkennen, ja all unser Erleben, stets in *unserem Bewußtsein* gegeben sein muß, also Verhaltensweisen unser selbst, Bestimmungen unseres Bewußtseins darstellt. Daraus folgt sogleich, daß jedes Erkennen äußerer Gegenstände, unserer Umwelt, in dieser Weise durch unser Bewußtsein vermittelt und demgemäß durch unser eigenes Wesen, unsere „*Subjektivität*“ mitbestimmt ist, daß es aber ein Erkennen unserer Umwelt, welches von unserer Subjektivität ganz unabhängig ist, ein Erkennen der Dinge in dem ihnen „an sich“ eigenen Wesen nicht geben kann. Diese grundlegende Anschauung von der „Unerkennbarkeit des Dinges an sich“ hat später in dem Schopenhauerschen Satze „Die Welt ist meine Vorstellung“ eine vielleicht noch prägnantere Formulierung erhalten. Es ist etwa derselbe Gedanke, den auch *Helmholtz* im Auge hatte, wenn er sagte, daß unsere Wahrnehmungen uns keine „*Abbilder*“ der äußeren Gegenstände liefern können, sondern als „*Zeichen*“ für das ihnen tatsächlich eigene Wesen und Verhalten aufzufassen seien.

Eine sehr auffallende Bestätigung schienen diese Vorstellungen in gewissen speziellen Tatsachen der Sinnesphysiologie zu finden. Nach der berühmten Lehre *Johannes Müllers* von den „spezifischen Energien“ der Sinne wird mindestens die allgemeine Art der Empfindung durch

die Beschaffenheit des Sinneswerkzeuges selbst bestimmt, nicht aber durch die Natur derjenigen Vorgänge, die es jeweils in Tätigkeit bringen. So erzeugt der Sehnerv Licht- und Farbenempfindungen, der Geschmacksnerv die Empfindungen des Süßen, Sauern usw. nicht allein bei Erregung durch Licht bzw. bei chemischen Einwirkungen, sondern auch, wenn sie durch mechanische oder elektrische Angriffe in Erregung versetzt werden. Hier ist also die Bedeutung des subjektiven Faktors für die Funktion der Sinne ganz unzweideutig gegeben. — Hiermit ist natürlich vereinbar, daß auch die Umwelt für unser Erleben, insbesondere für unser sinnliches Wahrnehmen mitbestimmend ist, und daß dieses daher durch das mannigfaltige und wechselnde Verhalten der Umwelt auch seinerseits in der mannigfaltigsten Weise gestaltet werden kann.

Weiter aber ging nun *Kant* von der Tatsache aus, daß trotz allem Wechsel unseres Erlebens, trotz der im voraus unübersehbaren Mannigfaltigkeit unserer Erfahrungen sich gewisse Besonderheiten unserer Wahrnehmung doch immer unverändert erhalten, daß gewisse Merkmale der Erfahrung mit Notwendigkeit und in strenger Allgemeinheit gegeben sind. Die Erklärung dafür findet *Kant* darin, daß eben diese Besonderheiten durch unsere eigene Natur bestimmt sind. Er gelangt so zu der Frage, welches diese in unserer eigenen Natur gegebenen „Bedingungen aller möglichen Erfahrung“ sind, und was, diesen Bedingungen zufolge, für alle möglichen Gestaltungen der Erfahrung vorgezeichnet und ein für allemal festgelegt ist.

Zu diesen durch unsere eigene Natur festgelegten Merkmalen alles Erfahrungswissens gehört nun die räumliche Form der sinnlichen Wahrnehmungen. So gipfelt denn in dieser Hinsicht die Kantsche Lehre in dem Satze, daß der Raum eine *notwendige Vorstellung a priori* sei.

Wenn nun, wie bekannt, die „Apriorität“ der Raumvorstellung zu den am meisten umstrittenen Gegenständen gehört, so liegt dies großenteils daran, daß dieser Begriff schon von *Kant* selbst nicht in einem einheitlichen Sinne verwendet worden ist, mehr noch in dem Gebrauch anderer, teils früherer, teils späterer Denker geschwankt hat. — Gemäß der eben erwähnten allgemeinen Grundrichtung der Kantschen Untersuchung kann die Apriorität der Raumvorstellung dahin aufgefaßt werden, daß unsere sinnlichen Wahrnehmungen durchweg in räumlicher Form gegeben sind, und daß eben dies in einer, sei es nun psychologischen oder physiologischen Beschaffenheit unser selbst seinen Grund hat und seine Erklärung findet. Man kann dies als eine *psychologisch-genetische Deutung des Apriori-Begriffes* bezeichnen. Sie gibt uns zunächst Anlaß, einen Punkt etwas stärker zu betonen, als dies vorhin geschah. Soll in unserer Subjektivität der Grund für ein aller Erfahrung dauernd und allgemein zukommendes Merkmal gefunden werden,

so wird es sich dabei eben auch um ein subjektives Verhalten handeln müssen, das dauernd unveränderlich besteht. So würde denn hier als ein besonders wichtiger Punkt hervorzuheben sein, daß die räumliche Natur unserem sinnlichen Wahrnehmen als ein *dauerndes, unveränderliches* Merkmal zukommt. Die Prüfung, ob sich das tatsächlich so verhält, ist offenbar eine Angelegenheit empirisch-psychologischer Untersuchung. Fassen wir den Gegenstand unter diesem Gesichtspunkt ins Auge, so erweist es sich sogleich als notwendig, zweierlei Dinge auseinanderzuhalten. Wir können zunächst nur *das* als durch eine unveränderliche Beschaffenheit unser selbst festgelegt erachten, daß überhaupt die sinnliche Wahrnehmung räumliche Form aufweist. Wir können jedoch auch die besondere Art, in der die einzelnen Gegenstände untereinander angeordnet erscheinen, das also, was wir für den Gesichtssinn als die „*optische Lokalisation*“ zu bezeichnen gewohnt sind, dem fest Gegebenen und Unveränderlichen zurechnen. In diesem letzteren Sinne hat *Helmholtz* seinerzeit die Meinung *Kants* aufgefaßt und bestritten. Denn seine Untersuchungen stellten vor allem heraus, daß jene speziellen Verhältnisse des räumlichen Wahrnehmens sich überaus wechselnd darstellen, daß sie unter dem Einfluß der Erfahrung sich entwickeln und modifizieren, wie das den wesentlichen Inhalt seiner *empiristischen Theorie* des räumlichen Wahrnehmens ausmacht. An der Richtigkeit dieser Tatsachen ist nicht zu zweifeln, und so wird denn für unser räumliches Wahrnehmen die Apriorität in *diesem* Sinne ohne Zweifel abzulehnen sein. Dies schließt aber keineswegs aus, daß die Räumlichkeit in jenem ersterwähnten engeren Sinn ein unveränderliches Merkmal unseres Wahrnehmens darstellen könnte, und daß demgemäß denn auch die Raumvorstellung etwas im psychologisch-genetischen Sinne a priori Gegebenes, einen unveränderlichen Bestandteil unseres Seelenlebens, ein festes Merkmal unseres Wahrnehmens ausmache. Dies ist m. E. in der Tat der Fall. Bei jedem räumlichen Wahrnehmen können wir das Empfindungsmaterial im engeren Sinne, z. B. die Farben- und Helligkeitsbestimmungen, von den räumlichen Bestimmungen trennen. Wir können uns an demselben Ort einen Gegenstand von anderer *Beschaffenheit*, oder Gegenstände einer bestimmten Beschaffenheit an anderen *Orten* wahrgenommen denken. Überlegungen dieser Art führen zu dem Ergebnis, daß in allem Wechsel des Wahrnehmens sich doch etwas ganz Bestimmtes, was wir die Vorstellung des Raumes als solche nennen dürfen, unveränderlich erhält, daß die *Raumvorstellung* einen *ein für allemal gegebenen und unveränderlichen Bewußtseinsinhalt* darstellt. — Dies ist die Anschauung, die ich im Zusammenhang mit sinnesphysiologischen Fragen schon vor längerer Zeit entwickelt habe. Es ist wohl sicher, daß wir mit ihr der Meinung *Kants* näher kommen als mit der zuerst er-

wähnten, die die speziellen Verhältnisse der Lokalisation in das a priori Gegebene einbezieht. Denn gerade diese durchaus sinnesphysiologisch orientierte Frage hat Kant überhaupt nicht in den Kreis seiner Betrachtungen gezogen. Und wenn er den Raum eine „notwendige Vorstellung a priori“ nannte, wenn er betonte, daß wir uns „niemals denken können, daß kein Raum sei, wohl aber, daß in demselben keine Gegenstände angetroffen werden“, so ist unzweideutig der Gedanke herauszuerkennen, daß die Raumvorstellung einen aus allem wechselnden Wahrnehmen immer wieder in gleicher Weise isolierbaren oder in allem Wechsel des Wahrnehmens sich unveränderlich erhaltenden Bewußtseinsinhalt darstellt. Zuzugeben ist freilich, daß dieser Sinn der Apriorität bei Kant nicht in derjenigen Deutlichkeit vorliegt, die jetzt auf Grund der Entwicklung der Sinnesphysiologie leicht erreicht werden kann und im Hinblick auf diese wünschenswert erscheint.

Wenn der eben erwähnte Gedanke in den Darstellungen Kants unzweideutig erkennbar ist, so erschöpfen sie sich doch keineswegs darin. Als ein weiterer Teil, ja wohl eigentlich als die Hauptsache der ganzen Kantschen Raumlehre stellt sich vielmehr etwas ganz anderes heraus. Seit langem ist namentlich unter den Philosophen, die sich in der Hauptsache zur Kantschen Lehre bekennen, die Anschauung verbreitet, daß es sich bei der ganzen Kantschen Aprioritätslehre gar nicht um Verhältnisse psychologischen Geschehens, also um ein Apriori im psychologisch-genetischen Sinne, sondern um ein *logisches* Verhältnis handle. Wir berühren hiermit den wichtigsten, aber auch den schwierigsten Teil des ganzen Gegenstandes, den schwierigsten namentlich deswegen, weil auch hier Kant selbst zu einer ganz befriedigenden Trennung verschiedener Dinge nicht gelangt ist. Was ist unter einem „logischen Apriori“ zu verstehen? Zu einem ganz scharfen und bedeutungsvollen Begriffe gelangen wir, wenn wir beachten, daß zwischen verschiedenen Aussagen, zwischen verschiedenen Teilen und Arten unseres Wissens *logische Zusammenhänge ihrer Geltung* stattfinden. Sie bestehen darin, daß ein Satz sich aus einem oder mehreren anderen als logische Folgerung zwingend ergibt, daß er mit ihnen im Widerspruch steht, daß er durch sie mehr oder weniger wahrscheinlich gemacht wird usw. All dies sind vollkommen klare Sachverhalte von selbständiger Bedeutung. Von jeher ist ja nun die Geltung alles dessen, was im gewöhnlichen Sinne den Inhalt unserer „Erfahrung“ ausmacht, alles dessen also, was wir mit den Sinnen wahrnehmen, was wir als unsere Erlebnisse erinnerungsmäßig festhalten und was wir daraus folgern, als eine Geltung „a posteriori“ bezeichnet worden. Entsprechend kann, wenn wir Sätzen eine *logische Apriorität* zuschreiben, darunter verstanden werden, daß sie von dem besonderen Inhalt der Erfahrung logisch unabhängig sind, daß ihre Geltung sich nicht auf den Er-

fahrungsinhalt stützt, sondern eine andere Art der Evidenz besitzt. Verstehen wir dies unter Apriorität, so kann überhaupt nicht mehr von einer Apriorität von Begriffen oder Vorstellungen, sondern nur von einer Apriorität (besser Apriori-Geltung) von Urteilen die Rede sein. Speziell für den Raum aber erscheint nun als Hauptsache nicht etwa, daß der Raum eine „notwendige Vorstellung a priori“ ist, oder überhaupt irgendein Sachverhalt psychologischen Geschehens, sondern daß *gewissen auf den Raum bezüglichen Sätzen*, den geometrischen Axiomen, indirekt dann der ganzen aus ihnen abgeleiteten Raumlehre eine von dem besonderen Inhalt unserer Erfahrung, insbesondere auch von dem, was etwa im einzelnen Augenblick wahrgenommen wird oder in früheren wahrgenommen worden ist, unabhängige Geltung, also eine eigenartige, in der Natur der Raumvorstellung begründete Evidenz zugeschrieben wird.

