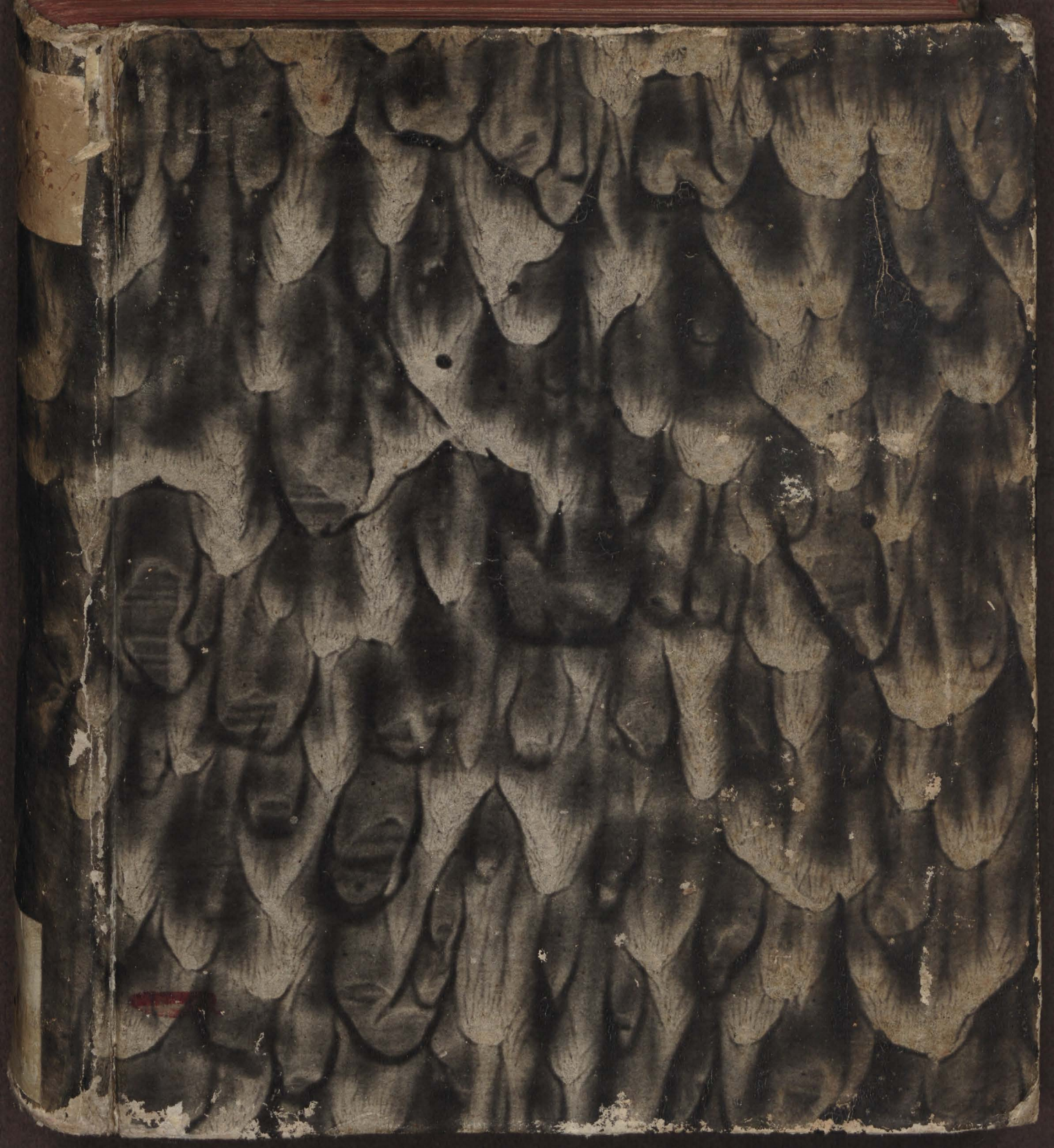


Um 138

~~K. 4.~~

A. 30.

Johann Andreas von Segner,

Sr. königl. preuß. Maj. geh. Raths, ersten Lehrers der Mathematik und Naturlehre bey der königl. Friedrichsuniversität, Mitgliedes der kayserl. Academie zu Petersburg, der königl. Societät zu London, und der königlichen Academie der Wissenschaften zu Berlin,

Astronomische Vorlesungen.

Eine deutliche

Anweisung

zur gründlichen

Kenntniß des Himmels.

Zweiter Theil.

Halle,

Im Verlage Johann Jacob Curts. 1776.

BIBLIOTEKA ELBLĄSKA
4181
92.442
II
BIBLIOTEKA UNIWERSYTECKA

Der

Astronomischen Vorlesungen

zwölfter Abschnitt.

Von dem Umlaufe der Planeten.

Allgemeine Betrachtungen.

§. 705.

Der Mercur und die Venus, samt den drey übrigen Cörpern, welche von Alters her, und noch heut zu Tage mit dem Nahmen der Irrsterne oder Planeten belegt werden, dem Mars, Jupiter und Saturn, scheinen, wie zum Theil bereits angemerkt, und nur wenigen unbekant ist, sich ebenfals in einer Zeit von beynahe vier und zwanzig Stunden um die Erde herum zu bewegen, indem jeder derselben in dieser Zeit einen Weg machet, welcher von einem der Parallelen des Gleichers nur wenig abweichet. Es hat

aber auch jeder dieser fünf Planeten, in Absicht auf den Sternhimmel, seine besondere Bewegung, mit welcher er, wenn ihm genugsame Zeit gelassen wird, von den Fixsternen, bey welchen er gegenwärtig gesehen wird, sich gegen Morgen entfernet. Denn es rücken die Planeten nicht, wie die Sonne und der Mond, mit einer beynahe gleichförmigen Bewegung nach dieser Seite fort, sondern scheinen uns zuweilen eine Zeit lang bey den Fixsternen, in deren Nachbarschaft sie gesehen werden, stille zu stehen, oder gar, der eine mehr der andere weniger, nach der Abendseite zurückzugehen, indem sie zugleich ihre Breite verändern, und sich bald der Ecliptic nähern, bald aber von derselben entfernen. Und wenn man die Stellen eines Planeten, in welchen er viele Tage nach einander an dem Sternhimmel gesehen wird, an einer Himmelskugel anmerket, und diese Puncte mit einander verknüpfet; so entstehet eine krumme Linie, welche zum Theil an die mittägige zum Theil an die mitternächtige Seite der Ecliptic fallen, und diese verschiedentlich durchkreutzen kan, ja, indem sie sich zuweilen nach der Abendseite zurück beuget, und alsdann wieder nach Morgen fortlauft, sich in verschiedenen Stellen umschlinget.

§. 706. Alles dieses ist bey jeden zween verschiedenen Planeten gar sehr verschieden: und mit einer so verworrenen Bewegung, welche auch in Ansehung der abwechselnden Geschwindigkeit, viel ähnliches mit wilkührlichen Wegen der Menschen und Thiere hat, komt derselbe endlich um den ganzen Sternhimmel herum, und fängt einen neuen an den vorigen angeschlossenen Weg an, welcher von demselben gänzlich verschieden ist. Doch weichet bey dieser scheinbaren Bewegung kein Planet um mehr als Acht Grade nach dieser oder jener Seite von der Ecliptic ab, so daß die in dieser Entfernung der Ecliptic parallel an dem Sternhimmel beschriebene Cirkel, welche den Thierkreis von beyden Seiten begränzen, auch alle diese Wege, samt der Bahn des Mondes einschliessen; und man sich den unter dem Nahmen des Thierkreises bekanten Streifen des Himmels als eine breite Strasse vorstellen kan, in welcher fast jeder Fußgänger seinen besondern Weg nimt. Wir haben denselben und seine Eintheilung bereits (226...) gesehen, und werden dadurch nicht weiter aufgehalten.

§. 707. Die Planeten erscheinen uns, wenn wir sie durch Fernröhre betrachten, so weit sie erleuchtet sind, in der Gestalt beynahe cirkelrunder Scheiben.

Denn

Denn sie sind nicht alle und zu aller Zeit an der gegen uns gekehrten Seite über und über erleuchtet; und man kan überhaupt sagen, daß uns jeder Planet immer in einer der Gestalten erscheine, in welcher wir den vollen, wachsenden oder abnehmenden Mond sehen. Wir schliessen hieraus, daß sie sämtlich dunkele Kugeln sind, welche von einem ihnen fremden Lichte erleuchtet werden. Dieses kan kein anderes seyn, als das Licht der Sonne, und wir werden finden, daß diese Schlüsse, bis auf einige kleine Abweichungen von der Gestalt einer volkommenen Kugel, mit den Erscheinungen übereinkommen. Die Winkel, in welchen die Durchmesser der Scheiben, so uns diese Kugeln vorstellen, gesehen werden, sind verschieden, aber sämtlich sehr klein, indem keiner derselben bis auf eine Minute steiget, und können also für die scheinbaren Durchmesser der Planeten selbst angenommen werden. Sie sind alle veränderlich, einer mehr der andere weniger, welches zeiget, daß alle Planeten zu gewissen Zeiten der Erde näher sind als zu andern; und daß der Unterschied dieser Entfernungen bey einigen derselben zu einer gar beträchtlichen Grösse steige. Die Alten konten, vor der Erfindung der Fernröhre, welche das einzige Mittel sind sehr kleine Winkel mit einiger Zuverlässigkeit zu messen, aus ihrem stärkern oder schwächern Glanze eben dieses schliessen. Denn auch der ist nicht zu allen Zeiten einerley.

§. 708. Es ist nicht glaublich, daß die Planeten alle die unordentlichen Bewegungen, die wir ihnen zuschreiben, indem wir sie von unserm Wohnplatze betrachten, würklich haben solten. Wir entdecken bey denselben nichts, so uns überreden könte, daß sie etwas anders seyn, als leblose Körper, deren algemeine Eigenschaften mit denjenigen, die wir bey den Körpern wahrnehmen, mit welchen wir täglich umgehen, völlig übereinkommen. Man hat nicht den geringsten Grund ihnen etwas dergleichen zuzuschreiben, als die Seelen der Menschen und Thiere sind, welche den Körpern, die sie beleben, eine unendliche Menge willkührlicher Bewegungen beybringen. Und daß der Schöpfer selbst unmittelbar in die Planeten würken, und sie beständig herumführen sollte, ohne dabey auf die Gesetze zu sehen, welche die uns mehr bekanten Körper bey allen ihren Bewegungen aufs genaueste beobachten, lässet uns die ganze Einrichtung der Dinge nicht annehmen: zumahlen da diese Gesetze so einfach, so weise, und mit den Begriffen, die wir uns von einem Körper machen müssen, so genau verknüpft sind, daß wir uns eine Abweichung von denselben kaum möglich denken können.

§. 709. Nun aber ist unter den Gesetzen, nach welchen sich unsere Körper bey ihren Bewegungen richten, dieses eins der ersten: ein jeder Körper, der sich in einer Ebene beweget, es mag dieses nach einer geraden oder krummen Linie geschehen, verläßt diese Ebene für sich niemals, sondern setzet seine Bewegung in derselben so lange fort, als er von keiner fremden Kraft gezwungen wird, sie zu verlassen: welche Kraft, wenn sie den Körper aus der Ebene bringen sol, nothwendig nach einer geraden Linie, welche unter diesem oder jenem Winkel an die Ebene anlauft, in denselben würken muß. Es ist dieses eine Folge der Unthätigkeit der Körper, vermöge welcher sie in den Zustand der Ruhe oder gleichförmigen Bewegung nach einer geraden Linie, in welchen sie gesetzt worden sind, verharren, ohne daß sie fähig wären für sich das geringste in demselben zu ändern; bey der Würkung einer äussern Kraft aber immer mit nach der Richtung gehen, nach welcher diese Kraft würket. Diesem Gesetze werden also; die Planeten ebenfalls folgen und wir müssen annehmen, daß die Bahn eines jeden derselben ganz in eine gewisse Ebene falle, deren Lage immer dieselbe bleibt, bis wir Kräfte entdecken, die vermögend sind, einen oder den andern von seiner Ebene abzubringen.

Lagen und Grössen der Bahnen der Planeten.

§. 710. Die Erscheinungen lassen uns nicht zweifeln, daß jeder Planet seine besondere Ebene habe, in welcher er seinen Lauf verrichtet. Da aber wir, die wir uns zugleich mit der Sonne beständig in der Fläche der Ecliptic befinden, jeden derselben bald an dieser bald an der andern Seite dieser Fläche sehen; so kan keine dieser Ebenen die Fläche der Ecliptic seyn, oder mit derselben zusammen fallen. Es schneidet vielmehr jede derselben die Fläche der Ecliptic: wiewol die Winkel, unter welchen dieses geschiehet, klein genug, und die Neigungen der Flächen der Planeten gegen die Fläche der Ecliptic, etwas stark seyn müssen, da die Entfernungen, mit welcher die Planeten an dem Sternhimmel von der Ecliptic abweichen, so mäßig sind. Die den beyden Flächen gemeinschaftliche Linie des Durchschnittes ist nothwendig gerade: denn keine Fläche schneidet eine andere in einer ungeraden Linie. So oft nun der Planet, bey dem Umlaufe in seiner Bahn, diese Schneidungslinie erreichet, befindet er sich zugleich in der Fläche der Ecliptic, und ist in einem jeden andern Puncte seiner Bahn desto mehr von derselben entfernet, je mehr dieser Punct von der Schneidungslinie abweichet.

§. 711. Wir werden fürs erste die Winkel, so die Flächen, in welchen unsere fünf Planeten ihren Lauf verrichten, mit der Fläche der Ecliptic einschliessen, bey Seite setzen müssen. Es lassen sich diese Winkel in den Zeichnungen nicht wol recht deutlich vorstellen, und dadurch wird die Schwierigkeit vermehret, welche die Betrachtung derselben gleich Anfangs verursachen würde, da wir doch nur auf das gröbste sehen müssen, und uns nicht mit allen kleinen Umständen beschäftigen können. Wir wollen zu dem Ende jede der Flächen, in welcher sich ein Planet beweget, so lang um die Linie, in welcher sie die Fläche der Ecliptic schneidet, gegen diese neigen, bis sie völlig in derselben zu liegen kömt. Dadurch wird in der Bahn selbst, welche der Planet in seiner Fläche beschreibet, nichts geändert; die scheinbare Bewegung desselben aber wird viel einfacher. Er verläst vermittelst derselben die Ecliptic niemals; denn der ganze Thierkreis wird bey dieser Einbildung in diese zusammengezogen. Demnach unterscheidet sich die scheinbare Bewegung des Planeten von der scheinbaren Bewegung der Sonne nunmehr blos dadurch, daß er nicht wie diese seinen Lauf beständig von Abend gegen Morgen nimt, sondern auch öfters von Morgen gegen Abend gehet, und zuweilen eine zeitlang gar stille stehet. Die Abweichungen von dieser einfachern Bewegung, vermittelst welcher der Planet auch seine Breite verändert, müssen im Verfolg besonders betrachtet werden. Es kan uns aber nichts hindern, auch ehe wir durch diese Betrachtung eine umständlichere Erkäntniß erlangt haben, zuweilen auf dieselbe zurück zu sehen.

Venus und Mercur.

§. 712. Um nun die Zusammenordnung unserer Planeten samt der Sonne und der Erde bey der Venus anzufangen, bey welcher wir in dem letzten Abschnitte stehen geblieben sind: so ist die Veränderung des scheinbaren Durchmessers derselben sehr beträchtlich, als welcher zu gewissen Zeiten fünf bis sechsmal grösser gefunden wird, als zu andern. Auch entfernet sich dieser Planet nie um mehr als 47 Grade und 48 Minuten von der Sonne, gehet aber in dieser oder einer jeden kleinern Entfernung bald vor der Sonne vorher, bald verfolgt er dieselbe, indem seine Länge die kleinere ist, da sie in dem vorigen Falle die grössere war. In eben dem Falle, da die Länge der Venus die grössere ist, und sie also an der Morgenseite der Sonne stehet, wird sie uns nach dem Untergange der Sonne, sobald das uns von dieser zugesendete Licht hinlänglich abgenommen hat, in einer

grössern oder kleinern Höhe über dem Horizonte, zu erst sichtbar, und gehet darauf zur gehörigen Zeit sichtbarlich unter. In dem Falle aber, da sich die Venus an der Abendseite der Sonne befindet, erscheinet sie früher oder später vor dem Aufgange der Sonne in dem Morgenhorizonte, und erhebt sich so lang über demselben, bis das nach und nach zunehmende Tageslicht ihren Schein verdunkelt. Alsdenn nennen wir sie den Morgenstern; dessen Erscheinung ein sicheres Zeichen des anbrechenden Tages ist: gehet sie aber vor der Sonne vorher, und erscheinet also nach dem Untergange derselben im Abend, so bekömt sie den Nahmen des Abendsterns.

§. 713. Die vornehmsten Umstände dieser Erscheinung, um welche es uns gegenwärtig allein zu thun ist, werden völlig erkläret, wenn wir die Fläche der Zeichnung die Fläche der Ecliptic bedeuten lassen, und uns in derselben (*Fig.* 132.) bey *S* die Sonne vorstellen, den um diesen Punct beschriebenen Kreis aber für die Bahn der Venus annehmen, in welcher dieselbe von *V* durch *A* nach *B* u. s. w. gehet: die Erde aber ausser dieser Bahn in *T* setzen: und man siehet sogleich, wie sich *TS*, die Entfernung der Erde von der Sonne, zur *AS*, dem Halbmesser des Cirkels, welcher für die Bahn der Venus angenommen wird, verhalten müsse, wenn der gröste Winkel *ATS* oder *STB*, um welchen sich die aus der Erde *T* betrachtete Venus von der Sonne *S* entfernen kan, bis auf 47 Grade und 48 Minuten steigen sol. Denn weil *TA* den Cirkel *VAB* bey *A* berühret, und also auf den nach diesem Puncte gezogenen Halbmesser desselben *SA* perpendicular ist: so verhält sich *TS* zur *SA*, wie der Radius zum Sinus des Winkels *ATS*. Diese Verhältniß ist beynahe, wie 1000 zu 741, welche jedoch nicht immer richtig seyn kan. Denn der Winkel *ATS*, um welchen sich die Venus von der Sonne entfernet, hat nicht immer die angezeigte Grösse, sondern wird öfters beträchtlich kleiner, bis auf 44 Grade und 57 Minuten, da dann die Verhältniß der *ST* zur *AS* grösser wird, nehmlich diese; 1000 zu 706. Die Verschiedenheit komt davon, daß weder die Bahn der Venus in völliger Strenge der Umkreis eines um den Mittelpunct der Sonne beschriebenen Cirkels ist, noch die Erde immer in eben der Entfernung von der Sonne bleibt. Nimt man indessen zwischen diesen zwo Verhältnissen das Mittel, und setzet, daß *SA* 725 Theile enthalte, deren tausend auf *TS* gehen, so wird die gröste Entfernung der Venus von der Erde aus 1725, und die kleinste nur

*T.X.F.*132.

aus

aus 275 solcher Theile bestehen, welche letztere Zahl beynahe der sechste Theil der erstern ist, welches mit dem gröſten und kleinsten Winkel, in welchem uns der Durchmesser der Venus zu verschiedenen Zeiten erscheinet, genau genug übereinkomt. T.X.F.132.

§. 714. Hieraus folgt, daß diese an sich dunkele und von der Sonne nur zur Hälfte erleuchtete Kugel nach und nach beynahe eben die Erscheinungen geben müsse, welche wir an dem Monde bemerken, dessen Scheibe wir im Vollmonde ganz, sonst aber nur zum Theil helle sehen. Nur müssen, wegen des veränderten Standes der Erde, diese Erscheinungen hier in einer andern Ordnung auf einander folgen. Wir würden die Venus bey *A* (*Fig.* 133.) in ihrer sogenanten obern Zusammenkunft mit der Sonne, wie auch kurz vor und nach derselben, ganz erleuchtet sehen, wenn sie daselbst nicht entweder von dem Körper der Sonne bedecket, oder wenn dieses nicht geschiehet, durch den viel hellern Glanz derselben gehindert würde, einen merklichen Eindruck in unsere Augen zu machen. Bey *B* und *C*, in welchen Puncten die von der Erde nach diesem Planeten gezogene gerade Linien seine Bahn berühren, sehen wir denselben als die Hälfte einer lichten Scheibe, eben wie den Mond in seinen Viertheln. Bey *D*, und *E*, und überhaupt in dem Theile seiner Bahn *BAC*, erscheinet er uns mehr als zur Hälfte erleuchtet, und desto mehr, je weniger er von *A* entfernet ist: in dem übrigen Theile seiner Bahn *BFC* aber ist er sichelförmig. Endlich verschwindet uns die Venus in *F*, bey ihrer untern Zusammenkunft mit der Sonne, ganz und gar: es müßte dann seyn, daß die von unserm Auge durch irgend einen Theil derselben gezogene gerade Linie den Körper der Sonne erreichte, in welchem Falle sie einen Theil der Sonne bedecken und uns dadurch von ihrem Daseyn versichern würde. T.X.F.133.

§. 715. Es würde sich eine dergleichen Bedeckung bey einem jeden Durchgange der Venus zwischen der Erde und der Sonne, oder bey einer jeden untern Zusammenkunft der Venus mit der Sonne, zutragen, wenn die Bahn dieses Planeten, so wie sie hier vorgestellet wird, völlig in die Fläche der Ecliptic fiele. Da aber dieses nicht ist, so ist derselbe in den meisten Fällen, bey einem dergleichen Durchgange so weit von der Fläche der Ecliptic entfernet, daß keine der geraden Linien, die von irgend einem Puncte der Erde durch den Cörper des Planeten gezogen werden kan, die Sonne erreichet. Die Breite, in welcher die Venus alsdenn der Erde erscheinet, ist dazu meistentheils zu gros;

sie

T.X. F.133. sie darf aber nicht viel grösser seyn als der scheinbare Halbmesser der Sonne, wenn uns noch einiger Theil derselben verdecket werden soll. Und diesen Umstand machet die geringe Länge der *TF*, bey welcher eine gar kleine Entfernung der Venus von der Fläche der Ecliptic eine beträchtliche Breite derselben verursachet, überaus seltsam.

§. 716. Alle diese Erscheinungen zeigen uns die Fernröhre mit einer hinlänglichen Deutlichkeit. Und obwohl die verschiedenen Gestalten der Venus bey dem so gar kleinen Winkel, in welchem wir sie sehen, und bey dem starken Glanze dieses Planeten, von dem blossen Auge nicht unterschieden werden können: so würden wir doch selbst an diesem bald stärkern und bald schwächern Glanze ein Merkmal haben, ob der gegen uns gekehrte Theil ihrer von der Sonne erleuchteten Hälfte grösser oder kleiner sey, wenn wir immer gleich weit von derselben entfernet blieben. So aber ist dieser Planet eben zu der Zeit, in welcher er uns den grösten Theil seiner erleuchteten Hälfte zukehret, auch am meisten von uns entfernet, und indem diese Entfernung abnimt, wird auch der uns zugekehrte Theil dieser Hälfte zugleich vermindert. Wir wissen aber *), daß von eben der leuchtenden Oberfläche desto weniger Licht in unser Auge geworfen werden könne, je mehr sich dieselbe von uns entfernet: und zwar bey einer zweifachen Entfernung viermal weniger, bey einer dreyfachen, neunmal weniger, u. s. f. nach den Quadratzahlen. Es wird also, indem der Glanz der Venus mit der Grösse des gegen uns gekehrten Theils ihrer erleuchteten Oberfläche zunehmen solte, derselbe durch den Zuwachs der Entfernung vermindert, und umgekehrt. Wird indessen beydes, die Grösse nehmlich des erleuchteten Theils der Oberfläche, welchen wir sehen können, und die Entfernung der Venus von der Erde, gehörig in Betrachtung gezogen, so geben die Schlüsse, daß uns dieselbe das meiste Licht zusende, und folgends am hellsten scheine, wenn sie sichelförmig ist, und die gröste Breite des sichtbaren Theils ihrer Scheibe den vierten Theil des Durchmessers ausmachet; ihre Entfernung von der Sonne aber $39\frac{1}{2}$ Grade beträgt: in welchem Umstande sie öfters auch bey Tage gesehen wird.

§. 717. Der Mercur entfernet sich an dem Sternhimmel so wenig von der Sonne, daß wir ihn nur selten sehen können, zumahlen da die mitlere Grösse seines scheinbaren Durchmessers nicht über 7 Secunden beträgt. Es ist nehmlich die

*) S. der Einleit. in die Naturlehre. 393. §.

die gröste Entfernung, um welche er von der Sonne abweichet, und bey welcher T. X. F. 133. er wieder anfängt sich derselben zu nähern, höchstens 28 Grade und 20 Minuten; wiewol er auch öfters wieder gegen die Sonne zurück kehret, nachdem er sich von derselben um nicht mehr als 17 Grade und 36 Minuten entfernet hatte. Alle übrigen Erscheinungen, die bey demselben vorfallen, kommen mit denjenigen überein, die man an der Venus bemerket: und insbesondere erscheinet der Mercur von Zeit zu Zeit ebenfalls in der Sonne, und zwar viel öfter als die Venus. Es muß also die Bahn dieses Planeten überhaupt eben so um die Sonne beschrieben werden, wie die Bahn der Venus. Nur wird sie beträchtlich kleiner seyn, und von einem Cirkelkreise, dessen Mittelpunct genau in den Mittelpunct der Sonne fält, mehr abweichen als jene. Sehen wir indessen diese Bahn zu der Zeit, wenn sie uns in einem Winkel von 17 Graden und 36 Minuten erscheinet, als einen genauen Cirkel an, der seinen Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Sonne hat, so folget aus den bey der Venus (713) gebrauchten Schlüssen, daß die Entfernung der Erde von der Sonne sich zu dem Abstande des Mercurs von derselben beynahe wie 1000 zu 302 verhalte. Ist aber der Winkel, in welchem wir die Bahn dieses Planeten sehen, der gröste, nehmlich 28 Grade und 20 Minuten; so ist die Verhältniß der Entfernung der Erde von der Sonne zu dem Abstande des Mercurs von derselben, 1000 zu 474. Zwischen den Zahlen 302 und 474 stehet 388 im Mittel: und diese giebt ohngefehr die mitlere Entfernung des Mercurs von der Sonne in solchen Theilen an, deren tausend die Entfernung der Erde von derselben ausmachen. Vermittelst dieser Verhältniß ist es leicht die Bahn dieses Planeten, in einer schicklichen Verhältniß gegen die Venusbahn und die Entfernung der Erde von der Sonne, zu zeichnen.

Mars, Jupiter, Saturnus.

§. 718. Die von der Erde betrachtete Bahn des nächsten Planeten, Mars, ist nicht dergestalt in gewisse Schranken einzuschliessen wie die beyden vorigen, denn wir können denselben in einer jeden Entfernung von der Sonne sehen, in welcher sein Schein nicht durch das hellere Licht derselben verdunkelt wird. Vornehmlich aber erscheinet er uns helle und deutlich, wenn er beynahe in der geraden Linie die den Mittelpunct der Erde mit dem Mittelpuncte der Sonne verknüpfet, dieser entgegen stehet, da er sich uns durch ein Fernrohr als eine volle Scheibe zeiget. Und in eben der Gestalt sehen wir ihn auch, wenn er an der

T.X.F.133. Seite, an welcher sich die Sonne befindet, dieser Linie nahe ist, wiewol viel kleiner und mit einem schwächern Glanze. Dieses läßt keinen Zweifel, daß dieser Planet sich dergestalt um die Sonne bewege, daß seine Bahn zugleich unsere Erde einschliesset. Seine Entfernung aber von dem Mittelpuncte der Sonne ist nicht so leicht mit der Entfernung der Erde von derselben zu vergleichen, als bey den vorigen Planeten geschehen konte. Muthmaßlich können wir aus der scheinbaren Grösse desselben, und aus seinem hellern oder dunklern Scheine schliessen, daß bey seiner Conjunction mit der Sonne er fünfmal weiter von der Erde entfernet sey, als wenn er derselben entgegen stehet. Wird dieses angenommen, und mit dem Radius
T.X.F.134. *SM* (*T.X.F.* 134.) um das Punct *S*, welches die Sonne vorstelt, ein Cirkelkreis beschrieben, welcher die Bahn des Mars seyn sol, in welchem sich die Erde bey *T* befindet, durch welches Punct und die Sonne der Durchmesser *AB* gehet, so ist $TB : TA = 5 : 1$, das ist, $MS + ST : MS - ST = 5 : 1$ und folgendes, wenn man sowol die Summen als die Differenzen nimt, $2MS : 2ST = 6 : 4$, oder $MS : ST = 3 : 2$, welchemnach der Planet um 1500 solche Theile, deren tausend die Entfernung der Erde von der Sonne ausmachen, von dieser entfernet seyn wird.

§. 719. Befindet sich nun der Mars in dieser seiner Bahn bey *M*, von welchem Puncte nach *S* und *T* die geraden Linien *MS*, *MT* gezogen sind: so ist der Winkel *TMS*, welchen diese Linien mit einander einschliessen, der gröste unter allen solchen Winkeln, wenn *MT* auf den durch *T* gehenden Durchmesser *AB* perpendicular fält. Denn es ist immer $MS : TS = \sin MTS : \sin TMS$, und es bleiben die Seiten *MS*, *TS* bey jeder Grösse dieser Winkel einerley. Es muß also auch die Verhältniß $\sin MTS : \sin TMS$ immer einerley bleiben, und also überhaupt $\sin TMS$ desto grösser werden, je grösser $\sin MTS$ ist. Nun kan $\sin MTS$ nicht grösser werden als der Radius, bey welcher Grösse *MTS* ein rechter Winkel wird. Also ist bey eben dem Umstande auch $\sin TMS$ so groß als er nur werden kan, und damit erreichet auch der *TMS*, welcher nothwendig spitzig ist, seine äusserste Grösse. Da $MS : TS = 3 : 2$ so wird das Maas dieses grösten Winkels 41 Graden und 46 Minuten gleich gefunden.

§. 720. Es richtet sich aber nach dem Winkel *TMS* derjenige Theil der von der Sonne erleuchteten Hälfte der Oberfläche des Planeten, welcher von

der

der Erde abgekehret, und also den Bewohnern derselben unsichtbar ist. Man siehet dieses ohne Anstand aus der Zeichnung, (*T. VI. Fig.* 102.) in welcher der um *L* beschriebene Cirkel, den Mars, oder vielmehr den vermittelst einer Fläche, die durch dessen Mittelpunct, und zugleich durch die Mitte der Sonne und der Erde gehet, geschehenen Durchschnitt desselben, eben sowol vorstellen kan, als er den Mond vorstelte. *LS* ist die von dem Mittelpuncte des Mars nach der Sonne, und *LT* die von dannen nach der Erde lauffende gerade Linie, und es ist jener die *AB* dieser aber die *EF* senkrecht. Dadurch wird *ACB* der erleuchtete Theil der Oberfläche des Planeten, und *ECF* der von der Erde sichtbare, folglich *BF* der zwar erleuchtete, aber nicht sichtbare. Es ist aber der Winkel *BLF* dem *TLS* gleich, und der Bogen *BF* hält 41 Grade und drüber. Denn die Gründe der Rechnung sind nicht so richtig, daß sie diesen Bogen genau angeben könten. Genug, daß er ohngefehr den vierten Theil des halben Umkreises beträgt, und daraus zu schliessen ist, daß der geringste Theil der erleuchteten Oberfläche, welchen der in seiner Bahn beständig fortrückende Mars der Erde zukehren kan, niemals viel unter drey Viertheilen des Ganzen betrage, und also dieser Planet sich meistentheils den Einwohnern derselben wo nicht völlig rund, jedoch mit einem viel kleinern Abgange zeigen werde. Die Sache wird so befunden, und dieses kan den übrigen hier gebrauchten Schlüssen zu einer Bestätigung dienen. *T. VI F.* 102.

§. 721. Der Planet Jupiter erscheinet uns überhaupt so, wie Mars: nur ist seine Scheibe nie merklich mangelhaft, sondern immer, dem Ansehen nach, völlig rund. Es ist also wohl keine grosse Abweichung zu befürchten, wenn wir für seine Bahn ebenfals einen Cirkel beschreiben, der seinen Mittelpunct in der Sonne hat. Nur muß der halbe Durchmesser dieses Cirkels beträchtlich grösser seyn, als die Entfernung der Erde von der Sonne. Denn es zeiget sich an dem Glanze des Jupiters, wenn er zu verschiedenen Zeiten betrachtet wird, kein so gar grosser Unterschied, welches wohl von nichts andern herrühren kan, als von der Grösse seiner Bahn, in Ansehung welcher die Erde von der Sonne so gar weit nicht entfernet ist. Die Beobachtung des grösten und kleinsten scheinbaren Durchmessers desselben, könte uns von dieser Grösse näher belehren, indem sie uns die Verhältniß seiner grösten Entfernung von unserer Erde, zu der kleinsten angeben würde. Es ist aber diese Beobachtung allem Ansehen nach, aus der Ursache

T.VI.F.102. bey Seite gesetzt worden, weil die Entfernungen der Planeten von der Sonne nach viel sicherern Gründen, die an ihrem Orte vorkommen sollen, mit einander verglichen werden. Wenn wir aber zu einer muthmaßlichen Berechnung anmerken, daß man für den Jupiter den Bogen *BF* der 102ten Zeichnung gar wol auf 10 bis 12 Grade setzen könne, ohne daß er, bey seiner so schiefen Lage, T.X.F.134. der Erde sichtbar werde, und daß folgends auch, wenn nunmehro in der 134 Zeichnung *M* den Jupiter vorstellet, der Winkel *TMS* gar wol 11 Grade halten könne, ohne daß dieser Planet aufhöre uns als eine völlig runde Scheibe zu erscheinen, wie bey einem grössern Maasse dieses Winkels *TMS* vermuthlich geschehen müste: so wird daraus die Verhältniß des Halbmessers seiner Bahn *SM*, zur *ST* der Entfernung der Erde von der Sonne, alsbald bestimt. Denn es ist $SM : ST = r : \sin TMS$, das ist, $SM : ST = 1000 : 191$, und also *SM* etwas weniges über fünfmal grösser, dann *ST*.

§. 722. Bey dem Saturn finden alle diese Umstände noch vielmehr statt; und es verlassen uns bey demselben die Gründe, deren wir uns bisher bedienet haben, die Entfernung der Planeten von der Sonne mit dem Abstande der Erde von derselben zu vergleichen, ganz und gar. Die Sätze aber deren eben (721) Erwehnung geschehen ist, machen die Entfernung dieses Planeten $9\frac{1}{2}$ mal so groß, als die Entfernung der Erde von derselben, und geben überhaupt nachfolgende Zahlen an, welche alle diese Entfernung ohne grobe Fehler ausdrücken: 4, 7, 10, 15, 52, 95.

Ordnung der bisher betrachteten und anderer himlischen Körper.

§. 723. Vermittelst dieser Zahlen ist es leicht in einer Ebene Cirkel zu beschreiben, welche die auf die beschriebene Weise in die Fläche der Ecliptic gebrachte Bahnen der Planeten so weit vorstellen, daß dadurch die Entfernungen derselben von der Sonne, zu der Entfernung der Erde von diesem grossen Lichte, beynahe die wahren Verhältnisse erhalten. Denn daß diese Bahnen würkliche Cirkel seyn solten, kan ohne Beweis nicht angenommen werden, und dieser müßte bündiger seyn als derjenige, welchen die Alten von der Volkommenheit dieser Figur hernahmen. Wenn man aber den gemeinschaftlichen Mittelpunct dieser Cirkel in die Mitte der Sonne setzet, wird so gar den Erscheinungen widerspro-

chen,

chen, nach welchen, vornehmlich der Mercur, sich bald mehr bald weniger von der Sonne entfernet. Indessen sind die Kreise der 135sten Vorstellung dergestalt gezeichnet. Der gemeinschaftliche Mittelpunct derselben bedeutet die Sonne. Der denselben zunächst umgebende sehr kleine Cirkelkreis, dessen Radius nicht mehr als 4 Theile des zu dieser Zeichnung angenommenen Maasstabs enthält, ist die Bahn des Mercurs; der zunächst grössere mit einem Radius von 7 Theilen beschriebene, die Bahn der Venus, welche die Bahn des Mars umgiebt. Der zwischen diesen zween Kreisen bemerkte Punct *T* stellet die Erde in ihrer Entfernung von der Sonne von 10 Theilen des Maasstabs vor, deren der Halbmesser der Bahn des Mars 15 hat. Endlich ist der nächste, mit einem Halbmesser von 52 Theilen beschriebene beträchtlich grössere Kreis die Bahn des Jupiters, und der gröste unter allen, dessen Halbmesser 95 dergleichen Theile enthält, die Bahn des Saturnus, ausser welcher man sich die Fixsterne in einer Entfernung von mehr als tausend Schuhen vorstellen muß, wenn man den hier angenommenen Maasstab bis auf dieselben erstrecken wil. Auch dieses letztere bedarf eines umständlichen Beweises, gleichwie das Ganze, ausser der Berichtigung der Flächen, in welchen sich die Planeten würklich bewegen, noch verschiedene wichtige Verbesserungen und Zusätze erfordert. T.X. F.135.

§. 724. Der Mond bewegt sich um die Erde allein in einem Kreise, von welchem wir gesehen haben, daß er viel zu klein sey, als daß er die Sonne mit einschliessen, oder auch nur eine der beschriebenen Bahnen erreichen solte. Die Entfernung der Erde von der Sonne ist beynahe 400mal grösser, als der Halbmesser dieses von dem Monde um die Erde beschriebenen Kreises; und der halbe Durchmesser desselben beträgt nicht gar 9 Minuten des Umkreises eines um die Sonne durch den Mittelpunct der Erde beschriebenen Cirkels. Es war also nicht möglich diesen von dem Monde um die Erde beschriebenen Kreis den übrigen beyzufügen, ohne die Aehnlichkeit zu verderben, welche man doch, so weit es möglich war, beybehalten wolte.

§. 725. Die Fernröhre entdecken noch neun andere Körper, die sich, wie der Mond um die Erde, um einen Planeten bewegen: viere um den Jupiter, und fünfe um den Saturn. Die ersten werden Trabanten des Jupiters, und die andern Trabanten des Saturnus genant. Sie bekommen auch die Namen

T. X. F. 135. der Monden oder Nebenplaneten; deren demnach, mit dem unsrigen, überhaupt zehen bekant sind. Die Trabanten des Jupiters entfernen sich so wenig von demselben, daß man sie sämtlich mit ihrem Hauptplaneten in eben das Fernrohr bringen kan; wodurch die Vergleichung der Halbmesser der Kreise, welche sie beschreiben, gar sehr erleichtert wird. Man schliesset nehmlich diese Halbmesser aus den grösten Entfernungen, um welche sie von dem Mittelpuncte ihres Hauptplaneten abweichen: und da man sich dabey des scheinbaren Durchmessers des Jupiters als eines Maasstabes bedienet, so werden sie eben dadurch zugleich mit diesem Durchmesser verglichen. Denn es bewegen sich dieselben beynahe in der Fläche der Bahn dieses Hauptplaneten, und scheinen also sich zuerst an der einen und darauf an der andern Seite nach geraden Linien von demselben zu entfernen. Mit den Trabanten des Saturnus verhält es sich zwar nicht völlig so. Denn diese bewegen sich nicht in der Fläche der Bahn ihres Hauptplaneten, und weichen auch von der Fläche der Ecliptic beträchtlich genug ab, daß uns die Bahnen, welche sie um ihren Planeten beschreiben, nicht immer als gerade Linien erscheinen können. Dem ohngeachtet können die Durchmesser dieser Bahnen genau genug gemessen, und mit dem Durchmesser des Saturnus verglichen werden. Es folget hieraus, daß auch diese Systeme viel zu klein seyn, als daß sie mit in den Riß hätten können gebracht werden, und daß man sich also unter den mit ♃ und ♄ bezeichneten Puncten nicht nur die Hauptplaneten, welche diese Zeichen andeuten, sondern auch die sämtlichen Bahnen der Nebenplaneten eines jeden, eben so vorstellen müsse, wie der Punct *T*, so die Erde vorstellet, auch die Bahn des Mondes mit begreift.

§. 726. Die so weit erklärte Verfassung der Planeten, der Sonne und der Erde ist zwar, wenigstens zum Theil, einigen Alten bekant gewesen: in ihrem ganzen Umfange aber erst vor zweyhundert Jahren, von dem dadurch verewigten Nicolaus Copernick, einem Domherrn zu Thorn, entdecket, und theils durch ihn selbst, theils aber durch einen Kepler, Newton und andere, mit sehr wichtigen Zusätzen vermehret, und fast über alle Hofnung, die man sich machen konte, ausgearbeitet worden. Denn Copernick konte weder von den Trabanten des Jupiters und Saturns, noch von dem Abnehmen des Lichts der Venus, noch sonst von etwas, so durch den Gebrauch der Fernröhre entdecket worden ist, das geringste wissen, da diese Werkzeuge zu seiner Zeit noch nicht erfunden waren.

Bey

Bey dem allen hat seit jener Zeit kein Astronom an der Richtigkeit seiner Zusammenordnung, so weit wir sie bisher gesehen haben, gezweifelt. Selbst Tycho von Brahe, welcher nicht lang nach ihm gelebt, und durch eine grosse Menge guter Beobachtungen die neuere Astronomie gegründet hat, fand dieses System allen Erscheinungen so gleichförmig, daß er kein Bedenken trug, demselben beyzutreten. Er leugnete in der That die Bewegung der Erde, welche Copernick zugleich behauptete, indem er den übrigen noch einen um die Sonne durch den Mittelpunct der Erde beschriebenen Kreis beyfügte, in welchem diese, wie alle andere Planeten, in deren Zahl sie dadurch versetzet wird, von Abend gegen Morgen gehen sol, da indessen die Sonne bey den Mittelpuncten aller dieser Cirkel beständig ruhet: an dessen Stelle Tycho nicht um, sondern durch den Mittelpunct der Sonne, und um die Erde, den Kreis beschrieb, in welchem jener in der Zeit eines Jahres um diese herum kommen solte, ohne daß jener Mittelpunct aufhörte zugleich der Mittelpunct der Bahnen der fünf Hauptplaneten zu bleiben, derer Bahnen um denselben gezeichnet sind; da indessen die Erde ohne einige Bewegung in ihrer Stelle verharrete. Es ist aber die Bewegung der Erde hier noch nicht in Betrachtung gezogen worden; und wir können, da die Erscheinungen völlig einerley sind, sie mag angenommen werden oder nicht, dieselbe auch noch etwas länger aussetzen. T.X.F.135

§. 727. Denn wir können es nicht unmittelbar fühlen, ob die Erde eine Bewegung habe oder nicht, wenn sie nur nicht ruckweise, sondern in einem und fast gleichförmig, fortgehet, so gros auch die Geschwindigkeit dieser Bewegung seyn mag. Wir fühlen in der That die Veränderungen in dem Zustande unserer Ruhe oder Bewegung, von welchen wir selbst die Urheber sind: und auch die, welche uns äussere Ursachen durch einen Stoß beybringen. Aber so bald ein Schiff, auf welchem wir uns befinden, sich in eine gleichförmige Bewegung gesetzt hat, fühlen wir diese Bewegung nicht weiter; und würden nicht einmal die Bewegung eines Wagens fühlen, wenn uns nicht derselbe beständig hin und her würfe. In diesem Falle sind wir sehr geneigt zu urtheilen, daß unser Körper gar keine Bewegung habe, insonderheit wenn wir auch auf die Dinge sehen, welche mit uns zugleich auf dem Schiffe sind, und finden, daß diese vor sich beständig in ihrer Ordnung bleiben. Je mehr dieser Dinge sind, und je länger wir darauf Acht haben, desto fester werden wir in unserm Urtheile bestätiget. Werfen wir die Augen

gen

T.X.F.135. gen auf andere Dinge, die ausser dem Schiffe liegen, die Ufer, Bäume, Gebäude und dergleichen, so bemerken wir zwar eine beständige Veränderung der Lage derselben in Absicht auf das Schiff und dessen Theile, deren Ursache wir mit Recht einer würklichen Bewegung zuschreiben. Indem wir aber ferner bemühet sind auszumachen, welchem unter den zwey Dingen, deren eines seine Lage in Ansehung des andern dergestalt verändert, diese würkliche Bewegung zuzuschreiben sey, dem Schiffe oder dem Ufer; so gründen wir uns auf das einmal gefaßte Vorurtheil, nach welchem wir samt dem Schiffe uns in der Ruhe befinden, und eignen die ganze Bewegung dem Ufer zu. Noch mehr muß uns dieses begegnen, wenn wir anstat des kleinen Schifs, und der wenigen auf demselben vorkommenden Dinge, unsere Augen gegen die auf der Erde gegründeten Berge, Gebäude und andere Gegenstände werfen, wie wir von Jugend auf zu thun gewohnt sind, und dabey dieselben nur selten gegen die himlischen Körper erheben. Es kan also unser Auge die Frage, ob wir uns würklich in Bewegung befinden oder nicht, vor sich allein eben so wenig entscheiden, als das Gefühl; welches allerdings zeiget, daß bey eben der relativen Bewegung eines Körpers in Ansehung unsers Auges die Erscheinungen völlig dieselben seyn müssen, wovon auch diese relative Bewegung herrühren mag.

Die Zeit des Umlaufs eines Planeten.

§. 728. Die Zeit, in welcher ein Planet seinen Umlauf um die Sonne verrichtet, könte von einem Auge, welches seinen Stand in dem Mittelpuncte derselben hätte, eben so gefunden werden, wie wir die Zeit des Umlaufs des Mondes um die Erde, oder die Zeit des wahren oder scheinbaren Umlaufs der Sonne um diesen unsern Wohnplatz entdecken. Es dörfte der Beobachter nur den Zeitpunct anmerken, in welchem ihm der Planet, mit welchem er sich beschefftigen wil, diesen oder jenen Fixstern bedecket, oder sonst an dem Sternhimmel einen gewissen durch seine Entfernungen von zween bekanten Fixsternen bestimten Ort einzunehmen scheinet. Alsdenn müste er warten bis der Planet wieder zu eben dem Puncte käme, und den Augenblick, in welchem dieses geschiehet, ebenfals anmerken. Die zwischen den zween angemerkten Zeitpuncten verflossene, ist die Zeit eines ganzen Umlaufs in Absicht auf die Fixsterne: welche durch die Widerholung dieser Beobachtungen leicht zu bessern, und zu einer völligen Gewißheit gebracht werden könte. Zur völligen Versicherung würden zween um viele Jahre von einander

einander entfernte Zeitpuncte dienen, bey deren letzten sich der Planet bey eben dem Puncte des Sternhimmels gezeiget hat, welches er an dem ersten dieser Zeitpuncte einzunehmen schiene. Es wäre aus den vorhergehenden Beobachtungen leicht zu schliessen, wie oft der Planet in dieser Zeit herum gekommen sey; durch welche Zahl der Umläufe man alsdenn die in der gefundenen Zeit enthaltene Zahl der Täge, Minuten und Secunden dividiren müste, um die Zeit eines einzelnen Umlaufs zu erhalten. Da die bey der Bestimmung der zween Zeitpuncte, welche jene Zeit anfangen und endigen, etwa begangene Fehler durch die Theilung zugleich vermindert werden müssen, und zwar desto mehr, je mehr ganze Umläufe in derselben geschehen sind; so würde diese Rechnung die gesuchte Zeit so richtig angeben, als nur verlangt werden kan. T.X.F.135.

§. 729. Man müste aber zum voraus versichert seyn, daß die Sonne bey der Beobachtung des zweiten Zeitpuncts sich in eben der Stelle befinde, in welcher sie bey der Beobachtung des ersten gewesen ist: oder daß, wenn sie aus ihrer Stelle gerücket wäre, doch die zwo geraden Linien, deren eine von der Stelle des ersten Zeitpuncts und die andere von der Stelle des zweiten nach eben dem Fixsterne lauft, bey diesem einen Winkel einschliessen, welcher wegen seiner Kleinigkeit in keine Betrachtung kommen kan. Das übrige, so bey dieser Rechnung vorausgesetzt wird, daß nehmlich eben der Planet jeden seiner Umläufe in eben der Zeit verrichtet, würde die Wiederhohlung der Beobachtungen, und eine neue Rechnung entweder bestätigen, oder wiederlegen: und eine Menge derselben würde endlich nach vielen Jahren entdecken, nach was vor Verhältnissen die Zeit des Umlaufs, fals sie nicht immer dieselbe bleibt, wächset oder abnimt.

§. 730. Uns aber, die wir uns nicht in der Sonne, sondern in einer grossen Entfernung von derselben auf der Erde befinden, wird die Bestimmung der Zeit des Umlaufs eines Planeten um dieselbe viel schwerer. Wenn weder die Sonne noch die Erde einige Bewegung hätten, so würde bey der Voraussetzung, daß die Bahnen der Planeten immer volkommen dieselben bleiben, und in den Zeiten des Umlaufs sich keine merkliche Veränderungen zutragen, diese Schwürigkeiten verschwinden, und man würde auf der Erde die Zeit des Umlaufs eines Planeten fast eben so leicht finden können, als aus dem Mittelpuncte der Sonne. Denn wenn (*T.X.Fig.* 136, 137.) *PQR* die Bahn des Planeten, *S* die Sonne, *T* die Erde

T. X. Fig. 136. 137. Erde und *P* den Planeten bedeutet, so dürfte man nur durch den Mittelpunct desselben *P* nach *T* eine gerade Linie ziehen, und das Punct des Sternhimmels *A* anmerken, in welchem sie diesen zu erreichen scheinet, oder auch den Winkel *PTS*, welchen eben die Linie *TP* mit der nach der Sonne gezogenen *TS* einschliesset. Nach einigen oder nach etlichen Umläufen, muß der Planet wieder in das Punct *P* kommen, welches, daß es geschehen sey, man mit Zuversicht wissen könte, wenn die nach demselben gezogene und bis an den Sternhimmel verlängerte *TPA* die vorige Lage hat. Denn ob sich der Planet in dieser Linie bey *P* oder *Q* befinde, ist leicht auszumachen. Wären nun die zween Zeitpuncte angemerket worden, in welchen sich der Planet zweymal in eben der *TA* und folgends beydemal in *P* befunden hat, so könte, aus der zwischen denselben verflossenen Zahl der Täge Stunden und Minuten, die Zeit eines einzelnen Umlaufs wie (728.) gewiesen worden ist, gefunden werden. Da aber der Stand der Sonne gegen die Erde beständig verändert wird, und also die Linie *TS* ihre Lage nicht behält, so kan dieser Weg zu nichts führen, wenn nicht die zweyte Beobachtung so lange ausgesetzt wird, bis sowol die *TS* ihre vorige Lage, als auch zugleich der Winkel *T* seine vorige Grösse erhalten hat, welches gemeiniglich sehr selten, und erst nach einem Zeitraume von vielen Jahren geschiehet. Sind aber zwo dergleichen Beobachtungen, zwischen welchen eine hinlängliche Zahl von Jahren verflossen ist, zu haben, so ist dieser Weg zur Bestimmung der Zeit des Umlaufs eines Planeten der kürzeste; als bey welchem man auf nichts, als auf den Stand der Sonne und des Planeten, in Absicht auf die Fixsterne, acht haben darf.

§. 731. Es kan aber auch, anstat des Winkels *PTS*, welcher gemeiniglich weder in die Fläche der Bahn des Planeten noch in die Fläche der Ecliptic fält, ein anderer gebraucht werden, welcher entstehet, wenn man von dem Mittelpuncte des Planeten auf die Fläche der Ecliptic eine Linie perpendicular fallen läßt, und das Punct, in welchem sie diese Fläche erreichet, anstatt des bisherigen *P* gebrauchet. Ist nunmehro *P* dieses Punct, und *PQR* nicht die Bahn des Planeten selbst, sondern der orthographische Entwurf derselben in der Fläche der Ecliptic: so fält auch der Winkel *PTS* in diese Fläche, und wird die Entfernung des Planeten von der Sonne in Absicht auf die Länge. Da aber das Punct *P*, welches eigentlich der orthographische Entwurf des Mittelpuncts des Planeten in der Fläche der Ecliptic ist, in eben der Zeit in dem Kreise *PQR* herum

herumkommt, in welchem der Planet seine Bahn beschreibet; so kann man sich des Winkels PTS volkommen so, wie des vorigen bedienen. Die Grösse desselben ist eben sowol willkührig, und also erlaubt, sich an den Fall zu halten, in welchem er nichts wird, indem die Linie TP mit der durch die Sonne gezogenen TS zusammen fält. Alsdenn stehet der Planet über B in der Conjunction mit der Sonne, und über D entweder ebenfals in der Conjunction, oder auch in der Opposition, nachdem er von der Sonne weniger oder mehr entfernet ist, als die Erde. T. X. Fig. 136. 137.

§. 732. Es sind aber die Fälle, in welchen sich das Punct, samt den Mittelpuncten der Sonne S und der Erde T zweymal in eben der geraden Linie befindet, die in der Fläche der Ecliptic ihre gewisse Lage hat, und an beiden Seiten verlängert, durch eben die Fixsterne gehet, eben so seltsam als die vorigen (730). Wenn, (T. X. F. 138.) in dem Augenblicke der ersten Opposition, T die Stelle der Erde ist; indem die Sonne sich bey S und der Planet gerade über P befindet, so befindet sich bey einer andern der Planet fast immer über einem von dem vorigen P verschiedenen Puncte der Fläche der Ecliptic Q, so daß die gerade Linie SQ, in welcher ein in die Sonne gesetztes Auge die Erde V sehen würde, mit der vorigen SP bald einen grössern bald einen kleinern Winkel QSP einschliesset. Alsdann aber hat der Planet, welcher sich in dem Augenblicke, mit welchem sich die Zeit seines letzten Umlaufs endigte, über P befand, noch darüber den Theil seiner Bahn beschrieben, dessen orthographischer Entwurf der Bogen PQ ist; und also um die Sonne einen Winkel zurück gelegt, der bey der geringen Abweichung der Flächen, in welchen die Planeten ihren Lauf verrichten, von dem in der Fläche der Ecliptic liegenden PSQ nie sehr verschieden seyn kan. Nun ist aber der Winkel PSQ derjenige, um welchen in der Zeit, welche der Planet anwendet aus P in Q überzugehen, ein Auge in der Sonne die Erde aus T in V fortrücken siehet, um welchen Winkel auch den Einwohnern der Erde die Sonne in der Ecliptic in eben der Zeit fortzugehen scheinet; und es sind die Winkel, welche die Sonne an gewissen Tägen des Jahres und deren Theilen um die Erde beschreibet, oder zu beschreiben scheinet, bisher immer als bekant angenommen worden, da sie durch die blossen Beobachtungen richtig genug zu entdecken sind. Ist aber der Winkel PSQ bekant, so daß man ihn durch die Zahl von Secunden q ausdrücken kan, in dem p die in dem ganzen Umkreise eines T. X. F. 138.

T.X.F.138 Cirkels enthaltene Zahl Secunden bedeutet; so kan aus der Zeit t, welche seit der ersten Beobachtung des Planeten bey P, bis an die letzte bey Q verflossen ist, wenn in derselben so viele ganze Umläufe geschehen sind, als n Einheiten enthält, die Zeit eines einzigen Umlaufs r, durch die Proportion $np + a : p = t : r$, desto genauer gefunden werden, je grösser n und je kleiner a ist: weil dadurch die bey den Beobachtungen und Schlüssen begangene Fehler gar sehr verkleinert werden. Die wiederhohlten Beobachtungen werden alsdenn diese Fehler noch mehr vermindern, insonderheit wenn sie auf eine genauere, Kentniß des Laufs der Planeten gebauet werden. Denn gegenwärtig beschäftigen wir uns nur mit den ersten Gründen desselben.

§. 733. Bey so gestalten Sachen ist es kein Wunder, daß die Astronomen in der Bestimmung der Zeiten des Umlaufs der Planeten nicht völlig mit einander übereinkommen. Es ist bisher von dem Umlaufe derselben in Absicht auf die Fixsterne die Rede gewesen, welche ihren Ort nicht verändern, und also die eigentliche Zeit des Umlaufs angeben. Ist der Umlauf nach der Ecliptic zu berechnen, und also die Zeit anzugeben, in welcher der Planet von dem Puncte seiner Bahn, dessen Länge Nichts ist, sich bis wieder dahin beweget, wo seine Länge abermal verschwindet; so muß man sich erinnern, daß diese Puncte nicht beständig sind, indem der Anfang der Ecliptic, immer nach Abend fortrücket, und also dem Planeten entgegen gehet (349). Woraus folget, daß die Zeit des Umlaufs eines Planeten in der Ecliptic immer etwas kleiner seyn müsse, als die Zeit seines eigentlichen nach den Fixsternen gerechneten Umlaufs. Wil man also für einen gewissen Planeten auch jene Zeit haben, so ist erstlich zu berechnen, um wie viele Secunden der Anfang der Ecliptic, in der Zeit des Umlaufs desselben nach der Abendseite fortgerücket sey (361), und sodann ferner die Zeit auszumachen, welche der Planet brauchet, diesen kleinen Bogen zu durchlaufen. Diese Zeit von der Zeit des eigentlichen Umlaufs abgezogen, wird die gesuchte übrig lassen, in welcher nehmlich der Planet von dem Anfange der Ecliptic bis wieder an denselben gelanget. Beyde Zeiten werden von dem Herrn de la Lande also angegeben.

	Umlauf nach den Sternen. Täge,	Stund.	Minut.	Sec.	nach der Ecliptic. Täge,	Stund.	Minut.	Sec.
☿	87,	23,	15,	45	87,	23,	14,	34.
♀	224,	16,	49,	14	224,	16,	41,	30.
♂	686,	23,	30,	35	686,	22,	18,	19.
♃	4332,	8,	28,	1	4330,	8,	35,	4.
♄	10762,	20,	33,	41	10750,	13,	14,	42.

T.X. F.138.

Sie gelten für das gegenwärtige Jahrhundert: denn es hat das Ansehen, daß, insonderheit die Bewegung des Saturns, nach und nach etwas langsamer, die Bewegung des Jupiters aber geschwinder werde.

Von der mitlern Bewegung.

§. 734. Die meisten der hier gebrauchten Rechnungen werden nicht anders verrichtet, als ob es ausgemacht wäre, daß die Planeten sich wirklich in den Umkreisen von Cirkeln, die ihren Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Sonne haben, immer mit eben der Geschwindigkeit bewegten: so daß jeder Planet in gleichen Theilen der Zeit seines Umlaufs, auch gleiche Bogen seiner cirkelrunden Bahn, und gleiche Winkel um die Sonne beschreibt: und man stelt sich dabey diese Kreise sämtlich in der Fläche der Ecliptic vor. Diese Voraussetzungen werden ohne einigen Beweis angenommen, und sind, wie wir zum Theil gesehen haben, zum Theil aber noch sehen werden, der Wahrheit nicht gemäß, sie können also keine völlig richtige Schlüsse geben. Man bedienet sich aber dennoch derselben häufig, theils wenn voraus zu sehen ist, daß die Fehler, welche sie geben, unbeträchtlich sind, theils wenn die Sache nur ins grobe bestimmet werden sol: und nennet die Bewegung, welche dergestalt den Planeten zugeschrieben wird, die **mitlere Bewegung** derselben: und den Ort des Planeten in seiner Bahn, oder auch in der Ecliptic, welchen er in einem gewissen Zeitpuncte einnehmen würde, wenn er diese mitlere Bewegung würklich hätte, und mit derselben in eben der Zeit herum käme, in welcher er seinen Umlauf in der That verrichtet, seinen **mitlern Ort.**

T.X F.138. §. 735. Dieser mitlere Ort ist leicht zu finden, wenn man nur den Zeitpunct weis, in welchem sich der Planet in einem bekanten Puncte seiner Bahn befindet; welcher Zeitpunct die Epoche heisset: und wir können hier den Punct der Bahn, welchen der Planet in derselben einnimmt, ihren Anfang nennen. Alsdenn wird der Ort des Planeten, welchen er am Ende eines gewissen von der Epoche an gerechneten Zeitraumes T hat, aus der bekanten Zeit seines Umlaufs P gefunden, wenn man spricht: wie P zur T, so 360° zu der Zahl der Grade und deren Theile, um welche der Planet in der Zeit T in seiner Bahn, vom Anfange derselben, fortgerücket ist. Diese Zahl wird grösser seyn als 360, wenn T grösser ist als P. Es kan aber, wenn dieses ist, die Zahl der Grade und deren Theile, um welche der Planet, von dem Anfange seiner Bahn, würklich nach der Morgenseite entfernet ist, gefunden werden, wenn man von derselben, so oft es sich thun läßt, 360 abziehet. Die Rechnung ist einerley, man mag den Umlauf auf die Fixsterne oder auf die Ecliptic beziehen, wenn nur P immer die Zeit bedeutet, von welcher die Rede ist: es wird aber dieselbe durch die Tafeln der mitlern Bewegung gar sehr erleichtert.

§. 736. Die mitlere Bewegung der Planeten kan unter andern gebraucht werden, die Entfernungen derselben von der Sonne, mit dem Abstande der Erde von derselben, ohne so gar grosse Fehler zu vergleichen. Denn wenn diese Bewegung würklich statt hätte; das ist, wenn die Planeten mit einer gleichförmigen Bewegung in der Fläche der Ecliptic Cirkel beschrieben, die ihren Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Sonne haben: so könte (*Fig.* 136, 137) für jeden Zeitpunct der Winkel PST gefunden werden, welchen die von der Sonne S nach der Erde T und nach dem Planeten P gezogene geraden Linien ST, SP mit einander einschliessen. Man müßte den Zeitpunct anmerken, in welchem sich der Planet das letztemal mit der Sonne in der Conjunction oder Opposition befunden hat, zusamt der Lage der Linie TO (*T.X.F.* 139. 140), in welcher sich diese Erscheinung zugetragen hat, weil die Mittelpuncte der Erde, der Sonne und des Planeten sich zugleich in derselben befunden haben. Ist nun in einer seit dem verflossenen Zeit die Sonne in S und der Planet in P fortgerückt, so daß dieser aus der Erde vor oder nach der Sonne gesehen wird, nachdem er sich geschwinder oder langsamer von Abend gegen Morgen beweget als diese; und man stellet sich durch S die QS der OT parallel gezogen vor: so ist QSP der Winkel, welchen

T. X. *Fig.* 139. 140.

chen der Planet, seit dem er die *OT* verlassen hat, um die Sonne *S* beschrieben hat; und dieser Winkel wird durch die mittlere Bewegung (735) gegeben. Der Winkel *QSR* aber, welchen die verlängerte *TS* mit eben der *QS* einschliesset, ist dem Winkel *OTS* gleich, welchen die Sonne in der Zeit beschrieben hat, in welcher sie aus *TO* in die *TR* übergegangen ist; und dieser kan, wenn er nicht sonst bekant ist, durch Beobachtungen gefunden werden, welche den Ort der Sonne beym Anfange und am Ende dieser Zeit angeben. Aus den beyden Winkeln *QSP* und *QSR* aber wird der Winkel *PSR*, welcher den *PST* zu zween rechten Winkeln ergänzet, gefunden, indem man den kleinern *QSP* oder *QSR* von dem grössern *QSR* oder *QSP* abziehet: und der Winkel *PTS*, welchen die Entfernung des Planeten von der Sonne, oder der Unterschied der Längen dieser beiden Körper misset, kan aus der beobachteten Länge des Planeten (354) wenn man dieselbe mit der Länge der Sonne zusammen hält, ebenfals geschlossen werden. Alsdenn aber sind in dem Dreyecke *PST* alle Winkel bekant, und die gesuchte Verhältniß der Seiten *SP* : *ST* wird durch die Verhältniß *sin STP* : *sin SPT* sogleich gegeben. *T. X. Fig.* 139. 140.

§. 737. Diese Rechnung ist in dem angenommenen Falle völlig richtig; und wenn man noch dazu die Zeit wählen wolte, da der Winkel *SPT* beynahe gerade ist, wie dieses bey der Berechnung der Entfernungen der Venus und des Mercurs oben geschehen ist: so würden nicht einmal die bey dem Winkel *PSR*, etwa begangene Fehler in die Verhältniß *SP* : *ST* einen grossen Einfluß haben. Da aber weder die Bahnen der Planeten in die Fläche der Ecliptic fallen, noch ihre Entfernungen von der Sonne immer einerley bleiben, noch auch die Winkel, welche sie in gleichen Zeiten um diese beschreiben, alle von eben der Grösse sind: so kan freylich dieser Weg nicht die richtigsten Bestimmungen geben. Wer ihn einschlagen wolte, würde sich blos durch die Verschiedenheit der herausgebrachten Verhältnisse überführen, daß die angenommenen mittlern Bewegungen nicht die wahren seyn können. Wolte er aber zu allen diesen Verhältnissen *SP* : *ST* den Durchschnitt nehmen, und dadurch eine Verhältniß herausbringen, welche gewissermassen zwischen denselben im Mittel stehet; so könte diese die mittlere Entfernung der Planeten von der Sonne mit der mittlern Entfernung der Erde von derselben genau genug vergleichen. Es würden aber die zu dieser Vergleichung dienende Zahlen, von den oben (722.) angesetzten, wenig verschieden seyn.

Relative

Relative Bewegung der Planeten in Ansehung der Erde.

T. X. Fig. 139. 140. §. 738. Wenn man die mittlere Bewegung der Planeten, wie man sich diese in der Fläche der Ecliptic vorstellet, mit der ebenfals mittlern Bewegung, vermittelst welcher die Sonne in der Zeit eines Jahres um unsern Wohnplatz herum zu kommen scheinet, mit der gehörigen Aufmerksamkeit zusammen hält, so werden die geschlungenen Wege begreiflich, in welchen dieselbe um eben die als unbeweglich betrachtete Erde zu gehen scheinen, indem sie sich bald mehr und bald weniger von dieser entfernen, bald von Abend gegen Morgen rechtläufig, bald aber von Morgen gegen Abend rückläufig sind, und zu gewissen Zeiten bey eben den Fixsternen stille stehen. Wir werden uns bey diesen Erscheinungen, welche unter den sonderbarsten sind, die wir bey den Planeten wahrnehmen, etwas aufhalten müssen, um sie, so weit es der Zweck erfordert, zur Deutlichkeit zu bringen.

§. 739. Es ist zuförderst anzumerken, daß vermittelst der bekanten Zeiten des Umlaufs zweener Körper, welche sich gleichförmig in Cirkelkreisen bewegen, die Verhältniß der Winkel, welche diese Körper in gleichen Zeiten um die Mittelpuncte ihrer Kreise beschreiben, gar leicht gefunden werde. Man kan sich die Halbmesser derselben als einander gleich vorstellen, damit die Winkel, von welchen die Rede ist, sich wie die in diesen Kreisen zugleich zurück gelegten Bogen verhalten, weil bey den Grössen der Winkel die Länge der Seiten überhaupt in keine Betrachtung komt. Ist nun T die Zeit, in welcher der eine Körper ganz herum komt, und also um den Mittelpunct einen Winkel beschreibet, der vier rechten Winkeln gleich ist, und durch 360 Grade gemessen wird, A aber der Winkel, welchen dieser Körper in der Zeit H machet, so gros oder klein auch diese seyn mag, in dem t und a eben diese Dinge für den andern Körper bedeuten: so ist weil die Bewegungen gleichförmig sind, und A, a ebenfals durch Grade und deren Theile ausgedruckt werden sollen, $A : 360 = H : T$, und $360 : a = t : H$, woraus folget $A : a = t : T$. Es verhalten sich nehmlich die in eben der Zeit H von den Körpern beschriebene Winkel, wie die Zeiten des Umlaufs verkehrt genommen.

§. 740.

§. 740. Wenn wir nun dieses auf die Sonne und die Planeten anwenden, und setzen daß jene in der Zeit von 365 Tägen, 5 Stunden und 49 Minuten in der Ecliptic herum komme, weil es hier nicht nöthig ist genauer zu rechnen, so beträgt diese Zeit 525949 Minuten; die Zeit des Umlaufs des Mercurs nach der Ecliptic aber beträgt deren 126674. Wie sich nun die erste dieser Zahlen zu der zweiten verhält, so verhält sich der Winkel, welchen der Mercur in einer gewissen Zeit um die Sonne beschreibt, zu demjenigen, welchen diese in eben der Zeit um die Erde machet. Wird also die Zahl 525949 durch 126674 getheilet, so zeiget der Quotient 4,152, daß Mercur etwas über 4 Grade und 15 hundertel eines Grades beschreibe, indem die Sonne in der Ecliptic um einen Grad fortrücken würde, wenn ihre mitlere Bewegung die wahre wäre: und überhaupt ist 1 : 4,152 die Verhältniß der von der Sonne und dem Mercur zugleich beschriebenen Winkel. Auf eben die Art wird diese Verhältniß für jeden der übrigen Planeten gefunden. Es komt dabey blos auf die Zahl an, welche den Winkel des Planeten ausdrücket, wenn der von der Sonne beschriebene Winkel 1 ist, und diese Zahl wollen wir p nennen. Es giebt aber die Rechnung. T.X.F.139. 140.

für den ☿, $p = 4{,}152$.

für die ♀, $p = 1{,}625$.

für den ♂, $p = 0{,}531$.

für den ♃, $p = 0{,}084$.

für den ♄, $p = 0{,}034$.

§. 741. Hieraus ist ferner die Verhältniß des Winkels OTR (*T. X. Fig.* 139, 140.) oder QSR zu dem Winkel RSP zu finden, um welchen sich der Planet von der Sonne, oder diese von jenem entfernet hat, indem die Sonne von der obern Conjunction in TO bis in TR übergegangen ist. Wenn nehmlich der Winkel QSP grösser ist als QSR, und also $RSP = QSP - QSR$, so folgt aus der Proportion $QSR : QSP = 1 : p$ diese andere, $QSR : RSP = 1 : p - 1$; ist aber der Winkel QSP der kleinere, und also $RSP = QSR - QSP$, so wird aus eben der Proportion geschlossen: $QSR : RSP = 1 : 1 - p$. Man kan die letztere dieser Differenzen $1 - p$ sowol als die T.X.F.139. 140.

T. X. Fig 139. 140. erste $p - 1$ durch n bezeichnen, und überhaupt setzen $n = p - 1$, wenn man nur anmerket, daß in dem Falle, da p kleiner ist als 1, und also n negativ wird, der Winkel RSP von der SR zurück nach TO getragen werden müsse, da er ausserdem vorwärts fält. Alsdenn ist die Zahl n, für den Mercur = 3,152 für die Venus = 0,625, für den Mars = — 0,469, für den Jupiter = — 0,916, und für den Saturn = — 0,966, und man kan überhaupt setzen $n.\ QSR = RSP$.

§. 742. Vermittelst dieser Zahlen wird nun berechnet, wie weit die Sonne in ihrer Bahn fortgehen müsse, wenn der Winkel RSP eine gewisse Grösse erhalten sol. Wird diese Grösse durch 180 Grade angegeben, so ist der Planet wieder in die ST gekommen, zwischen S und T, wenn seine Entfernung von der Sonne SP kleiner ist als ST, die Entfernung der Erde von derselben, sonst aber ausser dem Puncte T. Der erstere Fal giebt eine untere Zusammenkunft mit der Sonne, der andere aber einen Gegenschein. Wird aber der Winkel RSP durch 360° gemessen, so ist der Planet, er mag mehr oder weniger von der Sonne entfernet seyn als die Erde, wieder in der nach der Seite R verlängerten SR anzutreffen, und wir sehen ihn in der Conjunction mit der Sonne. Wenn also gefragt wird, um wie viele Grade die Sonne in der Zeit fortrücken müsse, in welcher der Mercur mit seiner mitlern Bewegung von einer seiner obern Conjunctionen mit derselben bis zur nächsten untern gelanget: so wird aus $n.\ QSR = RSP$ für den gegenwärtigen Fal $3{,}152 \times QSR = 180°$, und also $QSR = 57°{,}1$. Sol der Planet von dannen bis wieder zur obern Zusammenkunft gelangen, so muß die Sonne um eben so viel fortrücken, und also von einer obern Zusammenkunft bis zur nächsten etwas mehr als 114,2 Grade in ihrer Bahn zurücklegen, das ist 114 Grade 12 Minuten und etwas drüber.

§. 743. Aus eben den Gründen wird für die Venus $0{,}625.\ QSR = 180$, und also $QSR = 288$. So viele Grade muß also die Sonne in der Zeit durchlaufen, in welcher die Venus von ihrer obern Zusammenkunft mit derselben bis zur untern gelangt: und doppelt so viel, nehmlich 576, von einer obern oder untern Conjunction bis zur andern; also 216 Grade mehr, als den ganzen Umkreis. Für den Mars wird $0{,}469.\ QSR = 180$, und also QSR beynahe 383,8, welche Zahl von Graden den Umkreis um 23 Grade 48 Minuten

nuten übertrift. Um so viel muß die Sonne in der Zeit fortrücken, in welcher dieser Planet, von seiner Zusammenkunft mit derselben, bis zum Gegenschein gelanget, und noch um eben so viel, indem er von dannen bis zur nächsten Conjunction übergehet. T. X. Fig. 139, 140. Für den Jupiter giebt 0,916. $QSR = 180$, genau genug $QSR = 196{,}5$, und für den Saturn wird aus 0,966. $QSR = 180$ geschlossen $QSR = 186{,}3$ welche Zahlen eben so zu erklären sind. Ueberhaupt braucht ein Planet eine desto längere Zeit von einer seiner Zusammenkünfte bis zur nächsten zu gelangen, je kleiner n, das ist, je weniger die Zeit seines Umlaufs von der Zeit des Umlaufs der Sonne verschieden ist.

Relative Bahnen der untern Planeten.

§. 744. Vermittelst eben dieser Zahlen p und n, können, mit Zuziehung derjenigen, so die Entfernungen der Planeten von der Sonne angeben, die Wege verzeichnet werden, welche die Planeten um die Erde zu nehmen scheinen, und würklich nehmen würden, wenn der Mittelpunct der Erde ohne Bewegung wäre. Mercur mag zum ersten Beyspiele dienen. Die Entfernung desselben von der Sonne beträgt vier Theile, deren zehen die Entfernung der Erde von der Sonne ausmachen. Werden also (T.X.F.141) auf eine gerade Linie TA von T T.X.F.141. nach A zehn gleiche Theile von beliebiger Grösse, und von dannen in C noch vier andere getragen, so kan C den Ort des Mercurs, und A den Ort der Sonne, zur Zeit einer obern Zusammenkunft jenes Planeten mit dieser vorstellen. Der um T mit der Oefnung TA beschriebene Cirkelkreis ist alsdenn die Bahn der Sonne, von welcher der Bogen AB von 114 Graden und 12 Minuten abgeschnitten werden muß, um den Ort der Sonne B zu erhalten, in welchem sie sich in der nächsten obern Zusammenkunft des Mercurs befindet. Wird also TBD gezogen, und in derselben BD der AC gleich gemacht; so ist D die Stelle des Mercurs bey dieser Zusammenkunft. Wird aber der Winkel ATB, in zween gleiche Theile getheilet, und in dem Radius, welcher diese Theilung verrichtet, TE dem Unterschiede $TA - AC$, und also sechs Theilen der TA gleich gemacht, so ist E der Ort des Mercurs in dem Augenblicke der untern Conjunction, welche zwischen den beyden obern in TC und TD geschiehet. Es hat sich also dieser Planet in der Zeit, in welcher die Sonne den Theil ihrer Bahn AB beschrieben hat, aus C durch E nach D beweget,

T.X.F.141. §. 745. Um nun aber so viele andere Puncte dieses Weges zu finden, als zur Verzeichnung desselben nöthig erachtet werden, nehme man für jedes derselben den Ort der Sonne S nach Belieben, und ziehe TSR. Man mache $1 : n = ATS : RSP$, indem man immer n die Zahl 3,15 gelten lässet, und machet $SP = CA$. Alsdenn ist P der Ort, welchen der Mercur einnimt, indem sich die Sonne in S befindet: und es kan der Weg desselben durch eine hinlängliche Menge dergestalt entdeckter Puncte genau genug beschrieben werden; da denn sichtlich wird, wie sich dieser Weg in der Mitte zwischen C und D umschlinget. Wird aber auch TP gezogen, in welcher Linie der Planet einem in den Mittelpunct der Erde gesetzten Auge erscheinen muß, und der Planet samt dieser Linie TP nach und nach in der Einbildung von C durch E nach D fortgerückt, so begreift man die besondern Umstände, die bey der Bewegung dieses Planeten vorkommen, ganz deutlich.

§. 746. Die geraden Linien TF, TG berühren die Bahn CED, die eine bey F und die andere bey G, und zwar so, daß die Winkel FTE, GTE gleiche Grössen bekommen: wie denn überhaupt die Theile der Bahn CFE und DGE einander völlig gleich und ähnlich sind. Dieses siehet man am deutlichsten, wenn man sich die Mühe giebt diese Linie CED selbst mit einiger Aufmerksamkeit zu verzeichnen. Gehet nun der Planet von C bis nach F, so erscheinet uns seine Bewegung nach der Morgenseite gerichtet, und wir nennen ihn rechtläufig, weil diese Richtung der Wahrheit gemäß ist. Die Winkel aber, welche er in einer gesetzten Zeit, einem Tage oder einer Stunde, um die Erde T beschreibt, sind bey C die grösten, und werden von dannen nach F zu immer kleiner und kleiner, so daß daselbst der Planet in dieser Zeit nur sehr wenig fortzurücken scheinet. Endlich werden diese Winkel bey F, da der Planet fast gerade nach der Erde zu gehet, ganz und gar unmerklich, und der Planet scheinet stillezustehen. Doch bald hernach entfernet er sich wieder von der Tangente TF nach E zu, und scheinet also den Bewohnern der Erde von Morgen gegen Abend zurückzugehen. Die Winkel, welche er mit dieser rückläufigen Bewegung in der gesetzten Zeit beschreibet, wachsen bis zur untern Zusammenkunft bey E. und nehmen von diesem Puncte bis an G wieder ab, so daß sie endlich unmerklich werden, und der Planet bey G abermal eine Zeit lang stille zu stehen scheinet. Bald darauf wird der Planet wieder rechtläufig, und gehet bis zu dem Puncte seiner nächsten Zusammenkunft

menkunft mit der Sonne, welches *D* ist, nach Morgen fort, so daß zugleich die um *T* in der gesetzten Zeit beschriebene Winkel beständig zunehmen. Alles dieses siehet man leicht, wenn man sowol auf die Bewegung der Sonne in ihrer Bahn, als auch auf die Bewegung des Planeten um dieselbe, oder auf die beyden nach eben der Seite zugleich beschriebene Winkel *ATS* und *RSP*, gehörig acht hat. *T.X.F.141.*

§. 747. Die Rede ist hier immer von der mitlern Bewegung, und den daraus folgenden Erscheinungen, welche jedoch mit denjenigen, die aus der wahren Bewegung fliessen, in den vornehmsten Umständen übereinkommen müssen, und überhaupt, auch der Zeit nach, von denselben nicht gar sehr verschieden seyn können. Mit dieser mitlern Bewegung würde der Planet von *D* an einen Weg beschreiben, welcher dem *CED* in allen Stücken gleich und ähnlich ist, und von dem Ende desselben, den dritten, und so immer fort. Da aber der Bogen *AB* 114 Grade und 12 Minuten beträgt, und also kleiner ist als der dritte Theil des ganzen Umkreises, aber grösser als der vierte: so kan, nachdem die Sonne ihren ganzen Umlauf verrichtet hat, und wieder in *A* gekommen ist, die scheinbare Bahn des Mercurs nicht wieder bey *C* an den Theil derselben *CED* anschliessen: wodurch der scheinbare Weg eines jeden Jahres von dem scheinbaren Wege des vorigen, ganz und gar verschieden wird. Erst nach vielen Jahren, würde der Mercur wieder, so zu reden, in die vorige Gleisse kommen, und auch dieses nur, wenn die mitlere Bewegung würklich stat hätte. Mit seiner wahren Bewegung würde er den geschlungenen Weg, welchen er in einem Jahre um die Erde genommen hat, allem Ansehen nach niemals mit eben den Umständen wieder gehen. Alles dieses ist auch von der Venus zu sagen: nur ist bey derselben der Bogen *AB*, welchen die Sonne in ihrer Bahn von einer obern Zusammenkunft bis zur nächsten beschreiben muß, viel grösser, nehmlich von 288 Graden. Weil aber 288 Grade fünfmal genommen, genau so viel geben, als der ganze Umkreis von 360 Graden viermal, so würde, wenn die mitlern Bewegungen würklich stat hätten, sich die obere Zusammenkunft dieses Planeten nach jeden vier Jahren wieder bey eben dem Puncte der Ecliptic zutragen, und es würde derselbe in diesem Zeitraume immer eben dieselbe Bahn wiederhohlen.

Relative Bahnen der obern Planeten.

§. 748. Fast auf eben die Art werden auch die Wege verzeichnet, in welchen die obern Planeten, Mars, Jupiter und Saturn, um die Erde gehen oder zu gehen scheinen: und es kan hier Jupiter zu einem Beyspiele dienen. In der Zeit, in welcher dieser Planet von seiner Zusammenkunft mit der Sonne bis zu der darauf folgenden gelanget, gehet diese in ihrer Bahn 393 Grade fort, welches um 33 Grade mehr ist, als der ganze Umkreis. Wenn also (*T. X. Fig.* 142.) wieder *T* die Erde, und der um diesen Punct gezeichnete Kreis die Bahn der Sonne vorstellet, in welcher diese bey *A* befindlich ist, indem Jupiter in der verlängerten *AB* sich bey *C* aufhält: und man leget von *A* nach der Morgenseite den Bogen *AB* von 33 Graden, so ereignet sich die nächste Conjunction in der geraden Linie *TBD*, in dem Augenblicke, in welchem die Sonne das Punct *B*, Jupiter aber *D* erreichet. Die Zeit, in welcher der Planet aus *C* in *D* übergegangen ist, ist diejenige, in welcher die Sonne, ausser den ganzen Umkreis *ABHA*, noch den Bogen *AB* beschrieben hat. Wird also dieser ganze Weg in zwo Hälften getheilet, (welches geschiehet, wenn man nur den Bogen *AB* oder den Winkel *CTD* dergestalt theilet, und dadurch das Punct *H* bestimmet, welches allerdings den Bogen *ABH* halb so gros machen wird, als *ABHAB*): so befindet sich die Sonne in der Mitte der Zeit, die zwischen den zwo Conjunctionen verfliesset, in *H*: und, weil in diesem Zeitpuncte der Planet der Sonne gerade entgegen stehet, so ist dieser in der nach der Seite *T* verlängerten *HT* anzutreffen, und sein Ort *E* wird völlig bestimt, wenn man *HE* der *AC* oder *BD* gleich machet. Denn es wird gesetzt, daß die Entfernungen der Planeten von der Sonne immer dieselben bleiben.

T. X. Fig. 142.

§. 749. Es ist also Jupiter, in Absicht auf die in *T* ruhende Erde, von *C* durch *E* nach *D* gegangen. Die übrigen Puncte dieses Weges aber, welchen er würklich, oder nur dem Scheine nach, genommen hat, werden also gefunden. Man nimt einen Ort der Sonne *S* in ihrer Bahn nach Belieben an, und ziehet durch denselben *TR*. An diese *TR* setzet man, und zwar hier (741) nach der Abendseite, den Winkel *RSP*, welcher sich zu dem Winkel *ATR* wie 0,916 zu 1, und überhaupt für jeden andern der obern Planeten, wie *n* zu 1 verhalte, dergestalt, daß seine Spitze in *S* falle. Man mache $SP = AC = BD$, alsdenn ist *P* der mitlere Ort des Planeten. Eben so

findet

findet man einen jeden andern Punct der Bahn *CED*. Die Winkel *ATS* werden nach und nach groß, und übertreffen, zween, vier oder mehr rechte Winkel, indem ihre Bogen über 180; 360 und mehr Grade bekommen. Es kan aber dieses keine Irrung verursachen, wenn man nur immer den *RSP*, so gros er auch seyn mag, von Morgen gegen Abend an die *SR* ansetzet. *T. X. Fig.* 142.

§. 750. Der Planet hat in der Zeit, in welcher er aus *C* in *P* übergegangen ist, um die Erde den Winkel *CTP* beschrieben. In einer andern Zeit beschreibet er einen andern dergleichen Winkel, von einem gewissen Puncte seiner Bahn, welches man anstat *C* annehmen muß. Werden nun wieder gleiche Zeiten genommen, Täge oder Stunden, in welchen diese Winkel zurückgelegt worden; so folget aus den beyden Bewegungen, der Sonne um die Erde und des Planeten um die Sonne, daß auch hier die in diesen gleichen Zeiten beschriebene Winkel, von *C* bis an *F*, alwo die Bahn von der *TF* berühret wird, immer abnehmen, und daß, in diesem Verstande, der Planet in dem Theile seiner Bahn *CF* immer langsamer und langsamer gehe. Bey dem Berührungspuncte *F* stehet er gar stille, und dieses desto länger, je langsamer sein Umlauf um die Sonne ist. Darauf gehet er von *F* durch *E* bis in *G*, alwo die Bahn abermal von der aus dem Mittelpuncte der Erde gezogenen *TG* berühret wird, dem Ansehen nach zurück, anfangs sehr langsam, und hernach desto geschwinder, je mehr er sich dem *E* nähert, alwo er mit seiner rückläufigen Bewegung, in der gesetzten Zeit, den allergrößten Winkel um die Erde machet. Denn von diesem Puncte *E* an gegen *G* nehmen diese Winkel wieder ab, der Planet gehet immer langsamer und langsamer, bis er endlich bey *G* abermal eine Zeit lang stille zu stehen scheinet; worauf er wieder rechtläufig wird, und bis zu dem Puncte seiner nächsten Conjunction *D* mit einer beständig zunehmenden Geschwindigkeit fortrücket, so nehmlich, daß die Winkel, welche er in der gesetzten Zeit um die Erde machet, von *G* bis *D* immer grösser und grösser werden.

§. 751. Der Weg, welchen der Planet von *D* bis zu der nächsten Zusammenkunft mit der Sonne zu nehmen scheinet, ist dem gezeichneten *CED* gleich und ähnlich, und wird mit einer auf eben die Art abnehmenden und wachsenden Geschwindigkeit beschrieben. Also ist der ganze Weg, welchen Jupiter in der Zeit seines ganzen Umlaufs um die Sonne, von beynahe zwölf Jahren, um die Erde zu nehmen scheinet, von einer Zusammenkunft bis zur andern, aus dergleichen geschlungenen Theilen zusammen gesetzt, deren letzter jedoch keinesweges bey *C* wieder an den Anfang des ersten anschliesset.

T. X. Fig. 142. anschliesset. Denn da der Bogen *AB*, welcher den Winkel *CTD* misset, in welchen der Theil der Bahn *CED* fallen muß, eilfmal genommen 363° giebt, an stat 360°, welche den Umfang eines Cirkels ausmachen; so ist es nicht möglich eilf Winkel von der Grösse des *CTD* rings um *T* zu setzen, welches doch seyn müste, wenn das Punct *D* des letzten in das Punct *C* des ersten fallen solte. Es müste demnach auch Jupiter, selbst in dem Falle, wenn er sich nach dem hier angenommenen einfachen Gesetzen bewegte, bey jedem Umlaufe um die Sonne andere und andere Wege um die Erde nehmen, wenn diese würklich in *T* ruhen solte: und noch vielmehr müste dieses bey seiner wahren Bewegung geschehen, deren Bahn nicht einmal in die Fläche der Ecliptic fält. Von dem Mars und Saturn ist, aus eben dergleichen Gründen, eben das zu schliessen.

Die Winkel, in welchen ein Planet vor sich oder zurückgehet.

§. 752. Bey dem allen lassen sich, aus dem bisher angenommenen, die Winkel, welche ein Planet um die Erde beschreibt, so lang er rechtläufig ist, zusamt T. X. Fig. 141. 142. den Winkeln *FTG*, (*T. X. Fig.* 141. 142.) in welchen er von Morgen gegen die Abendseite zurückzugehen scheinet, mit so vieler Richtigkeit berechnen, als bey einer Sache nöthig ist, die uns überhaupt so sehr nicht angehet, und in das übrige keinen grossen Einfluß hat. Es komt alles auf die Grösse der Winkel *FTE* und *ETG* an, welche die Linien *TF*, *TG*, so die Bahn bey *F* und *G* berühren mit der *TE* einschliessen. Wir haben geschlossen, daß diese Winkel gleich sind, und man siehet dieses auch sehr deutlich, wenn man erweget, daß der Planet eben die Bahn beschreiben würde, wenn er sich, samt der Sonne, aus der Linie *TD* zurück nach *TC* bewegte, welche er beschreibt, indem er aus *TC* vorwärts nach *TD* gehet. Denn daraus folgt, daß der Theil der Bahn *DGE* sich von der Linie *TD* an volkommen so verzeichnen lasse, wie der Theil *CFE* verzeichnet wird, wenn man den Anfang bey *TAC* machet.

§. 753. Wenn wir nun in den beyden Zeichnungen das Maaß des Winkels *RSP* durch x, andeuten, das Maaß des Winkels *SPT* durch y, und das Maaß des Winkels *STP* durch z, so ist immer $x = y + z$. Denn es ist niemals nöthig, daß man den Winkel *RSP* grösser annehme, als zween rechte Winkel. Wächset also das Maas x um den sehr kleinen Bogen dx, indem zu y der ebenfals sehr kleine Bogen dy, und zu z der dz nach dieser oder jener Seite gesetzt werden, so daß die Bogen y, z dadurch beide wachsen, oder der eine wächst, indem der andere abnimt: so ist auch $x + dx = y + dy + z + dz$, und folgendes $dx = dy + dz$.

§. 754.

§. 754. Wird nun ferner TS die Entfernung der Erde von der Sonne a, und PS die Entfernung des Planeten von derselben b genennet; so ist $a : b = \sin y : \sin z$. Und weil auch diese Proportion beständig richtig bleiben muß, so gros oder klein auch die $\sin y$ und $\sin z$ nach und nach werden mögen, so muß; wenn $d(\sin y)$ die Kleinigkeit bedeutet, um welche der $\sin y$ wächst oder abnimt, indem seinem Maasse der kleine Bogen dy zugesetzt oder entzogen wird, und $d(\sin z)$ sich auf den $\sin z$ eben so beziehet, auch seyn $a : b = d(\sin y) : d(\sin z)$. Nun wissen wir auch, daß $d(\sin y) = \cos y . dy$, das heisset, daß wenn der Radius des Cirkels, aus welchem die Maasse x, y, z und deren Sinus genommen werden, 1 genennet wird, die Proportion $1 : \cos y = dy : d(\sin y)$ richtig seyn werde, und so auch $d(\sin z) = \cos z . dz$. Wenigstens wird dieses von so kleinen Bogen, als dy, dz sind, gar leicht erwiesen, und man kan es selbst aus dem (108) angegebenen Satze, $\sin (N + n) = \sin N + n . \cos N$, schliessen, wenn man nur z anstat N, und dz anstat n schreibet. Denn man erhält dadurch $\sin (z + dz) = \sin z + dz . \cos z$, oder $\sin (z + dz) - \sin z = \cos z . dz$. Nun ist $\sin (z + dz) - \sin z$ nichts anders, als $d(\sin z)$, also auch $d(\sin z) = \cos z . dz$, und so $d(\sin y) = \cos y . dy$. Vermöge dieser Gleichheit ist demnach auch $a : b = \cos y . dy : \cos z . dz$, oder $a . \cos z . dz = b . \cos y . dy$. Weil aber aus dem vorigen $dy = dx - dz$, so wird auch, wenn man dieses für jenes setzet, $a . \cos z . dz = b . \cos y . dx - b . \cos y . dz$. und also $a . \cos z . dz + b . \cos y . dz = b . \cos y . dx$, oder $(a . \cos z + b . \cos y) dz = b . \cos y . dx$, woraus folget:

$$dz = \frac{b . \cos y}{a . \cos z + b . \cos y} . dx.$$

Um dieses dz muß das Maas des Winkels STP zunehmen, indem x um den kleinen Bogen dx anwächset.

T. X. Fig. 141. 142.

§. 755. Nun ist auch $RSP : ATS = n : 1$, und also das Maas des Winkels ATS, welchen die Sonne von dem Puncte der obern Zusammenkunft des Planeten mit derselben, um die Erde T beschrieben hat, $\frac{x}{n}$, welches um $\frac{dx}{n}$ anwächset, indem zu x der Zusatz zu dx hinzu komt. Demnach bestehet, wenn P einer der untern Planeten ist, der Winkel CTP aus den zween Theilen, deren Maasse sind, $\frac{x}{n}$ und z, und es wird in der Zeit, in welcher x um dx

T. X. Fig. 141. 142. anwächset, das Maaß dieses Winkels CTP um $\frac{dx}{n} + dz$ vermehret, oder vermindert. Sol also der Winkel in dieser Zeit keine Veränderung leiden, so muß $\frac{dx}{n} + dz$ nichts seyn. Und dieses ist der Umstand, um welchen es uns zu thun ist. Denn es wird, indem der Planet in seiner Bahn CED fortrücket, der Winkel ATP immer geändert, so lange die durch denselben gezogene gerade Linie, welche die Bahn berühret, nicht durch T gehet, und also mit der FT oder GT zusammen fält. Es giebt aber $\frac{dx}{n} + dz = 0$, oder $dx + ndz = 0$ wenn man anstat dz seinen Werth setzet, $dx + \frac{nb.\ cos\ y}{a.\ cos\ z + b.\ cos\ y} dx = 0$, woraus folget: $a.\ cos\ z + b.\ cos\ y + nb.\ cos\ y = 0$, oder (weil $n = p - 1$, und also $1 + n = p$), $a.\ cos\ z + pb.\ cos\ y = 0$; welche Gleichung, mit der bekanten $a.\ sin\ z = b.\ sin\ y$ zusammen genommen, die durch y und z gemessene Winkel völlig bestimmet.

§. 756. Ist aber der Planet einer der obern, so ist $CTP = CTR - RTP$, und wird durch $\frac{x}{n} - z$ gemessen. Dasjenige also, um welches dieses Maaß verändert wird, indem x den Zusatz dx bekomt, ist $\frac{dx}{n} - dz$, und dieses muß Nichts seyn, wenn sich der Planet bey den Puncten seiner Bahn F und G befindet, in welchen er der Erde stille zu stehen scheinet. Wird aber auch in dieser Gleichung $\frac{dx}{n} - dz = 0$, oder $dx - ndz = 0$, anstat des dz sein gefundener Werth gesetzt, so komt: $dx - \frac{nb.\ cos\ y}{a.\ cos\ z + b.\ cos\ y} . dx = 0$, woraus folget: $a.\ cos\ z + b.\ cos\ y - nb.\ cos\ y = 0$. Nun ist aber in dem gegenwärtigen Falle $n = 1 - p$, und also $p = 1 - n$, woraus folget: $b.\ cos\ y - nb.\ cos\ y = pb.\ cos\ y$, welches in der Gleichung an den gehörigen Ort gesetzt, dieselbe zu $a.\ cos\ z + pb.\ cos\ y = 0$ verkürzet, so mit dem zu den erstern Fall gefundenen, völlig überein komt.

§. 757.

§. 757. Weil also auch nunmehro $a.\ sin\ z = b.\ sin\ y$; so werden die zu den Maassen y und z gehörigen Winkel in den beyden Fällen auf einerley Art bestimmet; und dieses geschiehet also. Aus $a.\ cos\ z + pb.\ cos\ y = 0$ wird geschlossen, $a.\ cos\ z = -pb.\ cos\ y$. Wird nun der Winkel verlangt, welchen y misset, so können die Quadrate der Glieder beyder Gleichungen genommen werden, wodurch heraus gebracht wird: $a^2(cos\ z)^2 = p^2b^2(cos\ y)^2$ und $a^2(sin\ z)^2 = b^2(sin\ y)^2$. Werden nun die erstern dieser Quadrate sowol als die letztern zusammen gesetzt, so komt: $a^2(cos\ z)^2 + a^2(sin\ z)^2 = p^2b^2(cos\ y)^2 + b^2(sin\ y)^2$. Nun ist $(cos\ z)^2 + (sin\ z)^2 = 1$, und also $a^2(cos\ z)^2 + a^2(sin\ z)^2 = a^2$, wie auch $(sin\ y)^2 = 1 - (cos\ y)^2$, welches diese Gleichung in die folgende verwandelt: $a^2 = p^2b^2(cos\ y^2) + b^2 - b^2(cos\ y)^2$, die auch also geschrieben werden kan, $a^2 - b^2 = (p^2b^2 - b^2)\ cos\ y^2$. Hieraus wird gefunden, $(cos\ y)^2 = \frac{a^2 - b^2}{p^2b^2 - b^2} = \frac{a^2 - b^2}{(p^2-1)b^2}$; und nunmehro ist die Berichtigung der Vorschrift, welche den $cos\ z$ geben sol, gar leicht: man darf nur den eben gefundenen Werth des $(cos\ y)^2$ in der Gleichung $a^2(cos\ z)^2 = p^2b^2(cos\ y)^2$ an die gehörige Stelle setzen, und dadurch herausbringen $a^2(cos\ z)^2 = \frac{p^2(a^2 - b^2)}{p^2 - 1}$, so siehet man alsbald, daß seyn werde $(cos\ z)^2 = \frac{p^2(a^2 - b^2)}{a^2(p^2 - 1)}$.

T. X. Fig. 141, 142.

Berechnung der Winkel des Rücklaufs.

§. 758. Die Anwendung dieser Regeln hat wenige Schwürigkeit, wenn wir nur anmerken, daß wenn P einer der untern Planeten ist, welcher sich bey F befindet, der zu diesem Stande gehörige Winkel SPT stumpf seyn werde, STP aber spitzig; und also y grösser als ein Quadrant, z aber kleiner: da im Gegentheil, wenn P einer der obern Planeten ist, der sich bey F aufhält, der aus dem SPT gewordene Winkel, welchen die von F nach dem Orte der Sonne gezogene gerade Linie mit der FT einschliesset, spitzig ist, und STP, welcher sich in einen Winkel verwandelt hat, der nicht viel kleiner ist als FTH, stumpf; dennoch y kleiner als ein Quadrant, z aber grösser. Denn man muß dieses zur völligen Bestimmung dieser Bogen voraus wissen, weil die Zeichen $+$, $-$, welche sonst einen durch seinen Cosinus angegebenen Bogen, der kleiner ist als

T. X. Fig. 141. 142. ein Quadrant, von einem grössern hinlänglich unterscheiden, beym Ausziehen der Quadratwurzel, die hier vorzunehmen ist, zweifelhaft bleiben. Denn wenn gesetzt wird $q^2 = \frac{aa - bb}{pp - 1}$, oder, welches eben das ist, $q^2 = \frac{bb - aa}{1 - pp}$, so wird $(\cos y)^2 = \frac{qq}{bb}$, und $(\cos z)^2 = \frac{p^2q^2}{a^2}$, also $\cos y$ sowol $= -\frac{q}{b}$, als $\cos y = +\frac{q}{b}$, und $\cos z$ sowol $= -\frac{pq}{a}$, als $\cos z = +\frac{pq}{q}$. Aus der, so weit als geschehen ist, bestimten Grösse der Bogen y und z aber ist klar, daß für die untern Planeten seyn werde, $\cos y = -\frac{q}{b}$, und $\cos z = +\frac{pq}{a}$, und für die obern, $\cos y = +\frac{q}{b}$ und $\cos z = -\frac{pq}{a}$.

§. 759. Weil nun aber $aa - bb = (a+b)\times(a-b)$, wie auch $pp - 1 = (p+1)\times(p-1)$, so kan q immer vermittelst der Logarithmen gefunden werden, indem aus $qq = \frac{aa - bb}{pp - 1}$ wird $2lq = l(a+b) + l(a-b) - l(p+1) - l(p-1)$, woraus denn lq leicht zu haben ist. Alsdenn wird der Bogen y gefunden, wenn man machet: wie b zu q so der Radius zu $\cos y$. Wird nun hier ohne Beyhülfe der Logarithmen gerechnet, so ist, weil der Radius 1 ist, nichts nöthig, als die Zahl q durch b zu dividiren. Will man sich aber auch nunmehro der Logarithmen bedienen, so ist zu merken, daß in den gewöhnlichen Tafeln der Logarithmus des Radius die Zahl 10 sey, und also genommen werden müsse $l\cos y = 10 + lq - lb$, und so auch $l\cos z = 10 + lp + lq - la$, weil nunmehro die Proportion wie a zu pq so der Radius zu $\cos z$ gebraucht werden muß.

§. 760. Aus den dergestalt entdeckten beyden Maassen y und z wird x alsbald gefunden, da $x = y + z$, und aus diesem ferner $\frac{x}{n} = \frac{y+z}{n}$ heraus gebracht, welches das Maaß des Winkels ATF ist, den die Sonne von dem Puncte ihrer Zusammenkunft mit dem Planeten A (welche, wenn dieser einer der untern ist, eine obere Zusammenkunft seyn muß) um die Erde beschreibet, indem der Planet zugleich aus dem Puncte C bis an F fortrücket (755). Es ist

also die Zeit dieser Bewegung aus der mitlern Bewegung der Sonne zu haben, da sie sich zu der ganzen Zeit des Umlaufs wie $\frac{x}{n}$ zu 360 Graden verhält. Sie ist die Hälfte derjenigen, in welcher der Planet rechtläufig ist, indem er von dem Puncte C bis in D übergehet. Und da der Winkel CTE ebenfals bekant ist (742), und also die Zeit berechnet werden kan, welche die Sonne brauchet aus der TC in TE über zu gehen, indem der Planet den Weg CFE beschreibet; so darf nur die zuerst gefundene Zeit von dieser abgezogen werden, um diejenige heraus zu bringen, in welcher der Planet von F bis E zurück läuft, welche wieder die Hälfte der ganzen Zeit ausmacht, in den er sich rückwärts von F durch E bis G beweget. T. X. Fig. 141. 142.

§. 761. Es wäre zu weitläuftig hier diese Rechnungen für alle Planeten auszuführen. Ein einziges Beyspiel mag genug seyn, und wir wollen dazu die Venus nehmen, für welche $b = 7$, indem a beständig $= 10$ ist, wodurch wird $a + b = 17$, und $a - b = 3$. Ferner ist für diesen Planeten $p = 1,625$, und also $p + 1 = 2,625$, $p - 1 = n = 0,625$. Nun ist $l\,17 = 1,2304489$, und $l\,3 = 0,4771213$, deren Summe giebt $l(aa - bb) = 1,7075702$. Ferner ist $l.\ 2,625 = 0,4191293$, und $l.\ 0,625 = -1,795800$, durch deren Addition entstehet $l(pp - 1) = 0,2150093$. Wird nun dieser Logarithme von dem zuerst heraus gebrachten abgezogen, so bleibet übrig $2lq = 1,4925609$, dessen Hälfte giebt $lq = 0,7462804$, und $10 + lq = 10,7462804$. Auf eben die Art wird $10 + lq$ gefunden für den Mercur $= 10,3568585$; für den Mars $= 11,1203810$; für den Jupiter $= 11,7093581$; und für den Saturn $= 11,9755553$.

§. 762. Nun ist ferner zur Venus $lb = 0,8450980$, welcher von $10 + lq$ abgezogen, den $l.\ cos\ y$ übrig läßt, welcher demnach $= 9,9011824$. Dieser Cosinus gehöret zu dem stumpfen Winkel von 142 Graden und 47 Minuten, wodurch also y gegeben wird. Wird aber zu eben dem $10 + lq$ der $l\frac{p}{a}$ hinzu gesetzt, welcher ist $= 1,2108534$, so kömt $l\ cos\ z = 9,9571338$, welcher anzeiget $z = 25°,2'$. Die Summe der beiden dergestalt entdeckten Bogen $y + z$ ist $= x$; und also für die Venus $x = 167°,49'$. Für den Mercur aber wird durch eben die Rechnung gefunden: $y = 124°,38'$; $z = 19°,13'$,

T. X. Fig. 141. 142. 19°,13′, und $x = 143°,51′$; für den Mars $y = 28°,25′$; $z = 134°$, 28′ und $x = 162°,53′$; für den Jupiter $y = 10°$; $z = 115°,28′$ und $x = 125°,28′$; und für den Saturnus $y = 5°,43′$; $z = 108°,45′$; $x = 114°,28′$.

§. 763. Wir haben gesehen, daß der Bogen oder Winkel x durch n getheilet, die in dem Bogen, den die Sonne um die Erde in der Zeit beschreibt, in welcher der Planet den Theil seiner Bahn *CPF* zurück zu legen scheinet, enthaltene Zahl der Grade und Minuten geben werde. Nun ist für die Venus $n = 0,625$, und der zu eben dem Planeten gefundene Winkel x enthält 10069 Minuten. Demnach ist zu der Venus $\frac{x}{n} = 16110′$, und der Planet ist eine so lange Zeit, als die Sonne braucht diese Zahl von Minuten in der Ecliptic zu beschreiben, von *C* nach *F* rechtläufig. Bey dem Mercur hält der durch $\frac{x}{n}$ angezeigte Bogen 2738 Minuten, bey dem Mars, 20838′, beym Jupiter 8218′, und beym Saturnus 7108′.

§. 764. Wird also die für die Venus gefundene Zahl der Minuten 16110, von 288 Graden, oder 17280 Minuten, um welche die Sonne in der Ecliptic fortrücket, indem die Venus von ihrer obern Zusammenkunft bey *C* zur untern bey *E* über gehet, abgezogen, so zeiget die überbleibende Zahl der Minuten 1170 den Bogen der Ecliptic an, welchen die Sonne beschreibt, indem der Planet von *F* bis *E* zurück gehet. Bey den übrigen Planeten hat eben die Rechnung stat, ausser daß bey den obern der Weg *CPFE* derjenige ist, welchen der Planet von seiner Zusammenkunft mit der Sonne bis zu dem Gegenstande zu beschreiben scheinet; und es werden dadurch aus den durch $\frac{x}{n}$ angezeigten Bogen, die folgenden zum Rücklaufe gehörigen geschlossen: zum Mercur, $3426 - 2738 = 688$; zum Mars, $23028 - 20838 = 2190$; zum Jupiter, $11790 - 8218 = 3527$, und für den Saturn, $11178 - 7108 = 4070$.

Eigent-

Eigentlicher Rücklauf, und auf denselben gegründete Schlüsse.

§. 765. Indem der Planet sich bey dem Puncte F aufhält, alwo er der Erde eine Zeit lang stille zu stehen scheinet, ist seine Entfernung von der Sonne immer der für denselben berechnete Winkel z. Die Sonne befindet sich zu der Zeit in dem Theile ihrer Bahn HS, in einiger Entfernung von H, und verfolgt den Planeten, wenn dieser einer der untern ist; gehet aber vor demselben vorher, wenn er zu den obern gehöret. In dem erstern Falle (*T. X. Fig.* 141.) scheinet zugleich der Planet, indem er in seiner Bahn von F gegen E fortrücket, der Sonne entgegen zu gehen, und aus beyden Bewegungen folgt erstlich eine Verringerung, und darauf eine gänzliche Vernichtung des Winkels z, bey welcher sich die Sonne in H, der Planet aber in E befindet. Wil man also den Winkel wissen, in welchem der Planet selbst, in der von seinem Stilstande bey F bis zur untern Zusammenkunft bey E verflossenen Zeit, zurück gegangen ist; so darf man nur denjenigen, in welchem die Sonne in eben der Zeit fortgegangen ist, von dem z abziehen. Ist aber (*T. X. Fig.* 142.) der Planet einer der obern, so wächset, indem derselbe von F nach E und die Sonne in ihrer Bahn nach H fortgehet, die Entfernung der Sonne von dem Planeten, bis sie bey dem Gegenstande, da die Sonne das Punct H, der Planet aber E erreichet hat, zu 180 Graden angewachsen ist. Da dieses Wachsthum von der Bewegung des Planeten in FE, und von der Bewegung der Sonne, mit welcher sich diese dem H nähert, zugleich herrühret, so muß der Winkel oder Bogen z mit dem Zusatze desjenigen, in welchem der Planet aus F zurück gegangen, wie auch des andern, in welchem die Sonne in eben der Zeit fortgerücket ist, 180 Grade betragen; und also der Winkel des Rückgangs allein den Ueberschuß der 180 Grade über z und den von der Sonne beschriebenen Winkel ausmachen. Nun ist $180 - z$ das Supplement des z, von welchem demnach nunmehro der Bogen, in welchem die Sonne in der Zeit des Rückgangs fortgerückt ist, abgezogen werden muß, um den Winkel des Rückgangs von dem Stande F bis zu dem Puncte E zu erhalten. In beyden Fällen ist der dergestalt gefundene Winkel die Hälfte desjenigen, in welchem der Planet zurück gehen muß, damit er von dem Stande F bis an G gelange, alwo er abermals stille zu stehen scheinet, und darauf wieder rechtläufig wird.