Wenn, wie vorhin schon erwähnt, in späterer Zeit immer wieder betont worden ist, daß die Apriorität, die Kant meinte, nicht im psychologischen, sondern im logischen Sinne genommen werden müsse, so steht das mit der hier gegebenen Darstellung in gutem Einklang. Ja man kann vielleicht behaupten, daß jene Forderung gerade durch die hier gegebene Deutung der „Apriori-Geltung“ in einer ganz durchsichtigen und befriedigenden Weise erfüllt wird. Daß dies auch für Kant im Grunde der maßgebende Gesichtspunkt war, tritt sehr deutlich darin zutage, daß er die Apriorität, abgesehen von Mathematik und Logik, vor allem auch den *analytischen* Urteilen zuschrieb. So werden die Sätze genannt, die von einem Begriffe eben das aussagen, was für ihn zufolge seiner Bedeutung notwendig gelten muß. Verstehen wir unter Quadrat eine ebene Figur, die von vier gleichen, in rechten Winkeln zusammenstoßenden Geraden begrenzt ist, so ist z. B. der Satz, daß alle Quadrate eben oder daß alle Quadrate viereckig sind, ein solches analytisches Urteil. Hier leuchtet in der Tat ohne weiteres ein, daß die Geltung dieses Satzes sich unmittelbar aus der Bedeutung des betreffenden Begriffes ergibt. Er kann also ausgesprochen werden, ohne daß wir uns dabei auf bestimmte „Wahrnehmungen“ stützen, er ist „von der Erfahrung logisch unabhängig“. Während nun aber die Apriorität des analytischen Urteils selbstverständlich erscheint, stellt eine ähnliche, von der Erfahrung unabhängige Geltung für nicht analytische („synthetische“) Urteile etwas Auffälliges dar. So erhebt sich für Kant die Frage: *Wie sind synthetische Urteile a priori möglich?* Soweit die Raumlehre in Betracht kommt, läßt sich diese Frage jedenfalls nicht damit lösen, daß die Raumvorstellung einen unveränderlich gegebenen Bewußtseinsinhalt ausmacht. Wenn wir hinsichtlich des Raums Sätze aufstellen können, deren Geltung von der Erfahrung unabhängig ist, die also nach Inhalt und Geltung jedenfalls etwas Eigenartiges darstellen, so kann der Grund da-

für nur in einer der Raumvorstellung zu kommenden *Beschaffenheit* gelegen sein, und es wird sich fragen, ob wir für die Möglichkeit solcher a priori gültigen Sätze aus der *Natur der Raumvorstellung* selbst ein befriedigendes Verständnis gewinnen können. Wie ich glaube, ist das in der Tat der Fall. Aber wir sind hiermit an dem Punkt angelangt, an dem es geboten ist, in etwas ausgesprochenerer Weise über die klassische Lehre *Kants* hinauszugehen und Betrachtungen Raum zu geben, die neuerer Zeit angehören, und die sich zwar im weiteren Sinne wohl immer noch als eine Weiterentwicklung jener Lehre bezeichnen lassen, aber doch eine Anzahl neuer Punkte enthalten. Eine allgemeine Erwägung unseres Wissens und unserer Urteile führt in der Tat dazu, das hier vorzugsweise interessierende Merkmal der logischen Apriorität, d. h. einer von dem Erfahrungswissen unabhängigen Geltung, verständlich zu machen. Die sämtlichen Urteile, die dieses Merkmal besitzen, sind auch durch die Art dessen, was sie besagen, in besonderer Weise charakterisiert. Sie drücken, wie das an den „analytischen Urteilen“ am unmittelbarsten einleuchtet, eine innere Beziehung aus, die zwischen verschiedenen Bewußtseinsinhalten besteht. Hierdurch treten sie zu der Gesamtheit aller Aussagen, die einen Vorgang, ein Geschehen, einen Zustand, kurzum ein Verhalten der Wirklichkeit ausdrücken, in Gegensatz. Sie können daher diesen, die wir als *Realurteile* bezeichnen, unter dem Namen der *Reflexionsurteile* gegenübergestellt werden²⁾. Hiernach kann denn auf die Frage: „Wie sind synthetische Urteile a priori möglich?“ in ebenso einfacher wie durchgreifender Weise die Antwort gegeben werden: *Weil sie Reflexionsurteile sind.* — Auch die Raumvorstellung ist nun von der Art, daß sie zur Aufstellung solcher, ihre inneren Beziehungen betreffenden Aussagen Anlaß gibt, Aussagen, die eben aus der Natur der Raumvorstellung sich ergeben und mit ihr in endgültiger Evidenz gegeben sind. Dahin gehört es schon, daß die Vorstellung des Raumes nichts Abgeschlossenes bedeutet, daß vielmehr jedes etwa besonders in Betracht gezogene Stück eine unbegrenzte Fortsetzung nach allen Richtungen gestattet. In der ganz eigenartigen Weise, die sich nur durch den Hinweis auf die ganz ähnlichen Verhältnisse der Zeit- und der Zahl-(Vielheits-)Vorstellung erläutern läßt, enthält also jedes Stück des Raumes in nuce den Raum in seiner unbegrenzten Gesamtheit. Dabei ist zu beachten, daß jedes sich anschließende Stück immer wieder von der gleichen Beschaffenheit ist: jedes Stück des Raumes ist (abgesehen von den Begrenzungen) jedem anderen kongruent. Ebenso muß es an jeder Stelle und in jeder Richtung eine Strecke geben, die einer bestimmten, an anderer Stelle gegebenen gleich ist. Ferner gehören hierher diejenigen Sätze, die den Axiomen der Zahlenlehre analog sind: innerhalb einer Geraden ist

die Länge einer Strecke von der Ordnung, in der wir ihre Teile zusammenfügen, unabhängig usw.

In kurzer Zusammenfassung des bisherigen wäre etwa folgendes zu sagen. Die Raumlehre *Kants* ist durch einen schwankenden Gebrauch des Begriffes der Apriorität verdunkelt. Versucht man sie durch strenge Auseinanderhaltung des Verschiedenen zu klären, so heben sich *zwei* Gedanken als bedeutsam heraus. Der eine ist der, daß die Raumvorstellung einen in allem Wechsel des psychologischen Geschehens, namentlich bei allen Gestaltungen des Wahrnehmens, sich unverändert erhaltenden, immer wieder in der gleichen Weise aufzuzeigenden Bewußtseinsinhalt darstellt. Der andere ist der, daß zufolge der Natur der Raumvorstellung eine Reihe von Sätzen in bezug auf sie zutreffen, deren Geltung sich nicht in der gewöhnlichen Weise auf unser Erfahrungswissen stützt, sondern aus der Natur der Raumvorstellung selbst fließt.

Beide Anschauungen sind, wiewohl nicht zu völliger Schärfe herausgearbeitet, doch in den Kantschen Gedankengängen mit Sicherheit erkennbar. Beide dürften wohl auch annähernd mit dem zusammentreffen, was von zahlreichen, in der Hauptsache nach *Kant* orientierten Denkern seither für richtig gehalten worden ist und noch gehalten wird.

Nach Erledigung der Raumvorstellung können wir uns verhältnismäßig kurz über *Zeit* und *Zahl* fassen. Auch die Zeit nannte *Kant* eine notwendige Vorstellung a priori. Hier müssen wir wiederum die beiden verschiedenen Gedanken auseinanderhalten, auf die wir hinsichtlich der Raumvorstellung geführt wurden. Nicht nur jede sinnliche Wahrnehmung, sondern jedes Erleben überhaupt ist in zeitlicher Form gegeben; die Zeit ist die Form unseres „inneren Sinnes“. Ähnlich aber wie wir aus jeder äußeren Wahrnehmung die räumlichen Bestimmungen, die Orte, von dem sinnlichen Material abtrennen können, wobei sich der Raum als etwas herausstellt, was sich in allem Wechsel des Wahrnehmens konstant erhält, so können wir auch hier an allem Geschehen die *zeitlichen Bestimmungen* von dem, was geschieht, unterscheiden, und es hebt sich dann in ganz entsprechender Weise die Zeit als unveränderliche Grundlage alles Geschehens heraus. Daneben aber gibt wieder die Zeitvorstellung den Anlaß zur Aufstellung von Sätzen, die von der besonderen Gestaltung der Erfahrung logisch unabhängig, dabei aber nicht etwa analytische Urteile sind, sondern in der besonderen Natur der Zeitvorstellung ihre Begründung finden. Dahin gehört die unbegrenzte und gleichartige Erstreckung der Zeit nach der Seite der Zukunft und der Vergangenheit, ihre Zusammensetzung aus völlig gleichartigen Teilen usw. — Ähnlich können wir schließlich auch bei der Vorstellung der Vielheit die Zahl von den gezählten Objekten trennen und somit der Zahlvorstellung eine gewisse Selbst-

²⁾ Vgl. hierüber meine Logik, Tübingen 1916, S. 3 f.

ständigkeit zuschreiben. Auch die Vorstellung der Zahl kann daher als ein fest gegebener Bewußtseinsinhalt in Anspruch genommen werden, der sich konstant immer wieder aufweisen läßt, wiewohl er mit wechselnden Objekten als dem Gezählten in Verbindung gebracht werden kann. Von besonderer Wichtigkeit ist es dabei, daß auch die axiomatischen Grundlagen der Zahlenlehre, die ja durch ihre Anwendung auf räumliche und zeitliche Erstreckungen eine erweiterte Bedeutung gewinnen, gleichfalls als Aussagen über innere Zusammenhänge und Beziehungen, also als Reflexionsurteile, nicht aber als analytische Urteile der gewöhnlichen Art betrachtet werden müssen. In den Satz z. B., daß bei Vermehrung eines Summanden um die Einheit auch die Summe sich um eine Einheit vermehrt, $a + (b + 1) = (a + b) + 1$, gehen einerseits die genetischen Beziehungen der Zählerzeugung, die Zusammenfügung, andererseits die der Gleichheit ein. Er besagt „einen Zusammenhang zwischen genetischen und Gleichheitsbeziehungen“. Wir berühren hiermit einen Punkt, der im weiteren Zusammenhang von Bedeutung ist und uns daher noch einige Male beschäftigen wird, freilich auch einen besonders viel umstrittenen Punkt. Lange Zeit haben sich zwei entgegengesetzte Anschauungen bekämpft. Nach der einen, als deren Vertreter gewöhnlich *J. St. Mill* genannt wird, sollte ein Satz der Zahlenlehre, wie z. B. $7 + 5 = 12$, nichts anderes darstellen als ein bei einer Reihe von Zählungen realer Gegenstände gewonnenes und induktiv verallgemeinertes Erfahrungsergebnis. Eine entgegengesetzte Anschauung ging dahin, solchen Sätzen einen Inhalt rein logischer Natur zuzuschreiben und sie als eine besondere Ausgestaltung analytischer Urteile anzusehen. Wie sich in neuerer Zeit die Anschauungen der Mathematiker in dieser Hinsicht entwickelt haben, ist nicht ganz einfach zu sagen, doch scheint sich wohl immer mehr und sicherer die Meinung zu befestigen, daß von den beiden eben erwähnten Anschauungen weder die eine noch die andere das Richtige trifft, daß vielmehr die logische Grundlage der Zahlenlehre in der Zahlvorstellung selbst und ihrer psychologischen Natur gesucht werden muß und auch gefunden werden kann. Damit ist eine Anschauung gewonnen, die sich, wie sie auch im einzelnen ausgestaltet werden mag, der hier vertretenen jedenfalls einfügt.

Die maßgebende Bedeutung der Mathematik, namentlich der Raumlehre, für unsere sinnlichen Wahrnehmungen ergibt sich nun sehr einfach. Bedeuten diese nichts anderes als eine Synthese eines wechselnden und unberechenbaren Empfindungsmaterials mit jenen unveränderlichen Vorstellungen (Zahl, Zeit und Raum) oder eine Einfügung in einen fest gegebenen Rahmen, so versteht sich, daß die Gesamtheit innerer Zusammenhänge und Beziehungen, die für jene Vorstellungen gelten, auch für jede Art von Wahrnehmungen

zutreffen, und zwar in zwingender Evidenz zutreffen müssen. An diese Zusammenhänge sind also die Wahrnehmungen unter allen Umständen gebunden. — Wenn *Kant* mit einer scheinbar geringfügigen Modifikation dieses Ausdrucks die Mathematik schlechtweg als für unsere *Erfahrung* maßgebend in Anspruch nahm, so wird dabei die Erfahrung, mindestens so weit sie unsere Umwelt betrifft, mit der sinnlichen Wahrnehmung identifiziert. Ob dies zulässig ist, ob es etwa Formen empirischen Wirklichkeitsdenkens oder Wirklichkeitswissens gibt, die von der uns unmittelbar in zeit-räumlicher Form gegebenen Wahrnehmung verschieden sind, das steht zunächst dahin. Die Kantsche Erwägung geht also hier von einer Voraussetzung aus, die zum mindesten Zweifel läßt. Wir werden uns später mit diesen Verhältnissen eingehend zu beschäftigen haben. Es wird sich dann zeigen, daß sie von großer Wichtigkeit sind, und daß eben auf dieser Grundlage sich eine Reihe von Möglichkeiten ergibt, die *Kant* entgingen und die uns gegenwärtig Anlaß geben, über ihn hinauszugehen. An dieser Stelle genügt es, darauf hinzuweisen, daß eben hier die Verfolgung der Kantschen Lehre auf einen Punkt führt, der zu Bedenken Anlaß gibt und weitere Prüfung erfordert.

Die Anschauung, daß die Grundlagen der gesamten Mathematik (im hergebrachten Sinne dieses Begriffes) Reflexionsurteile darstellen und demgemäß eine von dem Erfahrungswissen unabhängige eigenartige Evidenz besitzen, habe ich an anderer Stelle eingehender begründet³⁾. Hier darf ich mich auf die obigen kurzen Andeutungen beschränken.

Es bleibt uns übrig, die Lehre *Kants* von der Mathematik oder, vielleicht besser gesagt, diejenigen Gedanken, die sich uns als die Kernpunkte dieser Lehre herausstellten, noch in einigen Hinsichten des weiteren zu verfolgen. Über das, was er selbst tatsächlich ausgeführt und gelehrt hat, müssen wir dabei allerdings noch weiter hinausgehen, als dies im bisherigen schon geschehen ist. Gleichwohl dürfen wir die Ergebnisse, zu denen wir gelangen, wohl als eine folgerichtige und unumgängliche Weiterführung auf dem Boden der Kantschen Grundgedanken in Anspruch nehmen. Wenn die Sätze der Mathematik von dem besonderen Inhalt der Wahrnehmungen logisch unabhängig und inhaltlich verschieden sein sollen, so ist damit verknüpft, daß sie sich auch in Begriffen bewegen müssen, die nicht in spezieller Weise auf sinnliche Wahrnehmungen zurückgehen, denen vielmehr eine *selbständige und endgültige Bedeutung* zukommt. Zu diesen Begriffen wird im Gebiete der Raumvorstellung z. B. der der *Geraden* zu rechnen sein, im ganzen Gebiet der Mathematik aber vor allem auch der der *Gleichheit*. Damit ist natürlich sehr wohl vereinbar, daß eine gewisse Summe

³⁾ Logik S. 15 f.

psychischen Geschehens und ein gewisses Maß psychologischer Ausbildung erforderlich ist, schon um diese Begriffe überhaupt zu bilden, mehr noch, um sie in voller Klarheit zu erfassen, daß sie insofern also eine Abhängigkeit von der Erfahrung darbieten. Wichtig ist nur, daß ihnen, wenn sie einmal entstanden sind, ein vollkommen scharfer und endgültig deutlicher Sinn zukommt. Die endgültige Bedeutung einer Anzahl mathematischer Grundbegriffe ist auch Kant, wenn auch nicht ausdrücklich hervorgehoben, doch ohne Zweifel als selbstverständlich vorausgesetzt worden. Erst in viel späterer Zeit ist diese Anschauung in Zweifel gezogen worden. Speziell für die räumlichen Verhältnisse ist sie von *Helmholtz* bestritten worden, der einen derartigen Begriff der Gleichheit für wertlos und überflüssig erklärte und ihn durch einen nach bestimmten Wahrnehmungsverhältnissen zu definierenden Begriff der *physischen Gleichheit* ersetzt wissen wollte. Wir werden hierauf unten zurückkommen haben. Gleich hier sei jedoch erwähnt, daß der Inhalt mathematischer Sätze von empirischen Gleichheitsaussagen stets verschieden ist. Kein mathematischer Satz kann die (numerische, zeitliche oder räumliche) Gleichheit irgendwelcher empirisch gegebener, d. h. sinnlich wahrgenommener Gebilde lehren. Überall ist es vielmehr ein *Zusammenhang* verschiedener Gleichheitsbeziehungen untereinander oder von Gleichheitsverhältnissen mit anderen Beziehungen, der sich aus der Natur von Vielheits-, Zeit- und Raumvorstellungen ergibt. So, wenn wir sagen, daß Gleiches zu Gleichem gefügt Gleiches ergibt, daß Parallele zwischen Parallelen gleich sind usw.