T. X. Fig. 141. 142.

§. 766.

T. X. fig. 141. 142. §. 766. Die auf diese Art gefundene Winkel des Rücklaufs sind folgende. Zu dem Mercur ist $z = 19°,13'$, oder $1153'$. Die zuletzt (764) berechnete Bewegung der Sonne aber beträgt $688'$. Der Unterschied hievon $465'$ verdoppelt, giebt $15°,30'$, welche nach dieser Rechnung der Mercur bey seinem ganzen Rücklaufe beschreibet. Zu der Venus ist $z = 25°,2' = 1502'$, die Bewegung der Sonne aber beträgt $1170'$, welche von z abgezogen $332'$ übrig lassen, welche verdoppelt $11°,4$ Minuten geben. Zu dem Mars ist $180 - z = 45°,32' = 2732'$, und die Bewegung der Sonne $2190'$, welche, von dem vorigen abgezogen, die Differenz $542''$ übrig lassen, die, wenn sie verdoppelt wird, $18°,4'$ giebt. Für den Jupiter ist $180° - z = 64°,32' = 3872''$, und die Bewegung der Sonne $= 3527'$, welche, gehörig abgezogen, $345'$ übrig lassen, die verdoppelt $11°,30'$ angeben. Endlich ist für den Saturn $180 - z = 71°,15' = 4275'$, und die Bewegung der Sonne, von welcher hier überal die Rede ist, $4070'$. Der Unterschied $205'$, ebenfals verdoppelt, giebt $6°,15'$ für den ganzen Rücklauf dieses Planeten.

§. 767. Werden nun auch die Zeiten verlangt, in welchen jeder Planet rechtläufig und rückläufig ist: so können diese aus den (763.764) entdeckten Theilen der Ecliptic etwas leichter, als nach der oben gegebenen Anweisung, gefunden werden, wenn wir nur die in denselben enthaltene Zahlen der Minuten durch 59,138 dividiren. Denn da die Sonne mit ihrer mitlern Bewegung in einem Tage diese Zahl der Minuten durchläuft, welche über $59'$ noch 8,3 Secunden ausmachen, so werden die Quotienten die gesuchten Zahlen der Täge ausdrücken, so die Hälften derjenigen sind, in welchen der Planet von einer Zusammenkunft bis zur andern von eben der Art, rechtläufig oder rückläufig ist. Wird also die Hälfte der angegebenen Zahl, welche ist 29,569, zum Theiler gemacht, so müssen die gesuchten Zahlen der Täge ganz kommen: denn viel genauer ist hier nicht nöthig zu rechnen, Ich finde aber beynahe:

Recht-

	Rechtläufig	Rückläufig	T.X.F.141. 142.
den Mercur	92,6 Täge	23,2 Täge.	
die Venus	544,8	39,5	
den Mars	704,7	74,0	
den Jupiter	277,9	120,5	
den Saturn	240,4	137,6	

§. 768. Es können aber alle diese, blos auf die mitlere Bewegung gegründete Berechnungen mit dem, was sich würklich an dem Himmel ereignet, desto weniger übereinkommen, je grösser die Verschiedenheit ist, welche selbst die zu verschiedenen Zeiten gemachten Beobachtungen bey diesen Dingen entdecken. Denn Saturn ist bald 136 bald 140 Täge rückläufig, und beschreibt mit dieser Bewegung einen Winkel von 6 bis 7 Graden. Jupiter gehet 118 oder auch 122 Täge lang zurück, in einem Winkel von 10 Graden. Der Rückgang des Mars dauret zuweilen nur 59, zuweilen aber 72 Täge, und der Winkel, in welchem er geschiehet, fält zwischen 10 und 19 Grade. Die Zeit des Rücklaufs der Venus sind 42 bis 44 Täge, in welchen sie einen Winkel von ohngefehr 16 Graden beschreibt. Und die Zeit des Rücklaufs des Mercurs wird auf 22 Täge gesetzt, in welchen er einen Winkel von 9 bis 16 Graden beschreiben sol. Wird diese Verschiedenheit mit in Betrachtung gezogen, so weichen die durch unsere Berechnung herausgebrachten Zahlen von den Beobachtungen wenig genug ab, und würden, allem Ansehen nach, noch besser zutreffen, wenn zu diesen Berechnungen die durch $a : b$ angezeigte Verhältniß der Entfernung der Erde von der Sonne, zu der Entfernung des Planeten von eben derselben, genauer bestimmt worden wäre, als dieses hier geschehen konte, wenn man nicht verschiedenes, so sich erst in dem folgenden erweisen lassen wird, als bekant, voraus setzen wolte. Der Zweck ist bey dem allen erreichet worden, welcher kein anderer war, als, durch den von der Erde gesehenen Lauf der Planeten, die Richtigkeit der Zusammenordnung dieser Körper und der Sonne, so weit sie bisher erkläret worden ist, zu bestätigen, und zur völligen Ergänzung derselben eine Vorbereitung zu machen.

Der Astronomischen Vorlesungen

dreyzehnter Abschnitt.

Beweis des Umlaufs der Erde aus den Gesetzen der Bewegung.

Einleitung und Gründe.

§. 769.

Da nehmlich die bisher betrachteten relativen Bewegungen ihren Grund allerdings in würklichen absoluten Bewegungen haben müssen; so ist, bey der T.X.F.135. (*T. X. Fig.* 135.) vorgestellten Zusammenordnung unserer fünf Planeten mit der Sonne und der Erde, noch die Frage zu erörtern übrig: ob die Sonne, welche ohnstreitig der Mittelpunct der Bewegung dieser Planeten ist, würklich um die Erde, oder vielmehr die Erde, so wie diese Planeten, um die Sonne herumgehe, und indem sie sich dadurch denselben zugesellet, die Zahl der Hauptplaneten auf sechse vermehre. Nachdem wir (727) gesehen haben, daß so lang wir uns blos an die gemeinen Erscheinungen halten, weder das Gefühl noch unser Gesicht fähig sey, diese Frage zu entscheiden: wird schwerlich jemand, der nicht von andern Vorurtheilen eingenommen ist, lange anstehen, das zweite, als viel einfacher und schicklicher, zu wählen; sondern ohne weiteres Bedenken die Bahn, welche die Erde mit dieser Bewegung in einem Jahre um die Sonne beschreiben sol, durch einen um den Mittelpunct der Sonne beschriebenen Cirkelkreis von der gehörigen Grösse, eben so vorstellen, wie dieses mit den Vorstellungen der Bahnen der fünf Planeten geschehen ist. Diese Einrichtung allein, bey welcher die Sonne

an

an ihrem Orte verbleibt, die Erde aber, mit den fünf übrigen Planeten, sich um T.X.F.135.
dieselbe in Bahnen, die weit davon entfernet sind daß sie einander durchkreuzen
solten, von Abend gegen Morgen um dieselbe herumgehen, bringt in dem gan-
zen Zusammenhang diejenige Ordnung und Gleichförmigkeit, die wir auch sonst
überal bey den Werken Gottes antreffen.

§. 770. In der That sind auch nur einige Stellen unserer geheiligten
Bücher dasjenige, so vor diesem auch Leute von Einsicht abgehalten hat, diese
und eine andere Bewegung der Erdkugel, von welcher in dem nachfolgenden die
Rede seyn wird, anzunehmen: und vielleicht giebt es noch hin und her welche
von einem so zarten Gewissen. Nachdem man aber erwogen hat, wie nachtheilig
es den Verfassern dieser Bücher gewesen wäre, wenn sie die wahren Ursachen der
Erscheinungen, die wir an dem Himmel wahrnehmen, zu einer Zeit hätten ange-
ben wollen, da sie schwerlich jemanden bekant waren; indem sie sich dadurch nur
unverständlich gemacht, oder der Gefahr ausgesetzt hätten, ihre Glaubwürdigkeit,
in Absicht auf dasjenige, so sie eigentlich vortragen solten, zu verlieren: so war
es leicht zu schliessen, daß diese ehrwürdigen Männer, welche zu ganz was andern
gesetzt waren, als die Menschen in der Astronomie zu unterweisen, wenn ihnen
auch die absolute Bewegung der Erde bekant gewesen ist, bey vorfallender Gele-
genheit nicht von derselben, sondern blos von ihrer relativen Bewegung, als den
unmittelbaren Grund der jederman bekanten Erscheinungen, reden musten. Die-
se relative Bewegung aber wird eben so gut angegeben, wenn jemand sagt: die
Sonne bewege sich um die Erde, als wenn ein anderer spricht, die Erde gehe,
oder beschreibe einen Kreis, um die Sonne. Es folgt immer der Sinn des
einen dieser Ausdrücke aus dem Sinne des andern; ja es hat auch noch ein
dritter statt, nach welchem diese Körper beyde um ein drittes Punct herumgehen.

§. 771. Bey so gestalten Sachen könte die würkliche Bewegung der
Erde um die Sonne ohne einen weitern Beweis angenommen, und die Bestäti-
gung derselben blos von einer ungezwungenen Erklärung der Erscheinungen erwar-
tet werden, wie dieses bey den Astronomen auch sonst nicht ungewöhnlich ist.
Der dem Ansehen nach sehr verworrene Lauf der Planeten, welchen wir eben
betrachtet haben, ist eine dergleichen Erscheinung, welche die Bewegung der Erde
auf die leichtesten und einfachsten Gründe zurück bringt; und es werden uns noch

T.X.F.135. verschiedene andere Erscheinungen dieser Art vorkommen. Wir wollen aber doch die wichtigsten Beweise des angenommenen Satzes in Erwegung ziehen, welche uns vornehmlich die algemeinen Gesetze der Bewegung darbiethen, denen die himlischen Körper eben so wohl unterworfen sind, als diejenigen, mit welchen wir auf der Erde umgehen. Es ist Zeit daß wir anfangen uns um die ersten Ursachen der Erscheinungen, die wir an dem Himmel wahrnehmen, zu bekümmern, und diese werden sich, wie ich hoffe, auf die Art natürlich genug beybringen lassen.

Von den Cometen.

§. 772. Wir müssen uns zu dem Ende auch etwas mit den Cometen bekant machen, welche besondere Himmelskörper sind, die uns nur zuweilen erscheinen, so daß öfters viele Jahre verfliessen, ehe uns einer derselben zu Gesicht komt, ob man wol deren bereits über vierzig kennet. Fängt aber ein Comet an uns sichtbar zu werden, so nähert er sich gemeiniglich der Sonne nach und nach in einer Linie, die so wenig gekrümt ist, daß sie fast als gerade angesehen werden kan, und komt dadurch der Sonne endlich näher, als ihr jemals der Mercur komt. Bey dieser Annäherung krümmet sich zugleich seine Bahn immer mehr und mehr, bis zur kleinsten Entfernung des Cometen; worauf diese Krümmung wieder abnimt, und die Bahn anfängt wieder mehr gerade zu werden. Es hat, mit einem Worte, der uns sichtbare Theil der Bahn eines Cometen, das ist, derjenige Theil dieser Bahn, in welchem uns der Comet selbst sichtbar ist, das ganze Ansehen einer Parabel, in deren Nabel die Sonne liegt. Es gehet also die Fläche einer jeden solchen Bahn durch den Mittelpunct der Sonne, und schneidet die Fläche der Ecliptic in einer geraden Linie, die bald diese bald eine andere Lage hat. Auch sind die Winkel, mit welchen sich die Flächen der Bahnen verschiedener Cometen gegen die Fläche der Ecliptic neigen, von sehr verschiedener Grösse, indem der kleinste der bisher beobachteten nicht viel mehr als zween, der gröste aber über 88 Grade enthält. In diesen Bahnen gehen gewisse Cometen, wie die Planeten, von Abend gegen Morgen, aber eben so viele haben einen gegenseitigen Lauf, von Morgen gegen Abend; wobey zugleich diejenigen, deren Bahn dieses mit sich bringt, stark nach diesen oder jenen Pol ausschweifen. Sie scheinen überhaupt sehr lockere Körper zu seyn, die uns zwar rundlicht, aber mit einem leuchtenden Dunstkreise tief bedeckt erscheinen, von welchem die äusserstен Gränzen des Körpers nicht wohl zu unterscheiden sind: und dieser Dunst-

kreis

kreis bildet fast immer, an der von der Sonne abgekehrten Seite des Cometen, einen langen Schweif. T.X.F.135.

Beschaffenheit des Raums, in welchem sich die Planeten bewegen.

§. 773. Wir schliessen hieraus, daß der in der 135sten Zeichnung vorgestelte Raum, in welchem sich die Planeten bewegen, so wenig körperliches enthalten müsse, daß wir ihn als völlig leer betrachten können: und die Zeiten des Umlaufs der Planeten, in welchen in vielen Jahren keine Veränderung vorgehet, die auch nur so weit merklich wäre, daß wir völlig versichert seyn könten, sie habe sich würklich zugetragen; bestätiget die Sache volkommen. Wäre die in diesem Raume enthaltene Materie auch nur so dichte, als unsere Luft in einer Höhe von einigen Meilen über der Erde ist, so müste sie, seit einer eben nicht alzu langen Zeit, der Bewegung der Planeten einen gar beträchtlichen Widerstand gethan, und dadurch unter andern auch die Zeiten ihres Umlaufs geändert haben.

§. 774. Wir würden in der That, wenn wir uns diesen Raum durchaus mit einer flüssigen Materie gefült vorstellen wolten, zwar die Hauptfrage, die wir vor uns haben, gar leicht entscheiden können: auf der andern Seite aber Schwürigkeit auf Schwürigkeiten häufen, und den Erscheinungen widersprechen. Damit diese Materie die Bewegung der Planeten nicht hemte, müsten wir uns dieselbe selbst in einer dergleichen Bewegung vorstellen, als wir an den Wirbeln sehen, die wir zuweilen in den Flüssen antreffen, und in einem jeden runden mit Wasser gefültem Gefässe, blos durch unsere im Kreise bewegten Finger, leicht hervorbringen können. Dieser Wirbel würde die in denselben versenkten Planeten eben so mit sich fortreissen, wie ein Fluß die auf demselben schwimmende Schiffe fortführet, und dadurch die Bewegung derselben nicht nur nicht aufhalten, sondern auch würklich eine Ursache derselben abgeben. Alsdenn aber müste der Mittelpunct, oder die Axe dieses Wirbels bey der Sonne seyn, um welche sich die Planeten sämtlich nach eben der Seite bewegen, und die Erde könte demselben keinesweges widerstehen. Sie müste dem Strome folgen, und so wie jene, von Abend gegen Morgen ihren Weg um die Sonne nehmen.

T.X.F.135. §. 775. So weit ist alles gut. Es müsten aber auch alle übrige in diesen Wirbel versenkte Körper seiner Bewegung nachgeben, und mit demselben von Abend gegen Morgen um die Sonne herumlaufen. Dieses aber thut die Hälfte aller bisher bekanten Cometen nicht, ob sie zwar tief genug in den Wirbel eindringen müsten, wenn er da wäre; da sie sich der Sonne so sehr nähern. Ausserdem müste, ausser dem Wirbel um die Sonne, ein anderer kleinerer um die Erde gehen, welcher den Mond um dieselbe herumführte; noch einer um den Jupiter, und ein dritter um den Saturn, welcher den Trabanten dieser Planeten eben den Dienst leistete. Dergleichen kleine Wirbel aber können in einem grössern unmöglich bestehen. Die Materie derselben müste zwischen der Sonne und den Hauptplaneten, zu welchen der kleine Wirbel gehöret, von Morgen gegen Abend, und also derjenigen, welche den grossen Wirbel um die Sonne ausmachet, entgegen laufen. Nun müssen aber zween dergestalt einander entgegen laufende Ströme einer flüßigen Materie sich gar bald vermengen, und eine gemeinschaftliche Bewegung bekommen. Man würde vergeblich versuchen, in dem Wasser, welches sich in einem runden Gefäß im Kreise beweget, einen kleinern Wirbel hervorzubringen, der nur eine kurze Zeit dauerte. Denn wenn sich zuweilen in den Strömen kleine Wirbel in grössern zeigen, so rühren sie, eben sowohl als diese, blos von der Ungleichheit des Bodens, und von den Krümmungen der Ufer her, an welchem sich das Wasser stosset, und dadurch gezwungen wird, in einer Art eines Kreises zu gehen. Es kan eigentlich nicht gesagt werden, daß ein dergleichen Wirbel beständig fortdaure: weil das Wasser, so ihn gegenwärtig ausmacht, gar bald verfliesset, indem anderes an seine Stelle kömt, welches, durch eben die Ursachen gezwungen, den Weg des vorigen nimt. Nie wird ein Wirbel angetroffen, der auf eine beträchtliche Weite mit dem Strome zugleich fortgienge. Alles dieses vernichtet die Wirbel des von Cartes, von Leibnitz, und anderer, samt fast aller Materie, welche den Raum um die Sonne ausfüllen solte.

Art der Kräfte, welche die Planeten in ihren Bahnen erhalten.

§. 776. Indessen beschreibt kein Körper eine krumme Linie, wenn er nicht beständig von dem geradlinichten Wege abgebracht wird, welchen er sonst nehmen, und mit einer unveränderten Geschwindigkeit verfolgen würde. Ist aber eine Kraft vorhanden, welche in einem fort bemühet ist, den bewegten Körper

von

von der geradlinichten Bahne, in welcher er für sich fortgehen würde, abzubringen, T.X.F. 135
so wird die Bahn, welcher zu folgen, er dadurch gezwungen wird, immer nach der Seite gekrümt, nach welcher die Kraft würket. Eine solche Kraft nun würket entweder in jeden der ihr ausgesetzten einzelnen Körper besonders, und so, als ob alle übrigen gar nicht vorhanden wären: oder sie würket in zween, oder mehrere derselben zugleich, indem ihre Bemühung dahin gehet, jede zween dieser Körper mit einander zu vereinigen, oder von einander zu entfernen.

§. 777. Solte nun die Erde ruhen, indem nicht nur die Sonne, sondern auch alle übrigen Planeten um dieselbe herumgehen, indem eine Kraft der ersten Art in jeden dieser Körper besonders würkte: so müsten die Planeten dergleichen geschlungene Linien, als wir in der 141sten und 142sten Zeichnung gesehen haben, würklich beschreiben. Da also diese Linien ihre Hohlung bald gegen die Erde, und bald nach der entgegengesetzten Seite kehren, und an andern Seiten wieder anderst gebogen sind: so müste die Kraft, welche jeden Planeten besonders treibt, zwar zuweilen gegen die Erde, meistens aber nach ganz andern Puncten gerichtet seyn, in deren keinem wir einigen Grund dieser Direction antreffen. Es müste ein jeder Planet, von der in ihm dergestalt würkenden Kraft getrieben, seine geschlungene Bahn verfolgen, es möchte die Sonne samt der Erde da seyn oder nicht, sich an dieser oder einer andern Stelle befinden, ruhen oder sich bewegen. Wie ist dieses zu begreifen; und wovon solte eine dergleichen Kraft in dem leeren Raume herrühren? Die Wege der Trabanten des Jupiters und Saturns werden, wenn die Ruhe der Erde angenommen wird, noch ungemein verwirrter, und eine Kraft, welche dieselbe in diesen Wegen erhalten solte, indem sie in jedem insbesondere würkte, kan man sich noch viel weniger gedenken.

§. 778. Setzet man die Erde bewege sich um die Sonne, gleichwie dieses alle übrige Hauptplaneten thun, und macht also die Sonne zum unbeweglichen Mittelpuncte der Bewegungen aller dieser Körper: so wird in der That begreiflicher, wie diese Bewegungen durch einen beständigen Druck von aussen, welcher jeden Planeten insbesondere gegen den Ort der Sonne treibt, unterhalten werden könne; und es bleibt nur die Frage übrig, wovon dieser Druck herrühre? Alsdenn muß man aber auch einen andern Druck annehmen, welcher jeden der bekanten zehen Nebenplaneten oder Monden seinem Hauptplaneten nähert, um welchen er eben so herumgehet, wie der Hauptplanet um die Sonne; da es denn

schwer

T.X.F.135. schwer wird zu sagen, wie dieser Druck den Hauptplaneten verfolgen, und dadurch verhindern könne, daß die Monden sich nicht über gewisse Gränzen von denselben entfernen. Denn da der Hauptplanet, indem er in seiner Bahne fortgehet, seinen Ort beständig verändert: so müste auch nunmehro dieser Druck alle Augenblick eine andere Richtung bekommen. Es würde aber des Fragens und Vermuthens nie ein Ende werden, wenn man sich erlauben wolte, zur Erklärung natürlicher Begebenheiten, Kräfte anzunehmen, deren Daseyn so wenig erwiesen ist, daß wir uns nicht einmal die Möglichkeit derselben vorstellen können.

§. 779. Es ist augenscheinlich, daß die Kraft, welche einen Trabanten des Jupiters, oder jeden andern Mond, bey seinem Hauptplaneten erhält, und zwinget, um denselben einen Kreis zu beschreiben, den Grund, warum sie so und nicht anders würket, nicht blos in diesem Monde allein, sondern zugleich in dem Hauptplaneten finden müsse. Denn jeder Mond beweget sich um seinen Hauptplaneten nicht anders, als ob er an denselben vermittelst eines Bandes befestiget wäre, welches zwar nachgiebt, und zuläßt, daß sich die zween mit einander verbundenen Körper etwas mehr von einander entfernen; alsdenn aber sich auch wieder zusammenziehet, und dadurch diese Entfernung vermindert, indem zugleich der Hauptplanet immer in seiner Bahne fortgehet.

§. 780. Indessen siehet man leicht, daß diese Bänder nicht körperlich seyn können. Die Alten sind auf etwas dergleichen gefallen, indem sie die Planeten, welchen sie die Sonne und den Mond beyzählten, an grosse verschiedentlich ausgehohlte durchsichtige Kugeln befestigten, deren jede sich in einer dieser Hohlungen herumdrehen solte, bis auf die allergröste, welche in ihrer Einbildung die übrigen alle umgab, und dadurch der Welt Gränzen setzte: wiewol sie dieser ebenfals eine Bewegung um ihren Mittelpunct zuschrieben. Sie konten aber doch bey aller Freyheit, die sie sich nahmen, dergleichen Kugeln zu erdichten, dennoch die Erde nicht mit in die Verbindung bringen; sondern setzten sie in den Mittelpunct der äussersten Kugel, blos weil es ihnen gefiel, daß sie daselbst, ohne einige Bewegung, beständig verharren solte. Man siehet aber leicht, daß diese, in der That etwas grobe Vorstellung, nicht statt haben könne; und insbesondere widerspricht ihr die Bewegung der Cometen, welche bey ihrer Annäherung zur Sonne, an diesen festen Sphären, einen undurchdringlichen Widerstand antreffen würden: weswegen auch Aristoteles den Cometen ihren Platz unter dem Monde anwies,

alwo sie, fast wie andere Lufterscheinungen entstehen, und nach einiger Zeit wieder verschwinden solten. T.X.F.135. Die meisten übrigen Erscheinungen würden die Alten, vermittelst ihrer ausgehohlten Kugeln, gar leicht haben erklären können, wenn sie nicht, als einen unwidersprechlichen Grundsatz, angenommen hätten, daß die Bewegung, mit welchem sich jede derselben herumdrehet, vollkommen gleichförmig sey, und nie im geringsten langsamer noch geschwinder werde. Denn wenn ein Körper S (*T. X. Fig.* 143.) um den unbeweglichen Punct C einen Cirkel beschreibt, um welchen S ein anderer Körper P, ebenfals in den Umkreise eines Cirkels, welcher in die Fläche des vorigen fält, herumgehet: so ist es immer möglich, bey der gehörigen Grösse der Halbmesser dieser Cirkel CS und SP, die Bewegungen dieser Halbmesser und der daran haftenden Körper S, P so zu mäßigen, daß dadurch eine jede in eben die Fläche gezeichnete Linie APB von dem Körper P beschrieben werden muß. Und wenn man sich dabey vorbehält, jeden der um C und S beschriebenen Kreise, nach Nothdurft, an diese oder jene Seite zu neigen, so daß sie dadurch auch in verschiedene Flächen zu liegen kommen können: so ist es nicht einmal nöthig, daß die Linie APB von der Art derjenigen sey, welche ganz in eine und eben dieselbe Fläche fallen. Da also die Alten durch ihre selbst geschmiedeten Fesseln gezwungen worden sind, fast für jede Bewegung, die sie an dem Himmel wahrnahmen, eine besondere Sphäre zu dichten, und die Cirkelkreise, welche die verschiedenen Puncte dieser Sphären beschreiben solten, bis zur Ermüdung zu übersetzen, ohne daß sie dadurch zu einer erträglichen Vorstellung des Laufs aller Planeten gelanget wären: so würden sie zwar, wenn sie nur ihren Abscheu vor aller Ungleichheit der himmlischen Bewegungen hätten überwinden können, in der Erklärung der Erscheinungen vermittelst ihrer Sphären, vermuthlich viel weiter gekommen seyn. Bey dem allen aber würde ihre ganze Vorstellung keinen Beyfal verdienen.

§. 781. Wenn aber die Kraft oder das Mittel, so zween Körper A und B (*T. X. Fig.* 144.) zusammen hält, und dadurch gewissermaassen mit einander vereiniget, nicht wie ein Strick, eine Kette oder etwas dergleichen, körperlich ist; so kan die Würkung in nichts andern bestehen, als in einer Bemühung dieser Körper sich einander zu nähern, welches durch nichts, als nur durch die Verkürzung der Linie AB geschehen kan, um welche die Körper von einander entfernet sind. T.X.F.144. Sind also die Körper beyde frey, und können einer jeden ihnen

T.X.F.144. eingedruckten Bewegung folgen, so wird in dieser Linie, sowol *A* gegen *B* als auch *B* gegen *A* gehen. Wird aber einer derselben durch eine fremde Kraft an seinem Orte zurück gehalten, so wird sich der andere in eben der Linie *AB* gegen denselben bewegen: und die Körper werden nicht ehe um die ganze *AB*, die man sich so gros oder so klein vorstellen kan, als man will, von einander entfernet bleiben, als wenn in jeden eine fremde Kraft würket, welche ihn beständig von dem andern entfernet, und also in einer jeden auch noch so kleinen Zeit den Abgang der Grösse ersetzet, welchen die *AB* in eben der Zeit, vermittelst der vorigen würde erlitten haben. Von einer Kraft dieser Art wird also ein jeder Nebenplanet bey seinem Hauptplaneten erhalten: und die Gleichförmigkeit der Gesetze, nach welchen die körperliche Welt regieret wird, lässet uns nicht zweifeln, daß auch die Hauptplaneten durch eine dergleichen Kraft in ihren Bahnen um die Sonne erhalten werden. Es ist nehmlich diese letztere Kraft beständig bemühet, nicht nur jeden Hauptplaneten der Sonne, sondern auch hinwiederum die Sonne diesem Hauptplaneten zu nähern; so daß diese Körper endlich irgendwo zusammen kommen würden, wenn sie nicht eine andere Kraft in einer gewissen Entfernung von einander hielte, welche gar leicht zu entdecken ist, und, wie wir bald sehen werden, von nichts andern herrühret, als von der sogenanten Trägheit, mit welcher jeder der zween mit einander verknüpften Körper in einer geradlinichten Bewegung zu verharren trachtet.

Erste Eigenschaften einer anziehenden Kraft.

§. 782. Man sagt gemeiniglich von Körpern, welche von einer Kraft, die in beyde zugleich würket, dergestalt gegen einander getrieben werden, daß sie einander anziehen, und nennet die Kraft, von welcher diese Würkung herrühret, eine anziehende Kraft, wie es auch sonst mit derselben zugehen mag. Denn wir unterscheiden eine anziehende von einer stossenden oder drückenden Kraft eben so wenig durch die Art und Weise, wie sie würket, als wir darauf acht haben, wo und auf welche Weise ein Strick an zween Körper befestiget ist, welche wir, durch die Verkürzung dieses Stricks, gegen einander ziehen wollen. Wird ein Körper *A* allein gegen einen andern *B* gestossen, oder durch einen Druck gezwungen sich in der geraden Linie, die von *A* nach *B* gehet, zu bewegen: so setzet dieser Körper *A* seine Bewegung fort, es mag *B* an dem Orte, welchen er gegenwärtig einnimt, verharren, oder sich indessen von demselben entfernen.

Es

Es richtet sich A bey seiner Bewegung gar nicht nach dem B; und es ist blos zufällig, wenn er denselben irgendwo erreichet. Eben so ist es auch mit der Bewegung des Körpers B, welche, wenn sie von einem blossen Stosse oder Drucke herrühret, der in denselben allein würket, mit dem Körper A nicht in der geringsten Verbindung stehet. Es kan seyn, daß zu gleicher Zeit B gegen A, und A gegen B getrieben wird. Geschiehet aber dieses durch einen eigentlichen Druck oder Stoß, so kan dem ohngeachtet jede dieser Bewegungen so schnell oder langsam seyn, als man will, ohne daß dadurch in der andern etwas geändert werde. Ziehet aber der Körper B den A, und also auch A den B, so ist jeder dieser Körper immer bemühet sich dem andern zu nähern, und nähert sich demselben würklich, wenn nicht andere Ursachen dasselbe verhindern. Die Bewegung des einen oder des andern der beyden Körper A, B macht hierinne keine Veränderung. Die anziehende Kraft, welche die Annäherung verursachet, ist immer würksam, so sehr auch die Würkungen selbst durch fremde dazu kommende Kräfte verändert werden mögen. T. X. F. 144.

§. 783. Man kan sich nicht vorstellen, wie eine Kraft, welche dergestalt bemühet ist die beyden Körper A, B mit einander zu vereinigen, in den einen stärker würken solte, als in den andern. Der Körper A ziehet den B und wird von diesem gezogen. Eben dadurch wird auch von dem Körper B gesagt, daß er den A ziehe und von demselben gezogen werde: und so finden wir die Sache bey allen einander anziehenden Körpern, mit welchen wir Versuche anstellen können. Auf welcher Seite solte also die Kraft die stärkere seyn, bey A oder bey B? Ist aber die Kraft, von welcher A gegen B gezogen wird, so stark als diejenige, mit welcher A hinwiederum diesen B ziehet: so muß, wenn diesen Körpern nichts widerstehet, oder ausser der anziehenden, welche wir betrachten, sonst keine fremde Kraft in dieselbe würket, die Grösse der Bewegung, mit welcher in jedem Augenblicke A gegen B gehet, der Grösse derjenigen, mit welcher in eben dem Augenblicke sich B gegen A beweget, vollkommen gleich seyn. Die Rede ist von der eigentlich sogenanten Grösse der Bewegung, welche bey einem jeden Körper nicht nur aus der Geschwindigkeit, mit welcher er fortrücket, sondern zugleich aus seiner Masse ermessen werden muß: und es wird nicht behauptet, daß auch die Geschwindigkeit, mit welcher sich in einem gewissen Zeitpuncte A insbesondere dem B nähert, immer derjenigen gleich seyn werde,

T.X.F.144. mit welcher in eben dem Zeitpuncte B dem A entgegen gehet. Dieser Umstand findet nur in dem Falle statt, wenn die Massen der Körper A und B einander gleich sind. Sind aber die Massen dieser Körper ungleich, so folget aus der Gleichheit der Grösse ihrer Bewegung, daß die Geschwindigkeit, mit welcher sich, in einem gewissen nach Belieben anzunehmenden Zeitpuncte, der grössere dem kleinern nähert, kleiner seyn werde, als diejenige, mit welcher in eben dem Zeitpuncte der kleinere Körper dem grössern entgegen gehet. Denn wenn A, B die Massen der beyden Körper bedeuten, und a die Geschwindigkeit des ersten A, b aber die Geschwindigkeit des zweyten, zu eben dem Zeitpuncte: so ist, wenn die Grössen der Bewegungen gleich sind, $A \times a = B \times b$, und also $A : B = b : a$; auf welche Proportion wir von Zeit zu Zeit werden zurück sehen müssen.

§. 784. Zwar bleibt die überhaupt durch a angedeutete Geschwindigkeit nicht immer eben dieselbe, sondern ist in verschiedenen Puncten der Zeit, in welcher sich A dem Körper B nähert, verschieden, und eben so verhält es sich auch mit der Geschwindigkeit b. Denn da die anziehende Kraft immer würket, es mögen die Körper A, B ruhen, oder mit dieser oder einer andern Geschwindigkeit gegen einander gehen: so muß die Geschwindigkeit eines jeden, in jedem Theile der Zeit, in welcher er sich dem andern würklich nähert, einen neuen Zuwachs erhalten. Da aber doch eine jede dergestalt entstandene Geschwindigkeit b, gegen die a, welche der Körper A, durch ein eben dergleichen beständiges Wachsthum in eben dem Zeitpuncte erlanget hat, sich wie A zu B verhält: so müssen auch die von den Körpern A, B in eben dem nach Belieben anzunehmenden Zeitraume beschriebene Theile der Linie AB eben die Verhältniß bekommen; und wenn Aa, Bb diese in eben dem Zeitraume beschriebene Theile sind, so muß seyn $Bb : Aa = A : B$; woraus folget $Bb + Aa : Aa = A + B : B$, oder $Bb + Aa : Bb = A + B : A$. Dieses ist immer so, so gros oder klein auch die zugleich beschriebene Theile der AB seyn mögen.

§. 785. Wird also diese Linie, bey C in zwey Theile getheilet, welche gegen einander eben die Verhältniß haben, so nehmlich, daß die Proportion $BC : AC = A : B$ richtig wird: so werden auch diese Theile von den Körpern A, B in eben der Zeit beschrieben. Es kommen also die Körper endlich bey dem Puncte C zusammen, und gehen nicht weiter, aus welchem Grunde man sich auch die Vorstellung machen kan, daß jeder derselben insbesondere nach dem

Puncte

Puncte C gezogen werde: wiewol in diesem Puncte keine Kraft lieget, die etwas dergleichen leisten könte. Uebrigens folgt aus den Proportionen $BC : AC = A : B$, und $Bb : Aa = A : B$, diese dritte $BC - Bb : AC - Aa = A : B$, oder $Cb : Ca = A : B$, welche demnach ebenfals statt haben wird, so klein auch die Linien Ca, Cb nach und nach werden mögen. T.X.F.144.

§. 786. Das Punct C ist dasjenige, so der Mittelpunct der Schwere der beyden Körper A, B genennet wird, wenn diese als Gewichte betrachtet werden, welche in die äusserſten Puncte der Linie AB allein würken; welche AB man sich als völlig steif und unbiegsam, wie auch ohne einiges Gewicht, gedenken muß. Zu dem Ende müssen die Puncte A, B, welche hier aus einer andern Absicht in die Oberflächen der Kugeln gesetzt worden sind, in ihre Mittelpuncte fallen, indem man sich die Kugeln selbst durchaus gleich dichte vorstellet. Es wird aber eben das Punct C in denen Betrachtungen, die keine eigentliche Gewichte zum Vorwurf haben, besser der Mittelpunct der Massen A, B genennet: an welche Benennung ich mich vorzüglich halten werde. Sie findet nicht nur bey zween, sondern auch bey einer jeden andern Zahl von Körpern statt, so gros diese auch seyn mag; es mögen diese Körper, oder einige derselben, in eben der, oder in verschiedenen geraden Linien; in eben der, oder in verschiedenen ebenen Flächen liegen. Nur muß die Lage und Ordnung, in welche diese Körper gebracht worden sind, nicht verändert werden, wie dieses geschehen würde, wenn man einen derselben, oder etliche zugleich den übrigen mehr nähern, oder von denselben entfernen wolte: wiewol selbst aus demjenigen, so wir eben betrachtet haben, zu schliessen ist, daß nicht eine jede solche Annäherung oder Entfernung vermögend sey, den Mittelpunct der Massen in eine andere Stelle zu bringen. Es wird von demselben in einer jeden Einleitung zur Lehre von dem Gleichgewichte gehandelt, und also auch in der meinigen (*).

Daß es anziehende Kräfte gebe.

§. 787. Dieses sind die ersten Grundsätze für die anziehenden Kräfte, welche mit einer geringen Veränderung auch auf die abtreibende angewendet werden können. Diese sind beständig bemühet, jede zween Körper, in welche sie würken, von einander zu entfernen, wie dieses eine gespante, zwischen zween Körper gesetzte Feder leistet, indem sie aufspringt. Es ist an dem, daß noch niemand eine hinlängliche Erklärung habe geben können, wovon dergleichen Kräfte eigentlich herrühren; und wenn wir auf alle Umstände acht haben, so ist auch diese Erklärung kaum jemals zu hoffen.

(*) Naturlehre §. 128.

T.X.F.144. Daß es aber bey dem allen anziehende Kräfte in der Natur gebe, lassen uns die Erscheinungen nicht zweifeln; und wir entdecken vermittelst derselben deren mehr als eine Art, unter welchen die Kraft der Schwere vorzüglich in die Augen fält. Ein jeder Körper, mit welchem wir auf der Oberfläche der Erde umgehen, ist durch diese Kraft mit der Erde verbunden, und kan nicht ohne Mühe von derselben entfernet werden. Wird er aber entfernet, wie dieses, unter andern, durch angezündetes Schiespulver bis zu einer gar beträchtlichen Weite geschehen kan, so fält er immer wieder gegen die Erde zurück, und dieses mit einer beständig wachsenden Geschwindigkeit. Die Ursache dieser Bewegung muß nothwendig mit in der Erde selbst liegen, und kan nicht in einem blossen Puncte gesucht werden, es mag dieser der Mittelpunct der Erde, oder ein anderer seyn, welcher, wenn alles körperliche davon abgesondert wird, nicht das geringste würken kan. Wird nun aber der schwere Körper durch einen hinlänglichen Stoß nicht gerade
T.X.F.145. aufwärts nach *AB* (*T. X. Fig.* 145.), sondern schief nach *AC* geworfen, so beweget er sich keinesweges in der geraden Linie *AC*, welche die Richtung dieses Stosses angiebt, sondern er beschreibt eine durchaus gekrümte Bahn *ADE*, deren Hohlung nach der Erde gekehret ist. Es wird nehmlich der geworfene Körper, welcher für sich in der Richtung *AC* fortgehen würde, nach welcher er angestossen worden ist, durch die von demselben nicht zu trennende Kraft der Schwere immer zugleich nach geraden Linien, die, wie *DF* der *AB* parallel liegen, der Erde genähert. Dadurch wird seine Bewegung krumlinicht, und die Bahn *ADE*, welche er beschreibt, entfernet sich anfangs von der Erde bis auf eine gewisse Weite, hernach nähert sie sich dem Erdboden wieder, und trift ihn endlich in einem Puncte *E* an, auf welchem also der geworfene Körper auffallen wird. Und würklich ist auch dieses, daß eine Bombe oder eine andere von der Erde schief aufwärts geworfene Kugel, bey ihrem Rückfalle, dieselbe wieder antrift, der einzige Hauptumstand, in welchem die Bewegung derselben, von der Bewegung unsers Monds abweichet; welcher bey seinem Umlaufe um die Erde, diese nirgends berühret. Es hält sich aber auch der geworfene Körper desto länger in der Luft auf, und fält in einer desto grössern Entfernung *AE* von dem Orte *A*, von welchem er geworfen wird, auf den Erdboden, je grösser die Gewalt des Stosses ist, welchen er empfangen hat, wenn nur alles übrige einerley bleibet. Stünde es also in unserer Macht den Stoß nach Wilkühr zu vermehren, so könte auch die Zeit, welche dieser Körper haben muß, bis er die Erde wieder erreichet, zusamt der Entfernung des Orts, bey welchem dieses geschiehet, nach

Belieben

Belieben vergrössert werden: welche Betrachtung fast allen Unterschied zwischen der Bewegung des Mondes und des dergestalt geworfenen Körpers aufhebt. T.X.F.145.

§. 788. Wir finden aber auch davon, daß die Erde von dem Monde angezogen werde, welchen sie gegen sich ziehet, das ist, daß eine Kraft vorhanden sey, welche immer bemühet ist, diese Körper mit einander zu vereinigen, indem sie in beyde zugleich würket, gar deutliche Spuren: und wir dürfen nur annehmen; erstlich, daß diese Kraft sich auf alle feste und flüßige Theile der Erde, und auf alle Theile des Mondes erstrecke, so wie die Kraft der Schwere ein jedes auch noch so kleines Theilchen eines von der Erde abgesonderten Steins, oder etwas dergleichen, gegen dieselbe treibet; und zweytens, daß sie nicht in jeder Entfernung gleich stark würke, sondern stärker in einer kleinern Entfernung, und nicht so stark in einer grössern, wenn wir diese Spuren entdecken wollen. Die eigentlichen Gesetze nach welchen sich die Stärke dieser anziehenden Kraft bey verschiedenen Entfernungen und sonst richtet, werden wir hernach sehen. Gegenwärtig ist das hier angemerkte zu unserm Vorhaben hinlänglich, welches an sich viel glaublicher ist, als sein Gegensatz; und sich zum Theil bey zween einander anziehenden oder abtreibenden Magneten, bey zusamengedruckten oder ausgedehnten Federn und dergleichen, würklich zeiget. Es folget aber daraus, daß, da die Grösse der Erde in Ansehung der Entfernung des Mondes von derselben, gar beträchtlich ist (530): diejenigen Theile der Erde, welche nahe an ihrer Oberfläche zwischen dem Mittelpuncte derselben und dem Monde liegen, von diesem stärker angezogen werden, als die bey dem Mittelpuncte; und diese wieder stärker, als diejenigen, welche an der andern Seite des Mittelpuncts sich der Oberfläche nähern. Dieser ungleiche Zug hat bey dem Körper der Erde, in so weit er fest ist, keine weitere Folgen, als daß die von demselben herrührende Bewegung, mit welcher sich dieser Körper dem Monde zu nähern bemühet ist, geringer wird, als diejenige, welche erfolgen würde, wenn alle ihre Theile so stark gezogen würden, als diejenigen, deren Entfernung von dem Monde die kleinste ist; und grösser als die, welche sie erhalten würde, wenn alle ihre Theile so wenig gezogen würden, als die am meisten von dem Monde entferneten: welche Bewegung auch erfolgen würde, wenn der Mond alle Theile der Erde beynahe eben so stark anzöge, als die bey dem Mittelpuncte. Uebrigens aber sind die Theile dieses Klumpen zu fest mit einander verbunden, als daß aus der Verschiedenheit des Zugs, welche wir betrachten, auch einige Veränderung in der Gestalt desselben erfolgen könte.

Würkun-

Würkungen eines Zugs des Mondes bey dem Wasser unsrer Seen.

T.X.F.144. §. 789. Nun ist aber mehr als die Hälfte unserer Erdkugel mit Wasser bedecket, dessen Theile sich mit so geringer Mühe auf einander verschieben lassen, daß dasselbe einen jeden auch noch so kleinen Druck oder Zug folgen, und dadurch eine andere Gestalt bekommen muß: und dieses Wasser stehet in den meisten Seen sehr hoch über den festen Boden. Hier muß der Zug des Mondes eine ganz andere Würkung haben, welche wir uns am leichtesten und deutlichsten werden T.X.F.146. vorstellen können, wenn wir uns (*T X. Fig.* 146.) um den Mittelpunct der Erde *C* eine völlig runde Kugel vorstellen, deren Pole *P* und *Q* sind, und indem wir diese Kugel vermittelst einer Fläche durch die Axe *PQ* schneiden, dadurch einen ihrer Mittagskreise *PAQE* hervorbringen, in welchem *AE* der Durchmesser des Gleichers ist. Diese Kugel sey über und über, in einer beträchtlichen Höhe, mit Wasser bedeckt, von welchem wir annehmen können, daß es ebenfals rings um den Mittelpunct *C* eine volkommene Kugel bilde, weil es etwas sehr überflüßiges wäre, die kleinen Abweichungen von dieser Gestalt, die wir (264) bey unserem aus Erde und Wasser zusammengesetzten Ballen würklich antreffen, mit in Betrachtung zu ziehen, besonders da dasjenige, so wir sehen werden, gar leicht auf die wahre Gestalt desselben angewendet werden kan. Die in der Ebene des Schnitts gezogene *LN* sey ein Theil der Linie, welche den Mittelpunct der Erde *C* mit dem Mittelpuncte des Mondes verknüpfet, welcher dadurch in das Zenit des Orts *L*, und in das Nadir des *N* gesetzt wird. *HR* sey der Durchmesser, und zugleich der orthographische Entwurf einer Scheibe, welcher diese *LN* perpendicular ist, deren Umkreis demnach alle Puncte der Oberfläche des die Kugel bedeckenden Wassers enthalten wird, welchen der Mond im Horizonte erscheinet, indem er sich würklich in der verlängerten *LN* befindet. Bey diesem Stande ziehet der Mond das Wasser, welches sich bey *L* aufhält, viel stärker als das bey *N*; und das übrige desto stärker, je mehr es von *N* nach *L* entfernet ist, indem der Zug, welchem das rings herum, bey dem Umkreise des durch *HR* geschehenen Durchschnitts, anzutreffende Wasser ausgesetzt ist, beynahe zwischen dem gröſten und kleinsten im Mittel stehet. Weil aber auch die zwo von den Puncten *H* und *R* nach dem Mittelpuncte des Mondes lauffende gerade Linien *Hb* und *Rr* daselbst einen nicht ganz unbeträchtlichen Winkel einschliessen (528), so wird das bey diesen Puncten *H*, *R* stehende Wasser, indem es noch *Hb*

und

und Rr gezogen wird, zugleich, wiewol eben nicht stark, einwärts nach der Linie LN gedruckt, und man siehet leicht, daß dieses auch bey jeden zween andern Puncten stat haben werde, die, wie H und R, in einer der LN perpendicular gezogenen Linie, einander gerade entgegen stehen. Demnach wird alles die Kugel $PAQE$ bedeckende Wasser, indem es von dem Monde angezogen wird, auch einwärts gegen die LN gedruckt, an einigen Orten mehr, an andern weniger. T.X.F.146.

§. 790. Weil aber auch angenommen werden kan, daß alle Theile der festen Kugel $PAQE$ so stark gegen den Mond gezogen werden, als das Wasser bey H und R: so wird das Wasser bey L stärker dahin gezogen, als diese innere Kugel, und dadurch von derselben entfernet. Zwar verhindert das Gewicht des Wassers, daß diese Entfernung nicht alzugros werde. Bey dem allen aber muß dasselbe rings um den Ort L bis zu einer gewissen Höhe, aufschwellen. Es ist nicht anders, als ob das Wasser bey L leichter worden wäre; und eben so verhält sich die Sache auch mit allen übrigem, welches sich von dem Puncte L rings herum bis an den Kreis HR erstrecket; wiewol diese eingebildete Verminderung der Schwere von L nach H und R zu immer kleiner und kleiner wird. Im Gegentheil wird die feste Kugel stärker gegen den Mond gezogen, als das Wasser bey N; und dieses muß eben die Folgen haben. Denn es wird dadurch das bey N und rings um diesen Puncte sich aufhaltende Wasser eben so sehr von der immer festen Kugel $PAQE$ entfernet, als wenn es nach einem in der nach dieser Seite verlängerten CN liegenden Punct stärker als die Kugel $PAQE$ gezogen würde. Es muß also an dieser Seite N des Durchschnitts HR, das Wasser eben so aufschwellen, als an der andern Seite desselben L. Der Druck nach der Linie LN zu befördert diese Erhebung wenigstens mehr, als daß er sie hindern solte; und beydes zusammen giebt dem Wasser eine eyförmige Gestalt, ohngefehr diejenige, welche entstehen kann, wenn man die halbe Ellipse LHN, in welcher LN die grössere Axe, und CH die Hälfte der kleinern ist, um LN herumdrehet. Dadurch wird die Höhe des Wassers über den innern festen Körper $PAQE$, (welche immer von der Oberfläche desselben gerade nach dem Mittelpuncte C gemessen werden muß) von L nach H und R zu immer kleiner und kleiner, wächst aber von dannen wieder bis an N, alwo sie beynahe so gros wird, als die bey L. Es kan nehmlich, da die Puncte L, N fast volkom-

T.X.F.146. men gleich weit von dem *C* entfernet sind, die Differenz der Kräfte, mit welchen die Theile bey *L* und *C* gezogen worden, von dem Unterschiede derjenigen, welche in die Theile bey *C* und *N* nach eben der Direction würken, kaum verschieden seyn; und eben so ist es mit jeden zween andern Puncten, deren eines in der Hälfte der Kugel *HLR* in Absicht auf den Durchschnitt *HR* eben so liegt, als das andere in der andern Hälfte *HNR*. Diesem Unterschiede der Kräfte aber ist die Erhebung des Wassers bey *L* und *N* lediglich zuzuschreiben.

§. 791. Diese Gestalt muß also das die feste Erde bedeckende Wasser annehmen, indem es mit derselben zugleich aus der Stelle, in welchem sich der ganze Klumpen ausserdem, vermöge seiner Trägheit, befinden würde, nach den Mond gezogen wird. Und wenn sich die Erde in Absicht auf den Mond nicht drehete, sondern diesem immer eben den Theil ihrer Oberfläche zukehrete, so daß die von ihrem Mittelpuncte nach dem Monde gezogene *CL* immer durch eben die Puncte der festen Erde gehen müste: so würde das Wasser die beschriebene Gestalt so lang behalten, als in der anziehenden Kraft keine Veränderung vorgienge, welches nicht seyn kan, wenn nicht die Entfernung des Mondes von der Erde die vorige bleibt; und selbst bey einer Vermehrung oder Verminderung der anziehenden Kraft würde doch die Axe des von dem Wasser gebildeten Eys immer in die nach dem Monde laufende an der andern Seite in *N* verlängerte *LN* fallen. Es gehet aber, wenn wir uns die Kugel *PAQE*, samt dem Wasser welches sie bedecket, ohne diese Bewegung um *PQ* vorstellen, der Mond in beynahe 25 Stunden von Morgen gegen Abend um die Erde, und komt immer über anderes Wasser, welches er erheben muß, indem er das vorher erhobene wieder nach und nach fallen läßt. Es wird nicht wenig Wasser erfodert, die neuen Erhöhungen *L* und *N* an den Orten zu bilden, da sie vorher nicht waren; und das Wasser, welches zu dem Ende dahin fliessen muß, kan an diesen Stellen mit der ihm von dem Monde eingedruckten Bewegung, erst nach einiger Zeit anlangen. In dieser Zeit ist der Mond weiter fortgegangen, und befindet sich nicht mehr in der verlängerten *NL*, sondern in einer andern aus *C* gezogenen Linie, welche mit der *CL* einen Winkel macht. Da die Umstände, welche die Grösse dieses Winkels bestimmen, beynahe immer dieselben bleiben, so ist auch diese Grösse beynahe immer einerley, zum Beyspiel, immer von 35 Graden, oder etwas dergleichen. Mit diesem Winkel verfolget die Axe des von dem Wasser gebildeten grossen Eys, *LN* den Mond beständig, und komt also mit demselben

in

in 25 Stunden rings um die Erde herum, nicht anders als sie thun würde, wenn sie immer nach einem Körper gerichtet wäre, welcher in dem Parallelen, den der Mond bey seinem Umlaufe um die Erde beschreibt, demselben in einer Entfernung von den angenommenen 35 Graden nachgienge; wodurch das hohe Wasser mit der Zeit rings herum über andere Stellen der festen Kugel *PAQE* gebracht wird. T.X.F.146.

Erscheinungen, die daraus folgen.

§. 792. Damit wir aber deutlich einsehen, was vor Erscheinungen in Absicht auf das hohe oder niedrige Wasser an verschiedenen Orten des Erdbodens, hieraus folgen müssen, wollen wir die Bewegung des Mondes, mit welcher er in beynahe 25 Stunden von Morgen gegen Abend rings um die Erde zu gehen scheinet, gänzlich der Kugel *PAQE* zueignen, und diese sich in eben der Zeit von Abend gegen Morgen um *PQ* drehen lassen. Dem Monde, oder vielmehr dem erdichteten Körper, nach welchem die *CL* beständig gerichtet ist, bleibt alsdann keine andere Bewegung übrig, als die, mit welcher er seine Abweichung von dem Gleicher ändert, indem der Winkel *ACL* bald grösser bald kleiner wird, und bald an die mittägige, bald aber an die mitternächtige Seite der Fläche *AE* zuliegen komt. Ob nun wohl das Wasser der Bewegung der Kugel *PAQE* folgen, und mit derselben zugleich um *PQ* gehen muß, so bleibt doch, so lang der Winkel *ACL* nicht merklich geändert wird, die Gestalt desselben *LRNH* ohne alle Bewegung, die hier in Betrachtung gezogen werden dürfte, in eben dem Verstande, in welchem gesagt wird, daß der Wirbel eines Flusses immer derselbe bleibe, obwol das Wasser, welches ihn ausmachet, alle Augenblicke erneuert wird (775). Ist nun *BD* der orthographische Entwurf des Cirkels, welchen ein gewisser Ort der mit Wasser bedeckten Erde in der gesetzten Zeit um *PQ* beschreibt: so ist, wenn sich dieser Ort in *B* befindet, da er den erdichteten Mond in der Mittagsfläche sehen würde, die Höhe des Wassers *Bb*. Nach beynahe $12\frac{1}{2}$ Stunden befindet sich dieser Ort bey *D*, alwo ihm der erdichtete Aftermond wieder in der Mittagsfläche stehet, aber unter der Erde, und die Höhe des Wassers ist *Dd*. In beyden Fällen hat dieser Ort das höchste Wasser, welches er vor oder nach seinem Durchgange durch den von *HCR* vorgestellten Kreis, auf dessen Fläche die *LN* perpendicular fält, haben kan. Denn wenn er sich selbst in diesem Kreise bey dem Puncte befindet, dessen Entwurf *I* ist, so ist das Wasser, welches er bey eben dem Umlaufe über sich hat, das allerniedrigste:

T.X.F.146. niedrigste: und da dieser in *HCR* entworfene Kreis den Theil der Oberfläche *HLR*, der den Aftermond sehen würde, wenn er an sich sichtbar wäre, von dem Theile *HNR* absondert, welchem der Ort desselben von der Erde verdeckt wird: so erscheinet einem in *I* gesetzten Auge der Ort des Aftermondes selbst in dem Horizonte, bey seinem Aufgange oder Untergange. Es ist aber *Bb* grösser als *Dd*, wenn das Punct *B* weniger von der Linie *LN* entfernet ist, als das dazu gehörige *D*. Ist im Gegentheil *B* mehr von dieser *LN* entfernet, als das ihm zugehörige *D*, so ist *Bb* kleiner als *Dd*, wie man leicht siehet.

§. 793. Dieser Uebergang von dem hohen zum niedrigen Wasser, und von diesem wieder zum hohen, geschiehet an den allermeisten Oertern in fünf und zwanzig Stunden viermal, so daß in dieser Zeit jeder dieser Oerter zweymal hohes, und zweymal niedriges Wasser bekomt: wiewol bey eben dem Stande des Mondes und der damit verknüpften Grösse des Winkels *ACL*, der Ueberschuß der grösten Höhe über die kleinste, bey verschiedenen Orten verschieden ist, nachdem der Ort *B* von der *CL*, und also das Punct *D* von der *CN*, mehr oder weniger abweichet. Da auch bey der in der Zeichnung vorgestelten Lage der Axe *LN*, der Entwurf *BI* immer grösser oder kleiner ist als *ID*, ausser wenn *B* selbst in *A*, und also *BD* in den Entwurf des Gleichers *AE* fält; so wird auch der zu *BI* gehörige Bogen, welchen das Punct *B* beschreiben muß, um von dem höchsten Wasser bey *B* zum niedrigsten bey *I*, oder an der andern Seite von diesem zu jenem zu gelangen, von dem zur *ID* gehörigen fast überal verschieden seyn; und es werden die Zeiten, in welchen das Wasser fält und wieder steiget, der Grösse dieser Bogen gemäß, abwechseln. Bey einer hinlänglichen Entfernung des Orts *B* von dem Gleicher verschwindet endlich *DI* an der einen oder *BI* an der andern Seite ganz und gar, und der Ort bekomt in 25 Stunden nur einmal etwas höheres, und das anderemal etwas niedrigeres Wasser, worauf bey einer noch stärkern Annäherung des Orts an einen der Pole *P*, *Q* der Unterschied zwischen dem höhern und niedrigen Wasser völlig unmerklich wird. Alles dieses und noch vielmehr, siehet man deutlich, wenn man bey unverändertem Winkel *ACL* die Linie *BI*, der *AE*, welcher sie immer parallel laufen muß, an dieser oder der andern Seite nähert, oder von derselben entfernet.

§. 794. Da aber auch der Winkel *ACL* in der Fläche *PAQE* sehr veränderlich ist, indem *L* in jedem Mondenmonathe von der grösten Abweichung nach Norden zur grösten nach Süden übergehet, und von dannen wieder nach Norden zurückkehret, wiewol diese grösten Abweichungen in verschiedenen Monathen verschieden sind: so muß auch an einem jeden besondern Tage des Mondenmonaths das Wasser über jedem Orte des Erdbodens anders steigen und wieder fallen, als an dem andern; und in dem vorhergehenden Monathe anders, als in dem nachfolgenden. Diese monathliche Abweichung ist zu übersehen, wenn man in den Gedanken die Axe *LN*, und mit derselben die Ellipse *LHNR*, ohngefehr in die Lage bringt, welche die Abweichung des Mondes erfordert. Noch deutlicher aber würde sich alles zeigen, wenn man den Theil *LPNQ*, welcher das Wasser vorstellet, von der inwendigen Scheibe *PAQE* absondern wolte, so daß man jenen würklich um diese drehen, und dadurch den Winkeln *ACL*, *ECN* die gehörige Lage und Grösse beybringen könte. Die gröste Abweichung des Mondes von dem Gleicher kan bis gegen 29 Grade steigen, weil sich derselbe bis auf $5\frac{1}{4}$ Grade von der Ecliptic entfernen kan, welche selbst um $23\frac{1}{2}$ von dem Gleicher abweichet. Es erreichet aber, wie man leicht siehet, die Abweichung des Mondes nur in wenigen Monathen diese Grösse. T.X.F.146.

§. 795. Wollen wir alles dieses mit der Erfahrung zusammen halten, die wir auf der Erde von dem Steigen und Fallen des Gewässers der grossen Weltmeere haben können, so müssen wir zuförderst anmerken, daß die Gestalt derselben von der runden über und über mit Wasser bedeckten Kugel, die wir bisher betrachtet haben, gar sehr abweiche. Ob wohl der Ocean den grösten Theil der festen Erde tief genug bedecket; so ist doch das übrige trockne Land nicht weniger hoch über die Oberfläche desselben erhaben; und wir finden überal in den Seen eine Menge grosser und kleiner Insuln, ohne Gesetz und Ordnung, die wir zu übersehen vermögend wären, zerstreuet. Die Ufer dieser Länder und Insuln, wie auch die ebenfals auf dem Boden der See gegründete Klippen, können uns zu einem sichern Merkmaale des steigenden und fallenden Wassers dienen: sonst aber muß die Abwechselung des trockenen Landes mit dem Gewässer die Erscheinungen, welche aus der Vorstellung fliessen, an welche wir uns bisher gehalten haben, gar sehr verändern. Der Mond kan nur einen Theil der Materie, welche er, wenn jene Vorstellung der Sache völlig gemäß wäre, bey *L* und *N* erheben würde,

T.X.F.146. würklich in Bewegung setzen; weil der übrige fast mit dem innern der Erde verbunden ist. Dieser trockene Theil kan also zur Menge des Wassers, welches erfordert wird, den eyförmigen Raum bey diesen Stellen L, N gehörig auszufüllen, nichts hergeben. Er hindert vielmehr den Zufluß des Wassers nach diesen Stellen, welcher, wenn ihm kein Land im Wege stünde, von allen Seiten frey seyn würde. Hierdurch werden die Ströme verursachet, welche an den Küsten der Weltmeere, und besonders in den Meerengen angetroffen werden, und die Ungleichheit des Bodens der Seen, welcher nicht weniger als der trockene Theil der Erde seine hohen Berge, und tiefe Thäler hat, muß dazu ebenfals etwas ansehnliches beitragen. Wird dieses alles in Betrachtung gezogen; so komt das abwechselnde Fallen und Steigen des Wassers, oder die sogenante Ebbe und Fluth, welche an den Ufern fast aller Meere, die mit dem Ocean durch eine weite Oefnung eine hinlängliche Gemeinschaft haben, mit der Würkung eines Zugs des Mondes so gut überein, daß wir nicht zweifeln können, daß würklich dieser Zug wenigstens die vornehmste Ursache derselben seyn müsse. Alles übrige, so zur Erklärung der Ebbe und Fluth gesagt wird, ist entweder den Gesetzen der Natur oder den Erscheinungen, oder beiden zugleich zuwider.

Die Sonne ziehet das Wasser der Seen ebenfals an.

§. 796. Es richtet sich aber die Ebbe und Fluth auch zugleich augenscheinlich nach der Sonne. Denn das Wasser wird mehr gehoben, und die Axe des von demselben gebildeten Eys LN wird länger, wenn die von C nach der Sonne gezogene gerade Linie, oder ihre Verlängerung, nahe bey dem Monde vorbey gehet, und wir also den vollen oder neuen Mond haben; und viel kleiner, wenn die nach beiden Lichtern aus C gezogene geraden Linien einen beinahe rechten Winkel mit einander einschliessen, das ist, zur Zeit der Mondviertel: und zugleich hat die grössere oder kleinere Abweichung der Sonne von dem Gleicher auf den Ueberschuß der grössern Höhen des Wassers über die kleinsten, einen gar merklichen Einfluß. Hieraus ist zu schliessen, daß alle Theile unserer Erde, und mit denselben das Wasser, eben sowohl nach der Sonne gezogen werden, als nach dem Monde, und daß jene vor sich in die über und über mit Wasser bedeckten Kugel eben so würken, und dadurch ihre Gestalt eben so verändern müsse wie dieser. Es würde die Sonne, wenn sie allein würkte, aus diesem Wasser eben sowohl ein Ey bilden, und die Axe dieses Eys würde, bey dem täglichen Umlaufe der Sonne um die Erde,

die

die Sonne eben so verfolgen, wie dieses bey dem Monde geschiehet. Es kan aber dieses von der Sonne gebildete Ey lange nicht so sehr von einer Kugel abweichen, und nicht so länglich ausfallen, als das von dem Monde gebildete, da die Würkung, welche die Sonne bey der Ebbe und Fluth äussert, überhaupt beträchtlich kleiner gefunden wird, als die, so von dem Monde herrühret. T.X.F.146.

Erscheinungen und Schlüsse.

§. 797. Aus beiden Ursachen, welche immer zugleich würken, entstehet eine Gestalt, die aus den zwoen, deren eine der Mond, die andere aber die Sonne, jedes für sich, dem Wasser beyzubringen bemühet sind, gleichsam gemischt ist, wobey alles auf den Stand des Mondes in Ansehung der Sonne ankomt. Befindet sich der Mond in eben der durch den Mittelpunct der Erde gezogenen geraden Linie, in welcher die Sonne stehet, oder nahe dabey, welches sich in jedem Neumond und Vollmond ereignet, so fallen auch die Axen, der Wassereyer beinahe zusammen. Es wird also die Würkung des Mondes durch den Zug der Sonne befördert, das Wasser wird mehr gehoben, als es der Mond allein heben könte, und der Unterschied zwischen dem hohen und niedrigen Wasser wird stärker. Schliesset aber die von dem Mittelpuncte der Erde nach dem Monde gezogene Linie, mit der von dannen nach der Sonne gezogenen, beinahe einen geraden Winkel ein: so durchkreutzen die Axen der beiden länglichten Gestalten einander mit einem Winkel von eben der Grösse. Es trägt also die Sonne ihr hohes Wasser dahin, wo das niedrige des Monds stehet; ihr niedriges aber setzt sie an den Ort des hohen Wassers des Mondes. Dadurch wird jenes Wasser da, wo es ausserdem am niedrigsten stehen würde, erhöhet, seine grössere Höhe aber wird vermindert, und die Gestalt desselben überhaupt der Rundung einer Kugel näher gebracht. Zugleich aber wird auch die Axe des durch beide Würkungen zugleich gebildeten Wassereyes von der Stelle abgeneiget, in welche sie der Mond allein gesetzt haben würde, und derjenigen genähert, in welche sie fallen würde, wenn die Sonne allein würkte; doch so, daß sie der vorigen Stelle näher bleibt, als der letztern, denn auch bey diesem Umstande muß der Mond mehr würken, als die Sonne.

§. 798. Die übrigen Fälle in welchen die von dem Mittelpuncte der Erde nach dem Monde und nach der Sonne gezogene gerade Linien einen Winkel einschliessen, der zwar an sich beträchtlich ist, aber auch von einen rechten Winkel merklich abwei-

T.X.F.146. abweichet, werden hieraus leicht beurtheilet, und man siehet sogleich, daß überhaupt die Gestalt des Wassers und die Lage seiner Axe der ersten der eben beschriebenen desto näher kommen müsse, je kleiner der Winkel ist, welcher die Entfernung des Mondes von der Sonne angiebt, und der letztern, je weniger dieser Winkel von einem geraden abweichet. Wird nun zugleich die Abweichung der Sonne von dem Gleicher in Betrachtung gezogen, und auf die grössere oder kleinere Entfernung der Sonne und des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde, deren erstere die anziehende Kraft schwächet, die letztere aber stärker machet, mit gesehen, so kommen die Folgen, welche aus allen diesen fliessen, mit den sich an den Seeküsten, täglich, monatlich und jährlich ereignenden Umständen der Ebbe und Fluth so gut überein, als es bei der würklichen Beschaffenheit der Oberfläche unserer Erdkugel, an welcher (795) das Feste mit dem Flüßigen so sonderbar abwechselt, kaum zu erwarten war.

§. 799. Die Kraft, mit welcher das Wasser von dem Monde und der Sonne zugleich gehoben wird, kan eben nicht groß seyn, da dasselbe an verschiedenen Insuln, welche in den grossen Weltmeeren weit von dem festen Lande entfernet liegen, und selbst an den Küsten verschiedener Länder, nicht über vier bis sechs Schuhe hoch zu steigen und zu fallen pfleget. Denn daß an einigen europäischen Küsten, die Fluth zuweilen eine Höhe von 50 und mehrern Schuhen erreichet, ist der besondern Lage dieser Küsten zuzuschreiben, an welchen sich das zufliessende Wasser stösset, und darüber so hoch aufschwillt. Es ist aber dasjenige, so insbesondere die Sonne zu diesem Steigen beiträgt, bei weiten nicht die ganze Kraft, mit welcher sie die Erde an sich ziehet. Sie rühret, wie wir bei dem Monde gesehen haben, nur von dem Ueberschuße her, mit welchem die Theile der Erde, die von der Sonne weniger oder mehr entfernet sind als ihr Mittelpunct, mehr oder weniger gegen dieselbe gezogen werden, als die um diesen Mittelpunct liegende, und richtet sich nach dem Unterschiede der grössern oder kleinern dieser Entfernungen, von der mittlern. Da nun aber in einer runden Zahl die Entfernung der Erde von der Sonne 20000 halbe Durchmesser der Erde ausmachet, und also kein Theil derselben um mehr als den zwanzigtausenden Theil des Ganzen, der Sonne näher, oder von ihr weiter entfernet seyn kan, als der Mittelpunct der Erde von ihr entfernet ist: so kan auch der Theil der anziehenden Kraft der Sonne, welcher zur Erhebung des Wassers angewendet wird, nur ein sehr geringer Theil derjenigen

jenigen seyn, mit welcher sie in die ganze Erde würket (788). Dennoch ist jene Kraft an dem Wasser so sehr merklich, daß sie von Männern, welche mit sich den Beobachtungen der Ebben und Fluthen besonders beschäftiget haben, zwischen die Hälfte und ein Drittel derjenigen gesetzt wird, welche der Mond zum Steigen des Wassers anwendet. Wie groß muß also die ganze Kraft seyn, mit welcher die Erde von der Sonne, und also diese hinwiederum von der Erde angezogen wird? T.X.F.146.

Was erhält die Erde in ihrer Entfernung von der Sonne?

§. 800. Gleichwohl fält die Erde nicht auf die Sonne, welches ausserdem so gewiß geschehen würde, als ein schief in die Luft geworfener Ball gerade gegen die Erde fält, so bald ihm die Bewegung, mit welcher er in der Luft seinen gekrümten Weg beschreibt, durch diesen oder jenen Widerstand entzogen wird. Es muß eine Gegenkraft da seyn, welche die Erde in ihrer Entfernung von der Sonne erhält, und diese muß sowohl in die Sonne als in die Erde würken. An sich ist einem jeden Körper, welchen wir kennen, der Zustand der Ruhe und der Zustand der Bewegung gleichgültig: und er folget einer jeden Kraft, welche bemühet ist, ihn aus jenem in diesen zu versetzen, oder seine Bewegung zu verändern. Wolte ja jemand die Sonne hievon ausnehmen, so würde er doch nicht den geringsten Grund finden, dieses auch mit der Erde zu thun, deren Theile alle mit der angezeigten Eigenschaft begabet sind, die man ihre Trägheit nennet, welche sich überhaupt von dem Begriffe eines Körpers nicht absondern läßt, ohne daß er aufhöre einen wahren und eigentlichen Körper vorzustellen. Zwar vereiniget die Schwere einen jeden Theil der Erde mit dem Ganzen, und widerstehet einer jeden Kraft, welche bemühet ist denselben von dem übrigen Klumpen abzusondern. Allein dadurch erhält blos die Erde, so weit es ihre Festigkeit erlaubet, die Gestalt einer Kugel: und keinesweges kan durch die Kraft der Schwere der Mittelpunct der Erde an ein gewisses Punct des unbegränzten Raums gebunden, und in demselben unbeweglich erhalten werden; wie dieses die Alten von dem Mittelpuncte ihrer Weltkugel annahmen, welchen sie als die unterste Stelle des ganzen Gebäudes ansahen, und auf diese willkührliche Benennung die Lehre gründeten, daß, da alle schwere Körper beständig unterwärts gehen, auch die ganze Erde um dieses unterste Punct unbeweglich ruhen müsse. An eine andere Kraft aber, welche von aussen an der einen Seite in die Erde, und an der

andern in die Sonne, dergestalt würkte, daß dadurch diese Körper in der gehörigen Entfernung von einander gehalten würden, kan schwerlich mit einiger Wahrscheinlichkeit gedacht werden.

T.X.F.146. §. 801. Erinnern wir uns aber des schief in die Luft geworfenen Ball (787), welcher in derselben den Bogen *ADE* beschreibt, ohne von dem Puncte *D* dieses Bogens, bei welchem er sich in einem gewissen Zeitpuncte befindet, nach der Linie *DF* gerade unterwärts zu fallen, wie er doch, vermöge seiner Schwere zu thun bemühet ist; so kan uns das leichteste, ja das einzige schickliche Mittel, welches die Erde in ihrer Entfernung von der Sonne erhalten kan, nicht verborgen bleiben. Wenn man sich vorstelt, daß die Linie *BA*, nach der Seite *A* verlängert, die Sonne erreiche, so durfte die Erde nur ein vor allemal, nach einer geraden Linie *AC*, welche mit der *AB* den Winkel *BAC* von beliebiger Grösse einschliesset, in Bewegung gesetzt werden. Die anziehende Kraft der Sonne wird die Erde, welche vermöge ihrer Trägheit bemühet ist, mit einer gleichförmigen Bewegung nach der *AC* fortzugehen, gleich anfangs von dieser Linie abbringen, und ihrem Mittelpuncte eine andere Richtung geben, welche eine merkliche Zeitlang zu verfolgen, ihn eben die anziehende Kraft verhindern wird. Da eben dieses auch in jedem der folgenden Augenblicke statt hat, so wird der Mittelpunct der Erde einen um die Sonne gekrümten Bogen beschreiben, welcher, wenn die anziehende Kraft wohl gemäßiget wird, und der Winkel *BAC*, samt der Geschwindigkeit des Wurfs nach *AC*, die gehörige Grösse bekomt, zu einem die Sonne umgebenden Cirkelkreise, einer Ellipse oder andern dergleichen geschlossenen Linie werden kan, in welcher die Erde ihre Bewegung immer fortsetzet, wenn nicht einige Nebenursachen sie von derselben abbringen.

§. 802. Aber die Sonne, welche wenn sie ein wahrer Körper, und nicht, nach der sich selbst widerlegenden Vorstellung einiger Alten, eine blosse Erscheinung ist, die entstehet und verschwindet; eben sowohl von der Erde angezogen wird, als sie diese anziehet, muß ebenfals eine Bewegung haben, welche sie in jedem Zeitraume so weit von der Erde entfernet, als sie, vermöge dieser anziehenden Kraft, sich derselben nähern würde. Wie dieses geschehen könne, läßt sich begreifen, wenn
T. XI. Fig. 147. wir uns um den Mittelpunct *C* (*Tab. XI. Fig.* 147.) zween Cirkelkreise beschrieben vorstellen, und einen beliebigen Halbmesser des einen *AC* von dem Mittelpuncte *C*

bis

bis an den Umkreis des andern in *B* verlängern, alsdenn aber *A* die Erde und *B* die Sonne bedeuten lassen, und annehmen, daß diese Körper beide, jeder in seinem Kreise, sich dergestalt bewegen, daß die von dem Mittelpuncte des einen an den Mittelpunct des andern gezogene gerade Linie, so wie *AB*, immer durch den gemeinschaftlichen Mittelpunct der Kreise *C* gehe. Denn der Körper *A* ist bemühet von *A* nach der *Aa* fortzugehen, welche gerade Linie seine Bahn bei dem Puncte *A* berühret, welches nicht geschehen kan, ohne daß er sich von dem Mittelpuncte *C*, und folgends auch von dem Körper *B* entferne; welcher *B* seines Orts sich ebenfals bemühet in der *Bb* fortzurücken, und sich dadurch von dem Puncte *C* und dem Körper *A* zu entfernen. Befinden sich nun die beiden Körper immer zugleich in einer geraden Linie, welche durch *C* gehet; so ist auch die anziehende Kraft des Körpers *B* einer würklichen Entfernung des *A* von *C* immer gerade zuwider. Wenn also diese anziehende Kraft so stark würket, daß sie in jedem auch noch so kleinen Zeitraume den Körper *A* dem *C* um so vieles nähert, als er sich in eben der Zeit von demselben *C* entfernet haben würde, wenn er, vermöge seiner Trägheit in der *Aa* fortgegangen wäre; so wird der Körper *A* würklich in seiner cirkelrunden Bahn erhalten: und eben dieses leistet auch die anziehende Kraft des *A* bey dem Körper *B*. Ist aber dieses, so bewegen sich eigentlich die Körper *A*, *B* beide um *C*; und es kan von jedem derselben gesagt werden, er bewege sich um den andern, wenn man diesen andern als unbeweglich ansiehet. T. XI. Fig. 147.

Umständlichere Erklärung der Bewegung zweener mit einander verbundener Körper.

§. 803. Eine genaue Betrachtung wird alles deutlicher machen, und uns nach und nach die Ursachen der Bewegungen entdecken, die wir an den himlischen Körpern wahrnehmen. Es wird gesetzt, daß sich bei den Körpern *A*, *B* alles so verhalte, wie wir gesehen haben, daß es eingerichtet seyn müsse, wenn sich dieselben beide, jeder in seinem Kreise, bewegen solten. Wenn nun bei dieser Bewegung der eine Körper aus seinem Orte *A* in *D* übergegangen ist, so hat der andere in eben der Zeit den Bogen *BE* beschrieben, welcher mit jenem zwischen den Linien *AB*, *DE* lieget, die einander bei dem gemeinschaftlichen Mittelpuncte *C* durchkreutzen. Es sind also diese in eben der Zeit beschriebene Bogen *AD*, *BE*, so groß sie auch seyn mögen, einander ähnlich und haben gleichviele

T. XI. Fig. 147. Grade und Theile der Grade; woraus folget, daß auch die ganzen Umkreise von den Körpern A, B in einerley Zeit beschrieben werden. Die anziehende Kraft würket, wenn sich die Körper bei A, B befinden, in dieselbe nach AC, BC. Es musten also die Linien aD, bE, welche diese Richtung angeben sollen, der AB parallel gemacht werden, wodurch die Winkel a und b gerade wurden, weil die bei A und B gerade sind. Da nun auch die bei C einander entgegen gesetzten Winkel gleich sind; so sind drey Winkel des Vierecks $ACDa$ gleich dreyen Winkeln des Vierecks $BCEb$, also ist auch der vierte CDa gleich dem vierten CEb. Es haben aber auch die Seiten AC, DC zu den Seiten CB, CE einerley Verhältniß, weil jene sowohl als diese einander gleich sind. Demnach sind diese Vierecke $ACDa$, $BCEb$ durchaus ähnlich, und wir haben $Da : Eb = AC : CB$, samt verschiedenen andern Proportionen, welche diese Aehnlichkeit darbiethet. Dieses ist bei einer jeden Grösse der spitzigen Winkel an dem Puncte C richtig. Wenn man sich aber diese Winkel unendlich klein vorstellet, und dadurch auch die Bogen AD, BE samt den Seiten der Vierecke Aa, Da; Bb, Eb ohne Ende vermindert: so wird aD der Raum, um welchen sich der Körper A in der Zeit, in welcher er für sich die Aa beschrieben hätte, dem Puncte C nähern muß, damit er den Bogen AD beschriebe; und eben die Bewandniß hat es auch mit der unendlich kleinen BE, um welche sich der Körper B dem Puncte C in eben der Zeit nähert. Wir haben (784) gesehen, daß wenn man sich unter eben den Buchstaben A, B die Massen dieser Körper vorstellet, seyn werde: $aD : bE = B : A$. Da wir also hatten $aD : bE = AC : CB$; so ist auch $AC : CB = B : A$, und der Punct C ist der Mittelpunct der Massen dieser Körper.

§. 804. Es folgt hieraus, daß zween Körper A und B, zu welchen C der Mittelpunct der Massen ist, nachdem sie nach den Directionen Aa, Bb, welche beide auf die AB perpendicular, aber einander entgegen gesetzt sind, dergestalt angestossen worden sind, daß die Wege Aa, Bb welche sie mit den dadurch erhaltenen Bewegungen in eben der Zeit zurück legen, sich umgekehrt wie ihre Massen, oder wie AC zu BC, verhalten, so nehmlich, daß $Aa : Bb = B : A = AC : BC$; daß, sage ich, diese Körper, von einer Kraft, mit welcher sie einander anziehen, allerdings gezwungen werden können, statt der geraden Linien Aa, Bb die Bogen AD, BE, in eben der Zeit zu beschreiben, in welcher sie

jene

jene beschrieben haben würden: indem dazu nicht mehr erfordert wird, als daß die anziehende Kraft des Körpers B in der nehmlichen Zeit den Körper A dem C genau um die aD nähere, weil alsdenn auch B dem C um die bE genähert werden wird. Ist nun der Körper A in dem Bogen AD bey D angelangt, und B bey E, so sind diese Körper eben so bemühet, nach den geraden Linien, welche die Bogen bei diesen Puncten D und E berühren, fortzugehen, als sie eine dergleichen Bemühung bei A und B hatten, und können durch die fortgesetzte Würkung der anziehenden Kraft von diesen Berührungslinien in die Cirkelkreise zurückgebracht, oder vielmehr verhindert werden, daß sie diese, der von der Trägheit herrührenden Bemühung sich von denselben zu entfernen, ohngeachtet, nie würklich verlassen. Und da dieses von jeden andern Puncten der zween Kreise richtig ist, in welchen die Körper A, B zugleich anlangen, so können endlich diese Kreise ganz, und mehr als einmal beschrieben werden. Man siehet dieses würklich an zween Körpern, welche dergestalt mit einem Bande verknüpft sind, daß sie beständig in eben der Entfernung AB von einander bleiben müssen, wenn man sie in die hier beschriebene Bewegung setzet, indem die unveränderliche Länge AB die Körper keine andere, als Cirkelbogen, um den Mittelpunct ihrer Massen C beschreiben läßt. T. XI. Fig. 147.

§. 805. Ist die Kraft, mit welcher die Körper A, B einander anziehen, zu klein oder zu groß, als daß sie in der angegebenen Zeit den A aus a genau in D, und den B aus b genau in E bringen könte; so können diese Körper freylich keine Cirkelkreise beschreiben, die einen gemeinschaftlichen Mittelpunct C haben. Und wenn die Linien Aa, Bb, nach welchen die Körper anfänglich in Bewegung gesetzt werden, der AB nicht perpendicular sind, so werden die von denselben beschriebene Bahnen auch nicht nothwendig Cirkelbogen. Allein wenn nur (*T. XI. Fig.* 148.) diese Linien Aa, Bb einander parallel sind, und also beide in eben die Fläche fallen, in welche alsdann auch AB und der Mittelpunct der Massen fallen muß, und dabey das übrige in Acht genommen wird, so voraus gesetzt worden ist; so werden die Vierecke $ACDa$, $BCEb$ einander dem ohngeachtet ähnlich, weil auch nunmehro alle Winkel des einen so groß ausfallen, als die Winkel des andern, und, da $Aa : Bb = AC : BC$, auch die übrigen zwo Seiten der Vierecke gegen einander die gehörige Verhältniß haben müssen, die nehmlich, bei welcher die Proportionen $aD : bE = AC : BC$ T. XI. Fig. 148.

T. XI. Fig. 148. und $DC : EC = AC : BC$ beide richtig sind. Da also wie vorher $aD : bE = B : A$, so ist auch gegenwärtig $AC : BC = B : A$, und also C der Mittelpunct der Massen der Körper A, B. Aus der Proportion $DC : EC = AC : BC$, welche immer statt hat, so groß oder klein auch die Aa, Bb genommen werden mögen, folgt, daß die zwo krumlinichten Figuren ACD, CBE einander ähnlich sind. Bei der Fortsetzung der Bewegung von den Puncten B und E geschiehet eben dergleichen. Es bleiben also die zwo von den Körpern A, B um das Punct C dergestalt beschriebenen Figuren einander ähnlich, so sehr auch die Bogen AD, BE nach und nach anwachsen mögen.

§. 806. Dieses sind die Gesetze, welche jede zween einander anziehende oder sonst mit einander verknüpfte Körper beobachten müssen, wenn sie sich beide, ohne einer weitern Beihülfe, um ein unbewegliches Punct herum bewegen sollen. Die Bahnen, welche sie bei dieser Bewegung beschreiben, müssen beide ganz in eine und eben dieselbe unbewegliche Fläche fallen: das Punct, welches diese Bahnen umgeben, muß der Mittelpunct der Massen der Körper seyn, und also eine durch die beiden Körper gezogene gerade Linie immer auch durch dasselbe hindurchgehen: die Figuren aber, welche zwo dergleichen Linien mit den dazwischen liegenden Theilen der Bahnen einschliessen, müssen einander ähnlich werden. Uebrigens komt es bei der eigentlichen Gestalt der Bahn AGH, welche der Körper A um den Punct C beschreibet, auf die Stärke der anziehenden Kraft an, welche der Körper B in jeder Entfernung von dem A äussert, und dadurch diesen A dem Puncte C nähert. Wenigstens lässet sich ausser dieser Entfernung AB kein anderer Umstand mit einiger Wahrscheinlichkeit gedenken, nach welchem sich die Stärke des Zugs, und die davon herrührende Grösse der Da, richten solte, von deren Verhältniß gegen Aa doch die Krümmungen bei dem Puncte A, und allen übrigen, welche der Bahn ihre eigentliche Gestalt geben, lediglich herrühren. Nach dem die Würkung der anziehenden Kraft in verschiedenen Entfernungen nach diesen oder andern Gesetzen wächset und abnimt, wird auch die Linie $AGHK$ auf unzählige Arten verändert, und sie kan entweder, wie der Umkreis eines Cirkels oder einer Ellipse, sich wieder an ihren Anfang anschliessen, oder bei verschiedenen Umläufen um das Punct C anders und anders gekrümmet seyn. In dem erstern Falle wird durch einen einzigen Umkreis eine ebene Figur begränzet, welche einen Cirkel

oder

oder einer Ellipse mehr oder weniger gleich stehet; in dem letztern aber keinesweges; ob wohl auch eine dergleichen Linie sich nach mehr oder weniger Umläufen wieder an ihren Anfang anschliessen kan. T. XI. Fig. 148.

Der Grundsatz hiezu.

§. 807. Uebrigens wird bey diesen Betrachtungen auf einen Grundsatz gebauet, welcher bereits in dem vorhergehenden, wenigstens zum Theil, als bekant angenommen worden ist, in seinem ganzen Umfange aber sich also ausdrücken läßt: Wenn ein Punct oder Körper A (*Tab. XI. Fig.* 149.) sich in einer geraden Linie AB gleichförmig bewegen würde, wenn ihn nicht eine andere Bewegung von dieser AB beständig nach Linien entfernete, die sämtlich in eben der Fläche der AC parallel sind, welche mit AB den willkührlichen Winkel BAC einschliesset: so nimt dieser Punct oder Körper A würklich den Weg AD, welcher bestimmet wird, wenn man die BD, um welche er sich von der AB in der Zeit entfernet hat, in der er vermöge seiner ersten gleichförmigen Bewegung aus A in B übergegangen wäre, von dem Puncte B an, der AC parallel machet, und mit den übrigen Entfernungen, als bd, eben so verfähret; so daß immer die Bewegung durch Ab, und die Entfernung um bd, in gleichen Zeiten geschehen. Dergestalt, und dergestalt allein, können die Würkungen beider Bewegung zugleich bestehen, wie sie thun müssen, weil keine die andere aufhebt. T. XI. Fig. 149.

§. 808. Der Weg AD wird gerade, und von dem Puncte oder Körper A mit einer gleichförmigen Bewegung beschrieben, wenn auch die andere Bewegung gleichförmig ist, mit welcher sich dieser Punct oder Körper A von der AB nach Richtungen entfernet, die sämtlich der AC parallel liegen. Denn in diesem Fall ist durchaus, und zu jedem Puncte b, $AB : Ab = BD : bd$, welches nicht seyn könte, wenn nicht AD gerade wäre. Ist aber AD eine gerade Linie, welche von den Parallelen bd, BD geschnitten wird, so ist auch $AB : Ab = AD : Ad$, und also die Bewegung durch AD gleichförmig: welche gleichförmige Bewegung durch AD demnach der Körper A immer erhalten wird, wenn demselben zwo ebenfalls gleichförmige Bewegungen beygebracht werden, die erste nach AB, und die zweite nach AC, durch was für Mittel dieses auch geschehen mag, wenn nur die Geschwindigkeit der ersten dieser Bewegungen sich zu der zweiten wie AB zur BD verhält, und also diese zwo Linien, vermittelst jeder derselben insbesondere, in eben

der

T. XI. Fig. 149. der Zeit beschrieben werden müssen. Zwar folget aus dem Beweise, daß auch in dem Falle, da die Bewegungen durch AB, AC nicht gleichförmig sind, die AD gerade seyn könne, indem dazu nicht mehr erfordert wird, als daß zu einer jeden Grösse der AB die Proportion $AB : Ab = BD : bd$ statt finde. Es bleibt aber alsdenn die Geschwindigkeit, mit welcher AD beschrieben wird, nicht durchaus einerley.

§. 809. Ist nur die Bewegung nach AB gleichförmig, nicht aber die nach der AC gerichtete, mit welcher sich der Körper A von AB nach Linien entfernet, die sämtlich der AC parallel sind; so ist der Weg AD immer eine krumme Linie. Wäre diese Linie gerade, so würde die Proportion $AB : Ab = BD : bd$ statt haben, und also auch die Bewegung nach der AC gleichförmig seyn. Es kan aber die Geschwindigkeit, mit welcher ein Körper in einer geraden Linie fortgehet, nicht geändert werden, wenn nicht in demselben eine von seiner Trägheit ganz verschiedene Kraft von aussen würket: und wenn in jedem Augenblicke eine Veränderung in der Geschwindigkeit vorgehen soll, so muß diese Kraft, ununterbrochen, in einem fortwürken, wie dieses würklich die Schwere thut. Treibet eine dergleichen Kraft den Körper A nach der AC, und jeder derselben parallel laufenden bd, so wird der Weg BD, welchen er nimmet, gewiß gekrümmet, und dieses desto mehr, je länger die Zeit ist, in welcher die Kraft würket, und je mehr dadurch, in jedem besondern Theile dieser Zeit, die Geschwindigkeit nach AC geändert wird. Ist also diese letztere Veränderung immer gering, so kan auch in einer beträchtlichen Zeit der Weg AD kaum merklich gekrümmet werden. Noch viel unmerklicher aber wird die Krümmung, wenn auch die Zeit klein ist. Es kan nicht einmal die Veränderung, welche in einer sehr kurzen Zeit bey der Geschwindigkeit vorgehet, beträchtlich seyn, und mit einer desto grössern Zuversicht können wir eine jede Bewegung, die nur eine unendlich kleine Zeitlang währet, als geradlinicht und gleichförmig ansehen. So viel zu einer mehrern Erläuterung: wir können nun in unserer Betrachtung fortfahren.

Die Zeiten der Bewegung nach einem Puncte getriebener Körper.

T. XI. Fig. 150. §. 810. Wenn ein Körper A (*Tab. XI. Fig.* 150.) sich in dem Zustande einer gleichförmigen Bewegung nach AB befindet, mit welcher er für sich diese AB in der Zeit t durchlaufen würde, er wird aber zugleich beständig nach dem

Puncte

Puncte C gezogen, durch welches und die Linie AB die Fläche der Zeichnung hindurchgehet, so daß der Körper A sich in eben der Zeit t dem C um die BD nähert, welche der AC parallel ist, und also in derselben Zeit würklich den Weg AD beschreibet: so würde er, wenn mit Verflieſſung der Zeit t die anziehende Kraft zu würken aufhörte, nach der in E verlängerten AD fortgehen, und in derselben den dem AD gleichen Weg DE in einer Zeit von eben der Länge t zurücklegen. Es würden aber auch die auf die gleichen Grundlinien AD, DE gesetzten Dreyecke ACD, DCE, deren Spitzen bey C zusammenstoſſen, einander gleich seyn. Wird aber, in diesem zweiten Zeitraume von der Gröſſe t, der Körper ebenfals nach C gezogen, und dadurch gezwungen, sich diesem Puncte C nach der Richtung DC um EF zu nähern, die der DC parallel lieget; so beschreibet er nunmehro den Weg DF in eben der Zeit. Die Dreyecke EDC, FDC aber, welche beide auf der Grundlinie DC, zwischen den Parallelen DC, EF liegen, werden einander ebenfals gleich, und also auch das Dreyeck DCF gleich dem ACD. So ist es immer. Der Körper A ist in dem nächsten Zeitraume von der Gröſſe t bemühet seinen Weg durch $FG = DF$ fortzusetzen. Wenn er also in eben der Zeit sich dem C um die FH nähert, welche der FC parallel ist, so bekömt das Dreyeck FCH eben die Gröſſe des ACD; dem FCH wird wieder das nächste dergestalt erzeugte Dreyeck gleich, und so weiter. Der ganze aus den geraden Linien AD, DF, FH ... zusammengesetzte Weg aber wird ein Theil des Umfangs einer ebenen geradlinichten Figur, welche die von ihren Ecken an das Punct C gezogenen geraden Linien in gleiche Dreyecke theilen. Werden nun die Seiten AD, DF, FH und sofort ohne Ende vermindert, so verwandelt sich der aus geraden Linien zusammengesetzte Umfang in eine krumme Linie, in welcher, wie in allen andern, jedes Punct als eine Ecke angesehen werden kan; welches wohl erwogen den Schluß giebt: Wenn ein beständig nach einem Puncte C (*T. XI. Fig.* 151.) gezogener oder sonst getriebener Körper A, in einer durch diesen Punct C gelegten Ebene, durch seine Bewegung eine krumme Linie $ABDEF$ beschreibet: so schlieſſen jede zween in gleichen Zeiten beschriebene Theile dieser Linie BD, EF, mit den von ihren äuſſersten Puncten, B, D und E, F nach dem C gezogenen geraden Linien gleiche Ausschnitte BCD, ECF ein: sind aber die Zeiten in welchen die Theile BD, EF beschrieben werden, ungleich, so verhalten sich die Ausschnitte BCD, ECF wie die Zeiten, in welchen sie beschrieben werden.

T. XI. Fig. 150.

T. XI. Fig. 151.

T. XI. F. 151. §. 811. Wenn also die Bahn der Umkreis eines Cirkels ist, und das Punct *C*, nach welchem der bewegte Körper beständig getrieben wird, in dem Mittelpuncte desselben lieget: so werden, da alle Ausschnitte eines Cirkels, deren Bogen gleich sind, eben die Grösse haben, auch die Zeiten, in welchen diese gleichen Theile der Bahn beschrieben werden, einander immer gleich seyn. Es bleibt also die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper in dem Umkreis seines Cirkels fortgehet, immer ebendieselbe; und da er mit derselben nach jedem Umlaufe wieder bei dem Puncte anlangt, von welchem er bei dessen Anfange ausgegangen ist: so muß sich diese Bewegung ohne Veränderung so lange erhalten, als nichts von aussen in den bewegten Körper würket. Eben die Bewandniß hat es auch mit den zween in der 147 Zeichnung vorgestelten Körpern *A*, *B*, welche ihre Cirkelkreise um den Mittelpunct der Massen *C* beschreiben, und so lang, ausser der hier betrachteten, keine andere Kraft in dieselbe würket, vermöge ihrer Trägheit, mit einerley Geschwindigkeit ohne Aufhören beschreiben werden.

T. XI. Fig. 147. 148.

§. 812. Auch siehet man leicht, daß, bei einer völligen Abwesenheit einer äussern Kraft, die Bewegung der in der 148sten Zeichnung vorgestelten Körper *A*, *B* um den Mittelpunct ihrer Massen *C* ohne Ende fortdauren müsse, wenn die von denselben um diesen Punct *C* beschriebenen Figuren *FGHK*, *fghk* von der Art sind, daß sie, wie die Ellipsen, vermittelst einer durch *C* gezogenen Axe *FH* in die Theile *FGH*, *HKF*; *fgh*, *hkf* zerschnitten werden können, welche einander gleich und ähnlich sind, und dergestalt an der Axe *FH* liegen, daß wenn, bei unveränderter Lage der Puncte *F*, *H*; *f*, *b*, man einen derselben um die *FH* herumkehret, er endlich völlig mit dem andern zusammen fällt. Wir stellen uns diese Bahnen durchaus ohne Ecken vor, welche sie bei den Scheiteln *F*, *H*, *f*, *b* haben würden, wenn sie nicht daselbst mit rechten Winkeln an die Axe anliefen. In einer dergleichen Bahn kan zwar die Geschwindigkeit des Körpers *A*, welcher dieselbe beschreibt, bei jedem Puncte der Hälfte *FGH* verschieden seyn, weil, wenn man dieselbe in eine beliebige Zahl gleicher Theile theilt, alle wie *ACD* zu diesen Theilen gebildete Ausschnitte ihre besondere Grösse bekommen können. Es ist aber auch einem jeden Puncte dieser Hälfte *A* in der andern Hälfte der Bahn *HKF* ein Punct *M* entgegen gesetzt, welches in Absicht auf die Axe *FH* eben die Lage hat, und, wenn man es mit *C* verknüpfet, den Winkel *MCF* giebt, welcher dem *ACF* gleich ist. Bei diesem Puncte *M* bewegt sich der Körper mit eben der Geschwin-

schwindigkeit, welche er bei A hatte. Er langet also auch bei F mit eben der Geschwindigkeit an, mit welcher er sich anfangs von diesem Puncte entfernete, und beschreibt die Bahn das zweitemal in einer eben so langen Zeit, als er brauchte, sie das erstemal zu beschreiben. Eben diese Bewandniß hat es auch mit dem dritten vierten und allen folgenden Umläufen. Bei andern Körpern, welche mit einem einzigen Umlaufe eine ebene Figur umschliessen, sind wenigstens die ganzen Zeiten dieses Umlaufs einander gleich, als welche immer durch die Grösse des Inhalts dieser Figur angegeben werden, und der Körper gehet bei jedem Puncte seiner Bahn immer mit eben der Geschwindigkeit in derselben fort: und was dergleichen Umstände mehr sind, deren besondere Betrachtung hier sehr überflüßig wäre. T. XI. Fig. 147. 148.

Bewegung des Mittelpuncts der Massen.

§. 813. Wenn nun die zween Körper A und B (*T. XI. Fig.* 147. 148.) welche sich um den Mittelpunct ihrer Massen C herum bewegen, und um denselben ähnliche Figuren beschreiben, was diese auch für eine Gestalt haben mögen, beide mit eben der Geschwindigkeit in eine neue Bewegung gesetzt werden, deren Richtung für beide Körper eben dieselbe ist, so, daß die beiden Körper, vermittelst der neuen Bewegung allein, nach Parallellinien gehen würden, die entweder in die Fläche der krumlinichten Bahnen der Körper A, B fallen, oder sich von dieser nach rechten oder schiefen Winkeln entfernen können: so wird dadurch in der Kreisbewegung, welche die Körper A, B vorher hatten, nichts weiter geändert, als daß sie, mit Beybehaltung derselben, auch der neuen geradlinichten Bewegung folgen, und würklich zugleich, nach der Richtung der Parallelen, mit der empfangenen Geschwindigkeit fortgehen werden. Die Wege, welche die Körper mit der aus beiden zusammengesetzten Bewegung, würklich beschreiben werden, sind aus den oben (744) erklärten, welche die Planeten um die Erde nehmen würden, wenn sich die Sonne in einem Jahre um dieselbe bewegte, indem jeder Planet in seinem besondern Kreise um diese herumläuft, zu beurtheilen. Daß aber die Sache selbst sich so verhalte, wird geschlossen, wenn man erweget, daß zween oder mehrere, nach eben der Richtung, das ist, nach geraden Linien die einander parallel laufen, mit einerley Geschwindigkeit fortgehende Körper, mit dieser gemeinschaftlichen Bewegung auf keinerley Art in einander würken können; da dieselbe weder die Körper einander nähert, noch von einander entfernet, sondern die

T. XI. Fig. 147. 148. Ordnung, in welcher diese sich befinden würden wenn sie nicht da wäre, ungeändert läßt. Bei so gestalten Sachen muß allerdings den Körpern ihre vorige Bewegung ungestört verbleiben, und derselben nur die neue geradlinichte zugesetzt werden: so wie wir dieses ohngefehr bei einer Taschenuhr finden, deren Räder sich um ihre Axen drehen, und zugleich einer jeden Bewegung folgen, welche von dem, der die Uhr bei sich trägt, derselben den ganzen Tag über beygebracht wird.

§. 814. Wenn nun der Zusammenhang der Körper *A*, *B* sich in dem erklärten Zustande, der aus der krumlinichten um *C* und der geradlinichten zusammengesetzten Bewegung, befindet; so beschreiben nicht nur die Körper *A*, *B* würklich krumme Linien, sondern es thut dieses auch ein jedes Punct der Linie *AB*, ausser dem einzigen Mittelpuncte der Massen *C*, welches, bei der erstern Bewegung allein, nicht aus seiner Stelle gewichen wäre. Es hat also dieser Punct *C* die letztere geradlinichte Bewegung allein, und gehet würklich nach der Richtung und mit der Geschwindigkeit dieser den Körpern *A* und *B* beygebrachten neuen Bewegung. Dadurch wird es leicht sich von der Bewegung des ganzen Zusammenhangs eine deutliche Vorstellung zu machen, und diese mit Worten geschickt auszudrücken. Man muß die Lage der geraden Linie angeben, in welcher der Mittelpunct der Massen *C* fortrücket, samt der Geschwindigkeit dieser gleichförmigen Bewegung; und sodann die krumme Linie *FGHK* bestimmen, in welcher einer der bewegten Körper *A* um *C* herumläuft, samt der Zeit, in welcher er dieselbe ganz beschreibet. Denn es wird gesetzt, daß diese *FGHK* von der Art derjenigen krummen Linien sey, welche mit einem einzigen Umfange eine ebene Figur einschliessen. Ist beides bekant, so kan zu einem jeden Zeitpuncte der Ort des Körpers *A* in seiner Bahn geschlossen werden, wenn nur derjenige bekant ist, bei welchem er sich in einem andern ebenfals gegebenen Zeitpuncte befunden hat, welcher *F* seyn mag. Denn es verhält sich die ganze Zeit des Umlaufs zu derjenigen, welche verflieſſet, indem der Körper aus *F* in *A* übergehet, wie der ganze von der Bahn *FGHK* umschlossene Raum, zu dem Ausschnitte *FCA*. Wird also aus dieser Proportion der Inhalt des Ausschnittes berechnet, und hernach in einer Zeichnung, oder auch nur in der Einbildung, der Winkel *FCA* so groß gemacht, daß der Ausschnitt *FCA* diesen Inhalt würklich bekomt; so ist *A* der verlangte Ort des Körpers. Man siehet aber leicht, daß noch viele Schwierigkeiten zu

überstei-

übersteigen sind, ehe wir hierinne bis zur Ausübung gelangen können. Die Bahn *fgkh* des Körpers *B* ist der *FGKH* ähnlich, und in derselben *B* dem *A* immer gerade entgegengesetzt. Dadurch wird der Ort des Körpers *B* mit dem Orte des *A* zugleich gegeben. *T. XI. Fig.* 147. 148.

§. 815. Bey den angezeigten Umständen also, wenn nehmlich die beiden mit einander durch eine anziehende Kraft verbundnen Körper *A*, *B* zugleich nach den einander gerade entgegengesetzten Richtungen *Aa*, *Bb* angestossen werden, und dadurch die angezeigten Geschwindigkeiten erhalten, mit welchen sie vor sich nach diesen Richtungen fortgehen würden; es würket aber zugleich in diese Körper *A*, *B* eine andere Kraft, welche sie mit einerley Geschwindigkeit beide nach eben der Richtung treibet: werden diese Körper immer in dem Zustande der umständlich beschriebenen zusammengesetzten Bewegung versetzt, in welchem sie verharren, bis ein Widerstand, oder sonst eine von aussen in die Körper würkende Kraft denselben verändert. Wie aber, wenn die mit einander verbundene Körper *A*, *B* andere Bewegungen erhalten, als wir ihnen bisher zugeschrieben haben, solche nehmlich, deren Richtungen einander nicht parallel sind, oder deren Geschwindigkeiten nicht in der angegebenen Verhältniß stehen? Ich antworte, die Bedingung ist unmöglich; man mag die beiden mit einander verbundenen Körper *A*, *B* (*Tab. XI. Fig.* 152. 153.) anstossen wie man will, auch nach Richtungen die nicht in eine und eben dieselbe Fläche fallen können; es werden die Bewegungen, welche ihnen dadurch beygebracht werden, sich immer in solche zerfällen lassen, aus welchen der beschriebene Zustand des ganzen Zusammenhangs erfolgen muß, wenn wir nur die Fälle nicht ausschliessen, in welchen eine der beiden Bewegungen mangelt, und entweder die beiden Körper *A*, *B* blos um den Mittelpunct ihrer Massen *C* herumlaufen, ohne daß dieser *C* aus seiner Stelle weiche: oder eben der Punct *C* nach einer geraden Linie fortgehet, ohne daß sich die Körper *A*, *B* um denselben drehen. *T. XI. Fig.* 152. 153.

§. 816. Denn wenn der Körper *A* nach der Richtung *Aa* fortzugehen bemühet ist, und *B* nach der Richtung *Bb*, so daß sie, jeder mit seiner gleichförmigen Bewegung, diese Linien *Aa*, *Bb*, welche immer in verschiedenen Flächen liegen mögen, zugleich beschreiben, und es ist *C* der Mittelpunct der Massen *A* und *B* bey ihrer anfänglichen Lage: so wird für den Zeitpunct, in welchem sich der

T. XI. Fig. 152. 153. Körper A in a, B aber in b befindet, der Mittelpunct der Massen gefunden, wenn man nur ab ziehet, und diese bey c in der Verhältniß $AC : CB$ theilet. Denn weil $AC : CB = B : A$, so wird bey dieser Theilung auch $ac : cb = B : A$, und also allerdings c der Mittelpunct der Massen. Es ist also, indem A in a übergegangen ist, und B in b, der Mittelpunct der Massen dieser Körper aus C in c übergetreten: und man kan immer Cc so klein annehmen, daß sie zu einer geraden Linie wird, weil die Aa, Bb so kurz angenommen werden können, als man will, ohne etwas in den Schlüssen zu ändern. Wird nun durch c die DE der AB parallel gezogen, wie auch durch A die AD, und durch B die BE, parallel der Cc; so fällt das Parallelogram DB ganz in die Ebene, in welcher Cc lieget, und es ist $Dc = AC$, wie auch $cE = CB$. Man verknüpfe Da und Eb. Die daher entstehende Dreyecke ADa, BEb werden nicht in die Ebene des Vierecks DB fallen, wenn nicht die Seiten Aa, Bb in derselben liegen, welches nicht angenommen wird. Bey dem allen kan das Dreyeck ADa immer zum Parallelogram DF, und das Dreyeck BEb zum Parallelogram EG ergänzet werden. Diese Parallelogrammen aber zeigen, daß die dem Körper A eingedrückte Bewegung durch Aa aus den zwoen AD und AF zusammengesetzt werden können; und die dem B eingedrückte durch Bb, aus den zwoen BE, BG. Die zwo Bewegungen AD, BE sind einander gleich, und ihre Richtung ist der Cc parallel. Was aber die Bewegungen nach AF und BG anlangt, so ist die Linie AF der Da gleich und parallel, wie auch BG der Eb. Diese Da, Eb aber liegen beide in der Fläche, so durch die zwo einander bey c schneidenden Linien ab, DE hindurch gehet, und bilden mit denselben die Dreyecke Dca, Ecb, deren Winkel bey c einander gleich sind, die Seiten $Dc : cE$ aber und $ac : cb$ einerley Verhältniß $AC : CB$ haben. Es sind also diese Dreyecke ähnlich, und Da ist der Eb parallel, wie auch $Da : Eb = Dc : Ec = AC : CB = B : A$. Eben diese Bewandniß hat es also auch mit den Linien AF, BG, welche die Richtung und die Geschwindigkeit der zwo übrigen aus den nach Aa, Bb hergeleiteten Bewegungen angeben: und es wird würklich, indem dem Körper A die Bewegung nach Aa, und dem B die nach Bb beygebracht wird, nicht nur der Mittelpunct der Massen C nach Cc, mit der durch diese Linie ausgedrückten Geschwindigkeit in Bewegung gesetzt: sondern es haben auch die übrigen Bewegungen nach AF, BG die zu dem Umlaufe der Körper A, B um eben den Punct C erforderliche Bedingungen.

§. 817.

§. 817. Eben diese Schlüsse finden auch statt, wenn *Aa* oder *Bb* nichts ist, das ist, wenn nur einer der beiden mit einander verbundenen Körper *A*, *B* nach dieser oder jener Seite in Bewegung gesetzt wird, da sie vorher beide ruheten. Hieraus folget, daß die aus der geradlinichten und krumlinichten zusammengesetzte Bewegung, von welcher hier die Rede ist, jeden zween mit einander verbundenen Körpern von einer jeden Ursache beygebracht werde, welche ein vor allemal in dieselbe würket, und sie hernach, ohne weitere Veränderung, in ihrem Zustande läßt, in welchem alsdann die Körper, vermöge ihrer Trägheit und der beständig würkenden anziehenden Kraft allein, immer verharren werden. Es können also zween mit einander verbundene Körper in der Zeit, in welcher keine äussere Kraft in dieselbe würket, gar keine andere Bewegung haben. Und wenn die Körper einmal in diese Bewegung gesetzt sind, so kan die Würkung einer äussern Kraft keine andere seyn, als entweder eine Veränderung der Geschwindigkeit und der Richtung des Mittelpuncts der Massen, oder eine Abweichung von dem Wege, welchen ausserdem der Körper *A* um *C* genommen haben würde, und von den Geschwindigkeiten, mit welchen er die verschiedenen Theile desselben durchlaufen muste. Werden von der äussern Kraft die Körper *A*, *B* beide nach eben der Richtung und mit eben der Geschwindigkeit getrieben, so gehet blos die erstere Veränderung bey der Bewegung des Mittelpuncts der Massen vor. Sind aber die Richtungen, nach welchen die Kraft in die beiden Körper *A*, *B* würket, einander nicht parallel, und also verschieden, oder ist die Geschwindigkeit, welche diesen Körpern in eben dem Zeitpuncte beygebracht wird, nicht immer von einerley Grösse; so erfolget auch die zweite Abweichung, gemeiniglich mit der ersten Veränderung zugleich, zuweilen aber auch ohne derselben. *T. XI. Fig.* 152. 153.

Anwendung auf den Mond, die Erde und die Sonne.

§. 818. Da uns nun die Ebbe und Fluth fast augenscheinlich zeiget, daß die Erde von dem Monde angezogen werde, gleichwie aus der Bewegung desselben um die Erde zu schliessen ist, daß ihn diese hinwiederum anziehe; so müssen würklich beide Körper nach den angezeigten Gesetzen, um den Mittelpunct ihrer Massen herumgehen, welcher ruhen, oder mit einer gleichförmigen Bewegung nach einer geraden Linie fortrücken würde, wenn sonst keine Kräfte von aussen in den Mond und die Erde würkten. Wir finden aber eine dergleichen Kraft an der Sonne, welche die Erde ebenfals anziehet, und von derselben gezogen wird. Es müssen

T. XI. Fig. 152. 153. also wenigstens diese zween Körper, die Sonne und die Erde, sich ebenfals, auf die beschriebene Art, um den Mittelpunct ihrer Massen herum bewegen; welches die Erde nicht thun kan, wenn sie nicht beständig aus einer geraden Linie, in welcher sie vermöge ihrer Trägheit die Bewegung fortzusetzen bemühet ist, gegen die Sonne gezogen, und dadurch dem Mittelpuncte der Massen um so vieles genähert würde, als die von jener Bewegung herrührende Entfernung beträget. Würkte also die anziehende Kraft der Sonne nicht auch in den Mond, so wäre nichts vorhanden, so diesen beynahe in eben der Entfernung von der Sonne erhalten könte. Er müste, seiner Verbindung mit der Erde ohngeachtet, bey der Annäherung der Erde an die Sonne, zurück bleiben, und also an der Seite, da er den Einwohnern der Erde mehr oder weniger voll erscheinet, sich immer mehr von der Erde entfernen; an der entgegengesetzten aber, da sich die Erde demselben nähert, müste seine Entfernung von dieser immer kleiner und kleiner werden. Die Folgen von dieser beständigen Entfernung an der einen und Annäherung an der andern Seite sind leicht zu übersehen: und es ist an sich unbegreiflich, wie die anziehende Kraft der Sonne blos in die Erde würken, und den derselben so nahe liegenden Mond vorbey gehen solte. Ja es folgt aus den angeführten Schlüssen, daß auch die Würkungen der anziehenden Kraft der Sonne, welche sie bey der Erde und bey dem Monde äussert, in soferne beynahe einerley seyn müssen, daß sich die beiden gezogenen Körper in eben der Zeit derselben fast gleich stark nähern. Der Mond befindet sich in seinen Vierteln, da er uns zur Hälfte erleuchtet erscheinet, so weit von der Sonne entfernet, als die Erde. Indem er von dem ersten Viertel durch den Ort des Vollmonds zum letzten übergehet, ist er von der Sonne mehr entfernet als die Erde: von dem letzten Viertel aber gehet er durch den Ort des Neumonds, in einer geringern Entfernung, nach dem ersten Viertel. Wenn also nur der Mond bey seinen Vierteln, der Sonne so stark genähert wird, als diese; so mag immerhin die anziehende Kraft der Sonne in einer kleinern Entfernung stärker, und in einer grössern schwächer würken. Es können die Folgen der schwächern Würkung, welche diese Kraft in der durch den Ort des Vollmonds gehenden Hälfte der Bahn des Monds äussert, gar wohl durch die Folgen der stärkern in der andern durch den Ort des Neumonds gehenden Hälfte, wenigstens beynahe ersetzt, und also die allzustarken Entfernungen des Monds von der Erde verhindert werden. Die Sache selbst zwingt uns anzunehmen, daß dieses sich also verhalte.

§. 819.

§. 819. Da die Richtung, nach welcher der Mond gegen die Sonne gezogen wird, derjenigen fast völlig parallel liegt, nach welcher die anziehende Kraft in die Erde würket; so würde, wenn auch die von derselben herrührenden Geschwindigkeiten, mit welchen sich diese Körper der Sonne nähern, in jedem Zeitpuncte vollkommen gleich wären, der Mittelpunct der Massen derselben in eben dem Zeitpuncte mit eben der Geschwindigkeit gegen dieselbe anrücken. Nun hat aber diese Gleichheit bey den Mondvierteln würklich statt. Es beschreibet, wenn uns der Mond zur Hälfte erleuchtet scheinet, der Mittelpunct der Massen desselben und der Erde einen Theil der Bahn, welchen die Erde um den Mittelpunct ihrer Masse und der Masse der Sonne beschreiben würde, wenn sie nicht durch ihre Verbindung mit dem Monde daran gehindert würde: und diese Bahn ist, wie wir wissen, beynahe ein Theil des Umkreises eines Cirkels. T. XI. Fig. 152. 153.

§. 820. Es sey C (*Tab. XI. Fig.* 154.) ein Punct der Bahn, welche die von dem Monde befreyte Erde beschreiben würde, und CS die von demselben nach der Sonne laufende gerade Linie, welcher die TL durch C perpendicular ist. In dieser Linie befinde sich der Mittelpunct der Erde bey T, der Mond bey L, und der Mittelpunct der Massen beider Körper sey C: der um C beschriebene kleine Kreis aber stelle die Bahn vor, welche der Mittelpunct der Erde um C beschreibet, indem der diesem T immer gerade entgegengesetzte Mond, zugleich um eben das Punct C herumgehet, und also im ersten Viertel erscheinet, wenn sich der Mittelpunct der Erde in T befindet, voll, wenn dieser sich bey P aufhält, im letzten Viertel, wenn der Mittelpunct der Erde bey O anlangt, und so weiter. Die Erde würde in der Zeit des ersten Mondviertels, welches die Zeichnung vorstellt, sich bey C befinden, wenn sie der anziehenden Kraft der Sonne frey folgen könte, ohne von dem Monde daran gehindert zu werden: und diesen Ort C giebt die Rechnung an, wenn bey derselben auf die von dem Monde herrührende Abweichung nicht gesehen wird. Von diesem Orte ist der Mittelpunct der Erde zu der Zeit um CT entfernet, indem er vor dem C vorhergehet, in dem letzten Viertel aber, da sich der Mittelpunct der Erde in O befindet, verfolget er den C in der Entfernung CO, welche der CT beynahe gleich ist. Diese CT oder CO nun wird aus der Sonne in einem Winkel gesehen, welchen die genauesten Astronomen auf 7 bis 8 Secunden setzen, und sich desselben würklich bedienen, wenn sie den Ort des Mittelpuncts der Erde für einen gewissen Zeitpunct, aus dem C, T. XI. Fig. 154.

T. XI. Fig. 154. welchen eine vorläufige Rechnung gibt, mit aller möglichen Richtigkeit bestimmen wollen. Nun sind zwar die Beobachtungen nicht vermögend uns zu überführen, daß bey den angenommenen 7 bis 8 Secunden ganz und gar kein Fehler begangen worden sey. Sie benähmen uns aber doch die Furcht vor einer groben Abweichung, und wir können in soferne die angegebene Grösse des Winkels, in welchem CT oder CO aus der Sonne gesehen wird, für richtig annehmen.

§. 821. Der halbe Durchmesser der Erde erscheinet der Sonne in einem Winkel von 8,7 Secunden, oder etwas dergleichen. Solte also auch um T ein Cirkel beschrieben werden, welcher die Erde in ihrer wahren Verhältniß gegen das übrige vorstellet, so müste derselbe das Punct C einschliessen: welches zu erkennen gibt, daß dieser gemeinschaftliche Mittelpunct der Massen der Erde und des Monds, zwar eben nicht sehr von der Oberfläche der Erde entfernet sey, aber doch innerhalb derselben falle; und wir können beynahe der CT zu dem Halbmesser der Erde die Verhältniß 7 zu 8 zuschreiben. Wird nun die Entfernung des Monds von der Erde auf sechzig Halbmesser der Erde gesetzt, so folgt hieraus ferner, daß CL ohngefehr 70 mal so gros sey als CT, etwas mehr oder weniger, nachdem die Sätze, auf welche die Rechnung gegründet wird, mehr oder weniger von der Wahrheit abweichen. Verhält sich aber CT zur CL wie 1 zu 70, so hat auch die Masse des Monds zu der Masse der Erde eben die Verhältniß, weil sonst C nicht der Mittelpunct der Massen dieser beiden Körper seyn könte, und die Masse des Monds beträgt nicht mehr als $\frac{1}{70}$ der Masse der Erde: so daß, wenn die Masse der Erde durch 1 ausgedrückt, die beiden Massen zusammen $1\frac{1}{70}$ oder $\frac{71}{70}$ ausmachen werden.

§. 822. Wenn wir aber die Masse der Erde T, und die Masse des Monds L nennen, und uns vorstellen, daß ein kugelrunder Körper, dessen Masse die Summe von beiden $T+L$ beträgt, mit seinem Mittelpuncte in C gesetzt worden sey: so ist blos aus den bisherigen Betrachtungen zu schliessen, daß die Kraft, mit welcher dieser in C gesetzte Körper von der Sonne angezogen wird, und dieselbe anziehet; derjenigen, mit welcher die Erde und der Mond zusammen angezogen werden und ziehen, beynahe gleich seyn müsse, in welchem Stande sich auch diese beiden Körper T und L in Absicht auf die Sonne befinden mögen. Denn

daß

daß bey einem jeden Stande derselben die Richtung der anziehenden Kraft beynahe der von C nach dem Mittelpuncte der Sonne laufenden CS parallel seyn werde, ist bisher immer vor bekant angenommen worden, als eine Folge aus der Kleinigkeit des Winkels, in welchem ein in die Sonne gesetztes Auge die gröste Entfernung des Monds von der Erde sehen würde (529). Wenn nun aber die Erde in T und der Mond in L stehen, alwo sie von der Sonne mit einerley Geschwindigkeit angezogen werden: so wird wenn V die gemeinschaftliche Geschwindigkeit ist, mit welcher in diesem Stande die Erde, der Mond, und der Punct C sich der Sonne nähern, die Kraft, mit welcher die Erde gezogen wird, durch das Product aus ihrer Masse und dieser Geschwindigkeit, TV angegeben, und diejenige, welche in den Mond würket, durch LV: also die Summe von beiden durch $TV+LV$. Die Kraft des Zuges aber, welchem der in C gesetzte Körper ausgesetzt ist, wird eben so aus seiner Masse $T+L$ und aus eben der Geschwindigkeit V, durch $(T+L)V$ ausgedrücket, welches mit dem vorigen völlig einerley bedeutet. Befindet sich aber die Erde bey t in einer geringern Entfernung von der Sonne, als sie bey T hatte, und ist also die Geschwindigkeit, welche ihr nunmehro von der anziehenden Kraft der Sonne beygebracht wird, grösser als die vorige, so daß man sich dieselbe unter $V+v$ vorstellen kan: so stehet der Mond bey l derselben gerade entgegen, die Geschwindigkeit, mit welcher er, von der anziehenden Kraft der Sonne gezwungen, sich dieser nähert, ist kleiner als die er bey L hatte, und kan durch $V-u$ angegeben werden. Es verhält sich aber die tm, um welche die Erde bey t der Sonne näher ist als bey T, zur ln, um welche der Mond bey l mehr von der Sonne entfernet ist, als bey L, wie tC zur lC, das ist, wie die Masse L zu der Masse T, und es ist kein grober Fehler zu befürchten, wenn wir annehmen, daß auch die Verhältniß $v:u$ der Verhältniß $tm:ln$ gleich sey, weil doch in einer grössern Entfernung die Geschwindigkeit, welche die anziehende Kraft einem Körper beybringt, immer abnehmen soll. Hieraus aber folget, daß auch seyn werde $v:u = L:T$, und also $u = \frac{Tv}{L}$. Demnach wird die Stärke der anziehenden Kraft, welcher die Erde bey t ausgesetzt ist, durch $T(V+v)$ oder $TV+Tv$ bestimmet; die Stärke derjenigen aber, welche in den Mond bey l würket, anstatt $L(V-u)$ oder $LV-Lu$, durch $LV-Tv$ angegeben. Die Summe von beiden ist $TV+LV$ wie vorher, und eben der Beweis gilt auch für einen jeden andern Stand des Monds und der Erde.

T. XI. Fig. 154.

T. XI. Fig. 154.

§. 823. Hieraus folget, daß C, der Mittelpunct der Massen T und L sich mit der Sonne zugleich beynahe vollkommen so um ein anderes Punct bewegen müsse, wie dieses geschehen würde, wenn würklich diese Massen T, L in eine den Punct C umgebene Kugel auf die erklärte Art zusammen gebracht wären. Dieses Punct aber, um welches sich der also herausgebrachte Körper C und die mit demselben verbundene Sonne drehen würden, ist kein anderer als der Mittelpunct der Massen $T + L$ an der einen, und der Masse der Sonne an der andern Seite. Um welchen gemeinschaftlichen Mittelpunct der drey Körper also C, der Mittelpunct der Massen der Erde und des Mondes, herumgehen wird, indem diese zween Körper selbst um denselben ihre Kreise beschreiben. Die Bahn dieses Punets C liegt, ohne einen beträchtlichen Fehler, durchaus in der Fläche der Ecliptic. Da aber der Mond von dieser Fläche der Sonnenbahn abweichet, indem er sich in der einen Hälfte seines Umlaufs disseits, und in der andern jenseits derselben aufhält; so muß auch der Mittelpunct der Erde, welcher bey dieser Bewegung immer dem Monde gerade entgegen gesetzt bleibt, an der andern Seite von dieser Fläche ausschweifen: wiewohl, wegen seiner geringen Entfernung von dem Puncte C, nur um etwas weniges.

Schluß auf den Umlauf der Erde.

§. 824. Wir sehen aus diesem allen, daß die Gesetze der Bewegung es keinesweges zulassen, daß wir uns den Mittelpunct der Erde in Ruhe gedenken. Diese absolute Ruhe aber, nach welcher der Mittelpunct der Erde sich nie von einem gewissen Puncte des unendlichen Raums entfernen solte, ist eigentlich dasjenige, so die Alten durch ihre Vernunftschlüsse zu behaupten suchten, welchen noch immer viele unerfahrne beyfallen, die keine Schwierigkeit finden würden, diese oder jene Bewegung der Erde zuzugeben, wenn sie sich nur überhaupt überwinden könten, dieselbe in ihren Gedanken ausser dem Zustande der vollkommenen Ruhe zu setzen, in welcher sie uns unsere Augen vorstellen. Uebrigens kan der Mittelpunct der Erde, wie ein jeder anderer Punct, nur eine einzige Bewegung haben, mit welcher er in dem unendlichen Raume eine krumme Linie beschreibt, die, so verschiedentlich gebogen und so wunderlich in einander geschlungen sie auch seyn mag, doch immer in einem fortläuft; ob sie wohl, wenn alles in der äussersten Strenge genommen wird, ihren ersten Anfang vielleicht nie wieder erreichet. Wir

können

können uns aber von einer dergleichen Bewegung schwerlich einen deutlichen Begrif machen, wenn wir uns nicht verschiedene einfachere Bewegungen vorstellen, die leichter zu übersehen sind, und aus diesen den Begrif jener wahren Bewegung ohngefehr so zusammen setzen, wie hier geschiehet, da wir dem Puncte *C* einen Umlauf um den Mittelpunct der Massen der Erde der Sonne und des Monds zuschreiben, und zugleich den Mittelpunct der Erde um dieses Punct *C* herumgehen lassen. *T. XI. Fig.* 154.

§. 825. Bei der Bestimmung der übrigen Umstände dieser Bewegung komt es vornehmlich darauf an, daß wir die Entfernung des gemeinschaftlichen Mittelpuncts der Erde des Monds und der Sonne, von dem Mittelpuncte dieser letzten, so gut als es unsere bisherige Einsicht erlauben will, ausfindig machen. Es sey *S* (*Tab. XII. Fig.* 165.) die Sonne, *C* der Körper dessen Masse der Masse der Erde und des Mondes zusammen gleich ist, und *G* der zu entdeckende Mittelpunct der Massen dieser beiden Körper. Wird nun die Masse der Erde durch 1 ausgedrückt, so haben wir gesehen, daß die Masse des Körpers *C* beynahe $\frac{71}{70}$ seyn werde, oder auch 1,014. Was aber die Sonne *S* anlangt, so können wir wohl die Grösse ihres Körpers mit der Grösse der Erde vergleichen, nach dem (316) gefunden worden ist, daß der Durchmesser derselben beynahe 112 mal so groß sey, als der Durchmesser der Erde. Denn da von 112 die Cubiczahl ist 1404928, so zeiget diese an, daß so viele Körper von der Grösse unserer Erde zusammen gesetzt werden müsten, einen andern, der so groß ist als die Sonne, auszumachen. Es kan aber hieraus die Masse der Sonne nicht geschlossen werden, wenn uns nicht auch die Dichtigkeit oder Densität der Materie bekant ist, welche durch den gefundenen Raum gleich ausgetheilt, eine Masse, die der Masse der Sonne gleich ist, geben würde. Allein ob wir wohl diese Dichtigkeit noch zur Zeit nicht wissen, so können wir doch dieselbe durch den Buchstaben *D* anzeigen, indem wir diesen die Zahl bedeuten lassen, welche angiebt, wie vielmal diese Dichtigkeit grösser oder kleiner sey, als die Dichtigkeit der Erde. Alsdenn wird die Masse der Sonne aus der Masse der Erde durch 1404928 *D* ausgedruckt: und die Verhältniß des Körpers *C* zu *S* wird 1,014 zu 1404928 *D*, oder, wenn beiderseits durch 1,014 dividirt wird, 1 : 1385530 *D*. Nun verhalten sich diese Massen, wie die Entfernung der Körper von dem gesuchten *T. XII. Fig.* 165.

T.XII. Fig. 165. Puncte G. Es ist also $GS : GC = 1 : 1385530\ D$, woraus geschlossen wird: $D = \frac{GC}{1385530.\ GS}$.

§. 826. Dieser Ausdruck nun, welcher die Zahl D genau angeben würde, wenn uns die Verhältniß $GC : GS$ bekant wäre, kan gebraucht werden, diese Verhältniß wahrscheinlich zu bestimmen, indem wir diejenigen Verhältnisse verwerfen, welche die Sonne unglaublich dünne machen, dergleichen die ist, welche folgt wenn man setzet $GC = 10\ GS$. Denn hierdurch wird $D = \frac{1}{138553}$: wer kan aber zugeben, daß die Materie, aus welcher die Sonne bestehet, 138553 mal dünner sey, als die Materie unserer Erde? Wenn gesetzt wird $GC = 10000\ GS$, so wird $D = \frac{1}{138,553}$; und es müste die Materie der Sonne mehr als 138 mal dünner seyn als die Erde, welches eine Dichtigkeit ist, in welche selbst unsere Luft durch einen nicht allzustarken Druck versetzt werden kan. Es wird schwerlich zu viel scheinen, wenn wir GS in Ansehung der GC noch zehnmal kleiner machen, und also setzen $GC = 100000\ GS$, indem dadurch komt $D = \frac{1}{13,8553}$, welches die Sonne noch 13 bis 14 mal dünner macht, als die Erde. Wir werden sehen, daß auch diese Dichtigkeit zu klein sey, und D nur ohngefehr $\frac{1}{4}$ betrage. Es ist aber die Verhältniß $GC = 100000\ GS$, oder, welches fast eben das ist, $CS = 100000\ GS$, zu unserm gegenwärtigen Zwecke hinlänglich.

§. 827. Die Entfernung der Erde von der Sonne CS beträgt nach unserer Rechnung (315) 23984 halbe Durchmesser der Erde. Wird diese Zahl durch 112 getheilet, so wird eben die Entfernung durch die Zahl der in derselben enthaltenen Halbmesser der Sonne ausgedrückt, welche demnach 214 ist. Der hunderttausenste Theil hievon 0,00214 beträgt kaum mehr als $\frac{1}{500}$ des Durchmessers der Sonne, und wir werden bald sehen, daß auch dieses zu viel sey. Bei so gestalten Sachen weichet der Körper der Sonne, indem sein Mittelpunct um den Mittelpunct der Massen G herumgehet, fast gar nicht aus seinem Orte,

und

und der durch diese Bewegung beschriebene Kreis ist so klein, daß man ihn kaum mit demjenigen, welchen ein Durchschnitt durch den Mittelpunct der Sonne zum Vorschein bringt, in Vergleichung stellen kan, sondern beinahe als ein blosses Punct ansehen muß; welches die Bewegung dieses Mittelpuncts der Sonne vollens vernichtet. In diesem Verstande ist es also wahr, daß die Sonne beständig an ihrem Orte verharre, indem der Punct *C*, und mit demselben die Erde, um dieselbe herumgehet. Wenigstens würde sich die Sache so verhalten, wenn die übrigen himlischen Körper, welche mit der Sonne eben sowohl verbunden sind, als die Erde und der Mond, indem sie dieselbe anziehen und von ihr angezogen werden, nichts darinne änderten. *T. XII. Fig.* 165.

§. 828. Nun setzet zwar jeder Hauptplanet, und jeder Comet den Mittelpunct der Sonne, bei seinem Umlaufe, in eine eben dergleichen Bewegung, als die Erde; und wenn der Hauptplanet seine Nebenplaneten hat; so vermehren diese die Würkung desselben eben so, wie dieses der Mond bei der Erde thut. Es kan, zum Beyspiel, die von dem Jupiter und seinen Trabanten herrührende Bewegung dieser Art vor sich stärker seyn als die, welche die Erde samt dem Monde der Sonne beybringt; und wenn einer oder der andere von den übrigen Planeten, oder ein Comet, den Mittelpunct der Sonne vor sich in eine geringere Bewegung setzet, so kan doch dadurch die vorige vermehret, und der Mittelpunct der Sonne gezwungen werden, einen grössern Kreis zu beschreiben. Man siehet aber leicht, daß diese Vermehrung nur alsdenn statt haben könne, wenn sich die beiden Körper in Absicht auf die Sonne an eben der Seite befinden; und daß immer der eine die Würkung des andern vermindern müsse, wenn die Sonne in der von jenem nach diesem gezogenen geraden Linie zwischen beiden stehet. Da also es sich gar selten zuträgt, daß die Erde samt allen übrigen Hauptplaneten sich beynahe an eben der Seite der Sonne befinden solten, und, wenn die Cometen mit dazu genommen werden, schwerlich jemals; so kan auch die von dem Zuge aller dieser Körper herrührende Bewegung der Sonne gar nicht groß seyn, so daß derselben ohngeachtet man in dem angezeigten Verstande sagen kan: die Sonne verharre immer an dem nehmlichen Orte.

Der

Astronomischen Vorlesungen

Vierzehnter Abschnitt.

Ergänzung des Zusammenhangs der Sonne und ihrer sechzehn Planeten.

Wie die Stellen der Hauptplaneten angegeben werden.

§. 829.

Die Bewegung der Erde um den Mittelpunct der Sonne wird auch durch andere Gründe bestätiget, die nach und nach folgen werden. Was aber die bisher gegebene Erklärung des Zusammenhangs der Hauptplaneten mit der Sonne anlangt, so ist dieselbe zwar bei weiten nicht hinlänglich vor einen jeden gegebenen Zeitpunct die Entfernung eines derselben von dem Mittelpuncte der Erde, oder seinen Stand in Ansehung der übrigen, in welchen wir ihn von unsern Beobachtungsplatze sehen, seine Länge und Breite, mit einer zuverläßigen Richtigkeit anzugeben. Wir stellen uns noch zur Zeit die Bahnen aller dieser Körper in der Fläche der Ecliptic vor; indem wir die Fläche der Bahn eines jeden derselben, so lang um ihre Knotenlinie gegen die Fläche der Ecliptic neigen, bis sie ganz mit dieser zusammen fält; wodurch den Planeten alle Breite entzogen wird, sowohl die, in welcher ein in die Sonne gesetztes Auge dieselbe sehen würde, als auch diejenige, welche wir, die wir sie von der Erde betrachten, denselben zuschreiben. Zur Bestimmung ihrer Längen aber, und den Unterschied derselben, wird die Ecliptic um den Mittelpunct der Sonne S (*T. XI. Fig.* 155.) mit einem so grossen Radius beschrieben, daß die ganze Verfassung aller Hauptplaneten,

T. XI. Fig. 155.

und

und also auch der Mittelpunct eines jeden, wo er sich auch befinden mag, als ein Mittelpunct derselben angesehen werden kan. Dieses enthält bey der Freyheit, die wir haben den Radius immer grösser und grösser zu nehmen, nichts widersprechendes: man kan sich aber auch die Ecliptic um eben den Mittelpunct S in einer mäßigen Grösse gezeichnet, und in ihre Zeichen und deren Theile getheilt, vorstellen, wenn man sich nur vorbehält, diese mäßige Ecliptic, nachdem es die Sache erfordert, hernach dergestalt zu versetzen, daß ihr Mittelpunct in den Mittelpunct der Erde oder eines andern Planeten falle; wenn nur bei dieser Veränderung eine jede gerade Linie, welche zween gleichnahmichte Puncte der Ecliptic, ♈ und ♎, oder jede andere mit einander verknüpft, sich selbst parallel bleibt. Man siehet leicht, daß dieses mit dem vorigen, da der Radius der Ecliptic groß genug gemacht werden muste, auf eines hinaus komt; weil alle gerade Linien, welche von den zween Mittelpuncten der also getheilten Kreise, durch gleichnahmige Puncte derselben gezogen werden, einander nothwendig parallel ausfallen müssen. T. XI. Fig. 155.

§. 830. Ist nun in der Fläche der dergestalt um die Sonne beschriebenen Ecliptic A der Ort eines Planeten in seiner Bahn, welchen er in einem gewissen Zeitpuncte eingenommen hat, durch die Länge gegeben, welche die aus S durch A gezogene und bis an die Ecliptic verlängerte gerade Linie Sa in dieser angiebt: so kan aus der Zeit, in welcher dieser Planet in der Ecliptic ganz herum komt, gar leicht der Bogen AT gefunden werden, welchen der Planet in einem von jenem Zeitpuncte an gerechneten Zeitraume in seiner Bahn zurückgelegt haben würde, wenn diese der mit dem Radius SA beschriebene Cirkelkreis, und die Bewegung in demselben, gleichförmig wäre: und man siehet aus der Zeichnung sogleich, wie das Punct T, in welchem der Planet sich bei diesen Bedingungen am Ende der gegebenen Zeit befinden würde, vermittelst der Eintheilung der Ecliptic und der Puncte a, t, welche die Längen der A, T angeben, zu bestimmen sey. Eben so wird auch, wenn B der durch die Länge des b gegebene Ort ist, welchen ein anderer Planet in einem gewissen Zeitpuncte eingenommen hat, aus dem Zeitraume, welcher seit dem verflossen ist, und aus demjenigen, in welchem dieser andere Planet seinen ganzen Umlauf in der Ecliptic verrichtet, der Ort desselben P in der mit dem Radius SB beschriebenen Bahn, welchen er, bei eben den Bedingungen, am Ende des gegebenen Zeitraums einnehmen würde, vermittelst der Länge des Puncts p gefunden. Ist nun der Zeitpunct, in welchem sich der eine Planet in T befindet, eben derjenige, mit welchem der andere

T. XI. Fig. 155. bei P anlangt, welches immer ohne die geringste Schwierigkeit zu erhalten ist; so wird der Winkel an der Sonne $TSP = tSp$ vermittelst des Unterschiedes der Längen der Puncte t, p gemessen, welches zugleich die Längen der T, P sind. Aus diesem Winkel TSP und aus der bekanten Verhältniß der Seiten ST, SP des Dreyecks TSP, werden die übrigen Winkel desselben STP, SPT geschlossen, und aus diesen ferner die Verhältnisse der ST und SP zur TP, um welche der Planet P von dem T entfernet ist.

§. 831. Wenn T die Erde und P einer von den obern Planeten ist, so kan STP der mittlere Winkel bei der Erde, und SPT der mittlere Winkel bei dem Planeten, oder auch die mittlere Parallaxe der Erdbahn, genennet werden. Ist aber P die Erde, und T einer von den untern Planeten, so ist SPT der mittlere Winkel bei der Erde, und STP die mittlere Parallaxe der Erdbahn. Jener STP ist der Unterschied der Längen der Sonne und des Planeten P, wenn sie aus T betrachtet werden, und zugleich der Unterschied der Längen des aus S und P betrachteten Puncts T: dieser TPS aber der Unterschied der Längen, welche ein Auge in P den Puncten S und T zuschreibet, und zugleich derjenigen, in welchen eben der Körper P aus den verschiedenen Ständen T und S gesehen wird. Die hier erklärten Benennungen aber werden vornehmlich bei den wahren Bewegungen gebraucht, wiewohl mit einigen Einschränkungen, welche am gehörigen Orte folgen werden.

Scheinbare und wahre Grössen der Planeten.

§. 832. Die Entfernung der Erde von der Sonne ist (315) aus der Horizontparallaxe der Sonne berechnet, und auf 23984 halbe Durchmesser der Erde gesetzt worden, vermittelst welcher demnach nicht nur die mitlern Entfernungen aller Hauptplaneten von der Sonne, die, so weit wir sie noch zur Zeit betrachten, beständig dieselben bleiben, sondern auch die sehr veränderlichen Entfernungen derselben von der Erde, für jeden Zeitpunct, durch die in denselben enthaltene Zahl dieser Halbmesser berechnet werden können, und dieses sehr genau, wenn dazu nicht die mitlern, sondern die wahren Stellen der Planeten in ihren Bahnen, die sie zu der Zeit einnahmen, gebraucht werden. Die Horizontparallaxe, wie sie vermittelst des letzten Durchgangs der Venus durch die Sonne berichtiget worden ist, dürfte etwas grösser seyn, als 8,6 Secunden, die bei dieser Berechnung angenommen sind: und es macht jedes Zehntheil einer Secunde, um welches die Parallaxe zu klein

angenommen wird, die Entfernung der Erde von der Sonne um 280 Halbmesser der Erde zu groß. Wir wollen aber es bei dem einmal angenommenen bewenden lassen. Da nun der Planet Mars, wenn er der Sonne gerade oder beynahe gerade entgegenstehet, uns fast dreymal näher ist, als die Sonne, und also seine Horizontparallaxe in diesem Stande beynahe dreymal so groß, als die Horizontparallaxe der Sonne; so konte dieser Planet zu eben dem Zwecke führen, wiewohl mit einer geringern Zuverläßigkeit, als der Durchgang der Venus. Man hat sich vordem dieses Mittels würklich bedienet, und aus zwo Beobachtungen des der Sonne entgegenstehenden Mars, deren eine bei dem Vorgebürge der guten Hofnung, die andere aber in Stockholm angestelt worden ist, nach der an seinem Orte (304) beschriebenen Anweisung, die Horizontparallaxe desselben von 24,64 Secunden gefunden, wovon der dritte Theil 8,21 Secunden ausmachet. Die Rechnung ist etwas grob. Doch weichet das herausgebrachte von 8,6 Secunden so wenig ab, daß es einigermassen dienen kan, diese letztere aus viel zuverläßigern Gründen geschlossene Parallaxe zu bestätigen. T. XI. Fig. 155.

§. 833. Der aus diesen Maassen geschlossene Durchmesser der Sonne war 112mal so gros als der Durchmesser der Erde, woraus wir schliessen konten, daß der Körper der Sonne 1404928mal so gros sey, als die Erdkugel. Die Grössen der übrigen Planeten aber, und überhaupt aller himlischen Körper, werden mit der Grösse der Sonne, oder auch mit der Grösse der Erde verglichen, wenn die kleinen Winkel, in welchen uns ihre Durchmesser in einer bekanten Entfernung erscheinen, so genau, als es möglich ist, genommen werden: welches ohne einem sehr guten und zu dergleichen Messungen mit vieler Sorgfalt eingerichteten Fernrohr schwerlich geschehen kan. Wir können annehmen, daß die Entfernungen der Planeten von der Erde, bey welcher diese Winkel gemessen worden sind, die kleinsten gewesen, weil bey diesem Umstande die scheinbaren Durchmesser am gröSten ausfallen, und die Entfernungen der Planeten von der Erde, um die Zeit einer gar geringen Veränderung unterworfen sind, welches ihre Berechnung desto leichter und zuverläßiger machet. Es lässet sich alsdann, vermittelst einer kurzen Rechnung, der Winkel herausbringen, in welchem uns eben der Durchmesser erscheinen würde, wenn der Körper, zu welchem er gehöret, so weit von uns entfernet wäre als die Sonne; wenn man dieselbe auf den bekanten Satz gründet, daß der kleine Winkel, in welchem uns der Durchmesser einer sehr weit von uns entfernten

T. XI. Fig. 155. Kugel erscheinet, wenn diese Entfernung geändert wird, in eben der Verhältniß abnehme, in welcher die Entfernung zunimt.

§. 834. Man siehet aber den Durchmesser des Mercurs, wenn er so weit von der Erde entfernet ist, als die Sonne, unter einem Winkel von 7 Secunden. Wenn also der Durchmesser der Erde von der Sonne gesehen, 17,2 Secunden beträgt, so verhält sich der Durchmesser des Mercurs zu dem Durchmesser der Erde wie 7 zu 17,2 und wenn man diesen letzten zur Einheit machet, so beträgt der Durchmesser des Mercurs beynahe 0,407 dieser Einheit. Die Cubiczahl hievon ist 0,0674, oder fast 0,07, welche angibt, der wievielste Theil des Körpers der Erde diesem Planeten gleich sey.

§. 835. Der Durchmesser der Venus wird in einer Entfernung, die so groß ist als die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde, in einem Winkel von 16,7 Secunden gesehen; und ist also beynahe so groß als der Durchmesser der Erde, welcher aus eben der Entfernung in einem Winkel von 17,2 Secunden gesehen wird. Eigentlich enthält nach diesen Maassen der Winkel der Durchmesser der Venus 0,971 Theile des Durchmessers der Erde, und da diese Zahl beynahe die Cubicwurzel von 0,915 ist, so wird durch die Verhältniß 0,915 : 1 diejenige, in welcher der Körper der Venus zu dem Körper der Erde stehet, genau genug angegeben.

§. 836. Der Durchmesser des Planeten Mars erscheinet, wenn er so weit von uns entfernet ist als die Sonne, in einem merklich kleinern Winkel, von 11,4 Secunden, welche Zahl durch 17,2 dividiret, den Quotienten 0,66 gibt, welche sich zu der 1 verhält wie der Durchmesser des Mars zu dem Durchmesser der Erde. Die Cubiczahl von 0,66 ist beynahe 0,3, woraus geschlossen wird, daß der Körper dieses Planeten sich zu dem Körper der Erde ohngefehr wie 0,3 zu 1 verhalte, und also jener nicht viel grösser sey, als ein Viertel von diesem.

§. 837. Der Durchmesser des Jupiters würde uns in einer Entfernung, die so gros ist als die Entfernung der Sonne von der Erde, in einem Winkel von 3 Minuten 13,7 Secunden, oder 193,7 Secunden erscheinen. Es ist aber von dem Durchmesser seines Aequators die Rede, und die Axe wird ohngefehr um den 14 Theil kleiner gefunden. Dieser vierzehnte Theil von 193,7 ist 13,8,

wovon

wovon die Hälfte 6,9 von 193,7 abgezogen beynahe 187 läst, welche Zahl von Secunden also für diejenige angenommen werden kan, die den mittlern scheinbaren Durchmesser des Jupiters in der angezeigten Entfernung ausdrücket. Da nun 187 durch 17,2 dividiret, 10,9 gibt, so ist der Durchmesser des Jupiters fast eilfmal so groß, als der Durchmesser der Erde. Die Cubiczahl von 10,9 aber, welche 1295 ist, zeiget an, wieviel Kugeln von der Grösse unserer Erde eine Kugel von der Grösse des Jupiter ausmachen würden. T. XI. Fig. 155.

§. 838. Der Durchmesser des Saturn würde uns, in eben der Entfernung der Sonne von der Erde, in einem Winkel von 2 Minuten und 51,7 Secunden, oder 171,7 erscheinen; also ist dieser Durchmesser kaum weniger als zehnmal so groß, dann der Durchmesser der Erde. Die Cubiczahl von 10 ist 1000, und demnach dieser Planet für sich beynahe tausendmal so groß als die Erde. Denn es ist derselbe zwar eben sowohl als ein jeder der übrigen kugelrund: er hat aber auch vor denselben das ganz besondere voraus, daß er mit einem platten Ring umgeben ist, der nirgends an den übrigen haftet, sondern zwischen seinem innern Umfange und der Kugel einen Raum läßt, der wenigstens eben die Breite hat, als der eigentliche Ring. Alles dieses wird in der 156sten Zeichnung der Wahrheit gemäß vorgestellt, in welcher sich der Durchmesser der Kugel zu dem kleinern Durchmesser des Rings wie 3 zu 5 verhält, und zu dem grössern wie 3 zu 7, ob uns wohl der Ring nie in dieser cirkelrunden Gestalt erscheinet. Denn es ist seine Fläche nie der Erde gerade entgegen gekehrt, sondern lieget immer dergestalt gegen dieselbe, daß die von unsern Augen an den Ring gezogene gerade Linien mit dieser Fläche schiefe Winkel einschliessen, und zuweilen fallen diese Linien selbst in die Fläche des Rings. Wir sehen also denselben immer als eine mehr oder weniger schmale Ellipse, und würden ihn zuweilen als eine gerade Linie sehen, wenn er nicht sogar dünne wäre. Ueberdieses aber muß er uns auch verschwinden, wenn seine gegen uns gekehrte Oberfläche nicht hinlänglich erleuchtet ist, und alsdenn sehen wir den Saturn kugelrund. Bey so gestalten Sachen ist es nicht möglich den körperlichen Inhalt dieses Rings mit einiger Zuverläßigkeit auszumachen. Die Sehne *ab*, welche den innern Umfang berühret, hält etwas weniger, dann 10 Theile, deren 14 auf den Durchmesser des Rings gehen, und ist, wie wir aus der Geometrie (*) wissen, der Durchmesser einer Scheibe, die eben so groß ist, als die platte Oberfläche des Rings. Nun würde uns der Durch- T. XI. Fig. 156.

(*) Vorlesungen über die Rechenk. und Geom. des IX. Absch. 92. §.

T. XI. Fig. 156. messer des Rings, wenn er nicht weiter von der Erde entfernet wäre als die Sonne, unter einem Winkel von 6 Minuten und 40 Secunden erscheinen, welches zusammen 400″ ausmachet: also die Sehne *ab* unter einem Winkel von 285 Secunden, in welchen 17,2 Secunden beynahe 16mal enthalten sind. So vielmal ist also die Sehne *ab* grösser als der Durchmesser der Erde; und da das Quadrat der Zahl 16 ist 256, so folgt hieraus, daß auf die Oberfläche des Rings 256 Kugeln von der Grösse unserer Erde neben einander gesetzt werden könten. In Ermangelung etwas bessern können wir dieses für die körperliche Grösse des Rings annehmen.

Schatten der Planeten.

§. 839. Ein jeder Planet wirft einen Schatten der Sonne gegen über, und diese Schatten würden immer genau die Gestalt gerader Kegel haben, wenn die Planeten volkommene Kugeln wären. Sie sind es beynahe, und nur bey dem Jupiter ist die Abweichung beträchtlich, aber doch nicht so groß, daß wir sie nicht hier ebenfalls bey Seite setzen, und auch diesen Planeten als eine Kugel ansehen könten. Die Axe eines jeden solchen Schattenkegels ist die gerade Linie, welche durch den Mittelpunct der Sonne und den Mittelpunct des Planeten, der ihn wirft, hindurchgehet. Gleichwie also die Axe des Schattens unserer Erde immer in die Fläche der Ecliptic fällt, so fällt auch die Axe des Schattens eines jeden der übrigen Hauptplaneten, immer in die Fläche, in welcher dieser Planet seine Bahn beschreibt. Die Axe des Schattens eines Nebenplaneten aber fällt nie in die Fläche der Bahn seines Hauptplaneten, ausser wenn sich der Mittelpunct des Nebenplaneten in dieser Bahn, und also in einem seiner Knoten befindet. Jeder solcher Schatten wird von seinem Halbschatten umgeben, mit welchem es überhaupt eben die Bewandniß hat, wie mit dem Halbschatten des Mondes und der Erde.

§. 840. Es ist aber die von dem Mittelpuncte eines Hauptplaneten bis an die Spitze seines Schattenkegels gerechnete Länge viel zu kurz, als daß dieser Schatten einen andern Hauptplaneten jemals erreichen könte. Dieses kan die auf die oben angegebenen Sätze gegründete Rechnung zeigen, wenn man nicht lieber nach T. XI. Fig. 157. Anweisung der 157sten Zeichnung sprechen will: wie AD, der Ueberschuß des Halbmessers der Sonne SA über den Halbmesser des Planeten $PB = SD$, zu diesem

sem PB; so $DB = PS$, die Entfernung des Planeten von der Sonne, zu der Länge seines Schattens PC. Denn diese PC wird für einen jeden Hauptplaneten kleiner gefunden, als seine kleinste Entfernung von einem jeden andern, der mehr von der Sonne entfernet ist: und diesen könte sein Schatten, wenn er lang genug wäre, allein treffen. Wie denn würklich die über die Spitze verlängerte Axe des Schattens des weniger von der Sonne entferneten Planeten, einen jeden weiter von derselben abstehenden treffen wird, wenn sich beyde Planeten zugleich nahe genug bey der geraden Linie einfinden, in welcher die Flächen ihrer Bahnen einander schneiden. Es kan also kein Hauptplanet einem andern Hauptplaneten die Sonne ganz bedecken, und dadurch auf irgend einen Theil seiner Oberfläche eine totale Sonnenfinsterniß verursachen. Wohl aber kan ein unterer oder weniger von der Sonne entferneter Planet einem jeden obern einen Theil der Sonne verbergen, so wie der Mond einen Theil derselben unserm Gesichte entziehet, wenn sein Schatten zu kurz ist, als daß er die Oberfläche der Erde erreichen könte. Die Sonnenfinsterniß, welche wir in diesem Falle haben, ist immer partial, und aufs höchste ringförmig, welche Art der Bedeckungen demnach unter den gehörigen Umständen eben so wohl von einem der Hauptplaneten herrühren kan. Es ist aber alsdenn der von diesem Planeten bedeckte Theil des Durchmessers der Sonnenscheibe immer so gering, daß dadurch kein merklicher Abgang des Lichts verursachet wird. Denn wenn (*T. XI. Fig.* 158.) SA den Halbmesser der Sonne, und PB den Halbmesser eines Planeten vorstellet; welcher einem in C gesetzten Auge einen Theil von jenem bedecket; und man ziehet CBD: so ist SD dieser bedeckte Theil, und es verhält sich CP zu CS wie PB zu SD. Nun ist, wenn P den Mittelpunct des Jupiters, des grösten unter allen Planeten, vorstellet, und C in der Oberfläche des Saturnus genommen wird, CS nicht viel grösser als zwey CP, also kan auch SD nicht viel mehr als $2PB$ betragen: da also SA mehr als zehnmal so gros ist, denn PB, so wird SD nur ohngefehr den fünften Theil der SA ausmachen. Bey so gestalten Sachen beträgt der von dem Jupiter bedeckte Theil der Sonnenscheibe kaum mehr, als das fünf und zwanzigste des ganzen, welches keine merkliche Verminderung der Erleuchtung verursachen kan, vornehmlich bey einem Auge, dessen Oeffnung sich, wie bey den unsrigen, erweitert, um von dem geschwächten Lichte desto mehr einzunehmen. Alle übrigen Hauptplaneten, welche andern einen Theil der Sonne bedecken können, sind viel kleiner als Jupiter: und obwohl aus dem Entwurfe des Zusammenhangs derselben sichtlich ist, daß zu verschiedenen derselben PS grös-

T. XI. Fig. 157.

T. XI. Fig. 158.

ser

T. XI. Fig. 158. ser sey als CP, und also auch SD grösser als $2PD$; so bleibt doch diese SD immer viel kleiner als der fünfte Theil von SA, und der Planet bedecket viel weniger, als den fünf und zwanzigsten Theil der Sonnenscheibe.

§. 841. Auf diese Art sehen wir zuweilen den Mercur und die Venus in der Sonne, und es ist leicht von diesen Bedeckungen, die wir bereits betrachtet haben, auf die übrigen zu schliessen, die kein Bewohner der Erde merket. Denn es kan zwar ein mehr von der Sonne entfernter Planet, einen jeden andern, dessen Entfernung von derselben kleiner ist, in der Sonne sehen: der weniger entfernte aber siehet den mehr entferneten nie in derselben. Und da dergleichen Bedeckungen sich nur alsdann zutragen können, wenn die beiden Planeten, deren einer den andern in der Sonne sehen sol, sich nahe genug bey der geraden Linie befinden, in welcher die Flächen ihrer Bahnen einander schneiden: so ist diese Begebenheit überhaupt sehr seltsam, und desto seltsamer, je länger die Zeit des Umlaufs des untern Planeten in Absicht auf die Zeit des Umlaufs des obern ist. Wiewohl dabey auch auf die Grösse des Winkels gesehen werden muß, welchen die Flächen dieser Bahnen mit einander einschliessen. Denn wenn die beyden Planeten sich in eben der Fläche bewegten, so würde der untere dem obern in der Sonne erscheinen, so oft er zwischen demselben und der Sonne durchgehet. Und eine kleine Abweichung einer dieser Flächen von der andern kan blos verursachen, daß bey diesem scheinbaren Durchgange der Planet bey dem Mittelpuncte der Sonnenscheibe, an dieser oder jener Seite, vorbey gehet, ohne ihn zu berühren: als welches nur alsdenn geschiehet, wenn sich die Mittelpuncte beyder Körper in eben dem Zeitpuncte fast genau in der Knotenlinie befinden.

Schatten beym Jupiter und Saturnus.

§. 842. Was aber die Nebenplaneten anlangt, so wissen wir gar wohl, daß der Schatten des Mondes auf die Erde fallen könne, wiewohl er diese nur mit seiner Spitze erreichet: und die Schatten der Trabanten des Jupiters treffen diesen ihren Hauptplaneten ebenfals, und zwar unter Umständen, aus welchen geschlossen werden kan, daß sie ihren Umlauf in Flächen verrichten, die eben nicht sehr von derjenigen abweichen, in welcher die Bahn des Jupiters lieget. Sie verursachen also auf der Oberfläche desselben häufige und starke Sonnenfinsterniße. Denn diese Trabanten verrichten ihre Umläufe in gar kurzer Zeit, und der Theil der Oberfläche ihres Hauptplaneten, welchen sie beschatten, kan nicht klein seyn,

da

da er in einer so grossen Entfernung zu sehen ist. Es sind aber diese Finsternisse T. XI. Fig. 158.
von keinem Gebrauche, ausser daß sie dienen können die Bahnen der Trabanten genau zu berichtigen, und uns von der Grösse derselben einigen Begrif beyzubringen.

§. 843. Die Axe des Schattens des Jupiters selbst ist, nach der gesetzten Proportion, beynahe dem neunten Theile der Entfernung dieses Planeten von der Sonne gleich, welches mehr ist, als die Hälfte der Entfernung der Erde von derselben. Es hat also dieser Schatten in der Nähe des Jupiters beynahe die Gestalt einer Walze, welche die Nebenplaneten bald in einer geringen oder gar keiner Entfernung von seiner Axe, bald in einer grössern, fast bey jedem Umlaufe durchkreutzen müssen: nachdem ihre Bahnen bey dieser Axe weniger oder mehr von der Ebene abweichen, in welcher Jupiter seinen Umlauf verrichtet. Denn nur der äusserste dieser Monden gehet nicht bey jedem Umlaufe durch den Schatten, sondern bleibt bey einem gewissen Stande des Hauptplaneten von der Verfinsterung befreyet; welcher Stand sonder Zweifel derjenige ist, bey welchem die von demselben nach der Sonne reichende gerade Linie, der Knotenlinie dieses Monds, in welcher nehmlich die Fläche seiner Bahn die Fläche der Bahn des Hauptplaneten schneidet, beynahe perpendicular ist.

§. 844. Hieraus ist ohngefehr auf die Schatten zu schliessen, welche die fünf Monden des Saturnus auf diesen werfen, und hinwiederum von demselben, und dessen Ring empfangen: denn da diese Begebenheiten zum Theil gar nicht, und zum Theil nur durch sehr gute Fernröhre gesehen werden können: so ist noch vieles bey denselben unbekant, oder doch nicht völlig erörtert, und wir ziehen davon gar geringen Vortheil. Ich finde nicht, daß jemals eine Verfinsterung eines dieser Monden gesehen worden wäre; welche sich doch bey den gehörigen Umständen würklich ereignen müssen, obwohl dieselben nicht bey jedem Umlaufe um ihren Hauptplaneten gezwungen sind, so wie die meisten Monden des Jupiters, durch den Schatten desselben hindurch zu gehen. Dazu sind die Winkel, welche die Flächen ihrer Bahnen mit der Fläche der Bahn des Saturnus einschliessen, viel zu groß, und die Monden erhalten dadurch vielmehr Raum, als sie brauchen, ausser dem einzigen Falle, wenn die Knotenlinie ihrer Bahnen fast gerade nach der Sonne gerichtet ist, bey dem Schatten des Hauptplaneten vorbey zu gehen. Doch werden sie, zur Ergänzung des Zusammenhangs der Planeten, hier beygefügt wer-

T. XI. Fig. 158. den müssen. Die Monden des Jupiters aber, welche auch ein gemeines Rohr von wenigen Schuhen sichtbar machet, leisten auch ausserdem, in der Erdbeschreibung und sonst, einen so grossen Nutzen, daß eine genauere Kentniß derselben unentbehrlich ist.

Umständlichere Betrachtung der Schatten der Monde des Jupiters.

§. 845. Die Entfernungen dieser Monden von dem Mittelpuncte ihres Hauptplaneten, oder die Halbmesser der Cirkel, welche für ihre Bahnen gehalten werden können, lassen sich unmittelbar messen, weil der ganze Zusammenhang des Jupiters mit seinen Monden zugleich in eben dem Fernrohre Raum findet. Denn da jeder dieser Monden sich einmal an dieser und darauf an der andern Seite von dem Mittelpuncte des Hauptplaneten entfernet, so darf man nur unter diesen Entfernungen, wie sie nach und nach bemerket worden sind, die grösten nehmen, welche die gesuchten Halbmesser der Bahnen seyn werden. Das Maaß derselben kan der Halbmesser des Jupiters selbst seyn: sie können aber auch durch die Winkel bestimmet werden, in welchen ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge dieselbe sehen würde: denn diese sind mit den Winkeln, in welchen sie, bey der mittlern Entfernung des Jupiters von der Erde, aus dieser gesehen werden, einerley. Hier sind beyde Maasse:

Jupiter.	*I.*	*II.*	*III.*	*IIII.*
1,	5,965	9,494	15,141	26,630
18″,5	1′,51″	2′,57″	4′,42″	8′,16″

T. XI. Fig. 159. nach welchen die 159ste Zeichnung so genau verfertiget ist, als es sich wolte thun lassen.

§. 846. Der Winkel, in welchem die Bahn der Erde vom Jupiter gesehen wird, beträgt, wie aus den mitlern Entfernungen dieser zween Planeten von der Sonne geschlossen wird, 11 Grade. Wenn man also die Axe des Schattens des Jupiters *PV* bis an die Sonne zurückziehet: so ist die Erde meistentheils an der einen oder der andern Seite weit genug von dieser Linie *PS* entfernet, daß sie jeden der innern Monden bey *O* in den Schatten treten, oder an der entgegengesetzten Seite aus demselben hervorkommen sehen kan, ohne daß die

von

von dem Monde O nach der Erde gezogene Linie OT, in welcher diese zur Zeit der Verfinsterung oder Entdeckung den Mond O siehet, den Hauptplaneten berühren oder demselben so nahe kommen dörfte, daß durch das stärkere Licht desselben der an sich schwächere, und durch den Halbschatten noch mehr geschwächte Schein des Nebenplaneten zu sehr verdunkelt würde. Und noch grösser wird die hievon herrührende scheinbare Entfernung eines jeden der äussern Monden von dem Hauptplaneten, zur Zeit der Verfinsterung oder Entdeckung desselben. Ob zwar der Mond O nur nach und nach in den Schatten des Jupiters eintritt, und also, wie der unsrige, zu seiner gänzlichen Verfinsterung einige Zeit brauchet: so verschwindet doch derselbe ziemlich plötzlich, so bald das übrige Licht, welches er noch der Erde zuwerfen kan, so schwach wird, daß es in dem Auge des Beobachters keinen hinlänglichen Eindruck machet. Aber eben deswegen verschwindet auch der Nebenplanet einem schärfern, und mit einem bessern Seherohr versehenem Auge etwas später, als einem andern, welches diese Vorzüge nicht hat; und weil bey dem Austritte desselben aus dem Schatten des Jupiters eben dieses stat hat, so wird, bey dem gehörigen Stande der Erde, der Nebenplanet, nach seiner Verfinsterung, jenem Auge etwas früher wieder sichtbar, und diesem etwas später. T. XI. Fig. 159.

§. 847. Die Zeiten, in welchen diese Finsternisse auf einander folgen, sind überhaupt, und insonderheit bey dem innersten Monde des Jupiters, sehr klein, als welcher nicht völlig zween Tage braucht von dem Schatten des Hauptplaneten bis wieder zu demselben zu gelangen. Sie geben also ein sehr bequemes Mittel an die Hand, die Längen zweener in der Oberfläche der Erde angenommener Oerter mit einander zu vergleichen. Denn da jede Verfinsterung und jede Entdeckung eben des Nebenplaneten zweyen, vermittelst der Fernröhre zu eben der Fühlbarkeit gebrachten Augen, in eben dem Augenblicke erscheinet, an welchen Oertern des Erdbodens sich auch diese Augen befinden mögen: so darf nur jeder Beobachter, welchem eines dieser Augen zugehöret, denselben Zeitpunct nach der Uhr seines Orts angeben. Dadurch wird sich der Unterschied dieser Uhren zeigen, aus welchem der Unterschied der Längen der Oerter in Graden und deren Theilen leicht zu schliessen ist. Wären die beiden Augen nicht gleich fühlbar, so würde dieses in der That in den Unterschied der Längen kleine Fehler bringen, welche aber dadurch vermieden werden können, wenn der Unterschied der Längen einmal durch eine Verfinsterung, und alsdenn auch durch eine Entdeckung eben des Nebenplaneten bestimmet

T. XI. Fig. 159. stimmet wird. Denn wenn alles übrige einerley bleibt, und es wird durch die Verfinsterung der Unterschied der Längen zu groß angegeben, so giebt ihn die Entdeckung um eben so vieles zu klein, und umgekehrt. Es stehet also der wahre Unterschied zwischen den beiden dergestalt gefundenen im Mittel, und wird aus denselben leicht berechnet.

§. 848. Es ist aber hiebey die Unbequemlichkeit, daß, wenn auch zween Beobachter eine gewisse Verfinsterung oder Entdeckung, jeder nach der Uhr seines Orts, aufs genaueste angemerket haben: doch keiner derselben den Unterschied der Längen dieser Oerter wissen kan, bevor er in dem Stande ist, seine Beobachtung mit der Beobachtung des andern zusammen zu halten. Volkommen richtige Tafeln, welche vorausgesagten, in welchem durch die Uhr eines gewissen Orts bestimten Zeitpuncte sich jede Verfinsterung und jede Entdeckung zutragen wird, könten diesem Mangel abhelfen, und, wenn zum Beyspiel der Ort, für dessen Uhr die Tafeln gerechnet sind, London ist: so könten dieselbe einem jeden Beobachter, der sie bey der Hand hat, an welchem Orte des Erdbodens er sich auch befinden möchte, den Unterschied der Länge dieses Orts von der Länge der Stadt London sobald darbiethen, als er, nach der Uhr dieses Orts, die Verfinsterung oder Entdeckung genau genug angemerket hätte. Dieses war ein besonderer Bewegungsgrund bey der Ausarbeitung solcher Tafeln keinen Fleiß zu sparen, und zu dem Ende die Bewegung des Jupiters und seiner Trabanten sorgfältig zu beobachten.

Austritt der Monden des Jupiters aus dessen Schatten.

§. 849. Die zween innersten Monden des Jupiter sind allzuwenig von demselben entfernet, daß wir auch das Ende einer Verfinsterung derselben solten merken können, deren Anfang uns sichtbar war. Man erforschet überhaupt, ob bey dem Stande der Erde, bey welchem der Eintritt eines Mondes in den Schatten des Hauptplaneten gesehen werden konte, auch dessen darauf folgender Austritt unsern Augen sichtbar seyn werde, wenn man vom Orte des Monds, bey welchem er den Schatten verläßt, zum Beyspiel von E, eine gerade Linie ER ziehet, welche den Hauptplaneten an der Seite berühret, an welcher sich die Erde befindet, und auf den spitzigen Winkel acht hat, welchen diese ER mit der Axe des Schattens PV, einschliesset. Denn wenn dieser Winkel grösser ist als 11 Grade, so kan der Mond an diesem Orte von der Erde nicht gesehen werden, weil sich diese

nie

nie so weit von der nach der Sonne zu verlängerten Axe des Schattens *PS* entfernet, daß diese Entfernung einem in den Jupiter, oder nahe bey demselben, gesetzten Auge in einem Winkel von dieser Grösse erscheinen solte (846). Ist aber der Winkel, welchen die den Hauptplaneten berührende *ER* mit der *PV* einschliesset, kleiner als 11 Grade, so ist desto sicherer zu schliessen, daß der Mond auch bey seinem Austritte aus dem Schatten sichtbar seyn werde, je kleiner der Winkel gefunden wird. Man kann ihn aber durch eine leichte Rechnung finden, wenn man sich nicht an die blosse Zeichnung halten will. Denn es verhält sich, wie man aus der Zeichnung siehet, die Entfernung des Nebenplaneten von dem Mittelpuncte des Jupiters zu dessen Durchmesser, wie der Radus zu der Tangente des gesuchten Winkels: welche Rechnung $18\frac{1}{2}$ Grade für den innersten Mond des Jupiters gibt, fast 12 Grade für den zweeten, $7\frac{1}{2}$ Grade für den dritten, und $4\frac{1}{3}$ für den äussersten. *T. XI. Fig.* 159.

§. 850. Dieses zeiget, daß der Austritt des dritten dieser Monden aus dem Schatten des Hauptplaneten, oder das Ende einer seiner Verfinsterungen, deren Anfang man sehen konte, sichtbar seyn werde, so lang die Erde einem nahe bey dem Jupiter liegenden Auge um nicht weniger als $7\frac{1}{2}°$ von der Sonne entfernet scheinen würde, und der Austritt des vierten, so lange eben der Winkel nicht kleiner ist, als $4\frac{1}{3}$ Grade. Will man wissen, was die Erde *T* (*T. XI. Fig.* 160.) für einen Stand gegen die Sonne *S* und den Jupiter *I* haben müsse, damit der Winkel *SIT* eine dieser Grössen erhalten möge: so darf man nur der *SI* zur *SA* die Verhältniß $5\frac{1}{2}$ zu 1 geben, und um *S* mit dem Halbmesser *SA* einen Cirkel beschreiben, welcher die Bahn der Erde vorstellen wird. Denn wenn alsdann auch der Winkel *SIT* die berechnete Grösse bekömt, und dadurch die Puncte *T* der Erdbahn, samt dem Winkel *STI* entdecket werden, so siehet man sogleich, daß für den äussersten Mond der Winkel *STI* fast bis zu einem Grade vermindert, und fast bis zu 179 Graden vermehret werden könne, ohne daß er aufhöre, sowohl bey seinem Eintritte in den Schatten, als auch bey seinem Austritte aus demselben, der Erde sichtbar zu seyn, so lang diese Sichtbarkeit nichts als der Körper des Jupiters selbst hindert; und daß bey dem zweiten Monde eben das statt haben werde, so lang der Winkel *STI* nicht kleiner ist, als zween Grade, und nicht grösser als 178. Eine genauere Bestimmung ist hier überflüßig. *T. XI. Fig.* 160.

T. XI. Fig. 160. §. 851. Was aber die zween untern Monden anlangt, bey welchen das Ende einer Finsterniß nicht gemerket werden kan, deren Anfang wir gesehen haben, oder der Anfang, wenn wir das Ende sehen können: so muß sich die Erde fast völlig bey *A* in der von dem Jupiter nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogenen *IS* befinden, wenn der Körper des Hauptplaneten diese Erscheinungen beide unserm Gesichte entziehen soll. Denn wenn die Erde bey *B* sich in eben der Linie, oder nahe dabey befindet, so werden unsern, durch das Licht der Sonne geblendeten Augen, nicht nur diese, sondern auch die übrigen Monden des Jupiters, samt ihren Verfinsterungen, unsichtbar. Demnach hindert uns der Körper des Jupiters gar selten, entweder den Anfang, oder das Ende einer jeden Finsterniß seiner innern Monden zu sehen. Wir sehen aber den Anfang einer Verfinsterung, deren Ende wir nicht sehen können, wenn sich die Erde an der Abendseite der Linie *IS* befindet, und also der Planet vor der Sonne durch unsere Mittagsfläche gehet; das Ende aber einer Verfinsterung, deren Anfang wir nicht sehen konten, komt uns zu Gesicht, wenn sich die Erde an der Morgenseite eben der *IS* aufhält, und die Sonne vor dem Jupiter unsere Mittagsfläche erreichet. In dem ersten Falle gehet der Planet in einer der Stunden von zwölf Mitternacht, bis zu zwölf Mittag, durch die Mittagsfläche; in dem letzten aber in einer derjenigen, die von zwölf Mittag bis zu zwölf Mitternacht verfliessen.

Zeiten des Umlaufs der Monden des Jupiters.

§. 852. Die Zeit des Umlaufs eines Trabanten um seinen Hauptplaneten wird genau bestimmet, wenn man sich eine Ebene vorstellet, die auf der Fläche der Bahn des Hauptplaneten gerade stehet, und diese in der Axe seines Schattens schneidet. Der Mond wird in einer gewissen Zeit aus dem erleuchteten oder beschatteten Theile dieser Fläche bis wieder dahin gelangen, und wenn er sich in derselben befindet, einem in den Mittelpunct der Sonne gesetzten Auge in einer Art der Coniunction oder Opposition mit dem Hauptplaneten erscheinen: und diese Zeit ist die Zeit seines Umlaufs. Da aber die meisten Monden, sowohl des Jupiters als des Saturnus in der angezeigten Fläche gar nicht, oder doch nicht ohne Mühe beobachtet werden können: so kan man auch ohne sonderlichen Fehler die Zeit eines solchen Umlaufs von dem Augenblicke, in welchem der Mond in den Schatten des Hauptplaneten eintritt, bis zu demjenigen, in welchem dieses unmittelbar darauf geschiehet, für die Zeit seines Umlaufs annehmen. Es ist wahr, daß diese Bestimmung

stimmung nicht ohne Fehler seyn wird, weil theils der Zeitpunct, in welchem der Nebenplanet sich bis zur Hälfte oder sonst zu einem gewissen Theile von dem Schatten bedeckt findet, nicht genau zu merken ist, und theils die Zeit, in welcher er von der Oberfläche des Schattens bis zu der, durch die beschriebene Fläche angezeigten, Mitte desselben übergehet, bald länger bald kürzer ist, nachdem er in einer kleinern oder grössern Entfernung von der Axe des Schattens bey dieser vorbey gehet. Allein, wenn nur die so genau als es möglich ist beobachteten Zeitpuncte, in welchen eben der Nebenplanet von dem Schatten des Hauptplaneten bedecket worden, oder wieder aus demselben hervorgekommen ist, so weit von einander entfernet sind, daß in der Zwischenzeit sich etliche hundert oder tausend ganze Umläufe ereignet haben: so werden durch die Rechnung, welche aus dieser die Zeit eines einzelnen Umlaufs herausbringt, die beym Anfange und dem Ende derselben begangene Fehler so sehr verkleinert, daß sie schwerlich in Betrachtung kommen können, insonderheit wenn auch sonst die zwo Beobachtungen, auf welche die Rechnung gegründet wird, so viel möglich bey einerley Umständen gemacht worden sind. Die auf diese Art, mit Zuziehung der übrigen Hülfsmittel, welche eine vorläufige Erkenntniß darbiethen konte, bestimte Zeiten des Umlaufs der Monden des Jupiters sind: T. XI. Fig. 160.

I.	*II.*
1 T. 18 St. 28 M. 36 S.;	3 T. 13 St. 17 M. 54 S.;
III.	*IIII.*
7 T. 3 St. 59 M. 36 S.;	16 T. 18 St. 5 M. 7 S.

§. 853. Es ist aber die dergestalt für jeden dieser Monden herausgebrachte Zeit des Umlaufs, in welcher er von der Axe des Schattens des Hauptplaneten, rings um denselben bis wieder zu dieser Axe gelanget, nicht die Zeit seines eigentlichen Umlaufs in dem unbegränzten Raume, und in Absicht auf die in demselben weit genug vom Jupiter entfernte Fixsterne. Wenn, in der (*Tab. XI. Fig.* 161.) um die Sonne *S* beschriebenen Bahn des Jupiters *AB* zween Puncte *I* und *K* genommen werden, durch deren jedes eine gerade Linie nach der Sonne, durch *K* aber auch die *KM* der *IS* parallel läuft; indem die um *I* und *K* beschriebene kleine Kreise die Bahn eines der Nebenplaneten vorstellen: und es wird gesetzt, daß in dem Augenblicke, in welchem sich der Hauptplanet bey *I* befindet, dieser Nebenplanet bey *L* anzutreffen sey, und bey *M*, nachdem der Hauptplanet von dannen in *K* übergegangen ist: so ist, so viele Umläufe auch der Nebenplanet T. XI. Fig. 161.

in

T. XI. Fig. 161. in dieser Zeit gemacht haben mag, die Zahl derselben ganz und ohne Brüche, wenn sie auf den unendlichen Raum bezogen werden. Keinesweges aber hat der Nebenplanet, in Absicht auf den Jupiter und dessen Stand gegen die Sonne, eben so viele Umläufe ganz verrichtet. Es fehlet noch der Bogen seiner Bahn *MN*, welchen er zurücklegen muß, wenn er die Axe des Schattens *KN* wieder erreichen soll, in welchem er bey *L* den Anfang dieser Umläufe gemacht hat.

§. 854. Es werden auch hier die absoluten Umläufe in dem unendlichen Raume, periodische, die von einer Zusammenkunft bis zu der nächsten, oder von einem Gegenstande zu dem nächsten aber synodische Umläufe genennet. Nun ist der Winkel *MKN*, um welchen der synodische Umlauf den periodischen übertrift, dem bey *S* gleich, und, wenn noch immer von den mitlern Bewegungen die Rede ist, für jede gegebene Zeit, in welcher Jupiter aus *I* in *K* übergehen soll, leicht zu berechnen. Wird nun diese Zeit derjenigen gleich genommen, in welcher der Nebenplanet seinen synodischen Umlauf verrichtet, und der dazu gehörige Winkel bey *S*, durch *s* angegeben, indem *tP* die Zeit eines periodischen Umlaufs, *tS* aber die Zeit eines synodischen bedeutet; so verhält sich der ganze in der Zeit *tP* beschriebene Umkreis des um *K* beschriebenen Cirkels, zu dem aus eben dem ganzen Umkreise und dem Bogen *MN* zusammengesetzten Wege, welchen der Nebenplanet in der Zeit *tS* beschreibet, wie *tP* zu *tS*. Es ist also $360° + s : 360° = tS : tP$. Vermittelst dieser Proportion werden die folgenden Zeiten der periodischen Umläufe der Monden des Jupiters herausgebracht.

I.	1	Tag	18	Stund.	27	Min.	33	Sec.,	das ist	152853 Secunden.
II.	3	—	13	—	13	—	42	—	. .	306822 —
III.	7	—	3	—	42	—	33	—	. .	618153 —
IIII.	16	—	16	—	32	—	8	—	. .	1441928 —

Von den Monden des Saturnus.

§. 855. Von den Monden des Saturnus ist bereits angemerket worden, daß bey der Berichtigung des Laufs derselben verschiedene Schwierigkeiten obwalten, unter welchen eine ist, daß sie nicht alle, zugleich mit ihren Hauptplaneten, in eben das Fernrohr gefaßt werden können. Indessen wird gefunden, daß die bald breitern bald schmälern Ellipsen, welche die vier innern dieser Monden um den Saturnus zu beschreiben scheinen, immer derjenigen ähnlich sind, welche uns zu eben der Zeit den äussern Rand seines Rings vorstellet, und daß die grössern Axen aller dieser Ellipsen beynahe in eben die durch den Mittelpunct des Hauptplane-

planeten gezogene gerade Linie fallen. Da nun auch hier aus den Erscheinungen geschlossen wird, daß diese Bahnen beynahe cirkelrund sind, so folget hieraus ferner, daß sie sämtlich beynahe in der erweiterte platte Oberfläche des Rings liegen, und also die Knotenlinie einer jeden dieser Bahnen und der Fläche der Bahn des Saturnus, nur wenig von der geraden Linie abweichen werde, in welcher diese Fläche von den Ring geschnitten wird. Denn wir entwerfen würklich, indem wir nach den Saturnus sehen, sowohl seinen Ring, als auch die Bahnen seiner Monden, an die innere Oberfläche der Himmelskugel: und die Umstände, bey welchen dieses geschiehet, zeigen deutlich, daß die Entwürfe dieser um eben den Mittelpunct beschriebenen Cirkelkreise einander nicht ähnlich seyn, und ihre Axen nicht in eben die Linie fallen könten, wenn sich die Kreise selbst in verschiedenen Flächen befänden. Nun bleibt aber die Linie, in welcher die Fläche der Bahn des Saturnus von der Fläche seines Rings geschnitten wird, bey dem Umlaufe desselben um die Sonne, sich immer parallel; weil die Fläche des Rings bey dieser Bewegung sich selbst parallel bleibt. Es gehet also diese Schneidungslinie bey jedem Umlaufe zweymal durch den Mittelpunct der Sonne, und wird zweymal derjenigen, welche den Mittelpunct der Sonne mit dem Mittelpuncte des Saturnus verknüpfet, perpendicular: ausserdem aber erreichet nach und nach der spitzige Winkel, welchen sie mit dieser letztern Linie einschliesset, eine jede mögliche Grösse, nicht anders, als ob der Saturnus an einer beliebigen Stelle seiner Bahn ohne einiger Bewegung seines Rings ruhete, und die Sonne in der Fläche seiner Bahn in einem Kreise, dessen Radius seiner Entfernung von derselben gleich ist, sich um diese herum bewegte. Wir können uns einbilden, daß die Sonne bey dieser Bewegung die Erde mit sich nehme, welche indessen nicht unterläßt ihren, in Ansehung der Bahn des Saturnus gar kleinen Kreis, in der Fläche der Ecliptic um dieselbe zu beschreiben. T. XI. Fig. 161.

§. 856. Es sey (*Tab. XI. Fig.* 162.) *P* der Mittelpunct dieses ruhenden von seinem Ringe umgebenen Saturnus. Die durch diesen *P* gezogene *MN* sey diejenige, in welcher die Fläche seiner Bahn von der Fläche des Rings geschnitten wird, und dieser *MN* sey die *RS* in der Fläche der Bahn dieses Planeten, durch eben das Punct *P* perpendicular, deren Lage demnach durch die zwo Linien *RS*, *MN* völlig bestimmet wird. In der Fläche des Rings sey die *AB* ebenfals der *MN* durch *P* perpendicular, und also der Winkel $APS = RPB$ derjenige, welcher die Neigung dieser Fläche gegen die Fläche der Bahn des Hauptplaneten angiebt. Wenn nun unser an die Erde gebundenes Auge sich in der an der Seite *N* verlängerten *PN* befindet: so würde es den ganzen Ring nicht an- T. XI. Fig. 162.

T. XI. Fig. 162. ders sehen, als ob er in die *AB* entworfen wäre, wenn nur die Dicke desselben, und vielleicht auch die Beschaffenheit seines Randes, verstatten wolten, daß dieser Entwurf einen hinlänglichen Eindruck machte. Wir sehen bey diesem Stande des Auges den Ring gar nicht; so bald sich aber dasselbe von der *PN* nach dieser oder jener Seite entfernet, wird er uns in Gestalt einer schmalen Ellipse sichtbar, wenn nur auch diejenige der platten Oberflächen des Rings, welche das Auge bey seiner Entfernung von der *PN* entdecket, hinlänglich von der Sonne erleuchtet ist. Denn dieses kan fehlen, und fehlet würklich, wenn die gehörig fortgesetzten Oberflächen des Rings, welche wir eigentlich allein sehen können, zwischen der Erde und der Sonne hindurch gehen. Bey einer grössern Abweichung des Auges von der verlängerten *PN*, und Annäherung an die verlängerte *PS*, wird die Ellipse immer breiter. Es wächset nehmlich die kleinere Axe derselben, indem die Grösse immer die Länge *AB* behält; und zugleich nähert sich derjenige Durchmesser des Rings, dessen Entwurf diese kleinere Axe giebt, dem *AB* immer mehr und mehr. Denn dieser Durchmesser ist immer derjenige, in welchem eine durch *P* und das Auge der Fläche des Rings senkrecht gestelte Fläche, dieselbe durchschneidet. Endlich langet das Auge in der verlängerten *PS* an, um welchen Stand desselben es uns fürnehmlich zu thun ist. Denn was die übrigen geraden Winkel *SPM*, *MPR*, *RPN* anlangt, so hat es mit denselben eben die Bewantniß, als mit dem ersten *NPS*.

§. 857. Ein in die verlängerte *RS* an dieser oder jener Seite gesetztes Auge, so den Ring auf eine durch *P* gelegte Fläche entwirft, auf welche die *RS* senkrecht fält, machet den Durchmesser *AB* zur kleinen Axe der Ellipse, welche ihm den Rand des Ringes verstellt, da denn die grössere Axe nothwendig in die Schneidungslinie fält. Denn die durch *P* gelegte Fläche des Entwurfs gehet durch *MN*, und ist der Fläche *SPN*, in welcher sich der Hauptplanet beweget, senkrecht. Die Projection selbst aber kan vor orthographisch gehalten werden, da die Erde so weit von dem *P* entfernet ist, daß selbst die Entfernung des äussersten Mondes von diesem *P* uns immer in einem Winkel erscheinet, der weniger hält, als 9 Minuten. Es verhält sich also der Entwurf des Halbmessers *AP*, zu diesem *AP* wie der Sinus des Winkels *APS* zu dem Radius: und dieses ist die Verhältniß der kleinern Axe der Ellipse zu der grössern. In dem gegenwärtigen Falle ist diese Verhältniß die gröste unter allen, und kömt der Verhältniß 1 zu 2 sehr nahe: woraus geschlossen wird, daß der Winkel *APS*, welchen die Fläche des Rings mit der Fläche der Bahn des Saturnus einschliesset, 30 Grade halten müsse.

§. 858.

§. 858. Nach allen diesen kan man sich leicht vorstellen, wie in dem Bilde des Saturnus, wie dieses zur Zeit der grösten Breite seines Rings in einem Seherohre erscheinet, die beyden Axen, von welchen hier die Rede ist, in der Einbildung gezogen, oder auch vermittelst zweener, an der gehörigen Stelle, in dem Rohr kreuzweise gespanter dünner Fäden, sichtbar gemacht werden können. Ist (*Tab. XI. Fig.* 163.) *ab* die grössere Axe des Rings und *cd* die kleinere, so geben diese Axen, wenn sie verlängert werden, zugleich die Axen der Bahnen der drey innern Monden des Saturnus, von welchen hier nur die allerkleinste erscheinet, deren Axen *AB* und *CD* sind. Nachdem diese Eintheilung gemacht worden ist, kan auch der Stand eines jeden dieser Monden, so wie in der Zeichnung der Ort des innersten *L*, in Absicht auf die Axen *AB* und *CD* für jeden Zeitpunct bemerket, und, insonderheit wenn dieser Ort *A* oder *B* ist, sein Abstand von dem Mittelpuncte des Hauptplaneten gefunden, sonst aber, wo sich auch der Mond in seiner Bahn befunden haben mag, durch die Zusammenhaltung verschiedener solcher Stellen, die Zeit seines Umlaufs gefunden werden. Der Winkel, welchen die Fläche der Bahn des äussersten Mondes des Saturnus mit der Fläche der Bahn desselben einschliesset, beträget zwar nur halb so viel als die Winkel der übrigen, nehmlich so viel man zur Zeit weiß, 15 bis 16 Grade. Es weichet aber die Knotenlinie, in welcher diese Flächen einander schneiden, nicht so sehr von der *AB* ab, daß man sich bey der Berichtigung des Laufs dieses äussersten Mondes nicht eben der Mittel bedienen könte: und geschickte Beobachter wissen auch sonst Rath zu schaffen. *T. XI. Fig.* 162. *T. XI. Fig.* 163.

§. 859. Die dergestalt entdeckten Zeiten des Umlaufs sind, für den

I.	1 Tag,	21 St.,	18′,	27″	=	163107″
II.	2	17	44	22	=	236662″
III.	4	12	25	12	=	390312″
IIII.	15	22	34	38	=	1377278″
V.	79	7	47	0	=	6853620″

Die durch halbe Durchmesser des Saturnus ausgedruckten Halbmesser der in diesen Zeiten beschriebenen Bahnen aber sind, bey dem

I. 4,893. *II.* 6,268. *III.* 8,754. *IIII.* 10,295. *V.* 59,154

nach welchem in der 164sten Zeichnung der ganze Zusammenhang dieser Körper so gut entworfen worden ist, als es der Platz erlauben wolte. *T. XII. Fig.* 164.

Der

Astronomischen Vorlesungen

funfzehnter Abschnitt.

Genauere Betrachtung der anziehenden Kraft und ihrer Würkungen.

Diese Kraft ist allgemein.

§. 860.

Nachdem wir uns nun den Zusammenhang der sämtlichen Planeten mit der Sonne so weit bekant gemacht haben, können wir auch die Kräfte, welche dieselben in ihren Bahnen erhalten, samt deren Würkungen, etwas umständlicher betrachten. Es ist leicht, was wir von dem Monde und der Erde gesehen haben, auf den Jupiter und seine Trabanten, wie auch auf den Saturnus und die seinigen, anzuwenden, und zu schliessen, daß jeder dieser Trabanten von seinem Hauptplaneten angezogen werde, und denselben hinwiederum anziehe. Nehmen wir aber einen von diesen Nebenplaneten, so muß es uns eben so unwahrscheinlich vorkommen, daß derselbe seinen Hauptplaneten anziehen solte, ohne in die übrigen Trabanten desselben zu würken, als es uns unbegreiflich war, daß die Sonne allein die Erde und nicht zugleich den Mond anziehen solte: alsdenn aber finden wir uns gezwungen eben die Schlüsse auch bey den Hauptplaneten gelten zu lassen, und anzunehmen, daß auch jeder derselben einen jeden andern, und jeden seiner Nebenplaneten anziehe und von demselben angezogen werde. Und was kan uns bewegen die Kometen von dieser allgemeinen Verbindung auszuschliessen? Wenn wir die Sonne und den Mond ausnehmen, so muß zwar die Würkung, welche der Zug aller übrigen dieser Weltkörper bey der Erde hat, gar sehr gering seyn, da sie an der Bewegung unserer grossen Seen nicht zu spüren ist. Aber alle

Wür-

Würkung können wir diesem Zuge unmöglich absprechen. Und wir werden finden, daß diese Schlüsse, welche wir auf die Gleichförmigkeit der Werke der Natur gegründet haben, auch durch die Erscheinungen bestätiget werden. T. XI. Fig. 163.

§. 861. Wir haben also eine anziehende oder vereinigende Kraft als etwas anzusehen, so mit allen himlischen Körpern, ausser den Fixsternen, beständig verbunden ist. Denn daß auch diese unsere Sonne, unsere Planeten, und die der Erde von Zeit zu Zeit erscheinenden Kometen anziehen solten, davon haben wir keine gewisse Spur; und es kan gar wohl seyn, daß die anziehende Kraft eines Körpers so weit nicht reichet, als die Fixsterne von der Sonne, und denen sich in der Nähe der Sonne bewegenden Weltkörpern, abstehen. Wir wissen nicht wovon diese Kraft eigentlich herrühre: und können hier nicht entscheiden, ob sie nothwendig aus dem uns nicht völlig bekanten Wesen eines Körpers folge, oder blos durch den uneingeschränkten Willen des Schöpfers allen Weltkörpern beygelegt worden sey, oder aber von diesen oder jenen uns eben so wenig bekanten Nebenursachen herkomme (*). Bey dem allen aber sind die Körper, welchen die vereinigende Kraft zukomt, von welcher die Rede ist, so sehr von einander verschieden, daß wir schliessen können, es sey dieselbe nicht dieser oder jener besondern Eigenschaft dieser Körper zuzuschreiben, nach welcher sie nehmlich flüßig oder feste, dunkel oder leuchtend, fix oder flüchtig sind; sondern sey mit diesen Körpern, in soferne sie Körper sind, nicht anders verbunden, als ob sie mit zu dem Wesen eines Körpers gehörte.

§. 862. Nach diesem Begriffe ist ein jeder auch noch so kleiner Theil eines Körpers mit seiner anziehenden Kraft begabet: die anziehende Kraft eines aus einer Menge solcher Theilchen bestehenden Klumpen aber ist die Summe der anziehenden Kräfte dieser Theilchen, und kan also die Menge und Grösse derselben zuverläßig anzeigen. Da nun die Menge und Grösse der körperlichen Theile eines Klumpen die Masse desselben ausmachet, so folgt hieraus, daß die anziehende Kraft eines jeden solchen Klumpen mit der Masse desselben zugleich wachsen werde; und daß die Würkungen, welche zween Körper in einerley Umständen, jeder vermittelst seiner anziehenden Kraft, bey eben dem körperlichen Puncte äussern, sich wie die Massen derselben Körper verhalten. Unter den Umständen, welche beyderseits einerley seyn müssen, stehet fürnehmlich die Entfernung des anziehenden Körpers, von dem körperlichen Puncte, welchen er anziehet.

(*) Einleit. in die Naturlehre. §. 52.

§. 863. Es ist nicht möglich, daß alle Puncte eines Körpers von eben dem Puncte eines andern gleichweit entfernet seyn solten: man siehet aber leicht, daß bey einem jeden Körper ein Punct angenommen werden könne, in welchem die anziehende Kraft dieses Körpers gleichsam versamlet ist, so daß, wenn die ganze Masse des Körpers in dieses Punct zusammen gepfropft werden könte: derselbe einen jeden andern körperlichen Punct eben so anziehen würde, als dieses jener Körper thut. Ist nun (*T. XII. Fig.* 165.) der Mittelpunct des Körpers *S* dieser Punct, welchen wir uns eigentlich mit *S* bezeichnet vorstellen wollen: so wird zwar durch den Zug desselben die Entfernung *CS* in einer jeden auch noch so kleinen Zeit gemindert, und also die Stärke des Zugs vermehret. Es ist aber auch, wenn die Zeit dieser Annäherung unendlich klein genommen wird, diese Verminderung der *CS* so gering, daß sie als Nichts angesehen werden kan, woraus folget, daß die Entfernung *CS* diese ganze Zeit über die nehmliche geblieben sey. Alsdann aber würket die anziehende Kraft gleichförmig, und man kan, was von den gleichförmigen Kräften überhaupt erwiesen wird, ohne Bedenken auf dieselbe anwenden. Insonderheit aber komt uns die aus dem 500ten §. der Naturlehre für den Fall, da die Masse *C* die nehmliche bleibt, und die zwo verschiedene Kräfte *V*, *v* in eben der Zeit in dieselbe würken, fliessende Proportion $V : v = S : s$ zustatten in welcher *S* und *s* die unendlich kleinen Linien bedeuten, um welche der Körper *C*, in der angenommenen ebenfals unendlich kleinen Zeit, dem ihn anziehenden Puncte oder Körper *S* genähert wird. Aus eben den Sätzen folget auch $V : v = C : c$, da *C* und *c* die Geschwindigkeit bedeuten, welche die Kräfte *V*, *v* dem Körper *C* in eben der Zeit beybringen.

T. XII. Fig. 165.

Würkung verschiedener Massen, die einander anziehen.

§. 864. Wenn nun die Entfernung des Körpers *C* von dem *S* unverändert bleibt, und es wird die Masse des *C* verdoppelt oder sonst in der Verhältniß $n : 1$ vermehret, so wächset auch die Geschwindigkeit, welche der Körper *C* dem *S* durch seine anziehende Kraft beybringet, in eben der Verhältniß: und in derselben $n : 1$ stehet auch der Raum, um welchen sich nunmehro der Körper *S* dem *C* in einer gewissen Zeit nähert, gegen denjenigen, in welchem er sich dem *C* in eben der Zeit genähert haben würde, wenn die Masse dieses *C* keine Veränderung erlitten hätte. Der Geschwindigkeit des Körpers *C* aber, mit welcher er sich zugleich dem *S* nähert, wird durch die Verdoppelung seiner Masse nicht

nicht das geringste zugesetzt oder entzogen. Denn da bey dem Körper *S*, keine Veränderung vorgegangen ist, so würket dieser in den einen der zween gleichen Theile, aus welchen die Masse des Körpers *C* nunmehro bestehet, eben so stark als in den andern, und bringet demselben eben die Bewegung bey, es mag der andere dieser Theile da seyn oder nicht. Eben dieses ist auch von einer jeden andern Vermehrung oder Verminderung der Masse des Körpers *C* richtig, welche die Geschwindigkeit dieses Körpers nach der Strecke *CS* eben so wenig verändert, als eine grössere oder kleinere Masse einige Veränderung in derjenigen Bewegung hervorzubringen vermag, mit welcher unsere schweren Körper von einer Höhe gerade unterwärts fallen. Jedes Theilchen des dergestalt fallenden Körpers hat seine bewegende Kraft bey sich, welche es in jedem Augenblicke mit eben der Geschwindigkeit treibet, mit welcher ein jedes der übrigen in eben dem Augenblicke getrieben wird. Es würden also diese Theilchen mit einander zugleich fortgehen, und immer in eben der Ordnung verbleiben, wenn auch nicht die geringste Verbindung zwischen denselben da wäre. Bey so gestalten Sachen würket keines in das andere; und eben die Bewandniß hat es auch mit dem Körper *C*, dessen verschiedene Theile einander, in ihrer Bewegung gegen *S*, gar nicht stören. Ob nun wohl der Körper *C*, indem er den *S* anziehet, auch zugleich von diesem gezogen wird, so kan man doch bey dieser Betrachtung jenen *C* den ziehenden, und diesen *S* den angezogenen Körper nennen, und alsdann sagen, daß bey einer Veränderung der Masse des ziehenden Körpers, zwar die Geschwindigkeit des gezogenen, aber nicht die Geschwindigkeit des ziehenden, in der angegebenen Verhältniß verändert werde: gesetzt nehmlich, die Entfernung *CS* werde nicht verändert. *T. XII. Fig.* 165.

§. 865. Die Erfahrung bestärket diese Schlüsse nicht nur, wenn wir, wie bereits zum Theil geschehen ist, den mit der Erde verbundenen Mond betrachten, sondern auch sonst überall: mit einer vorzüglichen Deutlichkeit aber gibt uns der Zusammenhang des Jupiters mit seinen Nebenplaneten die Sache zu erkennen. Die Kreise, welche diese Monden um ihren Hauptplaneten beschreiben, sind in Absicht der Entfernung aller dieser Körper von der Sonne so klein, daß der Winkel, unter welchen der Halbmesser des grössesten aus der Sonne gesehen wird, nicht mehr beträgt als 8 Minuten und 16 Secunden: demnach sind die Linien, welche von dem Mittelpuncte des Hauptplaneten und eines jeden seiner Monden nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogen werden können, einander beynahe parallel. Es ist

aber

T.XII. Fig. 165. aber auch eben der Hauptplanet viel grösser als alle seine Monden zusammen genommen, deren keiner uns in einem Winkel erscheinet, dessen Grösse nur einigermaassen bemerket, und mit der Grösse desjenigen, in welchem wir den Jupiter selbst sehen, verglichen werden könte: und niemand zweifelt daran, daß auch seine Masse viel grösser sey, als die Massen aller dieser Monden, insonderheit, wenn dabey auf die Gesetze, nach welchen sich die mit einander verbundene Körper um den Mittelpunct ihrer Massen bewegen müssen, zurückgesehen wird. Diese so sehr verschiedene Massen nun, der Jupiter und jeder seiner Monden, werden beständig nach Linien, die einander beynahe parallel sind, gegen die Sonne gezogen. Wäre nun dieser Zug von der Beschaffenheit, daß die angezogenen Körper, deren Massen so sehr verschieden sind, in einerley Entfernung von der Sonne verschiedene Geschwindigkeiten erhielten; und also der Nebenplanet in eben der Zeit derselben mehr oder weniger genähert würde, als der Hauptplanet: so würde dadurch der Zusammenhang gar bald in Unordnung gebracht, und endlich gar aufgehoben werden. Denn wenn die Verschiedenheit der Geschwindigkeiten, mit welchen sich der Hauptplanet und einer seiner Monden der Sonne nähern, blos von der Verschiedenheit ihrer Entfernungen von dieser herrühret: so können, wie wir dieses an unserm Monde und der Erde gesehen haben, die beiden Körper dennoch beysammen bleiben. Wiewohl auch der Unterschied, um welchen sich, selbst der äusserste Mond des Jupiters, bey seinem Umlaufe um diesen, mehr oder weniger von der Sonne entfernet, nur ohngefehr den 416 Theil der mittlern Entfernung beträget; welches etwas so geringes ist, daß es hier kaum in Betrachtung gezogen werden darf.

§. 866. Sollen aber zween Körper, der Verschiedenheit ihrer Massen ungeachtet, von irgend einer in dieselbe würkenden Kraft, in eben der Zeit, eben die Geschwindigkeit erhalten, so muß diese Kraft mit den Massen der Körper, welche sie in Bewegung setzt, zugleich wachsen und zu einer doppelten Masse doppelt so groß, zu einer dreyfachen aber dreymal so groß werden, als zu einer einfachen, und so immer, nach der Verhältniß der Massen, woraus der andere Theil des Satzes sogleich folget. Die Kraft, mit welcher Jupiter von der Sonne angezogen wird, ist derjenigen gleich, mit welcher er hinwiederum dieselbe anziehet, und eben dieses ist auch von einem jeden seiner Monden zu sagen. Da nun die Kraft, mit welcher Jupiter von der Sonne gezogen wird, sich zu derjenigen, mit welcher die Sonne einen seiner Monden ziehet, sich wie die Masse des Jupiters zu der Masse

dieses

dieses Monds verhält: so muß sich auch die Kraft, mit welcher Jupiter die Sonne ziehet, zu der Kraft mit welcher dieses der Mond thut, wie die Masse des Jupiters zu der Masse des Monds verhalten. T. XI. Fig. 165. Setzen wir nun an die Stelle der Sonne einen andern Körper, wie bey der Gleichförmigkeit der Gesetze, nach welchen sich die Körper bewegen, allerdings geschehen kan, oder nehmen überhaupt zween Körper A und B, welche von einem dritten C gleichweit entfernet sind, den sie beide anziehen, so sehen wir, daß sich überhaupt die Kraft, mit welcher A den C ziehet, zu derjenigen mit welcher B dasselbe thut, wie die Masse des A zu der Masse des B verhalten werde.

§. 867. Vermittelst dieser Sätze wird das meiste, so noch von den Kräften zu sagen ist, welche einen Körper, der den Umkreis eines Cirkels beschreibt, in dieser Bahn erhalten, indem sie ihn nach deren Mittelpunct treiben, aus dem, so wir bereits hievon gesehen haben, unmittelbar hergeleitet. Wenn wir wieder die 147ste Zeichnung vor uns nehmen, so wird der Körper A, indem er den Umkreis des zu dem Radius AC gehörigen Cirkels beschreibt, durch den Körper B in dieser Bahn erhalten, welcher B denselben beständig nach dem Mittelpuncte C ziehet, durch welchen, und den Körper A die gerade Linie AB immer hindurch gehet: und es hat die anziehende Kraft des Körpers B die dazu erfoderte Grösse, wenn C der Mittelpunct der Massen A und B ist, und also die Proportion $A : B = CB : CA$ ihre Richtigkeit hat. T. XI. Fig. 147. Ohnfehlbar kan die Bewegung des Körpers A in eben dem Cirkelkreise auch durch andere Mittel erhalten werden: und wenn der Punct C unbeweglich ist, so kan ein an denselben und zugleich an den Körper A gebundener Faden von der Länge AC, diesen Körper A allein zwingen, daß er sich so, wie verlangt wird, in einem Kreise bewegen muß. Alsdenn aber ist die Kraft, mit welcher ein solcher Faden nach der AC gedehnet wird, und mit welcher er sich, wie ein jeder gedehnter Faden zu thun pfleget, wieder zu verkürzen bemühet ist, wie auch der Widerstand, welchen das Punct C dem daran befestigten gedehnten Faden leisten muß, der anziehenden Kraft des Körpers B vollkommen gleich, und es kan anstatt einer jeden sogenannten Centralkraft, welche nehmlich den Körper A beständig nach eben dem Puncte C treibet, die anziehende Kraft des sich in den angezeigten Umständen befindenden Körpers B gesetzt, und die Grösse jener Centralkraft aus der Grösse dieser anziehenden Kraft des Körpers B beurtheilet werden. Wir wollen, damit dieses desto leichter geschehen könne, die Entfernung CB unverändert beybehalten.

T. XI. Fig. 165.

§. 868. Nun wissen wir, daß wenn die Masse A verdoppelt, oder sonst in der Verhältniß $n : 1$ vermehret oder vermindert wird, ohne daß in den Entfernungen CA, CB eine Veränderung vorgehe; der Punct C nicht der Mittelpunct der Massen bleiben könne, wenn man nicht auch die Masse B in eben der Verhältniß vermehret oder vermindert. Denn da aus der Proportion $A : B = CB : CA$ diese andere entstehet $nA : nB = CB : CA$, so kan die neue Masse nA zu keiner andern als der nB die Verhältniß $CB : CA$ haben. Dadurch aber, daß aus der Masse B die nB gemacht wird, wird auch die anziehende Kraft derselben in eben der Verhältniß $n : 1$ verändert. Diese aber ist der Centralkraft gleich, welche erfordert wird, den in nA verwandelten Körper bey A in seiner Bahn zu erhalten, welche demnach in eben der Verhältniß $n : 1$ wachsen oder abnehmen muß, nach welcher aus A die Masse nA entstehet.

§. 869. Wird zwar nicht die Masse A, wohl aber CA, ihre Entfernung von dem Puncte C, oder der Radius des Kreises, welchen sie um C beschreiben sol, in der Verhältniß $n : 1$ vermehret oder vermindert, welche Verhältniß $n : 1$ die vorher gebrauchte oder eine jede andere seyn kan: so kan, bey eben der CB, nun nicht mehr C der Mittelpunct der Massen bleiben, wenn nicht auch die Masse B nach eben der Verhältniß vermehret oder vermindert wird. Oder kürzer: wenn aus AC gemacht wird $n.AC$, so muß auch aus B gemacht werden nB, wenn bey der gesetzten Bedingung C der Mittelpunct der Massen bleiben sol. Denn da aus der Proportion $CA : CB = B : A$ auch diese andere $n.CA : CB = n.B : A$ geschlossen wird, so kan bey einer jeden andern Grösse des Körpers bey B, ausser der durch $n.B$ ausgedrückten, die Entfernung CB nicht die vorige bleiben. Es wächset also auch bey dieser Veränderung der Entfernung CA die anziehende Kraft des Körpers bey B, und mit derselben die Centralkraft, in eben der Verhältniß $n : 1$, nach welcher die Entfernung des A von C vermehret oder vermindert wird.

§. 870. Endlich kan auch die Zeit des Umlaufs verändert werden, welche bey den zween mit einander verbundenen Körpern eben dieselbe ist, und es ist noch die Verhältniß auszumachen, nach welcher bey dieser Veränderung die Centralkraft wächset oder abnimt. Wir müssen uns erinnern, daß wenn ein Körper in den Umständen, in welchen wir ihn hier annehmen, den Umkreis eines Cirkels

beschrei-

beschreibet, seine Geschwindigkeit immer dieselbe bleibe (811), und daß also, wenn zween Körper sich in eben den Cirkelkreise, oder in zween dergleichen Kreisen von einerley Grösse bewegen, der eine mit der Geschwindigkeit C und der andere mit der Geschwindigkeit c, indem T die Zeit vorstellt, in welcher jener Körper in seinem Kreise ganz herum komt, t aber die Zeit eines ganzen Umlaufs dieses andern bedeutet: seyn werde, $C : c = t : T$. Denn wenn der mit gleichförmigen Bewegungen beschriebene Raum eben derselbe ist, so verhalten sich die Geschwindigkeiten derselben immer, wie die Zeiten, in welchen dieser Raum beschrieben wird, verkehrt genommen. T. XII. Fig. 165.

§. 871. Ist nun dieser Raum der mit dem Radius AC (T. XII. Fig. 166.) beschriebene Cirkelkreis, und bewegen sich in demselben zween Puncte oder Körper dergestalt, daß in dem Augenblicke, in welchem der erste den Raum AB beschreibet, der andere den grössern Bogen AD zurück legt, so ist, wenn auch nunmehro C, T zu dem ersten dieser Körper, und c, t zu dem zweiten gehören: $AB : AD = C : c$. Wird aber die AE gezogen, welche den Cirkel bey A berühret, und folgends dem Halbmesser AC perpendicular ist, und man machet BF, DG diesem AC parallel, welche verlängert die AE in b, d schneiden: so ist mit einer desto grössern Richtigkeit, je kleiner Ad ist, $AB : AD = Ab : Ad$, und also auch $Ab : Ad = C : c = t : T$. Nun ist, da die von dem Puncte d gezogene dA den Cirkel berühret, dG aber den Umkreis desselben bey D und G schneidet, $dG : Ad = Ad : dD$, und also das Quadrat aus Ad gleich dem Rechtecke aus dG, dD; und so auch $Ab^2 = bB \times bF$. Die Linien dG, bF aber sind desto weniger von einander und von dem Durchmesser des Cirkels $2AC$ unterschieden, je kleiner DA genommen worden ist. Es kan also, wenn man diesen DA, und mit demselben den Bogen BA, unendlich klein machet, auch gesetzt werden: $2AC.bB = Ab^2$, und $2AC.dD = Ad^2$, woraus folget, $bB : dD = Ab^2 : Ad^2$. Wenn nun V die Centralkraft bedeutet, welche den ersten Körper in seiner Bahn erhält, und v die Centralkraft des zweiten, so ist (863) $bB : dD = V : v$. Aus $Ab : Ad = t : T$ aber folgt $Ab^2 : Ad^2 = tt : TT$. wodurch die letzte Proportion in diese $V : v = tt : TT$ verwandelt wird, welche die Centralkräfte vermittelst der Zeiten des Umlaufs mit einander vergleichet, deren Quadrate sich umgekehrt wie jene Kräfte verhalten. T. XII. Fig. 166.

Schlüsse aus diesen einfachern Sätzen.

T.XII. Fig. 167. §. 872. Sollen die gefundenen drey Regeln in eine zusammengezogen werden, welche die Centralkräfte der zween Körper A und B, (T. XII. F. 167.) deren jeder seinen Cirkelkreis beschreibet, in allen Umständen mit einander vergleichet; so kan dieses am füglichsten geschehen, wenn man die zu dem einen dieser Körper A gehörige Centralkraft als bekant ansiehet, und dieselbe zur Einheit machet, aus welcher die Centralkraft des andern B zu bestimmen ist. Wenn nun die Masse des Körpers A sich zu der Masse des B wie $1 : m$ verhält, die Entfernung AC zu der Entfernung BD wie $1 : d$, und die Zeit in welcher A seinen Kreis ganz beschreibet, zu der Zeit des Umlaufs des Körpers B wie $1 : t$: und man setzet, daß v'' die Centralkraft sey, welche erfordert wird diesen B in seiner Bahn zu erhalten, wenn so wohl $BD = AC$, das ist, $d = 1$, als auch $t = 1$; v' aber bedeute diejenige, welche bey diesem Körper B würken muß, wenn zwar BD grösser oder kleiner ist als AC, und also nicht mehr $d = 1$, wohl aber $t = 1$, und endlich v die gesuchte, bey welcher ausser den vorigen Umständen, auch die Zeiten des Umlaufs verschieden sind: so ist

$$1 : m = 1 : v''$$
$$1 : d = v'' : v'$$
$$tt : 1 = v' : v,$$

woraus durch die Zusammensetzung der Verhältnisse entstehet $tt : md = 1 : v$; und $v = \frac{md}{tt}$.

§. 873. Diese Art zu schliessen zeiget zugleich deutlich, wie der gefundene Ausdruck $v = \frac{md}{tt}$ zu verstehen sey. Er zeiget an, daß die Zahl, welche die Centralkraft v aus der als einfach betrachteten Centralkraft des Körpers A ausdrücket, nach der Vorschrift $\frac{md}{tt}$ gefunden werde, ob wohl die ganzen oder gebrochenen Zahlen, welche durch m, d, t bedeutet werden, sich auf ganz andere Einheiten beziehen. Also saget $v = \frac{md}{tt}$ nichts anders, als daß $\frac{md}{tt}$ das zweite Glied einer Proportion sey, welches sich auf das erste, das bey den angenommenen Benennungen immer eine Einheit ist, sich so beziehet, wie die Centralkraft v,

zu

zu der ebenfals für einfach angenommenen Centralkraft des Körpers A. Auf diese verschiedene Einheiten muß man zurück sehen, wenn man sich von dem Sinne des Ausdrucks eine deutliche Vorstellung machen will, und jede der durch m, d, t, v angezeigten ganzen oder gebrochenen Zahlen auf die ihrige beziehen. Bedeuten alsdann die grössern Buchstaben andere dergleichen Zahlen, deren Einheiten die nehmlichen sind, so wird auch $V = \frac{M.D}{TT}$ das ist $\frac{M.D}{TT} : 1 = V : 1$, T. XII. Fig. 167.

welche Proportion mit der vorigen $1 : \frac{md}{tt} = 1 : v$ gehörig verbunden, diese neue giebt, $\frac{M.D}{TT} : \frac{m.d}{tt} = V : v$, oder $M.D.tt : m.d.TT = V : v$ in welcher Gestalt, die aber gar nichts neues enthält, diese Regeln in der Einleitung in die Naturlehre öfters vorkommen. Denn die daselbst vorzüglich gebrauchte Gleichheit $V.TT.m.d = v.tt.M.D$ wird gar leicht aus der Proportion hergeleitet, und giebt im Grunde nichts anders, als eben diese Proportion an.

§. 874. Wenn nun $tt = d^3$, das ist, wenn die Zahl d, welche die Entfernung BD aus ihrer Einheit AC ausdrücket, die Cubicwurzel der tt ist, welche das Quadrat der Zeit des Umlaufs des Körpers B aus der für Eins angenommenen Zeit des Umlaufs des Körpers A angiebt, so entstehet, wenn man in $v = \frac{m.d}{tt}$ für tt die Cubiczahl d^3 setzet, $v = \frac{md}{d^3} = \frac{m}{d^2}$; und, wenn die Massen gleich sind; $v = \frac{1}{dd}$, weil alsdann gesetzt werden muß $m = 1$. Dadurch wird angezeigt, daß bey den gesetzten Umständen, wenn nehmlich die Quadrate der Zeiten, in welchen die Körper A, B ihre Umläufe verrichten, sich wie die Cubiczahlen derjenigen verhalten, so bey gleichen Massen die Entfernungen AC, BD angeben; sich die Centralkräfte wie die Quadrate eben dieser Entfernungen, verkehrt gesetzt, verhalten werden. Schreibt man die angenommene Proportion also: $TT : tt = D^3 : d^3$, und schliesset daraus $tt.D^3 = TT.d^3$, so entstehet aus der Multiplication dieser gleichen Producte in diejenigen, deren Gleichheit wir beym Ende des vorhergehenden Absatzes gesehen haben, $V.TT.tt.m.D^3d = v.TT.tt.M.D.d^3$, welche durch $TT.tt.D.d$ divi-

T. XII. Fig. 167. dirt, die gleichen Quotienten $VmD^2 = vMd^2$ geben; woraus eben die Proportion $V : v = Md^2 : mD^2$ fliesset, die durch $M = m$ in $V : v = dd : DD$ verwandelt wird.

§. 875. Man kan diesen Satz umkehren, und indem man annimt $v = \frac{m}{dd}$, das ist, daß sich die Kräfte wie die bewegten Massen m, und verkehrt wie die Quadrate dd verhalten, vermittelst des allgemeinen Satzes $v = \frac{md}{tt}$ schliessen, was es bey dieser Bedingung mit dem übrigen für eine Bewandniß haben werde. Es folgt nehmlich aus beyden $\frac{m}{dd} = \frac{md}{tt}$, und hieraus $tt = d^3$, welches anzeigt, daß sich die Quadrate der Zeiten tt wie die Cubiczahlen der Entfernungen d^3 gegen einander verhalten werden, welches vorher die angenommene Bedingung war. Wird eben dieses also ausgedruckt $V : v = M.dd : m.DD$, und daraus gemacht, $v.M.dd = V.m.DD$, so komt aus dem durch $V.TT.m.d = v.tt.M.D.$ ausgedruckten allgemeinen Satze, vermittelst der Multiplication, $TT.d^3 = tt.D^3$, oder $TT : tt = D^3 : d^3$, welches eben dasselbe etwas deutlicher ausdrücket.

Anziehende Kraft der Kugeln.