Der andere hier zu berührende Punkt ist der folgende. Die Betrachtung *Kants* bietet, wie vorhin schon kurz berührt wurde, eine eigenartige Lücke. Sie bezeichnet den Raum als die ein für allemal gegebene Form unseres „äußeren Sinnes“. Hiermit ist gesagt, daß alle unsere sinnlichen Wahrnehmungen uns stets in räumlicher Form gegeben sind. Dabei bleibt die Frage offen, wodurch sich nun im einzelnen die räumliche Ordnung unserer Wahrnehmungen bestimmt, wovon es also abhängt, ob wir z. B. zwei Gegenstände in naher Benachbarung oder in größerem Abstände voneinander wahrnehmen, ob wir den einen über oder neben dem anderen erblicken usw. Es ist vor allem die speziellere Beschäftigung mit unseren *Sinneswerkzeugen*, die uns hier eine Lücke empfinden läßt, aber auch für ihre Ausfüllung die wesentlichen Fingerzeige gibt. Es besteht ja darüber kein Zweifel, daß die äußeren Vorgänge, die zu einer Betätigung unserer Sinne, zur Erzeugung sinnlicher Eindrücke führen, zunächst auf die peripheren Sinneswerkzeuge einwirken, und daß von diesen aus unter Vermittlung der Sinnesnerven Vorgänge im Gehirn hervorgerufen werden. Wie es nun kommt, daß an diese Vorgänge gewisse Bestimmungen unseres Bewußtseins, eben diese Empfindungen und sinnlichen

Eindrücke, geknüpft sind, diese Frage darf hier außer Betracht bleiben, ebenso auch die andere, von welcher Art die hier maßgebenden Vorgänge des Gehirns eigentlich sind. Wie aber dem auch sein mag, jedenfalls sind es *diese*, dem Gehirn eigenen Vorgänge, nicht diejenigen des peripheren Sinneswerkzeugs, und noch weniger natürlich die äußeren, das Sinneswerkzeug affizierenden Vorgänge (wie die Lichtwellen usw.), an die wir uns die Bestimmungen des Bewußtseins in einem festen und gesetzmäßigen Zusammenhange geknüpft denken können. Hieraus ergibt sich denn die Möglichkeit, daß die in unserer Wahrnehmung unmittelbar gegebenen räumlichen Verhältnisse sich mehr oder weniger von denjenigen unterscheiden können, die der gewöhnliche Sprachgebrauch als die objektiv verwirklichten zu bezeichnen pflegt. In der Tat ist es auch schon dem alltäglichen Denken geläufig, die wahrgenommenen räumlichen Anordnungen von den „objektiv verwirklichten“ zu unterscheiden. Jedermann weiß, und die Sinnesphysiologie hat es in systematischer Weise zu untersuchen, wie die einen und anderen zwar meistens annähernd übereinstimmen, Abweichungen aber in geringerem Betrage häufig, ausnahmsweise auch in größerem Umfange stattfinden. Was hier die objektiv verwirklichte räumliche Anordnung genannt wird, ist nun aber, wenn wir es unter dem Gesichtspunkte der Kantschen Untersuchung betrachten, doch auch ein Bild der Wirklichkeit, für welches die räumliche Form durch unsere Subjektivität vorgezeichnet ist. Wir werden es aber nicht mit dem unmittelbar gegebenen sinnlichen Eindruck identifizieren können, sondern als ein *Vorstellen oder Denken der Wirklichkeit* bezeichnen müssen, das in dem sinnlichen Eindruck zwar vorbereitet ist, doch aber durch eine Reihe hier kleinerer, dort vielleicht auch beträchtlicher Korrekturen erhalten werden muß.

Die Anschauung, zu der wir so gelangen, ist in verschiedener Hinsicht von Bedeutung. Zeit und Raum sind allerdings Formen unserer unmittelbar gegebenen sinnlichen Wahrnehmung. Sie sind überdies aber auch die Formen der endgültigen, denkenden Wirklichkeitserfassung, die sich an jene Wahrnehmung zwar anschließt und in ihr ihre Grundlage findet, doch aber von ihr mehr oder weniger verschieden sein kann und es vielfach ist. Überdies bestimmt sich durch dieses Auseinanderfallen der direkten sinnlichen Wahrnehmung und des endgültig Gedachten (objektiv Verwirklichten) auch die ganze Form eines Welt-erkennens, wie wir es als ein höchstes Ideal, als ein anzustrebendes Ziel ins Auge fassen können. Ein solches wird nicht unbedingt die der Wahrnehmung eigenen zeit-räumlichen Anordnungen enthalten müssen; es wird vielmehr diese Wahrnehmungen selbst als psychologische Tatbestände gleich allen anderen psychischen Erlebnissen enthalten und als Korrelat gewisser physiologischer Vorgänge aufweisen müssen, mit denen es in ge-

setzungsmäßiger Weise verknüpft ist, und die ihrerseits in den Zusammenhang des ganzen gedachten (objektiv verwirklichten) Geschehens eingeordnet sind. Ich habe diese Form des Weltenkennens als ein *ganzes Weltbild* bezeichnet⁵⁾. Es tritt in einen gewissen Gegensatz zu dem, was in der modernen Physik wohl als „*physikalisches Weltbild*“ bezeichnet wird, worauf wir alsbald zurückzukommen haben. Hier sei sogleich die Aufmerksamkeit noch auf einen Punkt gelenkt. Durch das Auseinanderfallen des direkt Wahrgenommenen und des objektiv verwirklichten (endgültig Gedachten) verschiebt sich auch die logische Grundlage unseres naturwissenschaftlichen Weltenkennens. Als unbedingt sicher kann nicht mehr der Inhalt irgendeiner Wahrnehmung in Anspruch genommen werden, sondern nur die Tatsache, daß wir in dieser bestimmten Weise wahrnehmen. Das Sehorgan möge mir die Wahrnehmung eines roten und eines grünen Gegenstandes in bestimmter räumlicher Anordnung gegeneinander liefern; es möge etwa der rote unter oder über, hinter oder links neben dem letzteren gesehen werden. Daß zwei Gegenstände von solcher Beschaffenheit in dieser räumlichen Anordnung tatsächlich objektiv vorhanden sind, ist niemals unbedingt sicher, die Erwägung, ob sich das auch wirklich so verhalte, niemals völlig überflüssig. Eine unbedingt zwingend gegebene Erfahrungstatsache ist nur die, daß ich im gegenwärtigen Augenblick so sehe, daß eben diese Wahrnehmung als Bestimmung meiner Psyche vorhanden ist. — Erscheint hiernach von all dem, was wir als objektiv verwirklicht behaupten, nichts als ohne weiteres und in endgültiger Gewißheit gegeben, so erhebt sich die Frage, worauf wir denn überhaupt unsere Überzeugungen hinsichtlich eines äußeren Verhaltens, hinsichtlich unserer Umwelt gründen können. Worin finden sie ihre logische Grundlage? Wodurch werden sie, wenn nicht in zwingender Gewißheit, doch mit größerer oder geringerer Wahrscheinlichkeit als berechtigt erwiesen? Dies ergibt sich leicht, wenn wir beachten, wie wir im einzelnen verfahren, wenn wir das unmittelbar Wahrgenommene als nicht oder nicht genau zutreffend erachten und an seine Stelle eine mehr oder weniger abweichende Anschauung von dem objektiv Verwirklichten setzen. Stets gehen wir dabei so zu Werke, daß wir uns auf irgendwelche Anschauungen über die *Gesetze* physiologischen oder psychologischen Geschehens stützen. Als das Verwirklichte nehmen wir etwas in Anspruch, was gewissen allgemeinen Gesetzmäßigkeiten entspricht. So liegt denn auch der letzte und maßgebende Grund für die Berechtigung alles dessen, was wir über objektiv Verwirklichtes behaupten, in der gesetzmäßigen Ordnung, die es zu einem einheitlichen Ganzen verbindet. *Unsere tatsächlich gegebenen Erlebnisse als Teil eines gesetz-*

mäßig geordneten Ganzen darzustellen und in diesem Sinne verständlich zu machen: darin werden wir in letzter Instanz die unserem Wirklichkeitserkennen gestellte Aufgabe erblicken. Mit der Gewinnung eines Weltbildes, das dieser Anforderung genügt, werden wir unsere berechtigten intellektuellen Bedürfnisse als befriedigt erklären müssen.

Erinnern wir uns ferner hier, daß wir nach der grundlegenden Lehre *Kants* die uns umgebenden Dinge nicht nach dem ihnen selbst eigenen Wesen, nach den ihnen „*an sich*“ zukommenden Beschaffenheiten zu erkennen vermögen, sondern stets nur nach Maßgabe ihres Zusammenhanges mit unserem eigenen Wesen, unter Vermittlung unserer Subjektivität, so können wir sagen, daß jedes Weltbild nicht allein die Grundlage seiner logischen Geltung, sondern auch seinen endgültigen Sinn in dem findet, was es an direkt erkennbaren psychischen Tatsachen enthält und behauptet. Daraus ergibt sich namentlich, daß zwei oder mehr Weltbilder, die in dieser Hinsicht Übereinstimmendes ergeben, als inhaltlich durchaus gleichwertig zu betrachten sind. Ihr Unterschied ist nur von formaler Bedeutung und kann der Darstellung eines und desselben Sachverhalts in verschiedenen Sprachen verglichen werden.

Unsere Ausführungen zeigen, daß, wenn wir die Tatsachen der Sinnesphysiologie oder auch nur unser alltägliches Wissen von Einrichtung und Funktion der Sinne in den Kreis der Betrachtung ziehen, sich daraus, auch wenn wir uns hinsichtlich der fundamentalen Verhältnisse von Raum- und Zeitvorstellung auf den Boden *Kants* stellen, doch die Nötigung ergibt, über seine Lehre in wichtiger Weise hinauszugehen. Die Anschauung von unserem Weltenkennen, zu der wir so gelangen, ist dadurch charakterisiert, daß sie neben dem durch die Sinne Wahrnehmbaren auch die Vorgänge unserer Sinneswerkzeuge selbst, die Funktionen des Zentralnervensystems usw. umfaßt. Wir können daher, wo wir uns auf sie zu beziehen und zu stützen haben, von dem *ganzen Weltbilde* reden.

In der modernen theoretischen Physik werden bekanntlich die *beiden* Anschauungen, in denen, wie wir sahen, *Kants* Lehre vom Raum gipfelt, im allgemeinen abgelehnt oder direkt bestritten. Wir werden daher zunächst suchen müssen, die hier liegenden Gegensätze in möglichst scharfer Beleuchtung hervortreten zu lassen und ihren letzten Gründen nachzugehen. Für die Anschauung von der selbständigen und unveränderlichen Natur der Raumvorstellung können wir kaum eine schärfere Formulierung geben als den vorhin schon angeführten Satz *Kants*: Wir können uns niemals denken, daß kein Raum sei, wohl aber, daß in ihm keine Gegenstände angetroffen werden. Im Gegensatz hierzu hat schon *Helmholtz* gelegentlich ausgesprochen, daß er sich von einer solchen, der Wahrnehmung bestimmter Gegenstände erman-

⁵⁾ v. Kries, Über die zwingende und eindeutige Bestimmtheit des physikalischen Weltbildes, Die Naturwissenschaften 1920, S. 237.

gelnden Raumvorstellung, kein rechtes Bild machen könne. Schärfer finden wir ähnliches neuerdings bei *Schlick* hervorgehoben⁹⁾. Er führt als eine verbreitete und wohl auch von ihm selbst geteilte Anschauung die an, „man könne vom Raume nicht reden, wenn keine Körper da wären“. *Poincaré* erklärt, daß der Raum ohne wahrgenommene Gegenstände etwas völlig Gestaltloses sei. Worauf beruht dieser Widerspruch? Auch diejenigen, die der Anschauung *Kants* beipflichten, sind natürlich darüber nicht im Zweifel, daß das von Haus aus psychologisch Gegebene stets *Wahrnehmungen* sind, in denen das Empfindungsmaterial im engeren Sinne (z. B. Bestimmungen der Helligkeit und Farbe) mit den örtlichen Bestimmungen in eigenartiger Weise vereinigt ist. Um zu dem zu gelangen, was wir die Raumvorstellung als solche nennen, ist also eine *zerlegende Betrachtung* erforderlich. Damit berühren wir auch schon den tieferen Grund des hier bemerkbaren Gegensatzes. Für denjenigen, der gewohnt ist, auf die Wahrnehmungen als solche und namentlich ihre objektive Bedeutung zu achten, mag eine Betrachtung dieser Art fremdartig oder ganz ausgeschlossen sein, während sie vollkommen zwingend und unabweisbar für denjenigen ist, der geneigt und geübt ist, die eigenen seelischen Erscheinungen zum Gegenstand der Beobachtung zu machen. Eine Untersuchung, die den Dingen auf den Grund zu gehen wünscht, wird sich nun aber der Aufgabe analytischer Selbstbeobachtung nicht verschließen können. So möchte ich denn ohne Rückhalt aussprechen, daß auch für mich über die Richtigkeit und tiefe Begründung der *Kantschen* Betrachtung kein Zweifel besteht. Unmöglich können wir die Raumvorstellung in eine Reihe einzelner Koinzidenz- oder Berührungsbeziehungen auflösen und durch diese ersetzen. Sie ist nicht der Inbegriff einer Reihe solcher Beziehungen, sondern etwas mehr und etwas ganz anderes. Sie ist eben das, was uns vorschwebt, wenn wir, von der besonderen Gestaltung einzelner Wahrnehmungen absehend, vom Raum als solchem sprechen, eine Vorstellung eigener Art, die sich freilich, ganz ebenso wie etwa die Empfindung des Rot oder Süß, nicht definieren oder erläutern, sondern nur aufzeigen und erleben läßt. Aus guten Gründen ist freilich die Naturwissenschaft gewöhnt, ihre Beobachtung ganz auf die Wahrnehmung bestimmter örtlicher Verhältnisse zu richten, und so kann es kommen, daß gerade für den Physiker durch die ausschließliche Beachtung dieser Verhältnisse alles andere zurückgedrängt wird. Eine Selbstbesinnung aber, die die eigentliche Natur der Raumvorstellung zu erfassen bestrebt ist, wird doch immer wieder darauf zurückkommen, daß die Vorstellung des Raumes zwar in alle Wahrnehmungen über besondere örtliche Verhältnisse einzelner Gegenstände, insbesondere alle Kon-

tinuitäts- oder Berührungsbeziehungen eingeht und ihnen zugrunde liegt, sich aber nicht als Summe einer kleineren oder größeren Zahl solcher Ortsbeziehungen darstellen läßt.

Ganz ähnlich stellen sich die Dinge auch für den zweiten Punkt dar, die Geltung einer gewissen Anzahl auf den Raum bezüglicher Sätze. Fassen wir einen möglichst einfachen Fall ins Auge, etwa den Satz, daß die gerade Linie sich nach beiden Seiten hin unbegrenzt erstreckt. Nach der Anschauung der Physiker kann das nicht als unbedingt sicher gelten, wir haben mindestens mit der Möglichkeit von Erfahrungen zu rechnen, die zeigen, daß die Gerade sich nicht unbegrenzt verlängern läßt, sondern bei weiterer und weiterer Fortsetzung wieder in sich läuft. Im Gegensatz dazu geht die *Kantsche* Raumlehre dahin, daß die unbegrenzte Erstreckung der Geraden in „anschaulicher Evidenz“ feststeht. Der unbefangene Beobachter wird sich, wie ich glaube, die Richtigkeit dieser Behauptung durch kein Argument abstreiten lassen. Er wird dabei besonders betonen, daß er genau wisse, was er mit einer Geraden und deren Fortsetzung in der gleichen Richtung meine, ganz gleich, wie er zu einer solchen Vorstellung im Gange des tatsächlichen psychologischen Geschehens gelangt sei; und er wird betonen, daß diese Überzeugung selbstverständlich vollkommen ungewiß lasse, ob in diesen unbegrenzten Entfernungen „Gegenstände angetroffen“ werden oder nicht. Wir begegnen hier ganz demselben Unterschiede der Betrachtung, der uns vorhin beschäftigte. So lange wir lediglich an eine Wahrnehmung bestimmter Gegenstände denken, so scheint es uns berechtigt, die unbegrenzte Erstreckung einer Geraden zu bestreiten oder wenigstens zu bezweifeln. Denn, wie sich die Wahrnehmungen gestalten, steht durchaus dahin und kann erst aus der Erfahrung entnommen werden. Ganz ebenso aber wie die Unveränderlichkeit der Raumvorstellung, so treten uns auch die inneren Zusammenhänge und Beziehungen ihrer Teile, ihr ganzer Aufbau als etwas zwingend Evidentes entgegen, wenn wir, von dem Empfindungsanteil absehend, das Räumliche für sich ins Auge fassen.

Die Verhältnisse der Raumvorstellung werden durchsichtiger, wenn wir die analogen für Zeit und Zahl ins Auge fassen. Was sich ereignet hat oder ereignen wird, das wissen wir nur unvollkommen und unsicher. Die unbegrenzte Erstreckung der Zeit nach der Seite der Vergangenheit und der Zukunft aber liegt in der Natur dessen, was wir Zeit nennen und was wir als Zeitvorstellung aus aller Mannigfaltigkeit des Geschehens ablösen können. Was es an zählbaren Gegenständen gibt, entzieht sich einer allgemeinen Festlegung. Es könnte der Fall sein, daß irgendeine bestimmte Zahl die höchste ist, in der zählbare Gegenstände überhaupt vorkommen. Ausgeschlossen aber ist durch unser eigenes seelisches Wesen, daß die Reihe der natürlichen Zahlen als

⁹⁾ *Schlick*, Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik, 4. Aufl., Berlin 1922, S. 26.

solche eine Grenze hat. Eine Zahl, die nicht mehr vermehrt werden könnte, ist durch die psychologische Natur eben dessen, was wir Zahl nennen, ausgeschlossen. Aus diesen Überlegungen ergibt sich denn auch das Merkmal, dessen übereinstimmendes Zutreffen die Gegenstände der Mathematik charakterisiert. *Gegenstand der Mathematik sind die inneren Beziehungen derjenigen Bewußtseinsinhalte, die sich als eine Zusammenfügung völlig gleichartiger Elemente darstellen.* Was diese Zusammenfügung bedeutet und in welchem Sinne die Elemente gleichartig zu nennen sind, entzieht sich einer allgemeinen Erläuterung und kann nur durch die Aufzeigung der einzelnen Beispiele (Zahl-, Zeit- und Raumvorstellung) klargemacht werden. Als gemeinsam können wir jedoch hervorheben, daß in allen diesen Fällen die Hinzufügung eines Elementes eine bestimmte Art des Fortschreitens bedeutet, mit dem zwingenden Eindruck, daß durch die nämliche psychische Betätigung von dem erreichten Punkt aus wieder die gleiche Art des Fortschreitens möglich ist, und der Fortgang so in unbegrenzter Weise ausgedehnt werden kann.

Der alten Schuldefinition, die die Mathematik als Größenlehre bezeichnet, und nach der als Größe im Sinne der Mathematik alles zu betrachten ist, „was man vermehren oder vermindern, vermehrt oder vermindert denken kann“, liegt offenbar eben dieser Gedanke zugrunde, wenngleich das, worauf es hauptsächlich ankommt, nicht in aller Schärfe zum Ausdruck gebracht ist.

Unsere Ausführungen lehren, daß zwischen den Anschauungen *Kants* und denjenigen, die die moderne Physik beherrschen, ein Gegensatz besteht, der in tiefwurzelnden Eigentümlichkeiten des ganzen geistigen Wesens begründet ist, und wohl wenig Aussicht hat, einmal völlig ausgetragen zu werden. Keinesfalls aber kann die Rede davon sein, daß in diesen Hinsichten die Lehre *Kants* überholt oder widerlegt sei. Unter diesen Umständen erhebt sich nun die Frage, ob und wie sich vom Kantschen Standpunkt aus die der neueren Physik eignen Tatsachen und Theorien darstellen, die sich in Gegensatz zu *Kant* zu stellen oder mindestens über ihn hinaus zu führen scheinen, ob und wie diejenigen, die die Lehre *Kants* als Grundlage festhalten, diese Errungenschaften aufzufassen und sich mit ihnen abzufinden haben. Um diese Frage zu beantworten, müssen wir auf einen Punkt zurückgreifen, in dem, wie vorhin hervorgehoben, die Lehre *Kants* jedenfalls einer wichtigen Ergänzung bedarf. Wir müssen, um die Art unseres Naturerkennens vollständig zu übersehen, auch die Einrichtungen und Funktionen der Sinneswerkzeuge in den Kreis der Betrachtung ziehen. Sobald wir dies tun, leuchtet ein, daß unser *wissenschaftliches Weltbild nicht mit dem Ergebnis der unmittelbaren sinnlichen Wahrnehmung identifiziert werden darf*. Es stellt sich vielmehr dar als ein *Denken* der Wirklichkeit, das, in der Wahrnehmung vor-

bereitet, doch von ihr mehr oder weniger abweichen kann. *So gut wir nun die einzelnen räumlichen Anordnungen, die in der direkten Wahrnehmung gegeben sind, in unserem endgültigen wissenschaftlichen Weltbilde mehr oder weniger modifizieren können, so gut können wir auch aus diesem letzteren die Raumvorstellung überhaupt ausschalten und die räumlichen Bestimmungen durch Begriffe anderer geeigneter Art ersetzen.* Zwingend gegeben ist die Räumlichkeit für die unmittelbare sinnliche Wahrnehmung, nicht aber für das gedachte Weltbild, durch das ein wissenschaftliches Erkennen der Welt jene ohnehin zu ersetzen genötigt ist. Hiermit gelangen wir zu der richtigen Deutung derjenigen Tatsachen, die den Anlaß geben können und gegeben haben von einer „nicht-euklidischen“ Beschaffenheit des Raumes zu sprechen. Denkbar ist ohne Zweifel, daß die Beobachtung uns auf Erscheinungen führt, die wir als ein räumlich geordnetes Geschehen nicht verständlich machen können, die sich aber einer gesetzmäßigen Ordnung verständlich einfügen lassen, wenn wir sie uns als ein Geschehen in einer mehr als dreifach ausgedehnten oder in einer dreifach ausgedehnten, jedoch nicht ebenen Mannigfaltigkeit denken. Daran aber müssen wir unbedingt festhalten, daß die Raumvorstellung, die wir nun einmal haben, die offenbar in physiologischen Einrichtungen begründet und die für unsere direkten Wahrnehmungen fest gegeben ist, die charakteristischen Merkmale der „euklidischen“ darbietet. — Man kann versuchen, eine entsprechende Betrachtung noch weiter auszudehnen und ebenso wie die Vorstellung des Raumes, so auch die der *Zeit* aus unserem wissenschaftlichen Weltbilde auszuschalten. Wir gelangen so zu dem oben schon berührten kühnen Gedanken *Minkowskis*. „Von Stund an,“ sagt er an einer mit Recht berühmt gewordenen und viel angeführten Stelle, „sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken, und nur noch eine Art Union von beiden soll Selbständigkeit bewahren.“ Es würde dann nicht mehr von der Bewegung von Körpern zu sprechen sein; das Verhalten etwa eines materiellen Punktes wäre durch vier unabhängige Koordinaten von abstrakter Bedeutung anzugeben. Dieses in vollem Sinne abstrakte Weltbild kann in ein zeitlich bestimmtes umgewandelt werden, indem wir irgendeiner Funktion jener abstrakten Koordinaten die Bedeutung der Zeit geben, in ein zeit-räumliches, wenn irgend welche Funktionen der andern als räumliche Bestimmungen aufgefaßt werden. So ist in dem abstrakten Weltbilde eine unbegrenzte Zahl zeit-räumlicher zugelassen. Freilich ist die Ausschaltung der Zeit doch nicht mit derjenigen des Raumes auf ganz gleiche Linie zu stellen. Für das „*physikalische Weltbild*“ allerdings besitzen Zeit und Raum insoweit analoge Bedeutung, daß wir uns mit dem Gedanken *Minkowskis* begnügen und einen beide vereinigenden abstrakten Begriff ins

Auge fassen können. Aber die Zeit ist, abgesehen von der sinnlich wahrnehmbaren Umwelt, dem physikalischen Weltbild, auch die Form, in der uns unser eigenes psychisches Geschehen und Erleben gegeben ist. Sie ist, wie *Kant* sich ausdrückte, „die Form unseres inneren Sinnes“. In dieser Bedeutung kann sie weder entbehrt noch ersetzt werden. Und so fehlt denn dem abstrakten Weltbilde die feste Anknüpfung an die *Gesamtheit* des Weltgeschehens, die dem zeit-räumlichen eigen ist.

In der Auseinanderhaltung der beiden Formen unseres Wirklichkeitserkennens, der unmittelbaren sinnlichen Wahrnehmung und des gedachten, intellektuell erzeugten Weltbildes liegt der Schlüssel für die Lösung der Widersprüche, die zwischen den alten, in der Hauptsache nach *Kant* orientierten und den die moderne Physik beherrschenden Anschauungen bestehen oder zu bestehen scheinen. Beide bedürfen jedoch, wenn wir die Verhältnisse ganz durchgreifend klären wollen, noch einiger erläuternder Bemerkungen. Was *Kant* anlangt, so kann es nicht überraschen, und ihm auch nicht zum Vorwurf angerechnet werden, daß er die Möglichkeit, ein abstraktes Weltbild an die Stelle der unmittelbar gegebenen Wahrnehmung zu setzen, nicht ins Auge gefaßt hat. Es war das in der Tat ein Gedanke, der ganz außerhalb des Gedankenkreises seiner Zeit lag. Als besonders bedeutungsvoll aber müssen wir hervorheben, daß er die ganze erkenntnistheoretische Natur der Mathematik durch eine völlig neue Einsicht geklärt hat. Daß wir es bei den Gegenständen der Mathematik mit festen und unveränderlichen Bewußtseinsinhalten zu tun haben, aus deren inneren Zusammenhängen sich eine Reihe von Sätzen in zwingender Evidenz ergeben, vor allem die ganze eigenartige psychologische Natur der Zeit- und Raumvorstellung, das also, was wir die Subjektivität der Zeit- und Raumvorstellung und die Apriori-Geltung der mathematischen Sätze nennen können, all dies verdanken wir den Betrachtungen *Kants*, und all dies muß auch jetzt noch in vollem Maße als zutreffend anerkannt werden. Um die Bedeutung dieser Kantschen Lehre richtig zu würdigen, muß man bedenken, in welchem Maße sie nicht nur dem alltäglichen Denken, sondern auch allen philosophischen Anschauungen zuwiderlief. Denn für beide galt doch als feststehend und selbstverständlich, daß gerade mit der Wahrnehmung zeit-räumlicher Verhältnisse das objektiv Verwirklichte seinem eigentlichen Wesen nach zutreffend und sicher erkannt werde. So erscheint es berechtigt, wenn man in der Kantschen Lehre von der Subjektivität der Zeit- und Raumvorstellung, in den Einblicken, die sie uns in die psychologische Natur dieser Vorstellungen eröffnet hat, eine der glänzendsten Bekundungen menschlichen Scharfsinnes erblickt hat. Daran haben wir nichts

zu ändern, wenn sich herausstellt, daß unser Wirklichkeitserkennen nicht in dem Maße, wie es *Kant* als selbstverständlich betrachtete, an jene Formen gebunden ist, daß Arten des Wirklichkeitsdenkens möglich sind, die sich von ihnen in gewissem Umfange frei machen.