§. 876. Auch dieses ist von allen körperlichen Puncten richtig, und insbesondere von Kugeln, deren Durchmesser in Absicht auf den Zwischenraum zwischen ihren Mittelpuncten d, wegen ihrer Kleinigkeit, als nichts betrachtet werden können. Daß aber, wenn eine Kugel aus Theilchen bestehet, deren jedes, dessen Masse durch m bedeutet wird, eben das körperliche Punct, von welchem es um die Länge d abstehet, nach der Verhältniß $\frac{m}{dd}$ anziehet, der Satz auch in dem Falle statt finde, da der Durchmesser der Kugel, in Absicht auf die Entfernung des angezogenen Puncts von dem Mittelpuncte derselben, eine beträchtliche Grösse hat, kan ohne Beweis nicht zugestanden werden. Wir müssen also diesen Beweis vorausserden, und zugleich die Umstände aus einander setzen, unter welchen die entdeckten Proportionen bey Kugeln von einer jeden Grösse richtig sind, ehe wir dieselbe auf den Jupiter und seine Trabanten, den Saturnus und die seinigen, oder

auch

auch auf die Sonne, mit völliger Zuversicht anwenden. Diese Umstände sind: jede der Kugeln, die wir hier annehmen, soll entweder durchaus, oder doch überall in einerley Entfernung von ihrem Mittelpuncte, gleich dichte seyn, und der angezogene Punct soll von dem Mittelpuncte einer jeden solchen Kugel eben die Entfernung haben. Alsdenn komt auf die Grösse der Kugel, bey der Bestimmung ihrer anziehenden Kraft, nichts an. Diese Kraft richtet sich blos nach der Masse der Kugel, und wächset in eben der Verhältniß, in welcher diese zunimt; der Durchmesser mag groß oder klein, die Kugel selbst aber durchaus gefüllet oder inwendig hohl seyn. Die Materie, aus welcher eine dergleichen Kugel bestehet, ziehet überhaupt nicht anders, als sie thun würde, wenn sie, bey unveränderter Lage des angezogenen Puncts, sämtlich in dem Mittelpuncte versamlet, oder in eine ganz kleine eben diesen Mittelpunct umgebende Kugel zusammen gepfropfet wäre. T. XII. Fig. 167.

§. 877. Dieses deutlich einzusehen, stellen wir uns um den in der *AB* (*Tab. XII. Fig.* 168.) genommenen Puncte *C* mit dem Radius *CA* einen halben Cirkel beschrieben vor, und mit dem Radius *CB*, welcher gar wenig kleiner ist als *CA*, einen andern. Wir müssen uns nehmlich den von den beiden Umkreisen eingeschlossenen halben Ring *ADB* so schmal gedenken, daß sein ganzer Inhalt, in Ansehung des Inhalts einer der beiden halben Scheiben, in keine Betrachtung komt. Dieser halbe Ring *ADB* beschreibt, indem er um die *AB*, als seine Axe, herumgedreht wird, eine hohle Kugel, oder vielmehr eine Art einer Blase, deren Häutchen ungemein dünne angenommen wird. Denn wir stellen uns den Theil des Raums, in welchem der um *AB* herumbewegte Ring sich nach und nach befindet, allein gefüllet vor, und zwar durchaus mit gleich dichter Materie; wiewohl diese Dichtigkeit an sich willkührlich ist. Wird nun *AB*, oder ein jeder anderer Durchmesser der also erzeugten hohlen Kugel, verlängert, und in ein beliebiges Punct dieser Verlängerung, also ausser die Kugel, ein Körperchen *P* gesetzt, welches von derselben angezogen werden soll: so ist leicht einzusehen, daß dieses Punct in der *PC* gerade nach dem Mittelpuncte *C* gehen werde, wenn es der ihm durch die Kugel eingedruckten Bewegung frey folgen kan. Diese *PC* ist also die Richtung, nach welcher der Zug der ganzen hohlen Kugel würket. Wird aber in dem Bogen *AD* ein Theil *Ee*, der so klein ist, daß er für eine gerade Linie gehalten werden kan, nach Belieben angenommen, nach dessen äussersten Puncten die Halbmesser *CE*, *Ce* laufen: so wird aus dem Ringe *ADB* das Theilchen *EeFf* ausgeschnit- T. XII. Fig. 168.

T.XII. Fig. 168. geschnitten, welches von einem geradlinichten Rechtecke nicht zu unterscheiden ist. Dieses Theilchen $EeFf$ ist, bey der Bewegung des halben Rings ADE, zugleich mit um die Axe AB herumgegangen; und insbesondere hat bey diesem Umlaufe sein Punct E einen Cirkelkreis beschrieben, zu welchem die aus demselben der AB perpendicular gezogene EG der Radius ist; das ganze Rechteckgen aber hat eine Art eines körperlichen Rings gebildet, den man sich gar leicht vorstellen, und eben so leicht einsehen kan, daß derselbe das Punct P nach eben der PC, die zugleich durch den Mittelpunct des beschriebenen Cirkels G gehet, anziehen werde.

§. 878. Es ist also nur die Grösse der anziehenden Kraft dieses Rings, von welchem $EeFf$ ein Durchschnitt ist, mit welcher er das Punct P nach der PG in Bewegung zu setzen bemühet ist, auszumachen; weil aus dergleichen an einander gesetzten Ringen die ganze Blase bestehet, und also die anziehende Kraft derselben nach eben der PC die Summe aller anziehenden Kräfte aller dieser Ringe ist. Es mag zu dem Ende π den Umkreis eines Cirkels bedeuten, zu welchem 1 der Durchmesser ist, und $d\pi$ einen der gleichen Theile dieses Umkreises, deren eine unendlich grosse Zahl N den ganzen Umkreis ausmachen. Alsdenn ist $2\pi.GE$ der Umkreis des mit dem Radius GE beschriebenen Cirkels, und $2GE.d\pi$ ein Theil desselben, deren eben so viele, nehmlich N, auf das Ganze gehen. Wir wollen setzen, daß das kleine Rechteck $EeFf$ in dieser Höhe $2GE.d\pi$ mit einer Materie, deren Dichtigkeit g ausdrückt, dergestalt bedecket sey, daß dadurch ein rechtwinklichtes Parallelepipedum entstehet: so wird $2GE.Ee.Fe.d\pi$, das Product nehmlich aus der Grundfläche $Ee.Fe$ und der Höhe $2GE.d\pi$, die Grösse dieses Körperchens angegeben. Die Masse eines Körpers verhält sich immer wie das Product aus der Grösse desselben in seine Dichtigkeit, und ist also hier, da g die Dichtigkeit bedeutet, durch $2GE.Ee.Fe.gd\pi$ auszudrücken. Dieser Ausdruck der Masse nun, muß dem zufolge, so hier vorausgesetzt wird, durch die Zahl, welche das Quadrat von PE angibt, dividiret werden, um $\frac{2GE.Ee.Fe.gd\pi}{PE^2}$ zu erhalten, wodurch die Kraft, welche das Punct P nach PE ziehet, mit einer jeden andern solchen Kraft verglichen wird. Die Kraft nach PG, welche wir eigentlich suchen, verhält sich zu dieser nach PE ziehenden Kraft, wie PG zur PE. Sie wird also durch den Ausdruck $\frac{2GE.PG.Ee.Fe.gd\pi}{PE^3}$, vorgestellt, welcher

dieser

dieser Verhältniß gemäß aus dem vorigen fliesset. Auf die von eben der Kraft nach PE herrührende andere Kraft nach der Seite GE aber ist hier nicht zu sehen, weil bey dem Ringe, um welchen es uns eigentlich zu thun ist, die Würkung derselben immer durch eine andere ihr gerade entgegen stehende Kraft vernichtet wird. T. XII. Fig. 168.

§. 879. Dieses ist die Stärke des Zugs eines jeden der kleinen Theile, in welche der Ring vermittelst der Theilung des π zerfället worden ist. Will man also den Zug nach eben der PC oder PG haben, der von allen diesen Theilchen herrühret, so darf man nur das gefundene durch die unendlich grosse Zahl N vervielfältigen, vermittelst welcher aus π das Theilchen $d\pi$ durch die Division entstanden ist. Dadurch wird hinwiederum π aus $d\pi$, weiter aber gehet in dem Ausdrucke keine Veränderung vor. Demnach wird die Kraft des Rings, dessen gröster Halbmesser EG ist, durch $\frac{2\pi g.\ Fe.\ GE.\ PG.\ Ee}{PE^3}$ angegeben; aus welcher ferner die anziehende Kraft der ganzen aus dergleichen Ringen zusammengesetzten hohlen Kugel zu schliessen seyn wird.

§. 880. Die hiezu dienende 169ste Zeichnung enthält alles, so in der vorigen 168sten enthalten war, ausser daß hier die Dicke der hohlen Kugel nicht angedeutet ist, und man also diese Dicke Fe oder Ef aus jener Zeichnung nehmen muß, wenn man sie nicht lieber mit dem einzeln Buchstaben b benennen will. Es ist aber nunmehro die PE in E' verlängert, und dadurch von dem halben Umkreise der Bogen EE' abgeschnitten worden, welchen D gleich theilet. Auch hat man durch e, das Ende des Theilchen Ee, die Pe gleichfalls bis an den Umkreis in e' verlängert, welche, da Ee unendlich klein ist, zwischen e und e', als der EE' parallel angesehen werden kan, ob sie wohl würklich bey P an diese anläuft. Es ist auch CE' gezogen, und $E'G'$ der AB perpendicular gemacht worden. Weil nun D den Bogen EE' gleich theilet, so ist CD der Sehne desselben EE' perpendicular, und theilet diese ebenfals bey K in gleiche Theile, so daß das Dreyeck KCE' dem KCE in allen Stücken gleich wird. Wenn also CD zum Radius genommen wird, so ist KE oder KE' der Sinus des Bogens $ED = DE'$, oder des Winkels $ECD = DCE'$ und KC desselben Bogens oder Winkels Cosinus. Was aber die Ck anlangt, so würde diese Linie von dem Cosinus der Hälfte des Bogens eDe' merklich verschieden seyn, wenn der Winkel $E'Pe'$ eine beträchtliche T. XII. Fig. 169.

T.XII. Fig. 169. Grösse hätte. Denn das Punct, welches die Sehne ee' in zween gleiche Theile theilet, kan nicht in k fallen, welches seyn müste, wenn Ck der Cosinus des halben ee' seyn solte. Doch kan bey allem dem die Kk von dem Unterschiede der beiden Cosinus auch in diesem Falle nicht sehr abweichen, und da der Winkel $E'Pe'$ unendlich klein angenommen wird, fält auch diese Abweichung weg, und man kan die Kk für den genauen Ueberschuß des Cosinus der Hälfte des Bogens EE' über den Cosinus der Hälfte des ee' annehmen.

§. 881. Wird demnach, wie gewöhnlich ist, der Radius, auf welchen sich die Sinus beziehen, 1 genant, und der Sinus des Bogens $DE = DE'$ durch s, sein Cosinus aber durch c bedeutet, der unendlich kleine Abgang aber, welchen dieser Cosinus c leidet, indem der Bogen EE' zur Grösse ee' anwächst, wie gewöhnlich, durch $-dc$ angezeiget; wie auch AC oder CD, der halbe Durchmesser der hohlen Kugel, durch r angegeben: so wird $EK = KE' = rs$, $CK = rc$, und $Kk = -rdc$. Setzet man nun ferner $PC = a$, $PK = x$, und $PE = z$; so wird aus $PC : CK = PE : EG$ geschlossen $EG = \frac{rcz}{a}$, und aus $PC : PK = PE : PG$, herausgebracht $PG = \frac{xz}{a}$. Werden aber statt der Buchstaben E, e, G die an der andern Seite CD liegenden E', e', G'; und die zwischen denselben und dem Puncte P liegenden Linien statt der vorigen genommen, so wird auch $E'G' = \frac{rcz}{a}$, und $PG' = \frac{xz}{a}$, indem nunmehro z die AE' bedeutet.

§. 882. Man stelle sich durch E die Ei der Kk parallel vor, wodurch der Winkel eEi dem CEK gleich, und das kleine Dreyeck eEi dem CEK ähnlich wird, und ziehe durch E' eben der KC eine andere Parallele $E'i'$, welche eben das leisten wird, so daß die Dreyecke CEK, $CE'K$, eEi, $e'E'i'$ sämtlich ähnlich werden. Wir erhalten dadurch $PK : PE = Kk : Ei$, oder $x : z = -rdc : Ei$, und $EK : EC = Ei : Ee$, oder $s : 1 = Ei : Ee$, aus deren Zusammensetzung entstehet: $sx : z = -rdc : Ee$, und $Ee = -\frac{rzdc}{sx}$, welches wieder zugleich den kleinen Bogen $E'e$ ausdrücket, wenn man, mit Beybehaltung des übrigen, z die PE' bedeuten läßt. Nun ist überall $sds = -cdc$, und

also $-\frac{dc}{s} = \frac{ds}{c}$. Es kan also auch für beide Bogen geschrieben werden, Ee T.XII. Fig. 169.
oder $E'e' = +\frac{rzds}{cx}$, wenn man sich nur vorbehält, die Bedeutung des z gehörig anzunehmen.

§. 883. Werden nun alle diese Werthe in dem Ausdrucke $\frac{GE.PG.Ee}{PE^3}$ gehörig angebracht, so entstehet aus demselben dieser, $\frac{rcz}{a} \times \frac{xz}{a} \times \frac{rzds}{cx} \times \frac{1}{z^3}$, so sich in den kurzen $\frac{rrds}{aa}$ verwandelt, in welchem ausser dem einzigen ds nichts veränderliches, und insbesondere kein z, angetroffen wird. Multipliciret man denselben im $2\pi gb$, alwo b statt der Fe stehet, um die oben durch $\frac{2\pi g.Fe.GE\,PG.Ee}{PE^3}$ ausgedruckte Kraft des Rings, dessen gröster Halbmesser die EG oder $E'G'$ ist, zu erhalten, die wir dv nennen können, so wird

$$dv = \frac{2\pi rrbgds}{aa}.$$

Man siehet hieraus, daß die anziehenden Kräfte der zween Ringe, zu deren einem der Halbmesser EG, zu dem andern aber $E'G'$ gehören, einander völlig gleich sind, obwohl die Bogen derselben Ee und $E'e'$ von gar verschiedener Grösse seyn können. Denn es ist die zu dem einen dieser Ringe gehörige ds von der ds des andern in nichts verschieden. Beide zusammen geben $2dv = \frac{4\pi rrbg.ds}{aa}$.

§. 884. Wir wissen aber aus der Geometrie (79.), daß der Ausdruck $4\pi rr$ die ganze äussere Oberfläche der Blase andeute. Da nun b die Dicke des Häutchen ist, welches die Hohlung umgibt, so ist $4\pi rrb$ der Raum, welchen dieses Häutchen einnimt, und $4\pi rrbg$ die Masse desselben. Wird also diese Masse durch m angegeben, so kan die anziehende Kraft der zween Ringe, deren einer EG der andere aber $G'E'$ zum grösten Halbmesser hat, kurz durch $2dv = \frac{m}{aa}.ds$ dargestellet werden. Alsdenn ist $2v$, die anziehende Kraft der ganzen Blase,

T.XII. Fig. 169. die Summe aller $2dv$, das ist aller $\frac{m}{na} \cdot ds$, in welche man sich die Blase dergestalt zertheilt vorstellen kan, daß alle ds, die nach Belieben einander gleich oder ungleich seyn können, unendlich klein geworden sind.

§. 885. Wenn nun anfänglich die Linie PK den halben Cirkel ADB nicht schneidet, sondern nur berühret, welches zwischen D und E geschehen muß; so ist der Bogen EDE' von gar keiner Grösse, und s, der Sinus seiner Hälfte, ist ebenfals $= 0$. Nimt aber der Winkel KPC von dieser Grösse, bey welcher PK den halben Cirkel berührte, nach und nach ab, so entstehet alsbald ein Bogen EDE' und wächset beständig, so lang der Winkel KPC fortfähret abzunehmen. Es wächset also auch s, der Sinus der Hälfte dieses Bogens, indem immer solche Theilchen, als ds bedeutet, zu demselben hinzukommen. Endlich wird der Winkel KPC gar vernichtet, indem KP auf die PC fält, und zugleich EDE' in den Bogen ADB verwandelt, dessen Hälfte ein Quadrant ist, welcher den Radius, das ist 1, zu seinem Sinus hat: grösser darf der Bogen EDE' niemals werden. Bey so gestalten Sachen ist der Radius 1 die Summe aller ds vom ersten Anfange an, und also, wie man gar leicht siehet, insonderheit wenn zugleich erwogen wird, daß gar wohl alle ds einander gleich genommen werden können, die anziehende Kraft der ganzen Blase $2v = \frac{m}{aa}$. Diese aber ist derjenigen völlig gleich, mit welcher eben die Masse m das Punct P ziehen würde, wenn sie ganz in dem Mittelpuncte C versamlet wäre; weil alsdenn ihre Entfernung von dem P eben die $a = PC$ seyn würde.

§. 886. Da nun eine jede volle Kugel, mit welcher es die anfangs beschriebene Bewandniß hat, würklich aus einer unendlichen Menge hohler in einander gesetzter Kugeln bestehet, deren jede die unmittelbar darauf folgende immer mit ihrer ganzen inwendigen Oberfläche berühret: so ist hieraus zu einer solchen Kugel der Schluß gar leicht zu machen. Ist m die Masse derselben, und wird, wie Anfangs geschehen ist, die Entfernung ihres Mittelpuncts, von demjenigen, welchen die Kugel anziehet, nun wieder d genennet: so wird auch die anziehende Kraft dieser Kugel durch $\frac{m}{dd}$ angegeben. Nur muß d grösser seyn als der halbe Durchmes-

ser

ser der Kugel; denn auf den Fall, da der angezogene Punct in eine hohle Kugel eingeschlossen ist, haben wir uns nicht eingelassen, ob wohl die willkührliche Dichtigkeit der Materie, aus welcher wir jede unserer Blasen zusammengesetzt haben, gar wohl erlaubet, daß wir uns unsere übrigens volle Kugel um ihren Mittelpunct dergestalt ausgehohlt vorstellen, daß eine Schaale von beliebiger Dicke und Masse übrig geblieben ist. Nun sind die himlischen Körper, und insbesondere die Planeten, zwar keine vollkommen runde Kugeln, und es ist kaum wahrscheinlich, daß auch nur bey einem die Materie, aus welcher er bestehet, überall in gleichen Entfernungen von seinem Mittelpuncte gleich dichte seyn solte. Es ist aber auch, wenn man beydes annimt, kein Fehler zu befürchten, welcher uns abhalten könte, den herausgebrachten Satz $v = \frac{m}{dd}$ auch auf diese Körper anzuwenden. T.XII. Fig. 169.

Erläuterung einer anziehenden Kraft.

§. 887. Wenn wir uns eines der kleinsten Theilchen eines Körpers als ein eigentliches Punct vorstellen, oder in demselben einen wahren untheilbaren Punct annehmen, und setzen, daß von diesem Puncte eine Kraft nach allen Seiten würke, das ist, nach allen geraden Linien, die von demselben gezogen werden können, und zwar in jeder dieser Linie, und bey jedem Puncte, durch welches sie hindurch gehet, mit eben der Stärke: so muß allerdings der Eindruck, welchen diese Kraft in ein jedes anderes Körperchen von bestimter Grösse machet, so abnehmen, wie das Quadrat der Entfernung dieses Körperchen von dem zuerst angenommenen Puncte zunimt. Denn es sey R (T. XII. F. 170.) dieser Punct, von welchem die geraden Linien RA, RB, RC, RD, samt einer Menge anderer, ins Unendliche fortlaufen. Diejenigen dieser Linien nun, welche in der Entfernung RA auf die ebene Figur $ABCD$ fallen, fallen auch in der Entfernung Ra auf die ebene Figur $abcd$, welche der vorigen parallel lieget, und ihr ähnlich ist. Bey der Kleinigkeit der Figuren $ABCD$, $abcd$, die hier angenommen wird, richtet sich der Eindruck in dieselbe blos nach der Menge dieser darauf fallenden Strahlen. Es ist also der Eindruck in die beiden Figuren gleich stark. Nun verhält sich aber die kleinere $abcd$ zu der grössern $ABCD$, wie das Quadrat von Ra zu dem Quadrate von RA; und wenn man die $abcd$ auf $ABCD$ bringet, oder von der $ABCD$ einen Theil absondert, welcher so groß ist, als $abcd$, so hat die Menge der Strahlen, welche auf diesen Theil fallen, zu derjeni- T.XII. Fig. 170.

T.XII. Fig. 170. gen, welche *ABCD* empfängt, eben die Verhältniß *abcd* zur *ABCD*, welche ist $Ra^q : RA^q$. Demnach verhält sich auch die Menge der Strahlen, welche auf die *abcd* fallen, so lange sie an diesem Orte verbleibt, zu der Menge derjenigen, welche sie in der Entfernung *RA* empfängt, wie $RA^q : Ra^q$, und nach eben dieser umgekehrten Verhältniß der Quadrate der Entfernungen richten sich auch die Eindrücke in diese Figuren, oder in die Körper, auf welche eben die Strahlen fallen.

§. 888. Es ist andem, daß dieses nichts beyträgt uns begreiflich zu machen, wie der Eindruck, welchen die von dem Körperchen bey *R* herrührende Kraft auf dasjenige macht, das wir uns in *abcd* oder *ABCD* vorstellen, eine Bewegung dieses andern Körperchens nach dem vorigen *R* verursachen könne. Es macht uns aber doch diese Betrachtung das Gesetz, mit dessen Folgen wir uns bisher beschäftiget haben, einigermaassen wahrscheinlich. Wenigstens befreyet es dasselbe von dem Scheine eines Widerspruchs, und läßt nichts zu beweisen übrig, als daß es würklich in der Natur beobachtet werde: welches am besten geschehen kan, wenn wir die Folgen desselben mit den Erscheinungen zusammen halten, und Acht haben, wie weit beide mit einander übereinstimmen.

Das Gesetz der Entfernungen wird von der Sonne und den Planeten beobachtet.

§. 889. Nun haben wir gesehen, daß wenn zween oder mehrere Körper sich in verschiedenen um eben den Mittelpunct beschriebenen Cirkelkreisen bewegen, nach welchen sie dem Gesetze, welches wir vor Augen haben, gemäß gezogen worden, die Quadrate der Zeiten des Umlaufs sich wie die Cubiczahlen der Halbmesser dieser Kreise verhalten werden (875). Und wir wissen nunmehro, daß eben dieses statt haben werde, wenn der Mittelpunct der Kreise zugleich der Mittelpunct einer Kugel von willkührlicher Grösse ist, welche die Körper nach eben dem Gesetze anziehet: indem die Masse dieser Kugel, welche immer dieselbe bleibt, aus der Proportion wegfällt. Zwar sind die Bahnen der Planeten um die Sonne keine vollkommene um den Mittelpunct dieses Körpers beschriebene Cirkel: sie weichen aber von denselben so wenig ab, daß wir auch bey dieser Untersuchung, da ohnedem wir vors erste nicht alles so genau nehmen dörfen, sie als solche ansehen, und die Entfernung der Planeten von der Sonne, dieser Vorstellung gemäß, vermittelst des Gesetzes mit einander vergleichen können, welches ohne sonderliche Mühe also geschiehet. Es sey *T* die Zeit des Umlaufs eines Planeten um die Sonne, und dieser

mag

mag unsere Erde seyn, welche ihren nach den unbeweglichen Fixsternen gerechneten Umlauf in 525969 Minuten verrichtet; denn genauer zu rechnen ist hier nicht nöthig: t sey die Zeit des Umlaufs eines andern Planeten, D die Entfernung der Erde von der Sonne, oder der Halbmesser des Kreises, welchen sie um diese beschreibt, und d die Entfernung des angenommenen andern Planeten. Da nun, wenn ltt den Logarithmen der Zahl tt; ld^3 den Logarithmen zu d^3, und also der Buchstabe l den Logarithmen desjenigen anzeiget, wovor er stehet; wir haben $ltt = 2lt$, $ld^3 = 3ld$, und so überall; so folget aus der Proportion $tt : TT = d^3 : D^3$, wenn man die Logarithmen nimt, $2lt - 2lT = 3ld - 3lD$. Man kan aber bey der Vergleichung, welche wir vorhaben, D zur Einheit machen, wodurch wird $lD = 0$, und also $2lt - 2lT = 3ld$. Hieraus folgt $\frac{2}{3}(lt - lT) = ld$, nach welcher Vorschrift jede Entfernung d mit der zur Einheit angenommenen D verglichen werden kan. T. XII. Fig. 170.

§. 890. Der zu $T = 525969'$ gehörige lT ist 5,7209602. Für den Mercur aber ist $t = 126676'$, und $lt = 5,1027044$. Also $lt - lT = -1,+3817442$ und $\frac{2}{3}(lt - lT) = -1,+5878294$, zu welchem die Zahl $d = 0,387$ gehöret. Auf eben die Art wird zur Venus aus $t = 323569'$ und $lt = 5,5099669$ gefunden $\frac{2}{3}(lt - lT) = -1,+8593370$ und also $d = 0,723$. Für den Mars ist $t = 989250'$ und $lt = 5,9953061$, also $\frac{2}{3}(lt - lT) = 0,1828972$, und $d = 1,523$. Für den Jupiter $t = 6238588'$, und $lt = 6,7950862$, woraus folget $\frac{2}{3}(lt - lT) = 0,7160840$ und $d = 5,201$. Endlich ist für den Saturnus $t = 15498514'$, und $lt = 7,1902936$, also $\frac{2}{3}(lt - lT) = 0,9795556$, und $d = 9,540$. Werden nun die dergestalt herausgebrachten Zahlen d mit denjenigen zusammengehalten, vermittelst welcher oben (713-722) die Entfernung einiger Planeten von der Sonne zuverläßig genug, die Entfernung anderer aber mit einer grössern oder kleinern Wahrscheinlichkeit, mit der Entfernung der Erde von derselben verglichen worden ist; so wird die Uebereinstimmung der Verhältnisse fast genauer gefunden, als sie zu erwarten war. Es ist nicht die Rede von denjenigen Zahlen welche am Ende des 722sten Absatzes stehen: denn diese sind nach der gegenwärtigen Regel geschlossen worden, welche in dem vorhergehenden (721) gemeinet ist, und können also nicht gebraucht werden die Richtigkeit derselben zu bestätigen.

§. 891.

T. XII. Fig. 170.

§. 891. Bey den Monden des Jupiters wird nichts dergleichen vorausgesetzt, sondern es werden ihre Entfernungen von dem Mittelpuncte ihres Hauptplaneten unmittelbar gemessen: welches sie zur Bestätigung des Gesetzes, so wir vor uns haben, vorzüglich geschickt machet. Wir können uns aber die zum Ende zu unternehmende Rechnung sehr erleichtern, wenn wir aus der Gleichheit $2lt - 2lT = 3ld - 3lD$ diese andere ziehen $3lD - 2lT = 3ld - 2lt$, aus welcher, wenn sie richtig gefunden wird, hinwiederum die vorige, und die Proportion $tt : TT = d^3 : D^3$ geschlossen werden kan. Denn alsdenn kömt alles blos auf die Untersuchung an: ob, wenn D und T zu eben dem Monde des Jupiters gehöret, und d so wohl als t zu einem von den übrigen, was diese zween angenommene Monden auch vor welche seyn mögen, der Unterschied der Logarithmen $3lD - 2lT$ diesen andern $3ld - 2lt$ immer gleich sey, so weit wenigstens, als die Fehler in dergleichen Dingen vermieden werden können.

§. 892. Es ist aber für den innersten dieser Monden, wenn wir uns der oben (845) angegebenen Entfernungen bedienen, $3lD = 11{,}3268312$ und (854) $2lT = 10{,}3685480$, demnach $3lD - 2lT = 0{,}9582832$. Für den zweyten ist $3ld = 11{,}9323476$, und $2lt = 10{,}9737730$, also $3ld - 2lt = 0{,}9585746$. Für den dritten ist $3ld = 12{,}5404638$, und $2lt = 11{,}5821920$, demnach $3ld - 2lt = 0{,}9582718$; Endlich für den äussersten $3ld = 13{,}2761136$, und $2lt = 12{,}3178870$, woraus folget $3ld - 2lt = 0{,}9582266$. Alle diese Unterschiede kommen in den drey ersten Ziffern mit einander überein, und alle ausser dem zweyten, auch in der vierten, wodurch die Proportion $tt : TT = d^3 : D^3$, hinlänglich erwiesen wird. Denn eine völlige Gleichheit ist auch aus dieser Ursache nicht zu erwarten, weil jeder Mond einen jeden der übrigen anziehet, welcher Umstand bey der Rechnung nicht in Betrachtung gezogen worden ist. Aus den Monden des Saturnus, wenn mit denselben eben so verfahren wird, folgen eben die Schlüsse: und es ist nach allen diesen an der Richtigkeit der Proportion $V : v = dd : DD$, in allen Fällen, da die Massen der ziehenden Körper gleich sind, oder ihre Ungleichheit nicht in Betrachtung gezogen wird, nicht zu zweifeln.

Die anziehende Kraft ist die Ursache unserer Schwere.

§. 893. Es ist leicht zu erachten, daß diese Sätze, und die aus denselben gezogene Schlüsse, zur genauern Kentniß des Weltgebäudes unentberlich sind:

und

und würklich werden vermittelst derselben Fragen aufgelöset, deren Beantwortung kaum zu erwarten war. Unter diesen ist eine der ersten, welche anzuzeigen verlanget, wie sehr die anziehende Kraft der Erde den Mond, oder einen Theil desselben, ihrem Mittelpuncte in einer gewissen kleinen Zeit nähern würde, wenn dieser Theil sich in unserer Luft, und also ganz nahe an der Oberfläche der Erde, aufhielte? Dieses auszumachen müssen wir uns erinnern, daß wenn gesagt wird, die anziehende Kraft, welche eben der Körper, so in dem gegenwärtigen Falle die Erde ist, in verschiedenen Entfernungen äussert, nehme ab wie die Quadrate dieser Entfernungen zunehmen: dieses nichts anders sagen wolle, als daß die Theile, um welche diese Entfernungen in eben der Zeit gemindert werden, in der angezeigten Verhältniß stehen (863). Wenn also S den Raum bedeutet, um welchen sich der Mond und jeder Theil desselben dem Mittelpuncte der Erde in der Zeit einer Secunde nähert, indem er von der geraden Linie, in welcher er für sich fortgehen würde, abweichet; und s denjenigen um welchem eben der Theil des Mondes, von der Erde angezogen, sich dem Mittelpuncte derselben in der Zeit einer Secunde nähern würde, wenn er nicht weiter, als um ihren Halbmesser davon entfernet wäre; und es bedeutet d diesen Halbmesser der Erde, D aber die Entfernung des Monds von ihrem Mittelpuncte: so wird auch seyn $dd : DD = S : s$. Es wird also, da die Verhältniß $d : D$ bekant ist, der gesuchte Raum s gegeben, so bald S entdecket wird. Dieses aber kan, wie folget, geschehen. T. XII. Fig. 170.

§. 894. Wenn in der 166sten Zeichnung C der Mittelpunct der Erde, und der um C durch A beschriebene Kreis die mittlere Bahn des Mondes bedeutet, T aber die Zeit, in welcher derselbe in dieser Bahn ganz herum komt, welche T durch die Zahl 2360585 Secunden angegeben wird (548): so ist, wenn auch hier $1 : \pi$ die Verhältniß des Durchmessers zu dem Umkreise des Cirkels bedeutet, der zu CA gehörige Umkreis $= 2\pi D$. Und wenn für AB eine Secunde dieses Umkreises angenommen wird, so ist aus der Proportion $T : 1 = 2\pi D : AB$, diese $AB = \frac{2\pi D}{T}$. Nun kan auch gesetzt werden $Ab = AB$, und wir haben gesehen, daß Ab die mittlere Proportionallinie zwischen Bb und bF sey. Ferner ist Bb der Raum S, um welchen sich der Mond der Erde in einer Secunde nähert, indem er aus der geraden Linie AE in seine Bahn übergehet, bF aber ist so viel als $2D$; und aus allen wird geschlossen: T. XII. Fig. 166.

T.XII. Fig. 166. $S = \frac{2\pi\pi . D}{TT}$. Aus diesem Ausdrucke kan der Raum S gefunden werden, wenn wir ihn besonders brauchen. Hier aber können wir in der Proportion $dd : DD = S : s$ den Werth desselben an die gehörige Stelle setzen, und da d bey der Ausmessung der D zur Einheit gemacht wird, herausbringen $s = \frac{2\pi\pi . D^3}{TT}$, woraus folget: $ls = l2 + 2l\pi + 3lD - 2lT$, welches die Rechnung leicht genug machet.

§. 895. Denn da $\pi = 3{,}1415926$, so ist $l\pi = 0{,}4971499$. D aber ist 59, 86, (530) und also $lD = 1{,}7771367$. Zu $T = 2360585$ gehöret $lT = 6{,}3730196$, und $l2$ ist bekant. Wird also gesetzt

$$\left.\begin{array}{rl} l2 &= 0{,}3010300 \\ 2l\pi &= 0{,}9942998 \\ 3lD &= 5{,}3314101 \end{array}\right\} \text{add.}$$

$$\underline{\qquad\qquad 6{,}6267399}$$

$$3lT = 12{,}7460392$$

so wird durch die Subtraction des letzten gefunden $- 7{,}8807007$, allwo blos die Kennziffer 7 negativ ist. Die zu diesem Logarithmen gehörige Zahl ist 0,0000007598, welche den Raum s aus dem zur Einheit angenommenen Halbmesser der Erde ausdrücket, um welchen ein Theil des Monds, der sich ohne einer anderweitigen Bewegung in unserer Luft befände, von eben der anziehenden Kraft, welche den Mond in seiner Bahn erhält, in der Zeit einer Secunde dem Mittelpuncte der Erde genähert werden würde; und wir können immer annehmen, daß dieses in der Fläche des Gleichers geschehe.

§. 896. Nun hält (266) der mittlere Halbmesser der Erde 3270271 Toisen, und also sechsmal so viel, das ist, 19621626 pariser Schuhe. Wird also diese Zahl von Schuhen durch die gefundene 0,0000007598 multipliciret, so giebt das Product die gesuchte s in eben diesen Schuhen. Es ist dasselbe 14,908: weil aber die Gründe der Rechnung unmöglich so vollkommen richtig seyn können, und bey derselben auf die anziehende Kraft der Sonne, mit welcher sie den Mond von der Erde oder die Erde von dem Monde entfernet, nicht gesehen

sehen wird, so können wir die gefundene Zahl von Schuhen und deren Theilen nicht als von allen Fehlern frey annehmen. Vermuthlich ist sie etwas zu klein, und es kommen 15 Schuhe, oder etwas dergleichen, der Wahrheit näher. Nehmen wir sie indessen wie sie ist, und halten sie mit der Zahl 15,051 zusammen, welche anzeigt, wie tief einer unserer schweren Körper, ein Stein oder etwas dergleichen, in der Fläche des Gleichers fällen würde, wenn nicht die Luft seine Bewegung hemte, so finden wir den Unterschied nicht grösser als 0,143, welches etwas so geringes ist, daß wir die beyden Höhen einander gleich annehmen, und schliessen müssen, daß ein Theil des Mondes in unserer Luft, von der Kraft, welche den Mond in seiner Bahn erhält, mit völlig eben den Umständen gegen die Erde beweget werden würde, mit welchen unsere irdischen Körper auf dieselbe fallen. T. XII. Fig. 166.

§. 897. Dieses ist eine von den wichtigen Entdeckungen des Newton, welche uns belehret, daß die Kraft, welche den Mond in seiner Bahn um die Erde erhält, nichts anders sey, als was wir auf der Erde die Schwere nennen: welche demnach als eine Würkung der anziehenden Kraft der Erde anzusehen ist, die in einer grössern Entfernung von ihrem Mittelpuncte in eben der Verhältniß abnimt, in welcher das Quadrat dieser Entfernung grösser wird. Da also die anziehende Kraft, mit der wir uns noch immer beschäftigen, nicht nur bey der Erde anzutreffen ist, sondern überhaupt allen Weltkörpern zukomt; so muß auch die Schwere denselben sämtlich gemein seyn; und es muß jeder derselben in beständiger Bemühung stehen, sich einem jeden der übrigen zu nähern, dem einen mit einer grössern und dem andern mit einer kleinern Geschwindigkeit, nachdem er von jenem stärker als von diesem gezogen wird. Wir machen die Geschwindigkeit, mit welcher ein Körper sich bemühet demjenigen zu nähern, gegen welchen er schwer ist, zum Maaß seiner Schwere, und nehmen an, daß diese in in eben der Verhältniß wachse oder abnehme, in welcher jene Geschwindigkeit grösser oder kleiner wird, ohne dabey auf die Masse des schweren Körpers zu sehen, von welcher wir wissen, daß sie so lang der ziehende Körper in eben der Entfernung derselbe bleibt, in der Geschwindigkeit des gezogenen nichts ändere: obwohl diese Masse, wenn von dem Gewichte des schweren Körpers die Rede ist, zugleich mit, und, wenn in der Geschwindigkeit keine Veränderung vorgehet, ganz allein, in Betrachtung gezogen werden muß. Gemeiniglich stellen wir uns die Schwere als eine Kraft vor, welche ihren Sitz in den schweren Körper hat, ohne

T.XII. Fig. 166. auf den andern zu sehen, welcher dieselbe, auf eine uns unbegreifliche Weise, durch seinen Zug verursachet, oder wenigstens die Gelegenheit giebt, bey welcher sich die Schwere des gezogenen äussern muß.

Massen der Sonne und einiger Planeten.

§. 898. Vermittelst eben der Sätze werden die Massen aller Planeten, welche einen oder mehrere Monden um sich haben, mit der Masse der Sonne verglichen, bey welcher die Hauptplaneten die Stelle der Monden vertreten. Wenn die Massen verschiedener Körper, deren jeder einen Cirkelkreis beschreibet, einander gleich sind, oder, ohne Nachtheil des übrigen, als gleich angesehen werden können, so haben wir (872) gesehen, daß die Centralkräfte, welche diese Körper in ihren Bahnen erhalten, vermittelst der Vorschrift $v = \frac{d}{tt}$ mit einander verglichen werden, da v die nach dem Mittelpuncte gerichtete Kraft, d den Halbmesser des beschriebenen Kreises, und t die Zeit des Umlaufs bedeutet. Rühret aber diese Centralkraft von dem Zuge einer dergleichen Kugel her, als wir oben betrachtet haben, und ist, bey eben der Bedeutung des d, m die Masse dieser Kugel: so ist $v = \frac{m}{dd}$. In diesem Ausdrucke hat die Masse des gezogenen und im Kreise bewegten Körpers keinen Einfluß; es kan also, da die Kräfte eben dieselben sind, ohne auf diese Masse Acht zu geben, gesetzt werden $\frac{m}{dd} = \frac{d}{tt}$, woraus folget $m = \frac{d^3}{tt}$, welche Regel die Massen der ziehenden Körper, vermittelst der ihnen zugehörigen d und t sogleich mit einander zu vergleichen dienet, wenn nur die Entfernungen d überall durch Zahlen angegeben werden, deren Einheit eben dieselbe ist, wie dieses bey t geschiehet. Wenn nehmlich M die Masse einer andern solchen Kugel bedeutet, um die ein von derselben angezogener Körper in der Zeit T einen Cirkel beschreibet, zu welchem D der halbe Durchmesser ist, so ist $m : M = \frac{d^3}{tt} : \frac{D^3}{TT} = TT.d^3 : tt.D^3$, welches anzeiget, daß die Verhältniß $m : M$ aus dem zwoen $TT : tt$ und $d^3 : D^3$ zusammengesetzt sey, welche man durch Zahlen, deren Einheiten verschieden sind, sehr ungeschickt ausdrücken würde. Es kan aber die Arbeit die Einheiten der d denen in D enthaltenen gleich zu machen, ersparet werden, wenn wir

wir den Körper, zu welchem d, t gehören einen Mond, und denjenigen, auf welchen sich D, T beziehen, den Hauptplaneten dieses Mondes und keinen andern, bedeuten lassen, da denn m die Masse dieses Hauptplaneten, und M die Masse der Sonne wird. Denn wenn alsdenn E der Winkel ist, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge den halben Durchmesser des von dem Nebenplaneten beschriebenen Kreises sehen würde, so ist, wie man bey einiger Achtsamkeit leicht siehet, $r : tan.E. = D : d$. Wird aber anstatt dieser letztern Verhältniß die erste gesetzt, so entstehet $m : M = TT(tan\,E)^3 : ttr^3$, woraus, wenn die Masse der Sonne M zur Einheit gemacht wird, fliesset: $m = \frac{TT(tan\,E)^3}{tt.r^3}$, welches die Masse eines jeden solchen Hauptplaneten aus der Masse der Sonne bestimmet. Bey der Berechnung selbst kan man sich der Logarithmen bedienen. Denn es ist $lm = 2lT + 3l(tan\,E) - 3lr - 2lt$, oder weil in den gewöhnlichen Tafeln $lr = 10$, $lm = 2lT + 3(l\,tan\,E - 10) - 2lt$. T.XII. Fig. 166.

§. 899. Ist nun der Planet, dessen Masse gesucht wird, unsere Erde, so hatten wir (889) zu $T = 525969$ Minuten, $lT = 5{,}7209602$. Die Zeit des Umlaufs des Mondes beträgt 39343 Minuten (548); also ist $lt = 4{,}5948675$. Der Winkel E kan aus den bisherigen Maassen auf 8 Minuten und 40 Secunden gesetzt werden, also $l\,tan\,E = 7{,}4009187$. Es ist also

$$\begin{aligned} 2lT &= 11{,}4419204 \\ 3(l\,tan.E - 10) &= -8{,}2027561 \\ &\hline 3{,}6446765 \\ 2lt &= 9{,}1997350 \\ &\hline -6{,}4449415. \end{aligned}$$

Zu diesem Logarithmen gehöret die Zahl 0,0000027857, welche die Masse der Erde ausdrücket.

§. 900. Für den Jupiter ist oben gefunden worden $lT = 6{,}7950862$ und für den äussersten Mond desselben ist, wenn die Zeit des Umlaufs ebenfals nur in Minuten angegeben wird, $lt = 4{,}3807899$, der Winkel E aber ist für diesen Mond 8′, 16″, also $l\,tan\,E = 7{,}3814576$, woraus also gerechnet wird:

T.XII. Fig. 166.

$$2lT = 13{,}5901724$$
$$3(l\tan E - 10) = -\,8{,}1443728$$
$$5{,}7345452$$
$$2lt = 8{,}7615798$$
$$-\,4{,}9729654.$$

Die zu diesem Logarithmen gehörige Zahl 0,0009396 giebt also die Masse des Jupiters an.

§. 901. Für den Saturnus ist $lT = 7{,}1902936$, und $lt = 5{,}0577680$, wenn auch hier der äussere Mond genommen wird, zu welchem der Winkel E, in welchem seine Entfernung von dem Saturnus aus der Sonne gesehen wird $8'{,}42\frac{1}{2}''$ beträgt. Diese giebt $l\tan E = 7{,}4070502$, und die Rechnung stehet also:

$$2T = 14{,}3805872$$
$$3(l\tan E - 10) = -\,8{,}2211506$$
$$6{,}6017378$$
$$2lt = 10{,}1155360$$
$$-\,4{,}4862018$$

zu diesem Logarithmen gehöret die Zahl 0,0003063, welche demnach die Masse des Saturnus, mit seinem Ringe zusammen angiebt, obwol, wie leicht zu ermessen ist, nur beynahe.

§. 902. Sollen diese Massen, wie auch die Masse der Sonne, aus der Masse der Erde, als der angenommenen Einheit ausgedrucket werden, und es bedeutet M die für die Masse der Erde gefundene Zahl, und m eine der für die übrigen zween Planeten gefundenen, oder 1, wenn von der Sonne die Rede ist: so wird, weil die Einheit aller dieser Zahlen eben dieselbe ist, die gesuchte Zahl Q vermittelst der Proportion $M : m = 1 : Q$ bestimmet, welche giebt $lQ = lm - lM$. Nun ist $lM = -\,6{,}4449415$, und für die Sonne $lm = 0$. Also $lm - lM = 5{,}5550585$, zu welchem Logarithmen die Zahl 358970 gehöret, welche anzeiget, daß die Sonne so vielmal mehr Masse habe, als die Erde. Für den Jupiter ist $lm = -\,4{,}9729654$ und also $lm - lM = 2{,}5280239$. Die zu diesem Logarithmen gehörige Zahl ist 337,3 welche die Masse des Jupiters aus der Masse der Erde angiebt. Zu dem Saturnus mit seinem Ringe haben wir gefunden: $lm = -\,4{,}4862018$, woraus folget: $lm - lM =$

2,0412603,

2,0412603. Es drücket also die zu diesem Logarithmen gehörige Zahl, die kaum kleiner ist als 110, die Masse dieses Planeten aus der Masse der Erde aus. T. XII. Fig. 166.

§. 903. Nachdem dergestalt die Massen der Sonne, und der zween von ihren Monden begleiteten Hauptplaneten, aus der Masse der Erde ausgedruckt worden sind, und die bekanten Zahlen, welche die Grössen dieser Körper angeben, ebenfals die Erde zu ihrer Einheit haben: so wird auch die Dichtigkeit eines jeden derselben aus der zur Einheit angenommenen Dichtigkeit der Erde entdecket, wenn man nur die Masse durch die Grösse eben des Körpers dividirt. Da also die Masse der Sonne 358970 ist, und ihre Grösse 1404928, so ist die Dichtigkeit derselben 0,25, das ist, beynahe der vierte Theil der Dichtigkeit der Erde, und also viel grösser, als wir vor dem muthmaßlich angesetzet haben. Die Masse des Jupiters 337,3 durch seine Grösse 1295 dividirt, giebt 0,26 für seine Dichtigkeit, welche demnach nur um etwas weniges grösser ist, als die Dichtigkeit der Sonne. Aus der Masse des Saturnus und seines Rings aber, welche wir auf 110 gesetzt haben, wird, wenn sie durch die beynahe richtige Grösse desselben, 1256 dividirt wird, nicht mehr als 0,0875 für die Dichtigkeit dieses Körpers herausgebracht. Der von der Sonne mehr entfernete Planet wird immer dünner gefunden, als der weniger entfernte. Es ist also sehr wahrscheinlich, daß auch Mars etwas dünner sey als die Erde, die Venus hingegen dichter, und Mercurius noch dichter.

§. 904. Diese Schlüsse bestimmen verschiedenes, so in dem vorigen Abschnitte nur muthmaßlich angenommen worden ist, mit einer Zuverläßigkeit, welche hinlänglich ist, die bey der Bewegung der Erde um die Sonne etwa noch übrigen Zweifel völlig zu heben. Wenn wir der aus der Masse der Sonne ausgedruckten Masse der Erde 0,000002785 7 noch den siebenzigsten Theil, als die Masse des Mondes zu setzen, so wird für die Massen dieser beyden Körper zusammen 0,0000028 herausgebracht. Es beträgt demnach in der 165sten Zeichnung GS noch nicht drey millionste Theile der CS. Da CS beynahe 23984 halbe Durchmesser der Erde enthält, so wird, wenn man diese Zahl in 0,0000028 multiplicirt, gefunden $GS = 0{,}067$. Wenn also der Durchmesser der Erde 860 Meilen groß ist, so beträget GS nicht mehr als $860 \times 0{,}067$ das ist 57,62 T. XII. Fig. 165.

T. XII. Fig. 165. 57,62 Meilen, welche Grösse hier nicht die geringste Betrachtung verdienet, insonderheit, wenn man sie mit dem 112 mal grössern Halbmesser der Sonne vergleichet, von welchem sie kaum den 1700sten Theil ausmachet. Wir können also bey so gestalten Sachen gar wohl dem Mittelpuncte der Sonne, in Absicht auf die Bewegung der Erde um dieselbe, eine vollkommene Ruhe zuschreiben.

Was die übrigen Planeten bey der mit der Erde verbundenen Sonne würken.

§. 905. Es ist aber diese von dem Umlaufe der Erde herrührende Bewegung des Mittelpuncts der Sonne nicht die einzige, welche er würklich hat: sondern es muß auch ein jeder anderer mit der Sonne verbundener Planet, bey seinem Umlaufe, denselben eben so nach und nach aus seiner Stelle verrücken. Es ist uns daran gelegen, daß wir einigen Begrif von der Grösse des Raums erhalten, in welchem dieser Punct seine aus allen diesen besondern zusammengesetzte Bewegung verrichtet, indem er in demselben eine Linie beschreibet, die ohnfehlbar wunderlich genug verschlungen ist. Wir werden diesen Begrif am leichtesten erhalten, wenn wir nur auf den Jupiter sehen, dessen Masse grösser ist, als die Masse eines jeden der übrigen Planeten, und berechnen, wie weit der Mittelpunct der Masse desselben und der Masse der Sonne, von dem Mittelpuncte dieses letztern Körpers entfernet sey. Denn diese Entfernung ist der Halbmesser des Kreises, welchen der Mittelpunct der Sonne, bey dem Umlaufe des Jupiters um dieselbe, beschreiben würde, wenn dieser Planet allein mit ihr verbunden wäre, und kein anderer Körper, weder den Jupiter noch die Sonne, an sich zu ziehen bemühet wäre.

§. 906. Die Masse des Jupiters beträgt 0,0009396 der Masse der Sonne. Wenn wir derselben 0,0000104 zusetzen, welches viermal so viel ausmacht, als die Masse der Erde, so kan die Summe 0,00095 schwerlich weniger angeben, als die Masse dieses Hauptplaneten, mit den Massen seiner vier Monden zusammen genommen. Wird also noch die Masse der Sonne 1 dazu gesetzt, so drücket die Zahl 1,00095 die Summe der Massen aller dieser Körper aus, das ist, die Masse der Sonne an der einen, und die Masse des Jupiters mit seinen Monden an der andern Seite, deren erstere man sich also in der 165sten Zeichnung bey C vorstellen muß, indem noch immer S die letztere bedeutet. Nun ist $C+S : C = CS : GS$, und CS ist 5,2 mal so groß als die zur Einheit angenom-

genommene mitlere Entfernung der Erde von der Sonne. Wir haben also: T. XII. Fig. 1,00095 : 0,00095 = 5,2 : GS, woraus gefunden wird GS = 0,00493. 170. Da die hier angenommene Einheit 23984 halbe Durchmesser der Erde in sich begreift, so enthält GS nur 118,2 dergleichen Halbmesser, deren 112 den halben Durchmesser der Sonne ausmachen, woraus die Grösse des gesuchten Raums genau genug zu ermessen ist. Wenn wir nehmlich auch auf die Würkungen der übrigen Planeten acht haben, so dörfte der Raum, in welchem sich der Mittelpunct der Sonne beständig aufhält, oder dessen Gränzen er weniges, vermittelst seiner von dem Umlaufe der Planeten herrührenden Bewegung nie überschreitet, beynahe eine Kugel seyn, deren Durchmesser doppelt so groß ist, als der Durchmesser der Sonne.

§. 907. Bey so gestalten Sachen kan G, (*T. XII. F.* 171.) der gemein- T. XII. Fig. schaftliche Mittelpunct der Massen der Sonne S und des aus der Erde zusamt dem 171. Monde zusammengesetzten Klumpen T, nicht an seiner Stelle bleiben, sondern muß in einer beständigen Bewegung stehen, die aber so verworren ist, daß sie schwerlich von einen Menschen übersehen werden kan. Diese Bewegung des G wird dadurch verursachet, daß ein jeder Planet oder Comet, und also auch Jupiter, welchen wir zum Beyspiel annehmen, und in P setzen wollen, so wohl die Sonne S als auch die Masse T anziehet. Denn in dem Puncte G selbst, welcher nicht körperlich ist, und blos mit dem Verstande begriffen wird, kan eigentlich keine Kraft würken. Wenn nun die Kraft, mit welcher P die beyden Körper S und T anziehet, so beschaffen wäre: daß sie dieselben für sich, und ohne Zuthun etwas andern, mit einerley Geschwindigkeit nach Linien treiben müste, die einander parallel liegen: so würden diese Körper S, T sich nicht anders um den Punct G bewegen, als sie dieses thun würden, wenn P nicht im geringsten in dieselbe würkte; ob zwar das Punct G, welches ohne der Würkung des Körpers P in Ruhe geblieben wäre, durch die Würkung desselben in eben die Bewegung gesetzt worden ist, welche diese Kraft jedem der Körper S, T beybrachte, und also diesen Körpern parallel, mit eben der Geschwindigkeit fortgehet. Es ist aber nicht möglich, daß P immer dergestalt in die beyden Massen S und T würken solte. Denn erstlich ist die SP der TP, mit welcher sie in P zusammen komt, niemals eigentlich parallel, ob wohl TP in SP fällt, wenn sich P in der nach dieser oder jener Seite verlängerten ST befindet; und nach diesen Linien SP, TP werden die Körper S und T von dem P angezogen. Und zweytens ist die Kraft, mit welcher

T. XII. Fig. 171. cher S dergestalt angezogen wird, nur alsdenn derjenigen, mit welcher eben der P den Klumpen T ziehet, völlig gleich, wenn SP dem TP gleich ist, welches gar selten statt findet. Demnach wird in den allermeisten Fällen, durch den Zug des Körpers P, nicht nur der Punct G in Bewegung gesetzt, sondern es wird auch den Körpern S, T eine neue Bewegung beygebracht, mit welcher sie sich um das Punct G herumdrehen, und zugleich, in der also bewegten ST, sich dem G nähern oder von demselben entfernen. Diese neue Bewegung komt zu der vorigen dieser Art, mit welcher nehmlich die Körper S, T für sich und ohne dem P, um das Punct G herumgiengen und zugleich den Zwischenraum ST kleiner machten, hinzu, und ist fähig dieselbe nach allen Umständen, die bey dergleichen Bewegungen statt finden, zu verändern.

§. 908. Der Theil der durch den Zug des P den Körpern S, T beygebrachten Bewegung, mit welcher dieselben in jedem Augenblicke beyde nach Richtungen, die einander parallel liegen, mit eben der Geschwindigkeit gehen (welche Bewegungen verstanden werden, wenn man die Richtung und die Geschwindigkeit des Mittelpuncts der Massen dieser Körper S, T anzeiget) ändert die relative Bewegung des einen derselben in Absicht auf den andern nicht, und hat überhaupt in die Erscheinungen keinen Einfluß. Aus der Ursache ist der Theil der anziehenden Kraft des Körpers P, welcher diese gemeinschaftliche Bewegung verursachet, hier in keine Betrachtung zu ziehen; sondern es komt die Sache blos darauf an, daß man ausmache; erstlich wie sehr vermittelst dieser Kraft die Körper S, T einander genähert, oder der eine von dem andern entfernet werde: und zweitens wie stark eben die Kraft den Winkel verändere, welchen diese Körper um den Mittelpunct ihrer Massen beschreiben, indem sie sich um denselben herum bewegen. Beydes ist, wenn noch immer S die Sonne, T die Erde mit oder ohne den Mond, und P einen der Hauptplaneten bedeutet, etwas geringes, und darf, so lang nicht alles aufs genauste genommen wird, in keine Betrachtung gezogen werden: wiewohl sich die Sache ganz anders verhält, wenn S einer der von einen oder mehrern Monden begleiteten Hauptplaneten, T einen Mond desselben, und P die Sonne vorstellt. Es ist aber von diesem Falle hier eigentlich nicht die Rede; obwohl, was von der Sonne und der Erde oder einem andern Hauptplaneten gezeiget werden soll, sich auch auf denselben anwenden lässet.

§. 909.

§. 909. Wenn Jupiter, welcher unter allen Planeten die gröste Masse hat, und also aus der Ursache den Umlauf der Erde am meisten verändern kan, sich in seiner Bahn bey R befindet, und also die von der Sonne nach demselben gezogene gerade Linie SR zunächst bey der Erde vorbey gehet: so ist der Zug, mit welchem er bemühet ist diese T von der Sonne zu entfernen: der stärkste unter allen. Wenn ST wieder zur Einheit gemacht wird, so ist $SR = 5,2$, und also $TR = 4,2$, demnach $SR^2 = 27,04$, und $TR^2 = 17,64$. Die Masse des Jupiters mit seinen Monden zusammen, ist auf 0,00095 gesetzt worden, zu welcher Zahl die Einheit die Masse der Sonne ist. Wird also diese Zahl erstlich durch SR^2 und hernach durch TR^2 dividiret, so giebt der erste Quotient 0,0000351 die Kraft an, mit welcher Jupiter die Sonne an sich ziehet, und der zweyte 0,0000538 diejenige, mit welcher er eben so in die Erde würket. Es verhalten sich also eben diese Quotienten auch wie die Wege, welche die dergestalt gezogene Körper S, T in eben der sehr kleinen Zeit gegen den Jupiter machen. Da der letztere Quotient der grössere ist, so wird würklich die Erde von der Sonne entfernet: und der Unterschied beyder Quotienten 0,0000187 zeiget an, um wieviel diese Entfernung in der angenommenen Zeit anwachse. Die Masse der Sonne ist 1, und ST ebenfals $= 1$. Es wird also die Weite, um welche die von der Sonne gezogene Erde sich derselben in eben der Zeit nähert, ebenfals durch die 1 ausgedrückt; und da die anziehende Kraft der Erde die ST zwar ebenfals, aber nur um eine unbeträchtliche Kleinigkeit, vermindert, so kan 1 : 0,0000187 für die gesuchte Verhältniß angenommen werden. Sie zeiget an, daß die Weite, um welche der Zug der Sonne ihr in der angenommenen kleinen Zeit die Erde nähert, durch den Zug des in der Gegend R sich bewegenden Jupiters, nur um ihren 0,0000187 Theil gemindert werde, welches wenig genug ist. Bey den meisten übrigen Ständen, in welchen die von der Erde nach dem Jupiter gezogene Linie, mit der von dannen nach der Sonne gezogenen, einen Winkel von beträchtlicher Grösse einschliesset, siehet man leicht, daß diese Verminderung noch kleiner sey. Stellet man sich aber diesen Planeten bey Q vor, allwo dessen Entfernung von der Erde 6,2 ist, und also $QT^2 = 38,44$, so wird zu derselben, vermittelst der Division eben der 0,00095 durch diese Quadratzahl, der Quotient 0,0000246 herausgebracht. Da nun der Zug nach eben der Seite, welchem die Sonne ausgesetzt ist, der vorige bleibt, nehmlich 0,0000351, welcher jenen nur um 0,0000105 übertrift, so wird auch hier der Abgang kleiner gefunden als er bey R war. T. XII. Fig. 171.

T.XII. Fig. 171. §. 910. Die durch eben den Zug des Jupiters verursachte Veränderung der Winkel, welche die Erde bey ihrem Umlaufe um den Mittelpunct der Massen G bildet, komt auf den Unterschied der Weiten an, um welche in eben der Zeit die Erde T mehr oder weniger von QR entfernet wird, als die Sonne S. Nun wird, wenn P die Masse des Jupiters und seiner Monden bedeutet, die Kraft, mit welcher derselbe die T nach einer Linie, die der QR perpendicular und also der PN parallel ist, von derselben QR entfernet, durch $\frac{P}{PT^2} \cdot sin\, PTN$ ausgedrückt; und diejenige, mit welcher er nach eben der Richtung in S würket, durch $\frac{P}{PS^2} \cdot sin\, PSN$. Es können also durch eben die Ausdrücke auch die Entfernungen selbst, mit andern dergleichen Abweichungen, welche von einem bekanten Zuge herrühren, verglichen werden, wenn nur die kleinen Zeiten beyderseits eben dieselben sind. Demnach ist der Unterschied der beyden Entfernungen von der QR, auf welchen wir sehen müssen $\frac{P}{PT^2} sin PTN - \frac{P}{PS^2} \cdot sin\, PSN$, oder $\frac{P}{PS^2} sin\, PSN - \frac{P}{PT^2} sin\, PTN$, nachdem dieses oder jenes das grössere ist. Nun ist, wenn nunmehro S die Masse der Sonne bedeutet, jede der zwo Grössen $\frac{P}{PT^2} \cdot sin\, PTN$, und $\frac{P}{PS^2} \cdot sin\, PSN$ viel kleiner als $\frac{S}{ST^2}$, welches anzeiget, wie weit die Erde in der angenommenen Zeit gegen die Sonne gezogen werde. Denn es ist nicht nur P viel kleiner als S, sondern auch, bey jedem Stande des Jupiters, so wohl PS als PT grösser als ST, und durch die Multiplication in die Sinus, welche immer kleiner sind als 1, werden diese Grössen noch mehr vermindert. Ihr Unterschied also, von welchem die Grösse des Winkels herrühret, ist noch viel kleiner. Da nun die Weite $\frac{S}{ST^2}$ selbst in Ansehung des Weges, welchen die Erde in ihrer Bahn zurück leget, indem sie sich der Sonne um diese Weite $\frac{S}{ST^2}$ nähert, beynahe unbeträchtlich ist; so ist leicht zu ermessen, wie klein die Verhältniß jenes Unterschiedes zu der Grösse dieses Theils der Bahn der Erde seyn müsse: und wie wenig also der Winkel, welchen die Erde für sich

um

um die Sonne beschreibt, durch den Zusatz oder Abgang desjenigen, welchen der Zug des Jupiters in der angenommenen kleinen Zeit verursachet, geändert werden könne. T. XII. Fig. 171.

§. 911. Es ist an dem, daß diese Abweichung, so klein sie auch in einer sehr kleinen Zeit seyn mag, indem diese Zeit nach und nach grösser wird, zugleich mit anwachsen müsse. Allein wenn man auf $\frac{P}{PT^2}$. *sin* $PTN - \frac{P}{PS^2}$. *sin* PSN, den Ausdruck der Kraft, welcher dieselbe verursachet, zurück siehet, und erweget, daß die *sin* PTN und *sin* PSN beyde negativ werden, wenn sich der Planet P, in Ansehung der Sonne und der Erde in dem Theile seiner Bahn QLR befindet, und die Puncte M, L anmerket, zu welchen $MS = MT$ und $LS = LT$ so siehet man sogleich, daß, indem durch die Bewegung des Planeten P und der Erde T jener in Ansehung dieser aus M in Q übergehet, die Abweichung eben so abnehmen werde, wie sie wieder zunimt, indem derselbe in eben dem Verstande von Q in L gelanget; wie auch, daß von den übrigen Theilen dieser Bahn LR, RM eben das zu sagen sey, in deren erstern LR die Abweichung nach der einen Seite, in dem zweyten RM aber nach der andern eben so stark anwächset. Denn es folget hieraus, daß nach jedem ganzen Umlaufe der Erde in Absicht auf den Planeten alles wieder in den vorigen Stand kommen werde, und also diese ganze Abweichung nie so gar beträchtlich werden könne.

§. 912. Daraus aber, daß die Erde weniger nach der Sonne getrieben wird, wenn von derselben der Planet bey R in dem Gegenstande mit der Sonne, oder bey Q in der Zusammenkunft mit derselben, gesehen wird, als in einem jeden andern Stande, folgt nichts weiter, als daß die Bahn der Erde bey den Puncten, in welchen sich diese alsdenn befindet, eine geringere Krümmung haben, und einer geraden Linie etwas näher kommen werde, als sie ausserdem thun würde, welche Verminderung der Krümmung demnach von diesen Puncten an immer mehr abnehmen wird. Hieraus ist leicht auf die übrigen Hauptplaneten zu schliessen, bey deren einigen die Abweichungen dieser Art grösser, bey andern aber kleiner sind, als bey der Erde: jedoch bey keinem so groß, daß sie verdienten gleich Anfangs in Betrachtung gezogen zu werden.

Von der Bewegung der Knotenlinien.

T. XII. Fig. 171.

§. 913. Es folgt aber aus den Kräften, mit welchen die Planeten einander anziehen, indem sie zugleich dergestalt in die Sonne würken, noch eine andere Veränderung bey ihren Bahnen, welche umständlich zu erklären ist. Ob wohl jeder Hauptplanet sich in seiner besondern Fläche um die Sonne beweget: so konten wir doch, da jede zwo dieser Flächen einander in einer geraden Linie schneiden, die nahe genug bey dem Mittelpuncte der Sonne vorbey gehet, und der Winkel, welchen sie mit einander einschliessen, nur wenige Grade beträgt, bisher alle diese Flächen für eine und eben dieselbe halten. Zu Folge dieser Freyheit ist von den Bahnen der Planeten so gesprochen worden, als ob sie sämtlich in die Fläche der Ecliptic fielen, in welcher der Mittelpunct der Erde seinen Umlauf um die Sonne verrichtet. Wäre dieses, so würde kein Planet einen andern, so stark er ihn auch anziehen, und so sehr er auch dadurch seinen Lauf verändern möchte, im geringsten von der Fläche seiner Bahn abbringen: gleichwie auch, wenn die Planeten allein von der Sonne angezogen würden, und einander nicht ebenfals anzögen, jeder derselben in der Fläche, in welcher er einmal in Bewegung gesetzt worden ist, verharren, und dieselbe nie verlassen würde. Es würde in diesem Falle die durch die Mitte der Sonne gehende sogenante Knotenlinie, in welcher die Fläche der Bahn eines jeden Planeten, zum Beyspiel, des Jupiters, die Fläche der Ecliptic schneidet, in Absicht auf die Fixsterne und andere unbewegliche Puncte des Himmels, immer eben dieselbe bleiben, die Fläche selbst würde mit der Fläche der Ecliptic zu allen Zeiten eben denselben Winkel einschliessen, und, so wie diese, bey der gehörigen Erweiterung, durch eben die Fixsterne hindurch gehen, welche ihren Ort nicht verändern. Der Anfang der Ecliptic würde in der That dem ohngeachtet, wider die Ordnung der Zeichen, von Morgen gegen Abend gehen, und dadurch einem jeden solchen Knoten sich an der einen Seite nähern, indem er sich an der andern von dem entgegengesetzten entfernete. Da aber dieser Anfang blos durch den Durchschnitt der Fläche des Gleichers mit der Fläche der Ecliptic bestimmet wird; so wäre es unschicklich, daraus auf eine würkliche Veränderung der Bahnen der Planeten oder ihrer Knotenlinien zu schliessen.

§. 914. Wenn aber, wie dieses würklich geschiehet, zween Planeten, deren jeder für sich seinen Umlauf in einer besondern Fläche vollenden würde, einander anziehen, so muß sich nothwendig jeder derselben von seiner Fläche entfernen;

fernen; und diese Abweichung, so klein sie auch an sich seyn mag, kan mit der Zeit zu etwas gar beträchtlichen anwachsen. Alsdenn pflegt man sich eine andere Fläche vorzustellen, in welcher der Planet seine Bewegung wieder eine Zeit lang fortsetzet, ohne merklich von derselben abzuweichen; und schreibet also der Fläche der Bahn eines jeden Planeten eine Bewegung zu: obwohl, da diese Flächen nichts körperliches an sich haben, und blos in der Einbildung der Sternforscher bestehen, sie sich auch nicht eigentlich bewegen können. Wir müssen uns bekant machen, was dieses für Bewegungen sind, und ihren Gründen nachforschen. T. XII. Fig. 171.

§. 915. Es sey *ABC* (*T. XII. Fig.* 172.) die Bahn eines Planeten, welcher unsere Erde seyn mag, in welcher sich derselbe bey *T*, der Mittelpunct der Sonne aber in der Fläche *ABC* bey *S* befinde. Ausser dieser Fläche *ABC* sey *QR* durch den Mittelpunct *S* der Fläche eines andern Planeten parallel gezogen, des Jupiters zum Beyspiel, und damit wir uns an etwas bestimtes halten können. Es wird diese *QR* so wenig von der Fläche der Bahn dieses andern Planeten abweichen, daß wir immer annehmen können, sie falle ganz in diese Fläche, und der Mittelpunct des Jupiters komme einmal an der Seite *R* und darauf an der entgegengesetzten *Q*, in dieselbe. Befindet sich nun derselbe, in Absicht auf die Erde und die Sonne, an der Seite *R*, so ziehet er jene mehr als diese, und entfernet also die Erde von der Sonne nach einer geraden Linie, die sich nur sehr wenig gegen die *SR* neiget, und demnach als derselben parallel angesehen werden kan. Es sey *Tt* diese in der Fläche *TSR* liegende Entfernung, welche von dem Ueberschusse des Zuges des Jupiters, welchem die Erde ausgesetzt ist, über denjenigen herrühret, den die Sonne leidet. Wird nun von *S* nach *t* die Linie *St* gezogen, so wird der Winkel *RSt* nothwendig kleiner als *RST* war, und die Erde scheinet einem in den Mittelpunct der Sonne gesetzten Auge immer nach der geraden Linie *SR*, in welcher dieses den Jupiter siehet, von der Stelle *T* abzuweichen, in welche sie, bey ihrer vorigen Bewegung, in einer gewissen Zeit übergegangen wäre, wenn sie in dieser Zeit die anziehende Kraft des Jupiters vermeiden können, und also jene Bewegung keine Veränderung erlitten hätte. Befindet sich dieser Planet in Ansehung der Sonne und der Erde an der andern Seite *Q*, so erfolget eben dergleichen. Die Sonne wird nunmehro stärker angezogen als die Erde. Diese bleibt zurück, und wird dadurch von der Sonne um eine gerade Linie entfernet, welche weder der Lage noch ihrer Grösse nach von T. XII. Fig. 172.

der

T.XII. Fig. 172. der *Tt* merklich verschieden ist. So lang die Entfernungen des Jupiters von der Sonne und von der Erde einander nicht gleich sind, so leistet die anziehende Kraft desselben immer die angezeigte Würkung, es mag diese oder jene der beyden Entfernungen die grössere seyn: wie wir dieses auch bereits (909), wiewohl unter verschiedenen Umständen, gesehen haben.

§. 916. Wenn nun ein in den Mittelpunct der Sonne *S* (*Tab. XII.* T.XII. Fig. 173. *Fig.* 173.) gesetztes Auge die Fläche der Bahn; in welcher es den Jupiter in einem gewissen nicht eben grossen Zeitraume sich bewegen siehet, bis an den Sternhimmel erweitert (welchen dasselbe sich eben so einbilden wird, wie dieses die Bewohner der Erde thun) und dadurch in dieser Kugel einen ihrer grösten Cirkel *APBC* zeichnet, zugleich aber von der Fläche, in welcher es in eben dem Zeitraume die Erde fortgehen siehet, sich eben die Vorstellung machet, wodurch an der Oberfläche eben der Kugel ein anderer Cirkelkreis entstehet, von welchem, der Deutlichkeit wegen, nur die Hälfte *AFB* gezeichnet ist, deren Fläche die Fläche des vorigen in der Knotenlinie *AB* schneidet: so würde dieses Auge die Erde aus *F*, allwo wir setzen, daß sie in einem gewissen Zeitpuncte von *S* gesehen werde, in *T* übergehen sehen, wenn dieselbe in der Zeit dieses Uebergangs von dem Jupiter eben so stark als die Sonne, angezogen würde. Dieses aber hat nur bey gewissen Ständen des Jupiters in Absicht auf die Sonne und die Erde statt, welche wir nicht annehmen, wenn wir uns den Jupiter in seiner Bahn in der Gegend *P* oder der entgegengesetzten *C* einbilden: und alsdenn siehet das Auge die Erde in der Zeit, in welcher sie sonst aus *F* in *T* übergegangen wäre, zugleich von diesem Puncte *T* nach der durch *S* gezogenen Linie, in welcher sich der ziehende Planet befindet, abweichen. Wenn also *t* das dem Jupiter nähere Punct des Himmels ist, in welchem dieses Auge nunmehr den Mittelpunct der Erde erblicket, so kann es nicht anders urtheilen, als daß dieser Punct nicht mehr in der Fläche *AFB*, sondern in der durch *S*, *F* und *t* gelegten *SFD*, fortgegangen sey, und hält also den Bogen *FtD* für einen Theil der an dem Gewölbe des Himmels verzeichneten Bahn der Erde. Die Knotenlinie zu dieser neuen Bahn ist *SD*, welche mit der vorigen den Winkel *DSB* einschliesset: der Winkel aber, mit welchen sich die neue Bahn *FD* gegen die Fläche des Jupiters neiget, ist *FDP*.

§. 917. Da die Erde von *F* nach der Seite *B* oder *D* fortgehet, nach welcher Seite auch die Bewegung des Jupiters und eines jeden andern Planeten gerichtet ist, nehmlich von Abend gegen Morgen: so gehet der Knote *B* würklich aus *B* gegen *D* zurück, und eben die Bewandniß hat es auch mit dem entgegengesetzten *A*. Man kan sich diesen Rückgang so gut in der Fläche der Erdbahn vorstellen, als er hier in der Fläche der Bahn des Jupiters gezeichnet ist: denn die Knotenlinie *SB* oder *SD* liegt würklich in beiden Flächen; und wenn man das nach Willkühr angenommene *F* nicht den beweglichen Mittelpunct der Erde, sondern ein gewisses Punct der Ecliptic bedeuten läßt, welches immer dasselbe bleibt; so ist *FD* eben sowohl kleiner als *FB*, als *APD* kleiner ist, dann *APB*. Dieser Rückgang des Knoten währet beständig, wiewohl die Geschwindigkeit desselben bald grösser bald kleiner ist, und die Knoten um die Zeit, in welcher die Erde beynahe so weit von dem Jupiter entfernet ist, als die Sonne, beynahe stille stehen. Bey so gestalten Sachen nun müssen die Bogen *BD* und *FB* — *FD* endlich zu einer beträchtlichen Grösse anwachsen, und die Knoten müssen nach vielen Jahren von den Stellen, die sie am Anfange dieser Zeit einnahmen, merklich abweichen. Da also von zween nach Willkühr angenommenen Planeten einer immer der untere und der andere der obere seyn muß, deren erstern man statt der Erde, und den andern statt des Jupiters setzen kan, so folget aus diesen Schlüssen, daß auch eine jede andere Linie, in welcher die Bahnen zweener Planeten einander schneiden, in Absicht auf die Bewegung dieser Planeten, wiewohl bald geschwinder, bald langsamer, zurückgehen werde. T. XII. Fig. 173.

§. 918. Was aber die Winkel *FDP*, und *FBP* anlangt, deren erstern die Flächen der Bahnen nunmehro einschliessen, den letztern aber vorher eingeschlossen hatten, so wissen wir, daß bey denselben die Proportion *sin. FDP* : *sin FBP* = *sin. FB* : *sin FD* statt habe. Die Seite *FB* ist immer grösser als die *FD*. Es beträgt aber bey der gegenwärtigen Betrachtung der Ueberschuß jener *FB* über diese *FD* eine Kleinigkeit, die fast für nichts zu halten ist. Da nun nur in dem Falle der Sinus mit seinem Bogen zugleich wächset, wenn dieser kleiner ist, als ein Quadrant, hernach aber, wenn der Bogen zwar kleiner bleibt, als die Hälfte des Umkreises, aber grösser wird, dann ein Quadrant, wieder abnimt: so kan gesagt werden, daß nur alsdenn *sin. FB* grösser seyn werde, als der *sin. FD*, wenn *FB* nicht grösser ist, als ein Quadrant, in welchem Falle also auch *sin. FDP* grös-

T. XII. Fig. 173. ser seyn wird, als *sin. FBP*, und weil die Winkel beide spitzig sind, *FDP* > *FBP*. Ist aber die kleinere Seite *FD* einem Quadranten gleich, oder noch grösser, so ist, weil alsdann *FB* nothwendig noch grösser ist, der *sin. FB* kleiner als *sin. FD*, und also *FDP* kleiner als *FBP*. Es wächset also bey dem Uebergange des Planeten von dem Knoten *A* durch *P* nach dem *B*, der Winkel, welchen die Bahnen mit einander einschliessen, nicht immer; sondern er nimt ab, indem derselbe die erste Hälfte dieses Weges machet, und wird grösser, indem er die zweite beschreibet. Wenn also der Planet endlich in dem Knoten *B* oder *D* anlangt, so erreichet dieser Winkel die Grösse, die er hatte, als sich derselbe in dem entgegengesetzten Knoten *A* befand, beynahe vollkommen wieder; wodurch die Veränderung desselben so klein wird, daß sie nur erst nach einer beträchtlichen Zahl von Umläufen gemerket werden kan; und auch dieses nur, wenn die Würkung, welche ein Planet bey der Veränderung dieses Winkels äussert, nicht durch die Würkung der übrigen vernichtet wird. Der Rückgang der Knoten aber, welchen ein Planet verursachet, wird durch den Zug der übrigen immer vermehret, weil die Planeten sämtlich nach eben der Seite gehen.

Der
Astronomischen Vorlesungen
sechzehnter Abschnitt.
Abweichungen, so von der Bewegung des Lichts herrühren.

Mittlere Geschwindigkeit der Hauptplaneten und ihrer Monden.

§. 919.

Wir haben, ehe wir weiter gehen, noch eine Abweichung in Betrachtung zu ziehen, welche davon herrühret, daß das Licht Zeit braucht von einem Orte bis zu einem andern überzugehen; welche zwar, wenn der Zwischenraum zwischen diesen Oertern nicht grösser ist, als einige tausend Meilen, von uns nicht gemerket werden kan, bey grössern Entfernungen aber gar wohl zu messen ist, und bey noch grössern, etwas gar ansehnliches beträget, und machet, daß wir die himlischen Körper an andern Stellen sehen, als die sie würklich einnehmen. Die Entdeckung ist zuerst vermittelst der Verfinsterung der Monden des Jupiters gemacht worden: von welchen wir demnach die noch übrigen Umstände, so unser Zweck erfodert, nachhohlen müssen, wobey uns die Kentniß der mittlern Bewegungen, mit welchen diese Monden, wie auch überhaupt alle Planeten in ihren Bahnen fortrücken, unentbehrlich sind.

§. 920. Wir haben gesehen, daß wenn wir zween dieser Körper nach Belieben annehmen, welche ihre Cirkelrunde Bahnen um eben den Mittelpunct beschreiben, und es sind D, d die Entfernungen dieser Körper von ihrem gemeinschaftlichen Mittelpuncte, oder die Halbmesser der Kreise, welche sie um denselben beschreiben, T, t aber die Zeiten des Umlaufs: die Proportion $tt : TT =$

T XII. Fig. 173. $d^3 : D^3$ immer statt haben werde, welche, wenn T, und D zu den Einheiten gemacht werden, deren man sich bedienet die andern Grössen ihrer Art auszudrücken, auch kurz durch $tt = d^3$ angegeben wird. Wenn nun aber der Körper, zu welchem die Zeit T gehöret, sowohl als der andere, dessen Umlauf in der Zeit t vollendet wird, die Hälfte seines Kreises beschreibet, oder dessen dritten oder vierten Theil: so verhalten sich die Zeiten, in welchen diese Bogen zurückgelegt werden, ebenfals wie T zu t. Und eben so ist es auch, wenn die beyden Körper einzelne Grade, Minuten oder Secunden, oder jede Zahl solcher Theile beschreiben, die beyderseits einerley ist. Alsdann aber werden die von den Körpern um die Mittelpuncte ihrer Kreise gebildeten Winkel einander glei[illegible]; es verhalten sich demnach die Zeiten, in welchen diese Winkel entstehen, ebenfals wie $T : t$. Nun wird in gar vielen Betrachtungen ein jeder solcher Winkel als der Raum angesehen, welcher durch die Bewegung zurück gelegt wird; und es ist die Geschwindigkeit einer jeden gleichförmigen Bewegung desto grösser, je kleiner die Zeit ist, welche der bewegte Körper zur Beschreibung eben des Raums anwendet. Es werden demnach auch die Geschwindigkeiten, mit welchen die Winkel beschrieben werden, sich wie die Zeiten des Umlaufs T, t, verkehrt gesetzt, verhalten: und wenn C, c diese Geschwindigkeiten bedeuten, so wird seyn : $CC : cc = t^3 : T^3$. Wird aber nicht der Winkel als der von dem bewegten Körper beschriebene Raum angesehen, sondern der Bogen selbst, aus wievielen Graden und deren Theilen er auch bestehen mag: so haben wir eben gesehen, daß die Zeiten, in welchen die zween Körper Theile ihrer Bahnen beschreiben, die gegen die ganzen Umkreise eben die Verhältniß haben, sich immer wie T zu t verhalten werden. Läst man also T, t diejenigen Zeiten bedeuten, in welchen der eine Körper einen Theil seiner Bahn zurück leget, dessen Grösse dem Halbmesser derselben D gleich ist, und t diejenige, in welcher der andere den Theil der seinigen beschreibet, die so groß ist als d, so wird die Proportion $tt : TT = d^3 : D^3$ oder $tt = d^3$ eben so wohl richtig seyn. Nun aber ist, wenn C, c die nunmehro verlangten eigentliche Geschwindigkeiten bedeuten, mit welchen die Körper in ihren Bahnen fortgehen: wie bey allen gleichförmigen Bewegungen, $CT : ct = D : d$, denn D, d sind nunmehro die Längen der von den Körpern zurückgelegten Wege; und wenn auch C zu einer Einheit gemacht wird, so folget hieraus $ct = d$, und $tt = \frac{dd}{cc}$,

welches

welches, in $tt = d^3$ gehörig angebracht, giebet, $\frac{dd}{cc} = d^3$, oder $\frac{1}{cc} = d$, T.XII. Fig. 173.
das ist $CC : cc = d : D$. Wird aber in $\frac{1}{cc} = d$, für d das ihm gleiche ct gesetzt, so folget auch $\frac{1}{cc} = ct$, das ist $\frac{1}{c^3} = t$, oder $C^3 : c^3 = t : T$.

§. 921. Hieraus werden die Geschwindigkeiten zweener Monden des Jupiters, des Saturnus oder zweener Hauptplaneten, welche man ihnen zuschreiben muß, wenn man ihre Bahnen als Cirkel, und ihre Bewegung als gleichförmig betrachtet, mit einander verglichen: und man siehet überhaupt, daß jeder Mond sich desto geschwinder bewege, je kleiner seine Entfernung von dem Mittelpuncte des Hauptplaneten, oder die Zeit seines Umlaufs ist, und jeder Hauptplanet desto geschwinder, je weniger er von dem Mittelpuncte der Sonne abstehet; wobey nothwendig auch die Zeit seines Umlaufs kleiner wird. Will man bey dieser Berechnung auch die Massen in Betrachtung ziehen, durch deren anziehende Kraft die Körper, deren Geschwindigkeit verlangt wird, in ihren cirkelrunden Bahnen erhalten werden können, das ist, die Masse der Sonne, der Erde, des Jupiters und Saturnus; so können die mittlern Geschwindigkeiten jeder zween unserer sechzehn Planeten vermittelst einer allgemeinen Regel mit einander verglichen werden. Denn wenn m diese Massen bedeutet, und aus $v = \frac{d}{tt}$, und $v = \frac{m}{dd}$, wie oben (898), geschlossen wird $mtt = d^3$, so wird ferner vermittelst der Gleichheit $ct = d$, deren wir uns hier bedienen müssen, herausgebracht: $mtt = c^3t^3$, und $\frac{m}{t} = c^3$, wie auch $\frac{mdd}{cc} = d^3$, das ist $\frac{m}{cc} = d$, oder $\frac{m}{d} = c^2$. Die Rechnung, welche diese Vorschriften verlangen, wird vermittelst der Logarithmen also verrichtet. Nach der ersten $c^3 = \frac{m}{t}$, ist $3lc = lm - lt$, und also $lc = \frac{1}{3}(lm - lt)$; nach der zweyten $c^2 = \frac{m}{d}$ aber ist $2lc = lm - ld$ und also $lc = \frac{1}{2}(lm - ld)$.

T. XII. Fig. 173.

Währung der Verfinsterung eines Trabanten des Jupiters.

§. 922. Da nun der Schatten des Jupiters in der kleinen Entfernung, in welcher seine Monden durch denselben hindurch gehen, beynahe die Gestalt eines Cylinders hat (843), und alle Durchschnitte desselben, so durch eine Fläche geschehen, welchen die Axe des Schattens perpendicular ist, von einerley Gestalt und Grösse sind: so liesse sich dieser Satz anwenden, die gröſten Zeiten zu vergleichen, in welchen sich diese Monden in demselben aufhalten und also verfinstert werden können. Man könte aber auch diese Zeiten der gröſten Verfinsterungen durch eine andere ziemlich einfache Rechnung herausbringen. Die Zeit der Verfinsterung ist für jeden Mond die gröſte, wenn sein Mittelpunct selbst durch die Axe des Schattens hindurchgehet. Alsdenn aber beschreibet er von dem Augenblicke seines Eintritts in den Schatten, bis zu demjenigen, in welchem er die Axe erreichet, einen Bogen, dessen Sinus dem halben Durchmesser des Jupiters beynahe gleich ist, und der Radius dieses Bogens ist der Abstand des Monds von dem Mittelpuncte des Hauptplaneten. Es wird also, vermittelst der bekanten Verhältniß des Radius zu dem Sinus, dieser Bogen alsbald gefunden, und die Zeit, in welcher er beschrieben wird, ferner durch seine Verhältniß zu dem ganzen Umkreise von 360 Graden entdecket. Es sind aber verschiedene Ursachen da, welche verhindern, daß die dergestalt herausgebrachten Zeiten, mit den würklich beobachteten, nicht zutreffen können, unter welchen der Halbschatten eine der wichtigsten ist. Dieser wird bey der Rechnung nicht in Betrachtung gezogen, und doch muß er zur Verminderung der Erleuchtung des sich dem Hauptschatten nähernden Mondes das seine beytragen. Der Mond verschwindet dem mit diesem oder jenem Seherohr bewafneten Auge, wenn endlich seine Erleuchtung für dasselbe zu schwach wird; und wer will sagen, daß sich dieses eben in dem Augenblicke zutrage, in welchem sein Mittelpunct die Gränze des Schattens erreichet?

§. 923. Es kan aber auch die Währung einer solchen Finsterniß unmittelbar beobachtet werden, wenn nicht nur der Anfang derselben, sondern auch ihr Ende sichtbar ist, in welchem Falle sich die zween äussersten Monden des Jupiters meistentheils befinden (850). Können wir nur den Anfang einer solchen Finsterniß sehen, nicht aber ihr Ende, so ist zur Bestimmung ihrer Währung kein anderes Mittel da, als daß man den Augenblick beobachte, in welchem sich eine andere Finsterniß eben des Mondes, sobald nach der ersten, als es nur seyn kan, endiget, und von demselben so viele synodische Umläufe zurück zähle, als sich indessen zugetragen haben. Man gelanget dadurch

durch zu dem Ende der Finsterniß, deren Anfang beobachtet worden ist, und wird in den Stand gesetzt, die Währung derselben, wie vorher, zu bestimmen. T. XII. Fig. 173.

§. 924. Die durch diese Mittel entdeckten Hälften der Währungen der grösten Verfinsterungen der Jupiters Monden sind, für den innersten 1 Stunde, 7 Minuten, 55 Secunden; für den zweiten 1 Stunde, 25 Minuten, 40 Secunden; für den dritten 1 Stunde und 47 Minuten; und für den äussersten 2 Stunden, 23 Minuten. Daß die Verfinsterung eben des Mondes nicht immer so lange währet, sondern die Zeit derselben, vornehmlich bey den zween äusern, fast immer viel kürzer gefunden wird, sogar daß der alleräusserste öfters ohne einige Verfinsterung bey dem Schatten des Hauptplaneten vorbey gehet: ist ein sicheres Zeichen, daß die Flächen, in welchen sich diese Monden bewegen, von der Fläche der Bahn des Hauptplaneten abweichen. Es muß also die Fläche der Bahn eines jeden Monds diejenige, in welcher der Hauptplanet seinen Umlauf um die Sonne verrichtet, in einer geraden Linie schneiden, die durch den Mittelpunct desselben hindurch gehet; welche die Knotenlinie dieses Mondes seyn wird. Wird nun bey der Verfinsterung eines dieser Monden die gröste Währung, welche sie haben kan, bemerket; so ist man versichert, daß die Axe des Schattens in die Knotenlinie desselben falle, weil sonst der Mond nicht durch die Axe des Schattens gehen, und also die Finsterniß ihre gröste Währung haben könte; da die Axe des Schattens immer in die Fläche der Bahn des Hauptplaneten fält, in welcher sich der Mittelpunct des Monds, ausser seiner Knotenlinie, nie befindet. Da nun diese Axe, gehörig verlängert, auch durch den Mittelpunct der Sonne gehet, und also den Ort des Himmels bestimmet, in welchem ein in die Sonne gesetztes Auge den Hauptplaneten zu der Zeit sehen würde: so wird durch eben diese ihrer Lage nach gehörig bestimte Linie auch die Lage der Knotenlinie angegeben. Es muß nehmlich, bey dem Umlaufe des Hauptplaneten um die Sonne, diese Knotenlinie, der aus dem Mittelpuncte der Sonne nach dem Orte des Planeten, welchen er einnahm, als die Verfinsterung die gröste war, gezogenen geraden Linie immer parallel bleiben, so lange sich keine Veränderung bey derselben ereignet.

Lage der Flächen, in welchen sich die Monde des Jupiters bewegen.

§. 925. Die dergestalt zu den verschiedenen Monden des Jupiters gefundene Knotenlinien weichen so wenig von einander ab, daß wir ihnen hier allen eben die Lage zuschreiben, und sie von dem funfzehnten Grade des Wassermanns nach

den

T. XII. Fig. 173. den funfzehnten Grade des Löwen erstrecken können. Jener ist der Ort des aufsteigenden, und dieser der Ort des niedersteigenden Knoten; und es befindet sich jeder dieser Monden an der mitternächtigen Seite der Bahn des Hauptplaneten, so lang ihn dieser von dem ersten der angezeigten Puncte bis zu den letztern übergehen siehet, und an der mittägichen, wenn er ihm in der andern Hälfte der Ecliptic erscheinet.

T. XII. Fig. 174. §. 926. Wenn nun *ABCD* (*Tab. XII. Fig.* 174.) die Bahn vorstellet, welche der Planet Jupiter um die Sonne *S* beschreibet, und in derselben *ASC* die Linie ist, welcher die Knotenlinie seiner Monden bey diesem Umlaufe immer parallel bleibt, so daß sie mit dieser *ASC* zusammen fält, indem sich der Hauptplanet bey *A* oder *C* befindet; und es wird durch *S* die *BD* der *AC* perpendiculat gezogen, so ist, wenn sich Jupiter bey *B* oder *D* aufhält, der Winkel, welchen die Fläche der Bahn eines seiner Monden mit der Fläche *ABCD* einschliesset, gerade nach der Sonne gekehret: so daß, wenn beide Flächen gehörig durch *BD* geschnitten werden, etwas dergleichen zum Vorschein kömmt, als die 175ste Zeichnung vorstellet, in welcher die Linie *BSD* die vorige, *Bb* aber oder *Dd*, die Entfernung des Monds von dem Hauptplaneten, und *bBE* oder *dDE* der Winkel ist, welchen die Flächen der Bahnen mit einander einschliessen. Wird aber eben die Fläche *ABCD* der 174sten Zeichnung auch durch den Mittelpunct des Mondes bey *b* von einer anderen, welcher die Linie *AC* parallel ist, rechtwinklicht durchschnitten: so erscheinet in dieser Fläche die Schattenscheibe *Ffg* (*T. XII. F.* 176.) deren Mittelpunct *E* sich in der Axe des Schattens befindet. Der Mond durchkreutzet diese Scheibe, oder gehet bey derselben vorbey: aber nicht in dem Durchmesser *FEG*, welcher in der Fläche der Bahn des Jupiters liegt, sondern in einer andern Linie, die wie *fg* der *FG* parallel läuft. Ist diese *fg* eine der Sehnen der Scheibe, so wird zwar der Mond verfinstert: es ist aber die halbe Währung dieser Finsterniß kleiner als die gröste, welche sich ereignet, wenn der Mond die *FG* selbst beschreibet. Wird nun diese Währung durch eine Beobachtung entdecket, und mit der grösten unter allen verglichen, die bey eben dem Monde statt findet, so wird dadurch die Verhältniß $FG : fg = FE : fb$, und weil *FE* bekannt ist, *fb* selbst erhalten, aus welcher sodann die *Eb* leicht berechnet, oder durch eine blosse Zeichnung gefunden werden kan. Diese in der 175sten Figur mit eben den Buchstaben bezeichnete *Eb*, gibt, mit der Entfernung *Bb* zusammen gehalten,

T. XII. Fig. 175.

T. XII. Fig. 176.

T. XII. Fig. 175.

den

den Winkel *bBE*, welchen die Fläche der Bahn des Monds mit der Fläche der Bahn des Hauptplaneten einschliesset. Fällt aber das Punct *b* in der verlängerten *Eb* ausserhalb des Schattens, so ist der Mond bey seiner grösten Annäherung an den Mittelpunct *E* selbst sichtbar: man kan also die *Eb* unmittelbar durch die Beobachtung erhalten, und aus derselben den Winkel *EBb* wie vorher schliessen. Einiges Nachdenken kan auch noch andere zu eben dem Zwecke führende Wege entdecken. T. XII Fig. 175.

§. 927. Die dergestalt für diese Monden gefundenen Winkel, welche die Neigungen ihrer Bahnen gegen die Fläche der Bahn des Hauptplaneten angeben, sind eben sowohl kleinen Veränderungen unterworfen, als das übrige, so zu einer völlig genauen Bestimmung des Laufs derselben erfordert wird. Ueberhaupt aber sind die mittlern Grössen dieser Neigungen wenig von einander verschieden, so daß jede derselben beynahe auf 3 Grade und 17 Minuten gesetzt werden kan. Nur die Neigung der Bahn des äussersten Monds des Jupiters ist um etwas beträchtliches, nehmlich um 41 Minuten, kleiner als diese mittlere Grösse. Es bewegen sich also, da auch die Knotenlinien ihrer Bahnen beynahe zusammen fallen, alle diese Monden fast gänzlich in eben der Fläche: und diese weichet von der Fläche der Bahn des Hauptplaneten so wenig ab, daß daraus in gar vielen Fällen keinen beträchtlicher Unterschied der Erscheinungen folgen kan.

Eine Zeichnung, welche den Stand der Monden des Jupiters angibt.

§. 928. Bey so gestalten Sachen ist es gar wohl möglich eine Zeichnung zu entwerfen, aus welcher man die Ordnung dieser Monden, und ihren Stand in Ansehung des Hauptplaneten, in welchem sie den Bewohnern der Erde zu einer gewissen Zeit erscheinen, mit einer hinlänglichen Richtigkeit nehmen kan. Man beschreibet einen Cirkel (*Tab. XII. Fig.* 177.) von hinlänglicher Grösse, welcher die Ecliptic vorstellen soll, und theilet diese in ihre zwölf Zeichen, samt deren Graden, indem man ein beliebiges Punct zum Anfange des Widders machet. Von der Mitte des Wassermanns bis zur Mitte des Löwen ziehet man einen Durchmesser dieses Cirkels *MN*, welcher die Lage der Knotenlinie der Monden angeben wird; um den Mittelpunct des Cirkels aber zeichnet man eine Scheibe *I*, die klein genug ist den Körper des Jupiters vorzubilden, und beschreibet um eben den Mittelpunct noch einen andern Kreis, dessen Halbmesser sich zu dem Halbmesser der Scheibe verhalte, wie die Entfernung des Monds, mit welchem man sich beschäf- T. XII Fig. 177.

T.XII. Fig. 177. tiget, von dem Mittelpuncte des Jupiters, zu dem Halbmesser dieses Planeten. Nun muß bekant seyn, in welchem Puncte der Ecliptic der Mond zu einer gewissen Stunde eines gewissen Tages, welcher der erste des Monaths seyn kan, aus dem Mittelpuncte seines Hauptplaneten gesehen wird. Dieser Punct wird in der gezeichneten Bahn dieses Monds gehörig angemerkt, und kan mit 1 bezeichnet werden. Von demselben werden so viele Grade und deren Theile nach der Morgenseite getragen, als der angenommene Mond in vier und zwanzig Stunden in seiner Bahn zurücklegt, und das Ende dieses Bogens wird mit 2 bemerket; von welchem Puncte man sodann weiter, zu 3, 4, 5 auf eben die Art fortgehen kan, bis auf ein und dreyßig. Dadurch wird der Ort der Bahn, welchen der Jupiters-Mond an jedem Tage des Monaths, für welchen die Zeichnung gelten soll, zu der gesetzten Stunde einnimt, mit einer hinlänglichen Zuverläßigkeit bestimt: und es können die Bahnen der drey übrigen Monden in eben den Riß gebracht, und gehörig getheilet werden.

§. 929. Will man nun die Stellung gegen den Hauptplaneten wissen, in welcher der Mond, dessen Bahn dergestalt verzeichnet und getheilet worden ist, in jedem der angenommenen Zeitpuncte, den Bewohnern der Erde erscheinen werde: so wird von dem Mittelpuncte I nach dem Puncte der Ecliptic A, bey welchem zu der Zeit Jupiter von der Erde gesehen wird, eine gerade Linie IA gezogen, und nach der andern Seite B nach Belieben verlängert. Wie nun einem in diese nach B weit genug verlängerte Linie AB gesetzten Auge der gezeichnete Mond erscheinen würde; eben so erscheinet uns derselbe zu der Zeit würklich an dem Himmel: und wenn 4 der Ort ist, in welchem er sich alsdenn befindet, so gibt die von diesem Puncte der AB perpendicular gezogene $4C$, den Abstand von dem Mittelpuncte des Jupiters an, welchen wir ihm zuschreiben, wenn wir ihn zu der Zeit durch ein Fernrohr betrachten. Es ist leicht, diese Linie $4C$ mit dem Halbmesser des I zu vergleichen, und in einer Linie DE, bey P den Hauptplaneten, bey L aber den Mond, in der richtigen Verhältniß der Entfernung PL gegen dem Halbmesser des P vorzustellen: und wenn man mit den übrigen Monden eben so verfähret, die ganze Ordnung, in welcher sie zu der Zeit erscheinen werden, abzubilden. Die Irrung zu vermeiden, werden den Puncten L Ziffern beygesetzt, welche anzeigen, den wievielsten Mond jedes derselben bedeute; und jede dieser Ziffern wird an diejenige Seite des Puncts gesetzt, nach welcher sich der Mond, welchen sie vorstellen soll, in der Linie DE zu bewegen scheinet.

§. 930.

§. 930. Diese Linie *DE* ist ein Theil der Bahn des Jupiters, in welcher uns die Monden desselben nur alsdenn erscheinen, wenn sie sich in der Knotenlinie *MN*, oder gar nahe dabey befinden. Ausserdem erscheinet uns jeder Mond desto mehr über diese Linie erhaben, je mehr er sich in seiner Bahn von der *MN* gegen die Mitte des Stiers entfernet hat, und uns desto tiefer unter dieselbe versenkt, je näher er an der andern Seite der Mitte des Scorpions gekommen ist. Diese Entfernungen sind leicht, so weit es nöthig ist, zu überschlagen, und können dadurch angedeutet werden, daß man die Puncte *L* mehr oder weniger ausser der *DE* setzet. *T. XII Fig.* 177.

§. 931. Soll aber auch der Zeitpunct angegeben werden, in welchem der Mond in den Schatten seines Hauptplaneten eintreten, oder denselben verlassen wird, so ist auch dieser Schatten in den Riß zu bringen, welches gar leicht geschiehet, wenn nur das Punct der Ecliptic bekant ist, bey welchem ein in die Sonne gesetztes Auge den Jupiter um diese Zeit sehen würde: denn eine völlig genaue Bestimmung macht die langsame Bewegung dieses Planeten hier überflüßig. Durch den aus der Sonne gesehenen Ort des Jupiters aber wird der Winkel *AIF* gegeben, welchen die nach dem Mittelpuncte der Erde gezogene *AB* mit der Axe des Schattens *IF* einschliesset, und man kan, nachdem dieser Winkel gehörig angesetzt worden ist, auch den Schatten selbst leicht entwerfen, indem man der *IF* zwo Linien parallel ziehet, welche die Scheibe des Jupiters berühren. Alsdenn ist aus der Grösse des Bogens, welchen der Mond in seiner Bahn beschreiben muß, bis er an die Axe des Schattens gelangt, die Zeit zu schliessen, welche darzu erfodert wird. Man darf nur diesen Bogen mit demjenigen zusammenhalten, welchen eben der Mond in seiner Bahn in vier und zwanzig Stunden zurücklegt: welche Arbeit gar sehr erleichtert wird, wenn man diesen Theil der Bahn, in seiner rechten Grösse besonders beschrieben, und in vier und zwanzig gleiche Theile getheilet hat. Ist dergestalt der Zeitpunct gefunden worden, in welchem der Mond bey *F* dem Mittelpuncte der Sonne gerade gegenüber stehet, so wird der Anfang der Finsterniß erhalten, wenn man von demselben ihre halbe Währung zurückzählet, und das Ende, wenn man diese halbe Währung, vorwärts setzet. Hier sind die halben Währungen, welche sich nach der Entfernung des Puncts *F* von dem nächsten Knoten *N* oder *M* richten, so gut als sie gegeben werden können, wenn nicht alle kleine Veränderungen, die sich bey den Bahnen dieser Monden und ihrem Laufe zutragen, in Betrachtung gezogen werden.

Entfernung von dem Knoten	Halbe Währung der Finsterniß.							
	I.		*II.*		*III.*		*IIII.*	
	St.	M.	St.	M.	St.	M.	St.	M.
0°	1	8	1	26	1	47	2	23
10	1	7	1	25	1	46	2	20
20	1	7	1	24	1	42	2	10
30	1	6	1	22	1	36	1	53
40	1	6	1	20	1	28	1	29
50	1	5	1	18	1	17	0	52
60	1	5	1	15	1	10	0	00
70	1	4	1	13	1	01	0	00
80	1	4	1	12	0	54	0	00
90	1	4	1	11	0	52	0	00

T. VII. Fig. 177. §. 932. Die Axe des Schattens *IF* wird in dreyßig oder ein und dreyßig Tagen kaum geändert, in welcher Zeit Jupiter in seiner Bahn nur ohngefähr um den zwölften Theil eines Grads fortrücket. Die Lage der Linie *AB* aber, welche von *I* durch *B* nach der Erde läuft, kan sich in eben der Zeit eines Monaths weit mehr ändern; so daß eben die *AB* selten für alle auf die Bahn des Nebenplaneten gebrachte Puncte, welche den Stand desselben an den verschiedenen Tagen des Monaths angeben, mit völliger Richtigkeit zu gebrauchen ist, sondern von Zeit zu Zeit versetzt werden muß. Dieses kan vermieden werden, wenn die *AB* auf eine schmale Regel gezeichnet wird, welche sich um den Mittelpunct *I* drehen läßt; und wenn die Breite dieser Regel dem Durchmesser der Scheibe *I* gleich gemacht wird, so kan sie zugleich dienen den Schatten *IF* vorzustellen. Man macht sie von durchsichtigen Horn, damit sie nichts bedecke, und läßt die *AB* durch ihre Mitte laufen. Werden ausserdem auch die Bahnen der vier Monden des Jupiters beweglich gemacht, indem man jede derselben auf eine besondere Scheibe zeichnet, und alle diese Scheiben an eine grössere, auf welcher die Ecliptic erscheinet, dergestalt befestiget, daß die Mittelpuncte derselben in *I*

zusam-

zusammen fallen, jede der kleinern aber insbesondere sich um diesen Punct *I* frey drehen läßt: so ersparet man sich die Mühe diese Bahnen für jeden Monath von neuen zu theilen. Es darf alsdenn nur jede derselben für den ersten Tag des Monaths richtig gesetzt werden, so nehmlich, daß der in derselben mit der Ziffer 1 bezeichnete Punct in der gezeichneten Ecliptic so zu stehen komme, wie an dem ersten Tage des Monaths, zu der gesetzten Stunde, der Mond, welchen dieses Punct vorstellet, aus dem Mittelpuncte des Hauptplaneten in der wahren gesehen wird, um die Einrichtung für den ganzen Monath brauchbar zu machen: und man siehet leicht, daß mit einem jeden andern Puncte dieser Bahn eben so verfahren werden könne. Stehet eines derselben richtig, so stehen sie alle richtig. T. XII. Fig. 177.

§. 933. Da die Bewegungen der Monden des Jupiters so sehr ungleichförmig nicht sind, so hat es das Ansehen, als ob vermittelst dieser oder einer andern dergleichen Einrichtung der Zeitpunct, in welchem jeder derselben in den Schatten des Hauptplaneten eintritt, oder wieder aus demselben herfürkomt, immer richtig gefunden werden könte, wenn nur nach dem Verlaufe des Monaths, für welchen die Scheiben richtig gesetzt worden sind, dieselbe gehörig um ihren Mittelpunct gedrehet, und dadurch die auf denselben gezeichnete Puncte, nachdem der verflossene Monath mehr oder weniger Tage hat, fortgesetzt werden. Das Punct der Ecliptic, in welchem der Mond in einem gewissen Augenblicke von dem Mittelpuncte des Jupiters gesehen wird, kan, wenn man sich nicht an die Tafeln halten will, richtig angegeben werden, wenn man nur einen derjenigen Zeitpuncte ausfündig macht, in welchen sich dieser Mond in der Axe des Schattens bey *F* befindet: als welchen Zeitpunct die Beobachtung genau genug entdecket. Denn wenn sich der Mond in der *IF* befindet, so ist der Ort, in welchem er aus dem Mittelpuncte des Jupiters gesehen wird, derjenige, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge den Jupiter selbst siehet, und diesen gibt der Lauf des Jupiters mit einer völligen Zuverläßigkeit. Sind nun also zu einem gewissen Zeitpuncte die Scheiben in Ansehung der gezeichneten Ecliptic sämtlich richtig gesetzt: so würde man, wenn die Bewegung der Monde des Jupiters völlig gleichförmig wäre, die Scheiben für einen jeden andern bereits verflossenen oder noch zukünftigen Zeitpunct stellen können, indem man sie nur dem zwischen diesem Anfange und Ende enthaltenen Zeitraume gemäß, um ihren Mittelpunct drehete. Würde alsdenn auch die von der Erde durch die Mitte des Jupiters laufende *AB*, samt der

T.XII. Fig. 177. Axe des Schattens *IK*, welche sich von dem Mittelpuncte der Sonne durch eben die Mitte erstrecket, so wie dieses der damahlige Stand des Jupiters in seiner Bahn, und der Erde in der ihrigen erfodern, vermittelst der (932) beschriebenen Regel oder sonst, gehörig angegeben; so würde das Ganze die übrigen Erscheinungen fast unmittelbar, die Zeiten der nächsten Verfinsterungen aber vermittelst einer gar leichten Messung, ohne einigen Fehler angeben.

Abweichungen, die von Verspätung des Lichts herrühren.

§. 934. So genau man aber auch verfahren mag, werden doch die Zeiten der Verfinsterungen, welche von dem angenommenen Zeitpuncte um mehr als einen Monat entfernet sind, von denen, die auf diese Art entdeckt werden, merklich genug abweichen, wiewohl nur bis zu einer gewissen Gränze, die kaum grösser ist als 16 Minuten. Es ereignen sich nehmlich die Finsternisse bald vor der durch die Rechnung oder Zeichnung angesetzten Zeit, bald nach derselben, eher oder später, nachdem der Augenblick angenommen wird, in welchem sich der Mond in der obern Zusammenkunft befindet, welche zum Grunde der Rechnung gemacht wird, so daß die Fehler nicht beständig, sondern nur eine Zeit lang wachsen, und hernach wieder abnehmen. Nach vielen über die Ursache dieser Abweichung angestellten Muthmassungen, ist endlich entdeckt worden, daß sich dieselbe hauptsächlich nach der Entfernung des Jupiters von der Erde richte, und keinesweges von einer Unrichtigkeit der übrigen Gründe, sondern davon herrühre, daß das Licht die beym Anfange dieser Betrachtung angezeigte zwar an sich sehr kleine, aber doch bey einer grossen Entfernung des Gegenstandes gar wohl merkliche Zeit braucht, von demselben bis zu unserm Auge zu gelangen. Denn ausserdem, daß kein Planet, bey seinem Umlaufe um die Sonne, immer eben die Entfernung von derselben behält: ist auch die Erde, wenn sie zwischen der Sonne und dem Jupiter durchgehet, diesem Planeten um den ganzen Durchmesser ihrer Bahn näher, als wenn sie denselben bey der Sonne siehet. Es muß also in dem ersten Falle das Licht in einer kürzern Zeit von dem Jupiter, oder einem seiner Monden, bis zu uns kommen, als in der letztern. Wir sehen eine jede sich daselbst ereignende Finsterniß um die ganze Zeit, welche das Licht braucht von dem Jupiter bis zu uns zu gelangen, später als sie sich ereignet; und desto später, je weiter zu der Zeit dieser Planet von der Erde entfernet ist.

§. 935. Es sind also die Differenzen der Entfernungen des Jupiters von der Erde, um welche derselbe zu einer Zeit mehr oder weniger von dieser abstehet, als zu einer andern, der vornehmste Grund der Fehler, so die erklärte Berechnung übrig läßt. Denn es giebt deren noch einige andere, so von den kleinen Veränderungen herrühren, die sich in dem Umlaufe der Monden und in der Lage und Gestalt ihrer Bahnen zutragen. Der Abstand selbst würde, wenn er immer derselbe bliebe, zwar die Anzeigung der einen Finsterniß, welche uns das Licht thut, um eben so viele Zeit später zu uns gelangen lassen, als die Anzeigung der andern: die Zeiten aber, nach deren Verfliessung eine Finsterniß auf die andere folgt, würden wir, dieser Verspätung ohngeachtet, mit völliger Richtigkeit erfahren. Und in der That richten sich die Fehler, welche begangen werden, wenn man bey der Bestimmung des Anfangs oder des Endes einer Verfinsterung auf die Zeit, welche das Licht braucht von dem Jupiter bis zu uns zu gelangen, nicht Acht hat, nach den angezeigten Differenzen der Entfernungen. Ja sie verhalten sich gegen einander, wie diese Differenzen, welches zugleich zeiget, daß das Licht bey seiner Bewegung in gleichen Zeiten gleiche Wege zurücklege, und daß folglich diese Bewegung gleichförmig sey. T. XII. Fig. 177.

§. 936. Wenn *ABC* (*T. XII. F.* 178.) die Bahn der Erde um die Sonne *S* vorstellet, und es befindet sich die Erde in derselben bey *A*, der Planet Jupiter aber der nach dieser Seite verlängerten *SA* so nahe, als er ihr werden kan, da er sich nicht ebenfals in der Fläche der Ecliptic beweget: so ist die Zeit, welche von der würklichen Verfinsterung eines seiner Monden, bis zu dem Augenblicke verfliesset, in welchem uns die Verfinsterung zu Gesicht komt, die kleinste unter allen, weil alsdann die Entfernung der Erde von dem Jupiter die kleinste ist. Hat sich nachhero die Erde in Ansehung des Jupiters so gesetzt, wie das Punct *B* gegen eben die verlängerte *SA* stehet, so daß *ASB* beynahe der Winkel ist, um welchen nunmehro einem in die Sonne gesetzten Auge die Erde von dem Planeten entfernet scheinen würde, oder der Unterschied der Längen, die dieses Auge den beyden Planeten zuschreibt: und es wird *BD* auf die *ASC* perpendicular gezogen: so ist auch *AD* beynahe der Zuwachs, welche die Entfernung der Erde von dem Jupiter dadurch erhalten hat, daß sie von ihrem Stande bey *A* in den bey *B* übergegangen ist. Denn der Winkel, welchen die von *A* und nach *B* dem Jupiter laufenden Linien einschliessen, beträgt nie über 11 Grade, und ist T. XII. Fig. 178.

T. XII. Fig. 178. also klein genug, daß diese Linien hier als einander parallel angesehen werden können. Es ist aber AD der sogenante Quersinus des Bogens AB, welcher den Winkel ASB misset. Nach diesem Quersinus richtet sich die Zeit, nach welcher das Licht des Jupiters einmal früher oder später bey uns anlangt, als das andere, vorzüglich: wiewohl, wenn alles aufs genaueste genommen werden soll, man allerdings auf den wahren Unterschied der Linien sehen muß, die von dem Mittelpuncte des Jupiters bis an die Erde reichen.

§. 937. Ein Quersinus wächset immer, indem der Bogen AB wächset, so lang dieser kleiner bleibt, als die Hälfte des Umkreises, und wird dem Durchmesser AC gleich, wenn der Bogen der Hälfte des Umkreises gleich wird: alsdenn nimt er wieder ab, wenn der von A durch B und C gehende Bogen zu wachsen fortfähret, und dieses so, daß wenn Ab so groß genommen wird als AB, auch die Quersinus der beyden Bogen AB und $ABCb$ einander gleich werden. In eben der Verhältniß nun, in welcher diese Quersinus anwachsen, wachsen auch beynahe die Zeiten, um welche uns die Finsternisse später erscheinen, als wir sie sehen würden, wenn die Entfernung der Erde von dem Jupiter immer diejenige geblieben wäre, die sie bey A hatte. Nennen wir also diese Zeit, die Verspätung der Finsterniß, so verhält sich die Verspätung bey C zu der bey B wie AC zur AD. Und da die Verfinsterung sich um 16 Minuten 15 bis 16 Secunden später ereignet, wenn die Erde bey C in ihrer grösten Entfernung von dem Jupiter stehet, als wenn sie bey A demselben am nächsten ist, das ist, da die Verspätung bey C $16\frac{1}{4}$ Minuten beträgt, so kan die einem jeden andern Bogen AB oder Ab zukommende Verspätung, zwar nicht mit einer völligen, aber doch mit einer meistentheils hinlänglichen Richtigkeit, vermittelst seines Quersinus gefunden werden.

§. 938. Es wäre leicht bey dem Gebrauche der beschriebenen Scheiben des Caßini auch auf die dergestalt zu entdeckende Verspätung des Lichts mit Acht zu haben, und dadurch die Zeiten der Verfinsterungen, samt den übrigen, so sie angeben sollen, genauer zu bestimmen. Allein da diese Scheiben, für den Anfang eines jeden Monaths, dessen Erscheinungen sie anzeigen sollen, nach richtigen Berechnungen gestellet werden, bey welchen auf die Verspätung des Lichts zugleich mit gesehen wird: in der Zeit eines Monaths aber die Fehler nicht so sehr anwachsen, daß dadurch die Stellen, in welchen wir die Monde des Jupiters von

der

der Erde sehen, oder die Zeiten ihrer Verfinsterungen, wie sie von den Scheiben angegeben werden, merklich geändert werden könten; und man ohnedem nach guten Tafeln rechnen muß, wenn der Anfang oder das Ende einer Verfinsterung mit aller möglichen Zuverläßigkeit an seine Zeit gebunden werden soll: so wird bey dem Gebrauche der Scheiben alle weitere Verbesserung mit Recht bey Seite gesetzt. Wie man denn auch nicht einmal so genau auf die Zeit siehet. Denn eigentlich müste hier, wie fast bey allen Auflösungen und Berechnungen dieser Art, die mittlere Zeit, nach welcher man sich anfangs richtet, in die wahre verwandelt werden, wenn die Schlüsse mit dem Himmel genau zutreffen solten. T. XII. Fig. 178.

Die Geschwindigkeit des Lichts, und Folgen dieser Bewegung.

§. 939. Es leidet aber unser Zweck nicht, daß wir uns in alle diese Schwierigkeiten umständlich einlassen. Das wichtigste, womit die genaue Beobachtung der Finsternisse der Jupiters-Monden die Astronomie bereichert hat, ist die Bestimmung der Zeit, in welcher das Licht, mit seiner gleichförmigen Bewegung, einen Raum von einer bestimten Grösse beschreibet, oder der Geschwindigkeit desselben. Es braucht nehmlich das Licht 8 Minuten und $7\frac{1}{2}$ bis 8 Secunden Zeit, von der Sonne bis zu uns zu gelangen, in welcher Zeit die Erde in ihrer Bahn um 20 Secunden fortrücket. Es verhält sich also die Geschwindigkeit des Lichts zu der mittlern Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn, wie sich der Radius eines Cirkels zu einem Theile seines Umkreises von nicht mehr als 20 Secunden oder $\frac{1}{3}$ Minute verhält. Nun ist aus den Tafeln zu sehen, daß wenn der Radius eines Cirkels in 10000 gleiche Theile getheilet wird, eine Minute seines Umkreises 2,909, und folgends der dritte Theil einer Minute 0,969 solcher Theile enthalten werde, welcher Bruch in der Zahl 10000 beynahe 10320 mahl enthalten ist. Es ist also die Geschwindigkeit des Lichts 10320, oder wie andere setzen, 10313 mahl so groß, als die mittlere Geschwindigkeit der Erde, mit welcher diese ihre Bahn um die Sonne beschreibt. Wir wollen diese Verhältniß durch $r : t$ andeuten. Sie ist, wie wir gesehen haben, groß genug; aber nicht so groß, daß t, in Absicht auf r, überall als nichts betrachtet werden könte. Es ist also zu vermuthen, daß die Bewegung der Erde in die Erscheinungen, welche das dergestalt bewegte Licht verursachet, einen merklichen Einfluß haben werde; und es lieget uns ob, die Würkung beyder Bewegungen zu untersuchen.

T. XII. Fig. 178. §. 940. Wir können uns die Würkung des Lichts in unsere Augen, und den Eindruck, welchen dasselbe machet, wenn wir etwas ausser uns sehen, als den Stoß eines sehr kleinen Körperchens vorstellen, welcher von dem Puncte, welchen wir in einem gewissen Augenblicke sehen, sich in einer völlig geraden Linie nach dem Auge beweget hat, und bis zu dem Boden desselben eingedrungen ist. Dieses erkläret alle Erscheinungen, so uns von dem Lichte bekant sind, insonderheit wenn wir uns jedes der undenklich kleinen sehr schnell bewegten Körperchen, die dasselbe ausmachen sollen, kugelrund einbilden. Vornehmlich wird dadurch klar, warum jedes sichtbare Punct uns in der geraden Linie erscheinet, nach welcher das von demselben ausfliessende Licht sich unsern Augen nähert. Der Stoß, welchen das Auge empfindet, geschiehet nach dieser Linie, und tausend Erfahrungen haben uns gelehret, daß wir die Ursache eines Stosses immer in der geraden Linie suchen müssen, nach welcher er gerichtet ist. Insbesondere haben die Würkungen der Spiegel, und der das Licht brechenden durchsichtigen Körper längst gezeigt, daß unser Urtheil von der Lage eines sichtbaren Gegegenstandes sobald geändert werde, als das von demselben abgehende Licht gezwungen wird nach andern Linien in unsere Augen einzudringen, wodurch nothwendig der Stoß, welchen diese empfinden, eine andere Richtung bekomt.

§. 941. Es folgt hieraus, daß wenn ein einzelnes Theilchen des Lichts, wie wir uns dasselbe hier vorstellen, ganz ohne Bewegung wäre, das Auge aber näherte sich demselben mit einer hinlänglichen Geschwindigkeit, so daß das Lichttheilchen endlich in dasselbe eindringen, und an dessen Boden anstossen müste: die dadurch bey uns verursachte Empfindung von derjenigen, welche wir erhalten, wenn eben das Theilchen, nach eben der Richtung und mit der nehmlichen Geschwindigkeit, in das ohne alle Bewegung an seinem Orte verharrende Auge dringt, nicht verschieden seyn würde. Der Stoß ist in beyden Fällen völlig einerley, und nicht begreiflich, wie derselbe einmal diese und das anderemal eine andere Würkung haben könne; es müste dann seyn, daß das Auge sich seines Zustandes der Ruhe oder Bewegung bewust wäre, welches nicht angenommen werden kan; wenigstens bey unsern Augen der Fall nicht ist. Ueberhaupt also muß die Empfindung, welche von der Bewegung des Auges herrühret, eben diejenige seyn, welche wir haben würden, wenn ausser derjenigen, mit welcher das Licht würklich nach einer geraden Linie fortgehet, dasselbe noch eine andere Bewegung hätte, deren

ren Richtung derjenigen, nach welcher sich das Auge bewegt, gerade entgegen gesetzt, die Geschwindigkeit aber mit jener einerley wäre; das Auge selbst aber indessen völlig ruhete. Und diese Empfindung muß sich nach dem Stoße richten, welcher aus den beyden Bewegungen, deren eine das Licht würklich hat, die andere aber demselben dergestalt zugeschrieben wird, nach den bekanten Gesetzen erfolget.

§. 942. Es sey *AO* (*Tab. XIII. Fig.* 179.) die Richtung, nach welcher sich das Licht beweget: das Auge aber befinde sich bey *O* in dem Zustande einer Bewegung, mit welcher es die *OB* in eben der Zeit durchlaufen würde, in welcher das Licht aus *A* in *O* komt: und es verhalte sich also die Geschwindigkeit des Lichts zu der Geschwindigkeit, mit welcher das Auge fortgehet, wie *AO* zu *OB*. Um nun die Richtung des Stosses auszumachen, welcher aus diesen beyden Bewegungen erfolgen wird, als um welche es uns eigentlich zu thun ist, verlängere man die *OB* an der Seite *O*, bis *OC* der *OB* gleich wird, und, indem man die Bewegung, deren Richtung und Geschwindigkeit diese *OC* ausdrückt, dem Lichte zuschreibt, lasse man das Auge in *O* ruhen. Der Stoß, welcher aus den beyden Bewegungen des Lichts, der wahren nach *AO*, und der dazu gesetzten nach *OC*, herrühret, wird derjenige seyn, welchen das Auge würklich empfindet. Nun ist aber das Licht bey *O* bemühet nach *OD*, der Verlängerung der *AO*, fortzugehen, mit eben der Geschwindigkeit, mit welcher es sich in der *AO* bewegte: welche demnach ausgedrückt wird, wenn man *OD* der *AO* gleich machet. Aus den beyden Bewegungen nach *OC* und *OD* aber, deren Geschwindigkeiten durch die Längen dieser Linien angegeben werden, folgt eine Bewegung nach *OE*, welche in dem zu *COD* beschriebenen Parallelogram *CD* übereck läuft. Diese *OE*, blos nach ihrer Lage betrachtet, ist die verlangte Richtung des Stosses, und wenn man dieselbe nach Belieben in *F* verlängert, so würket das Licht in das mit der Geschwindigkeit *OB* bewegte Auge nicht anders, als es thun würde, wenn dieses in *O* ruhete, das Licht aber nach *FO* in dasselbe käme; und der Eindruck ist in beyden Fällen eben derselbe. T. XIII. F. 179.

§. 943. Durch die Länge der Linie *OE* oder *OF* wird die relative Geschwindigkeit angegeben, mit welcher sich das Licht dem Auge würklich nähert, und in dasselbe eindringet, als welche von der eigentlichen Bewegung desselben, und

T. XIII. F. 179. der Bewegung der Erde zusammen herrühret. Es verhält sich nehmlich diese relative Geschwindigkeit des Lichts zu derjenigen, mit welcher dasselbe vor sich von A gegen O gehet, wie die OE zur CE. Da aber CO nicht grösser ist, als der 10320ste Theil der CE, und, nach den ersten Sätzen der Geometrie, der Unterschied der zwo Linien CE und OE nicht grösser seyn kan als CO; so ist dieser Unterschied in Ansehung der ganzen CE und OE immer so gering, daß er nicht in Betrachtung gezogen werden darf: zumahlen da, wenn EO die CE am meisten übertrift, oder von derselben am meisten übertroffen wird, der Winkel CEO oder AOF, um welchen es uns eigentlich zu thun ist, sehr klein wird. Denn in diesem Falle liegen die drey Puncte C, E und O fast in eben der geraden Linie. Und überhaupt ist die Verhältniß $r : t$ nicht so genau bestimmet, daß wir uns an eine so kleine Veränderung kehren dörften, als eine der Zahl 10320 zugesetzte oder davon abgezogene Einheit bey derselben verursachet. Wir können also ohne Bedenken die OE der CE, und so auch die OF der OA gleich schätzen, und für die relative Geschwindigkeit, mit welcher sich das Licht dem bewegten Auge nähert, diejenige annehmen, mit welcher dasselbe von dem Puncte A würklich fortgehet.

§. 944. Da nun das Auge seine eigene Bewegung nicht empfindet; und dadurch auf die Meinung gebracht wird, daß es dieselbe auch nicht habe: so kan es nicht anders urtheilen, als, der Gegenstand, von welchem das Licht würklich nach der AO einfält, liege nicht in der AO, sondern in FO, der Richtung des Stosses, welchen es fühlet. Die Lage dieser FO wird auch ohne das Viereck CD gar leicht bestimmet, wenn man A in der AO nach Belieben annimt, und von diesem Puncte eine andere gerade Linie AF, der OB parallel, nach der Seite ziehet, nach welcher die Bewegung des Auges gerichtet ist, diese AF aber so groß machet, als es die Proportion $r : t = AO : AF$ erfordert. Denn da das Auge, von welchem hier die Rede ist, an der Erde klebet, und mit dieser zugleich fortgehet: so kommen die Fälle, in welchen statt der Verhältniß $r : t$ eine andere zu gebrauchen wäre, in keine Betrachtung. Es müste nehmlich die Verhältniß $r : t$ in der That mit einer andern verwechselt werden, wenn wir anstatt der Erde einen andern Planeten nehmen, und die Würkungen untersuchen wolten, so die Bewegung desselben, mit der Bewegung des Lichts zusammen genommen, bey einem an dessen Oberfläche haftenden Auge haben würden; zu welchem Ende, mit Beybehaltung der Zahl r, anstatt der t eine andere gesetzt werden könte, die sich zu dieser t wie die Geschwindigkeit des Planeten zu der Geschwindigkeit der Erde

ver-

verhielte. Es werden aber dergleichen Untersuchungen hier billig bey Seite gesetzt. Bey der angenommenen Verhältniß $r : t$ ist die nunmehro zu ziehende OF die Richtung, in welcher die Bewohner der Erde den Gegenstand A erblicken: und es folget hieraus, daß wenn dieser Gegenstand in dem Augenblicke, in welchem er sein Licht nach AO sendet, sich selbst in dem Puncte A befindet, für AF der Weg anzunehmen seyn werde, welchen das Auge bey seiner Bewegung nach OB in der Zeit durchläuft oder durchlaufen würde, in welcher das Licht aus A in O übergehet. Denn die in eben der Zeit zurückgelegten Wege AO und OB verhalten sich allerdings wie die angezeigten Geschwindigkeiten. Das Drehen der Erde um ihre Axe komt hierbey in keine Betrachtung, sondern es wird blos auf die Bewegung gesehen, mit welcher dieser Planet seinen Kreis rings um die Sonne beschreibt. Denn da derselbe in Ansehung seiner Entfernung von der Sonne als ein blosses Punct anzusehen ist: so hat dieses Drehen auf seine übrige Bewegung einen so geringen Einfluß, daß dadurch die Bewegung eines jeden Puncts der Oberfläche der Erde, von der Bewegung ihres Mittelpuncts, nie merklich verschieden wird. T. XIII. F. 179.

§. 945. Wenn nun der Gegenstand, welcher sein Licht aus A nach der geraden Linie AO in das bewegte Auge O sendet, an diesem Orte A verharret, so siehet ihn dasselbe nicht mehr an diesem seinen wahren Orte, sondern in F oder irgend einem andern Puncte der OF, und urtheilet, daß er sich um den ganzen Winkel AOF von seinem wahren Orte A in der OA, nach der Seite entfernet habe, nach welcher die Bewegung des Auges gerichtet ist: und die Grösse dieses Winkels AOF ist aus der Grösse des F oder FOB leicht zu finden. Denn es ist $AO : AF = \sin F : \sin AOF$, und also $\sin AOF = \frac{t}{r} \cdot \sin F$. Woraus geschlossen wird, daß die Grösse des Winkels AOF mit der AO, oder sonst einer andern Linie von bestimter Länge, in ganz keiner Verbindung stehe, sondern blos von der Verhältniß $r : t$ und von dem Winkel F abhange; und also, so lang diese Dinge eben dieselbe bleiben, bey der kleinsten Entfernung AO eben so groß ausfallen werde, als bey der allergrösten.

§. 946. Ist aber in der Zeit, welche das Licht brauchte, aus A in O (*Tab. XIII. Fig.* 180.) überzugehen, auch der Gegenstand A fortgerücket, so erscheinet derselbe dem Auge O zwar auch nunmehro in der OF; die Abweichung T. XIII. F. 180.

T. XIII. F. 180. dieser Linie aber von derjenigen, in welcher sich der Gegenstand in dem Augenblicke würklich befindet, wird nun nicht mehr durch den Winkel AOF angegeben. Weil A nun nicht mehr dessen wahrer Ort ist. Wäre in der Zeit, in welcher das Licht aus A in O übergegangen ist, der Gegenstand selbst in der AF um die Länge AG fortgerückt, so würde er sich am Ende dieser Zeit, indem das Licht das Auge O erreichet, in G befinden, und der Ort F, in welchem er von demselben gesehen wird, würde von dem wahren Orte desselben um den Winkel FOG abweichen, der hier kleiner gezeichnet ist als AOF, aber auch grösser seyn kan. Es kan aber auch seyn, daß hiedurch alle Abweichung des Orts, in welchem wir den Gegenstand sehen, von demjenigen, in welchem er sich zu der Zeit würklich befindet, gänzlich aufgehoben wird, wenn nehmlich G in F oder in irgend ein anderes Punct der OF fält, und dieses ereignet sich würklich, wenn der Gegenstand A und das Auge O sich nach Linien, die einander parallel liegen, beide mit eben der Geschwindigkeit bewegen. Dieser Umstand findet sich bey allen Körpern, welche, wie unser Auge, sich nahe bey der Oberfläche der Erde befinden, und daselbst als unbeweglich angesehen werden können, weil alle ihre besondern Bewegungen, mit welcher sie sich von einem Puncte dieser Oberfläche entfernen, und einem andern nähern, in Ansehung der überaus schnellen Bewegung des Lichts, gänzlich verschwinden. Die himlischen Körper aber erscheinen uns, wegen der Bewegung der Erde, zum Theil auch wegen ihrer eigenen Bewegung, selten an ihrem wahren Orte: welches uns zu einer genauern Betrachtung der davon herrührenden Abweichungen allerdings nöthiget.

Von der Bewegung des Lichts herrührende Erscheinungen bey den Fixsternen.

§. 947. Wir müssen mit dem Falle anfangen, da der Gegenstand gar keine, oder doch keine merkliche Bewegung hat, welcher bey einem jeden Fixsterne statt findet. Wenn wir d die Linie AO bedeuten lassen, um welche der unbewegliche Gegenstand A, in dem Augenblicke, in welchem das von demselben dem Auge O zugesendete Licht in dieses eindringet, von demselben entfernet ist, so wird $AF = \frac{t}{r}.d$. Der Winkel AOF aber, um welchen das Auge bey der Bestimmung der Lage dieses Gegenstandes fehlet, kan, wegen seiner Kleinigkeit, durch $\frac{t}{r}.\sin F$ ange-

angegeben werden. Denn eigentlich bedeutet dieser Ausdruck $\frac{t}{r}$. *sin F* den Si- *T. XIII. F.* 180.
nus des Winkels *AOF*, welcher aber von dem Maaße desselben nicht unterschieden wird. Nun sind zwar die Fixsterne so weit von uns entfernet, daß in Absicht auf dieselbe die ganze Bahn, welche die Erde bey jedem Umlaufe um die Sonne beschreibt, als ein Punct betrachtet werden kan, welches mit dem Mittelpuncte der Sonne zusammenfält. Dem ohngeachtet aber befindet sich dieselbe immer in dem Zustande einer Bewegung, mit welcher sie eine gerade Linie mit der Geschwindigkeit *t* zu beschreiben bemühet ist, welche *t* zwar nicht immer einerley bleibt, aber doch so wenig geändert wird, daß diese Veränderung hier in keine Betrachtung gezogen werden darf. Die gerade Linie aber, nach welcher die Erde in jedem Augenblicke zu gehen bemühet ist, berühret die Bahn der Erde an dem Orte, bey welchem sich diese befindet. Wir haben hier weniger als jemals Ursache diese Bahn anders, als einen um den Mittelpunct der Sonne beschriebenen Cirkel anzusehen; bey welchem jede gerade Linie, die denselben berühret, dem von dem Orte der Berührung nach dem Mittelpuncte laufenden Halbmesser perpendicular ist.

§. 948. Stellet nun der um *S* mit der Oefnung *SO* (*T. XIII. F.* 181.) *T. XIII. F.* 181.
beschriebene Cirkelkreis, die in ihre zwölf Theile getheilte Bahn der Erde vor, so bewegte sich diese bey *O* nach der Richtung *OB*, welche das in einen der Fixsterne gesetzte Auge, von der ihr durch den Mittelpunct *S* parallel laufenden *SP* nicht unterscheidet. Diese *SP* schliesset mit dem Halbmesser *SO* einen rechten Winkel ein, und machet den Bogen *OP*, welcher zwischen *O* und *P* lieget, zu einem Quadranten, von 90 Graden oder drey Zeichen. Eben dieser *SP* also muß durch den Ort des Sterns, welchen man sich entweder in der Fläche der Ecliptic, in welcher die Bahn der Erde lieget, oder ausser derselben, in einer beliebigen Entfernung vorstellen kan, eine Linie parallel gezogen, und der $\frac{t}{r}$. *d* gleich gemacht werden, wenn man den Ort bestimmen will, in welchem dieser Stern, der in Bewegung stehenden Erde, die man sich aber in *S* als ruhend vorstellen kan, zu der Zeit erscheinen wird. Der Buchstabe *d* bedeutet auch hier die Entfernung des Fixsterns von der Erde, oder die von *S* bis an denselben gezogene gerade Linie. Wenn nun die Erde in ihrer Bahn nach der Seite *OP* fortgehet, so beweget sich das Punct *P*, welches immer von dem *O* die angezeigte Entfernung behalten muß,

nach

T. XIII. F. 181. nach eben der Seite, und mit eben der Geschwindigkeit, und mit der SP beweget sich auch eine Linie von der Grösse $\frac{t}{r} . d$, in der durch den Stern der Ecliptic parallel gelegten Fläche, um diesen rings herum.

§. 949. Die Grösse dieser Linie $\frac{t}{r} . d$ bleibt immer dieselbe, weil d immer dieselbe bleibt, und in der Verhältniß $r : t$ keine merkliche Veränderung vorgehet. Es scheinet also in der Zeit, in welcher die Erde in ihrer Bahn ganz herumkomt, der Fixstern um seinen wahren Ort einen Cirkel zu beschreiben, welcher der Fläche der Ecliptic parallel lieget: und erscheinet in jedem Zeitpuncte da, wo der Umkreis dieses Cirkels, von der durch SP und seinen Mittelpunct zu legenden Ebene durchschnitten wird. Der Halbmesser dieses Cirkels ist sehr groß; viel grösser als die Entfernung der Sonne von unserer Erde. Denn da die Entfernung des Fixsterns d zu dieser Entfernung der Sonne von der Erde eine grössere Verhältniß hat, als der Radius eines Cirkels, zu einer Secunde seines Umkreises: so verhält sich im Gegentheil eben diese d zu dem Halbmesser des Cirkels, von welchem die Rede ist, wie $r : t$, das ist, wie eben der Radius zu einem Bogen von 20 Secunden. Es ist also dieser Halbmesser wenigstens zwanzig, und zu einigen Fixsternen allem Ansehen nach mehr als 200 mahl so groß, als die Entfernung der Sonne von der Erde.

§. 950. Bey dem allen sind die Winkel, in welchen diese Halbmesser von uns gesehen werden, sehr klein, und ihr Maaß kan nie über 20 Secunden eines Grades steigen. Dieses und die Abweichung der Fixsterne von ihrem wahren Orte, sowohl nach der Länge als nach der Breite, welche die scheinbare Bewegung, von welcher die Rede ist, nothwendig verursachen muß, mit der gehörigen Deutlichkeit vorzustellen, sey SOP (*Tab. XIII. Fig.* 182.) ein Theil der Fläche der Ecliptic, und in derselben S die Sonne, welcher in der gegenwärtigen Betrachtung die Erde so nahe gesetzt werden muß, daß eben das Punct S auch die ganze Bahn der Erde abbilden kan. Die beiderseits nach Willkühr zu verlängernde SE sey auf die Fläche der Ecliptic perpendicular, und gehe also durch die Pole derselben. A sey der wahre Ort eines Fixsterns, und die um dieses Punct gezeichnete Ellipse das Bild des Cirkelkreises, welchen derselbe in der Zeit eines

T. XIII. F. 182.

Jahres

Jahres um A zu beschreiben scheinet. Die Fläche dieses Cirkels ist der Fläche der Ecliptic parallel. Werden also diese Flächen beide durch ES und A vermittelst einer dritten Fläche geschnitten, die eine in EAF und die andere in SP, so sind diese zwo Linien EF und SP einander gleichfals parallel: und da ES auf die Fläche SOP, folgends auch auf SP, perpendicular ist; so ist auch der Winkel AES gerade, und das Dreyeck AES, in welchem $AS = d$, rechtwinklicht; die schneidende Fläche aber, in welcher dieses Dreyeck lieget, ist, weil SE auf die Fläche des um A beschriebenen Cirkels perpendicular fält, auch selbst auf diese Fläche AFD perpendicular. Wenn nun die Flächen SPO, AFD, deren jede der AES perpendicular ist, ferner beide vermittelst einer Fläche DAS geschnitten werden, die auf der AS der Ebene AES senkrecht stehet, die eine in AD und die andere in SO: so sind diese Linien beide der Fläche AES, und folgends auch den in dieser Fläche liegenden AF, SP senkrecht, die Bogen PO und FD sind Quadranten, und die Linien AD, SO einander parallel. T. XIII. F. 182.

§. 951. Wenn nun ferner SI sich nach dem Anfange der Ecliptic erstrecket, so wird durch den Bogen IOP die Länge des Sterns A angegeben, als welche immer vermittelst einer durch den Stern A und die Axe der Ecliptic SE gelegten Fläche bestimt wird; und die aus der Sonne gesehene Erde hat eben die Länge, wenn sie sich in der SP befindet. Siehet aber die Sonne die Erde in p, an der andern Seite ihrer Bahn in der dahin verlängerten PS; so schreibt sie derselben eine Länge zu, die von der Länge des Sterns A um die Hälfte des Umkreises verschieden ist. In dem ersten Falle erscheinet uns der Stern in der Opposition mit der Sonne, in dem zweiten aber in der Conjunction. Bey der Bewegung aber, in welcher sich die Erde immer befindet, wird der Stern in D gesehen, indem jene die verlängerte PS an der Seite p durchkreuzet; und in der verlängerten DA bey d, wenn sie sich in der PS selbst befindet. Der eine dieser Halbmesser DA wird aus S eben so gesehen, wie der andere Ad. Es erscheinet aber der Halbmesser AD dem in S gesetzten Auge unter einem grössern Winkel, als ein jeder anderer Halbmesser des um A beschriebenen Cirkelkreises, ausser dem Ad, weil diese beiden AD, Ad allein der AS senkrecht sind, und die eigentliche Grösse dieses Winkels ASD ist leicht auszumachen. Da er eine sehr geringe Grösse hat, so ist $SA : AD$ die Verhältniß des Radius, zu dem Maasse dieses Winkels ASD. Es ist aber $SA : AD = r : t$, und $r : t$ ist die Verhältniß des Radius

T. XIII. F. 182. zu einem Bogen von 20 Secunden, welche demnach das Maaß zu *ASD* seyn werden. Unter einem eben so grossen Winkel wird auch *Ad* gesehen.

Gröste Fehler der Längen und Breiten.

§. 952. Die wahre Breite des Sterns *A* ist der Winkel *ASP*, und eben die Breite schreiben wir demselben zu, wenn wir ihn bey *D* oder *d* sehen, weil wir, da *ASD* so gar klein ist, den Winkel, welchen *DS* mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, von dem *ASP* nicht unterscheiden können. Wir sehen also, wenn sich die Erde in der *Pp* befindet, den Fixstern in seiner wahren Breite. Was aber die Länge desselben betrift, so wird diese dadurch, daß wir ihn nicht in *A* sondern in *D* erblicken, um den Winkel *AED* vermindert, und es ist klar, daß diese Veränderung der Länge eben des Fixstens unter allen, die wir hier betrachten, die gröste sey. Denn nur in dem Falle, wenn er in der verlängerten *DA* bey *d* erscheinet, wird seiner wahren Länge ein Winkel von eben der Grösse *AED* zugesetzt. Nun verhält sich *AS* zur *AE* wie der Radius zum Cosinus der Breite dieses Sterns, welche kurz durch *cos lat* angedeutet wird, und es ist also $AE = d \times cos\ lat$; die *AD* aber war $= \frac{t}{r} . d$, und die Proportion $AE : AD = 1 : tan\ AED$ übersiehet man sogleich, zusamt der Folge derselben, $cos\ lat : \frac{t}{r} = 1 : tan\ AED$. Für $\frac{t}{r}$ kan immer ein zu dem Radius $= 1$ gehöriger Bogen von 20 Secunden gesetzt werden, weil $20'' : 1 = t : r$. Hieraus aber entstehet $tan.\ AED = \frac{20''}{cos.\ lat.}$ nach welcher Vorschrift demnach der gröste Fehler, welchen die Bewegung der Erde bey der Länge eines Fixsterns verursachet, aus der wahren Breite desselben geschlossen wird.

§. 953. Man siehet aus derselben sogleich, daß dieser gröste Fehler *AED* zunehme, wenn der Cosinus der Breite kleiner wird, und folgends mit der Breite eines Fixsterns zugleich anwachse. Hat dieser gar keine Breite, welches seyn wird, wenn er sich selbst in der Fläche der Ecliptic befindet: so ist $cos\ lat = 1$, und also $AED = 20''$: denn man kan hier, wie bey allen sehr kleinen Winkeln, statt der Tangente, das Maaß des Winkels selbst nehmen. Liegt aber der Fixstern ausser der Fläche der Ecliptic, so wird zu demselben *AED* immer grösser

als

als 20 Secunden, weil alsdenn *cos lat* durch einen Bruch ausgedruckt wird, der kleiner ist als die Einheit. Zu Sternen die dem Pole der Ecliptic sehr nahe liegen, kan der Winkel *AED* eine beträchtliche Zahl von Graden bekommen, weil zu denselben *cos lat* sehr klein ist. Zu dem Pole selbst aber ist *cos lat* = 0. Wenn sich also in demselben ein Fixstern aufhält, so ist der ihm zugehörige *tan AED* unendlich groß, und also *AED* ein rechter Winkel, welches demnach die gröste Abweichung ist, die bey einem Fixsterne, in Absicht auf seine Länge, statt findet. *T. XIII. F.* 182.

§. 954. Befindet sich die Erde bey *O*, in einer Entfernung von 90 Graden von *P* oder *p*, so daß der Fixstern bey *F* erscheinet, so ist der Winkel *ASF*, um welchen seine Breite, welche die Beobachtung giebt, kleiner ist, als die wahre *ASP* bereits oben (945) gefunden worden. Es ist aber der Winkel, welchen wir daselbst *F* nanten, von der wahren Breite des Sterns so wenig verschieden, daß ohne Bedenken statt *sin F* gesetzt werden kan, *sin lat*, wodurch wird $ASF = \frac{t}{r} \cdot sin\ lat$, oder (weil in dem erklärten Verstande $\frac{t}{r} = 20''$) $ASF = sin\ lat \times 20''$. Erscheinet der Stern an dem andern Ende des durch *F* gehenden Durchmessers, bey *f*, so hat der Winkel *ASf* eben die Grösse, oder ist wenigstens um nichts merkliches kleiner. Es ist aber in diesem Falle, da der Fixstern in *f* erscheinet, die sichtbare Breite desselben *fSP* gröſſer als die wahre *ASP*, da in dem vorhergehenden *FSP* kleiner war. Auch diese Fehler der Breiten sind die grösten unter allen, die sich bey eben dem Fixsterne ereignen können, und ereignen sich würklich, indem sich die Erde bey *O* oder *o* der *SP* parallel beweget. Werden aber verschiedene Sterne zusammen gehalten, so ist der gröste Fehler der Breite 20 Secunden gleich, wenn dessen *sin lat* die Einheit oder der Radius ist, das ist, wenn sich der Stern selbst in dem Pole der Ecliptic befindet. Zu den übrigen ist der Fehler immer kleiner als 20 Secunden, weil hier *sin lat* immer kleiner ist, als 1, und durch einen wahren Bruch ausgedrücket wird. Bey einer geringen Abweichung des Sterns von der Fläche der Ecliptic wird dieser Fehler kaum merklich, und verschwindet endlich bey denen, die sich selbst in der Fläche der Ecliptic aufhalten, ganz und gar, weil für dieselben *sin lat* gar keine Grösse hat.

Abweichungen der übrigen Längen und Breiten.

§. 955. Die übrigen Fehler, welche die Bewegung des Auges in die Längen und Breiten der Fixsterne bringt, wenn sich die Erde ausser den zwo Linien *Pp*, *Oo* befindet, werden fast auf eben die Art berechnet. Wenn sich die Erde in der *Sp* befindet, so erscheinet uns der Stern in *D*; und indem jene in ihrer Bahn von *p* in *T* fortrücket, so entfernet sich dieser in dem Kreise, welchen er um *A* zu beschreiben scheinet, um eben so viele Grade von *D* nach *G*; so daß man nur dem Bogen *DG* eben so viele Grade geben darf, als deren in *pT* enthalten sind, um das Punct *G* zu bestimmen, in welchem der Stern erscheinet, wenn sich die Erde in *T* befindet. Das Punct *p* der Ecliptic wird durch die Länge des Sterns gegeben, und der Zeitpunct, in welchem sich die Erde bey diesem Puncte befindet, wird als bekant angenommen: und so auch das *T*, durch welchen sich die Erde in einem jeden andern Zeitpuncte beweget. Dadurch wird der Bogen *pT*, oder eigentlich, das Maaß des Winkels *pST*, für einen jeden Zeitpunct gegeben, und zugleich auch der Bogen *DG* entdecket.

T. XIII. F. 182.

§. 956. Indem sich die Erde in *Sp* befindet: erscheinet ihr die Sonne in dem entgegengesetzten Puncte der Ecliptic in eben der durch die Axe *ES* gelegten Fläche, in welcher der Fixstern lieget, so daß die Länge der Sonne der Länge des Fixsterns gleich wird: und indem die Erde in ihrer Bahn fortrücket, so schreiben die Bewohner derselben diese ganze Bewegung der Sonne zu. Es scheinet also denselben die Sonne in eben dem Verstande um drey Zeichen oder 90 Grade vor dem Fixsterne vorherzugehen, in welchem die Erde denselben um eben so viele Zeichen oder Grade verfolget. Wird demnach der bekante Punct der Ecliptic *P*, bey welchem die Sonne mit dem Fixsterne einerley Länge hat, bey *D* angemerkt, so wird dadurch das Punct der Ecliptic, bey welchem sich die Sonne befinden muß, wenn uns der Fixstern in *D* erscheinen soll, unmittelbar angegeben: und man darf nur den ganzen um *A* beschriebenen Cirkel von diesem Puncte *D* an, in die zwölf Zeichen und deren Grade theilen, wenn der Ort der Sonne für jedes anderes Punct desselben eben so angezeiget werden soll. Man beziffert nehmlich die Theile dieses Kreises dergestalt, daß das Punct *D* in dasjenige Zeichen und in den Grad dieses Zeichens falle, in welchem *P* würklich liegt. Alsdenn stehet bey jedem Puncte desselben der Ort angezeigt, in welchem sich die Sonne befinden muß, wenn der Stern bey diesem Puncte erscheinen soll. Kurz, es werden der *DG* so viele Grade und Theile des Grads gegeben, als viele der Grade und ihrer

rer Theile sind, um welche sich die Sonne von dem Puncte P der Ecliptic nach der Morgenseite entfernet haben muß, wenn uns der Fixstern bey dem Puncte G seiner Bahn erscheinen soll. Aus der Zahl der Grade in DG ist die Entfernung des Zeitpuncts, in welchem sich diese Erscheinung zuträgt, von demjenigen, in welchem wir den Stern bey einer der Stellen D, d, in seiner wahren Breite, oder bey einer der F, f in seiner wahren Länge sehen, leicht genug zu schliessen, weil es bey einer so geringen Bewegung auf Kleinigkeiten nicht ankomt. T. XIII. F. 182.

§. 957. Wird nun diese Zahl der Grade durch A angedeutet, und aus dem Puncte G auf den Durchmesser EF die GH perpendicular gezogen: so ist diese GH der Sinus des Bogens FG, welcher den Bogen DG zu einen Quadranten ergänzet, und AH der Cosinus desselben, oder $GH = cos\ A$, und $AH = sin\ A$, wenn AF der Radius ist. Zu dem Radius der Tafeln 1 aber ist $GH = AF.\ cos\ A$, und $AH = AF.\ sin\ A$. Nun hatten wir bey den bisherigen Benennungen $AF = \frac{t}{r}.\ d$, welches, wenn es gehörig angebracht wird, giebt: $GH = \frac{t}{r}\ cos\ A.\ d$, und $AH = \frac{t}{r}\ sin\ A.\ d$; und da wir auch hatten $EA = cos\ lat.d$ so entstehet hieraus $EH = (cos\ lat + \frac{t}{r}\ sin\ A)d$. Dieses letzte giebt sogleich den Fehler der Länge, welcher nichts anders ist, als der Winkel GEF. Denn es ist $EH : HG = 1 : tan\ GEF$, und aus dem gefundenen $EH : HG = (cos\ lat + \frac{t}{r}\ sin\ A) : \frac{t}{r}.\ cos\ A = (r.\ cos\ lat + t.\ sin\ A) : t.\ cos\ A$, woraus die gesuchte $tan\ GEF$ ohne sonderliche Schwierigkeit zu erhalten ist. Es ist aber, wenn $cos\ lat$ nur eine beträchtliche Grösse hat, $t.\ sin\ A$ in Ansehung des $r.\ cos\ lat$, sehr klein, und kan ohne Bedenken weggelassen werden. Alsdenn wird $r.\ cos\ lat : t.\ cos\ A = 1 : tan\ GEF$ und, wenn auch hier für $\frac{t}{r}$ ein Bogen von 20 Secunden oder dessen Tangente gesetzt wird, $tan\ GEF = \frac{cos\ A}{cos\ lat}.\ tan\ 20''$. Dieses kan immer zur Regel gemacht werden, welche für alle Fixsterne gelten wird, ausser denen, die dem Pole der Ecliptic so nahe liegen, daß zu denselben $r.\ cos\ lat$ nicht viel grösser ist als $t.\ sin\ A$, welcher

T. XIII. F. 182. gar wenige sind. Bey den meisten ist überdieses der Winkel *GEF* so klein, daß sein Maaß an die Stelle der Tangente gebraucht, und gesetzt werden kan: $GEF = \frac{cos\ A}{cos\ lat} \cdot 20''$.

§. 958. Die Fehler der Breiten werden eben so gefunden, wie der gröste unter denselben entdeckt worden ist, wenn wir nur *AH* anstatt der *AF* gebrauchen. Da also der gröste Fehler *ASF* durch $\frac{sin\ lat. AF}{d}$ ausgedrückt werden konte, so wird, wenn anstatt der *AF* das der *AH* gleiche $\frac{t}{r}\ sin\ A.\ d$ gesetzt wird, $ASH = \frac{t}{r}. sin\ lat.\ sin\ A = sin\ lat. sin\ A. 20''$; welcher Ausdruck bey einer jeden Breite des Sterns gebraucht werden kan.

§. 959. Indem wir nun, vermittelst dieser Fehler der Längen und Breiten, die Bahn *DFdf*, welche der Fixstern um den Punct *A* zu beschreiben scheinet, an die innere Oberfläche des eingebildeten Sternhimmels bringen: so wird dieselbe zu einer Ellipse, deren grössere Axe *Dd* der Fläche der Ecliptic parallel lieget, die kleinere aber in die Ebene *AES* fält, die, da sie durch die Axe der Ecliptic *ES* gehet, der Fläche derselben senkrecht ist. Denn die Linien *SD*, *SG* und die übrigen, vermittelst welcher die Puncte der Bahn *DFfd* an den Sternhimmel entworfen werden, schliessen so kleine Winkel mit der *AS* ein, daß sie als dieser parallel angesehen werden können: und der Theil der Kugelfläche, auf welchen der Entwurf gebracht wird, ist bey einer sogar geringen Krümmung, von einer ebenen Fläche, auf welcher die *AS* perpendicular stehet, nicht zu unterscheiden. Es würde also der Entwurf eine gar vollkomne Ellipse seyn, wenn nur *DFdf* in der völligen Strenge ein Cirkel wäre. Indessen wird dieses angenommen, und alsdenn verhält sich die kleinere Axe der Ellipse zu der grössern, wie der Sinus des Winkels *AFS* oder *EAS* = *ASP* zu dem Radius, das ist, wie *sin lat* zu 1. Die kleinere Axe kan als ein Theil des mit dem Radius *AS* in der Fläche *EAS* zu beschreibenden Breitenkreises angesehen werden: die grössere *Dd* aber als ein Theil des in der Fläche *EAD* um den Mittelpunct *E* mit der Oefnung *EA* beschriebenen kleinen Cirkels. Aus der Verhältniß der Axen *sin lat* : 1 aber ist

zu

zu schliessen, daß die Ellipse, welche jeder Fixstern an dem Sternhimmel zu beschreiben scheinet, desto schmäler ausfalle, je kleiner seine Breite ist; so daß, wenn derselbe gar keine Breite hat, seine ganze Bahn, sich in ihre grössere Axe zusammenziehet, in welcher der Fixstern hin und her zu wanken scheinet; und wenn die Breite bis zu 90 Graden steiget, die elliptische Bahn mit der cirkelrunden *DFdf* völlig einerley wird. *T. XIII. F.* 182.

Eine Zeichnung, welche die hier betrachteten Abweichungen der Fixsterne vorstellt.

§. 960. Da die Fehler der Breiten immer sehr klein sind; so lassen sich dieselbe vermittelst einer würklichen Zeichnung dieser Ellipsen, für jeden Stand der Sonne, genau genug entdecken: und eben die Zeichnung kan auch zur Bestimmung der Fehler der Längen dienen, so lange diese nicht gar groß sind, oder sonst nicht alles so haarklein zu nehmen ist. Ja man kan diese Zeichnung so einrichten, daß sie für jeden Fixstern eine lange Zeit, und für alle Fixsterne von einerley Breite zugleich dienen kan. Es werden dazu zwo Scheiben gebraucht, deren eine auf der andern um den beiden gemeinschaftlichen Mittelpunct gedrehet werden kan, indem sie platt auf derselben lieget. Der Umkreis der untern Scheibe, wird, wie bey der Ecliptic gewöhnlich ist, in zwölf Zeichen und deren Grade getheilet. Dieser Kreis soll dienen die Bahn *DFdf*, welche der Fixstern in der Zeit eines Jahres um seinen wahren Ort *A* zu beschreiben scheinet, gehörig abzutheilen. Sollen also den Theilen desselben in der erklärten Absicht (956) die bekanten Zeichen samt den Zahlen der Grade beygefüget werden, so müssen dieselbe von der Seite *D* nach *F* und so weiter nach *d* und *f* auf einander folgen. Da wir nun den dergestalt in unserer Einbildung getheilten und bezeichneten Kreis aus *S* betrachten, und uns also das Punct *F* unter der Linie *Dd* erscheinet, *f* aber über derselben, so wird dadurch die Folge der Zeichen und der Zahlen der Grade verkehrt, und in diejenige verwandelt, so in der 183sten Zeichnung beobachtet worden ist, da *A* die Abendseite, *M* die nach Morgen gekehrte, *V* die untere oder mehr von dem Pole der Ecliptic entfernte, *O* aber die diesem Pole nähere vorstellt. *T. XIII. F.* 183.

§. 961. Der Umkreis der obern Scheibe, welcher, bey der gehörigen Lage der beschriebenen untern, von dieser getheilet wird, stellet eigentlich die Bahn vor, welche der Fixstern zu beschreiben scheinet. Die zween Durchmesser desselben

T. XIII. F. 183. den *Dd* und *Ff* schliessen rechte Winkel ein, und auf einen derselben werden von dem Mittelpuncte *C* an die einander gleichen Linien *CB*, *Cb* getragen, deren jede *CB* sich zu dem Halbmesser des Cirkels *CD* wie der Sinus der Breite des Fixsterns, für welchen die Zeichnung dienen soll, zu dem Radius verhalte. Die Linie *Bb* wird zur kleinern Axe einer Ellipse gemacht, deren grössere Axe die *Dd* oder *Ff* ist, und diese Ellipse wird durch die Puncte *DBdb* genau beschrieben. Damit ist die ganze Einrichtung fertig, und nichts übrig, als daß einer der Scheitel der Ellipse *D* in dem Puncte des äussern getheilten Cirkels gebracht werde, welcher die Länge des Fixsterns angibt. Die Ellipse *DBdb* wird alsdann die Bahn vorstellen, welche dieser Fixstern, nicht in einer der Ecliptic parallel liegenden Fläche, sondern an dem Gewölbe des Sternhimmels zu beschreiben scheinet, indem *Bb* einen Theil des durch denselben gelegten Cirkels der Breite angibt, zu welchem der Pol der Ecliptic an der Seite *O* lieget, *Dd* aber einen Theil des Umkreises eines kleinern Cirkels, welcher durch eben den Stern der Ecliptic parallel ist: und die ganze Einrichtung wird uns in den Stand setzen, die von dieser Erscheinung herrührende Fehler der Längen und Breiten für einen jeden Zeitpunct anzugeben. Ja wenn bey den Theilen der Ecliptic zugleich die Tage des Jahres angezeigt werden, in welchen die Sonne dieselbe erreichet, so wird dieses ohne Rechnung oder einer andern Beyhülfe geschehen können.

§. 962. Denn es ist aus dem gezeigten klar, daß die zu den Axen *Dd*, *Bb* beschriebene Ellipse würklich der an den Sternhimmel gebrachte Entwurf der cirkelrunden Bahn sey, welcher der Fixstern in einer der Ecliptic parallel liegenden Fläche um seinen wahren Ort zu beschreiben scheinet. Befindet sich aber die Sonne, zum Beyspiel, in dem 20sten Grad der Zwillinge, so ist bey der richtigen Lage der Axe *Dd*, das Punct *G* der Ort des Sterns, in dieser cirkelrunden Bahn, und, wie man leicht siehet, wenn *GH* der *FC* parallel gezogen wird, *L* der Ort desselben in der an dem Sternhimmel entworfenen elliptischen. Nun ist $FC : BC = GH : LH$ aus der Natur der Ellipse, und also, da $FC : BC = 1 : \sin. lat$, auch $GH : LH = 1 : \sin lat$. Der Bogen *DG* aber ist derjenige, welcher oben (957) durch *A* angedeutet worden ist: und demnach $GH = \sin A$, und $FC : GH = 1 : \sin A$. Wird also die Proportion $FC : GH = 1 : \sin A$ mit der $GH : LH = 1 : \sin lat$ zusammen genommen, und daraus geschlossen: $FC : LH = 1 : \sin lat. \sin A$; so ist sichtlich, daß nur die *FC*, oder eine andere

ihr

ihr gleiche Linie, in 20 gleiche Theile getheilet, und durch solche Theile die LH T.XIII. F. 183.
ausgemessen werden darf, wenn man dem Fehler der Breite, mit welchem der Stern bey dem angenommenen Stande der Sonne erscheinet, in Secunden angeben will. Denn wenn $FC = 20''$, so wird, aus der Proportion $FC : LH = 1 : \sin lat. \sin A$, gefunden: $LH = \sin lat. \sin A. 20''$, und wir haben gesehen, daß dieses der gesuchte Fehler der Breite seyn werde. Fällt nun das Punct G an die Seite V der Axe Dd, so vermindert dieser Fehler die wahre Breite, und muß derjenigen, welche die Beobachtung gibt, zugesetzt werden, damit die wahre Breite herauskomme. Im Gegentheil wird die wahre Breite um den dergestalt gefundenen Fehler vermehret, und die aus der Beobachtung geschlossene ist um so viel grösser als die wahre, wenn das Punct G sich an der Seite O der Axe Dd befindet.

§. 963. Zur Entdeckung der Fehler der Längen kan gemacht werden: $\cos lat : 1 = 20 : n$, oder, welches bequemer ist, $1 : \sec lat = 20 : n$. Denn da der Cosinus eines jeden Bogens sich zu dem Radius, wie dieser zu der Secante eben des Bogens verhält, so wird durch beide Verhältnisse eben die Zahl n gefunden. Man theile die CD oder eine andere ihr gleiche Linie in so viele gleiche Theile, als die gefundene Zahl n Einheiten enthält, und messe die CH durch dergleichen Theile. Der Fehler der Länge wird so viele Secunden betragen, als viele solcher Theile in der CH enthalten sind. Denn es verhält sich $DC : CH$, das ist, $1 : \cos A$, wie die Zahl n zu der Zahl q der in CH enthaltenen Theile, und ist also $q = n. \cos A$. Nun ist gemacht worden $n = \frac{20}{\cos lat}$. Es ist also $q = \frac{\cos A}{\cos lat} \cdot 20$, und wir haben (957) gesehen, daß wenn die Einheiten dieser Zahl Secunden sind, dieselbe die Fehler der Längen in den gemeinsten Fällen, bey welchen die Breite des Sterns nicht allzugroß ist, genau genug ausdrücken werde. Dieser Fehler vermindert die wahre Länge, wenn das Punct G sich an der Seite A des Durchmessers Ff befindet, und vermehret dieselbe, wenn es an der Seite M desselben angetroffen wird. Denn A ist Abend und M Morgen.

Fehler in Ansehung des Gleichers.

§. 964. Die anscheinende Veränderung der Länge und Breite eines Sterns ziehet gemeiniglich auch eine Veränderung seiner Abweichung von dem Gleicher nach sich, und gibt ihm einen geraden Aufgang, der grösser oder kleiner ist, als derjenige, wel-

T. XIII. F. 183. welchen er würklich hat. Denn es kan der Punct des Himmels, in welchem uns ein Stern erscheinet, nicht geändert werden, ohne daß derselbe von einem der zween durch denselben gezogenen Cirkelkreise, deren einer durch die beiden Pole des Gleichers gehet, der andere aber dem Gleicher parallel ist, mehr oder weniger abweiche. Beide Fehler können durch eben die Zeichnung ausgemacht werden, mit welcher wir uns beschäftigen, wenn nur vorher der Winkel gefunden worden ist, welchen der durch den Stern gehende Abweichungskreis, mit dem zu demselben gehörigen Cirkel der Breite, einschliesset, das ist, die Neigung der Fläche, welche durch den Stern und die beiden Pole des Gleichers gelegt werden kan, auf diejenige, in welcher sich eben der Stern, samt den zween Polen der Ecliptic befindet. Es ist dieser Winkel auch sonst verschiedentlich gebraucht worden, und wir haben (354) gesehen, wie er zu finden sey. Ist nun *NCB* dieser Winkel, und dergestalt angebracht, daß *NCn* einen Theil des durch den wahren Ort des Sterns *C* laufenden Abweichungskreises in seiner wahren Lage in Absicht auf den Cirkel der Breite *BCb* vorstellet, und man ziehet auf diese *NCn* durch *C* die *PCp* perpendicular; so wird diese *PCp* ein Theil des durch eben den Ort *C* dem Gleicher parallel liegenden kleinern Cirkels. Die Secunden des Cirkels *Nn* sind den Secunden des *Bb* völlig gleich, weil sie beide eben den Halbmesser haben, welcher zugleich der Halbmesser der Himmelskugel ist, an deren Oberfläche man sich alle diese Kreise einbildet: die Secunden des Kreises *Pp* aber sind desto kleiner, je kleiner der zu dem Bogen *Pp* gehörige Radius ist. Dieser Radius ist der Cosinus der Abweichung des Sterns, und wie sich dieser *cos decl.* zu dem Radius verhält, so verhält sich auch eine Secunde des Bogens *Pp* zu einer Secunde des Bogens *Nn* oder *Bb*.

§. 965. Ist nun der durch das vorhergehende bestimte Ort des Sterns in seiner elliptischen Bahn auch nunmehro das Punct *L*, von welchem *LK* auf *Pp* perpendicular fällt: so ist *LK* der Fehler der Abweichung, und *KC* der Fehler in dem geraden Aufgange, welche dadurch verursachet werden, daß uns der Stern nicht an seinem wahren Orte *C*, sondern ausser demselben in *L* erscheinet, und es komt nun darauf an, daß die Zahl der Secunden, welche in den Bogen *LK*, *CK* enthalten sind, berichtiget werde. Da aber die Secunden des Bogens *Nn* mit den Secunden des Bogens *Bb* oder *Ff* von einerley Grösse sind, so hat es mit diesen keine Schwierigkeit, und es wird die Zahl der in *LK* enthaltenen Secunden eben so durch eine blosse Messung gefunden, wie die Zahl der Secunden in *LH*.

§. 966.

§. 966. Was aber die Zahl der Secunden des Bogens *CK* anlangt: so wird dieselbe durch eine eben dergleichen Messung entdecket, wenn dieser *CK* als ein Theil eines der grösten Cirkel der Kugel betrachtet wird. Es sey diese Zahl *n*, und also *CF* : *CK* = 20 : *n*; die Zahl der in dem mit seinem eigenen Halbmesser beschriebenen Bogen *CK* würklich enthaltenen Secunden aber sey *q*. So wird sich die Zahl *q* zu der Zahl *n* verhalten, wie eine Secunde des Bogens *Ff* oder *Nn* zu einer Secunde des Bogens *Pp*, und also seyn *q* : *n* = 1 : *cos decl.* = *sec decl.* : 1, woraus geschlossen wird $q = n.\ sec.\ decl.$, oder $q = \frac{n}{cos\ decl.}$. Nach dieser Vorschrift ist also die gesuchte Zahl der in *CK* enthaltenen Secunden zu finden, und es kan dieselbe auch einiges Licht auf das vorhergehende werfen, und von dannen erhalten. Wenn nehmlich auf diese Art die Zahl der in der ganzen *CP* enthaltenen Secunden berechnet wird, und man die *CP* würklich in so viele gleiche Theile zerfället hat, so zeiget sich die Zahl der in *CK* enthaltenen Secunden von selbsten. Es ist aber der durch die Beobachtung gefundene gerade Aufgang eines Sterns, in welchen sich der nach der gegenwärtigen Anweisung zu entdeckende Fehler mit einmischet, kleiner als der wahre, wenn sich das Punct *L* an der Seite *A* der *Nn* befindet, und grösser, wenn dieses Punct an die Seite *M* dieser *Nn* fällt. Die beobachtete Abweichung aber ist kleiner als die wahre, wenn das Punct *L* in Absicht auf die Linie *Pp* an der Seite *V* lieget, und grösser, wenn es über derselben an der Seite *O* angetroffen wird. T. XIII. F. 183.

§. 967. Die Lage der Fixsterne in Ansehung der verschiedenen Kreise, welche wir uns an dem Himmel vorstellen, verändert sich so langsam, und diese Veränderung hat in die scheinbare Bewegung derselben, welche wir vor uns haben, einen so geringen Einfluß, daß, wenn man nur machet, daß sich die Linien *Pp*, *Nn*, ohne Nachtheil des übrigen, nach Nothdurft verändern lassen; diese nach der gegebenen Anweisung für eine gewisse Breite verfertigte Einrichtung viele Jahre dienen, und, nachdem die Axen der Ellipse *Dd*, *Bb*, wie auch die Linien *Pp* und *Nn*, für jeden besondern in dieser Breite liegenden Fixstern gehörig gesetzt sind: ausser dem abgehandelten, zur Auflösung verschiedener anderer eben diese Bewegung betreffender Aufgaben gebraucht werden kan. Als, wenn gefragt wird, an welchem Tage des Jahres der angenommene Stern von seinem wahren Orte *C* so sehr entfernet erscheine, daß dadurch sein gerader Aufgang um die Zahl der Se-

T. XIII. F. 183. cunden vermindert wird, welche die CK angibt: so bestimmet die durch K der Pp perpendicular gezogene KL das Punct L seiner elliptischen Bahn, bey welchem er an dem Tage erscheinen muß; und die durch dieses L der CF parallel gelegte HLG, giebt das Punct seiner cirkelrunden Bahn für eben die Zeit an, welche aus dem darneben liegenden Puncte der Ecliptic zu schliessen ist, und unmittelbar erkant wird, wenn bey diesem Puncte der Tag des Jahres bemerket stehet, an welchem sich die Sonne in demselben befindet. Man siehet leicht, daß zu eben dem Puncte K noch ein anderes Punct, wie L, und ein anderer Tag des Jahres gefunden werden könne, an welchem der Fehler des geraden Aufgangs von eben der Grösse ist; wenn man nur die LK an die andere Seite der Pp verlängert, allwo sie die Ellipse ebenfals schneiden wird. Und eben so wird auch bey andern Aufgaben dieser Art verfahren, welche, wenn sie besonders abgehandelt werden solten, uns allzuweit von unserm Zwecke abführen würden.

Abweichungen, so die Bewegung des Lichts bey den Planeten verursachet.

§. 968. Bey den Planeten und Cometen verursachet die Bewegung des Lichts noch andere Fehler, welche von der eigenen Bewegung dieser Körper herrühren, ja wir können, bey unserer unvollkommenen Einsicht in das innere der Dinge, kaum anders denken, als daß dadurch selbst diejenige Geschwindigkeit des Lichts geändert werde, mit welcher es von einem unbeweglichen Puncte nach einem andern gehet, da die Bewegung der Erde blos dessen relative Bewegung änderte.

T. XIII. F. 184. Denn wenn das von dem Puncte A (*Tab. XIII. Fig.* 184.) ausfliessende Licht in einer gewissen Zeit den Weg AB zurückleget, fals sich dieser Punct A nicht beweget: es befindet sich aber dieser Punct würklich in dem Zustande einer Bewegung, mit welcher er in eben der Zeit die AC beschreiben würde, wenn sie gleichförmig bliebe: so scheinet aus den Gesetzen, nach welchen sich alle übrige Körper bey ihren Bewegungen richten, zu folgen, daß das Licht diese Bewegung nach AC ebenfals erhalten, und also würklich nach AD, der Querlinie des Parallelograms BC, gehen werde, so daß sie diese AD in eben der Zeit beschreibt. Alsdenn aber verhält sich die Geschwindigkeit, mit welcher das Licht würklich nach AD gehet, zu derjenigen, mit welcher es den Weg AB zurückgelegt haben würde, wenn A ohne eigene Bewegung geblieben wäre, wie AD zur AB; und die Geschwindigkeit nach AD ist bald grösser bald kleiner, als die nach AB: wie wir

der-

dergleichen auch oben (943) von der relativen Geschwindigkeit gesehen haben. Allein es ist, wenn A einen Planeten oder Cometen vorstellet, seine eigene Geschwindigkeit AC kaum der zehntausendste Theil der Geschwindigkeit des Lichts AB, und um so viel kan höchstens die AD grösser oder kleiner seyn als AB, in den Fällen nehmlich, wenn der Winkel BAC fast zween rechten Winkeln gleich wird, oder beynahe verschwindet, in welchen auch ADC kaum einige Grösse behält. Es kan also auch diese Veränderung der Geschwindigkeit des Lichts in keine Betrachtung kommen. Ein Winkel muß etliche Grade groß seyn, wenn bey demselben ein Fehler, der nicht grösser ist als der zehntausendste des Ganzen, gemerkt werden soll: und hier ist die Rede von solchen Winkeln, die selten bis zu Minuten anwachsen. Wird aber die Geschwindigkeit des Lichts als immer eben dieselbe angenommen: so können die Abweichungen eines Planeten von seinem wahren Orte, mit welcher er uns wegen der Bewegung des Lichts erscheinet, nur von zwoen Ursachen herrühren, welche sind die Bewegung der Erde, und die Bewegung des Planeten selbst, und es wird der ganze Fehler gefunden, wenn man diejenigen, die aus jeder dieser Ursachen besonders folgen, gehörig zusammensetzt. Mit den Cometen hat es eben die Bewandniß. T. XIII. F. 184.

§. 969. Was nun erstlich denjenigen Theil dieser Abweichung anlangt, welcher blos von der Bewegung der Erde herrühret, und allein statt haben würde, wenn der Planet ohne eigene Bewegung an seinem Orte verharrete: so können wir bey derselben fast eben so verfahren, wie bey den Fixsternen geschehen ist. Nur kan die Entfernung der Erde von der Sonne in Ansehung der Entfernung des Planeten von derselben nicht als Nichts betrachtet werden, da sie nie so gar viel kleiner, und öfters grösser ist als diese. Es sey S (*Tab. XIII. Fig.* 185.) die Sonne, und der um diesen Punct beschriebene Kreis stelle die Bahn der Erde vor. A aber sey der orthographische Entwurf des Planeten in der Fläche dieser Bahn. Wenn nun die Erde sich in derselben bey T befindet, und es wird TA gezogen, welche nach Belieben in F verlängert werden kan, d aber bedeutet nunmehro die Entfernung des Planeten von der Erde, oder die gerade Linie, welche von dem Mittelpuncte des einen dieser Körper bis an den Mittelpunct des andern reichet, und *cos lat* den Cosinus der Breite des Planeten: so ist $TA = cos\ lat.\ d.$ Und wenn ferner $AG = \frac{t}{r}.\ d$ der TB parallel gemacht wird, welche die Bahn der Erde bey T berühret, und also dem dahin gezogenen T. XIII. F. 185.

T. XIII. F. 185. Halbmesser ST perpendicular ist, so ist G der orthographische Entwurf des Orts, in welchem der über A ruhende Planet der bey T nach TB bewegten Erde erscheinet (948). Durch eine hinlängliche Menge dergestalt zu findenden Puncte wird nun die ganze Bahn bestimmet, welche der Planet um den Punct über A, in welchem er sich würklich befindet, der in ihrer Bahn um die Sonne herumgehenden Erde würde zu beschreiben scheinen, wenn er ohne alle Bewegung wäre. Denn da die Fläche dieser scheinbaren Bahn der Fläche der Erdbahn parallel lieget, so ist sie ihrem in diese Fläche gebrachten Entwurfe nothwendig gleich und ähnlich.

§. 970. In dem Ausdrucke $AG = \frac{t}{r} . d$ wird durch d keine beständige Grösse angegeben, da die Entfernung des Planeten von der Erde, bey jedem Umlaufe derselben um die Sonne, immer einer gar starken Veränderung unterworfen seyn würde, wenn auch jener unverrückt an einer gewissen Stelle bliebe. Es kan also auch $\frac{t}{r} . d$, das ist AG, nicht immer eben die Grösse behalten, und also die scheinbare Bahn des Planeten, welche er in der Zeit des Umlaufs der Erde um die Sonne um das Punct über dem A zu beschreiben scheinet, keinesweges die Gestalt eines Cirkels haben. Bey dem allen läßt sich die von dieser Ursache herrührende Abweichung desselben, von der geocentrischen Länge und Breite des Puncts über A, in welchem er sich würklich befindet, das ist, von der Länge und Breite, welche wir diesem Puncte, und folgends auch den Planeten, zuschreiben würden, wenn die Erde, von welcher wir uns nach demselben umsehen, keine Bewegung hätte; eben so gut bestimmen, als bey den Fixsternen geschehen konte, deren scheinbare Bahnen fast vollkommene Cirkel sind. Man ziehe GH der TAF perpendicular, und mache derselben die DA parallel, wodurch auch DAF zu einem rechten Winkel wird. Weil nun AG der TB parallel ist, und also $FAG = ATB$, so ist auch GAD, die Ergänzung des ersten dieser Winkel gleich dem STA, der Ergänzung des zweyten. Nun ist dieser Winkel STA nichts anders, als die in der Fläche der Ecliptic genommene Entfernung des Planeten von der Sonne, welcher immer durch den Unterschied der geocentrischen Längen dieser beyden Körper gegeben wird. Wir können also den Winkel DAG immer haben; und wenn wir denselben, wie in dem vorhergehenden geschehen ist, A nennen, so können wir auf A, und folgends auch auf $\sin A$, $\cos A$ als bekante Grössen rechnen.

§. 971.

§. 971. Da nehmlich $AG = \frac{t}{r} . d$, so ist $GH = \frac{t}{r} . cos\ A . d$, und $AH = \frac{t}{r} . sin\ A . d$, TA aber war $= cos\ lat . d$. In Ansehung dieser TA kan AH als Nichts betrachtet werden, weil die Breite der Planeten niemals groß, und also für dieselben $cos\ lat$ nicht viel kleiner ist, als die zum Radius angenommene Einheit, in Ansehung welcher $\frac{t}{r} . sin\ A$, selbst in dem Falle, wenn $sin\ A = 1$, sehr klein ist. Wird aber, dem zu Folge, gesetzt $TH = TA$, so ist $TH : HG = cos\ lat . d : \frac{t}{r} . cos\ A . d = 1 : tan\ HTG$. Also $tan\ HTG = \frac{t}{r} . \frac{cos\ A}{cos\ lat}$. Der also gefundene Winkel HTG ist der Fehler der geocentrischen Länge, welcher nie so groß wird, daß nicht für seine Tangente, das Maaß desselben selbst genommen werden könte. Der Fehler der geocentrischen Breite aber ist $\frac{AH . sin\ lat}{d}$, das ist, $\frac{t}{r} . sin\ A . sin\ lat$, ebenfals wie bey den Fixsternen: und es hätten die zu denselben gefundene Vorschriften, sogleich auf die ohne ihre eigene Bewegung betrachtete Planeten angewendet werden können, nachdem wir gesehen haben, daß die Fehler, welche blos von der Bewegung der Erde herrühren, dadurch, daß die Entfernung d grösser oder kleiner wird, nicht im geringsten geändert werden. Für $\frac{t}{r}$ können auch hier 20 Secunden gesetzt werden: und solte ein Comet in einer so kleinen Entfernung von dem Pole der Ecliptic erscheinen, daß AH in Ansehung der TA nicht mehr als ein blosses Punct betrachtet werden könte, so ist vor denselben, so lang er sich in dieser Gegend befindet, auch Rath zu schaffen. Die Zeichnung aber, welche bey den Fixsternen, deren Breite unveränderlich ist, so gute Dienste leistet, ist wegen der starken und schnellen Veränderung, welcher die geocentrischen Breiten der Planeten unterworfen sind, bey denselben nicht wohl zu gebrauchen. Man muß sich an die Rechnung halten, welche durch die geringen Breiten, in welchen diese Körper meistentheils von der Erde gesehen werden, noch mehr erleichtert wird.

T. XIII. F. 185.

§. 972.

T. XIII. F. 185. §. 972. Die übrigen Fehler dieser Art, welche bey jedem Planeten von seiner eigenen Bewegung herrühren, sind leicht auszumachen. In der Zeit, in welcher das Licht von dem Orte, in welchem sich der Planet würklich befindet, bis zu uns gelanget, gehet der Planet in seiner Bahn fort, und verändert seine Länge und Breite, sowohl die heliocentrische, als auch die geocentrische, ohne daß wir dieses merken würden, wenn auch die Erde ohne Bewegung wäre. Denn das bey uns anlangende Licht zeigt uns den Planeten an dem Orte, von welchem es ausgegangen ist, und kan uns von der Veränderung desselben, welche sich seit dem zugetragen hat, nicht benachrichtigen. Man darf also nur die Zeit ausmachen, welche das Licht braucht von dem Planeten bis zu uns zu kommen, und berechnen, um wieviel derselbe in dieser Zeit seine Länge oder seine Breite verändere; welche Rechnung am leichtesten geschiehet, wenn voraus bekant ist, um wieviel sich diese Winkel in einer gesetzten Zeit, einen Tag, einer Stunde, oder etwas dergleichen, bey den Planeten ändern, mit welchem wir zu thun haben.

§. 973. Nun ist die Zeit bekant, in welcher das Licht von der Sonne bis zu uns komt, und diese kan hier immer auf 8 Minuten gesetzt werden, ob sie wohl 7 bis 8 Secunden drüber beträgt. Wird nun die Entfernung der Sonne von der Erde zur Einheit angenommen, durch welche d, die Entfernung des Planeten von der Erde, gemessen wird, so ist 1 zu d wie 8 Minuten zu der gesuchten Zeit, welche das Licht brauchet den Weg d zu machen, welcher demnach so viele Minuten halten wird, als in der Zahl $8d$ Einheiten sind. Gesetzt nun der Planet verändere in einer bestimten Zeit T, seine Länge oder Breite, es mag dieses die heliocentrische oder die geocentrische seyn, um m, welches immer ein Winkel, oder das Maaß desselben seyn wird: so ist, da die kleinen Veränderungen beynahe gleichförmig sind, und in gleichen Zeiten gleich stark anwachsen: T zu $8d$ wie m zu der gesuchten Veränderung, welche demnach durch $\frac{8.m.d.}{T}$ ausgedrückt wird. Die Zeit T muß durch Minuten gegeben werden, weil die Zahl 8 sich auf Minuten beziehet; es kan aber auch, wenn vorausgesetzt wird, daß die Zeit T durch Minuten gegeben sey, indem Q den gesuchten Fehler bedeutet, gesetzt werden: $Q = \frac{m.d}{\frac{1}{8}T}$.

§. 974.

§. 974. Sind nun dergestalt für eben den Planeten und für eben den Ort desselben beyde Fehler gefunden, sowohl der von der Bewegung der Erde herrührende, als auch der andere, welcher seinen Grund in der eigenen Bewegung des Planeten hat: so ist es leicht durch die Zusammensetzung derselben die Abweichung des Orts, in welchem uns der Planet erscheinet, von demjenigen, in welchem er sich würklich befindet, herauszubringen. Es sey die von der Erde *T* (*T. XIII. Fig.* 186.) gezogene Linie *TA* diejenige, welche die geocentrische Länge des Planeten in dem Augenblicke angiebt, in welchem das Licht von demselben ausfliesset; weil nehmlich der Planet sich in der Fläche befindet, die der Fläche der Ecliptic senkrecht ist, und diese in *TA* schneidet: und diese Länge werde durch die Bewegung der Erde um den Winkel *ATB* geändert, so daß, wegen der Bewegung der Erde allein, der Planet uns in einer der Ecliptic perpendicularen Fläche, so durch *TB* gehet, erscheinen würde; und in eben dem Verstande sey *ATC* der Fehler der geocentrischen Länge, welche durch die eigene Bewegung des Planeten verursachet wird: so wird in dem Zeitpuncte, in welchem das Licht, welches uns der Planet aus *A* zugesendet hatte, bey *T* anlangt, die wahre geocentrische Länge durch *TC* angegeben, und durch *TB* diejenige, mit welcher er uns erscheinet. Also ist der Winkel *CTB* der Unterschied der beyden Längen, oder die Abweichung der wahren von der scheinbaren. Dieser Winkel *CTB* aber wird aus den beyden *ATB* und *ATC* leicht geschlossen, wenn man nur weiß, an welche Seite der *AT* jede der zwo Linien *TB*, *TA* zu liegen komme: welches bey der Berechnung dieser Winkel zugleich auszumachen, so leicht ist, daß eine besondere Anweisung dazu sehr überflüßig seyn würde. *T. XIII. F.* 185. *T. XIII. F.* 186.

§. 975. Auf eben die Art werden auch die von der Bewegung des Lichts herrührende Fehler der geocentrischen Breiten entdeckt: und aus beyden sind alsdenn ferner die Fehler dieser Art, welche sich bey den heliocentrischen Längen und Breiten ereignen, zu schliessen. Man siehet leicht, daß insbesondere die Fehler der heliocentrischen Länge entdecket werden, wenn aus der wahren geocentrischen Länge die wahre heliocentrische, und aus der scheinbaren die scheinbare gefunden wird, und man diese beyden Längen zusammen hält: und eben so kan auch bey den heliocentrischen Breiten verfahren werden. Es werden aber auch hiezu besondere Anweisungen gegeben, welche die Rechnung erleichtern: und eben dieses ist auch von den übrigen

T. XIII. F. 186. Winkeln zu sagen, welche die Lage des Sterns in Absicht auf den Gleicher und den Anfang desselben angeben. Wir können uns aber bey diesen besondern Regeln nicht aufhalten, sondern müssen uns mit einer deutlichen Einsicht in die Gründe derselben begnügen lassen. Da übrigens diese Rechnungen so sehr aus dem Grossen in das Kleine gehen, so darf weder der scheinbare noch der wahre Ort eines Planeten, auf welchen sie gegründet werden, genau bekant seyn. Es kan gar wohl der scheinbare Ort für den wahren, dieser für jenen, oder auch für beyde ein dritter Ort genommen werden, welcher sowohl von dem einen als von dem andern weit genug entfernet ist, ohne einen beträchtlichen Irthum zu befürchten. Denn überhaupt sind die Fehler der geocentrischen Längen der Planeten, welche aus den hier betrachteten Ursachen herrühren, gar gering; indem sie bey dem Saturn nicht über 26, bey dem Jupiter nicht über 28, bey dem Mars nicht über 36, bey der Venus nicht über 43, und bey dem Mercur nicht über 55 Secunden betragen. Und daß bey der Sonne der Fehler der Länge immer 20 Secunden ausmachen werde, um welche dieselbe kleiner erscheinet, als sie würklich ist, ist aus der ganzen Abhandlung leicht zu schliessen. Die von eben den Ursachen herrührende Fehler der Breiten aber, werden bey den Planeten, wegen ihrer geringen Abweichung von der Fläche der Ecliptic, kaum jemals in Betrachtung gezogen.

Der

Astronomischen Vorlesungen

siebzehnter Abschnitt.

Von dem Umlaufe einiger Weltkörper um ihre Axen.

Eine Parallaxe der Fixsterne.

§. 976.

Es ist bey der scheinbaren Bewegung, welche die Verspätung des Lichts den himlischen Körpern, und fürnehmlich den Fixsternen beybringt, vorausgesetzt worden, daß die ganze Bahn, welche die Erde in einem Jahre um die Sonne beschreibt, in Ansehung der Entfernung eines jeden Fixsterns von der Erde oder der Sonne, als ein untheilbares Punct betrachtet werden könne, und es ist dieser Vorstellung gemäß, in der 182sten Zeichnung die Erde sowohl als die Sonne in *S* gesetzt worden. Verhielte sich die Sache nicht würklich so, sondern es hätte die Entfernung der Erde von der Sonne, in Ansehung der Entfernung eines Fixsterns von derselben, eine beträchtliche Grösse, so könte jene Bewegung, und die davon herrührende Abweichung aller Fixsterne von ihrem wahren Orte, mit den Betrachtungen nicht so genau zutreffen, als sie dieses würklich thut. Nach den angeführten Schlüssen wird die Breite eines Fixsterns nicht geändert, wenn sich die Erde in der durch denselben und den Mittelpunct der Sonne, der Fläche der Ecliptic senkrecht gestelten Fläche der Breite befindet, und also der Stern eben die Länge hat, welche wir der Sonne zuschreiben, oder wenn die aus der Sonne gesehene Längen der Erde und des Sterns einander gleich sind: sondern es betrift in diesen Fällen die ganze Abweichung blos die Länge. Wäre aber die Entfernung der Fixsterne nicht so groß, als sie angenommen worden ist, so müste *T. XII. Fig.* 136.

T. XIII. F. 187. auch hiervon eine beträchtliche Abweichung folgen; und insbesondere, wenn die Erde die eine der angezeigten zwo Lagen hat, uns die Breite eines jeden ausser der Fläche der Ecliptic liegenden Sterns grösser oder kleiner erscheinen, als bey der andern. Dieser Unterschied der zwo Breiten würde mit der Breite des Fixsterns zugleich anwachsen, und bey dem Pole der Ecliptic selbsten am grösten seyn.

§. 977. Denn wenn (*T. XIII. F.* 187.) *S* die Sonne, *F* den Fixstern, die Oberfläche des Blatts aber die durch die beyden Puncte *S* und *F* der Ecliptic perpendicular gesetzte Fläche vorstellet, welche diese in der geraden Linie *AB* schneidet; und man giebt dem in diese *AB* fallenden Halbmesser der Bahn der Erde *SC* oder *SD*, in Absicht auf *SF* die Entfernung des Fixsterns von der Sonne, eine beträchtliche Grösse; so wird, wenn sich die Erde bey *C* befindet, allwo einem in die Sonne gesetzten Auge ihre Länge der Länge des Fixsterns gleich erscheinet, die Breite des Sterns *F* durch den Winkel *FCB* angegeben: Befindet sich aber die Erde bey *D*, und stehet also die Sonne und den Fixstern in eben der Länge, so wird die Breite desselben *FDB*, welcher Winkel um den ganzen *DFC* kleiner ist als *FCB*. Zwischen den Winkeln *FCB* und *FDB* stehet der *FSB* beynahe im Mittel, welcher *FSB* demnach als die mittlere Breite des Sterns *F* angesehen werden kan. Es ist nehmlich $FSB = FCB - SFC$, und $FSB = FDB + SFD$, die Winkel *SFC*, *SFD* aber sind beynahe von einerley Grösse.

§. 978. Der ganze Winkel *DFC* ist die Parallaxe des Durchmessers der Erdbahn zu dem angenommenen Sterne *F*, und derjenige, in welchem ein in *F* gesetztes Auge diesen Durchmesser *CD* sehen würde. Nachdem der Stern *F* eine kleinere oder grössere Breite *FSB* hat, wird auch seine Parallaxe der Erdbahn *DFC* kleiner oder grösser, und die gröste unter allen, wenn *FSB* die Grösse von 90 Graden erreichet. Die Sternforscher, welche sich mit diesen Beobachtungen vornehmlich beschäftiget haben, versichern, daß sie wenigstens ein oder andere der grössern Parallaxen dieser Art, vermittelst des Unterschiedes der Winkel *FDB* und *FCB* würden entdeckt haben, wenn dieselbe die Grösse einer Secunde hätte. Sie setzen also den Winkel *DFC* durchgehends kleiner an, welches sie in den Stand setzet, nicht zwar die Entfernung dieses oder jenes Fixsterns von der Sonne genau zu bestimmen, aber doch eine Länge anzugeben, welche nicht kleiner ist als diejenige, die von der Sonne bis an einen der Fixsterne reichet, welche, nach aller Wahrscheinlichkeit, ihr am

nächsten

nächsten liegen. Denn es kan nicht erwiesen werden, und ist auch nicht zu vermuthen, daß alle Fixsterne gleichweit von der Sonne entfernet seyn solten; und an der andern Seite lässet uns der so sehr verschiedene Glanz derselben an der grossen Verschiedenheit ihres Abstandes von der Sonne kaum zweifeln. Nach diesem Merkmale sind die Sterne der ersten Grösse am wenigsten von der Sonne entfernet, darauf folgen die von der zweiten, und auf diese die Sterne von der dritten Grösse und so weiter: welche Vorstellung durch die Menge derselben, die uns beynahe mit eben dem Glanze erscheinen, nicht übel bestätiget wird. Denn da der Sterne, welchen von diesen oder jenen Beobachtern die erste Grösse zugeschrieben wird, noch nicht zwanzig sind, so sind deren von der zweyten Grösse vielmehr, und noch mehrere stehen in der Classe der dritten Grösse. Solten aber die Sterne, beynahe in eben der Entfernung von einander und von der Sonne, um diese herum gesetzt werden; so würden allerdings deren viel mehrere in einer gedoppelten Entfernung von dem Mittel gebracht werden können, als in der einfachen Platz fanden, in einer dreyfachen noch viel mehrere, und so weiter. Zwar ist die Ordnung, in welcher wir die Sterne von jeder besondern Grösse erblicken, diesem Begriffe nicht gemäß. Es können uns aber gar wohl zween oder mehrere gleichweit von uns entfernete Sterne mit einem gar verschiedenen Glanze erscheinen, wenn die Grössen ihrer Körper verschieden sind, oder die Materie des einen an sich stärker leuchtet, als die Materie des andern: und es ist kein Zweifel, daß diese, nebst vielen andern Verschiedenheiten, bey denselben würklich statt haben. T. XIII F. 187.

Entfernungen der Fixsterne von der Erde.

§. 979. Ist aber ein Stern so weit von der Sonne entfernet, daß der Winkel, in welchen aus demselben der Durchmesser der Erdbahn gesehen wird, nicht mehr als eine Secunde beträgt, so muß diese Entfernung nicht weniger als zweymal 206264,8, das ist 412529,6 halbe Durchmesser dieser Bahn betragen, oder, sie muß so vielmal, als diese Zahl die Einheit enthält, grösser seyn als der Abstand der Erde von der Sonne: denn so viele halbe Secunden gehen auf den Radius des Cirkels, zu welchem sie gehören. Da also, nach der Rechnung, an welche wir uns noch immer gehalten haben, die Entfernung der Erde von der Sonne 23984mal so groß ist, als der halbe Durchmesser der Erde, so kan die Entfernung des Fixsterns nicht weniger als 9 894 109 926 dieser Halbmesser enthalten, welche Zahl in 860 multipliciret eben die kleinste

T. XIII. F. 187. Entfernung in teutschen Meilen angeben wird. Das Licht, welches $8\frac{1}{3}$ Minuten Zeit brauchet, von der Sonne bis zu uns zu kommen, wird sich 412529mal so lang, das ist, mehr als $6\frac{1}{4}$ Jahre unterweges aufhalten, bevor es aus eben dem Fixsterne bey der Erde anlangt: und wenn einer von denjenigen, welche wir kaum durch unsere besten Fernröhre erblicken, auch nur zehnmal so weit von uns entfernet seyn solte, so würden mehr als 62 Jahre verfliessen, bevor wir, vermittelst des von demselben uns zugesendeten Lichts, von dessen Daseyn Nachricht erhalten könten. Wie aber, wenn die gröste Parallaxe der Erdbahn des am wenigsten von der Sonne entferneten Fixsterns noch viel kleiner wäre, als eine Secunde, und der letzte unter denselben, welchen wir noch sehen können, mehr als zehnmal so weit von uns abstünde? So groß ist der Raum, dessen äusserste Gränzen wir noch mit unserm Gesichte erreichen können: und wer kan uns sagen der wievielste Theil der ganzen Ausdehnung der Schöpfung dieser an sich ungeheure Raum ohngefehr seyn möchte?

§. 980. Die Fixsterne kommen, so weit wir sie kennen, mit der Sonne überein: wenigstens leuchten sie mit ihrem eigenen, und nicht, wie die Planeten, mit einem fremden Lichte: und jeder derselben verharret, wie unsere Sonne, beynahe immer in seiner Stelle. Sie bekommen deswegen auch öfters sämtlich den Nahmen der Sonnen, deren Menge dadurch unzählig wird. Jede derselben kan ihre eigene Planeten haben, welche sie erwärmet und ihnen leuchtet, wie dieses die unsrige bey der Erde und den übrigen Körpern thut, die um dieselbe herumlaufen: und man kan sich, wenigstens von den allermeisten dieser Sonnen, keinen andern, als einen dergleichen Nutzen vorstellen. Es sind aber dieselben viel zu weit von einander entfernet, als daß die anziehende Kraft irgend einer Sonne sich bis an eine andere erstrecken, und dieser dadurch einige Bewegung solte beybringen können. Und wenn jemand die kleine Veränderung des Orts, welche nach vielen Jahren bey einigen Fixsternen bemerket wird (138), als die Würkung einer anziehenden Kraft ansehen wolte, mit welcher würklich verschiedene Sonnen sich einander nähern: so würde diese Würkung doch sehr klein, und, in Absicht auf den Zwischenraum zwischen diesen Sonnen, kaum beträchtlich seyn. Noch viel weniger ist es wahrscheinlich, daß irgend eine Sonne in die Planeten oder Cometen einer andern würke: und was insbesondere die unsrigen anlangt, so zeiget sich nicht die geringste Spur, daß etwas dergleichen bey denselben vorgehe.

Die

Die Erde drehet sich würklich um ihren Mittelpunct.

§. 981. Uebrigens machen diese Betrachtungen die gemeine Vorstellung, als ob das ganze Heer des Himmels sich in jeden vier und zwanzig Stunden um die Erde und deren Bewohner herumdrehete, vollens unerträglich. Die kleine Weltkugel, welche sich die Alten einbildeten, und an deren körperlichen Himmel die Fixsterne inwendig befestigten, konte eine dergleichen Bewegung noch einigermaassen glaublich machen; ja es können die Ausdrücke, welche dieselbe zum Grund legen, als wahr behauptet werden, wenn man sie von der Kugel erkläret, welche uns unsre ohne vieles Nachdenken gebrauchte Augen fast unmittelbar vorstellen, und von einer blos relativen Bewegung: in welchem Verstande keine Sternforscher Schwierigkeit machen, den täglichen Umlauf der himlischen Körper rings um die Erde anzunehmen. Unmöglich aber läßt sich diese Bewegung, wenn sie würklich, und wie man zu reden pflegt, absolut seyn soll, mit der Menge der Sterne, und ihren fast alle Einbildung übersteigende Entfernungen von der Erde zusammenreimen, wenn wir auch alles übrige bey Seite setzen. Damit die Menschen von Zeit zu Zeit durch einen veränderten Anblick des prächtig gestirnten Himmels entzückt, und einige wenige unter denselben bewogen werden möchten, auf die dabey vorkommende Erscheinungen besonders Acht zu haben, um sich dieselbe bey der Eintheilung der Zeit, bey der Erdbeschreibung, der Schiffart oder sonst zu Nutze zu machen: solte die ganze, in Absicht auf unsere Erkentniß würklich unendlich grosse Schöpfung, in eine immerwährende Bewegung gesetzt worden seyn, deren Geschwindigkeit ebenfals eine jede andere, selbst diejenige, mit welcher das Licht fortgehet, so weit übertrift, daß wir hierinnen eben so wenig ein Ende absehen können; anstatt der Erde allein eine sehr mäßige Bewegung um einen ihrer Durchmesser zu geben, welche allen diesen Nutzen in eben dem Maasse leisten konte. Wer kan dieses verdauen, insonderheit wenn er dabey auf die unendliche Weisheit des Schöpfers, auf die Nichtigkeit der Menschen, und auf die kaum beträchtliche Grösse des Planeten, welchen sie bewohnen, zurücksiehet? T. XIII. F. 187.

§. 982. Dieses Drehen der Erde ist nun umständlicher zu betrachten, und wir werden dabey fürnehmlich auf die Veränderungen sehen müssen, die bey der Axe dieser Bewegung vorgehen. Es rühret davon die kleine Veränderung des Winkels her, welche die Fläche unsers Gleichers mit der Fläche der Ecliptic einschliesset (338), deren von Zeit zu Zeit einige Erwehnung geschehen ist. Fürnehmlich

aber

T. XIII. F. 187. aber wird dadurch der Anfang der Ecliptic, nach und nach, wider die Ordnung ihrer Zeichen, und also von Morgen gegen Abend, zurückgesetzt, welche Erscheinung eine genauere Untersuchung der Ursachen, von welchen sie herrühret, vorzüglich verdienet. Wir treffen aber auch ein dergleichen Drehen, als die Erde hat, bey der Sonne, dem Monde und einigen Planeten an, zu dessen Erklärung eben die Bewegungsgesetze gebraucht werden müsten, wenn es möglich oder nöthig wäre, dasselbe nach allen Umständen in Betrachtung zu ziehen.

Würkung eines um eine Linie gedrehten Körpers.

§. 983. Ein jeder fester Körper, von was Gestalt und Grösse er auch seyn mag, kan um eine gerade Linie, welche zween seiner nach Willkühr angenommenen Puncte mit einander verknüpfet, an welche sie, und vermittelst derselben an alle übrige Puncte des Körpers unbeweglich befestiget ist, herum gedrehet werden: und wenn diese Linie gezwungen wird in ihrer Stelle zu verharren, so beschreibet alsdenn ein jeder Punct des um dieselbe gedrehten Körpers den Umkreis eines Cirkels, dessen Fläche derselben perpendicular ist, sein Mittelpunct aber in eben die Linie fällt, welche demnach die Axe dieser Bewegung genennet werden kan. Da bey derselben kein Punct des Körpers den andern im geringsten hindert, so setzet ein jeder dieser Puncte seine Bewegung nicht anders fort, als ob er allein an seinem in der Axe liegenden Mittelpuncte haftete, und dadurch wird das Drehen des ganzen Körpers um eben die Axe so lang unterhalten, als keine Kraft von aussen in denselben würket, die dabey etwas ändern könte. Es ist aber auch ein jeder Punct, indem er dergestalt um die Axe herumläuft, bemühet sich von dem Mittelpuncte des von ihm beschriebenen Kreises zu entfernen, und ziehet das Punct der Axe, in welchem dieser Mittelpunct lieget, gegen den Ort, in welchem er sich in jedem Augenblicke seiner Bewegung befindet, also nach und nach, gegen alle Stellen des Umkreises, welchen er beschreibt. Diese, so lang das Drehen des Körpers währet, in die Axe würkenden Kräfte der verschiedenen Puncte desselben, sind einander zum Theil beförderlich; zum Theil aber wird die Würkung des einen durch die Würkung anderer aufgehoben, oder doch gemindert. Es kan also gar wohl seyn, daß die zur Axe der Bewegung gemachte Linie des Körpers, der beständigen Würkung der von dem Drehen herrührenden Kräfte ohngeachtet, keinen Trieb erhält, im geringsten aus ihrer Stelle zu treten, ob wohl gemeiniglich ein dergleichen Trieb erfolgen wird,

durch

durch welchen diese Axe in eine andere Lage gebracht werden muß, so bald sie die Freyheit erhält, von den unbeweglichen Puncten, an welche sie anfänglich befestiget war, abzuweichen. T. XIII. F. 187.

§. 984. Eine jede gerade Linie, um welche sich ein fester Körper drehen kan, ohne daß sie von denen aus dieser Bewegung entstehenden Kräften aus ihrer Stelle gebracht, oder auch nur nach dieser oder jener Seite geneigt werde, kan eine freye Axe dieses Körpers genennet werden, im Gegensatz mit den unzählig vielen andern, welche dazu gezwungen werden müssen, wenn sie bey eben den Umständen in Ruhe bleiben sollen. Diese können nach Willkühr angenommen werden, jene aber keinesweges, sondern werden durch die Grösse und Dichtigkeit der mit einander verbundenen Theile, so den Körper ausmachen, und durch die unveränderliche Ordnung, in welcher diese Theile an einander haften, dergestalt bestimmet, daß durch sehr viele Körper nur einige wenige Linien gezogen werden können, die geschickt wären, freye Axen abzugeben, und auch dieses mit einer starken Verschiedenheit. Ein Beyspiel davon geben uns die Kreusel, mit welchen die Kinder spielen, die wir öfters, ohne eine weitere Bewegung, sich um ihre aufrechtstehende Axe herumdrehen sehen.

Von den freyen Axen.

§. 985. Wir können uns hier in eine umständliche Betrachtung dieser freyen Axen nicht einlassen, welche der grosse Euler in seiner Mechanic sehr vollständig behandelt hat. Unser Zweck erfodert keine völlig genaue Kentniß derselben, und das wenige, so uns davon zu wissen nöthig ist, ist leicht genug zu übersehen. Wenn *AB* (*Tab. XIII. Fig.* 188.) der Durchschnitt einer durchaus aus eben der Materie bestehenden Platte ist, deren beyde ebene cirkelrunde Oberflächen einander parallel, und so nahe liegen, daß der dazwischen liegende Raum, oder die Dicke der Platte, in Ansehung der übrigen Grösse derselben, in keine Betrachtung kömt, und also die Mittelpuncte dieser zween Cirkel als ein einziges Punct angesehen werden können, welches zugleich die Mitte der Platte ist; und man ziehet durch diese Mitte *C* die Linie *DE* schief auf die Platte, welche man zur Axe der Bewegung macht: so siehet man leicht, daß, wenn diese *DE* nicht aus ihrer Stelle weichen kan, und die Platte an derselben unbeweglich befestiget ist; die Trägheit der Platte eine derselben beygebrachte Bewegung, mit welcher alle ihre Puncte T. XIII. F. 188.

T. XIII. F. 188. Cirkelkreise beschreiben müssen, deren Mittelpuncte in die *DE* fallen, ohne einige Veränderung unterhalten werde. In Ermangelung der Befestigung der Platte an die Linie *DE*, und dieser *DE* an zween völlig unbewegliche Puncte aber, würde diese drehende Bewegung, mit eben den Umständen, nicht bestehen.

§. 986. Denn es sind die Theile der Platte in der Hälfte *CB*, indem sie sich um die *DE* herumdrehen, beständig bemühet nach der *FG*, welche in der Fläche des Durchschnitts der *DE* perpendicular ist, oder einer dieser *FG* parallel laufenden Linie, sich von der *DE* zu entfernen, welches ohne Vergrösserung des Winkels *DCB* nicht geschehen kan. In dem Mittelpuncte *C*, welcher nicht aus seiner Stelle weichet, indem alle übrige Theile der Platte um *DE* ihre Cirkel beschreiben, würket keine dergleichen Kraft. Diejenigen Theile aber, welche die andere Hälfte der Platte *AC* ausmachen, beschäftigen sich ebenfals mit der Vergrösserung des Winkels *ACE*, indem sie bemühet sind, in der *IH* oder einer andern der *FG* parallel liegenden Linie, nach der *G* entgegengesetzten Seite *H*, von der *DE* abzuweichen. Es muß also, wenn *DE* noch immer in ihrer Lage erhalten wird, die Vergrösserung der Winkel *DCB* und *ACE* allerdings erfolgen, sobald das Band nachgiebt, welches die Platte an diese Axe ihrer Bewegung *DE* befestigte; noch vielmehr aber, wenn die Verbindung der Platte und der *DE* völlig wegfällt, und diese nun blos mit ihrem Mittelpuncte *C* an derselben haftet. Alsdann muß die Vergrösserung der Winkel *DCB*, *ACE* so lange anhalten, als diese Winkel noch spitzig sind.

§. 987. Wird aber durch diese anhaltende Vergrösserung der Winkel $DCB = ECA$ endlich gerade, oder ist derselbe gleich anfangs gerade gemacht worden: so hört alles fernere Wachsthum desselben auf. Die an der Seite *B* liegende Theile der Platte sind zwar noch immer bemühet, sich, wie gezeigt worden ist, von der *DE* zu entfernen, und ziehen dadurch *DE* nach dieser Seite: es wird aber diese Linie von den in der Hälfte der Platte *CA* liegenden Theilen eben so stark nach der entgegengesetzten gezogen. Und überhaupt ist bey den angenommenen Umständen einem jeden Puncte der Platte, in der von demselben perpendicular auf die Axe zu ziehenden und von dannen gehörig zu verlängernden geraden Linie, ein anderes entgegen gesetzt, welches beym Drehen der Platte um die Axe *DE* in diese eben so stark nach der einen Seite würket, als sie

von

von dem vorigen in eben der geraden Linie nach der entgegengesetzten gezogen wird. Es muß also allerdings, wenn sonst keine Kraft sich thätig erweiset, diese DE in Ruhe bleiben, da nicht einmal das Punct derselben C mehr nach der einen Seite, als nach der ihr entgegengesetzten angezogen wird. T. XIII. F. 188.

§. 988. Es ist also unter allen durch C gehenden geraden Linien, die ausser der Platte fallen, nachdem sie die ebenen Oberflächen derselben durchstochen haben, die einzige KL, welche diesen Oberflächen senkrecht ist, eine freye Axe der Platte. Denn in die Platte selbst fallen derer unendlich viele andere; und es kan, wie man leicht siehet, eine jede der KL perpendicular durch C gezogene gerade Linie eine dergleichen Axe abgeben, welche eben dadurch, daß sie auf der KL perpendicular stehet, den beyden ebenen Oberflächen der Platte parallel wird. Um eine jede solche Linie kan sich die Platte eben so wohl drehen, als um die KL, ohne dadurch in der Lage derselben das geringste zu verändern. Bey dem allen hat die KL vor allen diesen Nebenaxen einen grossen Vorzug, weswegen ihr der Nahme der freyen Axe der Platte vornehmlich zukömt. Wenn nehmlich die Platte um irgend eine, der durch das Punct C zu ziehenden Linien DE, die mit der Axe KL einen spitzigen Winkel einschliesset, in eine drehende Bewegung gesetzt, und dadurch die KL gezwungen wird, um eben diese DE herumzugehen, so wird bey dieser Bewegung der Winkel $KCD = LCE$ immer kleiner und kleiner, bis er endlich gar verschwindet, und die KL selbst zur Axe der Bewegung wird, um welche alle Puncte der Scheibe ihre Cirkel beschreiben, wie es anfänglich die DE war. Es ist aus dem gezeigten klar, daß dieses nach vielen Umläufen endlich erfolgen, und dadurch die Axe KL, wenn ihr sonst keine andere Bewegung eingedruckt worden ist, völlig in Ruhe kommen werde. Was aber bey diesem Zustande ihrer Ruhe die Axe KL vor eine Lage haben werde, ist eine andere Frage, die uns hier nicht angehet. Genug, daß die angestossene Scheibe sich bey den angenommenen Umständen nie in den Zustand einer drehenden Bewegung um eine ihrer Nebenaxen setzen wird, welche durch C der KL perpendicular fallen, und also, mitten zwischen den zwo ebenen Oberflächen der Scheiben, diesen parallel liegen.

§. 989. Es ist leicht zu übersehen, wiefern dieses auch bey den Axen solcher Körper statt finden werde, die man sich als aus einer Menge cirkelrunder Platten zusammengesetzt vorstellen kan, deren jede mit ihrem Mittelpuncte an einer

T. XIII. F. 188. ihren ebenen Oberflächen perpendicularen Linie, so wie *AB* an der *KL*, haftet. Man kan diese runde Platten so dünne als man will annehmen, und dadurch einen Körper von jeder der Gestalten bilden, welche ein Drechsler vermittelst seiner Bank hervorbringet. Ja es dörfen die aus dergleichen Blättchen zusammengesetzte Körper nicht einmal durchaus eben die Dichtigket haben; und selbst in jeder Platte können einige Theile dichter oder weniger dichte seyn, als andere. Wenn nur jede zwey Theilchen, die in eben der Platte, und in eben dem Durchmesser derselben, einander entgegen liegen, und gleichweit von deren Mittelpuncte entfernet sind, einerley Dichtigkeit, und also, bey eben der Grösse, gleiche Massen haben, so wird bey dem Drehen des Körpers dieser Mittelpunct nach einer jeden Seite so stark gezogen, als nach der ihr entgegengesetzten, und kan also die vorzügliche Axe desselben weder nach der einen noch nach der andern weichen. Selbst diese Umstände sind nicht die einzigen, bey welchen die Axe durch das Drehen des Körpers nicht verrückt wird. Wir haben aber so wenig nöthig uns in die allgemeine Betrachtung aller dieser Umstände einzulassen, daß wir sogar die verschiedene Dichtigkeit der Theile des gedrehten Körpers fast überall bey Seite setzen, und uns diesen Körper, als durchaus gleich dichte, vorstellen können.

§. 990. Alle Körper, welche auf die beschriebene Art aus runden Plättchen zusammengesetzt werden können, werden ihrer Gestalt nach erzeuget, wenn sich eine ebene Figur, in welcher wenigstens eine gerade Seite anzutreffen ist, um diese Seite ringsherum drehet: welche Seite alsdann bey der angezeigten Beschaffenheit der Körper, und insbesondere, wenn die Dichtigket desselben durchaus eben dieselbe ist, eine der freyen Axen wird, um welche der Körper gedrehet werden kan, ohne daß diese dadurch aus ihrer Lage gebracht werde. Jedoch ist unter den Axen der Körper, welche verschiedene geradlinichte Seiten eben der Figur geben, wenn sie dergestalt gebraucht werden, gemeiniglich ein gar grosser Unterschied: wie denn auch die Gestalten der Körper, welche entstehen, wenn eben die Figur bald um diese bald um jene ihrer geradlinichten Seiten gedrehet wird, meistentheils sehr verschieden werden. Es erfodert aber unser Zweck die Betrachtung der allermeisten dieser Axen keinesweges. Wir haben blos mit den Axen gedruckter Kugeln zu thun, welche erzeigt werden, wenn die von einer halben Ellipse oder einer andern Cylinie umschlossene Figur *ADB*, um die *AB*, welche in der Geometrie den Nahmen der kleinern Axe bekomt, ringsherum gedrehet wird. Diese *AB* (*Tab. XIII. Fig.* 189.) wird alsdann

T. XIII. F. 189.

dann die vorzügliche Axe der gedruckten Kugel, welcher alles dasjenige zukomt, T. XIII. F. so wir bey der vorzüglichen Axe einer Platte gesehen haben. Ist die Figur *ADB* 189. von der Beschaffenheit, daß sie vermittelst einer der *AB* perpendicular gezogenen *CD* in zwey Theile *ADC* und *CDB* zerschnitten werden kan, die einander gleich und ähnlich sind; so ist leicht zu sehen, daß eine jede Linie des Körpers, in welche die *CD* bey dem Herumdrehen der Figur *ADB* um die *AB* gefallen ist, eine Nebenaxe desselben seyn werde; wiewohl diese Nebenaxen auch statt finden, wenn es mit den Theilen *ADC*, *CDB* die angezeigte Bewandniß nicht hat. Eben so leicht siehet man auch, daß eine vollkommene und überall in gleichen Entfernungen von dem Mittelpuncte gleich dichte Kugel keine vorzügliche Axe habe, sondern ein jeder Durchmesser derselben zu einer freyen Axe gemacht werden könne.

Theilung der sich drehenden Weltkörper.

§. 991. Sol nun dieses auf die himlischen Körper angewendet werden, welche sich um eine Axe herumdrehen, so komt, was auch für Mittel angewendet worden seyn mögen, denselben diese Bewegung nach und nach oder auf einmal beyzubringen, doch endlich alles auf den durch die höchste Weisheit bestimmten Willen des Schöpfers an. Solte diese Bewegung in ihrem Zustande verharren, und die Axe derselben nicht selbst durch die Würkung des Drehens alle Augenblick verändert werden, so mußte diese eine der freyen Axen des Körpers seyn. Unsere Erde hat würklich die Gestalt einer gedruckten Kugel; und so lang wir auf diese Gestalt allein sehen, ohne eine schwerlich zu erweisende besondere Austheilung der dichtern und weniger dichten Körper in dem Innern derselben anzunehmen, müssen wir die Axe, um welche sich die Erde würklich drehet, als die vorzügliche ansehen, welche dergestalt an diesem Planeten haftet, daß wenn man die zween Puncte seiner Oberfläche, durch welche sie hindurch gehet, durch eingesetzte Pflöcke oder etwas dergleichen würklich bezeichnen könte, diese Merkmaale so lange ihre völlige Richtigkeit behalten würden, als sich nicht eine ganz ausserordentliche Veränderung in der Gestalt oder dem innern Baue der Erde zuträgt. Der Körper des Jupiters ist noch vielmehr gedruckt, als der Körper der Erde, und es ist mehr als eine blosse Vermuthung, daß der kleinste Durchmesser dieser gedruckten Kugel zugleich die vorzügliche Axe des Planeten sey, um welche er sich also gegenwärtig drehen muß, wenn er auch vor diesem eine andere Bewegung gehabt haben solte. Denn daß er sich um eine seiner Nebenaxen drehe, lassen uns die Erscheinungen nicht

T. XIII. F. 189. annehmen. Bey der Sonne, dem Monde, dem Mars und der Venus ist zwar die Abweichung von einer Kugel nicht so merklich. Es kan aber auch eine vollkommen runde Kugel durch die Vertheilung der Materie, aus welcher sie bestehet, eine vorzügliche Axe erhalten. Die Materie aus welcher die Kugel bestehet, müßte in gleichen Entfernungen von dem Mittelpuncte überal gleich dichte seyn, wenn keine Axe derselben vor den übrigen einigen Vorzug haben solte. Da dieses sich von der Sonne, oder einem andern himlischen Körper kaum gedenken läßt; so müssen wir schliessen, daß auch bey jedem derselben eine oder mehrere der freyen Axen, um welche er sich ohne einer weitern Beyhülfe drehen lässet, vor den übrigen den bey den Platten angezeigten Vorzug habe, und daß sich der Körper, wenn er auch anfänglich eine andere Bewegung erhalten haben solte, nunmehro würklich um dieselbe oder eine derselben herumdrehe.