Auch das abstrakte Weltbild, das gegenwärtig den Grundgedanken der theoretischen Physik bildet, bedarf, um in erkenntnistheoretischer Hinsicht erschöpfend zu sein, einer Anzahl von Ergänzungen. Zunächst dürfen wir es wohl beklagen, daß in den Darlegungen der modernen Physik, wenn sie die Bindung unseres Welt Denkens an die euklidische Raumvorstellung, noch weiter gehend sogar die an die Zeitvorstellung (wie wir zugeben müssen, für das physikalische Weltbild mit Recht) bestreiten, sich kein genügender Hinweis auf die Berechtigung findet, die diesen Vorstellungen als den *Grundlagen*, wenn auch nicht des wissenschaftlichen Weltbildes, doch jedenfalls unserer sinnlichen Wahrnehmung tatsächlich zukommt. Es hängt das vor allem damit zusammen, daß infolge der oben erwähnten Betrachtung, die sich auf die Wahrnehmung von Gegenständen beschränkt, die psychologische Natur von Zeit- und Raumvorstellung, ihre Selbstständigkeit, ihre Ablösbarkeit von der Wahrnehmung realer Gegenstände, ihr fortschreitender Aufbau durch die Aneinanderfügung gleichartiger Elemente, außer Betracht gelassen wird. Ich finde in dieser Hinsicht besonders bezeichnend die Äußerung *Minkowskis*, die jener vorhin angeführten unmittelbar vorausgeht. „Die Anschauungen von Raum und Zeit“, heißt es dort, „die ich entwickeln möchte, sind auf experimentell physikalischem Boden erwachsen. Darin liegt ihre Stärke.“ Sie sind jedoch, dürfen wir hinzufügen, ohne Berücksichtigung der psychologischen Eigenart entwickelt worden, die der Zeit- und Raumvorstellung doch unbestreitbar zukommen; und darin liegt wiederum ihre Schwäche. Bei der ausschließlichen Konzentration der Aufmerksamkeit auf das, was die sinnliche Wahrnehmung an objektiven Sachverhalten bedeutet, wird die psychologische Natur der Zeit- und Raumvorstellung in entscheidender Weise verkannt; es bleibt unbemerkt, daß für diese Vorstellungen eine Reihe von inneren Beziehungen durch ihre eigene Natur gegeben ist und demgemäß in eigenartiger unmittelbarer und zwingender Evidenz feststeht. So entgeht auch der Beachtung, daß diese Beziehungen nicht nur in der sinnlichen Wahrnehmung selbst unmittelbar gegeben sind, sondern daß auch ein gedachtes Weltbild an sie gebunden ist, solange bei der Entwerfung desselben an der zeitlichen und räumlichen Form festgehalten wird.—So vermissen wir in den Darstellungen der modernen Physik die rechte Würdigung für das, was uns *Kant* gelehrt hat, und über dessen, wenn auch nicht uneingeschränkte, doch weitgehende Bedeutung kein Zweifel besteht. — Weiter galt ja

Kants kritische Untersuchung nicht allein den Verhältnissen der Zeit- und Raumvorstellung, sondern der *ganzen Mathematik*, vor allem also auch der reinen Zahlenlehre. In dieser Hinsicht unterliegen seine Anschauungen auch gegenwärtig keinem Zweifel und keiner Einschränkung. Wo es überhaupt zählbare Gegenstände gibt (und wo wäre das nicht der Fall?), finden auch die Grundsätze der Zahlenlehre Anwendung. Die aus ihrer Verallgemeinerung sich ergebenden Rechnungsregeln werden auch auf die abstrakten Koordinaten angewendet. Auch im abstrakten Weltbilde ist *mathematisch Unmögliches oder Widersprechendes ausgeschlossen*. Auch in den Kreisen der theoretischen Physik werden diese Verhältnisse wohl kaum anders beurteilt oder bestritten. Wenn sie zurzeit die Beachtung nicht finden, die sie wohl verdienten, so liegt dies an zwei Umständen. Zunächst *nämlich* wird die Gültigkeit der allgemeinen Gesetze der *Logik* wohl im allgemeinen als selbstverständlich vorausgesetzt, jedenfalls als ein Gegenstand betrachtet, über den wir nicht Anlaß haben, uns viel den Kopf zu zerbrechen. Wenn bekannt ist, daß allen unter die Kategorie *A* fallenden Gegenständen das Merkmal *b* zukommt, und andererseits, daß der Gegenstand *X* jener Kategorie angehört, daß dann auch dem *X* jedenfalls dieses Merkmal *b* zugeschrieben werden muß, daß auch die Gültigkeit dieses allgemeinen Zusammenhanges nicht durch eine erfahrungsmäßige Verifizierung an einzelnen Fällen festgestellt zu werden braucht, sondern in irgendeiner anderen Weise unbedingt feststeht: darüber ist niemand im Zweifel. Die Erwägung aber, wie das zusammenhängt, glaubt der Physiker (mit Recht) von seinem Aufgabenkreise ausschalten und getrost dem Philosophen überlassen zu dürfen. Im allgemeinen werden nun, wie es scheint, auch die Grundlagen der reinen Zahlenlehre diesem „*Denknotwendigen*“ zugerechnet. Wollen wir aber das tun (es ist schließlich über den Ausdruck nicht mit Nutzen zu streiten), so darf nicht übersehen werden, daß gerade die fortschreitende Bildung neuer Begriffe, die die Mathematik charakterisiert, auch ganz bestimmte Beziehungen dieser immer weiter sich aufbauenden Begriffe mit sich bringt, und daß sich so Denknotwendigkeiten ergeben, die sich von den anderen überall geltenden charakteristisch unterscheiden und ein besonderes System für alle Erfahrung gültigen Wissens darstellen. Dies ist es im Grunde, was wir meinen, wenn wir der Mathematik eine Geltung zuschreiben, die von der Erfahrung logisch unabhängig ist und aus der Natur der Begriffe selbst fließt. Die doch immerhin beachtenswerte Tatsache, daß es mindestens zwei ganz verschiedene Arten von „*Denknotwendigem*“ gibt, bleibt hier außer Betracht.

Endlich aber wird in der Physik angenommen, daß gewisse ganz bestimmte äußere Verhältnisse, nämlich die der unmittelbaren Benach-

barung, die „*Kontinuitätsverhältnisse*“ *direkt* und mit einer die *Irrtumsmöglichkeit ausschließenden Sicherheit erkannt werden*. Daß diese Lehre von dem „*direkt Erkennbaren*“ eine Lücke in dem logischen Aufbau der theoretischen Physik bildet, kann nicht bestritten werden. Denn selbst wenn es sich in aller Strenge so verhielte (was nicht der Fall ist), so müßten wir doch fragen, wie es kommt, daß gerade in dieser Hinsicht unsere Wahrnehmungen sich einer vollkommenen Zuverlässigkeit erfreuen. Das kann nicht geschehen ohne die Funktionsweise unserer Sinne in Betracht zu ziehen. Es versteht sich von selbst, daß ein Weltbild, das diese Verhältnisse außer Betracht läßt und sich hier mit einer Annahme begnügt, die tatsächlich nicht einmal streng zutrifft, im günstigsten Falle aber doch wenigstens einer Erklärung aus der Natur und Einrichtung unserer Sinne bedürfen würde, uns nicht endgültig zu befriedigen vermag. Sobald wir aber in voller Strenge das in der sinnlichen Wahrnehmung unmittelbar Gegebene und das in einem endgültigen Weltbilde Gedachte auseinanderhalten, leuchtet ein, daß in der letzteren Hinsicht niemals irgend etwas in einer absolut zwingenden Weise gegeben ist. Allem vielmehr, was wir in dieser Weise aussagen, kommt nur, ähnlich einer Hypothese, die bedingte Wahrscheinlichkeit zu, die sich danach bestimmt, in welchem Umfange dadurch unser eigenes Erleben als Bestandteil eines gesetzmäßig geordneten Ganzen verständlich gemacht wird. Hierdurch bestimmt sich vor allem der Standpunkt gegenüber den Tatsachen des *Relativitätsprinzips*. Diese ergeben, daß es eine unbegrenzte Zahl zeit-räumlicher Weltbilder gibt, die mit unseren Erfahrungen gleichermaßen übereinstimmen und insofern durchweg gleichberechtigt sind. Aber die Forderung, diese Vieldeutigkeit zu beseitigen, stellt keinen Anspruch dar, dem unser Wirklichkeitsdenken unbedingt Genüge leisten muß. So ist auch das abstrakte Weltbild, indem es uns von dieser Vieldeutigkeit befreit, wiewohl es einen Fortschritt von höchster Bedeutung darstellt, doch nicht gerade als das allein zulässige und unbedingt richtige erwiesen⁷⁾.

Überblickt man im Zusammenhang die Punkte, in denen sich die der modernen Physik eigene Auffassung vom Naturerkennen als unvollständig herausstellt, so springt in die Augen, daß das gerade insofern und deswegen der Fall ist, als sie sich dem ganzen Gedankenkreise Kants in teils ausdrücklicher, teils stillschweigender Ablehnung verschließt. Daß all unser Wirklichkeitserkennen durch unser eigenes Wesen mitbestimmt wird, das war für Kant der Ausgangspunkt aller kritischen Erwägungen. So rückte die Frage, inwieweit und in welchen Hinsichten unser Erfah-

⁷⁾ Vgl. hierüber die Ausführung in meinem vorhin angeführten Aufsatz: Über die zwingende und eindeutige Bestimmtheit des physikalischen Weltbildes.

rungswissen durch unsere Subjektivität vorgezeichnet ist, in den Mittelpunkt des Interesses. Keine wirklich auf den Grund gehende Erwägung unseres Naturerkennens wird jemals an dieser Frage vorbeigehen können. Auch wird wohl darüber kein Zweifel bestehen, daß Kant bei dem Bestreben, diese Frage zu beantworten, namentlich durch den Einblick in die psychologische Natur der Zeit- und Raumvorstellung, zu Einsichten von höchster Bedeutung gelangt ist, wenn auch die Antwort, die er schließlich gab, wie wir jetzt wissen, wichtige Modifikationen und Einschränkungen erfordert. Richtig ist freilich, daß die Physik, auch wenn sie sich jener Fragen entschlägt und von vereinfachten Voraussetzungen, insbesondere von der Annahme ausgeht, daß gewisse Verhältnisse äußerer Anordnungen direkt und zweifelsfrei erkennbar sind, zu einer Auffassung gelangt, die praktisch brauchbar ist. Wieweit sich aus einem rein intellektuellen Bedürfnis heraus auch für die Physik der Anlaß ergeben wird, das abstrakte Weltbild im Sinne Kantscher Betrachtungen zu vervollständigen, das entzieht sich der sicheren Beurteilung, schon weil dieses intellektuelle Bedürfnis offenbar individuell ungemein verschieden ist. Wenn indessen zurzeit die Möglichkeit gegeben ist, aus der Gesamtheit unseres Welterkennens einen bestimmten Teil (nämlich das, was man das physikalische Weltbild zu nennen pflegt) trotz zweifellos bestehender Zusammenhänge mit andern Teilen auszuscheiden und dabei überdies von Voraussetzungen auszugehen, die zwar annähernd, aber sicher nicht in aller Strenge zutreffen, wenn, sage ich, diese Möglichkeit jetzt besteht, so ist es jedenfalls nicht wahrscheinlich, daß sie auf die Dauer gegeben sein wird. Sie wird ihr Ende finden in dem Augenblick, wo wir in der Lage sind, auch die Vorgänge des Gehirns, die mit den psychischen Erscheinungen im unmittelbaren Zusammenhange stehen, und die ja auch einen Teil des physikalischen Weltbildes ausmachen, in derjenigen Weise zu erforschen und zu untersuchen, die uns für alle andern Arten materiellen Geschehens zur Verfügung steht. Wir fassen damit Dinge ins Auge, die z. T. ohne Zweifel noch in entfernter Zukunft liegen. Doch fehlt es keineswegs an hierhergehörigen Tatsachen, die schon jetzt von Interesse und Bedeutung sind. Wir stoßen auf solche vor allem, wenn wir die physiologischen Vorgänge und Einrichtungen unter dem Gesichtspunkt der *stammesgeschichtlichen Entwicklung* betrachten. Gerade auch die Verhältnisse der Raumvorstellung und der räumlichen Wahrnehmung auf dieser Grundlage zu erwägen ist schon jetzt lohnend, und man gelangt dabei zu Ergebnissen, die unsere obigen Ausführungen in wertvoller Weise ergänzen. Daß die Entwicklung der Tierreihe in beiden Hinsichten eine allmähliche Vervollkommnung zeigt, wird man verständlich finden und als wahrscheinlich erachten. Fraglich ist aber, ob in beiden Hinsichten die uns jetzt eigene Organisation schon das denkbare

Höchstmaß der Vollkommenheit erreicht. Auf niederen Stufen dürfen wir uns die Wahrnehmung vielleicht auf ein flächenhaftes Nebeneinander beschränkt denken, wobei die wahrgenommene Ordnung der objektiven Nebeneinanderordnung auf einer perzipierenden Sinnesfläche entspricht. Der Übergang zu der Vorstellung eines dreidimensionalen Raums, womit dann zugleich die Wahrnehmung der äußeren Dinge nicht an irgendeiner bestimmten, als Begrenzung des eigenen Körpers empfundenen Fläche, sondern in kleinerer oder größerer Entfernung davon verknüpft ist, bedeutet offenbar einen Fortschritt von ungeheurer Bedeutung. An welchem Punkte der Tierreihe er einsetzt und wie er sich entwickelt hat, ist uns unbekannt. Sicher aber ist, daß im Zusammenhange damit sich auch eine Summe physiologischer Einrichtungen entwickelt hat, die es bestimmen, in welcher Ordnung innerhalb dieses Raumes die einzelnen, unsere Sinne, namentlich den Gesichtssinn affizierenden Gegenstände wahrgenommen werden, die also für die besonderen Verhältnisse der *Lokalisation* maßgebend sind. Man kann gerade diesen Dingen nicht nachgehen, ohne „das Staunen, das uns die Einrichtungen der belebten Natur so häufig einflößen, in allerhöchstem Maße zu empfinden“. Schon die *Richtung*, in der gesehene Gegenstände im Verhältnis zu unserem Körper liegen, wird in einer Weise wahrgenommen, die durch ihre Promptheit und Sicherheit, sowie das relativ hohe Maß von Korrektheit überraschend sind, nicht minder aber durch die Kompliziertheit der Einrichtungen, die für diese Leistung ausgebildet sind. In noch viel höherem Grade gilt dies von der Wahrnehmung der *Entfernung*, für die eigentlich keine ganz direkten Grundlagen zur Verfügung stehen, und die doch mit erstaunlicher Sicherheit und Leichtigkeit erfolgt. In beiden Hinsichten, besonders in der letzten, sind freilich die Erfolge doch keine idealen. Täuschungen, zuweilen sogar sehr gröbliche, kommen vor, wie das wohl bekannt ist. Das Wünschbare ist, wenn wir uns so ausdrücken dürfen, von der bildenden Natur nicht in aller Vollkommenheit, aber doch mit großer Annäherung erreicht. Die Einordnung alles Wahrgenommenen in die Vorstellung eines *dreidimensionalen ebenen Raumes* ist aller Wahrscheinlichkeit durch eine ganz bestimmte physiologische Grundlage für den Menschen festgelegt. Es ist kein zu fern liegender Gedanke, daß nach Maßgabe der tatsächlichen Beschaffenheit der Welt auch diese Vorstellung zu ihrem Verständnis zwar in ersterer Annäherung, aber nicht in aller Strenge und Vollständigkeit ausreiche, und daß wir einen Schritt weiter kommen, wenn wir unter Heranziehung der abstrakten Größenbegriffe, die wir zu bilden vermögen, zu derjenigen Form des Wirklichkeitsdenkens übergehen, die wir jetzt als ein abstraktes Weltbild zu bezeichnen pflegen⁸⁾.

⁸⁾ Gedanken dieser Art sind bekanntlich Kant selbst nicht ganz fremd gewesen. Wie weit er dabei durch

Auch die doppelte Form unseres Wirklichkeitserkennens, die direkte Wahrnehmung und die intellektuell begründete, denkende Auffassung, ein Unterschied, der uns vorhin als so bedeutsam entgegentrat, gewinnt unter diesen physiologischen Gesichtspunkten besonderes Interesse. Ein Verständnis der Umwelt in rein intellektueller Form, etwa wie es *Helmholtz* sich vorstellte, ist schon im Hinblick auf das, was wir mit unseren Denkopoperationen, Gedächtnis usw. zu leisten vermögen, sicherlich ausgeschlossen. Daß also eine direkte sinnliche Wahrnehmung nicht nur auf den niederen Stufen der Tierreihe gegeben ist, sondern auch, wiewohl mit manchen Fehlern und Ungenauigkeiten behaftet, sich auch noch da erhält, wo bereits die intellektuelle, denkende Auffassung ermöglicht ist, das ist unter dem Gesichtspunkt der Zweckmäßigkeit vollkommen einleuchtend. Die Art aber, wie diese beiden Funktionsweisen nebeneinander bestehen und ineinandergreifen, entspricht durchaus dem, was uns auch in sonstigen Verhältnissen der Hirnphysiologie als besonders merkwürdig entgegentritt. Neben den phylogenetisch älteren entwickeln sich jüngere „Systeme“, und auch in anderen Hinsichten (z. B. in bezug auf die Zusammenordnung der Bewegungen) ergibt sich dann ein höchst eigenartiges Zusammenarbeiten der verschiedenen Systeme, dessen Form und physiologische Grundlage uns vor sehr schwierige Probleme stellt. Daß auch die doppelte Natur der räumlichen Wahrnehmung eine ähnliche Grundlage besitzt, ist kein fernliegender Gedanke. In der unmittelbaren Wahrnehmung werden wir die phylogenetisch ältere Form zu erblicken haben, deren anatomische Substrate von denen der höheren, phylogenetisch jüngeren, intellektuellen Form getrennt sein dürften. Wie sie zusammenwirken ist vorläufig nicht verständlich zu machen. Daß sie in bestimmter Weise ineinandergreifen, ist sicher; eine relative Unabhängigkeit zeigt sich aber doch in der bekannten Erscheinung, daß oftmals trotz besserem Wissen der „sinnliche Schein“ bestehen bleibt.

Endlich wird, wenn wir uns unsere Umwelt in der Form eines abstrakten Weltbildes denken, jedenfalls einmal zu fragen sein, welchen Verhältnissen des abstrakten Weltbildes der subjek-

tive Eindruck einer räumlichen Ordnung, welchen der Eindruck eines zeitlichen Geschehens entspricht. Die physiologische Untersuchung wird dieser Frage, so weit sie auch zurzeit noch außerhalb unseres Gesichtskreises liegen mag, doch auf die Dauer ebenso wenig ausweichen können, wie etwa der Frage, welchen materiellen Vorgängen die Empfindung des Roten und welchen die des Grünen, welchen die eines hohen und welchen die eines tiefen Tones entspricht.

Erst wenn wir die Aufgabe des Welterkennens in diesem umfassenden Sinne in Angriff nehmen können, wird sich beurteilen lassen, wie weit sich Wert und Brauchbarkeit des jetzt in der Physik zugrunde gelegten abstrakten Weltbildes erstreckt, ob die Vierzahl der abstrakten Koordinaten ausreicht oder etwa noch vermehrt werden muß, namentlich aber, ob sie alle von gleicher Bedeutung sind oder ob irgendwelche spezifischen Unterschiede zwischen ihnen anzunehmen sind usw. Erst dann wird sich auch in vollem Maße beurteilen lassen, in welchen Hinsichten die ursprünglichen Kantschen Anschauungen Modifikationen erfordern. Für *Kant* war das subjektiv Bestimmte immer auch zugleich das unveränderlich Festgelegte. Für die hier in Betracht kommenden Dinge, namentlich Zeit- und Raumvorstellung, dürfte das auch zutreffen, so lange wir nur die dem individuellen Leben eigenen Entwicklungsmöglichkeiten im Auge haben. Erstrecken wir die Betrachtung auf die stammesgeschichtliche Entwicklung, so erheben sich ganz andere Fragen, die wohl kaum in einer so schlechtweg verneinenden Weise abgetan werden können. Eine Notwendigkeit, über *Kant* hinauszugehen, muß also auch in diesem Sinne in Betracht gezogen werden. Daran aber wird wohl auch die Betrachtung kommender Jahrhunderte nichts ändern, daß wir in der Kantschen Frage nach der subjektiven Bestimmtheit unseres Erfahrungswissens, in seinem Einblick in die psychologische Natur von Zeit- und Raumvorstellung einen der größten und folgenreichsten Fortschritte menschlichen Denkens erblicken. Betrachtet man die kritische Untersuchung *Kants* im Zusammenhange, so wird man immer wieder inne werden, daß er einen ganz neuen Weg eröffnet hat, und daß er, wenn es ihm auch nicht gegeben war, diesen bis zu seinen letzten Zielen zu verfolgen, doch auf ihm die entscheidenden und schwierigsten Schritte zurückgelegt hat. Sollte nicht, was wir nicht hoffen wollen, der Menschheit einmal Sinn und Verständnis für die uns jetzt beschäftigenden Aufgaben ganz entschwinden, so wird auch immer wieder die Bewunderung für *Kant* und sein Werk laut werden, die uns am heutigen Tage erfüllt.

den Gedanken an ein empirisches Verständnis der Wirklichkeit geleitet worden ist, muß freilich dahingestellt bleiben. In erster Linie empfand er wohl die Dreizahl der räumlichen Abmessungen als etwas sozusagen Zufälliges, was sich aus keiner inneren Notwendigkeit herleiten läßt. So bot sich ihm der Gedanke an eine Raumlehre, die sich statt auf unseren dreifach bestimmten Anschauungsraum auf einen solchen von einer größeren Zahl von Abmessungen erstrecken könnte.

[Zuschriften und vorläufige Mitteilungen.]

Das Wesen der relativistischen Dubletts bei den Röntgenspektren.

Als ein Hauptergebnis der Atomtheorie wird die von Sommerfeld erkannte Möglichkeit angesehen, die Struktur der Röntgenlinien aufzufassen als ein makroskopisches Abbild der relativistischen Feinstruktur der Wasserstofflinien, und zwar bis zum Vergrößerungsverhältnis 1 : 70 000 000, eine in der Physik wohl einzigartige Extrapolation, die sich auch weiterhin bei der Aufdeckung von interessanten Beziehungen der Röntgenschwingungszahlen bewährt hat (vgl. z. B. A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, 3. Aufl., und neuestens Journ. of the Opt. Soc. of America 7, 503, 1923). Trotz dieser Zahlenübereinstimmung haben sich aber eine Reihe von experimentellen Tatsachen ergeben, die der relativistischen Deutung der Dubletts, jedenfalls solange man auf den Grundlagen der Bohrschen Theorie fußt, widersprechen und zu einer anderen Auffassung der Röntgenspektren zugrunde liegenden Termzustände drängen, daß nämlich die Struktur der Röntgenspektren den gleichen Ursprung wie die optische Dublettstruktur, z. B. der Natriumlinien, habe. Da der Gedankengang demnächst an anderer Stelle ausführlicher dargelegt wird, mögen hier kurze Hinweise genügen:

1. Die völlige Übereinstimmung des Röntgentermschemas mit dem der optischen Dublettterme beweist auch eine analoge Entstehungsart beider Termreihen.

2. Die Übereinstimmung der damit verbundenen und durch das Korrespondenzprinzip geforderten Kombinationsauswahl der Röntgenterme bestärkt dieses Ergebnis und beweist den Ursprung der Dubletts aus ein und derselben Ellipsenschale.

3. Die beiden Niveaus eines relativistischen Dubletts treten im periodischen System in der Regel gemeinsam erstmalig auf und zeigen dadurch ebenfalls ihren gemeinsamen Ursprung aus ein und derselben Atomschale an (diese Bemerkung verdanke ich den Herren Grotrian und Sommerfeld).

4. Das (bisher unerklärte) Gesetz, nach welchem die optischen Dublettintervalle im periodischen System wachsen, findet sich in allen Einzelheiten bei den Röntgentermen wieder (Sommerfeld deutet dieses Potenzgesetz bei den Röntgentermen relativistisch).

5. Im besonderen hat das *L-Dublett* des Neons (Paschen, Grotrian) Anschluß an die optischen Dubletts der vorangehenden Elemente im periodischen System nach Messungen im extremen Ultraviolett (Millikan, Shaver).

6. Die Intervallverhältnisse und der Zeemaneffekt des Neonspektrums gehören nicht der einfachsten Multiplettklasse an und sprechen daher eindeutig zugunsten unserer Auffassung.

7. Diese Auffassung in speziellerer Form bestätigt sich am Spektrum der ionisierten Kohle, wo eine zerstörte Tetraederschale auftritt.

Wir kommen aus diesen Gründen zu dem Schluß, daß das Wesen der relativistischen Röntgendubletts völlig identisch mit dem der optischen Dubletts, Triplets usw. ist. Dieser Schluß hat weiterhin zur Auffindung der genauen quantitativen Gesetze der optischen Dublett- und Triplettbreiten, beherrscht von universellen Konstanten, Quantenzahlen und Atomnummern geführt, worüber demnächst berichtet wird.

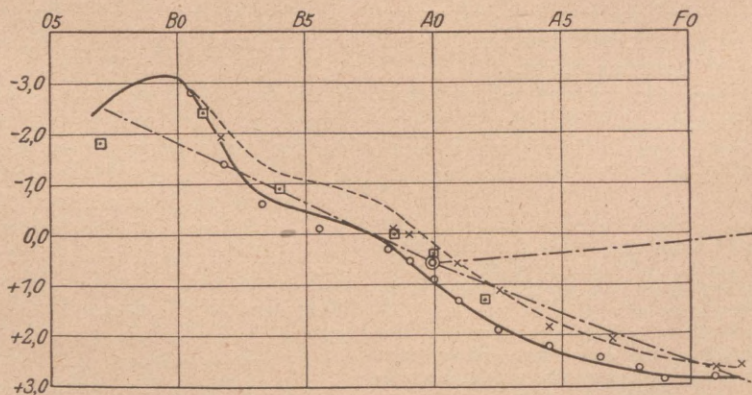
Tübingen, den 14. März 1924.

A. Landé.

Astronomische Mitteilungen.

Spektroskopische Parallaxen der B-Sterne. Dem Bericht über die Ausdehnung des Mt. Wilson-Programms zur spektroskopischen Bestimmung von Parallaxen auf die A-Sterne (dieser Zeitschrift 11, 140, 1923) kann heute der weitere folgen, daß nun auch die

Hilfe einer Reihe von Sternen mit bekannter trigonometrischer oder statistischer Parallaxe. Wir begnügen uns damit, die Ergebnisse der neuen Untersuchung von Adams und Joy¹⁾ zusammen mit der oben erwähnten in einer Figur darzustellen. Dabei sei bemerkt, daß



Zusammenhang zwischen Spektraltypus (Abszissen) und absoluter Helligkeit (Ordinaten) bei den B- und A-Sternen.

B-Sterne in den Meßbereich einbezogen wurden und ebenso befriedigende Resultate lieferten. Die Methode ist die gleiche geblieben: möglichst exakte Bestimmung des Spektraltypus und Feststellung des Zusammenhanges zwischen Typus und absoluter Helligkeit mit

unser früheres Referat auf einer vorläufigen Mitteilung beruhte, während der Zeichnung die inzwischen ausführlich und verbessert publizierten Werte²⁾ zugrunde

¹⁾ Ap. J. LVII, 294—307 (Mt. Wilson Contr. 262).

²⁾ Ap. J. LVI, 242—264 (Mt. Wilson Contr. 244).

gelegt sind. Es bedeuten in der Figur:

- : Mittelwerte der aus trigonometrischen Parallaxen abgeleiteten absoluten Helligkeiten für Sterne mit diffusen Linien.
- ×: Dieselben für Sterne mit scharfen Linien.
- : Statistische Mittelwerte der absoluten Helligkeiten der einzelnen Typen nach Untersuchungen von *Plummer*, *Charlier*, *Kapteyn* u. a.
- : Ausgeglichene Kurve der Sterne mit diffusen Linien.
- : Ausgeglichene Kurve der Sterne mit scharfen Linien.