§. 992. Bey so gestalten Sachen gehet die Axe, um welche sich die Sonne oder der Planet würklich drehet, durch zween Puncte seiner Oberfläche die immer dieselben bleiben, gleichwie wir dieses von der Erde gesehen haben. Man kan sie die Pole der sich drehenden Kugel nennen, und diese zwischen denselben durch ihren Mittelpunct, der Axe perpendicular, vermittelst einer Fläche schneiden, welche die Fläche des Gleichers der Kugel, und, in der Oberfläche derselben, ihren Gleicher selbst bezeichnen wird. Die Puncte der Oberfläche der Kugel, durch welche dieser Gleicher hindurchgehet, bleiben alsdann immer eben dieselben; und man kan die Kugel auch durch ihre Axe und ein jedes in ihrer Oberfläche angenommenes Punct, vermittelst einer andern Fläche schneiden: um auf den dadurch in ihrer Oberfläche angegebenen Mittagskreis die Breite jenes Puncts eben so zu rechnen, wie dieses bey der Erde geschiehet. Zween durch zween verschiedene Puncte der Oberfläche dergestalt gezogene Mittagskreise werden, vermittelst des zwischen denselben enthaltenen Theils des Gleichers, auch den Unterschied der Längen dieser Puncte angeben; und wenn man einen derselben für den ersten annimt, so wird der andere die Länge des Puncts, durch welches er hindurch gehet, selbst bestimmen. Hat nun die Kugel ausser derjenigen, die wir ihr Anfangs zugeschrieben haben, keine andere Bewegung, so erstrecket sich auch ihre an gewisse Puncte derselben gebundene Axe immer nach eben den Puncten des unbeweglichen Sternhimmels; die Fläche ihres Gleichers aber behält gegen die Fläche der Ecliptic immer eben die Neigung, und schneidet dieselbe in der nehmlichen Linie. Die Fläche

des

des ersten Mittagskreises hingegen, weichet, mit allen übrigen Mittagsflächen, bey dem Umlaufe der Kugel, von ihrer ersten Stelle ab, und kömt nicht eher wieder in dieselbe zu liegen, als nachdem der Umlauf vollendet ist. Es beweget sich aber auch jeder Mittagskreis, den man sich in der Oberfläche der Kugel gezeichnet vorstellen kan, mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit; und es bleibt überhaupt jeder Umstand des der Kugel beygebrachten Drehens der vorige, so lang keine andere Kraft würket, welche bey denselben diese oder eine andere Veränderung verursachen könte. T. XIII. F. 189.

Von der Bewegung der Axen.

§. 993. Es stehen aber unter den Kräften, welche in dem Drehen eines Körpers, etwas ändern können, diejenigen nicht, welche alle Puncte desselben mit einerley Geschwindigkeit nach Linien treiben, die einander sämtlich parallel sind, was auch diese Linien für eine Richtung haben mögen: ja es kan diese Richtung, ohne Nachtheil des Drehen, alle Augenblick geändert, und dadurch dem Mittelpuncte des sich drehenden Körpers eine krumlinichte Bewegung beygebracht werden. Zwar muß bey diesem Umstande die Axe mit den übrigen Theilen des Körpers, aus ihrer Stelle fortrücken: ihre Lage aber wird dadurch nicht verändert, sondern sie bleibt, bey dieser Bewegung von einer Stelle zu der andern, sich immer parallel. Denn es ist ein algemeines Gesetz, daß die Würkungen verschiedener Körper, oder verschiedener Theile eben des Körpers in einander, und die dadurch hervorgebrachten Bewegungen eines jeden in Ansehung der übrigen, durch eine allen diesen cörperlichen Theilen beygebrachte gemeinschaftliche Bewegung, wie diese eben beschrieben worden ist, nicht geändert werde. Und wenn wir einen Körper dergestalt in die Luft werfen, daß er sich zugleich drehen muß, so können wir in dieser Bewegung keine Veränderung merken, ohngeachtet derselbe von der Schwere gezwungen wird einen Bogen zu beschreiben: weil diese Kraft, nach geraden Linien die sämtlich einander parallel unterwärts laufen, in alle Theile des Körpers gleich stark würket.

§. 994. Es würden demnach auch die Axen der Planeten, um welche sie sich drehen, bey der Bewegung derselben rings um die Sonne, aufs genauste in ihrer Lage verharren, und jede derselben sich selbst immer parallel bleiben; wenn alle Puncte eben des Planeten gleich stark von der Sonne gezogen würden, das ist, wenn die anziehende Kraft der Sonne jedem dieser Puncte eben die Geschwindigkeit

T. XIII. F. 189. keit gegen dieselbe beybrächte: und mit den anziehenden Kräften der übrigen himlischen Körper hat es eben die Bewandniß. Ja selbst bey der Verschiedenheit des Zugs, welchen der verschiedene Abstand verschiedener Theile des Planeten von dem Mittelpuncte der Sonne verursachen muß, kan man sich diesen von einer solchen Beschaffenheit seiner Theile, und von einer solchen Gestalt und Stellung gegen die Sonne einbilden, daß dadurch aller Einfluß, welchen dieser verschiedene Zug auf die Lage seiner Axe haben könte, gänzlich vernichtet werden muß. Man denke sich eine völlig runde Kugel, welche in eben der Entfernung von dem Mittelpuncte überal gleich dichte ist, und lasse sich dieselbe in einer beliebigen Entfernung von der Sonne, um einen ihrer Durchmesser, welchen man wählen wil, herumdrehen, so hat man einen Planeten, welcher bey aller Verschiedenheit des Zugs der Sonne, welche von der verschiedenen Entfernung der verschiedenen Theile der Kugel von dem Mittelpuncte der Sonne herrühret, doch immer fortfahren wird, sich um eben den Durchmesser als seine Axe zu drehen. Beyde Umstände treffen bey der Erde beynahe zu. Dieselbe ist so klein, daß ihr Durchmesser, welches der gröste Unterschied ist, um welchen einige Theile derselben mehr oder weniger von der Sonne entfernet seyn können als andere, in Ansehung der ganzen Entfernung kaum in Betrachtung komt: und ihre Gestalt kömt einer volkommenen Kugel gar nahe. Zwar trägt auch der Mond das seinige zur Veränderung der Lage der Erdaxe bey, und dieser ziehet, bey seiner geringen Entfernung von derselben, einige Theile der Erde viel stärker als andere. Es wird aber überhaupt dieser Zug durch die geringe Masse des Mondes sehr gemäßiget; und was die übrigen Planeten bey der Sache thun können, ist noch viel weniger. Alles dieses macht die Veränderung der Lage dieser Achse gering genug, und läßt sie erst nach einer Zeit von etlichen Monathen oder Jahren merklich werden.

§. 995. Was aber den Mond und die Sonne anlangt, so ist an einer so gar genauen Bestimmung der Lage ihrer Axen so viel nicht gelegen. Wir können also, wenn auch dieselben viel stärkeren Veränderungen unterworfen seyn solten, als die Axe der Erde, diese gar wol bey Seite setzen, und bey der Erforschung der eigentlichen Lage derselben, voraussetzen, daß diese, wo nicht beständig, doch einige Monathe oder Jahre nach einander, eben dieselbe bleibe. Die Art aber, die Winkel, welche jede dieser Axen mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, die Puncte des Himmels nach welcher sie gerichtet ist, und die Zeit des Umlaufs um

dieselbe

dieselbe mit einer hinlänglichen Zuverläßigkeit auszumachen, wird auch die Mittel aufklären, deren man sich bey der Bestimmung der Lagen der Axen des Jupiters, des Mars und der Venus, samt den Zeiten des Umlaufs dieser Planeten bedienen konte. T. XIII. F. 189.

Der Mond drehet sich würklich um seinen Mittelpunct.

§. 996. Der Mond erscheinet uns, auch wenn wir ihn mit den blossen Augen ansehen, sehr fleckicht. Betrachten wir ihn aber durch ein gutes Fernrohr, so finden wir nicht nur grosse Strecken seiner Oberfläche viel dunkler als andere: sondern es zeigen sich auch in beyden verschiedene kleine Plätze, die gar merklich heller sind als alles übrige, und bey der gegenwärtigen Untersuchung gar wohl als Merkmale gebraucht werden können: wie denn auch diese Plätze, so wohl als die übrigen vorzüglich in die Augen fallenden Theile des Monds, durch besondere Nahmen von einander unterschieden werden. Die meisten dieser Flecken erscheinen uns zu jeder Zeit gleich deutlich, wenn nur unsere Luft rein ist, und sie ein hinlängliches Licht von der Sonne empfangen. Nur einige wenige dem Rande des Mondes nahe liegende Theile seiner Oberfläche entziehen sich öfters unserm Gesichte, indem andere an der entgegengesetzten Seite, die vorher unsichtbar waren, zum Vorschein kommen, und die, welche in oder bey dem Mittelpuncte der Mondscheibe gesehen wurden, sich dem Umkreise nähern: und zwar so, daß diese ganze Veränderung von nichts andern herrühren kan, als daß eben die Seite des Monds, obwohl gröstentheils, jedoch nicht völlig, gegen die Erde gekehret bleibt; sondern es das Ansehen hat, als ob sich derselbe herumwenden, und uns auch seine von der Erde abgekehrte Hälfte zeigen wolte. Diese beständige Heiterkeit, welche wir an dem Monde wahrnehmen, widerspricht einem Dunstkreise, welcher denselben so, wie die Luft die Erde einhüllen solte, augenscheinlich: noch vielweniger aber läst uns die unmerklich kleine Brechung der Strahlen, die bey dem Monde vorbeygehen, und das plötzliche Verschwinden und wieder Erscheinen der Fixsterne, die von demselben von Zeit zu Zeit bedecket werden, an etwas dergleichen gedenken. Wie wir denn auch an der uns sichtbaren Oberfläche des Monds keine Spuren von Seen oder Flüssen entdecken; obwohl einige mehr dunkele Flecken desselben den Nahmen der Meere bekommen. Denn wenn wir auf die Schatten Acht haben, welche bey diesem oder jenem Stande der Sonne einige Theile desselben auf die übrigen werfen können, so sehen wir deut-

T. XIII. F. 189. lich, daß die Oberfläche des Mondes von der Oberfläche einer vollkommen genauen, gedruckten oder etwas länglichten Kugel durchaus abweiche: und daß an gar vielen Stellen dieser Körper sehr bergicht sey. Die Spitzen dieser Berge erscheinen uns da, wo der erleuchtete Theil aufhöret, von den übrigen abgerissen, weil sie erleuchtet werden, indem das an denselben gegen die Sonne zu liegende Thal noch mit Schatten bedecket ist. Man hat sich dieses Mittels bedienet, die Höhe der Berge des Mondes zu berechnen, und dadurch gefunden, daß sie kaum niedriger sind, als die höchsten der unsrigen.

Beobachtungen, welche die Pole des Mondes bestimmen.

§. 997. Da der Mond, indem er um die Erde ringsherum gehet, beynahe immer die nehmlichen Puncte seiner Oberfläche gegen die Erde richtet: so ist kein Zweifel übrig, ob er sich auch, in Absicht auf den unendlichen Raum, um seinen Mittelpunct herumdrehe: und es sind nur die angezeigten Umstände dieser Bewegung auszumachen. Dieses aber kan also geschehen. Man bemerket an drey verschiedenen, so weit als es sich thun läßt, von einander entferneten Tagen eben des Monaths, wie viel der Ueberschuß der Abweichung von unserm Gleicher eines der merklichsten Puncte der Oberfläche des Monds, über die Abweichung des Mittelpuncts seiner Scheibe, oder der Ueberschuß dieser letztern Abweichung über die erstere, von eben dem Gleicher betrage, und erforschet zugleich den Vorsprung des einen dieser Puncte vor dem andern, samt den eigentlichen Zeitpunct jeder dieser drey Beobachtungen. Hieraus berechnet man den Unterschied der Längen des in der Oberfläche des Monds angenommenen Puncts, und des Mittelpuncts desselben, welche man ihnen zuschreiben würde, wenn man sie aus dem Mittelpuncte der Erde betrachten könte, wie auch den Unterschied der Breiten eben der zween aus dem Mittelpuncte der Erde betrachteten Puncte, und auch dieses für jede drey der gemachten Beobachtungen. Diese Unterschiede werden klein genug ausfallen, und können immer durch Secunden angegeben werden.

§. 998. Nun ist es nöthig auch die Längen und Breiten zu finden, mit welchen ein in den Mittelpunct des Mondes gesetztes Auge eben das in der Oberfläche desselben angenommene Punct in dem Augenblicke einer jeden der drey Beobachtungen gesehen haben würde, wenn dieser Körper durchsichtig wäre; welches, wenn nur auch die Grösse des Winkels bekant ist, in welchen dem in den Mittelpunct

telpunct der Erde gesetzten Auge in eben den Zeitpuncten der halbe Durchmesser des Monds erscheinet, also geschehen kan. Es wird in einer Ebene das Punct *T* (*Tab. XIII. Fig.* 190.) angenommen, welches die Mitte der Mondscheibe vorstellen soll, wie wir diese aus dem Mittelpuncte der Erde sehen würden, und zugleich den Ort der gegen uns gekehrten Oberfläche des Mondes angiebt, in welchem eine von den Mittelpuncte desselben nach dem Mittelpuncte der Erde gezogene gerade Linie jene Oberfläche durchsticht; so daß ein in diesen Punct der Oberfläche des Monds gesetztes Auge die Erde in seinem Zenit sehen müste. Um diesen Punct *T* wird mit einem Radius von so vielen Theilen eines an sich willkührlichen Maaßstabes, als viele Secunden zur Zeit der Beobachtung, mit welcher man eben beschäftiget ist, in dem scheinbaren Halbmesser des Monds enthalten waren, der Umkreis eines Cirkels *APBQ* beschrieben, und vermittelst der Durchmesser *PQ*, *AB* in seine vier Quadranten getheilet. Einer dieser Durchmesser *PQ* wird als ein Theil des durch den Mittelpunct des Monds gehenden Breitenkreises betrachtet: wodurch der andere *AB* zu einem Theile eines der Ecliptic parallel liegenden kleinern Cirkels der Himmelskugel wird, dessen Fläche, indem sie den Mond durchschneidet, in der Oberfläche desselben einen andern Kreis verzeichnet, welchen man die Ecliptic desselben nennen kan, weil seine Fläche, ins unendliche erweitert, mit der eigentlichen Fläche der Ecliptic zusammenfält. Die Pole dieser auf den Mond in unsern Gedanken verzeichneten Ecliptic sind *P*, *Q*, und es können auf derselben die Längen der verschiedenen Puncte des Mondes eben so angegeben werden, wie dieses bey einer Erdkugel auf dem Gleicher geschiehet: da denn die Breiten eben der Puncte auf die Cirkelbogen fallen, welche von dieser Ecliptic nach einem der Pole *P*, *Q* dergestalt laufen, daß sie, bey ihrer Ergänzung, auch durch den andern hindurchgehen. Die gerade Linie *AB* ist der orthographische Entwurf dieser Ecliptic, wie *PQ* der Entwurf desjenigen Breitenkreises, welcher durch *T* gehet. Auch *PAQ*, *PBQ* sind die Entwürfe zwoer Hälften eines eben dergleichen Kreises, welcher zugleich den gegen den Mittelpunct der Erde gekehrten Theil des Mondes von dem davon abgekehrten, wenigstens beynahe, absondert. Die Entwürfe der übrigen Breitenkreise sind Ellipsen, die sämtlich die *PQ* zu ihrer grössern Axe haben, wie bey der Erde die Mittagskreise. Wir müssen uns hier in Acht nehmen, die Längen und Breiten der verschiedenen Flecken des Monds, wie sie von der Erde gesehen werden, mit denjenigen, welche wir

T. XIII. F. 190.

T. XIII. F. 190. ihnen zuschreiben würden, wenn wir uns auf den Mond versetzen, oder die verschiedenen Theile seiner Oberfläche aus dessen Mittelpunct betrachten könten, nicht zu verwirren.

Schlüsse aus der beschriebenen Zeichnung.

§. 999. Bisher war die Rede von den erstern. Sol nun aber die in dem zweiten Verstande genommene Länge und Breite zu dem Puncte des Mondes M gefunden werden, dessen von dem T an gerechnete Länge und Breite an dem Himmel, wie sie von der Erde gesehen wird, aus der Beobachtung bekant ist: so werden aus dem angenommenen Maaßstabe, so viele Theile von T auf die TP, getragen, als viele Secunden in dem Ueberschusse der Breite des Puncts M über die Breite des T enthalten sind, wenn nehmlich der Pol P der nordliche, und die Breite des M die grössere ist. Denn wäre die Breite des T die grössere, so müste diese Zahl der Theile von T nach Q gesetzt werden. Eben so wird auch der Unterschied der Längen der beyden Puncte T und M, von eben dem T, auf die AB, und zwar nach der Morgenseite A, oder nach der Abendseite B getragen, nachdem diese oder jene Länge die grössere ist; und man kan sich dabey, ohne einen groben Fehler, eben des Maaßstabes bedienen, wiewohl eigentlich dazu ein anderer gebraucht werden solte, dessen Theile, welche die Secunden vorstellen, etwas kleiner sind; weil AB nicht die Ecliptic des Himmels selbst, sondern einen ihr parallel liegenden kleinern Cirkel vorstellet, so weit dieser in die Scheibe des Monds fält. Sind auf diese Art die Puncte C und D bezeichnet, so vollendet man das Rechteck CD, dessen Ecke M der orthographische Entwurf des beobachteten Puncts, wenigstens ohne einen sonderlichen Fehler, seyn wird.

§. 1000. Stellet man sich nun, durch das dergestalt gefundene Punct M, und durch die beyden Pole P, Q die Hälfte der Ellipse PMQ vor, welche TE zu ihrer kleinern Axe bekömt; denn es ist nicht nöthig diese Ellipse würklich zu beschreiben: so ist eben die TE der Entwurf der von dem Puncte T gerechneten Länge des Puncts M, welche gesucht wird; und also TE der Sinus derselben, zu dem Radius TB. Es wird also diese Länge durch die Verhältniß $TE : TB$ sogleich gegeben; und da diese Verhältniß $TE : TB$ der $CM : CN$ gleich ist, so kan die verlangte Länge, durch die blosse Verlängerung der CM bis an den Umkreis des Cirkels $APBQ$, alsbald gefunden werden, weil dadurch die Verhältniß

ihres

ihres Sinus zum Radius gegeben wird. Was aber die Breite eben des Puncts anlangt, so ist der Entwurf derselben der elliptische Bogen *EM*. Dieser aber hält so viele Grade und deren Theile, als *BN*, welcher von eben der verlängerten *CM* abgeschnitten wird, und der Sinus dieses *BN* verhält sich zu dem Radius wie *TC* zu *TP*. Zu eben dem Bogen *BN* ist *CN* der Cosinus: oder der Sinus des Bogens *PN*, um welchen der Punct *M* von dem Pole *P* abweichet. *T. XIII. F.* 190.

§. 1001. Es ist andem, daß diese Arbeit nicht die vollkommenste Richtigkeit geben kan, da die von dem Mittelpuncte der Erde durch den in der Oberfläche des Mondes angenommenen Punct *M* gezogene Linie, der von dannen nach *T* gezogenen nicht völlig parallel ist; und also der Entwurf des Mondes auf die Fläche, welche den gegen die Erde gekehrten Theil desselben von den übrigen absondert, welchen Entwurf wir würklich machen, indem wir diesen Körper ansehen, nicht völlig orthographisch seyn kan. Es ist aber der Fehler, welchen wir begehen, indem wir statt des perspectivischen einen orthographischen Entwurf annehmen, gering genug, insonderheit bey denjenigen Puncten der Oberfläche des Monds, die nicht weit von dessen Mittel *T* entfernet scheinen; und dergleichen Puncte sind bey der gegenwärtigen Untersuchung die vortheilhaftesten, weil die Wege, welche sie nehmen, indem sich der Planet herumdrehet, der Fläche des Entwurfs beynahe parallel sind, und also am meisten in die Augen fallen. Ausserdem wäre es leicht den Ort des Puncts *M* in dem Entwurfe zu verbessern, und man dürfte ihn zu dem Ende, nur, nach den bey dem Entwurfe der Erde (617) gegebenen Gründen, in der verlängerten *TM* etwas weiter von *T* entfernen, da denn nicht nur die Zeichnung richtiger ausfallen würde, sondern auch auf dieselbe eine genaue Rechnung gegründet werden könte. Es erfordert aber unser Zweck dergleichen Weitläuftigkeiten keinesweges. Das einzige ist noch anzumerken, daß da der Ort der Ecliptic, in welchem die Erde aus dem Monde gesehen wird, in jedem Zeitpuncte demjenigen gerade entgegen stehet, in welchem alsdann die Erde den Mond siehet; man die Länge des in der Oberfläche des Monds, und in der von dem Mittelpuncte desselben nach dem Mittelpuncte der Erde lauffenden Linie, liegenden Puncts *T*, immer wissen könne. Man kan also, indem man den gefundenen Unterschied der Längen der Puncte *T* und *M*, zu jener hinzusetzet, oder davon abziehet, auch die Länge des Puncts *M* finden; das ist, die Stelle der Ecliptic, in welcher uns dieses Punct *M* erscheinen würde, wenn wir aus dem Mittelpuncte des

T. XIII. F. 190. Mondes darnach sehen könten. Diese Längen des angenommenen Puncts *M* nun, samt den dazu gehörigen Entfernungen von einem der Pole *P* oder *Q*, müssen für jeden der drey Zeitpuncte gefunden werden. Der berühmte Tob. Meyer setzt die in drey verschiedenen Zeitpuncten von ihm beobachteten Längen und Breiten des mit dem Nahmen Manilius belegten Flecken also an:

	I.			*II.*			*III.*		
Zwischen Zeit	$0^d.$	$0^h.$	$0'.$	$8^d.$	$2^h.$	$42'.$	$5^d.$	$1^h.$	$30'.$
Länge	$0^s.$	$14°.$	$42'.$	$4^s.$	$1°.$	$19'.$	$6^s.$	$7°.$	$24'.$
Entfernung ꝛc.		76,	55		75,	46		74.	4.

Die Pole des Mondes zu entdecken.

§. 1002. Vermittelst dieser Zahlen kan nun einer der Pole, von welchen angenommen wird, daß sich der Mond um dieselbe drehe, samt der Lage der Axe dieser Bewegung, vermittelst eines stereographischen Entwurfs des Mondes gefunden werden. Das Auge wird in denjenigen Pol der Ecliptic gesetzt, von welchem der angenommene Flecken am wenigsten abweichet, und dieser ist zu dem T. XIII. F. 191. Manilius der mitternächtige *P*. Der (*Tab. XIII. Fig.* 191.) in der Fläche des Entwurfs zum Mittelpuncte gemachte *P* ist der Entwurf dieses Pols; und der um denselben beschriebene Kreis *ABCD* stellet die Ecliptic vor, die wir uns in der Oberfläche des Mondes gezeichnet einbilden. Dieser Kreis *ABCD* kan nicht zu groß gemacht werden, und erscheinet in der Zeichnung viel zu klein. Er wird in die zwölf gewöhnliche Zeichen getheilet, und man kan in dieser Arbeit weiter gehen, wenn man die Grade und Minuten der Zeichen nicht lieber durch einen guten Winkelmesser angeben will. Die Breitencirkel, welche sich auf diese Ecliptic und den Pol *P* beziehen, werden den Gesetzen der stereographischen Entwürfe gemäß, durch die Halbmesser dieser Ecliptic vorgestellet, deren jeder von dem Mittelpuncte nach demjenigen Puncte des Umkreises läuft, welches die Länge angiebt, zu welcher die auf demselben anzugebende Breite gehöret. Und damit auch dieses richtig geschehen könne, wird einer dieser Halbmesser *PD* in die ungleichen Theile getheilet, welche die Zahl der Grade der Ergänzung der Breite angeben, die jeder bey *P* anfangende Theil dieses *PD* vorstellet. Wie diese Theilung verrichtet werde, ist bey der Betrachtung der stereographischen Entwürfe gesagt worden; und es ist die Theilung für jeden Halbmesser eben dieselbe.

§. 1003.

§. 1003. Nach dieser Vorbereitung wird bey *e* die Länge von 0^s, $14°$, $42'$ angemerket, welche der Flecken Manilius in der ersten Beobachtung hatte, bey *f* die Länge der zweyten Beobachtung von 4^s, $1°$, $19'$, und bey *g* die Länge der dritten, welche 6^s, $7°$, $24'$ betrug. Nach jedem dieser Puncte *e*, *f*, *g* wird von *P* ein Radius gezogen, und es werden auf den ersten derselben *Pe* von dem *P* in *E* so viele, von eben dem Puncte nach *D* gezählte Theile des *PD* getragen, als viele die erste Ergänzung der Breite angiebt, welche 76 Grade und 55 Minuten enthielte. Auf eben die Art wird auch in der *Pf* das Punct *F* bemerket, indem man die *PF* so vielen Theilen des *PD* gleich machet, als die zweyte Ergänzung von $75°$, $46'$ angeben, und bey der Bestimmung des Puncts *G*, zu welchem die dritte Ergänzung, nehmlich $74°$, $4'$ gehört, wird nicht anders verfahren. Damit sind die Stellen, welche der Flecken nach und nach in den drey Beobachtungen hatte, auf die Fläche der Ecliptic in *E*, *F*, *G* entworfen, und es wird gewissermaassen durch die Lage der Puncte *E*, *F*, *G* und ihre Ordnung die Bewegung des Manilius vorgestelt. Es muß nehmlich der Entwurf des Weges, welchen dieser Flecken beschreibt, indem sich der Mond um seine Axe herumdrehet, durch die drey Puncte *E*, *F*, *G* hindurch gehen. Nun ist dieser Weg ein Cirkelkreis; und der stereographische Entwurf eines in der Oberfläche einer Kugel gezeichneten Cirkels ist immer wieder ein Cirkel. Man darf also nur, wie in der Geometrie gelehret wird, den Mittelpunct dieses Cirkels *Q* suchen, um sich in den Stand zu setzen diesen Entwurf durch *E*, *F*, *G* würklich zu verzeichnen. *T. XIII. F.* 191.

§. 1004. Obwohl unsere Zeichnung sehr klein ist, so zeiget sie doch deutlich genug, daß der zu den angegebenen Beobachtungen gefundene Mittelpunct *Q* von dem Pole der Ecliptic *P* entfernet sey. Nun ist dieser *Q* zwar nicht der genaue Entwurf des einen Pols des Mondes, aber doch in dem gegenwärtigen Falle, da *PQ* sehr klein ist, von demselben so wenig entfernet, daß man *Q* ohne merklichen Fehler für den Entwurf des Pols, und also *PQ* für die Vorstellung der Abweichung desselben von dem Pole der Ecliptic *P*, annehmen kan. Wenn man also diese *PQ* von *P* auf die *PD* träget, so wird die Zahl der Grade und deren Theile, welche diese Abweichung ausmachen, sogleich entdecket. Genauer aber und den Gründen gemäß, wird die Lage der Axe des Mondes in Absicht auf die Fläche der Ecliptic folgender Gestalt gefunden.

§. 1005.

T. XIII. F. 191.

§. 1005. Man ziehe durch P und Q den Durchmesser MN, und verlängere denselben bis an den äussern Cirkel, welchen er in den Puncten m, n erreichen wird. Bey der so gar kleinen Entfernung des Puncts Q von P, kan dieses freylich nicht mit einer so zuverläßigen Richtigkeit geschehen, daß wir bey der Bestimmung der Puncte m und n in den Umkreis des Cirkels $ABCD$ vor einen Fehler von ein paar Graden sicher wären. Eine grössere Zeichnung aber wird diese Ungewißheit gar sehr vermindern. Hier müssen wir die so gut als wir konten gezogene MN als vollkommen richtig annehmen, und alsdenn gehet sie nicht nur durch den Entwurf des Pols der auf den Mond verzeichneten Ecliptic P, sondern auch durch den Entwurf des gesuchten Pols des Mondes, obwohl dieser von dem Mittelpuncte Q etwas verschieden ist. Es stellet also diese in m, n verlängerte MN einen Kreis vor, welcher völlig mit demjenigen übereinkomt, welchen man bey der Erde den Colur der Wendkreise nennet. Demnach sind die Puncte m und n für den Mond die Wendpuncte, deren ersteres n unsere kleine Zeichnung beynahe in den 10ten Grad des Stiers, das andere m aber in den zehnten Grad des Scorpions setzet. Von diesem m ist der Punct, in welchem die Ecliptic von dem Gleicher des Mondes dergestalt geschnitten wird, daß jene anfängt sich über diesen nach der mitternächtigen Seite zu erheben, um drey Zeichen entfernet. Es fällt also dieses Punct, welches ein Bewohner des Monds mit eben dem Rechte für den Anfang der Ecliptic annehmen könte, als die Bewohner der Erde den Widder zum ersten Zeichen machen, nach der gegenwärtigen Zeichnung in den zehnten Grad des Wassermanns, welches seine Länge auf $10^s, 10°$ setzet. Der aufsteigende Knote der Mondbahn hatte zur Zeit der Beobachtung ohngefehr die Länge von $10^s, 9°$ diese ist also nur um einen Grad kleiner als jene; welcher Unterschied gar wohl als ein Fehler der viel zu kleinen Zeichnung angesehen werden kan. Denn genauere Schlüsse entfernen diese zween Puncte kaum weiter von einander; und sie werden deswegen, und weil eine völlig genaue Bestimmung schwerlich möglich ist, für völlig einerley gehalten.

§. 1006. Nun wird der Winkel, welchen die Fläche der Ecliptic mit der Fläche des Gleichers des Monds einschliesset, oder die Abweichung des Pols der Ecliptic von dem Pole des Gleichers, deren Entwurf ohne einen sichtbaren Fehler die PQ vorstellet, also gefunden. Die vermittelst des Maaßstabes PD zu entdeckende Zahl der Grade des in MP entworfenen Bogens ist 74. Der in

PN entworfene Bogen aber mag deren 77 und etwas drüber enthalten. Beyde Bogen zusammen geben den in MN entworfenen, welcher von dem Pole des Gleichers, von welchem die Rede ist, gleich getheilet wird. Es kan also gesetzt werden, $MN = 151°, 12'$, und also, wenn Q diesen Pol in seiner völligen Richtigkeit bedeutet, $MQ = NQ = 75°, 36'$, wovon $MP = 74°$ abgezogen die Abweichung $PQ = 1°, 36'$ übrig läst. Durch eine viel grössere Arbeit sind nur einige wenige Minuten mehr oder weniger herausgebracht worden. T. XIII. F. 191.

Die Zeit eines Umlaufs.

§. 1007. Bey einer so geringen Abweichung der Fläche des Gleichers des Mondes von der Fläche der Ecliptic wird der Bogen, welchen ein Flecken desselben in einer gewissen Zeit um seine Axe beschreibet, genau genug durch die Zahl der Grade und Minuten gemessen, um welche eben der Flecken seine Länge, wie diese einem in den Mittelpunct des Mondes gesetzten Auge erscheinet, in eben der Zeit verändert. Da nun nach der (1001) angenommenen Beobachtung der Flecken Manilius in einer Zeit von 8 Tagen, 2 Stunden und 42 Minuten, das ist, in 11682 Minuten, seine Länge mit $3^s, 16°, 37'$, oder 6397 Minuten vermehret; und in der Zeit von 5 Tagen 1 Stunde und 30 Minuten, oder 7290 Minuten um $2^s, 6°, 5'$, welches 3960 Minuten beträgt: zu den drey Zahlen 11682, 6397, 7290 aber die vierte Proportionalzahl 3991 ist, welche von 3960 so sehr nicht abweichet; so machet diese Rechnung es sehr wahrscheinlich, daß das Drehen des Mondes um seine Axe gleichförmig sey, welches durch eine genauere Rechnung bestätiget wird. Bey so gestalten Sachen ist kaum zu zweifeln, daß die Bewegung des Mondes, welche wir hier betrachten, wie alle andern dieser Art, nachdem sie demselben einmal beygebracht worden ist, blos durch seine Trägheit unterhalten werde; und daß dabey seine Axe, und der mit dieser verbundene Gleicher nicht weiter von ihren Lagen abweichen, als nothwendig geschehen muß, wenn die zwo Linien, in deren einer die Fläche der Ecliptic von der Fläche des Gleichers des Mondes, in der andern aber von der Fläche seiner Bahn geschnitten wird, einander parallel bleiben sollen. Erst nach vielen Jahren kan es sich zeigen, ob hierinnen eine Veränderung vorgehe, und was es damit vor eine Bewandniß habe. Die bisherigen Beobachtungen sind nicht hinlänglich, uns hierinne eine völlige Gewißheit zu geben.

T. XIII. F. 191.

§. 1008. Wenn aber angenommen wird, daß die Linie, in welcher die Fläche der Ecliptic von der Fläche des Gleichers des Mondes geschnitten wird, immer der Knotenlinie seiner Bahn parallel sey; so kan die in der Oberfläche desselben gezeichnete Ecliptic, der wir uns bisher bedienet haben die Stellen der Flecken anzugeben, unmöglich beständig durch eben die Puncte dieser Oberfläche hindurchgehen. Die Puncte, in welchen diese auf den Mond gezeichnete Ecliptic von dessen Gleicher geschnitten wird, gehen bey so gestalten Sachen mit den Knoten seiner Bahn zugleich zurück, und kommen endlich, in beynahe neunzehn Jahren, ganz herum, indem zugleich der Pol des Mondes um den Pol dieser Ecliptic den kleinen Cirkel beschreibet, dessen Umkreis von dem letztern Pole um ohngefehr 1 Grad und 36 Minuten abweichet. Da nun der Pol des Mondes unbeweglich an demselben haftet, und also der Gleicher desselben immer durch die nehmlichen Puncte seiner Oberfläche hindurchgehet: so müssen die Puncte dieser Oberfläche nothwendig, nach einer gar nicht langen Zeit, in Absicht auf die Ecliptic und die Pole derselben, eine ganz andere Lage bekommen. In so ferne ist die auf den Mond gezeichnete Ecliptic einer beständigen Veränderung unterworfen, und also nicht geschickt die Lage der Flecken desselben auf eine Art zu bestimmen, die ohne Weitläuftigkeit zu allen Zeiten gebraucht werden könte. Man muß, wenn dieses schicklich geschehen soll, sich an den Gleicher des Mondes und dessen Pole halten, und sich durch diese Pole einen Mittagskreis vorstellen, welcher zugleich durch das Punct der Oberfläche, dessen Stelle anzugeben ist, hindurchgehe. Alsdann kan, vollkommen so wie bey der Erdbeschreibung gewöhnlich ist, die Breite des Puncts auf diesem Mittagskreise, von dem Gleicher nach dem nächsten Pole zu, genommen werden. Den Unterschied der Längen zweener dergleichen Puncte aber wird der Theil des Gleichers angeben, welcher zwischen den durch dieselben gelegten Mittagkreisen enthalten ist: und es hindert nichts einen dieser Mittagkreise, der sich vorzüglich dazu schicket, für den ersten anzunehmen, um von denselben die Längen selbst anzufangen.

§. 1009. Auf diese Eintheilung gründet sich eigentlich die genaue Rechnung, aus welcher die Gleichförmigkeit des Drehens des Mondes um seine Axe geschlossen wird: wie auch die Berechnung der Zeit, in welcher er mit dieser Bewegung ganz herumkömt. Wiewohl auch daraus, daß uns ein grosser Theil der Oberfläche des Mondes nie zu Gesichte komt, geschlossen werden kan, daß diese

Zeit

Zeit derjenigen, in welcher er seinen Umlauf um die Erde verrichtet, gleich seyn, und also 27 Tage 7 Stunden, 43 Minuten und 5 Secunden betragen müsse. Denn wäre jene Zeit grösser oder kleiner als diese, so müste der Mond nach vielen Jahren einen Theil seiner von uns abgekehrten Oberfläche gegen uns gewendet, und einen Theil der uns anfänglich sichtbaren, unserm Gesichte entzogen haben. Aus diesem Drehen des Monds um seine Axe, und aus derjenigen Bewegung, mit welcher sein Mittelpunct rings um die Erde herumgehet, folget nun die Erscheinung, nach welcher wir die verschiedene Flecken desselben nicht immer an eben der Stelle seiner Scheibe, sondern bald in einer kleinern bald in einer grössern Entfernung von dem Rande dieser Scheibe, oder ihren Mittelpuncte antreffen, und von Zeit zu Zeit an der einen Seite desselben uns einige Flecken verschwinden, indem an der entgegengesetzten andere zum Vorschein kommen. T. XIV. F. 191.

Länge des Mittelpuncts der Mondscheibe.

§. 1010. Die Fläche der 192sten Zeichnung sey die Fläche des Gleichers des Mondes, und in derselben O der orthographische Entwurf eines Auges, welches von der Oberfläche der Erde nach dem Monde siehet: welches Auge man sich demnach in der geraden Linie vorstellen muß, die durch O der Fläche des Blattes perpendicular stehet. L sey der Mittelpunct des Mondes, oder der orthographische Entwurf desselben in eben der Fläche, und der um diesen Punct L beschriebene kleine Kreis, der Entwurf seines Gleichers: da denn die Axe desselben, durch das Punct L, der nehmlichen Fläche des Blattes perpendicular seyn wird. Wenn man nun durch diese Axe und durch O eine andere Fläche leget, so wird diese Fläche auch selbst der Fläche des Entwurfs perpendicular, und gehet durch den eigentlichen Ort des Auges. Sie schneidet zugleich den Körper des Mondes, und bezeichnet dadurch in dessen Oberfläche denjenigen seiner Mittagskreise, dessen Fläche durch das Auge gehet, welchen Mittagskreis also dieses Auge sich als eine der geraden Linie vorstellet, die durch den Mittelpunct der ihr erscheinenden Mondscheibe hindurchgehen. Die von O nach L laufende OL ist der Entwurf dieser schneidenden Fläche, und AL der Entwurf des eben beschriebenen Mittagskreises, welcher durch den Mittelpunct der Mondscheibe gehet, und in welchem man sich zugleich da oder dort einen der Flecken des Mondes einbilden kan. T. XIV. F. 192.

T. XIV. F. 192.

§. 1011. Wird nun das Punct *O* geändert, welches meist immer geschiehet, wenn man sich in der Oberfläche der Erde ein anderes den Mond betrachtendes Auge vorstellet; so bekömt auch *OL*, und der Theil derselben *AL* eine andere Lage, bey welcher sie mit der zuerst angenommenen, an dieser oder jener Seite, einen Winkel einschliesset. Das versetzte Auge setzt den Mittelpunct in einen andern Mittagskreis des Mondes, denjenigen nehmlich, dessen Entwurf die neue *AL* ist, und welcher immer, an dieser oder jener Seite, bey dem in dem ersten angenommenen unbeweglich an der Oberfläche des Monds haftenden Puncte oder Flecken vorbey gehet. Diese Veränderung des Mittelpuncts muß nothwendig eine Veränderung in die Scheibe bringen, welche uns dem nach dem Auge gekehrten Theil der Oberfläche des Mondes vorstellet. Es betrift aber diese Veränderung, in soferne sie blos von der Versetzung des Entwurfs des Auges *O* herrühret, allein die Länge des Mittelpuncts der Scheibe, welche dadurch grösser oder kleiner wird, und hat in die Breite desselben keinen Einfluß. Aus der Horizontparallaxe des Mondes aber, oder dem Winkel, in welchem der halbe Durchmesser der Erde von demselben gesehen wird (528), ist zu schliessen, daß diese Veränderung der Länge des Mittelpuncts der Mondscheibe bis an zween Grade steigen könne.

§. 1012. Ob wohl also bey der Bestimmung des Mittelpuncts der Mondscheibe diese Art einer Parallaxe, welche von der Grösse der Erde herrühret, nicht übergangen werden muß, so können wir sie doch vors erste bey Seite setzen, welches geschiehet, wenn wir nunmehro annehmen, daß *O* der Entwurf des Mittelpuncts der Erde sey, und also dem Auge seine Stelle in der durch diesen Mittelpunct und durch die Axe des Monds gehenden Fläche anweisen. Ist nun der Mond in seiner Bahn so weit fortgerückt, daß der Entwurf seines Mittelpuncts, der anfänglich *L* war, gegenwärtig in *l* fällt: und also der um diesen Punct beschriebene kleine Kreis dessen Gleicher vorstellet; so würde, wenn der Mond in der Zeit dieses Uebergangs aus *L* in *l* sich um seine Axe nicht gedrehet hätte, die Vorstellung des Mittagskreises *LA* in *la* fallen, welche der *LA* durch *l* parallel ist. Hätte er sich so weit gedrehet, daß nunmehro das an seiner Oberfläche haftende Punct seines Gleichers *a*, in die *lO* fiele, und also der durch das Drehen der *la* beschriebene Winkel *alO*, dem *LOl*, welchen der Entwurf des Mittelpuncts des Monds bey seinem Uebergange aus *L* in *l* um *O* beschrieben hat, gleich wäre: so würde eben der Mittagskreis, welcher durch den Mittelpunct der Mondscheibe

hindurch-

hindurchgehet, noch immer den Gleicher in eben dem Puncte *A*, *a* schneiden; T. XIV. F. 192.
und die Länge dieses Mittelpuncts würde die vorige seyn. Denn der Mittagskreis des Mondes, in welcher dieser Mittelpunct lieget, ist kein anderer, als dessen Fläche durch *O* gehet. Nun ist aber der Winkel, welchen die *al* um das Punct *l* beschreibet, dem in eben der Zeit beschriebenen *lOL* gar selten gleich. Jener Winkel wächst gleichförmig, und bekomt in jeden gleichen Zeiten gleiche Zusätze (1009): die Winkel aber, welche der Mond in gleichen Zeiten in seiner Bahn um die Erde beschreibet, haben gar verschiedene Grössen; und diese Ungleichheit wird dadurch, daß diese Winkel in die Fläche des Gleichers orthographisch entworfen werden, welches in der gegenwärtigen Vorstellung geschehen, und dadurch der Winkel *LOl* erhalten worden ist, zwar zuweilen gemindert, aber auch öfters vergrössert. Wenn also der Entwurf des Mittelpuncts des Mondes in einer gewissen Zeit aus *L* in *l* übergegangen ist, so kan der Winkel *alb*, welchen der nach Belieben verlängerte Halbmesser seines Gleichers *la* indessen um *l* beschrieben hat, sowohl grösser als kleiner seyn, als *LOl*; wiewohl, da die Zeiten der beyden Umläufe gleich sind, der Unterschied eine gewisse Gränze nie übersteigen kan; sondern wieder abnehmen muß, nachdem er dieselbe erreichet hat. Alsdann aber ist der Winkel *blO* derjenige, um welchen in der Zeit des Uebergangs des Puncts *L* bis in *l* die Länge des Mittelpuncts der Mondscheibe vermehret wurde. Denn am Ende dieser Zeit befindet sich dieser Mittelpunct in der *lO*; das Punct des Gleichers aber, so an der Oberfläche des Mondes unbeweglich haftet, *a* oder *A* oder sein Entwurf, fällt in eben dem Zeitpuncte in die *lb*. Da also $alO = lOL$, so ist der Winkel *blO*, dessen Maaß die Veränderung der Länge angiebt, der Unterschied der beyden Winkel *LOl* und *alb*, deren ersterer der Mond in der Fläche seines Gleichers um die Erde beschrieben, um den zweyten aber sich in eben der Zeit um seine Axe gedrehet hat. Bey der genauern Betrachtung des Laufs des Mondes werden wir sehen, daß der Winkel *blO* bis ohngefehr zu 8 Graden anwachsen könne.

Breite des Mittelpuncts der Mondscheibe.

§. 1013. Was nun aber die Breite des Puncts anlangt, welches wir, indem wir von unserm in der Oberfläche der Erde befindlichen Orte nach dem Monde sehen, zum Mittelpuncte der Scheibe machen, die uns dessen Oberfläche vorstellet: so sey nunmehro die Bahn des Mondes, samt den übrigen

T. XIV. F. 193. hieher gehörigen Flächen auf eine Ebene entworfen, welcher die Knotenlinie dieser Bahn perpendicular ist. Die 193ste Zeichnung sey dieser orthographische Entwurf, und in demselben *N* der Entwurf der Knoten, samt der ganzen Knotenlinie, welche man sich demnach auf die Fläche des Blattes perpendicular vorstellen muß, wie auch des Mittelpuncts der Erde, durch welchen diese Linie hindurchgehet. Die nach Belieben zu verlängernde *AB* sey der Entwurf der Fläche der Ecliptic, mit welcher die durch eben das Punct *N* gezogene *CD* einen Winkel von 1 Grad und ohngefehr 36 Minuten einschliesset: *ENF* aber sey der Entwurf der Bahn des Mondes, welches seyn wird, wenn der Winkel *FNB* fünf Grade um eine Zahl von Minuten übertrift, die nicht grösser ist, als 18. Alsdenn lieget *CD* der Fläche des Gleichers des Mondes parallel, und der Winkel *FND*, welchen die Fläche seiner Bahn mit dieser *CD* einschliesset, kan beynahe auf 3 Grade und 40 Minuten gesetzt werden. Wird nun *FN* für die Entfernung des Monds von der Erde angenommen, oder für den Halbmesser seiner Bahn, welche wir uns auch hier cirkelrund vorstellen, und *FD* der *CD* perpendicular gezogen, so bekomt, da *NF* aus beynahe 60 Halbmessern der Erde bestehet (530), diese *FD* eine Länge von nicht gar vier dergleichen Halbmessern. Um so viel entfernet sich der Mittelpunct des Mondes höchstens von der in *CD* entworfenen Fläche: welcher er, ausser wenn er sich in dem bey *F* entworfenen und dem diesem *F* entgegengesetzten Puncte seiner Bahn befindet, immer näher ist. Denn bey den Puncten dieser Bahn, deren Entwurf in *L* fällt, ist *LM* seine Entfernung von der Fläche *CD*, welche desto kleiner wird, je mehr man *L* dem *N* nähert, und bey dem Puncte *N* gar verschwindet. Mit den in der andern Hälfte der durch die Knotenlinie getheilten Bahn aber hat es eben die Bewantniß, ausser daß hier der Mond sich von der Fläche *CD* an der andern Seite entfernet.

§. 1014. Da der Mond bey seinem Umlanse um die Erde seinen Gleicher mit sich nimmet, von welchem gesetzt wird, daß er bey diesem ganzen Umlaufe immer in eine der Flächen falle, die der in *CD* entworfenen parallel sind; so muß, indem derselbe durch einen der Knoten seiner Bahn gehet, deren Entwurf *N* ist, selbst die *CD* diese Fläche vorstellen, welche zugleich durch den Mittelpunct der Erde gehet, und in der Oberfläche derselben eine Menge von Stellen angiebt, aus deren jeder der Mittelpunct der Mondscheibe ohne einige Breite gesehen wird, wiewohl aus einigen mit einer grössern und aus andern mit einer kleinern

nern Veränderung seiner Länge. Stellet aber L den Ort des Monds in einiger Entfernung von dem nächsten Knoten vor, und also die durch seinen Mittelpunct der CD parallel laufende LG die Fläche seines Gleichers: so kan zwar diese LG die Erde ebenfals treffen, wenn NL klein genug ist: bey einer grössern Entfernung aber wird sie bey derselben vorbey gehen. Geschiehet das erste, so fallen wieder unendlich viele Puncte der Erde in die Fläche des Gleichers des Monds, aus deren jedem der Mittelpunct der Scheibe ohne Breite gesehen wird. In dem zweyten Falle aber ist kein dergleichen Punct auf dem Erdboden anzugeben: sondern es sehen alle Bewohner derselben den Mittelpunct ihrer Mondscheibe, ausser seinem Gleicher, einige mit einer kleinern und andere mit einer grössern Breite. Und es ist nicht schwer diese Breite auszumachen, wenn nur die Entfernung des angenommenen Auges von der Fläche LG bekant ist. T. XIV. F. 193.

§. 1015. Denn wenn in der 194sten Zeichnung L wieder den Mittelpunct des Mondes, O aber den in der Oberfläche der Erde irgendwo angenommene Ort des Auges bedeutet: und man schneidet den Mond durch seine Axe und durch das Punct O vermittelst einer Fläche, die perpendicular auf die Fläche seines Gleichers fallen, und diese in einer geraden Linie LP schneiden wird; so wird in der Oberfläche des Monds der durch den um L beschriebenen Cirkel vorgestelte Mittagskreis bezeichnet, in welchem der Mittelpunct der dem Auge O erscheinenden Mondscheibe anzutreffen ist, und die Breite dieses Mittelpuncts wird durch das Maaß des Winkels OLP angegeben. Es ist aber OP die als bekant angenommene Entfernung des Auges O von der Fläche des Gleichers des Monds, die LO aber ist von der LN der vorigen 193sten Zeichnung sehr wenig verschieden, und kan auf allem Fall auch genauer berechnet werden. Hat man aber diese LO, so wird in dem bey P rechtwinklichten Dreyecke PLO, aus den zwo Seiten LO und OP, der Winkel OLP allerdings gegeben. Man siehet nach einer gar kleinen Ueberlegung, daß die PO die Grösse von fünf Halbmessern der Erde nie gar erreichen könne, weil sie nicht grösser werden kan als die Summe der FD in der 193sten Zeichnung, und des Halbmessers der Erde. Da der halbe Durchmesser der Erde aus dem Monde ohngefehr in einem Winkel von einem Grade gesehen wird, so kan die gröste Breite, welche der Mittelpunct der Mondscheibe erreichet, beynahe auf fünf Grade gesetzt werden. T. XIV. F. 194.

§. 1016.

T. XIV. F. 194. §. 1016. Auf diese Betrachtung nun liessen sich die Rechnungen gründen, vermittelst welcher die Längen und Breiten eben des Mittelpuncts für jeden gegebenen Zeitpunct, und für jeden Ort des Erdbodens, aus welchem der Mond betrachtet wird, zu finden wäre. Es würde aber der Nutze dieser Bestimmung in dem folgenden bestehen, wobey vorausgesetzt wird, daß man mit einer Karte, oder welches viel besser ist, mit einer Kugel versehen sey, auf welche der Gleicher des Monds, samt dessen Polen gezeichnet, und nach denselben alle Flecken, die uns an der Oberfläche des Monds erscheinen, jeder nach seiner wahren Länge und Breite, wie diese ein geschickter Bewohner des Mondes angeben würde, geordnet sind. Würde nun auf dieser Kugel der für eine gewisse Zeit und einen gewissen Ort des Erdbodens berechnete Mittelpunct der Scheibe abgestochen, und dieser Punct zum Pole einer Halbkugel gemacht, indem man um denselben einen ihrer grösten Cirkel herum beschriebe: so würde der Umkreis dieses Cirkels nicht merklich grösser seyn als der zu jener Zeit an demselben Orte sichtbare Umkreis der Mondscheibe, und man würde die Flecken, durch welche dieser Umkreis hindurchgehet, samt der Lage und Ordnung aller übrigen entdecken, so daß man in dem Stande wäre, davon eine deutliche Vorstellung zu machen, als wozu ein orthographischer Entwurf der Halbkugel völlig hinlänglich wäre. Bey dem allen wäre diese Arbeit mühsam, und von einem geringen Nutzen. Die umständliche Entdeckung der Ursachen des scheinbaren Hin- und Herschwankens des Monds, oder der so genanten Libration desselben, ist für uns das wichtigste, und wir können uns nunmehro zu der Sonne wenden, deren Axe, samt der Zeit, in welcher sich dieser herrliche Weltkörper um dieselbe herumdrehet, ebenfals auszumachen war.

Von den Sonnenflecken.

§. 1017. Es erscheinet uns aber die Sonne, auch wenn wir sie durch ein Fernrohr betrachten, als ein in allen ihren Theilen gleich starke mit den hellesten und lebhaftesten Glanz belegte Scheibe, welcher dem Auge unerträglich und endlich verderblich seyn würde, wenn man sich nicht dabey sehr wenig durchsichtiger, oder stark mit Lampenruß bedeckter Gläser bediente, welche den grösten Theil des Lichts abhalten. Wir könten also an der Oberfläche der Sonne keine Bewegung merken, wenn sich nicht von Zeit zu Zeit Flecken an derselben zeigten, welche dienen können einige Theile dieser Oberfläche von den übrigen zu unterscheiden. Denn es sind diese Flecken nicht beständig, sondern sie entstehen und verschwinden

wieder

wieder, ohne sich im geringsten an einige Zeit zu binden. Doch dauren einige derselben zuweilen einen bis zwey Monathe und drüber, und alsdann merket man an denselben eine Bewegung, vermöge welcher sie an dem, einem Bewohner der Erde nach Morgen gekehrten Rande der Sonne, zum Vorschein kommen, und an der Abendseite wieder verschwinden, nachdem sie die ganze Scheibe der Sonne in beynahe 14 Tagen, in einer mehr oder weniger gekrümten Linie, durchlaufen haben. Diese Bewegung haben alle Flecken mit einander gemeinschaftlich, auch diejenigen, welche in einer mehr oder weniger von dem Rande der Sonnenscheibe entferneten Gegend zuerst entstehen, oder daselbst verschwinden. Uebrigens aber sind die Wege, welche das Auge auf die Sonnenscheibe entwirft, wenn man verschiedene an verschiedenen Stellen derselben sichtbare Flecken viel Tage nach einander betrachtet, dergestalt gekrümmet, und liegen dergestalt gegen einander, daß daraus geschlossen werden muß, es haben die Flecken ihren Sitz selbst in der Oberfläche der Sonne, und haften unbeweglich an derselben. Wenigstens muß ihre Bewegung in dieser Oberfläche gar gering seyn, da wir sie nicht merken können. Die Betrachtung des orthographischen Entwurfs der Wege, welche die in der Oberfläche der Erde liegende Städte, Berge und andere Merkmaale einem in die Sonne gesetzten Auge, bey dem täglichen Umlaufe dieses Planeten, zu beschreiben scheinen würden, kan hiebey zu einer Erläuterung dienen. T. XIV. F. 194.

§. 1018. Die Gestalt der Sonnenflecken ist gar nicht regelmäßig, und schwerlich sind jemals zween derselben einander ähnlich, oder von eben der Grösse, gesehen worden. Ja es verändert sich gemeiniglich jeder besonderer Flecken, so lang er sichtbar ist, mit der Zeit, und theilt sich wohl in zween oder mehrere. Meistentheils sind sie wie mit einem Dampfe und Schatten umgeben, welcher mehr Licht hat als der innere Kern, und auch dieser Kern ist nicht durchaus gleich dunkel. Man hat dieser Flecken verschiedene gesehen, deren Durchmesser nicht kleiner war, als eine Minute, und also den Durchmesser der Erde mehr als dreymal übertraf, welcher aus der Sonne in einem Winkel gesehen wird, der dreymal genommen beträchtlich weniger gibt, als eine Minute. Ueberhaupt aber erscheinet eben der Flecken, welcher nahe an der Mitte der Sonnenscheibe nach allen Seiten beynahe gleich ausgedehnet war, desto mehr länglicht, je mehr er sich ihrem Rande nähert, bis er ganz nahe an demselben zu einem dünnen dem Rande parallel liegenden Streiffen wird. Aus allen diesem wird geschlossen, daß die Sonnenflecken nichts anders seyn können, als Theile ihrer Oberfläche,

T. XIV. F. 194. welche auf einige Zeit ihr Vermögen zu leuchten verlohren, oder doch an demselben eine starke Verminderung erlitten haben. Wären sie Planeten, die, wie die übrigen, um die Sonne lauffen, so müsten sie uns immer in eben der Gestalt und Grösse erscheinen. Wären sie aber dichte Dampfwolken, so ist nicht gläublich, daß sie ihre Gestalt so lange behalten könten, als sie es würklich thun, und ihren Ort auf der Oberfläche der Sonne so gar wenig verändern solten.

§. 1019. Wie aber und durch was für Ursachen einigen Theilen der Oberfläche der Sonne ihr Vermögen zu leuchten von Zeit zu Zeit entzogen werde, ist schwerlich mit einiger Zuverläßigkeit zu sagen, da uns von der Beschaffenheit der Körper, die sich in dieser Oberfläche aufhalten, so wenig bekant ist. Wenn wir auf den hellen Glanz sehen, mit welchem die Sonne den ungeheuren Raum, in welchem sich die Planeten um dieselbe herum bewegen, so stark erleuchtet, daß den Bewohnern der Erde dieses Licht öfters so gar beschwerlich wird, und erwegen, daß nach aller Wahrscheinlichkeit, sich die Strahlen derselben wenigstens bis zu den äusersten uns noch sichtbaren Fixsternen erstrecken; aber auch dabey nicht vergessen, daß der geringe Theil dieser Lichtstrahlen, welcher die Erde erreichet, fast die einzige Ursache aller Wärme sey, so dieselbe belebet, gegen welche die Würkung aller Feuer, die in und auf der Erde brennen, kaum in einige Betrachtung kommen kan. So haben wir einen Grund die Sonne durchaus für feurig, oder doch über und über mit einer brennenden oder glüenden Materie überdeckt zu halten, und es kan uns keinesweges unwahrscheinlich scheinen, daß diese Materie flüßig sey, da selbst unser Feuer einen grossen Theil der Körper, mit welchen wir hier auf der Erde umgehen, zu schmelzen pflegt. Alsdenn aber können wir uns vorstellen, daß diese ungeheure glüende, und dadurch in eine heftige Wallung gesetzte See, bey welcher über dieses die anziehende Kraft der Planeten eine Art von einer sehr veränderlichen Ebbe und Fluth verursachen muß, sich von Zeit zu Zeit von einigen der innern festen Theile der Sonne, welche sie vorher bedeckt hatte, zurück ziehe, welche sodann als Inseln hervorragen, und weil sie schwach oder gar nicht brennen, uns so lang als dunckle Flecken erscheinen werden, bis sie eine neue Ueberschwemmung bedecket.

§. 1020. Es folget aber aus diesem Begriffe, daß die Sonnenflecken meist immer an eben den Stellen ihrer Oberfläche entstehen müßten, nehmlich an denjenigen, welche der angenommenen Ueberschwemmung vorzüglich ausgesetzt sind; welches

welches die Erfahrung nicht bestätiget. Wir können aber auch in dem innern festen Theile der Sonne heftige Feuer vermuthen, welche grosse Strecken des Bodens der ihn bedeckenden glüenden See, welche eben deswegen, weil sie so tief lagen, wenig branten, von Zeit zu Zeit über ihre Oberfläche erheben, und sie dadurch zu dunkeln Inseln machen. Wir wissen, daß auf unserer Erde nicht nur hohe Berge, sondern auch viele grosse Inseln durch die Würkung der unterirdischen Feuer entstanden sind; unter welchen diejenige ist, welche im Archipelagus bey Santerin, zum Anfange des gegenwärtigen Jahrhunderts, zusehens hervor gekommen, unter den heftigsten Erschütterungen, durch ausgeworfene brennende Materien vergrössert worden, und in wenigen Jahren bis zu einem Umfange von beynahe vier Meilen angewachsen ist. Die Historie erwähnet vieler andern dergestalt aus dem Grunde der See erhabener Erdstrecken, welche seit dem die bequemsten Wohnplätze für Menschen und Thiere abgeben. Die viel häufiger in der Sonne entstehende Inseln aber mögen, durch das heftige Feuer der sie umgebenden See, nach und nach entzündet, zum Theil verzehret und dergestalt auseinander geworfen werden, daß die Plätze, auf welchen sie stunden, nach einiger Zeit von der übrigen Oberfläche der Sonne nicht mehr zu unterscheiden sind. Vielleicht läßt sich dieses hören; wer kann uns aber sagen, ob diese oder eine andere Erklärung die richtige sey? die Sonne hat alle Würkungen unsers Feuers: können aber diese Würkungen nicht auch von etwas andern herrühren, so eigentlich kein Feuer ist? Oder, wenn wir einen jeden Körper, der uns Wärme und Licht giebt, feurig nennen wollen, so ist zu beweisen, daß das Sonnenfeuer von der Art desjenigen sey, dessen wir uns auf der Erde bedienen, und in eben dergleichen Körper würke, bevor wir von dem einen auf das andere schliessen. T. XIV. F. 194.

Lage der Sonnenaxe, und Zeit ihres Umlaufs.

§. 1021. Wir gebrauchen aber hier die Sonnenflecken als blosse Merkmaale, vermittelst welcher wir einige Puncte der Oberfläche der Sonne von den übrigen unterscheiden; und bey dieser Absicht ist uns an ihrer Beschaffenheit und an der Art, wie sie entstehen, und wieder verschwinden, wenig gelegen. Es kan aber ein jeder solcher Flecken, der lange genug dauret, gebraucht werden, die Lage der Axe der Sonne in Ansehung der Fläche der Ecliptic zu finden, und dadurch die Linie anzugeben, in welcher die Fläche des Gleichers der Sonne jene Fläche schneidet, samt den Winkel, welchen diese beyde Flächen mit einander ein-

T. XIV. F. 194. schliessen: doch sind diejenigen Flecken, deren Bahnen, welche sie bey dem Drehen der Sonne um ihre Axe zu beschreiben scheinen, sich dem Mittelpuncte der Sonnenscheibe am meisten nähern, auch hier den übrigen vorzuziehen, weil sie die gröste Richtigkeit geben. Man bemerket in drey Zeitpuncten, die weit genug von einander entfernet sind, um wieviel der gewählte Flecken mehr oder weniger von unserm Gleicher abweiche, als der Mittelpunct der Sonnenscheibe, wie auch was dieser Punct vor dem Flecken, oder der Flecken vor dem Mittelpuncte, für einen Vorsprung habe: und schliesset daraus den Unterschied der Längen und der Breiten eben der zween Puncte, des Flecken nemlich und des Mittelpuncts, wie diese von dem Beobachtungsplatze gesehen worden, dessen Entfernung von dem Mittelpuncte der Erde hier in keine Betrachtung kömt, da die Sonne so gar weit von uns abstehet. Aus diesen Unterschieden, und den bekanten Stellen, welche der Mittelpunct der Erde in jedem der angenommenen drey Zeitpuncte in der Ecliptic einnahm, wird nun ferner, eben so wie dieses bey dem Mond geschehen konte (998...), die Länge und Breite entdecket, welche ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge dem Flecken in eben den Zeitpuncten zuschreiben würde. Worauf denn, vermittelst des stereographischen Entwurfs (1002), der eine Pol der Sonne berechnet, und alles übrige, wie bey dem Monde, ausgemacht werden kan.

§. 1022. Der auf diese Art zu entdeckende Winkel, welchen die Axe der Sonne mit der Axe der Ecliptic, und die Fläche ihres Gleichers mit der Fläche der Ecliptic, einschliesset, hält beynahe $7\frac{1}{2}$ Grad, und die Linie, in welcher diese beyden Flächen einander schneiden, erstrecket sich von dem achten oder zehnten Grad der Zwillinge, nach dem eben so vielsten Grade des Schützen. Ob hierinne einige Veränderung vorgehe, muß die Zeit lehren. Der ganze Umlauf der Sonne um ihre Axe aber, in Ansehung der Ecliptic, welche auch hier als unbeweglich angesehen wird, geschiehet in 25 Tagen, 14 Stunden und 8 Minuten.

Umlauf der übrigen Planeten.

§. 1023. Der Planet Jupiter hat die Gestalt einer gedruckten Kugel, deren kleinster Durchmesser sich zu dem grössesten wie 13 zu 14 verhält. Auf seiner Oberfläche erscheinen bald mehrere bald wenigere veränderliche Streiffen, der Ecliptic parallel, und zuweilen zeigt sich auf derselben ein Flecken, aus dessen Bewegung

wegung geschlossen werden konte, daß dieser Planet sich in der kurzen Zeit von 9 Stunden und 56 Minuten einmal um seine Axe herumdrehe, welche der kleinste seiner Durchmesser ist, und auf der Fläche der Ecliptic beynahe perpendicular stehet, so daß die Fläche seines Gleichers von der Fläche der Ecliptic gar wenig, und schwerlich mehr als um einen Winkel von drey Graden, abweichet. T. XIV. F. 194.

§. 1024. Auf der Oberfläche des Mars erscheinen grosse Flecken, die zwar veränderlich sind, aber doch dienen konten die Forscher zu versichern, daß auch dieser Planet, und zwar in der Zeit von 24 Stunden und 40 Minuten, sich um seinen Mittelpunct drehe, wie auch daß die Axe dieser Bewegung der Fläche seiner Bahn beynahe perpendicular sey. Auf der Oberfläche der Venus aber können kaum in den mehr mittägigen Ländern, bey völlig heiterer Luft, einige Flecken bemerket werden, aus welchen geschlossen worden ist, daß ihr Umlauf in 23 Stunden und 22 Minuten geschehe. Ein neuerer italiänischer Astronom vergrössert in der That diese Zeit gar sehr, indem er sie auf 24 Tage und 8 Stunden setzet, aber mit wenigem Beyfalle. An den zween übrigen Planeten, dem Saturnus und dem Mercur, sind keine Flecken zu sehen. Es läst sich also die Zeit, in welcher sie sich um ihren Mittelpunct, und eine durch denselben gehende Axe herumdrehen, durch die Beobachtung nicht bestimmen. Denn daß sie sich dergestalt drehen, ist wohl nicht zu zweifeln.

Der Astronomischen Vorlesungen

achtzehnter Abschnitt.

Von dem Rückgange der Nachtgleichen.

Was für Bewegungen bey der Axe eines Planeten statt finden.

§. 1025.

Wir haben bisher die Axen der Weltkörper als unbeweglich betrachtet, das ist, wir haben denselben keine andere Bewegung zugeschrieben, als die sie dadurch bekommen, daß der Mittelpunct des Körpers, zu welchen die Axe gehöret, in seiner Bahn fortrücket. Es bleibt nehmlich, nach den bisherigen Begriffen, bey aller dieser Bewegung des Mittelpuncts, die durch denselben hindurchgehende Axe sich selbst parallel, und schliesset bey ihrer Verlängerung mit einer jeden unbeweglichen Fläche Winkel ein, die beständig eben die Grösse behalten, und nach eben der Seite gerichtet sind: so daß, wenn in der 195sten Zeichnung *PQ* eine unbewegliche Fläche vorstellet, welche die Axe eines Weltkörpers *AB* bey ihrer Verlängerung in *B* antrift, eben die Axe, nachdem sie mit dem Mittelpuncte ihres Körpers in *ab* übergegangen ist, da sie eben die Fläche *PQ* in dem Puncte *b* erreichet, die von den nach Belieben angenommenen Puncten *A* und *a* dieser Axen auf die Fläche *PQ* perpendicular fallende *AC* und *ac* in dieser Fläche die Linien *BC*, *bc* bestimmen werden, die einander so wohl parallel sind, als *ab* der *AB* parallel ist, und mit den Axen die einander gleichen Winkel $ABC = abc$ einschliessen: wodurch die rechtwinklichten Dreyecke $ABC : abc$ einander ähnlich, und ihre Flächen gleichfals parallel werden. Wir haben gesehen, daß, so lang bey einem Weltkörper keine grössere Veränderung vorgehet, als diejenige ist, welche Ueberschwemmungen und Erdbeben, samt deren Folgen, bey der Erde zu verursachen

T. XIV. F. 195.

chen pflegen, die vorzügliche Axe dieses Körpers, deren Eigenschaften (990.) hinlänglich erkläret worden sind, immer durch eben die Puncte der Oberfläche derselben hindurch gehen werde: und daß, ohngeachtet dieser Körper nicht genau kugelrund, sondern, wie unsere Erde, bey seinen Polen zusammen gedrücket ist, dennoch keine Kraft, welche alle Theile desselben nach Linien, die einander sämtlich parallel sind, mit eben der Geschwindigkeit beweget, in dem eben beschriebenen Stande dieser Axe einige Veränderung verursachen könne. Es würde nehmlich bey jeder Dauer der Würkung einer solchen Kraft, und selbst bey jeder Veränderung der Richtung, nach welcher sie alle Puncte des Körpers in Bewegung setzet, sowohl *ab* der *AB*, und *bc* der *BC* parallel bleiben, als auch der Winkel *abc* seine vorige Grösse *ABC* behalten. T. XIV. F. 195.

§. 1026. Es sind aber die Bedingungen, bey welchen die Axe der Erde dergestalt in ihrer einmal angenommenen Lage verharren würde, bey dieser keinesweges in der völligen Strenge anzutreffen. Die schiefe Lage des Gleichers derselben in Absicht auf die Fläche der Ecliptic, in welcher sich der Mittelpunct der Sonne befindet, gestattet nicht, daß die daselbst über den Inbegrif einer völlig runden Kugel erhabene Theile derselben gleich stark gegen diesen Punct gezogen werden. Der Mond thut dabey noch mehr, indem er stärker als die Sonne in die Erde würket, und vielleicht tragen auch einige Planeten das ihrige bey, die Axe der Erde nach und nach von ihrer vorigen Lage abzubringen.

§. 1027. Bey dieser Abweichung finden zwo Bewegungen statt, deren keine von der andern abhängig ist, so daß sowohl jede derselben vor sich bestehen kan, als auch beyde zugleich da seyn können. Durch die erste wird der Winkel *ABC* verändert, welchen die Axe mit der Fläche der Ecliptic einschliesset. Dieses kan geschehen, ohne daß deswegen die Linie *BC* oder die Fläche *ABC* aufhöre in der Lage zu verharren, bey welcher jede *abc* der *ABC* und jede *bc* der *BC* parallel ist, und sich nach eben dem Puncte der unendlich grossen in der Fläche *PQ* verzeichneten und getheilten Ecliptic erstrecket. Nur wird dadurch der Winkel, welchen die mit der *AB* unbeweglich verknüpfte Fläche des Gleichers der Erde mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, nothwendig geändert, obwohl mit der *bc* auch die Linie, in welcher diese beyden Flächen einander schneiden, und dadurch den Anfang der Ecliptic bestimmen, sich immer parallel bleibt. Die zweyte

Bewe-

T. XIV. F. 195. Bewegung bestehet in der Veränderung der Linie BC, welche um das Punct B, nach dieser oder jener Seite, ringsherum gehen kan, ohne daß dadurch der Winkel ABC grösser oder kleiner würde. Bey dieser Bewegung wird die Fläche ABC mit genommen, und drehet sich zugleich um die BD, welche der Fläche PQ perpendicular ist, und mit dem Puncte B zugleich in bd übergehet. Diese BD, bd ist die Axe der Ecliptic, mit welcher die Axe der Erde den Winkel ABD, abd einschliesset, welcher so lang ABC, abc seine Grösse behält, auch selbst unverändert bleibt. Um diese Axe BD würde also die AB, bey dieser Bewegung der Fläche ABC, die Oberfläche eines geraden Kegels beschreiben, wenn das Punct B indessen an seiner Stelle verharrete; und man kan sich, ohngeachtet B in b übergehet, diese conische Bewegung der AB dennoch vorstellen, wenn man nur den Uebergang des B in b in den Gedanken bey Seite setzt, oder den ganzen Zwischenraum Bb, so groß er auch seyn mag, als nichts betrachtet; welches in der That geschiehet, indem man sowohl bd als BD als die Axe der Ecliptic ansiehet.

§. 1028. Es ist aber die Fläche ABC, welche durch die Axe der Ecliptic DB, und zugleich durch die Axe der Erde AB hindurch gehet, diejenige, in welcher an der Himmelskugel der Colur der Sonnenwenden gezeichnet wird; und dieser Fläche ist die in der PQ liegende Linie BE, in welcher diese PQ von der Fläche des Gleichers geschnitten wird, immer perpendicular, welches nicht seyn könte, wenn nicht auch der Winkel CBE gerade wäre. Wenn also die Fläche ABC sich um die Axe DB herumdrehet, so gehet auch die BE in der Fläche PQ um das Punct B herum, und erstrecket sich immer nach andern und andern Puncten der ins unendliche erweiterten Fläche PQ. Nun wird in der verlängerten BE der Anfang der Eintheilung der Ecliptic genommen, deren Mittelpunct man sich immer in B vorstellen kan. Es wird also dieser Anfang durch die Bewegung, welche wir vor uns haben, geändert, und rücket mit der PE immer weiter und weiter fort. Eben dieser Anfang der Ecliptic ist auch das Punct der Nachtgleiche unsers Frühlings, von welchem bereits an verschiedenen Stellen angemerket worden ist, daß er an den Sternhimmel, wider die Ordnung der Zeichen, zurückgehe. Nunmehro ist es uns um die Ursache dieses Rückgangs zu thun; und da derselbe von der conischen Bewegung die Erdaxe AB um die Axe der Ecliptic DB herrühret, so ist der eigentliche Grund dieser conischen Bewegung

gung zu untersuchen, ohne dabey die Veränderung des Winkels *ABC* oder *ABD* T. XIV. F. 195.
ausser Acht zu lassen. Auf die Axen der Sonne, des Mondes und der Planeten, von welchen wir wissen, daß sie sich um ihren Mittelpunct herumwälzen, dürften wir hier nicht besonders sehen, wenn wir auch im Stande wären, die Abhandlung derselben zu unternehmen, da sie von so geringen Nutzen ist. Wir werden bey der Erdaxe Schwürigkeiten genug antreffen, welche uns zwingen werden mit einer Erklärung der gröbern Umstände zufrieden zu seyn, welche jedoch auch, durch eine gekünstelte Nachahmung der conischen Bewegung solcher Axen, erläutert werden sollen.

Gründe der Bewegung der Axe einer Scheibe.

§. 1029. Es sey *ADBE* (*Tab. XIV. Fig.* 196.) eine unbeugsame kör- T. XIV. F. 196.
perliche Scheibe, durch die zween Durchmesser *AB*, *DE* in vier Quadranten getheilet. In jedem dieser Quadranten lieget eines der Puncte *F*, *G*, *H*, *K*, wie ein jedes anderes in dem seinigen. Das ist, es ist *F* in dem Quadranten *BCD* so weit von *AB* entfernet, als *G*, *H* oder *K* von demselben entfernet sind: und eben so verhält es sich auch mit den Entfernungen eben der Puncte von dem andern Durchmesser *DE*. In jedes dieser vier Puncte *F*, *G*, *H*, *K* würket eine Kraft, deren Richtung der Fläche der Scheibe perpendicular ist: so daß, wenn man sich durch *C* eine Linie dieser Fläche perpendicular vorstelt, welche die vorzügliche Axe der Scheibe seyn wird, die Richtungen der vier Kräfte sämtlich dieser Axe parallel werden. Es würken aber die vier Kräfte nach diesen Richtungen nicht alle nach eben der Seite; sondern, wenn man sich, grösserer Deutlichkeit wegen, die Scheibe horizontal vorstellet, so würken zwo derselben *F* und *G* niederwärts, und die übrigen *H*, *K* aufwärts: übrigens aber sind die vier Kräfte einander sämtlich gleich. Man hat zu grösserer Deutlichkeit die zween Quadranten, in welchen die nach der einen Seite würkende Kräfte angebracht werden sollen, mit + bezeichnet, und die übrigen, deren Kräfte nach der entgegengesetzten würken, mit —. Es können den vier zuerst angenommenen Kräften vier andere zugesetzt werden, die grösser oder kleiner als die vorigen, einander aber ebenfals gleich sind, und auf die angezeigte Art in vier Puncte der Scheibe würken, deren jeder in seinem Quadranten so liegt, wie jeder der übrigen in dem seinigen; und diesen wieder vier andere, mit welchen es eben die Bewantniß hat, und so ohne Ende. Ja wir könten die Kräfte, mit eben dem Erfolge, auch anders annehmen, wenn es unser gegenwärtiger Zweck erfoderte.

T. XIV. F. 196. §. 1030. Es ist aber der Erfolg aller dergestalt angebrachten Kräfte, so viele deren auch seyn mögen, dieser. Wenn der Durchmesser *AB* bey *A* und *B* unterstützt wird, so geben die Kräfte einander ein völliges Gleichgewicht: denn die vier ersten leisten dieses, und so auch die vier andern, und jede vier der übrigen, welche zusammen gehören. Es kan also die Scheibe von der geringsten Kraft um *AB* gedrehet werden, sowohl wenn diese Linie *AB* ruhet, als auch wenn sie selbst in einer Bewegung stehet; nur müssen, wie angenommen worden ist, die Kräfte bey jeder Lage der Scheibe gerade in dieselbe würken. Wird aber der Durchmesser *DE* unterstützt, so ist es klar, daß sich die Scheibe dergestalt um denselben drehen werde, daß die Puncte *A* und *B* einen Cirkel beschreiben, in dessen Fläche zugleich die Axe fortgehen wird. In den Mittelpunct der Scheibe *C* aber haben alle diese Kräfte keinen Einfluß, welcher denselben in Bewegung setzen könte. Denn es wird dieser Punct von den in der Hälfte der Scheibe *DEA* angebrachten Kräften eben so stark nach der einen Seite getrieben, als von den in der Hälfte *DEB*, nach der entgegengesetzten. Er bleibt im Gleichgewicht, und kan, ohngeachtet sich die Scheibe um *DE* drehet, einer jeden in denselben würkenden Kraft folgen, und jede ihm eingedrückte geradlinichte Bewegung fortsetzen.

§. 1031. Dieses sind die Würkungen der bey der Scheibe angebrachten Kräfte, welche erfolgen, wenn diese vor sich sonst keine andere Bewegung hat, als die ihr die angenommenen Kräfte beybringen. Alsdenn wächset die Bewegung der Scheibe um *DE*, so lang die Kräfte fortfahren in dieselbe zu würken, beständig; weil, da sie vor sich ohne Veränderung fortdauren würde, alle Augenblick ein neuer Zusatz dazu komt. Zwar ist der Zusatz, welchen diese Bewegung in einem unendlich kleinen Zeitraume empfängt, auch selbst unendlich klein, und also auch die Bewegung, bald nach ihrem Anfange, sehr langsam. Es hindert aber dieses nicht, daß mit der Zeit ihre Geschwindigkeit so groß werde, als man will. Befindet sich nun die Scheibe über dieses auch in dem Zustande einer Bewegung, mit welcher sie sich ohne Aufhören, und ohne Veränderung der Geschwindigkeit, um ihren Mittelpunct *C*, und die durch denselben ihrer Fläche perpendicular gehende Axe, herumdrehen würde: so folget aus dieser und der wachsenden Bewegung, welche ihr die in *F*, *G*, *H*, *K* ꝛc. würkende Kräfte beybringen, eine ganz andere Art des Drehens, welches wir umständlich erwegen müssen.

§. 1032.

§. 1032. Wir können hiebey, zu einer desto grössern Deutlichkeit, den nachfolgenden Satz voraussenden. Wenn AB, CD (*Tab. XIV. Fig.* 197.) die Wege sind, welche von den Puncten A, C in eben der Zeit T beschrieben werden, der erste AB mit einer Geschwindigkeit, die in der ganzen Zeit T eben dieselbe bleibt, der zweyte CD aber mit einer solchen, die mit der Zeit gleichförmig anwächset, und also in einer doppelten Zeit zweymal so groß wird, in einer dreyfachen dreymal so groß und so ferner: t aber bedeutet einen beliebigen Theil der Zeit T, in welchem das Punct A den Weg Ab zurück legt, und C den Weg Cd machet: so kan t immer so klein genommen werden, daß, obwohl der mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit beschriebene Weg AB viel kleiner ist, als der andere CD, doch Ab nach Willkühr grösser werde als Cd. Denn aus dem Begriffe einer gleichförmigen Geschwindigkeit folgt $T : t = AB : Ab$, oder $Ab = \frac{t.\,AB}{T}$; von einer gleichförmig anwachsenden Geschwindigkeit aber wird erwiesen $TT : tt = CD : Cd$, woraus folgt $Cd = \frac{tt.\,CD}{TT}$. Es ist also $Ab : Cd = \frac{t.\,AB}{T} : \frac{tt.\,CD}{TT}$; das ist, wenn man beyderseits durch $\frac{t}{T}$ dividiret: $Ab : Cd = AB : \frac{t.\,CD}{T}$. Da nun in dieser Proportion, so groß auch die CD seyn mag, das letzte Glied $\frac{t.\,CD}{T}$ immer verkleinert werden kan, wenn man nur die Zeit t immer kleiner und kleiner nimt, so kan auch Cd in Ansehung der Ab so klein werden, als man sie haben will. T. XIV. F. 197.

Würkungen bey einer gedrehten Scheibe.

§. 1033. Stellet man sich nun die beschriebene Scheibe $AEBD$ (*Tab. XIV. Fig.* 196.) in einer Verticalfläche gegen das Auge gekehret vor, so würken die in H, K angebrachten Kräfte vorwärts, die in F, G aber rückwärts. In der 198sten Zeichnung ist $AEBD$ eben die vermittelst der Durchmesser AB, DE in ihre vier Quadranten getheilte Scheibe, und es sind diese Quadranten ebenfals mit $+$, $-$ bezeichnet, damit man in einem Blicke sehen möge, nach welcher Seite die in jedem derselben angebrachten Kräfte gerichtet sind. LC ist die vorzügliche T. XIV. F. 198.

T. XIV. F. 198. zügliche Axe dieser Scheibe, welche bey der gegenwärtigen Lage derselben in den Horizont fällt. Wird nun die Scheibe um diese Axe LC in Bewegung gesetzt, so bekömt dadurch kein Punct derselben einiges Bestreben von der Fläche der Scheibe $AEBD$ abzuweichen: und insbesondere stehet der Punct A im Begriffe, den Umkreis $AEBD$ zu durchlaufen, und also in einer gewissen Zeit aus A in M überzugehen. Wenn die an die verschiedene Puncte der Scheibe angebrachten, durch die Zeichen +, — angedeuteten Kräfte nicht da wären, so würde, bey aller Freyheit der Axe LC sich nach Belieben zu kehren, die drehende Bewegung um dieselbe würklich erfolgen, und durch die Trägheit der Scheibe unverändert erhalten werden.

§. 1034. Nun sind aber in dieser Zeit die an dieselbe angebrachten Kräfte, welche in die verschiedene Puncte derselben, der Axe parallel, theils nach dieser, theils nach jener Seite würken, nicht müßig. Sie drehen die Scheibe um den Durchmesser DE, und entfernen das Punct A von der Fläche $AEBD$ vorwärts in einen Bogen, welcher wegen seiner Kleinigkeit als eine gerade Linie angesehen werden kan, die der Fläche $AEBD$ perpendicular und also der Axe CL ebenfals parallel ist. Ist nun MN dieser kleine Bogen, so ist das Punct A in der Zeit, in welcher es vor sich den Bogen AM beschrieben hätte, würklich aus A in N übergegangen, und der Halbmesser der Scheibe, der im Anfange dieser Zeit AC war, befindet sich am Ende derselben nicht in MC, sondern in NC. Der Weg AN, welchen das Punct A würklich genommen hat, kan gleichfals als geradlinicht angesehen werden, weil die Zeit, von welcher die Rede ist, so klein genommen werden kan, als man wil, und die Natur der Sache erfordert, daß man sie unendlich klein gedenke. Eigentlich aber ist dieser Weg AN ein Theil des Umkreises des in der Ebene ACN um den Mittelpunct C mit dem Radius AC beschriebenen Cirkels, weil NC nichts anders ist, als die in diese Stelle übergegangene AC; und da eben die Linie NC auch an der Scheibe haftet, so muß diese in eben der Zeit aus ihrer vorigen Lage in diejenige übergegangen seyn, welche durch die drey Puncte ACN bestimmt wird, so daß nunmehro die zwo geraden Linien CA und CN in dieselbe fallen können. Es hat sich also die Scheibe um die AB gedrehet, welches ohne einigen Widerstand von Seiten der in dieselbe würkenden Kräfte geschehen konte; und der durch dieses Drehen verursachte Winkel ist MAN, um welchen die Scheibe von ihrer vorigen Lage abgewichen ist.

§. 1035.

1035. Dieser Winkel *MAN* wird durch die Verhältniß der Seiten des bey *M* rechtwinklichten Dreyecks *MAN* gegeben, und ist also, da in eben der unendlich kleinen Zeit *MN* mit einer von der Ruhe an wachsenden, *AM* aber mit einer unveränderten Geschwindigkeit beschrieben wird, und demnach (1032) *MN* in Ansehung der *AM* so klein als man wil gemacht werden kan, zu der unendlich kleinen Zeit, auch selbst unendlich klein. Er ist dem *ECG* gleich, um welchen sich die *CE* von ihrer ersten Lage entfernet hat, indem sie in *CG* übergegangen ist, und *E* den Bogen *EG* beschrieben hat, wie man sogleich siehet. Die Geschwindigkeit, mit welcher das Punct der Scheibe *A* in dem Umkreise *ANG* fortgehet, verhält sich zu der vorigen in *AME*, wie *AN* zur *AM*, und ist also, da zu dem unendlich kleinen Winkel *MAN* genommen werden muß *AN* = *AM*, von derselben nicht verschieden. *T. XIV. F.* 198.

§. 1036. Wenn nun, nachdem die Scheibe dergestalt aus ihrer vorigen Lage in die Fläche *ACG* übergebracht worden ist, die der Axe parallel würkende Kräfte, welche dieses geleistet haben, aufhören sich thätig zu erweisen, so wächset der Winkel *MAN* nicht weiter; sondern die Scheibe fähret fort sich mit ihrer vorigen Geschwindigkeit in der Fläche *ACG* um ihre Axe zu drehen, die freylich nicht mehr die *CL* seyn kan, sondern von dieser Linie ebenfals abgewichen seyn muß. Denn es ist bey so gestalten Sachen keine Kraft vorhanden, welche die Trägheit der Scheibe überwaltigen könte, die sie unveränderlich in den Zustand des Drehens um ihre Axe erhält. Und in der That ist die Veränderung, welche ein einzelner Schlag oder Stoß, dessen Richtung der Axe einer sich um diese schnell drehenden Scheibe parallel ist, in dieser Bewegung verursachet, schwerlich zu merken. Wenn aber die nach Linien, die der Scheibe perpendicular sind, in diese würkende Kräfte, welche bemühet sind, dieselbe um einen ihrer Durchmesser herumzudrehen, in ihrer Thätigkeit fortfahren, so fähret auch die Scheibe fort, ihre Lage zu verändern, indem zugleich ihre Axe *CL* aus ihrer Stelle weichet. Es geschiehet aber dieses, nachdem die Kräfte verschiedentlich würken, auf verschiedene Art, wobey alles auf die Linie *DE* ankommt, welche die nach einer Seite würkende und durch die Zeichen + angedeuteten Kräfte, von denen absondert, welche bemühet sind die Scheibe nach der entgegengesetzten Seite zu bewegen, und durch das Zeichen — von jenen unterschieden werden. Man muß sich die *DE* nun nicht mehr auf die Scheibe gezeichnet vorstellen, welches machen würde, daß sie sich mit derselben

T. XIV. F. 198. zugleich um C herumdrehete, sondern sie dergestalt von derselben absondern, daß sie durch das Drehen der Scheibe um ihre Axe CL keinesweges aus ihrer Lage gebracht wird. Doch muß diese DE die Scheibe immer berühren, damit sie die Puncte derselben, in welche die mit + bezeichneten Kräfte würken, von den mit — bezeichneten, unterscheiden möge: woraus folget, daß diese Kräfte keinesweges an gewisse Puncte der Scheibe gebunden sind, sondern daß jedes Punct derselben, welches bey der angenommenen Lage vorwärts getrieben wurde, einen Trieb bekomme rückwärts zu gehen, so bald es von der mit + bezeichneten Seite der Linie DE in die mit — bezeichnete übertritt. Jede der angenommenen Kräfte würket in jedes Punct der Scheibe, das sich in Absicht auf die beyden Linien DE und AB an eben den Ort befindet, oder vielmehr durch denselben hindurchgehet, gleich stark und nach eben der Richtung, welche immer der Fläche der Scheibe perpendicular ist.

§. 1037. Da nun die AB, um welche die in einer anhaltenden Kreisbewegung um ihre Axe stehende Scheibe sich zugleich würklich drehet, dieser DE in der Fläche der Scheibe immer perpendicular ist, so wird auch diese AB von ihrer vorigen Stelle abgebracht, so wohl, wenn sich die DE ändert, als auch, wenn, bey unveränderter DE, die Scheibe selbst eine andere Lage bekomt. Es mag aber diese AB ruhen, oder auch selbst in Bewegung seyn: so sind die Winkel, welche die sich um dieselbe drehende Scheibe in gleichen Zeiten beschreibt, einander immer gleich, so lang die Kräfte ihre Grösse behalten, und in der Geschwindigkeit, mit welcher sich die Scheibe um ihre Axe drehet, nichts geändert wird. Da also, wenn man sich die auf einander folgenden Theilchen eines gewissen Zeitraums, unendlich klein und einander sämtlich gleich vorstellet, der kleine um AB beschriebene Winkel, mit welchem die Scheibe in dem ersten dieser Zeittheilchen von ihrer vorigen Lage abgewichen ist, in dem zweiten durch nichts anders vermehret wird, als durch denjenigen, welchen eben die Kräfte der Scheibe in diesem zweiten Augenblicke beybringen, und so in dem dritten, vierten und jedem der nachfolgenden: so müssen auch, bey einerley Kräften, diese Winkel wie die Zeiten anwachsen, und das Drehen der Scheibe um AB muß gleichförmig seyn. Dieses würde nicht statt haben, wenn auch die Bewegung der Scheibe um AB durch die Trägheit derselben unterhalten würde; indem alsdann die derselben in dem ersten Augenblicke beygebrachte Bewegung in dem zweiten fortdauren, und in demselben durch einen neuen

Zusatz

Zusatz vermehret werden würde, wobey der in diesem zweiten Augenblicke beschrie- T. XIV. F.
bene Winkel nothwendig grösser ausfallen müste, als der in dem ersten, und so 198.
immer fort. Wir haben aber (1036) gesehen, daß die Kreisbewegung der Schei-
be um *AB*, von welcher die Rede ist, aufhöre, sobald die Kräfte vernichtet
werden, welche in die Puncte der Scheibe ihrer Axe parallel würkten.

Weitere Aufklärung.

§. 1038. Wir wollen nun, die Sache einigermaassen sinnlich zu machen und sie dadurch zu einer desto grössern Deutlichkeit zu bringen, annehmen, daß (*T. XIV. Fig.* 199.) *DAE* die Hälfte einer um ihren Mittelpunct *C*, und die da- T. XIV. F.
durch gehende Axe, nach *DAE* herum laufenden Scheibe vorstelle, oder vielmehr 199.
die Hälfte des Raums, in welchem sich die Scheibe dergestalt drehet. Die durch den Mittelpunct dieses Raums, welcher zugleich der Mittelpunct der Scheibe ist, gezogene *DCE*, welche die in die Scheibe der Axe parallel würkende Kräfte, die da bemühet sind, dieselbe nach der einen Seite zu neigen, von den gegenseitigen absondert, sey dem Horizonte parallel, und es falle also die auf diese *DE* perpendicular gezogene *AC*, so die Hälfte des Durchmessers ist, um welchen die Scheibe von diesen Kräften gedrehet wird, in eine Verticalfläche. Wird nun auch in der Horizontfläche zu eben dem Mittelpuncte *C*, und eben dem Durchmesser der halbe Cirkel *DBE* beschrieben, mit welchem die Scheibe einen Winkel *ADB* oder *AEF* einschliesset, der eine jede Grösse haben, und gerade, spitzig oder stumpf seyn kan, hier aber als stumpf vorgestellet wird: so wird durch die gedoppelte Bewegung der Scheibe, mit welcher dieselbe sich sowohl um ihre Axe nach *DAE*, als auch um die *AC* drehet, der Theil des Umkreises derselben *AE* in *AF* übergebracht. Denn es wird noch immer gesetzt, daß die Kräfte, welche in die Quadranten *ACD* und *ACE* würken, diejenigen sind, welche wir uns mit + bezeichnet vorstellen; und diese Kräfte sind bemühet die Scheibe, durch Verminderung des Winkels *ADB* = *AEF*, an der einen Seite dem Horizonte zu nähern, indem sie sich an der andern von demselben entfernet; wie dieses auch die übrigen Kräfte thun, welche man sich in der hier nicht gezeichneten Hälfte der Scheibe vorstellen muß. Ist nun die Zeit, in welcher *AE* in *AF* übergegangen ist, unendlich klein, und folgends auch der Winkel *EAF*: so sind die zween Bogen *AE* und *AF* einander bey *E* und *F* desto genauer parallel, je weniger *AF* von dem Quadranten *AE* zu unterscheiden ist. Denn die genauen Quadranten *AE* und *AG* sind

bey

T. XIV. F. 199. bey jeder Grösse des Winkels EAF einander bey E und G parallel; bey der unendlichen Kleinigkeit des Winkels EAF aber kan GF für nichts gehalten werden, welcher Begriff das Punct G in F bringet. Sind aber die Bogen AE und AF bey E und F parallel, so müssen auch die nach eben der Seite gekehrten Winkel, welchen sie mit der EF einschliessen, einander gleich seyn, da diese EF, wegen ihrer unendlichen Kleinigkeit, ebenfals als gerade anzusehen ist: also haben die Winkel AEB, AFB einerley Grösse, und die Neigung der Scheibe gegen den Horizont, so durch diesen Winkel angegeben wird, wird in dem gegenwärtigen Falle, durch die in dieselbe würkende Kräfte, welche beständig bemühet sind eben den Winkel zu vermindern, in der That nicht geändert.

§. 1039. Dieses ist der erste Umstand, welcher bey den angenommenen Bedingungen statt hat: und wenn der Zweifel aufsteigen solte, daß obwohl der Winkel, AEF, von welchem die Rede ist, in einer unendlich kleinen Zeit sich nicht verändert, doch nach einer beträchtlichen Währung von einigen Minuten oder Stunden, die Kleinigkeiten, welche hier ausser Acht gelassen werden, so sehr anwachsen können, daß die davon herrührende Veränderung dieses Winkels gar wohl merklich wird: so darf man nur erwegen, daß die gebrauchten Schlüsse für jeden Zeitpunct, und für jede Lage, in welcher sich die Scheibe in diesem Zeitpuncte befindet, eben dieselben bleiben. Denn wenn, indem die Scheibe aus ihrer vorigen Lage in ACF übergehet, der Bogen AF grösser oder kleiner wird, als der Quadrant $AG = AF$; so drehet sie sich nicht weiter um die AC, sondern um einen andern Durchmesser, dessen Hälfte aC, in der über den Horizont DBE erhabenen Hälfte der Scheibe, den gemeinschaftlichen Durchschnitt dieser zwo Flächen CF perpendicular ist. Dadurch wird der Bogen aF auch für den folgenden Augenblick zu einem Quadranten, und und es zeigen sich überhaupt eben die Gründe, auf welche wir vorher bauen konten.

§. 1040. Wollen wir die Geschwindigkeit der Bewegung ausmachen, mit welcher der Durchschnitt der beyden Flächen CE, oder das äusserste Punct dieses Halbmessers E, in dem Horizonte um C herumgehet, indem die Scheibe fortfähret sich um ihre Axe nach der Seite DAF zu drehen: so dürfen wir nur aus der Spitze des Winkels E in dem Dreyecke AEF auf die ihm entgegengesetzte Seite EF eine Linie perpendicular ziehen, welches geschiehet, wenn nur die Puncte E und G mit einander verknüpft werden. Denn die EG ist von einem

um

um den Pol A durch E beschriebenen Cirkelbogen nicht zu unterscheiden, woraus der Schluß leicht zu machen ist, daß der Winkel EGA oder EGF gerade ausfallen werde. Eben so wenig wird sich auch das Dreyeck EGF von einem geradlinichten unterscheiden lassen, und also seyn $EG : EF = \sin GFE : 1$. Nun ist EG das Maaß des Winkels EAF, welchen wir dq nennen wollen, und EF das Maaß des Winkels ECF zu eben dem Radius CE : und weil diese Winkel zugleich beschrieben werden, so verhalten sich die Geschwindigkeiten, mit welchen sie beschrieben werden, wie diese Maasse. Der Sinus des Winkels GFE ist zugleich der Sinus des daneben stehenden GFB oder AFB, welcher dem AEB gleich ist. Wird also dieser Winkel blos durch E bezeichnet, so wird $EF = \frac{dq}{\sin E}$, und dadurch die Geschwindigkeit, mit welcher das Punct E in dem Umkreise DBE von E durch F nach B fortgehet, vermittelst derjenigen angegeben, mit welcher sich die Scheibe um AC oder aC herumdrehet. T. XIV. F. 199.

§. 1041. Der Winkel E bleibt beständig von eben der Grösse, und also auch $\sin E$. Und wenn die unendlich kleinen Augenblicke, in welchen EG, EF beschrieben werden, sämtlich gleich groß genommen werden: so kan auch vor jeden derselben dq von der nehmlichen Grösse seyn. Alsdann bekömt auch EF immer einerley Grösse, und die Geschwindigkeit, mit welcher das Punct E durch F nach B fortgehet, und CE um C einen Winkel beschreibt, bleibt immer einerley. Wird aber dq, und die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Scheibe um einen ihrer Durchmesser drehet, nach und nach geändert, so muß auch, bey eben dem Winkel E, die Geschwindigkeit des Puncts E in eben der Verhältniß wachsen oder abnehmen. Da nun dq nicht geändert wird, so lang die in die Scheibe ihrer Axe parallel würkende Kräfte immer dieselben bleiben: so werden in diesem Falle die beyden Bewegungen, sowohl diejenige, mit welcher sich die Scheibe von D durch A nach F, um ihre Axe drehet; als auch die andere, mit welcher das Punct E samt der Linie CE, in welcher die Scheibe den Horizont schneidet, von E durch F nach B zurückgehet, beständig fortdauren. Die Axe der Scheibe wird dabey die Oberfläche eines geraden Kegels, dessen Spitze in C fällt, seine Axe aber auf dem Horizonte senkrecht stehet, und also mit der Axe der Scheibe Winkel einschliesset, die denen bey E gleich sind, mit einer gleichförmigen Bewegung beschreiben.

T. XIV. F. 199. §. 1042. Man siehet gar leicht, daß eben dieses erfolgen werde, wenn der Mittelpunct einer Scheibe unbeweglich ist, und in die Axe derselben eine Kraft würket, die sich bemühet diese Axe in der Verticalfläche, in welcher sie liegt, um jenen Mittelpunct herumzudrehen. Die Richtung dieser Kraft muß der Axe perpendicular seyn, wenn sonst keine andere Würkung folgen soll als dieses Drehen. Läuft sie schief an die Axe, so wird diese zugleich nach ihrer Länge getrieben, woraus zwar, weil der Mittelpunct befestiget ist, keine Bewegung erfolget, es hat aber auch dieser Theil der schief in die Axe würkenden Kraft in das Drehen derselben keinen Einfluß. Was aber eine perpendicular in die Axe würkende Kraft anlangt, welche bemühet ist, diese um den Mittelpunct der Scheibe, an welcher sie unbeweglich haftet, herumzudrehen; so siehet man leicht, daß, wovon auch diese Kraft herrühren mag, dieselbe sich in die vier Quadranten dergestalt vertheilen werde, wie dieses gleich Anfangs angenommen, und in der 196sten Zeichnung vorgestellt worden ist: und umgekehrt müssen die bey der Scheibe auf die beschriebene Art angebrachten Kräfte, in der angenommenen unendlich kleinen Zeit, die Axe sowohl als die Scheibe, um den durch *dq* angedeuteten Winkel, von ihrer vorigen Stelle abbringen.

Eine körperliche Vorstellung der erklärten Bewegung.

§. 1043. Dieses nun giebt uns ein Mittel an die Hand, die Bewegung, von welcher hier die Rede ist, durch eine ziemlich leichte Einrichtung würklich sichtbar zu machen. *T. XIV. F.* 200. *ADBE* (*Tab. XIV. Fig.* 200.) ist der Durchschnitt einer gedruckten Kugel von dichtem Holze oder Bley, durch ihre Axe, an deren eigentlichen Gestalt übrigens nicht viel gelegen ist; so daß an deren Stelle auch ein jeder Cylinder genommen werden kan, dessen Höhe beträchtlich kleiner ist, als der Durchmesser seiner Grundfläche. *AB* ist der Durchmesser des Gleichers dieser Kugel, der hier in der Fläche des Horizonts vorgestellt wird, welches der Zustand ist, in den sich die völlig zugerichtete Kugel von selbst setzet, wenn sie die ihr eingedruckte Bewegung nach und nach verlieret; und *DE* ihre Axe, also *C* der Mittelpunct. Bey *D* und *E* wird diese Axe *DE* von kurzen Walzen umgeben, die fest an der Kugel haften, und zu einen besondern Gebrauch bestimmet sind, aus welchem sich ihre Grösse leicht abnehmen lassen wird. In diesen Walzen bey *D* und *E* sind kleine mit Meßing gefütterte conische Vertieffungen, deren Spitzen genau in die eigentliche hinlänglich verlängerte Axe der Kugel *DE* fallen. *FGIH*

ist

ist ein vierseitiges starkes Rämchen, welches dienet die Kugel, vermittelst zwoer durch dessen Seiten *FG*, *HI* hindurchgehende Schrauben *K* und *L*, die sich in conische Spitzen endigen, dergestalt aufzuhenken, daß sie sich aufs freyste um ihre Axe *DE* drehen lasse: welche Bewegung der Kugel durch einen starken, um einen der Absätze *D*, oder *E*, der am meisten zur Hand ist, herumgewickelten Faden beygebracht wird, welchen man stark anziehet, indem das Rämchen zurück gehalten wird. Der Faden entwickelt sich, und wird, da er nicht angebunden, sondern blos zur ersten Befestigung durch eines der durch die Absätze *D*, *E* gebohrten kleinen Löcher durchgestecket ist, endlich völlig loß, und kan bey Seite gethan werden. Die der Kugel dergestalt beygebrachte Kreisbewegung aber dauret lang, und in diesem Zustande der Bewegung um ihre Axe *DE* werden wir uns dieselbe in dem Verfolg immer vorstellen. *T. XIV. F. 200.*

§. 1044. Das Rämchen *FGHI* ist für sich so gemacht, daß der Mittelpunct seiner Schwere in *C* fällt, welches zugleich der Mittelpunct der Schwere der Kugel ist. Es können aber an eine der Seiten, durch welche die Schrauben *K*, *L* gehen, die Bleygewichte *M*, *N*, zusammen oder paarweise befestiget, und dadurch diese Seite viel schwerer gemacht werden, als die entgegengesetzte. In dem verlängerten Durchmesser des Gleichers *AB*, bey *O* und *R*, wird auch dieser Ramen gestützt; doch so, daß er sich nicht nur um die Puncte *O*, *R*, und folgends um *AB*, frey drehen lasse: sondern auch diese Puncte in dem Horizont fortgehen, und um *C* einen Cirkelkreis beschreiben können. Dieses letztere wird erhalten, wenn man das Rämchen, so wie dieses die Zeichnung vorstellet, bey *O* und *R* an einem von dicken Drate verfertigten elastischen Hacken *OSR* henket, welcher bey *S*, vermittelst eines durchgehenden dünnen Stifts, dergestalt an dem Ringe *T* befestiget ist, daß, wenn man diesen mit der Hand fasset, oder sonst aufhenket, der Hacke *OSR*, mit allem was daran haftet, sich um den Stift bey *S* drehen könne. Zwar verursachet diese Einrichtung bey *S* einiges Reiben, welches die Bewegung um dieses Punct nicht so frey läst, als sie seyn solte. Es hat aber dieselbe andere Bequemlichkeiten, welche ihr vor andern Mitteln, die gebraucht werden könten den Durchmesser *AB*, samt dem Mittelpuncte *C*, so wie es verlangt wird, zu unterstützen, den Vorzug zu geben scheinen.

T. XIV. F. 201. §. 1045. Die 201ste Zeichnung stellet einen andern Durchschnitt der an ihrem Ramen haftenden Kugel vor, dessen Fläche ebenfals auf dem Horizonte senkrecht ist, und durch die Axe der Kugel *DE* hindurch gehet: welche Axe aber nun nicht mehr in die Verticallinie *FG* fält, sondern mit dieser den spitzigen Winkel *FCP* einschliesset. *AB* ist der Durchmesser des Gleichers der Kugel, welcher in eben der Fläche mit der *FG* den Winkel *ACF* einschliesset, so den vorigen *FCP* zu einen rechten Winkel ergänzet: mit dem Horizonte *HI* aber macht dieser Gleicher an der Seite *P* den stumpfen Winkel *ACI*. Der Mittelpunct der Kugel *C* wird durch die Linie gestützet, welche durch denselben auf die Fläche des Schnitts perpendicular fält, und sich bis an die Puncte des Rämchens erstrecket, die unmittelbar an dem Haken haften. Man kan sich aber, statt dieser würklichen Befestigung, eine jede andere Kraft vorstellen, die unmittelbar in den Mittelpunct *C* würket, und denselben an seiner Stelle erhält, ohne die übrige Bewegung, so die Kugel haben kan, zu verhindern. Denn in der That hat die ganze Einrichtung keinen andern Zweck, als den Mittelpunct dergestalt unbeweglich zu machen.

§. 1046. Nun ist die Seite des Rämchens, in welcher sich die Schraube *L* befindet, durch das daran befestigte Bley, schwerer gemacht worden, als die entgegengesetzte, und dadurch wird der Theil der Axe *CE* niedergedrücket. Sie würde sich also würklich nach dieser Seite um *C* drehen, und *A* würde in der Verticalfläche *FCH* um *C* einen aufwärts gehenden Cirkelbogen beschreiben, wenn die Kugel keine Bewegung um die Axe *DE* hätte. Ist aber, wie wir setzen, die Kugel in dem Zustande eines Drehens um *DE*, welcher durch die Trägheit derselben unterhalten wird, so wird dadurch die Kugel so weit in ihrer Lage erhalten, daß der Winkel *ACH* oder *LCI* in seiner Grösse keine Veränderung leidet (1038). Es drehet sich statt dessen, daß *LCI* abnehmen und *HCA* wachsen solte, die Kugel zugleich um die durch ihren Mittelpunct gehende Verticallinie *FG*, und zwar links, wenn die Kugel sich um ihre Axe rechts drehet, und umgekehrt. Weil bey dieser Bewegung der Winkel *ECF* seine Grösse ebenfals behält, so beschreibet die Axe der Kugel, oder eigentlich ihre Hälfte *EC*, um die Verticallinie *CF* einen geraden Kegel, und die Linie, in welcher die durch *C* gehende Horizontfläche von der Fläche des um den Durchmesser *AB* beschriebenen Gleichers geschnitten wird, so keine andere ist, als die *OR* der vorigen 200ten Zeichnung, gehet ebenfals in der Horizontfläche, in Absicht auf die Bewegung der Kugel um

ihre

ihre Axe *DE*, rückwärts. Das an der Seite *L* angebrachte Gewicht, welches den Theil der Axe *CE* niederdrückt, würket in die um den Durchmesser *AB* beschriebene Scheibe, deren Umkreis der Gleicher der Kugel ist, nicht anders, als es thun würde, wenn diese Scheibe allein und von der übrigen Masse der Kugel befreyet wäre: und diese Masse kan nichts anders thun, als daß sie die Trägheit der Scheibe verstärket, und alle Bewegungen langsamer macht, als sie sonst bey eben den Kräften seyn würden. *T. XIV. F.* 201.