Zum Vergleich ist schließlich noch (— · — · —) der von *Lundmark* und *Luyten*³⁾ aus Doppelsternspektren geschlossene Zusammenhang zwischen M und S , ausgehend von dem Fixpunkt © ($S = 40$, $M = +0,57$) eingezeichnet. Der Sinn ist der, daß die strichpunktisierte Linie die mittlere Neigung der detaillierten ausgezogenen Kurve darstellen müßte; dies ist in höchst befriedigendem Maße der Fall. Nur ein Widerspruch besteht noch: die punktierte Kurve (scharfe Linien) stellt die Sterne mit größerer absoluter Helligkeit dar. Man sollte daher erwarten, daß sie, beim Fortschreiten in der Richtung $F-G$, zu dem Zweig der Riesen führen, also der in unserer Figur ganz isoliert verlaufenden strichpunktisierten Linie sich nähern müßte, während sie nach *Adams* und *Joy* schließlich wieder in die ausgezeichnete Kurve einmündet, da vom Typus F ab der Unterschied zwischen Spektren mit diffusen und scharfen Linien verschwindet. Die Schärfe der Linien scheint also als Charakteristikum für die absolute Helligkeit eine andere Rolle zu spielen als die Intensitätsverhältnisse, die bei den späteren Typen zur Unterscheidung von Riesen und Zwergen benutzt werden, und man wird abwarten müssen, wie sich die Verhältnisse zwischen etwa $A0$ und $F5$ bei weiterer Vermehrung der empirischen Grundlagen klären werden.

Ende des vergangenen Jahres hatte *Edwards*⁴⁾ schon eine analoge Untersuchung veröffentlicht, allerdings in kleinerem Umfange. Er übertrug die für die späteren Typen benutzte Methode der Schätzung von Linienintensitäten auch auf die B -Sterne und leitete aus den Verhältnissen $\lambda 4144 : H\gamma$ und $\lambda 4388 : H\delta$ die absoluten Helligkeiten von 49 B -Sternen ab. Für $B0$ bis $B3$ ist die Übereinstimmung mit den aus den obigen Kurven hervorgehenden Werten recht gut, für die späteren Typen scheinen *Edwards* Parallaxen zu groß zu sein.

Prüfung der Russelschen Theorie der Sternentwicklung an Doppelsternen. In dieser Zeitschrift (II, 323, 1923) wurde über eine interessante Untersuchung der Spektren von Doppelsternkomponenten berichtet und gezeigt, daß deren Ergebnisse sich zwanglos in das Russelsche Diagramm der absoluten Helligkeiten einordnen lassen, damit zugleich eine wertvolle Stütze der herrschenden Anschauungen über die Entwicklungsreihe der Sterne liefernd. Im *Astr. Journ.* veröffentlichten *Lundmark* und *Luyten* eine kurze Arbeit¹⁾, welche als Ergänzung der genannten gelten kann. Untersucht werden wieder die Spektraltypen der Doppelsternkomponenten, und zwar werden von den rund 500 Paaren, für die man die Typen beider Komponenten kennt, 250 ausgesucht mit einem Unterschied von mehr als einer

halben Klasse der Harvardeinteilung. Wenn ein Zusammenhang besteht zwischen der absoluten Helligkeit (M) und dem Spektraltypus (S), so wird man diesen in die Form kleiden können: $dM = \Phi(S) dS$ und jedes Doppelsternpaar ergibt dann, da hier der Unterschied der absoluten Helligkeiten gleich dem der scheinbaren (m) ist (gleiche Parallaxe!), eine Gleichung der Form:

$$\Delta m = \Delta M = \int_{S_1}^{S_2} \Phi(S) dS$$

Nun ist die Skala der Spektraltypen völlig willkürlich, die Form von Φ davon aber abhängig. Begnügt man sich in erster Näherung damit, innerhalb kleiner Intervalle jeweils $\Phi(S) = \text{Const.}$ zu setzen, so geht die Gleichung über in:

$$m_1 - m_2 = \frac{dM}{dS} (S_1 - S_2)$$

wo m_1 und m_2 die scheinbaren Helligkeiten, S_1 und S_2 die Spektraltypen der beiden Komponenten sind. Jedes Doppelsternpaar liefert also einen Wert des Differentialquotienten $\frac{dM}{dS}$ an der Stelle $\frac{S_1 + S_2}{2}$. Die Werte $\frac{dM}{dS}$ scheiden sich deutlich in zwei Gruppen, wie die nebenstehende Fig. 1 zeigt.

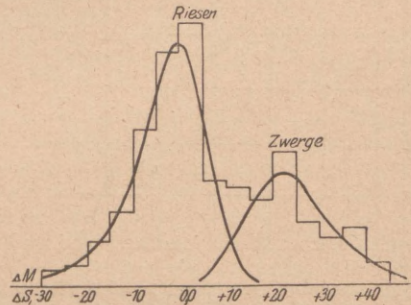


Fig. 1. Häufigkeitskurve der Differentialquotienten $\frac{\Delta M}{\Delta S}$ von Doppelsternpaaren.

Der erste starke Anstieg der Häufigkeitsfunktion liegt bei negativen Werten von $\frac{dM}{dS}$ und führt zu einem Maximum bei etwa $-0,45$. Er stellt den Ast der Riesen dar, auf dem die absoluten Helligkeiten im wesentlichen konstant sind ($\frac{dM}{dS} = 0,0$) mit einer leichten Andeutung einer Abnahme im Sinne des Fortschreitens von M nach A . Ein zweites Maximum liegt, nach den Spektraltypen etwas schwankend, zwischen $+2M,0$ und $+2M,7$. Man erkennt darin den Zwergast der Sternentwicklung, auf dem bekanntlich die absoluten Helligkeiten rasch abnehmen beim Fortschreiten in der Richtung $B-M$, durchschnittlich um zwei Sterngrößen pro Spektralklasse. Kennt man nun die Differentialquotienten $\frac{dM}{dS}$, so kann man das ganze $M-S$ -Diagramm konstruieren, wenn man ein zusammengehöriges Wertepaar (M, S) zum Ausgangspunkt macht. Aus den gut bestimmten Parallaxen (und damit absoluten Helligkeiten) von 4 Doppelsternen leiten *Lundmark* und *Luyten* diesen Fixpunkt so ab, daß den Sternen vom Typus $A0$ die absolute Größe $+0,57$ zukommt. Es entsteht dann die nebengezeichnete Fig. 2. Von dem durch einen ○ markierten Fixpunkt aus sind nach Maßgabe der Differentialquotienten (welche ja die Tangente der Neigung darstellen) die Linien ge-

³⁾ Siehe das vorige Referat.

⁴⁾ Spectroscopic Parallaxes of the Hotter Stars. *M. N. LXXXIII*, 47—55, 1922.

¹⁾ On the relation between absolute magnitude and spectral class as derived from observations of double stars. *Astr. Journal XXXV*, 93 (Nr. 828).

zogen, in denen man die Charakteristiken des Russell-Diagramms sofort erkennt. Die außerdem in die Figur eingezeichneten Punkte repräsentieren die aus dem gesamten bisherigen Material an bekannten Parallaxen gewonnenen Mittelwerte der absoluten Helligkeiten der einzelnen Spektraltypen. Schließlich sind, um die Eindringlichkeit des Bildes noch zu heben, als strichpunktierte Pfeile die von mir a. a. O. als „typisch“ charakterisierten Doppelsternsysteme eingezeichnet. Bedenkt man, daß die Linien und Punkte der Figur aus vollkommen verschiedenem Material (Doppelsternsysteme mit bekannten scheinbaren Helligkeiten bzw. Einzelsterne mit bekannten Parallaxen) und nach ganz verschiedenen Methoden ($\frac{dM}{dS}$ bzw. direkt aus den

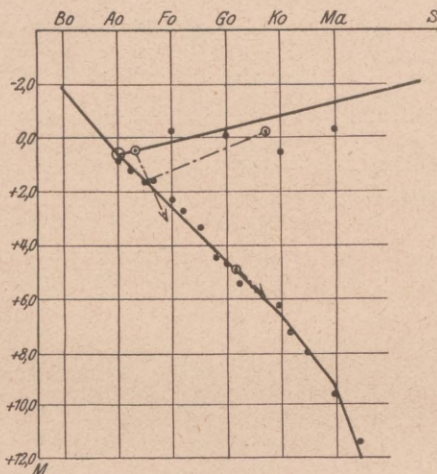


Fig. 2. Zusammenhang zwischen Spektraltypen (S) und absoluter Größe (M) bei Doppelsternen (ausgezogene Linien) und einfachen Sternen (Punkte).

Parallaxen gewonnene Helligkeiten) abgeleitet wurden, so muß die Übereinstimmung verblüffend erscheinen. Die etwas größere Streuung auf dem Riesenast der Sternentwicklung erklärt sich leicht dadurch, daß ein größerer Prozentsatz von dahin gehörigen Systemen aus einem Riesen als Hauptstern und einem dem Zwergstadium schon nahestehenden Begleiter besteht, wodurch die Neigung der Linien vergrößert wird. Hätte man genügend große Anzahlen von Systemen, um auch auf dem Riesenaste die Differentialquotienten aus engeren Bereichen abzuleiten, dann würde sich wohl auch hier der Verlauf der Funktion mehr der durch die Punkte dargestellten Horizontalen anschließen. H. Kienle.

On the radiation and temperature of the external photospheric layers. (Ragnar Lundblad, Astrophysical Journal 58, S. 113—137.) Die Theorie der Sonnenstrahlung ist für den Astrophysiker eines der reizvollsten und anziehendsten Probleme. Die Untersuchungen von Schuster, Schwarzschild, Emden, Öpik, Lindblad, Milne u. a. gehen von einem gewissen thermischen Gleichgewichtszustand aus; die Konstanten des Problems werden so bestimmt, daß die beobachtete Intensitätsverteilung auf der Sonnenscheibe dargestellt wird.

Die Anlage der hier zu besprechenden Arbeit unterscheidet sich wesentlich von der der früheren Autoren: Lundblad macht von vornherein keine Annahme über den thermischen Gleichgewichtszustand und läßt auch vorläufig dahingestellt, ob Beugung oder Absorption in der Sonne wirksam sind.

Die Voraussetzungen, von denen Lundblad ausgeht,

sind folgende: Die Sonne ist ein großer Gasball, der aus konzentrisch gelagerten Schichten strahlender, absorbierender und beugender Materie besteht. Die Temperatur einer jeden Schicht sowie die Absorptions- und Beugungskoeffizienten für jede Wellenlänge λ sind Funktionen der Distanz r der Schicht vom Sonnenmittelpunkt. Die Untersuchung bezieht sich auf die äußeren photosphärischen Schichten der Sonne, von denen die zu uns gelangende Strahlung hauptsächlich ausgeht. Der Strahlengang wird als geradlinig angesehen.

Eine einfache theoretische Überlegung, ähnlich der von den früheren Autoren angestellten, liefert für die Intensität J_λ der nach außen gehenden Strahlung von der Wellenlänge λ , wenn Beugung und Absorption wirksam sind, folgenden Ausdruck:

$$J_\lambda(m_\lambda, \xi) = e^{-\frac{m_\lambda}{\xi}} \int_0^\infty \frac{H_\lambda(m_\lambda)}{\xi} e^{-\frac{m_\lambda}{\xi}} d m_\lambda \quad (1)$$

m_λ , das an die Stelle der Distanz r als unabhängige Variable tritt, bedeutet die optische Masse der überlagerten Schicht:

$$m_\lambda = \int_r^R [\alpha_\lambda(r) + \beta_\lambda(r)] dr$$

wo R der Radius der Sonnenkugel, $\alpha_\lambda(r)$ und $\beta_\lambda(r)$ die Absorptions- und Beugungskoeffizienten sind. ξ ist der Cosinus des Winkels der Strahlungsrichtung gegen die nach außen gerichtete Normale zur Schicht. $H_\lambda(m_\lambda)$, eine noch unbekannte Funktion der optischen Masse, spielt zusammen mit einer zweiten Funktion $G_\lambda(m_\lambda)$ eine Hauptrolle in der Untersuchung. Lundblad nennt $H_\lambda(m_\lambda)$ die Emissionsfunktion der Schicht von der optischen Masse m_λ ; sie geht nämlich in die Emissionsfunktion der schwarzen Strahlung über, wenn nur die Absorption wirksam ist¹⁾. Die andere Funktion, definiert durch den analytischen Ausdruck

$$G_\lambda(m_\lambda) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} J_\lambda(m_\lambda, \xi) d\xi \quad (2)$$

gibt die durchschnittliche Strahlungsintensität, welche nach einem Punkt der Schicht von allen Richtungen einströmt. Lundblad bezeichnet diese Funktion als „collustrivity“-Funktion.

Das durch die Integralgleichung (1) gegebene Problem stellt eine Randwertaufgabe der mathematischen Physik dar: es sind die Funktionen $H_\lambda(m_\lambda)$ und $J_\lambda(m_\lambda, \xi)$ für beliebige Werte von m_λ und ξ zu finden, wenn die Funktion $J_\lambda(0, \xi)$ bekannt ist.

Lundblad nimmt an, daß $H(m)$ ²⁾ sich in eine Reihe nach steigenden Potenzen von m entwickeln läßt:

$$H(m) = \sum_{i=0}^N a_i m^i$$

Die rechte Seite der Gleichung (1) läßt sich dann integrieren und liefert $J(m, \xi)$ bzw. für $m = 0$ $J(0, \xi)$, ausgedrückt durch die Entwicklungskoeffizienten der Potenzreihe für $H(m)$. Ist umgekehrt

¹⁾ Es ist

$$H_\lambda(m_\lambda) = \frac{\alpha_\lambda(m_\lambda) \cdot E_\lambda(T) + \beta_\lambda(m_\lambda) \cdot G_\lambda(m_\lambda)}{\alpha_\lambda(m_\lambda) + \beta_\lambda(m_\lambda)}$$

wo $E_\lambda(T)$ das Emissionsvermögen eines absolut schwarzen Körpers von der Temperatur T der Schicht bedeutet.

²⁾ Der einfachen Schreibweise halber ist im folgenden der Index λ weggelassen.