§. 1047. Die Bewegung um die Verticallinie *FG* müste nicht den geringsten Widerstand finden, wenn in der Grösse des Winkels *ACH* ganz und gar keine Veränderung vorgehen solte. Denn diese Bewegung ist das einzige, wodurch der Gleicher *AB* zurückgehalten, und verhindert wird, sich der Horizontfläche zu nähern, welches man ihn alsbald und plötzlich thun siehet, sobald man das Rämchen hindert sich mit dem übrigen um *FG* zu drehen. Nun wird durch die Reibung des Hakens an dem Stifte bey *S* (*Tab. XIV. Fig.* 200.) diese Bewegung allerdings vermindert: und dieses ist die Ursache, warum bey einer Kugel, wie wir sie vor uns haben, der Winkel *ACI*, welchen der Gleicher derselben mit dem Horizonte an der Seite einschliesset, gegen welche ihn die das Rämchen beschwerende Gewichte *M*, *N* drehen, beständig, wiewohl langsam, abnimt, bis er endlich gar verschwindet, und die Axe *ED* in die Verticallinie *FG* zu liegen komt.

Eine Berechnung dieser Bewegung.

§. 1048. Es hat aber dieser Winkel *ACI* für sich die Geschwindigkeit, mit welcher sich unsere Kugel um *FG* drehet, keinen Einfluß. Dieses und alles übrige, so etwas zu einer deutlichern Einsicht in die Bewegung beytragen kan, die wir an einer solchen Kugel wahrnehmen, so weit es hier nöthig ist, aufzuklären, müssen wir erstlich die in die Axe derselben würkende Kraft ausmachen, welche, indem sie die eine ihrer Hälften *CP* niederdrücket, den Winkel *ACI*, den der Gleicher der Kugel mit dem Horizonte einschliesset, zu vermindern, und den Gleicher selbst um die Linie, welche durch *C* der Fläche des Durchschnitts perpendicular gehet, herum zu drehen bemühet ist. Diese Kraft rühret von den Gewichten her, womit das Rämchen an der einen Seite beschweret ist, welche sämtlich in ein gewisses Punct der Axe würken, nicht anders, als ob an dasselbe, vermittelst

T. XIV. F. 201. mittelst eines Fadens, ein schwerer Körper von gehöriger Grösse angehenket wäre. Denn es müssen die Gewichte dergestalt an das Rämchen befestiget seyn, daß dieses erfolgen muß; welches keine Schwierigkeit hat. Es sey *M* dieses Punct der Axe, in welchem man sich alle Gewichte, die dasselbe, der *FG* parallel, niederdrücken, versammlet vorstellen kan, und das daselbst anzubringende Gewicht, welches diesen Punct eben so stark nach der *MN* gerade unterwärts ziehen würde, sey *p*. Wird nun durch *M* die *MO* der Axe perpendicular gemacht, und *NO* derselben parallel gezogen, damit sie mit jener das rechtwinklichte Dreyeck *MNO* bilden möge; so verhält sich das nach *MN* ziehende Gewicht *p*, zu der Kraft nach *MO*, welche allein angewendet wird die Kugel, wie gesagt worden ist, um *C* zu drehen, wie *MN* zur *MO*, das ist, wie der Radius zu dem Sinus des Winkels *MNO*. Nun ist dieser Winkel *MNO* dem *NMC* und dieser wieder dem *MCF* gleich, welcher den *MCI* zu einen rechten Winkel ergänzet, so daß $FCM + MCI + ACM$ zween rechte Winkel ausmachen. Die zween letztern dieser Winkel geben den *ACI*; es ist also auch dieser Winkel *ACI* die Ergänzung des *FCM* oder *MNO* zu zween rechten Winkeln, und wir haben $\sin ACI = \sin MNO$. Da also der Winkel *ACI*, welcher kein anderer ist als der Winkel *AEB* der 199sten Zeichnung, bey der Betrachtung jener Zeichnung *E* genant worden ist: so kan kurz gesetzt werden, wie 1 zu $\sin E$, so *p* zu der gesuchten Kraft, welche das Gewicht *p* anwendet, die Kugel zu drehen, und es wird diese Kraft durch $p \cdot \sin E$ ausgedrücket: woraus zu sehen ist, daß sich diese Kraft mit dem Winkel *E* zugleich ändere, indem sie mit dem Sinus desselben wächset und abnimt.

§. 1049. Nunmehro müste die Länge des Weges gefunden werden, welchen das Punct des Gleichers *A* in einer gewissen Zeit beschreiben würde, wenn in dieser Zeit die Kraft *p* nicht nach der *MN*, sondern nach *MO* perpendicular in die Axe, und in eben das Punct derselben *M* würkte. Dieser Weg fält ganz in den Umkreis des um *C* mit dem Halbmesser *CA* beschriebenen Cirkels, in welchem das Punct *A* in der gesetzten Zeit so oft man wil herumkommen, und überdieses einen Theil des Umkreises von dieser oder jener Grösse beschreiben kan, welche Krümmung aber hier, da es uns blos um die Länge des Weges zu thun ist, in keine Betrachtung komt. Weil angenommen wird, daß die Kraft *p* beständig in eben den Umständen würke, so wächst die Bewegung, mit welcher *A* diesen Weg beschreibet, gleichförmig an, wie diejenige, mit welcher ein schwerer Körper in einem

einem leeren Raume gerade niederfält; und die, von seinem Anfange an, genommene Theile desselben verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten, in welchen sie beschrieben werden. Der ganze in der angenommenen Zeit von dem Puncte *A* dergestalt zurückgelegte Weg aber kan zwar aus der Gestalt, innern Beschaffenheit und Grösse der Kugel, immer geschlossen werden, wenn alles dieses mit der Kraft *p* zusammen gehalten wird, welche beständig nach *MO* in eben das Punct der Axe *M* würket, und wir werden in dem Verfolg eine dergleichen Rechnung würklich vornehmen. Für unsern gegenwärtigen Zweck aber wäre dieselbe zu weitläuftig; und wir können annehmen, es sey die Länge dieses Weges gefunden worden, und werde durch den Buchstaben *a* bedeutet: die Zeit aber, in welcher er beschrieben wird, mag eine Secunde seyn. T. XIV. F. 201.

§. 1050. Ist nun *dt* ein unendlich kleiner Theil der Secunde, und es soll der Weg ausgedrückt werden, welchen unter den angezeigten Umständen das Punct *A* in der Zeit *dt* beschreibet, so wird, weil von einer gleichförmig anwachsenden Bewegung die Rede ist, geschlossen: wie 1, als das Quadrat von 1, zu dt^2, dem Quadrate von *dt*, so der in der Zeit 1 beschriebene Weg *a* zu dem verlangten, welcher demnach adt^2 seyn wird. Nun ist aber nicht *p* die Kraft, welche in der Zeit *dt* nach der Richtung *MO* in die Axe der Kugel würket, sondern die daraus hergeleitete, deren Grösse *p. sin E* ausdrücket, und es ist uns eigentlich um die Grösse des Weges zu thun, welcher bey der Würkung dieser Kraft *p. sin E* von dem Puncte *A* in der Zeit *dt* beschrieben wird. Diese aber ist leicht auszumachen. In den Umständen, welche wir vor uns haben, da nehmlich beyde Bewegungen in der Zeit *dt* gleichförmig anwachsen, verhalten sich die in gleichen Zeiten vom Anfange an beschriebene Wege immer wie die Kräfte, so groß oder klein auch diese Zeiten seyn mögen. Wir haben also: wie die Kraft *p* zu der Kraft *p. sin E*, das ist, wie 1 zu *sin E*, so der in der Zeit *dt* durch die Würkung der *p* beschriebene Weg adt^2, zu dem gesuchten; welcher demnach durch *a. sin E.* dt^2 angegeben wird.

§. 1051. Der dergestalt entdeckte Weg nun ist die *MN* der 198sten Zeichnung, in welcher *AEBD* eben sowohl den Gleicher der Kugel vorstellen kan, als er vorher eine blosse um ihre vorzügliche Axe *CL* gedrehte Scheibe vorstellte. Denn ob wir wohl bey der Bestimmung des Weges des Puncts *A* das Drehen T. XIV. F. 198.

der

T. XIV. F. 198. der Kugel um ihre Axe vors erste bey Seite gesetzt haben; so siehet man doch leicht, daß, wenn diese Bewegung dazu komt, daraus nichts folgen könne, als daß die in dieser Zeichnung auf der Scheibe senkrecht stehende MN nun nicht mehr durch den Ort gehet, welche das Punct der Scheibe A beym Anfange der Zeit dt einnahm, da sie durch das Drehen derselben um ihre Axe CL in dieser Zeit um eben die AM fortgeschoben worden ist, welche das Punct A in derselben dt beschrieben haben würde, wenn seine Bewegung in dem Kreise $AEBD$ geblieben, und nicht durch die in die Axe CL würkende Kraft verändert worden wäre. Es ist demnach $MN = a. \sin E. dt^2$; und wenn man die Geschwindigkeit, mit welcher das Punct A bemühet ist um die Axe CL herumzugehen, c nennet, indem man C die Länge des in den Umkreis eines Cirkels fallenden Weges bedeuten läst, welchen dieses Punct für sich in der angenommenen Zeit einer Secunde beschreiben würde, so ist bey der Gleichförmigkeit dieser Bewegung, welche blos durch die Trägheit der Scheibe oder Kugel erhalten wird, $1 : dt = c : AM$, und also $AM = cdt$.

§. 1052. Aus diesen zween Wegen AM und MN, deren erstern das Punct der Scheibe A wegen der Trägheit derselben, den zweyten aber vermöge der in ihre Axe würkenden Kraft, in eben der Zeit dt zu beschreiben bemühet ist, wird der Winkel MAN bestimmet, um welchen die Scheibe von ihrer vorigen Lage abweichet, indem das Punct würklich aus A in N übergehet. Denn es verhält sich $AM : MN$ wie der Radius zu der Tangente dieses Winkels. Nun ist $AM : MN = cdt : a. \sin E. dt^2 = c : a. \sin E. dt$. Demnach ist $\tan MAN = \frac{a. \sin E. dt}{c}$, welches auch ohne den oben (1032) angebrachten Satz, für sich zeiget, daß diese Tangente unendlich klein sey, und also mit dem Maasse ihres Winkels zusammenfalle. Nun ist MAN gleich dem Winkel ECG, welchen der Bogen EG misset. Wird also der Halbmesser der Scheibe $AEBD$ oder des Gleichers der Kugel, CA nehmlich CE oder CG, durch r bedeutet, so wird aus $AM : MN = CE : EG$ geschlossen: $EG = \frac{ra. \sin E. dt}{c}$.

T. XIV. F. 199. §. 1053. Der also entdeckte Bogen EG ist zugleich EG in der 199sten Zeichnung, so den Winkel EAF misset, um welchen die Scheibe von ihrer vorigen Lage abweichet, indem sie sich um die in ihrer Oberfläche liegende

AC

AC oder aC herumdrehet. Diese AC nun ist nicht in allen Fällen eine Verticallinie, ob sie zwar immer der Horizontlinie DE perpendicular ist, und also in eine der durch C gehenden Verticalflächen zu liegen komt. Bey diesem letztern Umstande bleibt die Linie AC nicht beständig an ihrem Orte, sondern komt, indem die CE in CF übergehet, auch selbst in eine andere durch aC angedeutete Stelle. Es ist deswegen meistentheils schwer, das Drehen der Scheibe um diese Linie mit so vieler Richtigkeit zu bemerken, als nöthig ist zu entscheiden, ob die Geschwindigkeit dieser Bewegung immer eben dieselbe bleibe oder nicht, und ob sie wachse oder abnehme. Viel deutlicher ist diejenige Bewegung zu sehen, mit welcher die CE in der Horizontfläche DEB in CF übergehet, und dadurch um C und die durch dieses Punct gehende Verticallinie den Winkel ECF beschreibt: und das Maaß dieses Winkels EF ist leicht auszumachen. Wir haben gesehen, daß sich die EG zur EF, wie $\sin E : 1$ verhalte. Wird aber gesetzt $\sin E : 1 = \frac{ra.\sin E.\,dt}{c} : EF$, so komt $EF = \frac{ra}{c} \cdot dt$, welcher Ausdruck einfacher ist, als der vorhergehende, und insbesondere zeiget, daß der Winkel E oder AEF, welchen die Scheibe mit dem Horizonte einschliesset, in die gegenwärtige Bewegung nicht den geringsten Einfluß habe: wie auch, daß, so lang die Wege a und c eben dieselben bleiben, auch in der Geschwindigkeit dieser Bewegung, bey welcher E in dem Umkreise EBD fortrücket, keine Veränderung vorgehen werde. Denn die durch dt angezeigte Zeit kan immer von eben der Grösse angenommen werden; r aber ist der halbe Durchmesser der Scheibe, oder des Gleichers der Kugel, und behält also nothwendig immer die nehmliche Länge. T. XIV. F. 199.

§. 1054. Die Geschwindigkeit selbst, mit welcher das Punct E in dem Umkreise EBD fortgehet, wird durch $\frac{ra}{c}$ ausgedruckt. Denn da die Geschwindigkeit einer jeden gleichförmigen Bewegung aus dem bey derselben in einer gewissen Zeit beschriebenen Wege herausgebracht wird, wenn man diesen durch jene dividiret; so ist hier der Weg $\frac{radt}{c}$, und die Zeit dt. Auf eben die Art wird geschlossen, daß die Geschwindigkeit der durch die Trägheit der Kugel unterhaltenen Bewegung des Puncts A, mit welcher dasselbe den Gleicher derselben beschreibt;

T. XIV. F. 199. schreibt, c seyn werde. Es verhält sich also jene Geschwindigkeit des Puncts E zu dieser des A, wie $\frac{ra}{c}$ zu c, oder wie ra zu cc. Durch c wird zugleich die Geschwindigkeit angegeben, mit welcher sich die Kugel um ihre Axe drehet, und durch $\frac{ra}{c}$ diejenige, mit welcher CE, der Halbmesser der Scheibe oder der Gleicher der Kugel DAE, in welcher dieselbe oder die Fläche des Gleichers von der Horizontfläche DEB geschnitten wird, in dieser zurück gehet, indem er sich aus der Stelle CE in CF und so weiter nach B drehet.

T. XIV. F. 201. §. 1055. Wenn wir nun alles dieses auf die 201ste Zeichnung anwenden, in welcher ACI der Winkel ist, welchen wir E nennen; so muß man sich den eben beschriebenen Durchschnitt der beyden Flächen, durch C der Fläche des Durchschnitts der Kugel, welchen diese Zeichnung vorstellet, perpendicular einbilden. Wenn nun dieser Durchschnitt sich in dem Horizonte um das Punct C und die dadurch gehende Verticallinie FG gleichförmig herumdrehet, so stehet nothwendig auch die ganze Fläche der Zeichnung in einer gleichförmigen Bewegung um eben die FG, bey welcher insbesondere die halbe Axe der Kugel CP die Oberfläche eines geraden Kegels beschreibet, und CQ die Oberfläche eines andern welchen beyden die Kegelaxe FG gemeinschaftlich ist. Denn da, wie wir gesehen haben, der Winkel ACI nicht geändert wird, so muß auch seine Ergänzung zu zween rechten Winkeln FCP immer eben dieselbe bleiben. Und dieses ist dasjenige, so man an einer nach der gegebenen Vorschrift verfertigten Kugel sehen kan, wenn dieselbe in die gehörige Bewegung gesetzt wird, wiewohl mit einigen Abweichungen, welche bey dem unvermeidlichen Anreiben der Kugel und ihres Rämchens an die Stifte, um welche sie sich bewegen, nothwendig erfolgen. Dadurch, und durch einigen Widerstand der Luft wird die Geschwindigkeit c, mit welcher sich die Kugel um ihre Axe PQ herumdrehet, mit der Zeit kleiner, welches für sich allein die Geschwindigkeit der Bewegung um die FG vermehren müste. Denn da diese durch $\frac{ra}{c}$ ausgedrückt wird, so muß sie nothwendig wachsen, sobald sich die c vermindert. Es bekomt aber auch die Bewegung um FG, durch die Reibung des ganzen Zusammenhangs an dem Stifte S der 200sten Zeichnung, einen Widerstand, welcher beträchtlich stärker ist als der vorige, und, wie wir gesehen haben, eine beständige Veränderung des Winkels ACI verursachen muß, die nicht ehe aufhö-

aufhören kan, als nachdem die Fläche des Gleichers *AB*, so wie sie in dieser Zeichnung erscheinet, dem Horizonte parallel worden, und die Axe der Kugel *ED* in die *FG* gefallen ist, bey welchem Umstande sich die beyden Bewegungen um *FG* und *DE* in eine einzige verwandeln. *T. XIV. F.* 201.

Anwendung auf die Erdkugel.

§. 1056. Es ist nicht nöthig, daß wir uns länger bey dieser Scheibe und gedrückten Kugel aufhalten. Es war uns blos um eine Art eines Versuchs zu thun, welcher die beständige Abweichung der Erdaxe von ihrer vorigen Lage, welche seit mehr als zweytausend Jahren bemerket worden ist, im kleinen sichtlich machen solte. Wir müssen nunmehro betrachten, wiefern ein von unserer Erde entfernter Weltkörper, welcher die Theile derselben nach den ausgemachten Gesetzen anziehet, bey dieser eben dergleichen leisten könne, als die an unsere kleine Kugel bey *M* angebrachten Gewichte leisteten: und wollen uns dabey vorzüglich an die Sonne halten. Obwohl die Erde würklich die Gestalt einer bey ihren Polen gedruckten Kugel hat: so würde doch die anziehende Kraft der Sonne in der Lage ihrer Axe keine Veränderung machen, wenn sie sich immer in der Fläche des Gleichers der Erde befände: es müste denn seyn, daß die Dichtigkeit der Materie, aus welcher diese gedruckte Kugel bestehet, in verschiedenen Entfernungen von ihrem Mittelpuncte viel mehr verschieden wäre, als es uns die Erfahrungen vermuthen lassen, die wir in der Oberfläche derselben haben können. Man siehet dieses leicht ein, wenn man erweget, wie bey diesem Stande der Sonne, die zu beyden Seiten des Gleichers sich in der nehmlichen Lage befindende Theile der Erde von derselben angezogen werden. Es wird aber die Sonne fast immer ausser der Fläche des Gleichers angetroffen, bey welchem Stande derselben die Erde von der durch ihren Mittelpunct gehenden Fläche der Ecliptic in zwo Hälften geschnitten wird, deren Lagen, in Absicht auf diese Fläche, einander völlig zuwieder sind. Die Sonne würket in den einen dieser Theile anders als in den andern, und dadurch wird das Gleichgewicht gehoben, welches in dem vorigen Falle statt hatte. Aber dieses geschiehet nicht nach den einfachen Gesetzen, nach welchen die an unsere Kugel angebrachten Gewichte würkten. Dieses verursachet eine beträchtliche Verschiedenheit, und machet eine umständliche Erklärung der Sache so schwer und weitläuftig, daß wir uns hier nicht sehr tief in dieselbe werden einlassen können.

T. XIV. F. 202. §. 1057. Es sey *SC* (*Tab. XIV. Fig.* 202.) die von dem Mittelpuncte der Sonne *S* nach dem Mittelpuncte der Erde *C* laufende gerade Linie, welche immer ganz in die Fläche der Ecliptic fället, und bey dem Stande der Sonne, welcher hier angenommen wird, mit der Axe der Erde *PQ* einen schiefen Winkel *SCP* oder *SCQ* einschliesset. Denn die Zeichnung stellet die Erde, als durch die Fläche dieses Winkels geschnitten vor, wodurch eben die elliptische Figur *APBQ* zum Vorschein kommen muß, welche ein jeder anderer Durchschnitt giebt, dessen Fläche durch die Axe derselben *PQ* gehet. In diesem Durchschnitte ist *AB* ein Durchmesser des Gleichers, und kan als der orthographische Entwurf dieses Kreises angesehen werden: und wenn man sich durch *DCE* eine Ebene vorstellet, auf welche die *SC* perpendicular fällt, so wird durch diese Ebene der erleuchtete Theil der Oberfläche der Erde, von dem finstern abgesondert. Die Fläche der Zeichnung ist die Fläche desjenigen Mittagskreises der Erde, in welchem sich die Sonne befindet; also giebt der Winkel *ACS* die Abweichung der Sonne, und *SCQ* das Complement derselben.

§. 1058. Es komt nun darauf an, daß wir bey der Erde dergleichen Kräfte entdecken, als erfordert werden, dieselbe so, wie wir bey der kleinen Kugel bemerkt haben, um ihren Mittelpunct zu drehen. Hiebey müssen wir uns vor allen Dingen erinnern, daß, da alle Puncte der völlig freyen Erde von der Sonne gegen ihren Mittelpunct *S* gezogen werden, diese Kräfte in der Lage der Erdaxe, und des mit derselben verknüpften Gleichers, nichts ändern würden, wenn sie einander sämtlich gleich wären, und nach Directionen würkten, die der *CS* parallel liegen, es möchte sich die Erde um ihre Axe drehen oder nicht. Die Würkung solcher Kräfte kan, wie wir an verschiedenen Stellen gesehen haben, in nichts andern bestehen, als daß alle Puncte der Erde sich der Sonne mit eben der Geschwindigkeit nähern, mit welcher dieses der Mittelpunct der Erde thut, wobey kein Drehen, das von diesen Kräften herrühren solte, statt findet. Dieses kan also nicht anders erfolgen, als wenn ausser den angezeigten noch andere Kräfte in die verschiedene Puncte der Erde würken: von welchen noch diejenigen abzuziehen sind, welche diese Puncte gerade nach dem Mittelpuncte der Erde *C* treiben; weil auch hievon kein Drehen erfolget. Werden demnach von allen Kräften, welche in die verschiedenen Puncte der Erde würken, diejenigen abgesondert, welche jedes Punct, nach einer der *CS* parallel laufenden Linie, mit eben der Geschwin-

digkeit

digkeit treiben, als den Mittelpunct der Erde, wie auch die, welche blos bemühet sind, eben die Puncte dem C zu nähern: so bleiben diejenigen übrig, welche allein einiges Drehen der Kugel um diesen Mittelpunct C, und eine Abweichung der Axe von ihrer vorigen Lage, verursachen können. Die Annäherung der Erde gegen die Sonne, welche von den abgesonderten Kräften verursachet wird, wird gröstentheils durch die Bewegung gehoben, mit welcher sich die Erde von der Sonne zu entfernen bemühet ist, indem sie in ihrer Bahn bleibt, und würde völlig gehoben werden, wenn diese Bahn ein genauer um den Mittelpunct der Sonne beschriebener Cirkel wäre. Alsdann vertreten diese zwo einander entgegengesetzten Kräfte die Stelle derjenigen, welche den Mittelpunct unserer kleinen Kugel unbeweglich in seinem Orte erhielt. Es hat aber auch die würkliche Bewegung der Erde, welche von den hier abgesonderten oder andern Kräften herrühret, für sich in das Drehen derselben keinen Einfluß. Wie denn auch die kleine zur Erläuterung dieser Betrachtung vorgeschlagene Kugel (*Tab. XIV. Fig.* 200), wenn man sie nur an dem Ringe bey T dergestalt fasset, daß alle Bewegungen derselben frey bleiben, nach Belieben fortgetragen werden kan, ohne daß dabey in diesen Bewegungen einige Veränderung zu spüren wäre. *T. XIV. F.* 202.

Vorstellung der Kräfte, die hier in Betrachtung kommen.

§. 1059. Die angezeigte Absonderung der Kräfte nun würklich zu verrichten, und dadurch diejenigen, welche vermögend sind die Axe PQ um ihren Mittelpunct C zu drehen, besonders herauszubringen, sey F ein in der Ebene DCS liegender körperlicher Punct der Erde, welchen die Sonne nach FS ziehet. Wird nun durch diesen Punct FG der CS parallel gemacht, und das Parallelogram CG vollendet: so würket der Zug nach FS eben dasjenige, was zwo andere Kräfte würken, deren eine nach FC, die andere nach FG gerichtet ist, wenn sie nur auch die durch diese Linien FC, FG auszudrückende Grössen haben. Die nach dem Mittelpuncte der Erde gerichtete Kraft FC komt hier in keine Betrachtung: die nach FG aber hat ihre rechte Grösse, wenn sie sich zu der nach FS, wie die Linie FG oder CS zu der FS verhält, und würde in das Drehen der Kugel keinen Einfluß haben, wenn sie derjenigen, mit welcher C nach S gezogen wird, völlig gleich wäre. Blos der Unterschied dieser Kräfte kan eine Abweichnug der Axe PQ verursachen, welcher demnach zu entdecken ist. Es

T. XIV. F. 202. bedeute der einzelne Buchstabe M die Kraft, mit welcher die Sonne den körperlichen Punct C oder einen jeden andern in einer gewissen Entfernung an sich ziehet. Diese Entfernung kan nach Belieben angenommen werden, wenn nur die Stärke des Zugs M durch die Würkung gegeben wird, welche er in dieser Entfernung leistet: das ist, durch die Geschwindigkeit, welche er dem gezogenen Puncte in einer gewissen Zeit beybringet, oder den Raum, welchen dieser Punct in einer unendlich kleinen Zeit zu beschreiben, durch den Zug gezwungen wird. Wird nun diese Entfernung zur Einheit genommen, so ist $CS^2 : 1 = M$ zu der Kraft, mit welcher der Mittelpunct der Erde nach CS gezogen wird, und also diese Kraft $= \frac{M}{CS^2}$, oder $= \frac{M.\,CS}{CS^3}$; und auf eben die Art wird auch die in den Punct F nach FS würkende Kraft $= \frac{M}{FS^2}$ gefunden. Hieraus wird ferner, vermittelst der Verhältniß FS zur FG oder CS, die Kraft nach FG durch $\frac{M.\,CS}{FS^3}$ ausgedrückt, und der Unterschied der Kräfte, von welchen die zween Puncte C und F nach den Parallelen CS, FG gezogen werden, ist leicht zu schliessen. Nur müssen wir den Ausdruck desselben, so viel möglich ist, zu verkürzen suchen.

§. 1060. Das Punct F mag vors erste an der Seite der Fläche DE genommen werden, an welcher die Sonne liegt. Wird nun von demselben die FH dieser Fläche DE parallel gezogen (welche Linie wir bald mit einer durch F der DE parallel gelegten Fläche verwechseln werden) so ist der Winkel FSH immer so klein, daß FS der SH gleich genommen werden kan, wodurch in dem gegenwärtigen Falle wird $FS = CS - HC$. Die HC ist selbst in Ansehung der CS gar sehr klein, und kan ausser Acht gelassen werden, wenn sie die CS vermehren oder vermindern soll, wiewohl sie für sich allerdings in Betrachtung gezogen werden muß. Aus $FC = CS - HC$ aber wird $FC^3 = CS^3 - 3CS^2.HC$; denn die übrigen Theile dieser dritten Dignität sind so klein, daß sie in Ansehung der angenommenen für nichts gehalten werden können. Nun ist der Unterschied der gefundenen Kräfte, $\frac{M.\,CS}{FS^3} - \frac{M.\,CS}{CS^3} = M.\,CS\left(\frac{1}{FS^3} - \frac{1}{CS^3}\right)$ woraus,

woraus, wenn man die Brüche beyde zu eben der Benennung bringet, der Aus- T. XIV. F. 202.
druck eben des Unterschiedes $\frac{M.\ CS}{CS^3.\ FS^3}\ (CS^3 - FS^3)$ entstehet. Aus dem vorhergehenden aber folgt: $CS^3 - FS^3 = 3CS^2.\ HC$, wodurch eben der Ausdruck in $\frac{M.\ CS}{FS^3.\ CS^3}\cdot 3CS^2.\ HC$ verwandelt wird, welcher ferner diesen, $\frac{^3M.\ HC}{FS^3}$ giebt, so gar leicht zu übersehen ist.

§. 1061. Wird zweytens das Punct F an der andern von der Sonne abgekehrten Seite der Ebene DE genommen, und alles wie vorher gemacht, so wird FS grösser als CS und also der Unterschied der Kräfte, mit welchen die Puncte C und F gegen die Sonne gezogen werden, $\frac{M.\ CS}{CS^3} - \frac{M.\ CS}{FS^3} = \frac{M.\ CS}{CS^3.\ FS^3}\ (FS^3 - CS^3)$. Es ist aber nunmehro $FS = CS + CH$, und folgends $FS^3 = CS^3 + 3CS^2.\ CH$, und $FS^3 - CS^3 = 3CS^2.\ CH$. Demnach ist, der gesuchte Unterschied $\frac{^3M.\ CS^3.\ CH}{CS^3.\ FS^3} = \frac{^3M.\ CH}{FS^3}$, wie vorher: so daß, wenn CH an dieser Seite der HC an der andern gleich genommen wird, die beyden Unterschiede beynahe eben die Grösse bekommen. Denn völlig gleich können sie einander nicht seyn, da die CF des einen beynahe um $2CH$ grösser ist, als die CF des andern. Es hat aber dieses in Ansehung des Ganzen so wenig zu sagen, daß ohne Bedenken für jede der zwo CF die Entfernung CS gesetzt werden kan, welches bey eben der CH, dieselben einander völlig gleich machet. In beyden Fällen aber drückt der gefundene Unterschied die Kraft aus, mit welcher das Punct F nach FR, der MN parallel, getrieben wird, und mit welcher dieses Punct F ferner in ein jedes Punct der RL würket, unter welchen die K vorzüglich zu betrachten sind. Wir sehen den Mittelpunct der Erde C als unbeweglich, und die verschiedenen Theile derselben als dergestalt mit einander verbunden an, daß die in dieselbe würkenden Kräfte, welche uns beschäftigen, nicht hinlangen sie von einander abzusondern. Wird nun ein Punct F in der von der Sonne erleuchteten Hälfte des Durchschnitts $AMBN$ angenommen, so siehet man leicht, daß indem es nach FR gegen die Sonne gezogen wird, es hinwiederum in das Punct K mit der ganzen Kraft dieses Zuges,

nach

T. XIV. F. 202. nach eben der KR, würken müsse. Liegt aber F in der finstern Hälfte dieses Durchschnitts, so darf man nur erwegen, daß weil alsdenn C stärker nach der Sonne gezogen wird als F, dieses zurück bleiben, und in das Punct K mit der ganzen Kraft würken müsse, welche es zurück hält.

§. 1062. Es wird demnach jede dieser Kräfte durch den Ausdruck $\frac{3M.HC}{CS^3}$ angegeben, in welchem M den unveränderlichen Zug bedeutet, den die Sonne in einer gewissen Entfernung äussert, CS aber die Entfernung ihres Mittelpuncts von dem Mittelpuncte der Erde. Diese bleibt nun zwar nicht immer einerley; es hat aber ihre Veränderung in die Kräfte, welche wir betrachten, einen so geringen Einfluß, daß wir sie bey Seite setzen, und für CS den mittlern Abstand der Sonne von der Erde D nehmen können. Die noch übrige HC ist die Entfernung des Puncts F, in welches der Zug der Sonne würket, von DE, oder der durch diese Linie gelegten Fläche, welcher die SC perpendicular ist. Wenn man sich noch eine andere dergleichen Fläche durch F gelegt vorstellet, welche der vorigen parallel seyn wird, so bekomt die HC für jeden in dieser Fläche liegenden Punct eben die Grösse. Wird aber eine dritte Fläche der durch DE parallel gemacht, welche die Kugel ebenfals schneidet, so wird die zu den Puncten dieser Fläche gehörige CH grösser oder kleiner, indem sie überhaupt die Entfernung des Puncts von der durch DE gelegten Fläche angiebt. Bezeichnen wir also diese veränderliche Entfernung durch z, so wird überhaupt eine jede der Kräfte, von welchen hier die Rede ist, durch $\frac{3Mz}{D^3}$ ausgedrückt; und man siehet sogleich, daß diese Kräfte, mit welchen die Sonne zween verschiedene Puncte der Erde von der Fläche DE zu entfernen bemühet ist, sich gegen einander wie ihre durch z angedeutete Entfernungen verhalten. Jede dieser durch $\frac{3Mz}{D^3}$ ausgedruckten Kräfte nun ist für sich bemühet die Linie DE, und mit derselben den Durchmesser des Gleichers AB samt der Axe PQ, nach dieser oder jener Seite zu neigen. Werden aber einige derselben zusammen genommen, so können sie bey dieser Würkung einander sowohl hinderlich als beförderlich seyn: und wenn sie alle genommen werden, so ist immer ein Theil derselben bemühet die DE nach der einen Seite zu neigen, indem die übrigen ihr die gegenseitige Neigung beybringen, welches

welches die grössere dieser Würkung nothwendig vermindern, und öfters gar vernichten muß. Insbesondere aber wird (*T. XIV. Fig.* 203.) die durch *F* der *MN* parallel gezogene Sehne *RL*, bey der angenommenen Lage der Axe *PQ* von der *DE* bey *K* in die ungleichen Theile *KR*, *KL* zerschnitten. Wird nun *KT* der *KL* gleich gemacht: so lieget einem jeden in der *KT* anzunehmenden Puncte *F* in der *KL* ein anderes entgegen, welches von *K* eben so weit entfernet ist als *F*. Diese Puncte würken, indem sie von der Sonne angezogen werden, nach einander entgegengesetzten Richtungen gleich stark in *K*, und erhalten dasselbe dadurch im Gleichgewichte. Sie können also zu dem Drehen der *DE* um *C* nichts beytragen. Nur die übrigen Puncte der Linie *RK*, die ausser dem *T* bis an *R* liegen, können dieses leisten, und auf diese und die übrigen ihres gleichen komt die ganze Würkung, welche wir hier betrachten, lediglich an. Wenn in einer jeden der *MN* parallel laufenden Sehne ein Punct eben so gefunden wird, wie wir *T* in die Sehne *RL* gebracht haben, indem wir nehmlich *KT* der *KL* gleich machten; so gehet durch alle diese Puncte der elliptische Bogen *DTM* an der einen, und *ETN* an der andern Seite, und die krumlinichten Figuren *DLNC*, *DTMC*, *MLEC*, *ETNC* werden einander sämtlich gleich und ähnlich: woraus, und weil auch *DAMC* der *EBNC* gleich und ähnlich ist, ferner geschlossen wird, daß auch die Figuren *DAMT* und *EBNT* gleich und ähnlich seyn werden. Die in diesen letztern an der einen Seite zwischen den Bogen *DAM* und *DTM* und an der andern zwischen *EBN* und *ETN* liegende Puncte aber sind die einzigen in der Fläche der Zeichnung liegende, von welchen *DCE* gedrehet wird. Sowohl jene als diese sind bemühet, die Winkel *DCM*, *ECN* zu vermindern, und die Puncte in *DAMT* tragen zu dieser Veränderung eben so viel bey, als die in *EBNT*, so daß die Würkung der Puncte, die sich in jeder dieser krumlinichten Figuren allein befinden, oder vielmehr die Kräfte, welche bemühet sind, diese Puncte von der *DCE* zu entfernen, die Hälfte der ganzen ist. *T. XIV. F.* 203.

§. 1063. Man siehet hieraus zugleich, daß bey der Berechnung dieser Würkungen gar vieles auf den Winkel *ACD* ankommen werde, welcher den *MCA* zu einen rechten ergänzet, und also durch die Abweichung der Sonne gegeben wird. Denn nachdem der Winkel *ACD* grösser oder kleiner wird, werden auch die Figuren *DAMT*, *EBNT* grösser oder kleiner: und man begreifet die vornehmsten Umstände, bey welchen sie dergestalt wachsen oder abnehmen,

T. XIV. F. 203. gar leicht, wenn man die Ellipse *APBQ*, in der Fläche, in welcher die unbeweglichen Linien *DE* und *MN* den rechten Winkel *MCD* einschliessen, ohne ihren Mittelpunct von *C* zu entfernen, bald so bald anders leget. Ausserdem aber komt es bey dem Drehen einer Linie um einen ihrer Puncte, oder einer Ebene um eine in derselben gezeichnete gerade Linie, nicht allein auf die Stärke der Kraft an, welche dieses Drehen verrichten soll; sondern es ist dabey zugleich auf die Entfernung der Direction dieser Kraft, von dem Puncte oder der Linie, welche bey dieser Bewegung in Ruhe bleibt, zu sehen. Beydes zusammen giebt das aus der Lehre von dem Hebel bekannte Moment, auf welches bey der Beurtheilung solcher Bewegungen alles ankomt. Nun werden aber bey der Veränderung des Winkels *ACD* immer einige Puncte, die vorher in der Figur *DAMT* oder *EBNT* enthalten waren, aus derselben ausgeschlossen, und andere in dieselbe gebracht, deren Momente von den Momenten der vorigen mehr oder weniger verschieden sind. Die zu den Kräften, welche nach der Direction *LR* in das Punct *K* würken, gehörige Entfernung ist *KC*, oder eine jede andere gerade Linie, welche aus *RL* auf die *MN* perpendicular fällt. Wird für ein anderes Punct der *DE* die Directionslinie der Kräfte, welche immer der *MN* parallel bleibt, dieser *MN* genähert, oder weiter von derselben entfernet, so wird auch das Moment der Kräfte kleiner oder grösser, als es ausserdem seyn würde. Es sind aber die Puncte, welche bey der Veränderung des Winkels *ACD* aus der Figur *DAMT* ausgeschlossen werden, ganz anders von der *MN* entfernet, als die in dieselbe hineingebrachten.

§. 1064. Die würkliche Berechnung der Summe der Momente aller Kräfte, welche in die Linie *DE* würken, und bemühet sind dieselbe nach *DM*, *EN* um *C* herumzudrehen, ist eine der schwersten, und könnte aus dieser Ursache hier wegbleiben. Ich will mich aber dennoch bemühen, denjenigen, welche eine hinlängliche Einsicht in die Analytic und die Mechanic haben, die Gründe derselben mit aller möglichen Deutlichkeit vorzutragen, ohne dabey allzuviel vorauszusetzen. Es sind aber die in der Fläche des Durchschnitts *AMBN* liegende Theile der Kugel nicht die einzigen, welche die Linie *DCE* dergestalt gegen *M* und *N* neigen, und dadurch die Winkel *ACM*, *BCN* vermindern, ob sie wohl die einzigen sind, die unmittelbar in die *DE* würken. Wird die Erde vermittelst einer andern Fläche geschnitten, die der bisher betrachteten parallel ist: so wird jedes in

dieser

dieser neuen Fläche liegendes Punct der Erde eben so wie F, der MN parallel, nach der Sonne gezogen, und es folgen daraus eben die Würkungen, welche wir bey dem Puncte F, und den übrigen in der Fläche $AMBN$ gesehen haben. Die durch den neuen Durchschnitt zum Vorschein gebrachte Figur ist immer der $AMBN$ ähnlich, und also eine Ellipse, wenn $AMBN$ eine Ellipse ist, wie wir dieses annehmen. Und wenn a noch immer die AC, v aber die Entfernung der Fläche des neuen Durchschnitts von dem Mittelpuncte C bedeutet, so ist die grössere Axe dieser Ellipse $\sqrt{(aa - vv)}$, wie gar leicht zu sehen ist, wenn man erweget, daß der Mittelpunct einer jeden solchen Ellipse in die Fläche des durch AB vorgestellten Gleichers der Kugel, und zugleich in die gerade Linie fallen müsse, welche durch C der Fläche des Durchschnitts $ABPQ$ senkrecht gehet. Denn es folget hieraus, daß die grössere Axe einer jeden vermittelst des beschriebenen Durchschnitts zum Vorschein gebrachten Ellipse eine Sehne des Gleichers seyn werde, die dem Durchmesser desselben AB parallel lieget, und von seinem Mittelpuncte um die Länge v entfernet ist. Ist nun $apbq$ eine dieser der $APBQ$ ähnlichen Ellipsen, und es wird in derselben der Bogen dpn in dtm, wie auch eqm in etn gelegt, so wird auch die krumlinichte Figur $damt$ der $DAMT$ ähnlich, folgends zugleich der $EBNT$, welcher die $ebnt$ ebenfalls ähnlich ist. Die in diesen Figuren $damt$, $ebnt$ liegenden Puncte sind die einzigen, welche, indem sie von der Sonne angezogen werden, zur Verminderung der Winkel ACM, BCN etwas beytragen; und sie leisten dieses, bey ihrer Entfernung von der Fläche $APBQ$, in eben dem Maasse, in welchem sie es leisten würden, wenn sich die Ellipse $apbq$, so wie sie gezeichnet ist, würklich in der Fläche $APBQ$ befände. T. XIV. F. 203.

Zu der Ellipse.

§. 1065. Zur würklichen Berechnung nun, welche wir vorhaben, müssen noch einige Eigenschaften der Ellipsen aus denjenigen, die wir Anfangs gesehen haben, hergeleitet werden. Es ist zu dem Ende die Hälfte der 203ten Zeichnung in der 204ten, so weit sie zu dem gegenwärtigen Zwecke nöthig ist, wiederhohlet und mit eben den Buchstaben bezeichnet worden. Die RI ist in derselben aus dem Puncte R dem Halbmesser des Gleichers AC perpendicular, und O der Durchschnitt eben des Durchmessers mit der RL. Wird nun auch hier jede CI durch x angegeben, und die dazu gehörige RI durch y, indem a noch T. XIV. F. 204.

T. XIV. F. 204. immer die grössere Axe der Ellipse *MAN* bedeutet, und *c* die kleinere, so wissen wir, daß seyn werde $aayy = ccaa - ccxx$, oder $aayy + ccxx = ccaa$. Wird aber genommen $aa = cc + ee$, und also $aa - ee = cc$, so entstehet hieraus $aayy + aaxx - eexx = ccaa$, oder $aa(yy + xx) - eexx = ccaa$; da denn *e* die Entfernung des Mittelpuncts der Ellipse von einem ihrer Nabel angiebt.

§. 1066. Es bedeute φ den Winkel $ACM = KOC = IOR$, von welchem wir wissen, daß er der Abweichung der Sonne gleich sey, und folgends $\sin \varphi$ den Sinus dieses Winkels, und $\cos \varphi$ seinen Cosinus; wodurch man bekömt: $CK : CO = \sin \varphi : 1 = RI : RO$, und $CK : KO = \sin \varphi : \cos \varphi = RI : IO$. Wird nun auch eine jede *CK* durch *u* angegeben, und die dazu gehörige *KR* oder *KL* durch *z*, so ist $CO = \frac{u}{\sin \Phi}$, und $KO = \frac{u \cdot \cos \Phi}{\sin \Phi}$; woraus folget $RO = z - \frac{u \cdot \cos \Phi}{\sin \Phi}$. Nun ist auch $RI = RO \cdot \sin \varphi$. und $OI = RO \cdot \cos \varphi$. Also $RI = y = z \cdot \sin \varphi - u \cdot \cos \varphi$, und $x = CO + OI = \frac{u}{\sin \Phi} + z \cdot \cos \varphi - \frac{u \cdot \cos \Phi^2}{\sin \Phi}$. Es ist aber $\frac{u}{\sin \Phi} - \frac{u \cdot \cos \Phi^2}{\sin \Phi} = \frac{u(1 - \cos \Phi^2)}{\sin \Phi}$, und $1 - \cos \varphi^2 = \sin \varphi^2$; also $x = z \cdot \cos \varphi + u \sin \varphi$. Aus den Gleichheiten, $x = z \cdot \cos \varphi + u \cdot \sin \varphi$, und $y = z \cdot \sin \varphi - u \cdot \cos \varphi$ folget ferner $x^2 = z^2 \cdot \cos \varphi^2 + 2zu \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi + u^2 \cdot \sin \varphi^2$, und $y^2 = z^2 \cdot \sin \varphi^2 - 2zu \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi + u^2 \cdot \cos \varphi^2$; welches giebt, wenn man überall anstatt $\sin \varphi^2 + \cos \varphi^2$ das Quadrat des Radius 1 setzet, $x^2 + y^2 = z^2 + u^2$. Durch diese Werthe nun wird die Gleichung $aa(xx + yy) - eexx = ccaa$ in diese $aa(zz + uu) - ee(z^2 \cdot \cos \varphi^2 + 2zu \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi + u^2 \cdot \sin \varphi^2) = ccaa$ verwandelt, welche auch also geschrieben werden kan: $(aa - ee \cdot \cos \varphi^2)\, zz - 2ee \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi \cdot uz + (aa - ee \cdot \sin \varphi^2)\, uu = ccaa$.

§. 1067. Wird nun zu einer weitern Verkürzung gesetzt $aa - ee \cdot \cos \varphi^2 = mm$, $aa - ee \cdot \sin \varphi^2 = nn$, und $ee \cdot \cos \varphi \cdot \sin \varphi = kk$, so folget hieraus, wenn gehörig multiplicirt wird, $m^2n^2 = a^4 - a^2e^2 \cdot \sin \varphi^2 - a^2e^2$.

$a^2e^2 . \cos\varphi^2 + e^4 . \sin\varphi^2 . \cos\varphi^2$, das ist, (weil wider $\sin\varphi^2 + \cos\varphi^2 = 1$); T. XIV. F. 204.
$m^2n^2 = a^4 - a^2e^2 + e^4 . \sin\varphi^2 . \cos\varphi^2$. Aus dem gesetzten folgt $e^4 . \cos\varphi^2 . \sin\varphi^2 = k^4$. Also haben wir $m^2n^2 = a^4 - a^2e^2 + k^4$, oder $a^4 - a^2e^2 = m^2n^2 - k^4$. Es ist aber $a^4 - a^2e^2 = a^2(a^2 - e^2) = a^2c^2$, weil $c^2 = a^2 - e^2$; und also auch $aacc = m^2n^2 - k^4$, und $k^4 = m^2n^2 - a^2c^2$: vermittelst welcher Benennungen, die letzte Gleichung des vorhergehenden Absatzes in die folgende verwandelt wird:

$$m^2z^2 - 2k^2uz + n^2u^2 = a^2c^2$$

$$\text{oder} \quad z^2 - \frac{2k^2uz}{m^2} = \frac{a^2c^2 - n^2u^2}{m^2}.$$

Die Wurzeln dieser Gleichung geben die zwo Linien KR und KL zu einer jeden $u = CK$. Es werden aber diese Wurzeln durch die gewöhnliche Regel unmittelbar also angegeben: $z = \frac{k^2u}{mm} \pm \sqrt{\left(\frac{a^2c^2 - n^2u^2}{m^2} + \frac{k^4u^2}{m^4}\right)}$. Nun kan, was hier unter dem Wurzelzeichen stehet, auch also geschrieben werden $\frac{m^2a^2c^2 - m^2n^2u^2 + k^4u^2}{m^4}$; und wenn man statt k^4 seinen in dem vorhergehenden gefundenen Werth $m^2n^2 - a^2c^2$ setzt, so wird eben der Bruch in diesen $\frac{m^2a^2c^2 - m^2n^2u^2 + m^2n^2u^2 - a^2c^2u^2}{m^4}$ verwandelt, welcher Ausdruck nichts anders bedeutet, als der viel kürzere $\frac{a^2c^2(m^2 - u^2)}{m^4}$. Es ist also die verlangte Quadratwurzel, $= \frac{ac}{mm}\sqrt{(m^2 - u^2)}$, und es werden die zwo Wurzeln der Gleichung vermittelst dieser Verkürzung durch $z = \frac{k^2u \pm ac\sqrt{(m^2 - u^2)}}{mm}$ angegeben. Die grössere derselben giebt KR, welche als positiv angesehen wird, und es ist also $KR = \frac{k^2u + ac\sqrt{(m^2 - u^2)}}{mm}$, die kleinere Wurzel aber giebt $KL = \frac{k^2u - ac\sqrt{(m^2 - u^2)}}{mm}$, welche so lange negativ bleibt, als CK kleiner ist, dann CD.

T. XIV. F. 204. §. 1068. Denn wenn, indem sich die RL beständig von der MN entfernet, endlich CK der CD gleich wird, so wird diese KL zu einem blossen Puncte, und es ist also für diesen Fall $k^2u = ac\sqrt{(m^2 - u^2)}$ und $k^4u^2 = m^2a^2c^2 - a^2c^2u^2$, woraus, wenn wieder anstatt des k^4 sein Werth gesetzt wird, folget $m^2n^2u^2 - a^2c^2u^2 = m^2a^2c^2 - a^2c^2u^2$, das ist, $n^2u^2 = a^2c^2$, oder $nu = ac$, und $u = \frac{ac}{n}$, wodurch also nunmehro die durch u bedeutete Linie CD gegeben wird. Hat sich das Punct D noch weiter von dem C entfernet, so daß es nun in der verlängerten CD ausser D in k fällt; so kan eine durch dieses k der MN parallel gezogene Linie den Umkreis MAN nur an der Seite A schneiden und wenn dieses in r und l geschiehet, so wird ausser der kr, die immer positiv bleibt, auch die kl positiv. Es ist also $rl = kr - kl = \frac{k^2u + ac\sqrt{(mm - uu)}}{mm} - \frac{k^2u - ac\sqrt{(mm - uu)}}{mm} = \frac{2ac\sqrt{(mm - uu)}}{mm}$. Entfernet sich die Linie kr noch weiter von der MN, welcher sie immer parallel bleibt, so wird die Sehne rl immer kleiner und kleiner, und verschwindet endlich gar, indem die beyden l und r in ein Punct zusammen fallen, in welchem die rlk die Ellipse nun nicht mehr schneidet, sondern blos berühret. Für diesen Fall ist also $\frac{2ac\sqrt{(mm - uu)}}{mm} = 0$, und $\sqrt{(mm - uu)} = 0$; woraus fliesset $uu = mm$ und $u = m$. Wolte man dem Puncte k eine noch grössere Entfernung von C geben, so würde die durch dasselbe der MN parallel gezogene Linie mit der Ellipse gar keine Gemeinschaft haben. Demnach ist der krumlinichte Raum $DAMTD$ ganz zwischen der MN und der ihr dergestalt parallel gezogenen klr enthalten, daß diese klr die Ellipse nicht schneidet, sondern nur berühret, und man kan die zu dieser Tangente gehörige CK, welche ist $u = m$, als die Höhe dieser Figur $DAMTD$ ansehen.

Summe der Momente der hier würkenden Kräfte.

§. 1069. Nach dieser Vorbereitung können wir uns zur Berechnung der Kräfte wenden, mit welchen die Sonne, indem sie in die körperlichen Puncte des Raums $DAMTD$ auf die erklärte Art würket, die Ellipse in ihrer Fläche um das Punct C zu drehen bemühet ist. Der Anfang kan mit einem jeden in

der

der Linie RK liegenden Puncte F gemacht werden, welche RK wir nunmehro als T. XIV. F. die Höhe eines geraden körperlichen Prisma ansehen müssen, dessen Grundfläche 204. ein Quadrat von einer unendlich kleinen Seite ist, welche, weil sie durchaus eben dieselbe bleibt, gar wohl zur Einheit gemacht werden kan. Wird dieses Prisma durch Schnitte, die sämtlich der RK perpendicular sind, in unendlich viele Theile getheilet, so bekant jeder dieser unendlich kleinen Theile ebenfals die Gestalt eines geraden Prisma, dessen in der RK genommene Höhe wir dz nennen können, wodurch, da die Grundfläche 1 ist, und dz eben so viel bedeutet als $1 \times dz$, auch der körperliche Inhalt eines jeden solchen Theilchen angegeben wird. Ja es kan dz auch die Masse eben dieses Theilchen bedeuten. Denn da uns gänzlich unbekant ist, nach welchem Gesetze die Dichtigkeit der Erde in verschiedenen Entfernungen von ihrem Mittelpuncte wachse oder abnehme, so finden wir uns gewissermaassen gezwungen, ihr durchaus eben die Dichtigkeit zuzuschreiben; da denn die Masse eines jeden Theils derselben mit seiner Grösse zugleich wächset, und beyde aus einer jeden zur Einheit genommenen Masse durch eben die Zahl ausgedrückt werden. Die Länge FK, um welche das angenommene Theilchen dz in der RK von CD entfernet ist, sey z. Nun war die erklärte von dem Zuge der Sonne herrührende Kraft, die hier in Betrachtung komt, zu dem Puncte F, $= \frac{3Mz}{D^3}$; und da in diesem Ausdrucke D die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne bedeutet, welche bey der Berechnung der Länge M, um welche sich der Mittelpunct der Erde in einer gewissen kleinen Zeit der Sonne nähert, gar wohl zur Einheit gemacht werden kan, so kan eben die Kraft auch kürzer durch $3Mz$ angegeben werden. Multipliciret man also diese $3Mz$ durch die Masse dz, so wird durch $3Mzdz$ die ganze Kraft ausgedrückt, welche die Sonne anwendet, das bey F liegende Theilchen nach der Richtung FR von CD zu entfernen; welche Kraft sodann mit ihrer ganzen Stärke in das Punct K würket, und, weil C dabey als unbeweglich anzusehen ist, die CD samt der Ellipse um dieses Punct C herumdrehet.

§. 1070. Die Kraft, mit welcher alle von K bis an F liegende Theile, welche ein Prisma ausmachen, dessen Höhe die KF ist, dergestalt in das Punct K würken, bestehet aus der Summe der zu jedem dieser Theile gehörigen $3Mzdz$, und ist demnach $\frac{3}{2}Mzz + c$, in welchem Ausdrucke der erste Theil durch eine der ersten Regeln der Integralrechnung gefunden wird, c aber eine gewisse Grösse bedeutet,

T. XIV. F. 204. deutet, die immer dieselbe bleibt, um die wir uns aber hier nicht zu bekümmern haben. Denn dieser Ausdruck ist allgemein, man mag das Punct F in der RK setzen, wohin man will. Setzet man also dasselbe in R, und macht dadurch $z = KR$, so wird die ganze Kraft aller in dieser KR liegenden Theile durch $\frac{3}{2}M.KR^2 + c$, und, aus eben dem Grunde, die Kraft aller Theile in der KT durch $\frac{3}{2}M.KT^2 + c$, angegeben. Nun ist $KT = KL$, und wenn auch die letztere dieser Linien negativ ist, so ist doch das Quadrat derselben KL^2 eben sowohl positiv als KT^2. Es kan also auch $\frac{3}{2}M.KL^2 + c$ für den Ausdruck aller Kräfte in KT gebraucht werden, und demnach der Unterschied von beyden, welcher ist $\frac{3}{2}M.KR^2 - \frac{3}{2}M.KL^2$, oder $\frac{3}{2}M.(KR^2 - KL^2)$ für denjenigen, welcher die Kraft angiebt, mit welcher die in der RT liegenden Theile in eben das Punct K würken; und wir haben gesehen, daß diese allein in Betrachtung zu ziehen seyn. Nun ist $KR = \frac{k^2u + ac\sqrt{(m^2 - u^2)}}{mm}$ und $KL = \frac{k^2u - ac\sqrt{(m^2 - u^2)}}{mm}$; also $KR^2 - KL^2 = \frac{4k^2acu\sqrt{(m^2 - u^2)}}{m^4}$, welches durch $\frac{3}{2}M$ multiplicirt, vor die gesuchte Kraft des RT giebt $\frac{6M.k^2acu\sqrt{(m^2 - u^2)}}{m^4}$. So lang nun in den Winkel φ keine Veränderung vorgehet, bedeuten alle Buchstaben dieses Ausdrucks, ausser dem einzigen u, beständige Grössen. Setzen wir also $\frac{6M.kkac}{m^4} = f$, und verwandeln dadurch den eben herausgebrachten Ausdruck in $fu\sqrt{(mm - uu)}$, so wird durch f ebenfals eine beständige Grösse bedeutet.

§. 1071. Wenn man sich nun neben das an die RT angelegte Prisma so viele andere von eben der Grundfläche und Höhe gelegt vorstellet, als nöthig sind, in der Fläche der Zeichnung ein Rechteck zu bedecken, dessen der CD parallel genommene Breite die unendlich kleine du ist, und dadurch ein neues Prisma zu Wege bringet, so verhält sich die Kraft des vorigen zu der Kraft des neuen wie 1 zu du, und es wird also diese Kraft $= fudu\sqrt{(mm - uu)}$. Die Richtung derselben ist die vorige KR, auf welche aus C, so hier für den Ruhepunct angenommen werden muß, die $CK = u$ perpendicular fällt. Demnach wird das Moment dieser Kraft, mit welchem sie bemühet ist, die Linie CD um C herumzudrehen, durch das Product aus beyden, $fuudu\sqrt{(mm - uu)}$ ausgedrücket, und

die

die Summe der Momente aller dergleichen Prismen, welche auf die beschriebene Art in die Figur *DAMTD* gebracht werden und dieselbe ganz bedecken, ist dasjenige, warum es uns nunmehro zu thun ist. Nun ist aber das Integral zu $fuudu\sqrt{(m^2-u^2)}$, oder welches eben das bedeutet, zu $f(m^2-u^2)^{1:2}u^2du$, dieses, $\frac{1}{4}fm^2f(m^2-u^2)^{1:2}du-\frac{1}{4}f(m^2-u^2)^{3:2}u+C$, wie man sehen kan, wenn man von diesen letztern die Differentialgrösse nimt. Diese ist $\frac{1}{4}fm^2(m^2-u^2)^{1:2}du+\frac{3}{4}f(m^2-u^2)^{1:2}uudu-\frac{1}{4}f(m^2-u^2)^{3:2}du$. Denn *C* ist eine beständige Grösse. Das letzte Glied der Differentialgrösse $-\frac{1}{4}f(m^2-u^2)^{3:2}du$ kan auch also geschrieben werden $-\frac{1}{4}f(m^2-u^2)(m^2-u^2)^{1:2}du$, und läst sich folgends in diese zwey andre theilen, $-\frac{1}{4}fm^2(m^2-u^2)^{1:2}du+\frac{1}{4}f(m^2-u^2)^{1:2}u^2du$. Dadurch wird das ganze Differential $\frac{1}{4}fm^2(m^2-u^2)^{1:2}du-\frac{1}{4}fm^2(m^2-u^2)^{1:2}du+\frac{3}{4}f(m^2-u^2)^{1:2}uudu+\frac{1}{4}f(m^2-u^2)^{1:2}uudu$, welches genau so viel ist, als $f(m^2-u^2)^{1:2}uudu$, oder $fuudu\sqrt{(m^2-u^2)}$. Demnach wird zu einer jeden *u* die Summe der Momente, welche wir suchen, durch $\frac{1}{4}fm^2f(m^2-u^2)^{1:2}du-\frac{1}{4}f\times(m^2-u^2)^{3:2}u+C$, angegeben, und es ist dabey nichts übrig, als daß wir uns die Bedeutung dieser Ausdrücke deutlich vorstellen.

T. XIV. F. 204.

§. 1072. Mit dem mittlern $\frac{1}{4}f(m^2-u^2)^{3:2}u$, welcher auch also gesetzt werden kan $\frac{1}{4}fu(m^2-u^2)\sqrt{(m^2-u^2)}$, hat es keine Schwierigkeit. Was aber den ersten $\frac{1}{4}fm^2f(m^2-u^2)^{1:2}du$ anlangt, so bedeutet in demselben $f(m^2-u^2)^{1:2}du$ oder $fdu\sqrt{(m^2-u^2)}$ die Summe aller $du\sqrt{(m^2-u^2)}$. Wird aber mit dem Radius $CA=m$ (*Tab. XIV. Fig.* 205.) der Quadrante eines Cirkels *ABC* beschrieben, und in demselben *CE* der *u* gleich genommen, so wird durch $\sqrt{(m^2-u^2)}$ die der *AC* parallel laufende *DE* angegeben, wie leicht zu sehen ist, wenn man auch *DC* ziehet. Stellet man sich also *Ee* unendlich klein, und der *du* gleich vor, so wird durch $du\sqrt{(m^2-u^2)}$ nichts anders als das aus den Seiten *ED*, und ed gebildete Rechteck *DEed* ausgedrückt, und $fdu\sqrt{(m^2-u^2)}$ ist die Summe aller Rechtecke dieser Art, die vom ersten Anfange an, da *DE* in die *CA* gefallen ist, bis an die *DE* oder *de*, in dem Raume *ECAD* enthalten sind. Demnach bedeutet $fdu\sqrt{(m^2-u^2)}$ selbst diesen Raum *ECAD*, welcher anfänglich, da $u=0$, und *DE* in die *AC* fällt, gar keine Grösse hat, nach und nach aber mit der *u* bis zur Grösse des Quadranten *ACB* anwächset, welche er erreichet, sobald *u* dem Halbmesser *m* gleich

T. XIV. F. 205.

T. XIV. F. 205. gleich wird. Was aber die beständige Grösse C anlangt, so ist die Summe der Momente, mit welcher wir uns beschäftigen, nichts, wenn u nichts ist, wie man leicht siehet. Es wird aber durch $u = 0$ auch $\frac{1}{4} fu(m^2 - u^2)\sqrt{(m^2 - u^2)} = 0$, weil u unter den Factoren dieses Ausdrucks mit vorkomt. Demnach zu diesem Falle $0 = 0 + 0 + C$, das ist $C = 0$, und dieses muß auch sonst, bey einer jeden Grösse der u, statt haben.

§. 1073. Wir können also, wenn wir die gesuchte Summe der Momente S nennen, diese zu einer jeden u durch $S = \frac{1}{4} fm^2 \times ECAD - \frac{1}{4} fu(m^2 - u^2)\sqrt{(m^2 - u^2)}$ angeben. Ist aber $u = m$, so wird $m^2 - u^2 = 0$ und es verschwindet der zweyte Theil dieses Ausdrucks. Da nun, indem u bis zu m angewachsen ist, zugleich $ECAD$ die Grösse des Quadranten ACD erreichet hat, so wird die Summe der Momente aller in dem Raume $DAMTD$ der 204ten Zeichnung liegender körperlicher Puncte durch $S = \frac{1}{4} fm^2 . ACB$ gegeben. Denn es sind, wie wir (1068) gesehen haben, diese Puncte sämtlich zwischen der MN dieser 204ten Zeichnung und einer andern Linie enthalten, welche dieser MN in der Entfernung m parallel läuft. Wenn π die Hälfte des Umkreises des mit dem Radius 1 beschriebenen Cirkels bedeutet, und also $1 : \pi$ die Verhältniß eines jeden Durchmessers zu dem Umkreise seines Cirkels ist, so ist $ACB = \frac{1}{4}\pi m^2$. Dadurch wird $S = \frac{1}{16} fm^4\pi$; und weil die Sonne in die andere Hälfte der elliptischen Scheibe, welche man sich an der andern Seite der MN vorstellen muß, auf eben die Art würket, so ist die ganze Summe aller Momente der Kräfte, welche sie anwendet die Scheibe in ihrer Fläche um C zudrehen, zweymal so groß, und wird durch $\frac{1}{8} fm^4\pi$ ausgedruckt. Nun ist $f = \frac{6M.kkac}{m^4}$ (1070). Lassen wir also S die letztere Summe aller Momente bedeuten, und setzen in dem Ausdrucke derselben diesen Werth des f an seinen gehörigen Ort, so wird $S = \frac{6\,M.\,kkac}{m^4} \times \frac{1}{8} m^4\pi = \frac{3}{4} M.\,kkac\pi$. Auch ist gesetzt worden, $kk = ee.\,sin\,\varphi.\,cos\,\varphi$; und man weiß, daß zu einem jeden Winkel, welchen φ bedeuten mag $2\,sin\,\varphi.\,cos\,\varphi = sin\,2\varphi$, und also $sin\,\varphi.\,cos\,\varphi = \frac{1}{2}.sin\,2\varphi$. Wird also auch dieses angewendet, so entstehet $S = \frac{3}{8} M.\,eeac\pi.\,sin\,2\varphi$.

§. 1074.

§. 1074. Die elliptische Scheibe $APBQ$, (*T. XIV. Fig.* 203.) welche die Sonne mit dieser Gewalt S um ihren Mittelpunct zu drehen bemühet ist, hat durchaus zu ihrer Dicke die unendlich kleine Linie, welche bey dieser Betrachtung zur Einheit gemacht worden ist. Denn sie kann weder dicker noch dünner seyn, als die neben einander gelegten Prismen, aus welchen wir sie zusammen gesetzt haben. Giebt man dieser Scheibe eine andere, ebenfalls unendlich kleine Dicke dv, so wird die Summe der Momente in der Verhältniß $1 : dv$ vermehret oder vermindert, und es muß, wenn diese Summe angegeben werden soll, der Ausdruck der vorigen durch dv multipliciret werden. Bleibet alsdenn der Winkel φ immer eben derselbe, so werden zu Ellipsen von verschiedener Gestalt und Grösse, ausser der willkührlichen dv, nur die Axen a, c, samt der von beyden abhangenden e veränderlich, und es kann, mit Absonderung der beständigen von diesen veränderlichen Grössen, geschrieben werden $S = \frac{3}{8} M\pi \, sin.\, 2\varphi \times aceedv$. T. XIV. F. 203.

§. 1075. Dieses nun führet uns unmittelbar zu der Summe der Momente einer gedruckten Kugel. Wenn wir diejenige, so durch ihren Mittelpunct geschnitten, die Ellipse $APBQ$ der 203ten Zeichnung gab, mit einer andern Fläche, in der Entfernung v der $APBQ$ parallel schneiden; so wissen wir (125), daß dadurch eine kleinere Ellipse zum Vorschein gebracht werde, die der $APBQ$ ähnlich ist, und $\sqrt{(aa - vv)}$ zur Hälfte ihrer grössern Axe hat (1064). Wenn also apbq diese Ellipse ist, deren Axe ab mit der MN den Winkel $aCM = ACM = \varphi$ nschliesset, so folget aus der Aehnlichkeit der zwo Ellipsen $APBQ$ und apbq, vermöge welcher $AC : CP = aC : Cp$, daß die kleinere Axe der letztern Ellipse $Cp = \frac{c}{a}\sqrt{(aa - vv)}$ seyn werde; und eben so wird auch die Entfernung des Mittelpuncts dieser apbq von einem ihrer Nabel geschlossen $= \frac{e}{a}\sqrt{(aa - vv)}$. Stellet man sich also an statt eben der apbp eine elliptische Scheibe vor, deren Dicke dv ist, und setzet in dem veränderlichen Factor des letztern Ausdrucks $aceedv$, die dergestalten entdeckten zu dieser Scheibe gehörigen Werthe, welche denselben in $\frac{c}{a}(aa - vv) \times \frac{ee}{aa}(aa - vv)\,dv = \frac{cee}{a^3}(aa - vv)^2 dv$ verwandeln; so wird die Summe aller Momente, welche von der Würkung der Sonne

T. XIV. F. 203. in diese Scheibe herrühren, $= \frac{3}{8} M.\pi.\mathit{sin}\ 2\Phi \times \frac{cee}{a^3}(aa - vv)^2 dv$. Der Ausdruck gilt für eine jede dergleichen Scheibe, so gros oder klein auch zu derselben die Entfernung v seyn mag: und es wird, bey der Veränderung dieser v der Factor $\frac{\frac{3}{8} M.\pi.\mathit{sin}\ 2\Phi.\ cee}{a^3}$ nicht verändert. Wenn man also statt dieser beständigen Grösse den einzelnen Buchstaben h setzet, so wird eben die Summe der Momente auch kürzer durch $h(aa - vv)^2 dv$ angegeben.

§. 1076. Nun läßt sich die ganze Kugel in dergleichen unendlich dünne Scheiben zertheilen. Es ist also die Summe der Momente aller dieser Scheiben auch die Summe der Momente der Kugel, und wir dörfen nur das gefundene $h(aa - vv)^2 dv$ integriren, wenn wir diese Summe angeben wollen. Zu dem Ende wird statt $(aa - vv)^2$ geschrieben $a^4 - 2a^2v^2 + v^4$, welches giebt $h(aa - vv)^2 dv = ha^4 dv - 2ha^2v^2 dv + hv^4 dv$. Hier wird das Integral gar leicht entdecket, und es ist dasselbe $ha^4 v - \frac{2}{3} ha^2 v^3 + \frac{1}{5} hv^5 + C$, welches demnach die Summe der Momente eines jeden zwischen den zwo Flächen $APBQ$ und apbq enthaltenen Theils der Kugel ausdrücket, wenn diese Flächen einander parallel, und um die durch v angegebene Weite von einander entfernet sind. Denn die beständige Grösse C wird auch hier gar leicht entdecket. Wenn v ganz und gar keine Grösse hat, und also $APBQ$ eine blosse Oberfläche ohne Körper ist: so haben keine Momente statt. Es fallen aber bey $v = 0$ auch alle übrigen Glieder des Ausdrucks weg, weil sie sämtlich den Factor v enthalten. Es wird also für diesen und alle übrige Fälle geschlossen $C = 0$, und die Summe der Momente des eben bestimmten Theils der Kugel ist genau $ha^4 v - \frac{2}{3} ha^2 v^3 + \frac{1}{5} hv^5$. Wird also hierinne ferner gesetzt $v = a$, welche Grösse die v nicht übersteigen kann, so erhält man die Summe der Momente der ganzen an der einen Seite des Schnitts $APBQ$ liegenden Halbkugel, welche demnach $ha^5 - \frac{2}{3} ha^5 + \frac{1}{5} ha^5 = (\frac{18}{15} - \frac{10}{15})\ ha^5 = \frac{8}{15} ha^5$ ist. Eben so vieles betragen auch die Momente der andern Hälfte, und demnach ist die Summe aller Momente der ganzen Kugel $= \frac{16}{15} ha^5$.

§. 1077. Da nun h statt der Grösse $\frac{\frac{3}{8} M.\pi.\mathit{sin}\ 2\Phi.\ cee}{a^3}$ stehet, so wird, wenn man diese wieder an ihren Ort setzet, eben die Summe durch $\frac{2}{5} M.\pi.\mathit{sin}\ 2\Phi.$

aacee angegeben. Nun ist $\frac{4}{3}\ \pi aac$ die Grösse der gedruckten Kugel, welche erzeiget wird, indem sich die Ellipse *APBQ* um ihre Axe *PQ* herumdrehet (122), und wenn wir diese Kugel *T* nennen, weil sie eigentlich die Erde seyn soll, so wird $\pi aac = \frac{3}{4}T$. Dieses verkürzt den Ausdruck noch mehr, und er wird dadurch in $S = \frac{3}{10}MTee\ sin\ 2\Phi$ verwandelt, wenn auch nunmehro *S* die Summe aller Momente bedeutet. Für *T* aber kan auch die ganze Masse der Erde genommen werden, weil wir uns dieselbe hier als durchaus gleich dichte vorstellen. *T. XIV. F.* 203.

§. 1078. Wenn nun in *A* oder irgend einem andern Puncte der Fläche *APBQ*, nach einer in eben der Fläche liegenden Directionslinie, eine Kraft *V* dergestalt würket, daß *a* die Entfernung dieser Directionslinie von dem Mittelpunct *C* wird, und also $V \times a$ das Moment der Kraft *V* vorstellet: und es soll diese Kraft bey dem Drehen der Kugel eben die Würkung haben, welche die Sonne vermittelst der gefundenen Summe der Momente *S* leistet, so ist die Gleichheit $V \times a = S$ die einzige Bedingung, bey welcher dieses geschehen kan. Daraus aber folgt, daß die Kraft *V* selbst die Grösse $\frac{S}{a}$ oder $\frac{\frac{3}{10}MTee.\ sin\ 2\Phi}{a}$ haben müsse. Uebrigens wird die Kraft *V*, wie eine jede andere, durch die Geschwindigkeit angegeben, welche sie einer gewissen Masse in einer bestimten Zeit beybringet, oder durch die Länge des Weges, welchen sie diese Masse in der angenommenen Zeit zu beschreiben zwinget, indem sie in dieselbe gleichförmig würket. An die Stelle der Masse aber kan ein jeder anderer Widerstand gesetzt werden, der eben das leistet, was die Masse durch ihre Trägheit thut. Wird also bey der Kugel dieser Widerstand ausgemacht, so wird die Geschwindigkeit, welche die Kraft *V* dem Puncte *A*, in welches sie unmittelbar würket, in der festgesetzten Zeit beybringet, und der Weg, welchen sie denselben in dieser Zeit zu machen zwinget, gar leicht angegeben.

§. 1079. Soll also die Bewegung entdecket werden, welche die Sonne dem in dem Gleicher der Kugel liegenden Punct *A* beybringen würde, wenn die Kugel sich nicht um ihre Axe *PQ* drehete: so ist nun nichts mehr nöthig, als daß wir den angezeigten Widerstand ausmachen, welchen die Kugel, vermöge ihrer Trägheit, einer Kraft deren Richtung in der Ebene *APBQ* der *AC* perpendicular ist, in dem Falle thut, da der Mittelpunct der Kugel unbeweglich an seinem

T. XIV. F. 203. Orte erhalten wird, und also die bey A angebrachte Kraft nichts anders leisten kan, als daß diese jene um eine Axe, welche durch C der Fläche $APBQ$ perpendicular fällt, ringsherum drehet. Wir können bey dieser Untersuchung $APBQ$ als einen Cirkel, und CA als den Halbmesser der von denselben erzeugten vollkommen runden Kugel ansehen. Denn obwohl die Erde, auf welche diese Betrachtung angewendet werden soll, etwas von dieser Gestalt abweicher; so machen doch die Fehler, welchen man sich aussetzet, indem man dieselbe durchaus von einerley Dichtigkeit annimt, es sehr überflüßig, die Sache von einer andern Seite so genau zu nehmen.

Der von der entdeckten Kraft zu überwältigende Widerstand.

§. 1080. Diesen Widerstand nun durch die Masse, welchen die in A angebrachte gleichförmig würkende Kraft, in der Zeit, in welcher sie dieses mit der Kugel verknüpfte Punct A durch einen gewissen Raum beweget, eben so weit forttreiben würde, gehörig auszudrücken, wollen wir annehmen, daß die ge-
T. XIV. F. 206. rade Linie CBA (*Tab. XIV. Fig.* 206.) ein Hebel sey, an welchem die Masse B haftet, welche durch eine bey A angebrachte Kraft in der Zeit t durch Bb beweget werden soll; welches nicht anders geschehen kan, als wenn eben die Kraft in eben der Zeit t das Punct des Hebels A durch Aa fortschiebet. Wenn nun die Kraft unmittelbar in B würkte, so würde ihre Grösse $B \times Bb$ seyn. Da sie aber bey A angebracht ist, und vermittelst des Hebels AC in die Masse B würket, so ist $AC : CB$ wie die vorige $B \times Bb$ zu der bey A angebrachten Kraft, welche demnach durch $\frac{B.CB.Bb}{AC}$ ausgedrücket wird. Der Raum, durch welchen diese Kraft die gesuchte Masse bewegen soll, indem sie in dieselbe unmittelbar würket, ist Aa. Wird also das gefundene durch Aa dividiret, so ist $Q = \frac{B.CB.Bb}{AC.Aa}$ diese Masse, welche der Kraft bey A eben so stark widerstehet, als die Masse B, welche diese Kraft nicht unmittelbar, sondern vermittelst des Hebels CBA in Bewegung setzet: und da $Bb : Aa = CB : AC$, so kan auch etwas bequemer gesagt werden $Q = \frac{B.CB^2}{AC^2}$. Auf diesen Grundsatz werden wir bauen müssen.

§. 1081.

§. 1081. In der 207ten Zeichnung erscheinet ein um den Mittelpunct *C* mit dem Halbmesser *CB* beschriebener Cirkel, welchen ein anderer mit dem Halbmesser *Cb* beschriebener umgiebt, den wir uns kaum grösser vorstellen als den *CB*, so daß der zwischen den beyden Umkreisen enthaltene Ring unendlich schmal geworden. Dieser Ring hat durchaus die ebenfals unendlich kleine dx zu seiner Dicke, welche man sich demnach auf die Fläche desselben perpendicular vorstellen muß. Dadurch wird der Ring körperlich: die Masse desselben aber wird, aus dem bereits öfters wiederholten Grunde, blos durch den Raum angegeben, welchen er einnimt. Diesen Raum, oder die körperliche Grösse des Rings, zu finden, sey $CB = z$ und $Bb = dz$. Wenn nun π seine vorige Bedeutung behält, so wird $2\pi z$ der Umkreis des zu z gehörigen Cirkels, und $2\pi z dz$ die zwischen den beyden Umkreisen enthaltene Grundfläche des Rings, welche durch dx multipliciret den Inhalt oder die Masse des Rings selber durch $2\pi dx . zdz$ angiebt. Diese Masse nun sey die *B* des eben gezeigten Grundsatzes: denn man siehet leicht, daß dieses angenommen werden könne, da der Ring überall gleich weit von *C* entfernet ist. Der Halbmesser *CB* aber sey nach Belieben in *A* verlängert und es sey $CA = a$. Wenn nun die Masse Q angezeigt werden soll, welche einer in der Fläche der Zeichnung und der in derselben beschriebenen Kreise, bey *A* gehörig anzubringenden Kraft, die da bemühet ist den Ring um *C* zu drehen, durch ihre Trägheit eben so stark widerstehet, als der Ring; so darf nur statt $Q = \frac{B . CB^2}{CA^2}$, vermöge desjenigen, so theils gezeigt, theils angenommen worden ist, gesetzt werden, $Q = \frac{2\pi dx}{aa} . z^3 dz$. In diesem Ausdrucke bedeutet blos z, und wenn man will, dz eine veränderliche Grösse: alles übrige, und selbst dx, bleibt beständig eben dasselbe, weil einem jeden Ring, so groß oder klein auch sein Halbmesser z seyn mag, eben die Dicke zugeschrieben wird.

T. XIV. F. 207.

§. 1082. Das Integral von $z^3 dz$ ist $\frac{z^4}{4}$. Und wenn demnach nunmehro Q den Wiederstand eines Rings von einer willkührlichen Breite anzeigen soll, dessen Dicke nach wie vor die unendlich kleine dx ist, so wird $Q = \frac{\pi z^4 dx}{2aa} + C$. Zur völligen Bestimmung dieser Q für jede Breite des Rings muß die beständige

Grösse

T. XIV. F. 207. Grösse C entdecket werden. Ist aber die Rede von einer Scheibe, so wissen wir, daß wenn durch $z = 0$, die Scheibe zu einem blossen Punct gemacht wird, auch Q nichts seyn werde. Da also zu eben der Vorstellung $z = 0$ auch $\pi z^4 dz$ verschwindet, so folget, daß auch seyn werde $C = 0$. Es giebt also $Q = \frac{\pi z^4 dx}{2aa}$, ohne weitern Zusatz, den Widerstand einer jeden um den Mittelpunct C beschriebenen Scheibe, deren Dicke die dx ist: und man darf nur in diesem Ausdrucke z den Halbmesser der Scheibe, zum Beyspiel CD, bedeuten lassen, um den Widerstand, welchen dieselbe der bey A angebrachten Kraft leistet, durch die Masse Q auszudrücken.

T. XIV. F. 205. §. 1083. Ist nun in dem Quadranten ABC der 205ten Zeichnung dem Halbmesser AC die DE in einer beliebigen Entfernung parallel gezogen, und man stellet sich eben dem AC noch eine andere Linie ed gleichlaufend vor, welche von der DE um die unendlich kleine Ee entfernet ist; so wird, wenn sich der Quadrant um seinen andern Halbmesser CB herumdrehet, und also eine halbe Kugel bildet, zugleich von dem Vierecke $DEed$, dessen Winkel, bey E und e gerade sind, eine dergleichen Scheibe erzeuget, als wir betrachten: und wenn $Ee = dx$ und $DE = z$, so ist auch für diese Scheibe $Q = \frac{\pi z^4 dx}{2aa}$. Benennen wir die Entfernung dieser Scheibe von dem Mittelpunct C durch x, und lassen a den Halbmesser der Kugel $CA = CD = CB$ bedeuten, so wird $z^2 = aa - xx$ und $z^4 = (aa - xx)^2 = a^4 - 2a^2x^2 + x^4$, welches jenen Ausdruck in $Q = \frac{\pi(aa - xx)^2 dx}{2aa}$ verwandelt, der auch also geschrieben werden kan: $Q = \frac{\pi}{2aa}(a^4 dx - 2a^2x^2 dx + x^4 dx)$. Hievon aber ist das Integral $\frac{\pi}{2aa}(a^4 x - \frac{2a_2x3}{3} + \frac{x^5}{5}$, welches da es zu $x = 0$ ganz zu nichts wird, den Widerstand angiebt, welchen der von der Figur $ACED$ bey ihrem Umlaufe um die CB erzeugte Theil der Halbkugel, einer bey A nach der Direction der daselbst auf die Fläche des Quadranten perpendicular fallenden AF angebrachten Kraft giebt, welche bemühet ist, denselben um den Halbmesser CB herumzudrehen. Wird also CE der CB gleich gemacht, und zu dem Ende gesetzt $x = a$, so entstehet für

den

den Widerstand der ganzen von dem Quadranten ABC gebildeten Halbkugel, T. XIV. F. 205. $\frac{\pi}{2aa}(a^5 - \frac{2}{3}\iota^5 + \frac{a^5}{5}) = \frac{\pi}{2aa}\cdot\frac{8a^5}{15}$. Der Widerstand der ganzen Kugel ist gedoppelt so groß; und es ist also, wenn Q nunmehro die Masse bedeutet, welche der nach AF würkenden Kraft eben so sehr widerstehet, als die um C zu drehende Kugel, $Q = \frac{8\pi a^3}{15}$.

§. 1084. Die Grösse der zu dem Halbmesser a gehörigen Kugel ist $= \frac{4}{3}\pi a^3$, und weil angenommen wird, daß die Dichtigkeit derselben durchaus die nehmliche sey, so wird durch eben den Ausdruck auch ihre Masse angegeben. Obwohl diese völlig runde Kugel etwas grösser ist als die gedruckte, deren Masse oben durch T angedeutet worden ist: so kan doch ohne Bedenken der Unterschied übergangen, und die Masse dieser Kugel jener T gleich gesetzt werden. Ja es kan durch etwas weitläuftigere Schlüsse gezeigt werden, daß damit gar kein Fehler begangen werde, weil durch dieselbe zu der gedruckten Kugel, in welcher a den Halbmesser des Gleichers und c die halbe Axe angiebt, der Ausdruck $Q = \frac{8}{15}\pi aac$ herausgebracht wird, in welchem $\frac{4}{3}\pi aac$, so den Inhalt der gedruckten Kugel angiebt, nicht anders enthalten ist, als $\frac{4}{3}\pi a^3$ in dem gegenwärtigen. Wird aber in diesem Ausdrucke $\frac{8}{15}\pi a^3 = \frac{2}{5}\cdot\frac{4}{3}\pi a^3$, gesetzt $\frac{4}{3}\pi a^3 = T$; so komt $Q = \frac{2}{5}T$. Dieses ist also der Widerstand der ganzen Kugel: und es verhält sich die Masse derselben T zu der Masse Q, welcher die nach AF gleichförmig würkende Kraft in eben der Zeit eben die Geschwindigkeit eindrücken würde, welche sie dem Puncte A beybringt, indem sie die Kugel um ihren Mittelpunct C drehet, wie 5 zu 2. Nun war die bey dem Puncte A anzubringende, und nach der AF würkende Kraft, welche diesem Puncte A eben die Bewegung beybringet, welche ihm die Sonne giebt, indem sie die Erde um ihren Mittelpunct C drehet, $(1078) = \frac{3}{10}\frac{M.Tee}{a}$. $sin\ 2\varphi$. Wird also dieser Ausdruck durch die eben gefundene Masse $\frac{2}{5}T$ getheilet; und dadurch $\frac{3}{4}\frac{Mee}{a}$. $sin\ 2\varphi$ herausgebracht; so erhält man den Raum, durch welchen die bey A angebrachte Kraft, in der zur Einheit angenommenen oder noch anzunehmenden Zeit, das Punct A bewegen würde, wenn

T. XIV. F 205. sie, so lang diese Zeit währet, gleichförmig in dasselbe würkte. Demnach ist dieser Raum $= \frac{3\,M.\,ee.\,sin\,2\Phi}{4a}$.

Grösse des jährlichen Rückgangs der Nachtgleichen.

§. 1085. Wenn wir nun die nach dieser Vorschrift zu berechnende Bewegung des Puncts des Gleichers A mit derjenigen zusammen halten, mit welcher dieser A, wie ein jeder anderer Punct desselben, bey dem beständigen Drehen der Erde um ihre Axe fortgehet; so haben wir alles, so erfodert wird, die Veränderung der Puncte der Tag- und Nachtgleichen, nach welcher dieselben wider die Ordnung der Zeichen in der Ecliptic zurückgehen, in so weit diese von der Würkung der Sonne herrühret, nicht nur zu erklären, sondern auch zu berechnen. Und es ist diese Berechnung von derjenigen, die oben bey der zur Erläuterung dieser Bewegung dienenden Scheibe gebraucht worden ist, wenig verschieden.

T. XIV. F. 208. Es stelle DAE (*Tab. XIV. Fig.* 208.) die Hälfte des Gleichers der Erde vor, dessen Fläche die Fläche der Ecliptic mit einem Winkel von beynahe $23\frac{1}{2}$ Graden schneidet. In dieser Fläche der Ecliptic sey um den Mittelpunct C mit dem Halbmesser CD ein anderer halber Cirkelkreis DME beschrieben; da denn die verlängerte CD durch den Anfangspunct des Zeichens ♎, CE aber durch den Anfang des ♈ gehen wird. Befindet sich nun die Sonne in der verlängerten CM, in welche Linie sie von D nach der Seite DM übergegangen ist; so wird ihre Länge von D durch die in dem Bogen DM enthaltene Zahl der Grade und deren Theile angegeben, dessen Sinus zugleich der Sinus seiner Ergänzung ME ist. Wird aber ferner in der durch M und die Axe des Gleichers CP gehenden Fläche, welche auf die Fläche des Gleichers senkrecht fällt, mit eben dem Halbmesser CD der Bogen PAM beschrieben, so misset AM die Abweichung der Sonne, und es ist also $ACM = \varphi$; durch den Bogen DA aber, dessen Sinus zugleich den Sinus des AE abgiebt, wird der von eben dem D angerechnete gerade Aufgang derselben angegeben.

§. 1086. Die Sonne ist bemühet das Punct des Gleichers A dem M zu nähern, und dadurch den Bogen AM samt dem Winkel ACM zu vermindern. Die Zeit, welche zur Bestimmung der Grösse dieser Veränderung angenommen werden muß, sey eine Stunde. Wenn man nun auch in der herausgebrachten

Vor-

Vorschrift $\frac{3Mee.\ sin\ 2\Phi}{4a}$, sich unter M denjenigen Raum vorstellet, um welchen sich die Erde in eben der Zeit einer Stunde der Sonne nähert, indem sie in ihrer Bahn verbleibt, und nicht, wie sie vermöge ihrer Trägheit zu thun bemühet ist, von dieser nach der Berührungslinie abweichet: so wird durch eben den Ausdruck der Weg angegeben, welchen das Punct A nach AM in einer Stunde zurück legen würde, wenn die Kraft der Sonne, von welcher diese Bewegung herrühret, die ganze Zeit lang gleichförmig in dasselbe würkte. Bedeutet also wieder dt einen unendlich kleinen Theil der Stunde, so wird der in dieser Zeit dt zurückgelegte Weg $= \frac{3Mee.\ sin\ 2\Phi}{4a}\ dt^2$. Dieser sey AG. Da aber auch das Punct A seine gleichförmige Bewegung in dem Gleicher fortsetzet, so sey $OA = b$ der Theil dieses Kreises, welchen er in einer Stunde beschreibet, und also bdt derjenige, welchen er in der Zeit dt zurückleget. Alsdenn ist, wie wir bereits gesehen haben, der Winkel AOG derjenige, um welchen der Gleicher in eben der Zeit dt von seiner durch die Puncte O, A, C bestimten Lage abgewichen ist, indem er sich nunmehro von O durch G nach F erstrecket. Die Grösse dieses Winkels AOG, oder das Maaß desselben zum Radius 1, wird durch $\frac{AG}{OA} = \frac{3Mee.\ sin\ 2\Phi\ dt}{4ab}$ gegeben, so in der Proportion $OA : AG = 1 : tan.\ AOG$ das vierte Glied ausmachet. Und aus diesem Winkel kan ferner der Bogen EF geschlossen werden, der den Winkel ECF misset, um welchen der gemeinschaftliche Durchschnitt der Flächen des Gleichers und der Ecliptic CE in dieser letztern Fläche in eben der Zeit dt zurückgehet. T. XIV. F. 208.

§. 1087. Wir müssen aber, ehe wir uns auf den kleinen Bogen EF einlassen, zuvor den Winkel OFM betrachten, welchen der Gleicher bey seiner neuen Lage mit der Fläche der Ecliptic einschliesset. Das Punct M, nach welchem sich die beyden A und O richten, beweget sich in der Zeit, in welcher die Sonne von dem Anfange der Wage bis zu den Anfang des Widders gelangt, in dem Kreise DME von D bis in E. Also bekomt in dieser Zeit auch A eine jede mögliche Stelle in dem DAE, und der Bogen AE, welcher von dem OE nicht unterschieden wird, eine jede Grösse, die den halben Umkreis nicht übertrift: fol-

T. XIV. F. 208. gends auch *DO* oder *DA*. So groß oder klein aber auch *OE* seyn mag, so ist doch der Bogen *OF* immer kleiner als derselbe, und man siehet dieses leicht, wenn man sich in der Oberfläche der durch den Halbmesser *CA* zu den Mittelpunct *C* bestimten Kugel den Bogen *Ee* um den Pol *O* beschrieben einbildet. Nun ist nach einer der bekantesten Regeln, die zur Auflösung der Kugeldreyecke dienen, *sin OE* : *sin OF* = *sin OFM* : *sin OEM*; die Winkel *OFM*, *OEM* aber sind immer spitzig, da keiner derselben die Grösse von $23\frac{1}{2}$ Graden erreichet, und wachsen also indem ihre Sinus wachsen. Was aber die Bogen anlangt, so ist nur so lang *sin OE* > *sin OF*, als diese Bogen kleiner sind als Quadranten. Werden sie grösser als Quadranten, so ist, wie bereits oben, bey der Betrachtung der Bewegung der Knotenlinien angemerkt worden ist, *sin OE* < *sin OF*. Demnach ist zwar in dem Falle wenn *OE* oder *AE* kleiner, und also *DA* grösser ist als ein Quadrant, der Winkel *OFM* grösser als *OEM*. Ist aber *AE* grösser als ein Quadrant, und folgends *DA* kleiner, so ist umgekehrt *OFM* kleiner als *OEM*. Es wächset also die Schiefe der Ecliptic, oder der Winkel, welchen der Gleicher der Erde mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, nur in der Zeit, in welcher die Sonne von einem Puncte der Nachtgleichen bis zu dem nächsten Wendpunct übergehet, und nimt aber auch in derjenigen, in welcher sie von den Wendpuncten bis zu den Puncten der Nachtgleichen fortrücket, eben so sehr ab. Dadurch bekomt dieser Winkel *AEM* oder *ADM* seine Gränzen, welche er nie überschreitet, und würde nie grösser seyn als zur Zeit der Sonnenwenden, und nie kleiner als zur Zeit der Nachtgleichen, wenn seine Veränderung blos von der anziehenden Kraft der Sonne herrührete. Auch folget hieraus, daß kurz vor und nach dem Augenblicke der Sonnenwende der Winkel *AEM* = *ADM* gar nicht geändert werde; sondern, wenn *dt* sich mit diesem Augenblicke anfängt oder endiget, *OFM* dem *OEM* völlig gleich bleibe; welches demjenigen gemäß ist, so wir bey unserer kleinen Kugel (1039) gesehen haben.

§. 1088. Es würket aber der Mond beynahe eben so in die Erde als die Sonne, und bringet bey dieser eben dergleichen Veränderungen hervor, wie leicht zu sehen ist, wenn man sich den halben Cirkelkreis *DME* nur nicht in der Fläche der Ecliptic, sondern in der Fläche der Bahn des Mondes beschrieben vorstellet, indem *DAE*, und was damit verbunden ist, das vorige bleibt. Da aber die Fläche der Bahn des Mondes einer beständigen Veränderung unterworfen ist,

so

so sind auch die Winkel, um welche der Zug des Mondes den Gleicher der Erde *DAE*, samt dessen Axe *CP* von ihrer Lage abbringt, viel schwerer zu berechnen, als die von der Sonne herrührenden Abweichungen dieser Art; mit welchen jene Winkel zusammen genommen werden müssen, wenn die ganze Veränderung für einen gewissen Zeitpunct bestimmet werden soll. Betrift diese Veränderung die Schiefe der Ecliptic, so wird der Winkel, um welchen dieselbe in einem gewissen Zeitpuncte grösser oder kleiner ausfällt als die 23 Grade, $28\frac{1}{3}$ Minuten, so die mittlere Grösse dieser Schiefe ausmachen, die Nutation der Ecliptic genennet. Diese aber wächst nicht höher als bis zu 9 Secunden, welches die ganze Veränderung der Schiefe in die engen Schranken von 18 Secunden einschliesset, die wir bey der Berechnung, welche wir vor uns haben, gar wohl bey Seite setzen, und der Ecliptic die beständige Schiefe von 23 Graden $28\frac{1}{3}$ Minuten zuschreiben können. T. XIV. F. 208.

§. 1089. Wenn nun dieser Winkel *AEM* oder *ADM* durch den Buchstaben *I* bedeutet wird, so ist in dem Kugeldreyecke *OEF*, *sin I* : *sin OF* = *sin AOG* : *sin EF*. Statt der Seite *OF* kann auch die *AE* genommen werden, welche hier von derselben nicht zu unterscheiden ist, und statt des Sinus dieser *AE* der Sinus des Vorsprungs *DA*. Der Bogen *EF* aber ist, bey seiner unendlichen Kleinigkeit, von seinem Sinus oder dem Sinus, des Winkels *ECF*, welchen er misset, eben so wenig zu unterscheiden, als wir das Maaß des Winkels *AOG* von seinem Sinus oder seiner Tangente unterscheiden konnten. Es kann also auch geschrieben werden *sin I* : *sin DA* = *AOG* : *ECF*, woraus folget $ECF = \frac{sin\ DA}{sin\ I} . AOG$. Da wir also gefunden haben $AOG = \frac{3M.\ ee.\ sin\ 2\Phi.}{4ab}\ dt$, so ist, wenn wir den Winkel *ECF* oder sein Maaß der Kürze wegen *dq* nennen, $dq = \frac{3M\ ee.\ sin\ DA.\ sin\ 2\Phi}{4ab.\ sin\ I.} . dt$. Um diesen Winkel gehet die Linie *CE* in der Zeit *dt* zurück, indem die Sonne von *M* nach *E* vorwärts gehet: und es ist nun noch auszumachen, wie gros der Winkel *q* seyn werde, zu welchen der entdeckte *dq* in einem bestimmten Theil des Jahres anwächset.

§. 1090. Gleichwie *b* den Theil des Gleichers der Erde anzeiget, um welchen jedes Punct desselben in einer Stunde fortrücket, und *M* die Weite bedeutet, um welche sich die Erde in eben der Zeit, der Sonne nähert; so sey auch *b* der Weg, welchen dieselbe in einer Stunde in ihrer Bahn zurück leget, welcher

T. XIV. F. 208. im Mittel 2 Minuten und 27,8 Secunden, das ist 147,8 Secunden beträgt. Alsdenn wird M der Quersinus zu diesem Bogen h, welcher, da wir die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne zur Einheit gemacht haben, und uns die mit diesem Radius beschriebene Bahn derselben als cirkelrund vorstellen, aus den Tafeln desto leichter berechnet werden könte, wenn wir ihn brauchten. Der Theil des Bogens h aber, welchen die Erde in der unendlich kleinen Zeit dt beschreibt, sey dz, und demnach: 1 Stunde zur dt wie h zu dz, oder $dt = \frac{dz}{h}$. Dadurch wird z, die Summe aller dz, welche die Erde von einem gewissen Zeitpuncte an bis an denjenigen, in welchem sie sich in der CM befindet, in ihrer Bahn beschrieben hat, und es kan gesetzt werden $z = DM$. Aus den Regeln, vermittelst welcher die rechtwinklichen Kugeldreyecke aufgelöset werden, deren eine ist $1 : \sin AMD = \sin DM : \sin DA$, und die andere $1 : \sin AMD = \cos AM : \cos ADM$, folgt, $\cos AM : \cos ADM, = \sin DM : \sin. DA$, das ist $\cos \Phi : \cos I = \sin z : \sin DA$, oder $\sin DA = \frac{\sin z. \cos I.}{\cos \Phi}$. Es ist aber auch $1 : \sin DM = \sin ADM : \sin AM$, das ist $1 : \sin z = \sin I : \sin \Phi$, und also $\sin \Phi = \sin z. \sin I$, und $\sin 2\Phi = 2 \sin \Phi. \cos \Phi$. Hieraus wird

$$\frac{\sin DA. \sin 2\Phi}{\sin I} = \frac{2 \sin DA \sin \Phi. \cos \Phi}{\sin I} = \frac{2 \sin z. \cos I. \sin z. \sin I. \cos \Phi}{\cos \Phi. \sin I}$$

$= 2 \cos I. (\sin z)^2$, und wenn man auch für dt das ihm gleiche $\frac{dz}{h}$ setzet, so wird die Gleichung $dq = \frac{3Mee. \sin DA. \sin 2\Phi}{4ab. \sin I}. dt$ durch alles dieses in $dq = \frac{3Mee}{4ab}. 2. \cos I. (\sin z)^2. \frac{dz}{h}$ verwandelt, welche in einer bessern Ordnung also stehet: $dq = \frac{3Mee. \cos I}{2abh}. (\sin z)^2 dz$. In diesem Ausdrucke bedeutet blos z eine wachsende Grösse, und man darf nur das Integral desselben ausmachen, wenn man die zu jeder z gehörige q aus dieser z bestimmen will.

T. XIV. F. 205. §. 1091. Wir müssen zu dem Ende anmerken, daß wenn $d. \cos z$ die unendlich kleine Linie Ee der 205ten Zeichnung bedeutet, um welche der Cosinus des mit dem Radius 1 beschriebenen Bogens Bd abnimt, indem der Bogen selbst

den

den Zuwachs $dz = Dd$ bekomt, immer sey $\sin z : 1 = -d.\cos z : dz$, oder $dz = -\frac{d.\cos z}{\sin z}$. Denn hierdurch wird dasjenige, so in dem zu integrirenden Ausdrucke unbeständig ist, in $-\sin z.\, d.\cos z$ verwandelt, welches nichts anders als das unendlich kleine Rechteck Ed bedeuten kan. Die Summe aller solcher Rechtecke von B an, da der Bogen z nichts war, bis an die DE, da er zur Grösse BD angewachsen ist, ist die krumlinichte Figur DEB, welche wächset, indem der Cosinus CE abnimt, und zum Quadranten des Cirkels ACB wird, wenn der Cosinus seine Grösse ganz verlieret, da denn $\frac{1}{2}\pi$ den Bogen BA bedeutet, der Quadrant ACB selbst aber durch $\frac{1}{4}\pi$ angegeben wird. Es ist also zu einer jeden Grösse des Bogens z, welche in der Zeichnung durch BD vorgestellet wird, $q = \frac{3Mee.\cos I}{2abh} \times BED$, zu $z = \frac{1}{2}\pi$ aber, $q = \frac{3Mee.\cos I}{8abh}.\pi$, und folgends wenn z endlich dem ganzen Umkreise des Cirkels 2π gleich wird, $q = \frac{3Mee.\cos I.\pi}{2abh}$. Welcher Ausdruck noch, zum Behuf der Rechnung, sehr abgekürzet werden kann. T. XIV. F. 205.

§. 1092. Wir müssen uns zu dem Ende erinnern, daß M den Quersinus des Bogens b bedeute, um welchen die Erde in einer Stunde in ihrer Bahn fortrücket. Dieser b ist so klein, daß er von seiner Sehne kaum unterschieden werden kan, und diese Sehne ist $2\sin\frac{1}{2}b$, deren eines demnach überall statt des andern genommen werden kann, indem man sich vorstellet $2\sin\frac{1}{2}b = b$. Da nun in einem Cirkel die Sehne eines jeden Bogens die mittlere Proportionallinie zwischen dem Durchmesser und dem Quersinus des Bogens ist; so haben wir in dem gegenwärtigen Falle $2 : 2\sin\frac{1}{2}b = b : M$ und also $\frac{M}{b} = \sin.\frac{1}{2}b$, wofür auch gesetzt werden kann $\frac{M}{b} = \frac{1}{2}b = 73'',9$, weil $b = 147'',8$. Ferner ist der Bogen b, welchen jeder Punct des Gleichers in einer Stunde beschreibt, der zwölfte Theil des halben Cirkelkreises, zu welchem der Halbmesser a gehöret, und also $b = \frac{a\pi}{12}$, folgends $12ab = aa\pi$. Da sich also die zuletzt, für $z = 2\pi$ herausgebrachte Grösse des Winkels q auch also angeben lässet $q = 18.\frac{M}{b}.\frac{ee}{12ab}.\cos I.\pi$; so wird durch diese gehörig angebrachte

T. XIV. F. 205. brachte Gleichheiten, $q = 18\ sin\ \frac{1}{2}b.\ \frac{ee}{aa\pi}.\ cos\ I.\ \pi$; oder, weil $18.\ sin\ \frac{1}{2}b =$ 1330″, und π ausfällt, noch kürzer $q = 1330'' \times \frac{ee}{aa}.\ cos\ I$, welches eine gar leichte Rechnung gibt, zu deren Behuf nur noch $\frac{ee}{aa}.\ cos\ I$ durch Zahlen auszudrücken ist.

§. 1093. Nun bedeutet a den halben Durchmesser des Gleichers der Erde, und wenn c wieder die Hälfte der Axe derselben vorstellt, so ist $ee = aa - cc$. Wir haben aber an seinem Orte (264) gefunden $a : c = 57237 : 56917$, welche Verhältniß auch durch 1 : 0,9944 angegeben wird; woraus folget $aa : cc = 1 : 0{,}98883$, und $aa : (aa - cc) = aa : ee = 1 : 0{,}01117$. Der $cos\ I$ ist $= 0{,}91729$, und aus beyden folgt $\frac{ee}{aa}.\ cos\ I = 0{,}01024$, welche Zahl in die 1330 Secunden multipliciret, deren nicht mehr giebt als 13,6. Um so viel würden also die Puncte der Nachtgleichen in einem Jahre zurück gehen, wenn die Sonne allein in die Erde würkte, und einer Rechnung, bey welcher die Gestalt der Erde als vollkommen bekannt vorausgesetzt, und diesem Planeten durchaus einerley Dichtigkeit zugeschrieben wird, gänzlich zu trauen wäre.

§. 1094. Es würket aber der Mond, wie bey der Nutation, so auch bey dem Rückgange der Nachtgleichen, stärker als die Sonne. Dieses ist die Ursache, warum die berechnete von der Sonne allein herrührende Grösse dieses Rückgangs so viel weniger beträgt als die 50 Secunden, welche die Astronomen, nach einer genauen Untersuchung, demselben im Mittel zuschreiben. Nehmen wir an, daß die Kraft, mit welcher die Erde von dem Monde angezogen wird, zu der dieselbe anziehenden Kraft der Sonne sich wie 5 zu 2 verhalte, wie dieses die Erscheinungen bey der Ebbe und Fluth wahrscheinlich gemacht haben; so kann die Verhältniß der mittlern Grösse des in einem Jahre von dem Monde verursachten Rückgangs, zu der Grösse desjenigen, welchen in der nehmlichen Zeit die Sonne würket, von eben der Verhältniß 5 : 2 kaum verschieden seyn. Ist aber dieses, so beträgt jener mittlere Rückgang genau 34 Secunden, und beyde zusammen geben deren 47,6, also nur 2,4 Secunden weniger, dann die Beobachtungen. Und muß nicht auch etwas für die Würkung der übrigen Planeten gerechnet werden?

Der

Der

Astronomischen Vorlesungen

neunzehnter Abschnitt.

Lauf der Planeten in ihren wahren Bahnen.

Vorbereitung zu dieser Lehre.

§. 1095.

Nun ist uns bei den himmlischen Körpern nichts übrig, als die Betrachtung der Bahn, welche der Mittelpunct eines jeden in dem die Sonne umgebenden Raume beschreibt, und die Bestimmung der Zeit, in welcher er jeden Theil dieser Bahn zurück leget. Diese Bewegung stehet mit derjenigen, mit welcher sich eben der Körper um seine Axe drehen mag, in keiner Verbindung: und kan bestehen, so wol, wenn die Axe, um welche sich der Körper drehet, in Absicht auf die Fixsterne immer die nehmliche Lage behält; als auch, wenn dieselbe von einer dergleichen Kraft, als wir betrachtet haben, gezwungen wird, nach und nach von dieser Lage abzuweichen, und bei ihrer Verlängerung durch andere und andere Puncte des Sternhimmels hindurch zu gehen. Wir können also, bei der Betrachtung der Bewegung der Mittelpuncte, welche wir vor uns haben, den Stand und die Bewegung der Axe des Körpers, sammt der Drehung desselben um diese Axe, völlig bei Seite setzen. Es ist uns nur blos um den Ort zu thun, welchen ein Planet, ein Mond oder Comet in jedem Zeitpuncte wirklich einnimmt, um daraus den Stand desselben, in Absicht auf die Fixsterne und die Sonne schliessen zu können, welche wir, die wir diesen Körper aus der ebenfalls in Bewegung stehenden Erde betrachten, ihm in eben dem Zeitpuncte zuschreiben. Wir musten diesen Ort, samt der Bewegung, mit welcher der Mittelpunct des bewegten Körpers durch denselben hindurch gehet, bisher als

bekant voraussetzen, oder uns zur Bestimmung desselben blos der mittlern Bewegungen bedienen, welche nur in einigen wenigen Fällen eine erträgliche Richtigkeit geben.

§. 1096. Die Gründe, auf welche wir bei dieser Betrachtung bauen müssen, sind bereits angezeiget. Alle Körper, welche den Zusammenhang der Sonne, der Hauptplaneten und Cometen ausmachen, die uns je zu Gesicht kommen können, ziehen einander, und zwar so, daß man sich die Kraft, mit welcher jeder derselben einen jeden der übrigen an sich ziehet, als beinahe gänzlich in seinen Mittelpunct versamlet vorstellen kan (886). Dieses erleichtert die gegenwärtige Untersuchung gar sehr, indem es uns erlaubt diese Körper sämtlich als blosse Puncte anzusehen, und ihre Massen ebenfals in der Einbildung in eben die Mittelpuncte zusammen zu pfropfen, welche wir als die Mittelpuncte dieser Massen ansehen müssen, ob wir wol nicht völlig versichert seyn können, daß sie es wirklich sind. Aus dem beständigen Bestreben eines jeden dieser körperlichen Puncte sich mit einem jeden der übrigen zu vereinigen, und aus der geradelinichten Bewegung, welche demselben ein für allemal nicht anderst eingedrückt worden ist, als dieses ein nach einer schicklichen Richtung angebrachter Stoß geleistet haben würde, folgen alle Bewegungen derselben; und es hat in den Lauf, mit welchem jeder dieser Puncte zu jeder Zeit nach dieser oder jener Strecke fortrücket, ein jeder der übrigen seinen Einfluß, welcher die Bewegung, so jener Punct ausserdem haben würde, mehr oder weniger ändert, und bei einer völlig genauen Bestimmung aller Umstände der Bewegung, die er wirklich hat, mit in Betrachtung gezogen werden muß. Es ist aber diese vollkommene Richtigkeit von Menschen nicht zu erwarten: und noch zur Zeit haben auch die scharfsinnigsten Nachforscher dieser Dinge nicht mehr zu ihren Zweck gemacht, als die Vermeidung allzumerklicher Fehler. Da also die Kraft, mit welcher die Sonne jeden Hauptplaneten und die mit demselben verbundene Monden an sich ziehet, diejenige weit übertrift, mit welcher die Hauptplaneten in einander wirken: so kommen vors erste die Folgen dieser vorzüglichen Kraft allein in Betrachtung, indem man die Bahnen berichtiget, welche jeder Hauptlanet um die Sonne beschreiben müste, wenn er von dieser allein, und sonst von keinen andern Weltkörper angezogen würde, und die Gesetze ausmacht, nach welchen sie bei so gestalter Sache in diesen Bahnen fortrücken würden. Nachdem dieses geschehen ist, werden auch die von dem Zuge

der

der übrigen himlischen Körper herrührende Abweichung von dieser Bahn und von diesen Gesetzen untersucht, und, so weit es sich thun lassen will, berechnet; welches dann zu einem Mittel dienet, den eigentlichen Ort des Hauptplaneten, mit welchem man beschäftiget ist, für jeden Zeitpunct viel genauer anzugeben: und eben dergleichen wird auch bei den Nebenplaneten und den Cometen, so weit es noch zur Zeit geschehen kan, beobachtet. Dieses ist der gewöhnliche Weg, in dieser schweren Sache zu einer hinlänglichen Zuverläßigkeit zu gelangen, auf welchem wir, so weit es unsre Kräfte erlauben wollen, fortgehen werden.