$J(0, \xi)$, d. h. die Intensitätsverteilung auf der Sonnenscheibe für jede Wellenlänge entwickelbar in eine Potenzreihe nach steigenden Potenzen von ξ :

$$J(0, \xi) = \sum_0^N b_i \xi^i$$

so ist die Emissionsfunktion $H(m)$ durch die Potenzreihe

$$H(m) = \sum_0^N \frac{b_i}{i!} m^i$$

gegeben. Die Funktionen $J(m, \xi)$ und $G(m, \xi)$ werden dann aus Gleichung (1) und (2) als Potenzreihen von ähnlicher Beschaffenheit gefunden. Den theoretischen Teil seiner Untersuchung beschließt *Lundblad* mit dem Nachweis, daß die Lösung eindeutig ist.

Die Anwendung der theoretischen Resultate auf die Strahlung der Sonne erfordert die Darstellung der Intensitätsverteilung auf der Sonnenscheibe auf Grund der Arbeiten des Smithsonian-Institutes durch eine Reihenentwicklung nach steigenden Potenzen des Richtungscosinus ξ oder der Distanz $\varrho = \sqrt{1 - \xi^2}$ eines Flächenelementes der Scheibe vom Zentrum, ausgedrückt in Einheiten des Sonnenradius. *Lundblad* führt die Entwicklung bis zu den dritten Potenzen in ξ für Wellenlängen zwischen 0,323 und 2,097 μ durch. Damit sind die Entwicklungskoeffizienten der für die Theorie wichtigen Funktionen $H(m)$ und $G(m)$ gegeben; die numerischen Werte sind in zwei Tabellen in Abhängigkeit von der optischen Masse m und der Wellenlänge λ zusammengestellt.

Die Frage, ob Beugung oder Absorption in den photosphärischen Schichten der Sonne wirksam sind, läßt sich nunmehr auf Grund der gewonnenen numerischen Resultate unschwer entscheiden:

Ist die Extinktion allein eine Wirkung der Beugung, so müssen nach Definition die Funktionswerte von $G(m)$ und $H(m)$ einander gleich und unabhängig von der Wellenlänge sein, was durch die Beobachtungen nicht bestätigt wird.

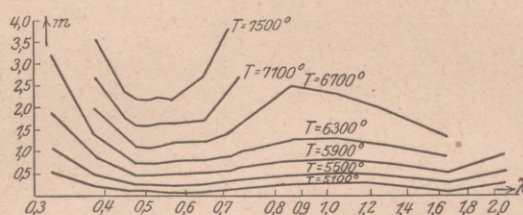
Besteht die Sonne aus zwei Schichten, von denen die innere nur absorbierend, die äußere ausschließlich beugend wirkt, so müssen für letztere $H(m)$ und $G(m)$ gleichfalls einander gleich sein. Diese Folgerung steht gleichfalls nicht im Einklang mit den Beobachtungen.

Ist nur Absorption in der Sonne wirksam, so ist die Emissionsfunktion $H(m)$ gleich dem Emissionsvermögen eines absolut schwarzen Körpers von der Temperatur der Schicht. Die Emissionsfunktion der äußersten photosphärischen Schicht läßt sich nun in der Tat durch die Plancksche Strahlungsformel darstellen, wenn man als Temperatur dieser Schicht 4500° annimmt. Die Voraussetzung, daß nur Absorption wirksam ist, scheint also der beobachteten Intensitätsverteilung auf der Sonnenscheibe verhältnismäßig gut zu entsprechen.

Nimmt man trotzdem an, daß neben der Absorption auch die Beugung in der Sonne wirksam ist, so läßt sich für den Einfluß der letzteren ein oberer Grenzwert angeben. Im roten und ultraroten Teil des Spektrums ist jedenfalls der Einfluß der Beugung zu vernachlässigen. Ob dies auch für den sichtbaren und ultravioletten Teil zutrifft, läßt sich a priori nicht entscheiden. Wenn man annimmt, daß die Temperatur der äußersten photosphärischen Schicht wesentlich über dem absoluten Nullpunkt liegt, wofür schon die enorme von dem Inneren der Sonne ausstrahlende Hitze spricht, oder wird vorausgesetzt, daß die äußeren Schichten sich im Strahlungsgleichgewicht befinden, so wird der Ein-

fluß der Beugung durch das ganze Spektrum zu vernachlässigen sein. Es ist nützlich, noch einmal darauf hinzuweisen, daß dieser Schluß nur für die strahlenden Schichten der Sonne gilt, welche das kontinuierliche Spektrum erzeugen, d. s. die photosphärischen. In der umkehrenden Schicht und in der Chromosphäre kann die Beugung wohl wirksam sein.

Nach den Tabellen von *Lundblad* ist $\frac{G-H}{H}$ eine kleine Größe; es wird daher in guter Annäherung $E(T) = H(m)$, d. h. es läßt sich zu jeder photosphärischen Schicht, der eine bestimmte Temperatur zukommt, für jede Wellenlänge die optische Masse der überlagerten Schicht angeben. In die Figur sind die Kurven gleicher Temperatur in Abhängigkeit von der Wellenlänge λ und der optischen Masse m eingezeichnet. Es geht aus ihr hervor, daß die sichtbare Strahlung aus tiefen und heißen, die ultraviolette und ein Teil der ultraroten aus den äußeren kühlen Schichten kommt.



Dies Resultat ist naturgemäß eine Folge der ungleichen Durchlässigkeit der Schichten für Strahlen verschiedener Wellenlänge. In einer weiteren Tabelle gibt *Lundblad* die relativen Extinktionskoeffizienten für die äußeren Schichten der Photosphäre in Abhängigkeit von der Wellenlänge; die Extinktion für 0,481 μ ist gleich der Einheit gesetzt. Wenn Beugung und Absorption in den photosphärischen Schichten wirksam sind, lassen sich für jede Wellenlänge Minimalwerte der Absorption und Maximalwerte der Beugung angeben. Die letzteren sind sicherlich zu groß, weil sie einen absurden Wert für die Grenztemperatur der photosphärischen Schicht (0° abs.) voraussetzen; mit wachsender Wellenlänge nimmt die Wirkung der Beugung schnell nach Null hin ab.

Am Schluß seiner Untersuchung zeigt *Lundblad*, daß die Bedingungen des Strahlungsgleichgewichtes für die äußeren Schichten der Sonne sehr nahe erfüllt sind.

Im Zusammenhang mit der Strahlung der Sonne ist von nicht minderem Interesse diejenige der Sterne. Eigene teils veröffentlichte³⁾, teils noch in Arbeit befindliche Untersuchungen versprechen auch darüber uns Aufschluß zu verschaffen. Das Hauptresultat meiner spektralphotometrischen Untersuchungen ist eine mittlere Temperaturskala für die einzelnen Spektraltypen; diese wurde abgeleitet aus der Energieverteilung in den Sternspektren auf Grund der Wilsingschen und Rosenbergschen Messungen. Im Ultraviolett ergeben sich bei den mittleren und späten Spektraltypen wesentliche Abweichungen von der schwarzen Strahlung, während für die frühen B-Sterne die Bedingung der schwarzen Strahlung in dem ganzen bisher der Messung unterworfenen Spektralgebiet nahe erfüllt zu sein scheint. Nach meiner Ansicht sind diese Abweichungen nicht allein durch die selektive Wirkung der Absorptionslinien bedingt, vielmehr liegt hier tatsächlich

³⁾ A. Brill, Spektralphotometrische Untersuchungen, I. Abh. Astron. Nachr. 218, 209 (1923), II. Abh. Astron. Nachr. 219, 21 (1923), III. Abh. Astron. Nachr. 219, 353 (1923).

ein von der schwarzen Strahlung abweichendes Verhalten vor. Der Schluß lag nahe, daß die ultraviolette Strahlung einer höheren und kühleren Schicht entstammt als die sichtbare Strahlung. Nun haben noch unveröffentlichte Untersuchungen ergeben, daß die Sterntemperaturen, abgeleitet aus den bolometrischen Messungen von *Nicholson* und *Pettit* auf dem Mount Wilson, wesentlich kleiner sind als die aus den spektralphotometrischen Messungen bestimmten. Dies steht auch im Einklang mit dem Resultat, daß die Sonnentemperatur, abgeleitet aus der Solarkonstanten, kleiner ist, als wenn man sie aus der Energieverteilung im sichtbaren Teil des Spektrums ableitet. Die bolometrische Helligkeit besteht aus Strahlung der verschiedensten Wellenlängen, wobei die kurzwellige aus relativ hohen und kühlen Schichten stammt. Die aus den spektralphotometrischen Messungen abgeleiteten Temperaturen gehören einer relativ tiefen und heißen Schicht an. Diese Mutmaßungen werden in bemerkenswerter Weise durch die Lundbladschen Untersuchungen über die Sonnenstrahlung bestätigt; die Schlußfolgerung scheint gerechtfertigt, daß die Sterne in den äußeren strahlenden Schichten ähnlich aufgebaut sind wie die Sonne. Die grundlegenden Untersuchungen von *Lundblad* über die Strahlung der Sonne weiter auszubauen und anzuwenden auf die Strahlung der Sterne wird eine wichtige Aufgabe der astrophysikalischen Forschung der nächsten Zukunft sein. *A. Brill.*

Neue Methoden zur Bestimmung der Sternparallaxen. Bei der Schwierigkeit, die Entfernung der Fixsterne zahlenmäßig festzulegen, sind neben den Methoden, welche die einzelne Parallaxe in aller erreichbaren Strenge zu geben vermögen, auch solche von Wert, die wenigstens statistisch brauchbare Durchschnittswerte zu liefern imstande sind. Zwei Methoden der letzteren Art sind in den *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*. Vol. 35 (1923) S. 189 und 209 dargelegt.

Die erste von *H. N. Russell*, *W. S. Adams* und *A. H. Joy* gegebene (A comparison of spectroscopic and dynamical parallaxes) bezieht sich ausschließlich auf die Parallaxen von Doppelsternen. Bei diesen besteht eine einfache Beziehung zwischen der Parallaxe π und der Gesamtmasse m ($\pi = a m^{-1/3} T^{-2/3}$, a = scheinbare große Halbachse der Bahn an der Sphäre, T = Umlaufzeit), die es ermöglicht, bei bekannter Bahn und Sternmasse eine „dynamische“ Parallaxe zu ermitteln. Man kann aber auch die Parallaxe von Doppelsternen mit bekannten Bewegungsverhältnissen wenigstens näherungsweise berechnen, wenn man annimmt, daß die Masse des Systems gleich der Sonnenmasse ist. Am Princeton Observatory sind derartige „hypothetische“ Parallaxen h_1 von 1636 Doppelsternen hergeleitet worden.

Für 327 unter diesen liegen zugleich spektroskopische Parallaxen s vor, woraus genauere Werte der Gesamtmasse jedes Systems auf Grund der oben angegebenen Beziehung ermittelt werden können. Diese Massen weichen, wie die auch früher schon bekannten Doppelsternmassen, wenig von der Sonnenmasse ab. Die nach Spektraltypen der helleren Komponente gebildeten Gruppenmittel liegen zwischen 6,2 Sonnenmassen bei den O 8—B 2 Sternen und 0,6 Sonnenmassen bei den A—F Zwergsternen. Nimmt man statt der spektroskopischen Parallaxen diejenigen an, die *Kapteyn* aus der Eigenbewegung der B-Sterne hergeleitet hat, so werden die Massenwerte größer (mittlerer

Maximalwert 9,7 Sonnenmassen für die O 8—B 1 Sterne).

Zwischen der auf diese Weise bestimmten mittleren Masse eines Doppelsternpaares und dem Spektraltypus der helleren Komponente besteht keine einfache Beziehung. Leitet man dagegen aus der „hypothetischen“ Parallaxe h_1 die absolute Gesamthelligkeit M_1 für die 327 Doppelsternpaare her, so ergibt sich, wenn man die Sterne gruppenweise zusammenfaßt, eine lineare Beziehung zwischen dem Gruppenmittel der M_1 und dem der Werte $s : h_1$. Die „hypothetische“ Parallaxe h_1 läßt sich also, da M_1 hieraus stets herzuleiten ist, auf Grund dieser Beziehung verbessern, und man kommt zu einem der „dynamischen“ Parallaxe erheblich näher liegenden Wert.

Eine zweite Methode zur genäherten Parallaxenbestimmung ist von *W. J. Luyten* ausgearbeitet worden (On the relation between parallax, proper motion and apparent magnitude). *Luyten* bildet neben der absoluten Helligkeit $M = m + 5 + 5 \log \pi$ (m = scheinbare Helligkeit, π = Parallaxe) einen analogen Ausdruck für die Eigenbewegung μ , den er den Logarithmus der reduzierten Eigenbewegung nennt: $H = m + 5 + 5 \log \mu$. Mittels der Sterne mit bekannter trigonometrischer Parallaxe hat sich nachweisen lassen, daß Beziehungen zwischen M und H für die einzelnen Spektralunterklassen bestehen. In früheren im Lick Observatory Bulletin erschienenen Untersuchungen, die an diejenigen *Kapteyns* anknüpfen, hat *Luyten* bereits versucht, diesen Beziehungen analytische Form zu geben. Jetzt gibt er eine Tabelle, die gestattet, für jede Spektralunterklasse zu jedem Wert von H den zugehörigen Wert von M zu entnehmen. Für Sterne mit bekannter scheinbarer Helligkeit, Spektralklasse und Eigenbewegung lassen sich demnach Parallaxenwerte herleiten, die nach bereits früher ausgeführten Vergleichen mit anderweitig bekannten Parallaxen zum mindesten für statistische Zwecke hinreichend sind.

Das große verarbeitete Material benützt *Luyten* noch, um neue mittlere absolute Helligkeiten, bezogen auf 10 parsec Entfernung (= 0,1 Parallaxe), für die einzelnen Spektralunterklassen herzuleiten. Da diese Tabelle größeres Interesse beansprucht, sei sie hier angegeben.

Mittlere absolute Helligkeiten (in Größenklassen).

	Zwerge	Riesen	Cepheiden
A 0	0,79		
A 2	1,20		
A 3	1,30		
A 5	1,70		
F 0	2,30	— 1,0	
F 2	2,80		
F 5	3,30	+ 0,5	— 2,8
F 8	4,46	0,0	— 2,6
G 0	4,66	0,3	— 2,6
G 5	5,40	0,16	
K 0	6,26	0,70	
K 2	7,20	0,4	
K 5	7,98	0,0	
M a	9,6		
M b	11,6	— 0,2	

A. Kopff.