Gründe dieser Lehren.

§. 1097. Wenn wir nun die Sonne mit einem der Hauptplaneten, welcher unsere Erde seyn mag, besonders zusammen nehmen, so haben wir (828) gesehen, daß zwar diese Körper beide um den gemeinschaftlichen Mittelpunct ihrer Massen Figuren beschreiben, die einander ähnlich sind; unter welchen aber die von dem Mittelpuncte der Sonne beschriebene, wegen des geringen Abstandes desselben von jenem Mittelpuncte der Massen, so klein ausfällt, daß sie ganz als ein Punct betrachtet, und dadurch dem Mittelpuncte der Sonne alle Bewegung abgesprochen werden kan. Nach dieser Vorstellung wird der Planet immer nach einem Puncte gezogen, welcher völlig in Ruhe ist, und beschreibet seine Bahn um die Sonne, indem er beständig bemühet ist, sich diesem Puncte, welches genau in die Mitte derselben fällt, zu nähern, und also von der geraden Linie, nach welcher er, vermöge seiner Trägheit, ausserdem fortgehen würde, gegen denselben abweichet.

§. 1098. Bei so gestalten Sachen ist die Kraft, welche die Abweichung des Planeten von seinem geradlinichten Weg verursachet, blos der in denselben würkende Zug der Sonne, und die Masse des Planeten hat in dieselbe keinen Einfluß (864). Es ist uns nur um den Zwischenraum zu thun, um welchen der von der Sonne angezogene Planet sich dieser in einer gewissen Zeit mehr nähert, oder von derselben weniger entfernet, als er gethan haben würde, wenn er in der geraden Linie geblieben wäre, nach welcher, beim Anfang dieser Zeit, seine Bewegung gerichtet gewesen ist. Wenn aber, wie hier angenommen wird, alle körperliche Theile eines Planeten gleich stark von der Sonne angezogen werden, so bekömt auch jeder dieser Theile in eben dem Zeitpuncte die nehmliche Geschwindigkeit gegen

die Sonne, und würde sich also, in der angenommenen Zeit, wenn er allein wäre, oder mit den übrigen Theilen eben des Planeten in gar keiner Verbindung stünde, der Sonne weder mehr noch weniger nähern, als ein jeder anderer Theil, oder der aus allen zusammengesetzte Körper des Planeten.

§. 1099. So viel man weiß gehet in der Masse der Sonne, nach welcher sich die anziehende Kraft derselben richtet, auch in einer sehr langen Zeit keine merkliche Veränderung vor. Bliebe nun auch die Entfernung eines Planeten von der Sonne eine Zeitlang eben dieselbe, so würde auch in der Kraft, mit welcher er der Sonne genähert wird, in dieser ganzen Zeit keine Veränderung vorgehen. Der Zug der Sonne würde gleichförmig in den Planeten würken, und dieser würde sich derselben nach eben den Gesetzen nähern, nach welchen unsere schweren Körper auf die Erde fallen. Nun befindet sich kein Planet immer in eben der Entfernung von der Sonne; denn keiner beschreibt einen vollkommenen Cirkelkreis um den Mittelpunct derselben. Es ist aber auch der Unterschied des grösten und kleinsten Abstandes eben des Planeten von diesem Mittelpuncte so groß nicht, daß nicht für jeden derselben ein kleiner Zeitraum angenommen werden könte, in welchem seine Entfernung von der Sonne weder merklich wächset, noch merklich abnimt: und alsdenn behält der Zug, mit welchem die Sonne in diesen Planeten wirket, diese ganze Zeit über, beinahe eben die Grösse. Bei einem Cometen ist der Zwischenraum, in welchem er sich in der angenommen Zeit eines Tages, einer Stunde, oder etwas dergleichen, der Sonne nähern, oder von derselben entfernen kan, zwar viel grösser als bei den Planeten: und wenn dieses ist, so wird er auch am Anfang dieser Zeit beträchtlich stärker oder schwächer gezogen, als beim Ende derselben. So groß aber auch der Unterschied der Entfernungen beym Anfang und dem Ende der zuerst angenommenen Zeit seyn mag, so wird derselbe doch, wenn man diese Zeit theilet, und statt der ganzen, sich ihre Hälfte, ihr Zehntheil, und so weiter, gedenket, nothwendig zugleich vermindert; und man kan, wenn dieser Theilung der Zeit keine Gränzen gesetzt, und die Theile derselben also wirklich unendlich klein gemacht werden, auch den Unterschied der Weiten, um welche der Mittelpunct eines Cometen im Anfang und am Ende dieser unendlich kleinen Zeit, welche *dt* bedeuten mag, von dem Mittelpuncte der Sonne entfernet war, dahin bringen, daß er in Ansehung des Ganzen für nichts zu halten ist. Noch vielmehr ist also dieses von den Planeten richtig: und es wird mit Recht

ange-

angenommen, daß die Kraft, mit welcher die Sonne einen jeden Weltkörper anziehet, so lang die unendlich kleine Zeit *dt* währet, ihre beständige Grösse behalte. Wird also diese Kraft *v* genannt, und es bedeutet *ds* den Zwischenraum zwischen dem Orte, in welchem sich der Mittelpunct des gezogenen Körpers am Ende der Zeit *dt* befinden würde, wenn die Kraft *v* nicht in denselben gewürket hätte, und demjenigen, in welchem er von dieser Kraft, währender Zeit *dt*, wirklich gebracht worden ist: so giebt das Gesetz gleichförmig würkender Kräfte $ds = vdt^2$. Das ist, es verhält sich *ds* zu einem andern dergleichen Zwischenraum, welcher durch die Anwendung eben der Kraft *v* in einer unendlich kleinen Zeit beschrieben wird, die grösser oder kleiner ist als die vorige, wie dt^2 zu dem Quadrate dieser andern Zeit: und wenn auch die Kraft, welche in dieser letztern Zeit würket, von der *v* verschieden ist, wie vdt^2 zu demjenigen, so heraus gebracht wird, wenn man statt *v* diese andere Kraft, und statt *dt* die unendlich kleine Zeit ihrer Würkung setzet.

§. 1100. Wir haben uns diesen Satz bereits (868 ...) zu Nutze gemacht, und werden bei der Untersuchung der Bahnen der Weltkörper auf denselben ferner bauen müssen. Ein zweiter Satz dieser Art ist ebenfals erwiesen (810) und durch die 151 Zeichnung erleutert worden, welche hier (*Tab. XV. Fig.* 209.) mit einigen Zusätzen wiederhohlet wird. Wenn nehmlich ein körperlicher Punct die Bahn *ABDEF* beschreibet, indem er beständig nach dem unveränderlichen Puncte *C* getrieben wird, so verhält sich bei jeder Grösse der Winkel *BCD*, *DCE* und *ECF*, die Zeit, in welcher der Theil der Bahn *BD* beschrieben wird, zu derjenigen, in welcher eben der Punct den Weg *EF* zurückleget, wie der Ausschnitt *BCD* zu dem Ausschnitte *ECF*. Die Wege *BD*, *EF* sind die Bogen dieser Ausschnitte. Hieraus folgt ein nicht weniger allgemeiner Satz, welcher die Winkel der Ausschnitte *BCD*, *ECF* mit einander vergleichet, wenn sie unendlich klein sind, und in gleichen Zeiten beschrieben werden. *T. XV. Fig.* 209.

§. 1101. Wenn nehmlich mit dem Radius *CB*, der kleiner ist als *CE* der Cirkelbogen *BGIK* beschrieben wird, und mit dem Radius *EC* der *EH*, so ist in dem Falle, da die Winkel *BCD*, *ECF* unendlich klein sind, der Cirkelausschnitt *BCG* von dem *BCD*, und *ECH* von dem *ECF* nicht zu unterscheiden, und also, da bei der angenommenen Gleichheit der Zeiten die Ausschnitte *BCD*, *ECF* einander gleich sind, auch $BCG = ECH$. Nun ist *BCG* :

T. XV. F. 209. $ECH = BC \times BG : EC \times EH$. Also auch $BC \times BG = EC \times EH$, und $EC : BC = BG : EH$. Es ist aber auch $EC : IC = EH : IK$, und da $IC = BC$, so folgt hieraus $EC : BC = EH : IK$, welche Proportion mit der vorigen verbunden giebt $EC^q : BC^q = BG : IK$. Diese $BG : IK$ nun ist die Verhältniß der Winkel BCD, ECF, welche um die Spitze C in gleichen Zeiten beschrieben werden. Es verhalten sich also diese Winkel BCD, ECF wie die Quadrate der Entfernungen BC, EC verkehrt gesetzt: so daß, wenn eine dieser Entfernung BC für Eins angenommen, und der bei derselben beschriebene Winkel BCD ebenfals als einfach betrachtet wird: r aber eine jede andere Entfernung EC des bewegten Puncts von dem ruhenden C bedeutet, bei welcher der Winkel ECF beschrieben wird, kurz gesagt werden kan $ECF = \frac{1}{rr}$.

§. 1102. Wenn die Bahn bei F von der FM und bei D von der DN berühret wird, auf welche Linien aus dem Puncte C, nach welchem die Kräfte gerichtet sind, die CM, CN perpendicular fallen; so wird, so lange man die Ausschnitte FEC, DBC als geradlinichte Dreyecke ansehen kan, zu welchen FE, DB die Grundlinien, CM aber und CN die Höhen sind, $FEC = \frac{1}{2}FE.CM$, und $DBC = \frac{1}{2}DB.CN$. Werden also die Ausschnitte gleich angenommen, damit die Theile der Bahnen FE, DB die in den durch diese Gleichheit der Ausschnitte ausgedruckten gleichen Zeiten beschriebene Wege bedeuten mögen, so wird auch $FE.CM = DB.CN$, und $FE : DB = CN : CM$. Die Verhältniß der in den gleichen Zeiten beschriebenen Wege $FE : DB$ ist auch die Verhältniß der Geschwindigkeiten, mit welchen der Planet diese Wege durchläuft. Es verhalten sich also diese eigentlichen Geschwindigkeiten, wie CN, CM die Entfernungen der berührenden Linien von dem Puncte C, verkehrt genommen.

§. 1103. Wird der Winkel MFC, welchen die Tangente mit der von dem Berührungspuncte F nach C gezogenen geraden Linie einschliesset, ϕ, und also sein Sinus $sin\ \phi$, FC aber r genant, so wird aus der Proportion $1 : sin\ \phi = FC : CM$, diese CM gleich dem $r.\ sin\ \phi$, welcher Ausdruck zugleich die CN angeben wird, wenn man ϕ den Winkel NDC, und r die DC bedeuten läßt. Und wenn ferner die Geschwindigkeit, mit welcher der Planet bei dem angenommenen Puncte seiner Bahn, F oder D fortgehet, durch g angedeutet

tet wird, so bekomt man den kurzen Ausdruck, $g = \frac{1}{r.\sin\Phi}$, welcher sich in $g = \frac{1}{r}$ verwandelt, wenn der Winkel Φ gerade, und also sein Sinus dem Radius gleich ist. Die Zeiten dt, in welchen der Planet die Wege BD, EF machet, sind unendlich klein, und die Veränderung der Geschwindigkeit, mit welcher jeder dieser Wege beschrieben wird, die sich in diesen Zeiten zutragen können, kommen eben so wenig in einige Betrachtung, als diejenigen, um welche die Entfernungen BC, DC und EC, FC in eben den Zeiten vermehret oder vermindert werden. Dieses ist der Grund der gegenwärtigen Schlüsse. Ja es kan, wenn nur von solchen Veränderungen die Rede ist, die nicht mehr in die Sinne fallen, statt der unendlich kleinen dt, öfters eine Zeit von gar beträchtlicher Länge genommen werden, ohne daß eben die Schlüsse einen merklichen Fehler geben solten. T. XV. Fig. 209.

§. 1104. Ferner ist aus dem, so wir gesehen haben, bekant, daß wenn ein Punct oder Körper den Umkreis eines Cirkels beschreiben soll, nach dessen Mittelpunct er beständig von der Centralkraft gezogen oder sonst getrieben wird, diese Kraft durchaus mit eben der Stärke würken müsse. Auch ist die Geschwindigkeit mit welcher der Punct oder Körper in dem Umkreise des Cirkels fortgehet, in allen Theilen desselben die nehmliche (811): woraus folget, daß wenn zween Puncte, in welche ausser der nach dem Mittelpuncte gerichteten sonst keine fremde Kraft würket, welche die ihnen einmal eingedruckte Bewegung vermehren oder vermindern könte, zween verschiedene Cirkelkreise beschreiben, die Zeiten, in welcher jeder derselben einen Grad oder andern Theil seines Umkreises zurücklegt, welcher einen Theil des von dem andern zurückgelegten ähnlich ist, immer in einerley Verhältniß gegen einander stehen werden. Die Zeiten in welchen die ganzen Umkreise beschrieben werden, sind hievon nicht ausgenommen. Wenn $T : t$ die Verhältniß der Zeiten ist, in welchen die Körper ganz herum kommen, und man theilet jeden der durch diese Bewegung beschriebenen Umkreise in so viele gleiche Theile, als eine nach Belieben anzunehmende Zahl n Einheiten enthält, so ist $\frac{T}{n}$ die Zeit, in welcher der erste Körper einen durch diese Theilung herausgebrachten Theil seines Umkreises durchläuft, und $\frac{t}{n}$ die Zeit in welcher der zweite einen dergleichen Theil des seinigen zurücklegt. Die Theile, welche herausgebracht werden indem

zween

T. XV. Fig. 209 zween Cirkelkreise deren gleich viele bekommen, sind einander ähnlich, und enthalten eben die Zahl von Graden und Minuten. Es ist aber auch augenscheinlich, daß die Verhältniß $\frac{T}{n} : \frac{t}{n}$, was auch n für eine Zahl seyn mag, der $T : t$ immer gleich sey.

§. 1105. Was die nach dem Mittelpuncte der Sonne gerichtete Centralkraft selbst anlangt, von welcher die Planeten in ihren Bahnen erhalten werden, so haben wir (874) gesehen, daß wenn m die Masse der Sonne, und r die Entfernung des Planeten von derselben, und v die Centralkraft selbst bedeutet, immer seyn werde $v = \frac{m}{rr}$. Dieses saget auch gegenwärtig, daß wenn die Sonne einmal in der Entfernung R, das zweitemal aber in der Entfernung r in gleiche Massen würket, und V, v die Kräfte bedeuten, mit welchen sie diese Massen anziehet, die Proportion $V : v = \frac{m}{RR} : \frac{m}{rr} = m.\,rr : m.\,RR.$ in allen Fällen statt haben werde. Da die Masse der Sonne m beständig dieselbe bleibt, und also in der Verhältniß nichts ändert; so kan auch gesetzt werden $V : v = rr : RR$, oder kurz $v = \frac{1}{rr}$. Wir haben (1101) gesehen, daß bey eben der Bedeutung des Buchstaben r, durch $\frac{1}{rr}$ der unendlich kleine Winkel angegeben werde, welchen der Planet in einer unendlich kleinen Zeit beschreibt, wenn man sich diese Zeit bey der Vergleichung der Winkel immer von eben der Grösse vorstellet. Alsdenn aber wird durch die Grösse eines solchen Winkels auch die Geschwindigkeit gegeben, mit welcher er, von der aus dem Mittelpuncte der Sonne durch den Mittelpunct des Planeten gezogenen geraden Linie, beschrieben wird. Diese Art der Geschwindigkeiten, welche man die Winkelgeschwindigkeiten nennen kan, wird also ebenfals durch $\frac{1}{rr}$ ausgedrückt, und die Centralkräfte stehen mit derselben in einerley Verhältniß.

§. 1106.

§. 1106. Wir haben auch umgekehrt (875) aus dem Gesetz der Centralkräfte, nach welchem bey eben der Masse m, $v = \frac{1}{rr}$, geschlossen, daß wenn der zu dem Halbmesser r gehörige Cirkelkreis in der Zeit t ganz beschrieben wird, die durch $tt = r^3$ angedeutete Proportion statt haben werde. Wenn nehmlich R den Halbmesser eines andern Cirkelkreises, und T die Zeit bedeutet, in welcher er ganz beschrieben wird, so ist ohne Ausnahme $TT : tt = R^3 : r^3$. Es ist also hierbey nur noch anzumerken, daß diese Proportion eben so wol statt finde, wenn durch T, t zwar nicht die Zeiten des ganzen Umlaufs angedeutet werden, aber doch solche, in welchen die Körper, zu welchen die Entfernungen R, r gehören, einander ähnliche Cirkelbogen beschreiben; weil nehmlich diese Zeiten sich so wie jene gegen einander verhalten (811). Und nun haben wir alles, so zur Entdeckung der Bahnen der Hauptplaneten erfordert wird, in so ferne die Bewegung derselben blos von einem ihnen beygebrachten Stoß, samt dem Zuge der Sonne, herrühret. T. XV. F. 209.

Gestalten der Planeten-Bahnen.

§. 1107. Es sey AB (*Tab. XV. Fig.* 210.) die zu entdeckende Bahn, in welcher der Mittelpunct des Planeten aus P in Q übergegangen ist, und also den Theil derselben PQ beschrieben hat, welchen wir für unendlich klein annehmen. C sey der Mittelpunct der Sonne, nach welchem er bey diesem Uebergang, und sonst immer getrieben wird. Werden nun auch die Linien CP, CQ gezogen, so wird die zu diesem Uebergang angewendete Zeit durch den Ausschnitt PCQ ausgedruckt, und mit einer jeden andern dergleichen Zeit vergleichen. Die RP berühret die Bahn AB bey dem Puncte P, und CR fällt senkrecht auf diese berührende Linie. Man kan sich also PQ als einen Theil eben der RP vorstellen, wodurch der Ausschnitt PCQ zu einem geradlinichten Dreyeck wird, welches die PQ zur Grundlinie, die CR aber zu seiner Höhe hat, und also setzen $PCQ = \frac{1}{2}PQ \times CR$, woraus bey der oben festgesetzten Benennung folget $dt = \frac{1}{2}PQ \times CR$: wiewol man auch, weil es hier auf blosse Verhältnisse ankomt, statt der halben die ganze PQ nehmen kan. Eben die krumme Linie AB wird auch bey Q von der QT berühret, welche, da AB nothwendig überall gegen den Punct C einwärts gebogen seyn muß, die vorige Berührungslinie PR, so wie dieses die Zeichnung bey T vorstellet, schneiden wird; woraus folgt, daß T. XV. F. 210.

T. XV. F. 210. auch die geraden Linien PD, QD, deren eine durch P der PT, die andere aber durch Q der QT senkrecht stehet, bey irgend einem Puncte D zusammen laufen müssen. Von diesem Puncte D an haben die beiden DP, DQ einerley Länge. Dieses siehet man ein, wenn man erweget, daß bey einer beständigen Verminderung der PQ, bey welcher sie endlich zu nichts wird, die QD endlich auf die PD falle, und also, ehe dieses geschiehet, nur um eine unendliche Kleinigkeit von derselben verschieden seyn könne. Es läßt sich also ein mit der Oefnung $PD = QD$ um D beschriebener Cirkelbogen ab gedenken, welchen die Linien PT, QT ebenfals bey P und Q berühren, und welcher überhaupt zwischen diesen Puncten P, Q mit der krummen Linie AB völlig zusammenfällt, so daß man den Theil der AB zwischen den Puncten P und Q zugleich als den zwischen eben den Puncten enthaltenen Theil des Cirkelbogens ab ansehen muß. Nun giebt in dem Vierecke $TPDQ$, dessen Winkel bey P, Q gerade sind, der Winkel PTQ mit dem bey D zusammen, eben fals zween rechte Winkel, welche auch die Summe der beyden $PTQ + QTR$ ausmachen. Es ist also der Winkel QTR dem bey D gleich. Und da eben die den Cirkelbogen berührende Linien, mit der Sehne desselben PQ, bey P und Q gleiche Winkel einschliessen, welchen zusammen der äussere QTR gleich, und also doppelt so groß ist als der eine QPT, so ist auch $D = 2QPT$. Alle diese Winkel sind unendlich klein: sie verhalten sich also gegen einander wie ihre Sinus, und man kan auch setzen $\sin D = 2 \sin QPT$.

§. 1108. Wenn wir nun aus Q die QS der PC parallel ziehen, und dadurch den Winkel RSQ dem RPC gleich machen, den wir der Kürze wegen hier wieder um Φ nennen wollen, so kan, da $2SPQ = 2QPT = D$, die Proportion $\sin PSQ : \sin SPQ = PQ : SQ$, oder $2\sin PSQ : 2\sin SPQ = PQ : SQ$, welche in dem Dreyecke SPQ, wie in einem jeden andern statt hat, auch also ausgedrückt werden, $2\sin \Phi : \sin D = PQ : SQ$. Nun ist auch in dem Dreyecke PDQ, dessen Winkel bey P von einem rechten Winkel nicht zu unterscheiden ist, $\sin D : 1 = PQ : PD$, aus welcher Proportion und der vorigen, durch die Zusammensetzung der Verhältnisse entstehet, $2\sin \Phi : 1 = PQ^2 : PD\,SQ$, woraus geschlossen wird, $SQ = \frac{PQ^2}{2PD.\sin \Phi}$. Um diese SQ wird der Planet in der Zeit, in welcher er mit der Geschwindigkeit, die er bey P hatte, vermöge seiner Trägheit, vor sich aus P in S übergegangen wäre, nach geraden Linien, die, wie SQ, der PC sämtlich parallel sind, einwärts gezogen,

zogen, und dadurch gezwungen, den Theil seiner Bahn PQ zu beschreiben. Es ist also diese SQ der Raum, welcher (1099) durch ds angedeutet wird; PD aber ist der Radius der Krümmung des Theils der Bahn PQ, als welche mit der Krümmung des zwischen P, Q enthaltenen Theils des Cirkelbogens ab völlig einerley ist. Wenn wir also diesen Radius PD nunmehro ϱ nennen, indem wir r noch immer die Entfernung PC bedeuten lassen: so wird aus $SQ = \frac{PQ^2}{2\,PD.\,sin\,\Phi}$ dieser andere Ausdruck $ds = \frac{PQ^2}{2\varrho.\,sin\,\Phi}$ unmittelbar herausgebracht. T. XV. F. 210.

§. 1109. Nun konten wir aus den Gesetzen der Bewegungen gleich Anfangs schliessen $ds = vdt^2$, und da in den Fällen, welche hier allein in Betrachtung kommen, $v = \frac{1}{rr}$, und $dt = \frac{1}{2}PQ.\,CR = \frac{1}{2}\,PQ.\,r.\,sin\,\Phi$, folgends $dt^2 = \frac{1}{4}PQ^2 r^2\,(sin\,\Phi)^2$, so folgt hieraus $ds = \frac{1}{4}PQ^2(sin\,\Phi)^2$, welcher Ausdruck mit demjenigen, den uns die Geometrie an die Hand gab, verglichen, die Frage beantworten wird. Jener Ausdruck war $ds = \frac{PQ^2}{2\varrho.\,sin\,\Phi}$. Setzen wir also, da ds beiderseits eben dasselbe ist, $\frac{1}{4}PQ^2(sin\,\Phi)^2 = \frac{\frac{1}{2}PQ^2}{\varrho.\,sin\,\Phi}$, so folget daraus $(sin\,\Phi)^2 = \frac{2}{\varrho.\,sin\,\Phi}$, und $\varrho = \frac{2}{(sin\,\Phi)^3}$. Hierdurch wird die gesuchte Bahn vermittelst des Radius ihrer Krümmung ϱ angegeben, welcher in eben der Verhältniß zunehmen muß, in welcher die Würfelzahl $(sin\,\Phi)^3$ abnimt. Oder wenn P den zu irgend einen andern Punct der Bahn gehörigen Radius der Krümmung, und Φ den Winkel bedeutet, welchen die in diesem Puncte die Bahn berührende gerade Linie, mit dem aus dem Mittelpuncte der Sonne nach demselben laufenden sogenanten Radius-Vector einschliesset: so muß die Proportion $\varrho : P = \frac{1}{(sin\,\Phi)^3} : \frac{1}{(sin\,\Phi)^3}$, samt der daraus folgenden $\varrho : P = (sin\,\Phi)^3 : (sin\,\Phi)^3$ überall statt finden. Denn die in $\frac{2}{(sin\,\Phi)^3}$ an der Stelle des Zehlers stehende Zahl 2 hat in die Verhältniß keinen Einfluß, und man kan ohne Bedenken schreiben $\varrho = \frac{1}{(sin\,\Phi)^3}$, ohne dadurch der Richtigkeit des Aus-

T. XV. F. 210. drucks etwas zu benehmen. Es ist also nur noch zu forschen übrig, was das vor eine Linie sey, bey welcher der allgemeine Ausdruck des Radius ihrer Krümmung $\varrho = \frac{1}{(\sin \phi)^3}$ statt findet?

§. 1110. Sehen wir aber auf dasjenige zurück, so beym ersten Anfang T.I. F. 14. von der Ellipse gezeigt worden ist, so ist in der 14ten Zeichnung, wenn wir den Mittelpunct der Sonne in F setzen, und also diesen Punct F, mit dem in der gegenwärtigen 210ten bey C erscheinenden, vor einerley halten, auch der Winkel FDL derjenige, welchen wir hier ϕ nennen, woraus folget $FD : FL = 1 : \sin \phi$, und $FL = FD . \sin \phi$. Nun war aber (§. 66) $FL^q = \frac{FD}{GD} . cc$, und es wird hieraus vermittelst des eben gefundenen Werths der FL geschlossen $FD^q (\sin \phi)^2 = \frac{FD}{GD} . cc$, welches giebt $(\sin \phi)^2 = \frac{cc}{FD . GD}$. Die Puncte F, G, aus welchen die FD, GD nach eben dem Puncte D des Umfangs der Ellipse gezogen sind, sind die zween Nabel derselben, und wir haben bey der besondern Betrachtung dieser Figur den einen FD auch r und den andern GD, ϱ genennet, welches uns erlaubt etwas kürzer zu schreiben $(\sin \phi)^2 = \frac{cc}{r\varrho}$, und $\sin \phi = \frac{c}{\sqrt{r\varrho}}$, woraus folget $(\sin \phi)^3 = \frac{c^3}{r\varrho\sqrt{r\varrho}}$, und umgekehrt $r\varrho\sqrt{r\varrho} = \frac{c^3}{(\sin \phi)^3}$. Der Buchstabe r bedeutet in diesem Ausdrucke eben den Radius Vector, welchen wir in dem vorhergehenden mit dieser Benennung belegt haben (1101), ϱ aber ist in demselben keinesweges der Radius der Krümmung, sondern es wird dieser (§. 74) durch v angedeutet, allwo für die Ellipse herausgebracht worden ist $vv = \frac{r^3\varrho^3}{a^2c^2}$, welches giebt $v = \frac{r\varrho\sqrt{r\varrho}}{ac}$, aus welchem Ausdrucke $v = \frac{cc}{a(\sin \phi)^3}$ entstehet, wenn in demselben für $r\varrho\sqrt{r\varrho}$ die ihm gleiche Grösse $\frac{c^3}{(\sin \phi)^3}$ gesetzt wird. Nun ist (48) $\frac{cc}{a}$ die Hälfte des zur grössern Axe der Ellipse gehörigen Parameters $2b$: es kan also b an dessen Stelle gesetzt, und etwas

was kürzer geschrieben werden $v = \frac{b}{(sin\ \Phi)^3}$, wodurch die Proportion $(sin\ \Phi)^3 : 1 = b : v$ angegeben wird, welche dienet, den Radius der Krümmung der Ellipse zu einem jeden Winkel Φ anzugeben. T. XV. F. 210.

§. IIII. Es ist aber dieser Ausdruck mit dem für die Bahn eines Planeten entdeckten $\frac{1}{(sin\ \Phi)^3}$ völlig einerley. Denn auf die Verschiedenheit der Zehler, welche beyderseits beständige Grössen sind, komt nichts an, und man kan zum Ueberfluß immer, statt der willkührlichen Einheit des letztern Ausdrucks, den halben Parameter b setzen, und demselben durchaus die Gestalt des ersten $\frac{b}{(sin\ \Phi)^3}$ geben. Bey so gestalten Sachen ist nicht zu zweifeln, daß die durch die angenommenen Kräfte in ihrer Bewegung erhaltenen Planeten um die Sonne Ellipsen beschreiben können, welche einen ihrer Nabel in dem Mittelpuncte derselben antreffen. Und wenn es keine andere krumme Linie gäbe, deren Radius der Krümmung durch eben die Gleichung $\varrho = \frac{b}{(sin\ \Phi)^3}$ ausgedrückt wird, so wären wir blos hierdurch versichert, daß diese Bahnen würklich dergleichen Ellipsen seyn müssen. Man findet aber, wenn man sich die Mühe giebt die Rechnung zu unternehmen, daß zu den übrigen Kegelschnitten, der Parabel und den Hyperbeln, der Radius der Krümmung ϱ vermittelst eben der Proportion $(sin\ \Phi)^3 : 1 = b : \varrho$ aus dem Winkel Φ und dem halben Parameter b bestimmet werde; wiewol dieselbe, ausser diesen durch den Schnitt der Kegel zum Vorschein gebrachten krummen Linien, für keine andere gelten kan: und man muß hieraus schliessen, es sey an sich gar wohl möglich, daß ein nach den Gesetzen, an welche wir uns halten müssen, von der Sonne angezogener Weltkörper auch ein Parabel oder eine Hyperbel beschreibe. Allein da diese Linien nicht, wie der Umkreis eines Cirkels oder einer Ellipse, in sich selbst zurückkehren, und dadurch einen ebenen Raum rings umher beschliessen; sondern vielmehr sich, nach verschiedenen Seiten, ohne Ende von ihren Nabeln entfernen: so verschwindet aller Gedanke, daß die Bahnen der Planeten Parabeln oder Hyperbeln seyn solten; weil, wenn dieses wäre, sie sich nur eine kurze Zeit in der Nachbarschaft der Sonne aufhalten könten, und alsdenn diese auf ewig verlassen müsten. Dieses läßt für die Bahn eines Planeten keine an-

T. XV. F. 210. dere Linie übrig, als eine Ellipse, es müste denn seyn, daß diese Ellipse dadurch, daß die beiden Nabel derselben sich in ein Punct vereiniget haben, zu einem Cirkelkreis worden wäre. Jedoch eben dieses zeiget, daß keiner unserer Planeten einen genauen Cirkel beschreibe. Solte er dieses thun, so müste der Mittelpunct dieses Cirkels, in welchem sich die Nabel der Ellipse vereiniget haben, in den Mittelpunct der Sonne fallen. Dadurch aber würde die Bewegung dieses Planeten vollkommen gleichförmig werden, welches den Erscheinungen zuwider ist.

Umständlichere Betrachtung einer elliptischen Bewegung.

T. XV. F. 211. §. 1112. Wenn nun die Ellipse *ABPD* (*Tab. XV. Fig.* 211.) eine der Bahnen vorstellt, welche die Hauptplaneten um die Sonne beschreiben, deren Mittelpunct in ihrem Nabel *S* ruhet, durch welchen die grössere Axe der Ellipse *AP* gezogen ist, die zugleich durch ihren Mittelpunct *C* und den andern Nabel *F* hindurch gehet: und man läst auch hier die Buchstaben *a*, *b*, *c*, *e* eben die Linien bedeuten, welche vermittelst derselben gleich Anfangs angegeben worden sind, *a* nehmlich die Hälfte der grössern Axe *CA* oder *CP*; *c* die Hälfte der kleinern *CB* oder *CD*; *b* die Hälfte des zu der Axe *AP* gehörigen Parameters, welcher die durch *S* oder *F* der kleinern Axe parallel laufende Sehne *EG* der Ellipse ist (48), indem $b = ES = SG$, und endlich *e* die Eccentricität *CS* oder *CF*: so werden vermittelst der Gleichheiten $ab = cc$, und $aa = cc + ee$ (48, 41) durch jede zwo dieser vier Linien *a*, *b*, *c*, *e* die zwo übrigen gegeben. Da also *a* und *c* die Gestalt und Grösse der Ellipse, zu welcher sie als ihre Axen gehören, ohnstreitig bestimmen, so leisten dieses auch jede zwo andere. Wenn blos die Verhältniß der Axen $a : c$ gegeben ist, so kan zwar eine derselben nach Belieben angenommen, und vermittelst der Verhältniß die andere dazu gefunden werden. Es werden aber alsdenn die dergestalt beschriebene zwo Ellipsen einander nicht nothwendig gleich, sondern nur ähnlich (31): und eben so bestimmet auch die blosse Verhältniß jeder zwo anderer der vier Linien, nicht zwar die Grösse, wohl aber die Gestalt der Ellipsen, zu welchen sie gehören.

§. 1113. Indem nun der Planet in seiner elliptischen Bahn rings herum läuft, komt er nothwendig einmal bey *A* und einmal bey *P* in die Axe derselben, und er ist bey *A* um $SA = a + e$, bey *P* aber um $SP = a - e$ von der Sonne entfernet, so daß $SF = 2e$ den Unterschied der beiden Entfernungen

nungen ausmachet. Rücket der Planet in seiner Bahn aus A in M fort, indem er den von dem Mittelpuncte der Sonne S durch seinen eigenen Mittelpunct gezogenen Radius Vector SM mit sich nimt, so entstehet der Winkel ASM, welchen wir (47) v genant, und seinen Cosinus, vermittelst der Vorschrift $r = \frac{cc}{a - e.\cos v}$, mit diesem Radius, oder der Entfernung des Planeten von der Sonne $SM = r$, verglichen haben. Anfangs nun, wenn der Planet M dem Puncte A noch sehr nahe läuft, ist $\cos v$ kaum kleiner als 1, und man fehlet nur um etwas weniges, wenn man setzet $e.\cos v = e$, wodurch wird $r = \frac{cc}{a - e}$, oder da $cc = aa - ee$, $r = \frac{aa - ee}{a - e} = a + e$, welches vollkommen richtig ist, wenn sich der Planet selbst in A befindet. Bey einer weitern Abweichung des Puncts M von A wird der Winkel v grösser, also $\cos v$ kleiner, und $a - \cos v$ wieder grösser. Es muß also auch $\frac{cc}{a - e.\cos v}$ nunmehro eine kleinere Entfernung r geben, als vorher, da der Winkel ASM kleiner war: und so nimt diese Entfernung immer ab, indem der Winkel ASM nach und nach anwächset, bis er endlich die Grösse des rechten Winkels ASE erreichet hat, da $\cos v$ nichts wird, und indem er $e.\cos v$ ebenfals vernichtet, den Ausdruck in $r = \frac{cc}{a} = b$ verwandelt. Rücket alsdenn der Planet noch weiter fort, zum Beyspiel bis in m, so wird der $\cos v$ negativ, und die Vorschrift wird für diese Fälle schicklicher, wenn wir, mit Veränderung des Zeichens, setzen $r = \frac{cc}{a + e.\cos v}$. Alsdenn ist $a + e.\cos v$ grösser als a; es beträgt aber anfänglich, da v einen rechten Winkel nur wenig übertrift, dieses nur etwas geringes, und machet r nicht viel kleiner als b; nach und nach aber wird, bey dem fernern Wachsthum des Winkels, $a + e.\cos v$ immer grösser und grösser. Es nimt also auch nunmehro, bey der fortgesetzten Bewegung des Planeten, seine Entfernung von dem Mittelpuncte der Sonne r beständig ab, bis sie endlich bey P, da $\cos v$ wieder der Einheit gleich wird, durch $r = \frac{cc}{a + e} = \frac{aa - ee}{a + e} = a - e$ gegeben wird, welche die kleinste unter allen ist. Denn man siehet leicht, daß, indem der Planet in der andern Hälfte seiner Bahn von P durch

T. XV. F. 211.

T. XV. F. 211. durch G, D nach A zurückkehret, seine Entfernung von S eben so zunehmen müsse, wie sie in der erstern abgenommen hat.

§. 1114. Das Punct A wird von vielen, welche die griechischen Wörter *Aphelium*, *Perihelium* genau übersetzen wolten, die Sonnenferne, P aber die Sonnennähe des Planeten genennet. Es scheinet mir aber die Benennung des gröſten und kleinſten Abstands des Planeten von der Sonne schicklicher zu seyn. Beyde Puncte der Axe A, P bekommen auch, ohne Unterschied, die Benennung der Apsiden seiner Bahn, und die erste A heisset die höchste, Apsis summa, die zweite B aber die niedrigste, Apsis ima; weswegen auch die durch beyde gezogene AP die Linie der Apsiden genennet wird. Sie ist die einzige unter allen Sehnen der Ellipse, die durch einen ihrer Nabel S gezogen werden können, welche dieselbe in zween einander gleiche Theile theilet. Denn da ein jeder durch C gezogener Durchmesser diese gleiche Theilung verrichtet (25), und eine jede durch ein von dem C verschiedenes Punct gezogene Linie einem dieser Durchmesser parallel werden muß; so kan diese Linie eben den Raum nicht gleichfals dergestalt theilen: wiewohl die Theile der Grösse nach desto weniger verschieden werden, je kleiner der Winkel ist, welchen die durch S gezogene Sehne mit der Axe AP einschliesset.

§. 1115. Der unendlich kleine Winkel, um welchen ASM in der Zeit dt vermehret wird, wenn diese für einen jeden dergleichen Winkel die nehmliche ist, oder die Geschwindigkeit, mit welcher der Radius MS, indem sich der Planet durch M beweget, diesen unendlich kleinen Winkel beschreibt, wird durch $\frac{1}{rr}$ angegeben (1101), welcher Ausdruck dienet diese Art der Geschwindigkeiten, welche demselben in jeden zween Puncten seiner Bahn zukommen, mit einander zu vergleichen. Es verhält sich also diese Winkelgeschwindigkeit bey A zu der bey P, wie $SP^q : SA^q$. Wird demnach die Verhältniß der Winkelgeschwindigkeiten, bey dem gröſten und kleinſten Abstande des Planeten von der Sonne, deren jene die kleinste, diese aber die gröste unter allen ist, durch richtige Beobachtungen entdecket, so wird eben dadurch die Verhältniß $SP^q : SA^q$ gegeben, und die Verhältniß $SP : SA$, welche halb so hoch ist als jene, ist ohne viele Mühe herauszubringen. Nun ist $SP = a - e$, und $SA = a + e$, also $SP : SA = a - e$

$a - e : a + e$, woraus folget $SA + SP : SA - SP = 2a : 2e =$ T. XV. F. 211. $a : e$, welche Verhältniß $a : e$ dergestalt vermittelst der Winkelgeschwindigkeiten gefunden, und dadurch die Gestalt der Ellipse bestimmet wird.

§. 1116. Die Zeit welche der Planet brauchet von P bis in A zu gelangen, wird sowohl durch die Hälfte des elliptischen Raums $PDAP$ angegeben, als diejenige, in welcher er in seiner Bahn von A bis in P gehet, durch dessen andere Hälfte $ABPA$. Es sind demnach diese Zeiten einander gleich, und man kan sich dieser Gleichheit der Zeiten, in welchen ein Planet, von irgend einem Puncte einer durch den Mittelpunct der Sonne gezogenen geraden Linie AB, bis wieder an diese Linie, und von dannen zurück an seine erste Stelle komt, als eines sichern Merkmahles bedienen, daß der Planet, in dem Augenblicke, in welchem er diese Linie durchkreutzet hat, sich in einer seiner Apsiden, A oder P, befunden habe. Wird also der Punct des Sternhimmels, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge den Planeten in eben den Augenblick gesehen haben würde, richtig angemerket; so werden eben dadurch die Apsiden seiner Bahn entdecket, und die Lage der durch den Mittelpunct der Sonne gehenden geraden Linie, welche sie mit einander verknüpfet, das ist, der grössern Axe der von dem Planeten beschriebenen Ellipse, wird völlig bestimmet. Und wenn auch die Geschwindigkeiten, mit welchen eben der Körper bey A und P seine Winkel um die Sonne beschreibet, aus richtigen Beobachtungen bekant sind, so hat man alles, so zur Kentniß der wahren Gestalt seiner Bahn erfordert wird. Nicht nur die Verhältniß $e : a$ sondern auch diese andern, $b : a$ und $c : a$ werden dadurch gegeben.

Vergleichung der Bewegungen zweener Planeten.

§. 1117. Jeder besonderer Planet beobachtet diese Gesetze bey seinem Umlaufe um die Sonne, so sehr auch seine Bahn von den Bahnen der übrigen, an Gestalt und Grösse, verschieden seyn mag. Nehmen wir aber der Planeten zweene, deren jeder seine besondere Ellipse um die Sonne beschreibt, indem er beständig nach dem in einem der Nabel dieser Ellipse ruhenden Mittelpuncte derselben, so, wie wir hinlänglich gesehen haben, gezogen wird; so finden wir ohne viele Umschweife, daß die Vorschrift (875), nach welcher sich die Zeiten des Umlaufs dieser Planeten richten würden, wenn ihre Bahnen recht cirkelrund wären, auch bey der würklichen Gestalt dieser Bahnen statt haben, wenn man nur, anstatt der

T. XV. F. 211. Halbmesser der Cirkel, die Hälften der grössern Axen der Ellipsen, oder anstatt ihrer Durchmesser, die grösseren Axen selbst setzet. Dieses zu zeigen, wird der Theil AH der Linie, welche die Ellipse bey einem ihrer Scheitel berühret, unendlich klein angenommen, und durch H die HI, der AS parallel, bis an das Punct der Ellipse I gezogen, von welchem, der Deutlichkeit wegen, IK auf AS perpendicular fällt. Alsdenn ist $AK = HI$ die unendlich kleine Linie, welche (50) z genennet worden ist, die $IK = AH$ aber ist die y eben des Satzes, welcher bey den hier angenommenen Umständen, da nehmlich $AK = z$ unendlich klein ist, die Gleichheit $yy = 2bz$ angab. Wenn wir nun ferner AS durch f andeuten, so wird der Ausschnitt IAS durch $\frac{1}{2}fy$ ausgedrücket, der Inhalt der ganzen Ellipse $ABPD$ aber ist (89) $= \pi ac$. Wie nun dieser ganze Raum πac sich zu dem Ausschnitte $\frac{1}{2}fy$ verhält, eben so verhält sich die Zeit t, in welcher der Planet von A bis wieder zu A seinen Umlauf ganz verrichtet, zu derjenigen, welche er zur Beschreibung des Bogens AI anwendet. Es wird also diese letztere unendlich kleine Zeit durch $\frac{fty}{2\pi ac}$ und ihr Quadrat durch $\frac{fftyy}{4\pi^2a^2c^2}$ angegeben, welchen Ausdruck, $yy = 2bz$ und $cc = ab$, in $\frac{2fftbz}{4\pi^2a^3b} = \frac{fftz}{2\pi^2a^3}$ verwandelt. Die zur Beschreibung des Bogens AI angewendete Zeit ist diejenige, welche in dem allgemeinen Satze (1099) $ds = vdt^2$ durch dt angedeutet wird, und es ist in unserm gegenwärtigen Falle ds eben des Satzes $= z$, und $v = \frac{1}{ff}$, welche Werthe geben $z = \frac{1}{ff} \times \frac{fftz}{2\pi^2a^3}$, woraus folget $\frac{tt}{2\pi^2a^3} = 1$, oder $tt = 2\pi^2a^3$. Hierdurch aber wird die Proportion, deren Richtigkeit zu erweisen war, völlig bekant. Denn wenn wir uns die Bahn eines andern Planeten vorstellen, zu welchem A die Hälfte der grössern Axe ist, und T die Zeit des Umlaufs dieses andern Planeten bedeutet; so ist allerdings auch $TT = 2\pi^2A^3$, und folgends $tt : TT = 2\pi^2a^3 : 2\pi^2A^3 = a^3 : A^3$, weil die beständige Grösse $2\pi^2$ in der Verhältniß nichts ändert.

§. 1118. Wir können hieraus sogleich noch einen andern Schluß ziehen. Die Zeit, in welcher der Planet seine Bahn ganz beschreibet, haben wir t genant, der von dieser Bahn umschlossene Raum aber ist πac. Nehmen wir nun eine

andere

andere Zeit von der bestimten Grösse eines oder mehrerer Täge oder Stunden an, und bezeichnen diese Zeit durch b, so verhält sich die Zeit t zu dieser b, wie jener Raum πac zu dem Ausschnitte eben der Ellipse, welchen der Radius Vector des Planeten in der Zeit b bildet. Wird also dieser Ausschnitt q genennet, so ist $q = \frac{\pi bac}{t}$, und $q^2 = \frac{\pi^2 b^2 a^2 c^2}{tt}$. Wenn wir aber wieder für cc das ihm gleiche ab setzen, und uns dabey der gefundenen Gleichheit $tt = 2\pi^2 a^3$ bedienen, so erhalten wir $q^2 = \frac{\pi^2 b^2 a^3 b}{2\pi^2 a^3} = \frac{b^2 b}{2}$. Auch dieses ist zugleich zu einem jeden andern Planeten richtig. Wenn wir den von diesem andern Planeten in eben der Zeit b beschriebenen Ausschnitt Q nennen, so wird für denselben $Q^2 = \frac{b^2 B}{2}$, und folgends $Q^2 : q^2 = \frac{b^2 B}{2} : \frac{b^2 b}{2} = B : b$ oder $Q : q = \sqrt{B} : \sqrt{b}$. Es ist nehmlich die Verhältniß der von zween Planeten in eben der Zeit beschriebene Ausschnitte immer halb so hoch, als die Verhältniß ihrer durch B und b bedeuteten Parameter. T. XV. F. 211.

§. 1119. Dieser Satz ist bey einer jeden Grösse der angenommenen Zeit b richtig. Man kan sich also diese Zeit auch unendlich klein gedenken, wenn man ihr nur immer die nehmliche Länge giebt: der Satz selbst aber läst sich aufs kürzeste durch $q = \sqrt{b}$ ausdrücken. Ist nun in der 210 Zeichnung PCQ der in dieser unendlich kleinen Zeit beschriebene Ausschnitt, so kan, da der Inhalt desselben durch $\frac{PQ \times CR}{2}$ (1107) angegeben wird, auch geschrieben werden $\frac{PQ \times CR}{2} = \sqrt{b}$, woraus folget $PQ = \frac{2\sqrt{b}}{CR}$. Die dergestalt bestimten Wege PQ werden sämtlich in eben der Zeit b beschrieben, und da diese unendlich klein ist, so ist die Bewegung, mit welcher die Planeten in derselben fortrücken, gleichförmig. Es verhalten sich also diese Wege PQ wie die Geschwindigkeiten, mit welchen sie beschrieben werden, und es wird durch den Ausdruck $\frac{2\sqrt{b}}{CR}$ die Geschwindigkeit eines jeden Planeten, mit welcher er in einem gewissen Zeitpuncte fortgehet, mit der Geschwindigkeit eines jeden andern, zu eben dem oder einem von demselben verschiedenen Zeitpuncte verglichen, so bald die Parameter der Bahnen, und die T. XV. F. 211.

T. XV. F. 210. zu diesen Zeitpuncten gehörigen Entfernungen der Tangenten CR bekant sind. Da es auch hier auf eine blosse Verhältniß ankomt, so führet uns der etwas einfachere Ausdruck $PQ = \frac{\sqrt{b}}{CR}$ eben so weit: und statt der CR kan auch geschrieben werden $r. \sin \Phi$ (1103).

§. 1120. Vermittelst der Zeit des Umlaufs t, und b dem Parameter der elliptischen Bahn eines Planeten, kan auch der von dieser Bahn umschlossene Raum mit einem jeden andern dergleichen Raume verglichen werden, zu welchem eben das bekant ist. Denn es wird ein jeder solcher Raum durch πac angegeben, wovon das Quadrat $\pi^2 a^2 c^2$ ist, welcher Ausdruck, durch die öfters gebrauchte Gleichheit $cc = ab$, in $\pi^2 a^3 b$ verwandelt wird. Nun hatten wir (1107) $tt = 2\pi^2 a^3$, welches gehörig angebracht eben das Quadrat $\pi^2 a^3 b$ durch $\frac{ttb}{2}$ ausdrücket, wofür, aus der öfters wiederhohlten Ursache, ttb gesetzt werden kan. Demnach ist der von der Bahn des Planeten umschlossene Raum selbst $= t\sqrt{b}$, und die Verhältniß jeder zwo solcher elliptischen Figuren ist aus der Verhältniß der Zeiten, in welchen die Planeten dieselbe beschrieben, und aus einer andern, die halb so hoch ist, als die Verhältniß der vorzüglichen Parameter derselben, zusammen gesetzt. Jene Verhältniß wird durch t und diese durch $\sqrt{b}$ angedeutet.

Bewegung der Apsiden.

§. 1121. Die Kräfte, mit welchen jeder Planet von einem jeden der übrigen angezogen wird, verursachen, wie bereits erinnert worden ist, eine Abweichung von diesen Bewegungen, welche zwar, bey der kleinern Verhältniß der Massen aller dieser Körper gegen die einzige Masse der Sonne (902), so gar groß nicht ist; zumahlen da jene Kräfte einander öfters zuwider sind, und Würkungen hervorbringen, deren einige die übrigen ganz oder zum Theil vernichten; es kan aber doch diese Abweichung nicht gänzlich übergangen werden. Sie wird bey den Hauptplaneten gröstentheils aufgehoben, wenn man den elliptischen Bahnen derselben eine Bewegung zuschreibt, mit welcher jede sich in der Fläche, in welcher sie lieget, um denjenigen Nabel, bey welchem sich die Sonne befindet, nach dieser oder jener Seite dergestalt herumdrehet, daß die grössere Axe Winkel bildet, die ihre Spitze in diesem Puncte haben: da denn auch die beyden Apsiden

fort-

fortrücken müssen, entweder beyde nach eben der Seite, nach welcher die Bewegung des Planeten gerichtet ist, oder beyde nach der entgegengesetzten. Denn wenn *ABPD* (*Tab. XV. Fig.* 212.) die Ellipse vorstellt, welche ein Planet beschreiben würde, wenn ausser dem Zuge der Sonne sonst keine andere Kraft in denselben würkte: es ist aber der Planet würklich, durch eine solche fremde Kraft, von dieser Bahn *ABPD* abgebracht und in *M* versetzt worden, welches Punct angenommen werden kan, wie man will, wenn es nur nicht weiter von dem Nabel der Ellipse *S* entfernet wird, als *A*, und nicht weniger als *B*: so kan man immer die Figur *ABPD* so lange um das Punct *S* herumdrehen, bis der Umkreis derselben das Punct *M* erreichet. Dadurch wird der Planet nicht zwar in seine vorige Bahn *ABPD*, aber doch in die *abpd* gebracht, welche jener *ABPD* gleich und ähnlich: und also nicht weniger bekant ist, als dieselbe. Bey dieser Bewegung beschreibet der Theil der Axe *AS* um das Punct *S* den Winkel *ASa*, welcher, bey einer andern Lage des Puncts *M* in Absicht auf die *AS*, sowohl an die Seite *D* fallen kan, als er hier an der Seite *B* gezeichnet ist. Wird nun diese Bewegung der Axe mit der daran haftenden Ellipse beständig unterhalten, und vermittelst derselben der Winkel *ASa* bald grösser bald kleiner gemacht, bald an diese und bald an jene Seite der *AP* gesetzt, nachdem dieses die Abweichung des Planeten erfordert; so kan derselbe allerdings in seiner dergestalt bewegten Bahn erhalten werden. T. XV. F. 212.

§. 1122. Wenn also die Lage, welche die Axe *AP* in einem gewissen Zeitpuncte gehabt hat, vermittelst zweener Puncte des Sternhimmels oder der Ecliptic, durch welche sie bey ihrer Verlängerung damals hindurch gegangen, richtig bestimmet worden ist; so kan vermittelst des Winkels *ASa* oder *PSp*, wenn er bekant ist, auch die Lage der Axe *ap* für einen jeden andern Zeitpunct angegeben werden. Alsdenn beweget sich der Planet in diesem Zeitpuncte, wie auch kurz vor und nach demselben, fast eben so in der Bahn *abpd*, als er sich in derselben bewegen würde, wenn diese Bahn *abpq* immer eben dieselbe bliebe, und nie einiger Veränderung unterworfen wäre. Es ist nichts übrig, so durch die Würkung der übrigen Planeten geändert werden könte, als die Geschwindigkeit, mit welcher der angenommene in den verschiedenen Stellen seiner Bahn *abpq* fortrücket. Aber auch diese Abweichung ist gering, und wird vors erste, und wenn bey der Bestimmung des Orts, welchen der Planet in einem gewissen Zeitpuncte einnimmt,

T. XV. F. 212. nicht die äusserste Strenge erfordert wird, für immer bey Seite gesetzt. Man siehet leicht, daß alles dieses mit einer desto grössern Zuversicht geschehen könne, je weniger überhaupt der Lauf des angenommenen Planeten, durch die anziehende Kraft der übrigen, verändert wird.

§. 1123. Diese Veränderung der Axe AP, vermittelst welcher sie mit der Zeit eine andere Lage ap erhält, ob sie wohl immer durch den Mittelpunct der Sonne S hindurch gehet, wird dadurch angedeutet, daß man den beyden Apsiden A, P eine Bewegung zuschreibt. Es würde nehmlich ein in die Sonne gesetztes Auge, wenn es diese Puncte A P unmittelbar sehen könte, dieselben nach einiger Zeit an einem andern Orte erblicken, und sich also vorstellen, es habe jeder derselben den Bogen beschrieben, welcher den Winkel ASa oder PSp misset; welche Bogen ganz in der Fläche liegen, in welcher der Planet seinen Umlauf verrichtet. Diese Bewegung der Apsiden, so sich immer vermuthen läst, und von welcher uns die Sternforscher belehren, daß sie würklich statt finde, machet, daß die Zeit des Umlaufs eines Planeten von derjenigen verschieden ist, welche er braucht von einer seiner Apsiden A oder P bis wieder in dieselbe zu gelangen. Denn wenn wir uns die gerade Linie vorstellen, in welche beym Anfange eines gewissen Zeitraums die Axe AP gefallen: so verrichtet der Planet seinen Umlauf, indem er von dem Puncte A dieser Linie bis wieder in die SA, oder von P bis wieder in die SP gelanget, er mag die Puncte A und P, von welchen er ausgegangen ist, genau erreichen oder nicht. Ist nun in dieser Zeit die Axe AP in ap übergetreten, und hat sich also das Punct der grösten Entfernung von der Stelle A nach eben der Seite in a entfernet, nach welcher die Bewegung des Planeten gerichtet ist: so muß derselbe seine Bewegung noch durch den ganzen zwischen A und a enthaltenen Raum fortsetzen, bevor er bey dem Puncte der grösten Entfernung anlangt, welches sich nunmehro in a befindet, und eben die Bewandniß hat es auch mit dem Puncte der kleinsten Entfernung p. Wäre die Bewegung der Apsiden der Bewegung des Planeten zuwider, so würde die Zeit, nach welcher der Planet von einer derselben bis wieder dahin gelanget, kleiner ausfallen als die Zeit seines ganzen nach den Fixsternen gerechneten Umlaufs. Es ist aber der Unterschied dieser Zeiten gar gering, und beträgt nur einige wenige Minuten, weswegen er, so lange nur von der Zeit eines einzigen, oder einiger wenigen Umläufe die Rede ist, anfänglich bey Seite gesetzt werden kan, welches so viel heisset als

annehm-

annehmen, daß die Axe *AP* in dieser ganzen Zeit ohne einige Bewegung in ihrer Lage verbleibe, und so lang dieselbe währet, bey ihrer Verlängerung durch eben die Puncte des Sternhimmels hindurchgehe. *T. XV. F.* 212.

Die Anomalien der Planeten.

§. 1124. Die Lage der Axe, welche sie zu einer gewissen Zeit hat, wird vor bekant angenommen; denn es wird sich erst in dem nachfolgenden zeigen lassen, wie dieselbe zu einem jeden Planeten zu entdecken sey. Alsdenn komt es bey der Bestimmung des Orts, welchen ein Planet in jedem Zeitpuncte an dem Sternhimmel einzunehmen scheinet, fürnehmlich darauf an, daß man den Winkel anzugeben wisse, welchen der von dem Mittelpuncte der Sonne *S* nach dem Mittelpuncte des Planeten gezogene Radius (*T. XV. F.* 211.) Vector *SM* mit der *SA* oder *PS* einschliesset, welche von eben dem Puncte *S* durch den Ort der grösten oder kleinsten Entfernung gehet. Gemeiniglich wird das erste gebraucht, und alsdenn ist *ASM* der verlangte Winkel. Man nennet ihn die wahre Anomalie des Planeten, denn es wird das Wort Anomalie auch bey andern Winkeln gebraucht, welche dieses mit dem *ASM* gemeinschaftlich haben, daß eine ihrer Seiten in der Axe *AP* lieget, wenn sie etwas zur Bestimmung des Orts beytragen, welchen der Planet in seiner Bahn einnimt. Ja es wird eben das Wort öfters auch auf andere Grössen angewendet, die keine Winkel sind, wenn durch dieselben dieser oder jener Winkel gegeben wird, welchem die Benennung einer Anomalie zukömt. Da dieser allgemeine Vortrag etwas dunkel seyn dürfte, werden wir wohl thun, wenn wir uns anfänglich nur an die Erklärungen der besondern Arten der Anomalien halten, welche nach und nach folgen werden; da sich denn zeigen wird, daß bey diesen Benennungen viel willkührliches sey, welches davon herrühret, daß bey der Verbesserung der irrigen Vorstellungen, welche sich die Alten von dem Laufe der Planeten gemacht haben, man doch die Redensarten, deren sie sich bey der Erklärung und dem Vortrage derselben bedienten, so weit es sich thun ließ, hat beybehalten wollen. Dadurch verlohren diese Redensarten und Worte öfters ihre ursprüngliche Bedeutung, und wurden auch den Sprachkundigen dunkel.

§. 1125. Wenn der Zeitpunct bekant ist, in welchem sich der Planet das letztemal in dem Puncte seiner grösten Entfernung von der Sonne *A* befunden hat, so ist die Zahl der Tage und Stunden, welche von jenem Zeitpuncte bis

T. XV. F. 211. zu dem, für welchen der Ort des Planeten gesucht wird, verflossen ist, leicht zu berechnen. Nun ist auch die ganze Zeit des Umlaufs desselben bekant, und die Hälfte derselben, in welcher er in seiner Bahn von A bis an P, und von P bis wieder in A gelanget. Es kan also jene Zeit, welche wir t nennen wollen, mit dieser Zeit des halben Umlaufs $\frac{1}{2}T$ verglichen werden. Wird nun gesetzt, daß in der Zeit t der Planet in seiner Bahn aus A in M übergegangen sey, so wissen wir (810) daß der Ausschnitt ASM sich zu dem ganzen elliptischen Raume $ABPD$ wie t zu T, und folgends zu der Hälfte desselben $ABPA$, wie $t : \frac{1}{2}T$ verhalte. Es ist uns also die Verhältniß des Ausschnitts ASM zu dem Raume $ABPA$ gegeben: und es komt nur darauf an, daß wir diesen Raum $ABPA$, von der Linie SA an, in der gegebenen Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$ zu theilen, oder von demselben den Ausschnitt ASM abzusondern wissen, welcher zu der Hälfte der elliptischen Figur $ABPA$ die gegebene Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$ hat (814), als welches in der Zeichnung nicht geschehen kan, ohne daß zugleich der Winkel ASM, die wahre Anomalie des Planeten, sichtlich werde; aus welcher sodann auch die Entfernung desselben von der Sonne SM, geschlossen werden kan, wenn sie verlangt wird.

§. 1126. Zu dieser Theilung der Ellipse, auf welche bey der Berechnung des Orts eines Planeten endlich alles ankömt, zu gelangen, kan man sich den nachfolgenden Weg vorstellen, welcher, ob er wohl die Theilung nicht so sehr erleichtert, als er dieses zu versprechen scheinet, doch verschiedenes bey denselben

T. XV. F. 213. gar schön aufkläret. Man nehme (*Tab. XV. Fig.* 213.) $Sa = \sqrt{ac}$, welches die mittlere Proportionallinie zwischen den Hälften der zwo Axen der Ellipsen a und c bedeutet; und beschreibe mit diesem Radius um den Nabel S den Cirkel $aBpD$, dessen Inhalt (89) dem elliptischen Raume $ABPD$, und die Hälfte desselben $aBpa$ der Hälfte dieses Raums gleich seyn wird. In dem Umkreise des Cirkels gebe man dem Bogen am zu der Hälfte amp die Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$, und ziehe mS, so wird sich auch der Ausschnitt aSm zu der Hälfte des Cirkels $aBpa$ wie $t : \frac{1}{2}T$ verhalten. Wenn man sich also den elliptischen Ausschnitt ASM dem Ausschnitte aus dem Cirkel aSm gleich vorstellet, so wird auch $ASM : aBpa = t : \frac{1}{2}T$, oder, weil $aBpa = ABPA$, $ASM : ABPA = t : \frac{1}{2}T$, und es komt die Theilung der Ellipse, die hier verlangt wird, blos darauf an, daß man den Ausschnitt ASM dem aSm gleich zu machen wisse. Weil diese Ausschnitte den kleinern aSn mit einander gemeinschaftlich haben, so folget aus der Gleichheit derselben

selben diese andere $nSm = AanM$; und wenn die Linie SM also gezogen wird, daß der kleinere Ausschnitt des Cirkels nSm dem vierseitigen Raume $AanM$ gleich ausfällt, so ist auch $ASM = nSm$, folgends wird durch die SM der elliptische Raum in der Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$ getheilet. T. XV. F. 213.

§. 1127. Hierdurch nun wird zwar die Theilung selbst kaum erleichtert; es führet aber doch dasselbe zu einigen wichtigen Anmerkungen. Wenn man setzet, daß der Umkreis $aBpD$ von dem in einer gleichförmigen Bewegung stehenden Puncte m in eben der Zeit T beschrieben werde, in welcher der Planet M in seiner elliptischen Bahn aus A bis wieder in A gelanget: so wird die Bewegung jenes Puncts m in der That zur mittlern Bewegung des Planeten M. Und wenn man überdieses annimmt, daß das Punct m seinen Umlauf in dem Cirkelkreise in dem nehmlichen Zeitpuncte, in welchem der Planet durch das Punct seiner grösten Entfernung von der Sonne A hindurchgehet, bey a anfange, und folgends auch mit dem Planeten zugleich in dem andern Theile der Axe SPp anlange: so wird, nach der angenommenen Bedeutung, der Winkel aSm die mittlere Anomalie des Planeten, welche zu der wahren ASM gehöret. Dieses ist der eigentliche Verstand des Worts, wie wohl, wie bereits angemerket worden ist, man öfters auch eine jede andere Grösse, die sich zu einer beständigen und bekanten Grösse so verhält, wie der Winkel aSm oder ASM zu einem ebenfals beständigen und bekanten Winkel, die mittlere oder wahre Anomalie des Planeten nennet: weil nehmlich vermittelst dieser Verhältniß, aus dem gegebenen Winkel, der verlangte aSm oder ASM immer zu schliessen ist. Es sey A eine beständige Grösse, und R bedeute einen rechten oder jeden andern Winkel, dessen Grösse bekant ist, z aber sey eine Grösse von der Art der A, welche mit dem Winkel ASM zugleich dergestalt anwächst, daß die Proportion $z : A = ASM : R$ immer ihre Richtigkeit behält; so kan, vermittelst der bekanten Grössen A und R, zu einer jeden z der Winkel ASM gefunden werden. Aus dieser Ursache kan auch z die Benennung der wahren Anomalie des Planeten bekommen, oder wenn in der Proportion der Winkel aSm statt des ASM gebraucht wird, der mittlern. Dieses letztere ist gewöhnlicher als das erste, und in diesem Verstande ist der Ausschnitt aSm, der ihm gleiche ASM, oder auch die Zeit t, die mittlere Anomalie.

Von der Vergleichung der Anomalien.

T. XV. F. 213. §. 1128. Der Unterschied der beyden Anomalien ist eigentlich der Winkel *mSn*, welcher zu der kleinern hinzugesetzt, die grössere giebt, und von der grössern abgezogen, die kleinere übrig läst. Man nennet derowegen diesen Winkel *mSn* die Aequation, und kan ihn zu teutsch die Vergleichung nennen. Er wächset immer mit dem Ausschnitte *mSn* zugleich, und wird durch die Verhältniß dieses Ausschnitts zu seinem halben oder ganzen Cirkel gegeben. Da also der Ausschnitt *mSn* immer der krumlinichten Figur *AanM* gleich ist: so kan in dem eben erklärten Verstande, auch diese Figur *AanM* als die Vergleichung angesehen, und daraus, wie diese nach und nach anwächset, auf die Grösse der zu einer jeden Anomalie eben des Planeten gehörigen Vergleichung geschlossen werden.

§. 1129. Zu der wahren Anomalie *ASM*, welche der Bogen *an* misset, ist, wie wir gesehen haben, die Vergleichung das Viereck *AanM*. Machet man den Bogen *an* um das Theilchen *rn* grösser, so wird die Vergleichung um das kleine Viereck *Mnr* vermehret, und die dadurch entstehende grössere Vergleichung gehöret zu der wahren Anomalie *aSr*. Das Viereck *Mnr* selbst ist von einem Rechtecke desto weniger verschieden, je kleiner die *rn* genommen wird; und wir können uns immer diese *rn* kleiner vorstellen als einen Grad, oder noch besser, kleiner als eine Minute. Wenn wir nur die Grösse, die wir dieser *rn* zuerst gegeben haben, hernach beständig behalten: so bekommen alle auf die Art zu verschiedenen Anomalien gebildete Vierecke *Mnr* eben die Höhe, und verhalten sich also wie ihre Grundlinien *Mn*. Mit eben der Verhältniß der zwischen der Ellipse und dem Cirkelkreise enthaltenen Theile der *MS* wachsen also auch die Vergleichungen, indem die wahren Anomalien selbst um die durch *rn* gemessene gleiche Theile zunehmen. Und es ist das Wachsthum der Vergleichungen das gröste, wenn der Planet bey *A* in seiner grösten Entfernung von der Sonne stehet, und nimt, indem derselbe von dannen durch *M* nach *B* übergehet, beständig ab, bis endlich bey *B*, allwo die Vergleichung dem Dreyecke *ABa* gleich ist, diese zu wachsen aufhöret, und die dem Bogen *aB* zukommende Vergleichung von der zu dem kleinern, $aB - rn$, oder grössern $aB + rn$ gehörigen, bey der angenommenen unbeträchtlichen Grösse *rn*, nicht mehr zu unterscheiden ist: so daß, wenn zu der durch *aB* gemessenen wahren Anomalie die Vergleichung *k* gehöret, eben

diese

diese k auch bey der durch die Bogen $aB - rn$ und $aB + rn$ zu messen- T. XV. F.
den gebraucht werden kan, um durch den Zusatz dieser k aus der wahren 213.
die mittlere Anomalie herauszubringen.

§. 1130. Da nun, wenn die wahre Anomalie durch den Bogen aB gemessen wird, die dazu gehörige mittlere $aB + k$ seyn muß, so wird auch zu der um rn kleinern wahren Anomalie $aB - rn$ die mittlere $aB - rn + k$ und der um eben die Kleinigkeit rn grössern $aB + rn$ die mittlere $aB + rn + k$ gehören. Der Unterschied der zwo wahren Anomalien aB und $aB - rn$ ist rn, welcher zugleich der Unterschied der dazu gehörigen mittlern $aB + k$ und $aB - rn + k$ ist, und auch herausgebracht wird, wenn man an der einen Seite die wahre Anomalie aB von der $aB + rn$, und an der andern die zu jener gehörige mittlere $aB + k$ von der zu dieser gehörigen $aB + rn + k$ abziehet. Nun misset rn den Winkel MSr, welchen der sich in seiner Bahn bewegende Planet in einer gewissen sehr kleinen Zeit um die Sonne beschreibt, und der Unterschied der zu dem Anfang und dem Ende eben der kleinen Zeit gehörigen mittlern Anomalien ist der Winkel an eben dem S, welchen das Punct m bildet, indem es in eben der Zeit in seiner cirkelrunden Bahn fortrücket. Wenn sich der Planet bey B befindet, so sind diese zween Winkel einander gleich: das ist, der in seiner Bahn durch B gehende Planet und das Punct m beschreiben in eben der kleinen Zeit gleiche Winkel um die Sonne, und die Winkelgeschwindigkeit des einen, ist zugleich die Winkelgeschwindigkeit des andern. Die Geschwindigkeit des Puncts m ist die mittlere Geschwindigkeit des Planeten. Wenn demnach noch immer von den kleinen Winkeln die Rede ist, welche von den Planeten in eben der Zeit um die Sonne beschrieben werden, so bewegt sich der Planet bey dem Puncte B, da seine Bahn den Cirkelkreis $aBpD$ durchkreutzet, und seine Entfernung von S der $\sqrt{ac}$ gleich ist (1126), mit seiner mittlern Geschwindigkeit. Man siehet leicht, daß eben dieses auch bey dem Puncte D statt finde, in welchem die Bahn den Cirkel das zweytemal schneidet.

§. 1131. Von dem Puncte B an, indem nehmlich der Planet aus demselben nach P übergehet, wird der Unterschied der beyden Anomalien immer kleiner und kleiner, so daß er bey P ganz und gar verschwindet, und der Planet, wenn er bey diesem Puncte seiner geringsten Entfernung von der Sonne angelanget ist, keiner Vergleichung bedarf. Denn wenn der Planet in seiner Bahn bis

T. XV. F. 213. in M' gekommen ist, das Punct der mittlern Bewegung aber in der seinigen in m'; so ist, wie immer, der elliptische Ausschnitt ASM' gleich dem Ausschnitte des Cirkels aSm'. Es haben aber diese zween Ausschnitte den Raum $BaSM'$ mit einander gemeinschaftlich, welcher von dem elliptischen Ausschnitte ASM' abgezogen, das krumlinichte Dreyeck BAa übrig läst. Wird aber eben der Raum $BaSM'$ von dem Ausschnitte aSm' abgezogen, so bleibt die Figur $BM'Sm'$ übrig, welche demnach dem Dreyecke BAa gleich seyn muß. Da nun eben diese Figur $BM'Sm'$ durch die in n' verlängerte SM' in die zwey Theile $BM'n'$ und $n'Sm'$ getheilt wird, so ist auch $BAa = BM'n' + n'Sm'$ und also $n'S'm = BAa - BM'n'$. Aus der Gleichheit der halben Ellipse $ABPA$ und des halben Cirkels $aBpa$, welche den Raum BaP mit einander gemeinschaftlich haben, folgt $BPp = BAa$. Es kan also auch gesetzt werden $n'Sm' = BPp - BM'n'$, das ist, $n'S'm = M'Ppn'$. Der Winkel $n'Sm'$, welcher eigentlich die Vergleichung abgiebt, wächset wie der Ausschnitt $n'Sm'$, und also auch wie die ihm gleiche Figur $M'Ppn'$. Da also diese Figur $M'Ppn'$, indem sich der Planet in seiner Bahn von B durch M' der Stelle P nähert, beständig abnimt, so nimt bey dieser Bewegung auch die Vergleichung ab, und verlieret endlich bey P, so wie die Figur, alle Grösse.

Gröste Vergleichung.

§. 1132. Demnach ist die Vergleichung, welche dem Planeten bey den Puncten B, D zukomt, die gröste unter allen. Und da dieselbe gänzlich von der Gestalt der Ellipse $ABPD$ abhängt, welche er bey seinem Umlaufe um die Sonne beschreibt, indem, so bald diese Gestalt durch die Verhältniß $a : c$ gegeben ist, eine dergleichen Zeichnung als die gegenwärtige 213te ist, verfertiget werden kan, welche den Raum BAa oder BPp völlig bestimmet: so kan umgekehrt diese gröste Vergleichung gebraucht werden, diese Gestalt, das ist, die Verhältniß $a : c$ oder $a : e$ auszumachen. Man hält sich gemeiniglich an das letztere, indem man a zur Einheit machet, und die dazu gehörige Eccentricität e suchet. Wir müssen aber, bevor wir uns auf diese Untersuchung einlassen können, noch umständlicher betrachten, wie diese gröste, und eine jede andere Vergleichung der mittlern Anomalie mit der wahren, von der Gestalt der Ellipse abhänge, indem wir nehmlich die Verhältniß $a : e$, samt den übrigen die daraus

aus fliessen, für bekant annehmen, und die bequemsten Wege anzeigen, welche gebraucht werden von derselben zu der Vergleichung zu gelangen. T. XV. Fig. 213.

§. 1133. Der Winkel BSa ist die wahre Anomalie, zu welcher die durch den Raum BAa angegebene gröste Vergleichung gehöret, und es folgt aus dem so wie gleich anfangs (47) gesehen haben, daß, wenn v diesen Winkel BSa, und r die BS bedeutet, um welche der Planet bey B von der Sonne entfernet ist, seyn werde $\cos v = \frac{ar - cc}{er}$. Nun wird ausser der zu Einheit gemachten a, auch c und e, bey der Bahn des Planeten, als bekant angesehen, und es ist in dem Falle, welchen wir vor uns haben, $r = \sqrt{ac}$. Wir haben also alle zur Bestimmung dieses $\cos v$ nöthigen Grössen, und können, wenn wir für a die 1, und für r die Quadratwurzel von c setzen, den Cosinus des Winkels v auch nach dieser Vorschrift $\cos v = \frac{\sqrt{c} - cc}{e\sqrt{c}}$ herausbringen, welche, wenn beyderseits durch $\sqrt{c}$ dividiret wird, sich in die etwas einfachere $\cos v = \frac{1 - c\sqrt{c}}{e}$ verwandelt. Es wird aber gemeiniglich der folgende Weg für bequemer gehalten. Man ziehet BF nach dem zweiten Nabel der Ellipse, von welchem die Sonne um $FS = 2e$ entfernet ist. Da nun zu B, wie zu einem jeden andern Punct der Ellipse, $BS + BF = 2a$; so wird durch die bekanten BS und a die BF immer gegeben, und man hat alle drey Seiten des Dreyecks BSF, aus welchen demnach ein jeder Winkel dieses Dreyecks, und insbesondere der verlangte BSA berechnet werden kan.

Verschiedene Wege von der einen Anomalie zu der andern zu gelangen.

§. 1134. Wenn nun zu einer jeden wahren Anomalie die mittlere, und also auch die Vergleichung, als der Unterschied von beyden, in unserer Gewalt ist, so können wir auch die zu der also entdeckten wahren Anomalie BSA gehörige Gleichung entdecken, welche die grösseste unter allen ist. Dieses aber, wie auch der Uebergang von der mittlern Anomalie zu der wahren, wäre leicht genug, wenn der Satz des Seth Wardus, welchen wir vom 91sten bis zum 96sten Absatz betrachtet, und unter den gehörigen Umständen der Wahrheit beynahe gemäß gefunden haben, seine völlige Richtigkeit hätte. Es wurden daselbst aus den beyden

T. XV. F. 214. Nabeln einer Ellipse S und F (*Tab. XV. Fig.* 214.) an ein beliebiges Punct ihres Umkreises M die Linien SM und FM gezogen, welche mit der grössern Axe derselben AP die Winkel MSA, MFA einschlossen, und erwiesen, daß die Verhältniß des Winkels MFA zu zween rechten Winkeln, von der Verhältniß des elliptischen Ausschnitts MSA zur halben Ellipse $AMPA$, desto weniger verschieden sey, je weniger die Ellipse von einem um den Durchmesser AP beschriebenen Cirkel abweichet, und je kleiner also ihre Eccentricität ist; so daß bey einer sehr kleinen Eccentricität die beyden Verhältnisse, ohne einen sonderlichen Fehler, als einander vollkommen gleich angesehen werden können. Denn wenn wir die aus diesen Verhältnissen entstehende Proportion: wie zween rechte Winkel zu dem Winkel MFA, so die halbe Ellipse zu dem Ausschnitte MSA, als völlig richtig annehmen, und setzen S sey der Mittelpunct der Sonne, um welchen ein Planet in der Zeit t aus dem Puncte seiner grösten Entfernung A in M übergegangen ist: so ist der Winkel ASM die zu der Zeit t gehörige wahre Anomalie dieses Planeten. Es verhält sich aber auch die halbe Zeit des Umlaufs desselben zu der Zeit t, wie sich zween rechte Winkel zu dem Winkel MFA verhalten. Demnach ist der Winkel MFA derjenige, welchen der Planet in eben der Zeit t von der Linie FA an, mit seiner mittlern Bewegung, um F beschrieben haben würde, das ist, die mittlere Anomalie desselben.

§. 1135. Wolte man also für einen Planeten, dessen elliptische Bahn ihrer wahren Gestalt nach völlig bekant ist, zu jeder mittlern Anomalie die wahre, und zu jeder wahren die mittlere, durch die blosse Zeichnung entdecken: so dürfte man nur eine dieser Bahn ähnliche Ellipse, oder auch nur eine der Hälften, in welche sie durch ihre grössere Axe getheilet wird $AMPA$, in einer hinlänglichen Grösse entwerfen, und in derselben, vermittelst der von dem Mittelpuncte C beyderseits aufgetragenen Eccentricität, die beyden Nabel S und F, jeden an seinen gehörigen Ort setzen. Denn wenn nach Belieben einer dieser Nabel S zum Orte der Sonne gemacht, und dadurch das Punct der grössesten Entfernung des Planeten von der Sonne A, samt dem Puncte seiner stärksten Annäherung P bestimmet wird, und es soll zu einer gegebenen mittlern Anomalie desselben Planeten die wahre gefunden werden; so darf man nur den dieser mittlern Anomalie gleichen Winkel AFM an den Nabel F und die Axe AP dergestalt ansetzen, wie er in der Zeichnung erscheinet. Die bis an die Ellipse verlängerte Seite dieses Winkels

FM,

FM wird den Ort des Planeten in seiner Bahn angeben, und die von diesem Puncte *M* nach *S* gezogene *MS* mit der *SA* den seiner wahren Anomalie gleichen Winkel *MSA* einschliessen: woraus folget, daß *SMF* = *MFA* — *MSA* die Vergleichung seyn werde, welche zwar hier nicht gebraucht wird. Auf eben diese Weise wird auch zu der wahren Anomalie *ASM* die mittlere *AFM* gefunden, indem man vom Winkel *ASM* anfängt, und, nachdem vermittelst desselben das Punct *M* entdecket worden ist, von diesem Orte des Planeten nach *F* die *MF* ziehet. T. XV. F. 214.

§. 1136. Aber nur gar selten wird durch eine dergleichen Zeichnung das gesuchte mit der verlangten Richtigkeit herausgebracht. Gemeiniglich wird gerechnet, und die Gründe dazu sind die folgenden. Man verlängere die *FM* so lange, bis *MN* der *MS* gleich wird, und ziehe die *NS*. Das dergestalt gebildete Dreyeck *NSM* wird gleichschenklicht, und der Winkel desselben *N* gleich dem *NSM*, also *MSF* = *NSF* — *NSM* = *NSF* — *N*. Die aus den zween Theilen *MF* und *MN* = *MS* zusammengesetzte *FN* aber ist gleich der *AP* = 2*a*. Nun ist auch zu dem Dreyecke *NSF* der äussere Winkel *MFA* gleich der Summe der innern *NSF* + *N*, und die Seite *SF* = 2*e*; folgends die Summe der zwo Seiten *FN* + *SF* = 2*a* + 2*e*, und ihr Unterschied *FN* — *SF* = 2*a* — 2*e*, demnach die Verhältniß der Summe zum Unterschied (*a* + *e*) : (*a* — *e*); und es lehret die Trigonometrie, daß sich die Summe *FN* + *SF* zu dem Unterschiede *FN* — *SF* in einem jeden ebenen Dreyecke, wie die Tangente der halben Summe der Winkel *NSF* + *N* zu der Tangente ihres halben Unterschiedes *NSF* — *N* verhalte. Es ist also in dem gegenwärtigen Falle, (*a* + *e*) : (*a* — *e*) = *tan.* ½*MFA* : *tan.* ½*MSF*. Die Winkel *MFA* und *MSF* oder *MSA* sind die zwo Anomalien, welche demnach, vermittelst der Verhältniß (*a* + *e*) : (*a* — *e*), unmittelbar mit einander verglichen werden. Es ist aber *a* + *e* gleich der größten Entfernung des Planeten von der Sonne *SA*, und *a* — *e* gleich der kleinsten Entfernung desselben *SP*. Die Verhältniß dieser Linien bleibt zu eben den Planeten immer die nehmliche, welches eine neue Bequemlichkeit ausmachet. T. XV. F. 215.

§. 1137. Die Vergleichung *SMF*, welche dieses Verfahren an die Hand giebt, zeiget, ihrer kleinen Unrichtigkeit ohngeachtet, sehr deutlich, daß so lang die mittlere Anomalie *AFM* weniger beträgt, als 180 Grade oder zween rechte

Winkel,

T. XV. F. 215. Winkel, die dazu gehörige wahre ASM immer noch kleiner sey, und wenn sie vermittelst der Vergleichung aus der mittlern herausgebracht werden soll, einen Abzug derselben erfodere. Wird aber die mittlere Anomalie, welche, wie die wahre, in einem fort, von dem Theile der Apsidenlinie SFA bis wieder an denselben gerechnet wird, grösser als zween rechte Winkel, weil der Planet von A durch M und P in die andere Hälfte seiner Bahn PQA übergetreten ist, in welcher er sich hinwiederum von der Sonne entfernet, da er sich in der vorigen Hälfte AMP derselben immer genähert hatte; so ist, wenn er sich in dieser Hälfte bey einem beliebigen Puncte Q befindet, seine mittlere Anomalie $= 4R - AFQ$, und die wahre, $4R - ASQ$. Da also auch hier AFQ grösser ist als ASQ, so ist nunmehro die mittlere Anomalie kleiner als die wahre, und es wird ein Zusatz der Vergleichung erfodert, wenn aus derselben die wahre herausgebracht werden soll. Uebrigens aber siehet man, daß wenn AFQ dem AFM gleich ist, auch ASQ dem ASM gleich seyn werde, und $SQF = SMF$, wie auch die wahre zu dem Puncte Q gehörige Vergleichung, gleich der wahren zu dem Puncte M gehörigen, wiewohl die Vergleichung bey der gegenwärtigen Art zu rechnen nicht gebraucht wird.

§. 1138. Nachdem die Winkel des Dreyecks MSF gefunden sind, wird auch die Entfernung des Planeten von der Sonne vermittelst der Proportion $\sin SMF : \sin MFS = FS : SM$ entdecket. Die Vergleichung SMF aber wird, nach den bey der gegenwärtigen Lehre angenommenen Sätzen, die grösseste unter allen, wenn das Punct M in die kleinere Axe der Ellipse, und also in eines der Puncte m fällt. Dieses wäre vermittelst eines durch die drey Puncte S, F und m beschriebenen Cirkels leicht zu erweisen, wenn es nicht als für sich klar angenommen werden könte. Ist aber SmF die gröste Vergleichung, so ist $SmC = CmF$ die Hälfte derselben. Da nun $Sm = mF = a$, folgends aus dem rechtwinklichten Dreyecke SmC oder FmC, $a : e = 1 : \sin SmC$, so wird durch diese Proportion die Hälfte der grösten Vergleichung aus der Eccentricität, und diese hinwiederum aus jener SmC, unmittelbar angegeben. Wer in der ein und zwanzigsten Zeichnung (*Tab. II*) das Punct E in die verlängerte kleinere Axe der Ellipse setzen, und die Fehler erwegen will, welche bey diesem Stande des Planeten in denen auf diese Zeichnung gegründeten Schlüssen begangen werden, wird diese Proportion, welche, wenn $æ$ die gröste Aequation bedeutet, auch also gesetzt werden kan, $a : e = 1 : \sin \frac{1}{2}æ$, richtig genug finden. Und da den Bahnen

nen aller Planeten, wenn man bey denselben blos auf ihre durch die Verhältniß *a* : *e* bestimte Gestalt siehet, die *a* zur Einheit gemacht werden kan, welches giebt $e = sin \frac{1}{2}æ$, so folget hieraus, daß die Zahl *e*, welche die Eccentricität einer jeden Bahn, aus der zur Einheit gemachten *a* derselben ausdrückt, dem $sin \frac{1}{2}æ$ immer beynahe gleich sey: und also die *e* zwoer verschiedener Bahnen, mit den zu eben den Bahnen gehörigen $sin \frac{1}{2}æ$ in einerley Verhältniß stehen. T. XV. F. 215.

Genauere Berechnung der Anomalien.

§. 1139. Bey dem allen fehlet die nach dieser Anweisung geführte Rechnung, nicht zwar bey der gröſten Vergleichung, wohl aber bey denjenigen, welche sie zu einer mittlern Anomalie von ohngefehr 45 oder 135 Graden angiebt, auch bey einer kleinen Eccentricität, die noch nicht 0,017 der *CA* oder *CP* beträgt, etwas mehr als um den vierten Theil einer Minute: woraus leicht zu ermessen stehet, wie sehr eben die Rechnung fehlen müsse, wenn sie auf die Bahn eines Planeten angewendet wird, zu welcher die Verhältniß *SC* : *CA* beträchtlich gröſſer ist: und dieses ist der Fall bey den allermeisten, insonderheit aber bey dem Mars und dem Mercurius. Aus dieser Ursache ist das beste, man bediene sich bey der Theilung des elliptischen Raums, welche unumgänglich nöthig ist, wenn zu der mittlern Anomalie die wahre, oder zu der wahren die mittlere gefunden werden soll, der gleich in dem ersten Abschnitte (99 ... 113) umständlich erklärten Theilung des Cirkels, von welcher der Uebergang auf die Ellipse gar leicht ist; und welche, wenn nur die Verhältniß der Eccentricität *SC*, zur mittlern Entfernung des Planeten von der Sonne *AC*, mit einer völligen Zuverläßigkeit angenommen werden kan, die Aufgabe mit einer fast überflüßigen Richtigkeit auflöset.

§. 1140. Es sey *AMP* (*Tab. XV. Fig.* 216.) die Hälfte der wahren Bahn eines Planeten, und zu derselben *AP* die Linie seiner Apsiden, *C* der Mittelpunct dieser elliptischen Bahn, und *S* der Nabel, in welchem man sich den Mittelpunct der Sonne vorstellet, also *SC* die Eccentricität, *PS* die kleinste Entfernung des Planeten von der Sonne, *SA* die gröſseste, und *PC* = *CA* die mittlere. Mit dieser *CA* sey um den Mittelpunct *C* der Cirkel *AEDP* beschrieben, welcher den Namen des eccentrischen Kreises bekömt, weil dessen Mittelpunct *C* von dem Puncte *S* abweichet, in welchen die Spitzen der wahren Anomalien nothwendig fallen, und nach der anfänglich gebrauchten natürlichen Vorstellung T. XV. F. 216.

T. XV. F. 216. (*Fig.* 213.) auch die Spitzen der mittlern. Man bilde sich ein, daß in dem Umkreise dieses Cirkels *ADP* sich ein Punct nach eben den Gesetzen bewege, welche die Planeten bey den Bewegungen in ihren wahren Bahnen beobachten; und es verhalte sich also, wenn dieser Punct bey *E* angelangt ist, die Zeit *t*, welche er gebraucht hat aus *A* in *E* überzugehen, zu der Hälfte der Zeit seines Umlaufs $\frac{1}{2}T$, an deren Ende er sich bey *P* befindet, wie der Ausschnitt *ASE* zu dem halben Cirkel *AEPA*. Bey dieser Vorstellung nennet man den Winkel bey dem Mittelpuncte *ACE* die eccentrische Anomalie des Planeten, welcher die Hälfte seiner Bahn *AMP* in eben der Zeit $\frac{1}{2}T$ beschreibet, und man bedienet sich derselben als eines Mittels, aus der wahren Anomalie dieses Planeten seine mittlere, und aus der mittlern dessen wahre Anomalie zu schliessen: zu welchem Ende die Verbindungen ausgemacht werden musten, in welchen diese eccentrische Anomalie vors erste mit der mittlern, und vors zweyte mit der wahren Anomalie eben des Planeten stehet.

§. 1141. Man theile, zum Behuf der ersten dieser Aufgaben, auch den halben Umkreis *AEP* bey *D* in der Verhältniß $t : \frac{1}{2}T$, und endige also durch diesen Punct *D* den Bogen *AD*, welcher das Maaß der mittlern Anomalie des Planeten seyn wird. Weil nun auch, wenn man *DC* ziehet, der Ausschnitt *ACD* zu dem halben Cirkel *AEPA*, die Verhältniß des Bogens *AD* zu dem halben Umkreise *AEP*, und folgends der Zeit *t* zu der Zeit des halben Umlaufs $\frac{1}{2}T$ bekömt, welcher die Verhältniß des Ausschnitts *ASE* zu eben dem halben Cirkel *AEPA* gleich gemacht werden muste: so folget hieraus, daß die beyden Ausschnitte *DCA* und *ESA* beyde zu dem halben Cirkel *AEPA* in eben der Verhältniß stehen, und folgends einander gleich seyn werden; und es ist leicht umgekehrt zu schliessen, daß wenn zween dergleichen Ausschnitte *DCA* und *ESA* einander gleich gemacht werden, bey der in der Zeichnung erscheinenden Ordnung der Puncte *P*, *S*, *C*, *A*, der kleinere Bogen *AE* die zu den grössern *AD*, als der mittlern Anomalie, gehörige eccentrische messen werde. Es komt also die ganze Sache darauf an, daß man zu dem Falle, da die Ausschnitte *ESA*, *DCA* einander gleich sind, den Bogen *AE* aus dem *AD*, und diesen *AD* wieder aus jenem *AE*, zu finden wisse. Dieses aber ist in dem ersten Abschnitte umständlich gewiesen worden, und wir haben insbesondere (107) gesehen, daß wenn *N* den kleinern Bogen *AE*, *M* aber den grössern *AD* bedeutet, man nur der Gleichung

chung $M = N + e. \sin N$ ein Genügen leisten dürfe, um von dem einen dieser Bogen zu den andern zu gelangen. Wir haben gefunden, daß wenn N der gegebene Bogen ist, die Sache gar bald geschehen sey: es sind aber auch Mittel beygebracht worden, die Arbeit zu erleichtern, wenn M der gegebene, und N der gesuchte Bogen ist. Da also M die mittlere, und N die eccentrische Anomalie angiebt, so wird durch $M = N + e. \sin N$ hinlänglich angezeiget, wie jede dieser Anomalien von der andern abhänge, wenn man sich nur erinnert, daß in dieser Gleichung e die aus der zur Einheit gemachten AC bestimte Eccentricität SC bedeute, oder daß $AC : SC = 1 : e$. T. XV. F. 216.

§. 1142. Was nun aber die Verbindung der eccentrischen Anomalie mit der wahren anlangt, so wird dieselbe vermittelst einer besondern Eigenschaft der rechtwinklichten Dreyecke einfach genug angegeben. Es sey (*Tab. XV. Fig.* 217.) ABC ein bey C rechtwinklichtes Dreyeck. Man verlängere eine der Seiten BC, die diesen Winkel C einschliessen, in D, bis $BD = BA$, und ziehe DA. Dadurch wird das Dreyeck ABD gleichschenklicht, und der Winkel D gleich der Hälfte des ABC, aber auch $DC = AB + BC$. Da nun, wie in einem jeden rechtwinklichten Dreyecke, $DC : AC = 1 : \tan D$. so ist auch $(AB + BC) : AC = 1 : \tan \frac{1}{2} ABC$, und diese Proportion kan unmittelbar aus dem Dreyecke ABC hergenommen werden, wenn man nicht ausser Acht läst, daß die Seiten AB, BC, deren Summe genommen werden muß, den Winkel ABC, von welchem die Rede ist, einschliessen, AC aber demselben entgegenstehe. T. XV. F. 217.

§. 1143. Wird nun aus E (*Tab. XV. Fig.* 216.) allwo sich der angenommene Punct am Ende der Zeit t befindet, eine Linie EG der Axe AP perpendicular gezogen, welche die wahre Bahn des Planeten in M schneidet; so wird der elliptische Raum $AMPA$ durch die von diesem Puncte nach S laufenden MS in eben der Verhältniß $t : \frac{1}{2} T$ getheilet, in welcher die ES den halben Cirkel $AEPA$ theilte (90): also ist M der wahre Ort des Planeten zu eben dem Zeitpuncte, zu welchem die durch den Bogen AE gemessene eccentrische Anomalie ACE gehöret, und die wahre Anomalie, welche aus dieser ACE bestimt werden soll, ist ASM. Wir wollen der Kürze halber diese wahre Anomalie Q, die eccentrische aber, wie vorher, N nennen, so daß $Q = ASM$, und $N = ACE : x$ T. XV. F. 216.

T. XV. F. 216. aber soll die CG, y die GE, und r die SM bedeuten, zu welcher wir (45) gefunden haben $ar = aa + ex$; denn in der Bedeutung der Buchstaben a, c, e wird nichts geändert. Da nun $EC + CG : EG = 1 : tan \frac{1}{2}ECG$, so ist $tan \frac{1}{2}N = \frac{y}{a+x}$. Aus $a : c = EG : MG$ aber wird die MG durch $\frac{cy}{a}$ ausgedruckt, und da auch $MS + SG : MG = 1 : tan \frac{1}{2}MSA$, so ist $tan \frac{1}{2}Q = \frac{cy}{a(r+e+x)} = \frac{cy}{ar+ae+ax}$; woraus entstehet, wenn man anstatt des ar seinen Werth $aa + ex$ setzet, $tan \frac{1}{2}Q = \frac{cy}{aa+ex+ae+ax} = \frac{cy}{(a+e)(a+x)}$. Es verhält sich also $tan \frac{1}{2}N$ zur $tan \frac{1}{2}Q$ wie $\frac{y}{a+x}$ zu dem $\frac{cy}{(a+e)(a+x)}$ das ist, wie 1 zu $\frac{c}{a+e}$ oder wie $a + e : c$, und wir haben die Proportion $a + e : c = tan \frac{1}{2}N : tan \frac{1}{2}Q$, vermittelst welcher die wahre Anomalie Q aus der eccentrischen N eben so berechnet wird, wie diese aus jener. Die Verhältniß $a + e : c$ bleibt für eben die Bahn immer eben dieselbe, und dieses ist auch hier eine besondere Bequemlichkeit.

§. 1144. Da $cc = aa - ee$, und aus der eben herausgebrachten Proportion folget $(a+e)^2 : c^2 = (tan \frac{1}{2}N)^2 : (tan \frac{1}{2}Q)^2$, so kan auch gesetzt werden $(a+e)^2 : (aa - ee) = (tan \frac{1}{2}N)^2 : (tan \frac{1}{2}Q)^2$. Nun ist $(a+e)^2 = (a+e)(a+e)$, und $aa - ee = (a+e)(a-e)$, also $(a+e)^2 : (aa-ee) = (a+e)(a+e) : (a+e)(a-e) = (a+e) : (a-e)$, woraus folget $(a+e) : (a-e) = (tan \frac{1}{2}N)^2 : (tan \frac{1}{2}Q)^2$, und $\sqrt{(a+e)} : \sqrt{(a-e)} = tan \frac{1}{2}N : tan \frac{1}{2}Q$, welche Proportion von verschiedenen statt der vorigen gebraucht wird. Sie vermindert die Arbeit nicht, ist aber leicht zu merken. Denn $a + e$ ist die gröste Entfernung des Planeten von der Sonne SA, und $a - e$ die kleinste SP.

Der

Astronomischen Vorlesungen

zwanzigster Abschnitt.

Berechnung der Stellen der Planeten.

Lage der Apsidenlinie der Erdbahn.

§. 1145.

Dieses sind nun die Sätze, auf welche die Berechnung des Laufs eines jeden Hauptplaneten gegründet wird, und welche nur einiger Zugaben bedürfen, wenn sie bey den Cometen eben die Dienste leisten sollen. Auch bey der Berechnung des Laufs der Monden oder Nebenplaneten komt das fürnehmste auf dieselben an, wenn man nur in die Stelle der Sonne den Hauptplaneten setzet, zu welchem der zu berechnende Mond gehöret. Es waren aber, bevor die Rechnung auf jeden besondern Planeten angewendet, und dadurch der wahre Ort desselben, zu diesem oder jenem vergangenen, gegenwärtigen oder zukünftigen Zeitpuncte, gefunden werden konte, ausser der Zeit des Umlaufs dieses Planeten, welche bereits in dem vorhergehenden für jeden als bekannt angenommen worden ist, und der Epoche, das ist, eines Zeitpuncts, welcher füglich zum Anfang seiner Bewegung zu machen war, auch die Linien und Winkel zu entdecken, welche zur völligen Bestimmung der Gestalt und Lage der Bahn desselben unentbehrlich sind; wozu eben die Sätze vortreflich dienen. Bey der Erde, deren Mittelpunct nie so sehr von der Fläche der Ecliptic abweichet, daß es hier nöthig wäre auf diese Abweichung Acht zu haben, und deren Ort in der Ecliptic, bey welchem sie ein in den Mittelpuncte der Sonne gesetztes Auge sehen würde, demjenigen gerade entgegenstehet, bey welchem unsere an der Erde haftende Augen zu eben der Zeit den Mittelpunct der Sonne sehen; und also fast unmittelbar durch die Beobachtung zu entdecken ist,

werden diese Linien und Winkel am leichtesten gefunden: und wir, die wir den Lauf der übrigen Weltkörper von diesem in einer immerwährenden Bewegung stehenden Beobachtungsplatze betrachten, werden, was bey demselben würkliche Messungen erfordert, nie genau ausmachen, so lang uns der Ort unbekant bleibt, welcher diesen Platz, zur Zeit der Beobachtung einnahm.

§. 1146. Zur völligen Berichtigung der Lage der elliptischen Bahn, welche die Erde um die Sonne beschreibet, ist nicht mehr nöthig, als daß die Puncte der Ecliptic angegeben werden, durch welche die grössere Axe derselben hindurchgehet. Da diese Axe die Apsidenlinie der Bahn ist, und durch den Mittelpunct der Sonne läuft, so wird ihre Lage völlig bestimmet, wenn der Punct der Ecliptic angegeben wird, in welchem wir die Sonne am meisten von der Erde entfernet sehen, oder auch der demselben entgegengesetzte, bey welchem ihre Entfernung von der Erde die kleinste unter allen ist. Nun kan der gröste und kleinste Winkel, in welchem wir den Durchmesser der Sonne sehen, uns anzeigen, daß ihr Mittelpunct sich nicht weit von einem oder dem andern dieser Puncte befinde: und wir können aus der beobachteten Grösse der Bogen, um welche die Sonne in vier und zwanzig Stunden der mittlern Zeit in der Ecliptic fortzurücken scheinet, eben dergleichen Schlüsse ziehen. Denn diese Bogen messen die Winkel, welche die Erde in eben der Zeit um den Mittelpunct der Sonne bildet. Ein Winkel dieser Art aber ist der kleinste unter allen, wenn sich die Erde bey der höhern Apside der Bahn, in ihrer grösten Entfernung von der Sonne befindet; und der größte, wenn sie bey ihrer niedern Apside, der Sonne am nähesten ist (1101).

§. 1147. Es können aber die kleinen Winkel, auf welche sich diese Schlüsse gründen, nicht so genau gemessen werden, als zu einer völlig richtigen Bestimmung der gesuchten Puncte der Ecliptic nöthig wäre: und da die Geschwindigkeit, mit welcher die Sonne fortzurücken scheinet, nie eine beträchtliche Zeit lang eben dieselbe bleibt, sondern fast immer im Wachsen, oder im Abnehmen ist: so müßten auch die Zeiten, vermittelst welcher die Winkelgeschwindigkeit der Erde angegeben wird, kleiner genommen werden, als ein natürlicher Tag, welches die Schwürigkeit der Beobachtungen sehr vermehren würde. Wäre dieses nicht, so könten eben diese kleinen Winkel auch gebraucht werden, die kleinste Entfernung der Erde von der Sonne $a - e$ mit der grösten $a + e$ zu vergleichen,

und

und dadurch die eigentliche Gestalt ihrer Bahn völlig zu bestimmen. Denn es verhält sich $a - e$ zu $a + e$, wie der scheinbare Durchmesser der Sonne zur Zeit ihrer größten Entfernung von der Erde, zu demjenigen, welchen wir ihr zuschreiben, wenn ihre Entfernung die kleinste ist. Und wir haben (1115) gesehen, daß wenn m der kleinste Winkel ist, welchen ein Planet in einer gewissen Zeit um die Sonne beschreibt, n aber der größte, welchen er in eben der Zeit bildet, die Proportion $\sqrt{m} : \sqrt{n} = (a - e) : (a + e)$ immer statt haben werde. Es wird also die Verhältniß $a - e : a + e$ durch jene Winkel, und zwar durch jede Art derselben besonders, angegeben: und dadurch (1112) die Gestalt der Ellipse, zu welcher a die Hälfte der grössern Axe und e die Eccentricität bedeutet, völlig bestimmet. T. XV. F. 216.

§. 1148. Viel genauer wird der Ort der beyden Apsiden durch die Zeit entdecket, welche die Erde braucht von einem Puncte der Ecliptic bis zu dem zu gelangen, welcher jenem gerade entgegen stehet, so daß der zwischen beyden enthaltene Theil dieses Kreises genau sechs Zeichen oder 180 Grade beträgt. Denn da, in der Zeit eines halben Umlaufs der Erde, die verlängerte Apsidenlinie ihrer Bahn, ohne merklichen Fehler, durch eben die Puncte der Ecliptic hindurch gehet, weil die Veränderung der Lage dieser Linie so geringe ist, daß sie erst nach einer viel längern Zeit gemerket werden kan: so ist die Zeit, welche der Mittelpunct der Erde brauchet von dem ersten Puncte zu dem zweyten zu gelangen, fast genau die Hälfte der Zeit ihres Umlaufs, sonst aber immer grösser oder kleiner. Wenn also in der 218ten Zeichnung S die Sonne vorstellet, und die um diesen Punct, als einen ihrer Nabel beschriebene Ellipse ABP, die Bahn der Erde; so ist der Cirkelkreis $DEFG$, welcher seinen Mittelpunct in eben dem S hat, die Ecliptic zu einem dahin gesetzten Auge; und wenn man die Apsidenlinie AP beyderseits bis an diesen Kreis verlängert, so sind die Puncte a, p, deren eigentliche Stellen verlangt werden, bereits beynahe bekant. Die Beobachtungen der Sternseher voriger Zeiten, welche sich um derer Entdeckung bemühet haben, geben sie ohne grobe Fehler, wenigstens genauer, als wenn sie unmittelbar aus den (1146) angezeigten Gründen hergeleitet werden solten, welche man in Ermangelung jener ältern Bestimmungen gebrauchen müste. Um die Zeit nun, in welcher sich die Erde bey einem dieser Puncte a befindet, einen oder ein paar Tage vorher und hernach, wird zu richtig bestimmten Puncten der mittlern Zeit, der Ort derselben, aus dem aufs genaueste beobachteten T. XV. F. 218.

T. XV. F. 218. achteten Ort der Sonne in der Ecliptic geschlossen. Die Zusammenhaltung dieser Beobachtungen kan alsdenn auch die tägliche und stündliche Bewegung der Erde geben, welche sie zu der Zeit hatte; wenn man nicht auch diese aus den bereits vorhandenen Tafeln nehmen will. Eben die Beobachtungen wiederhohlet man sechs Monate hernach, in einem Zeitraume, von welchem man versichert ist, daß der Durchgang der Erde durch p in denselben falle. Alsdenn ist es leicht die Stellen anzugeben, welche die Erde bey a von Stunden zu Stunden eingenommen hat, und die Zeitpuncte zu entdecken, in welchen sie sich in der Gegend p von jeder dieser Stellen um 180 Grade entfernet befunden: unter welchen Puncten sodann diejenigen den eigentlichen Stellen der Apsiden am nächsten liegen werden, von deren einem bey a bis zu dem andern bey p zu gelangen, die Erde eine Zeit brauchte die von der Hälfte der Zeit ihres ganzen Umlaufs am wenigsten abweichet. Denn gemeiniglich wird einige Abweichung überbleiben, und die gefundene Zeit der Hälfte der Zeit des Umlaufs nicht genau gleich seyn.

§. 1149. Es sey D das dergestalt entdeckte Punct, welches von dem eigentlichen Orte der Ecliptic a, in welchem die Erde, bey ihrer größten Entfernung von der Sonne aus dieser gesehen wird, um den Bogen DA entfernet ist, und diesem D stehe das Punct F gerade entgegen. Alsdenn zeiget die Vergleichung des elliptischen Abschnittes $dfBd$ mit der Hälfte derselben $APBA$, daß die Zeit t, welche die Erde brauchet von d durch B in f zu gelangen, kleiner sey als die Zeit des halben Umlaufs $\frac{1}{2}T$, wenn, wie in der Zeichnung, die Länge des gefundenen Puncts D grösser ist, als die Länge des Punets a, und also der Mittelpunct der Ellipse C an der westlichen Seite der DF lieget; und grösser, wenn die Länge des a grösser ist, als die Länge des gefundenen D, wodurch der Mittelpunct C an die östliche Seite der für diesen Fall zu ziehenden DF gebracht wird: so daß hinwiederum daraus, daß t grösser oder kleiner ist als $\frac{1}{2}T$, geschlossen werden kan, ob das gesuchte Punct der Ecliptic a, vor dem gefundenen D vorhergehe, oder demselben nachfolge, und um jenes Punct a völlig zu bestimmen, nichts als der Bogen $Da = Fp$, oder der Winkel $DSa = FSp$ auszumachen übrig ist. Dieses aber kan also geschehen. Es sey a der Bogen der Ecliptic, welchen die Erde, in ihrer grösten Entfernung von der Sonne bey A, einem in diese gesetzten Auge, in der Zeit einer Stunde zu beschreiben scheinet, und p derjenige, welchen sie in eben der Zeit eben dem Auge zurückzulegen scheinet, wenn sie demselben bey P

am

am nächsten ist. Der gesuchte Bogen Da aber sey z, welcher Buchstabe demnach auch die Grösse des Bogens Fp angeben wird. Weil nun bey diesen Benennungen eine Stunde zur Einheit gemacht wird, so ist $\frac{z}{a}$ die Zeit, in welcher die Erde den Bogen Da zu durchlaufen scheinet, und $\frac{z}{p}$ diejenige, in welcher eben das Auge sie von p bis F fortgehen siehet. Bey der Lage der Puncte D und a, welche die Zeichnung angiebt, entstehet die Zeit t, in welcher die Erde in ihrer Bahn von d durch B bis f gelanget, aus $\frac{1}{2}T$, der Zeit des halben Umlaufs von A durch B bis P, wenn man von dieser $\frac{1}{2}T$ die Zeit abziehet, in welcher sie sich in dem Bogen aD aufhält, und der dadurch herausgebrachten diejenige zusetzet, welche sie braucht den pF zu beschreiben. Es ist also $t = \frac{1}{2}T - \frac{z}{a} + \frac{z}{p}$ woraus folget $\frac{1}{2}T - t = \frac{z}{a} - \frac{z}{p}$, und wenn man durchaus durch ap multipliciret, $ap\,(\frac{1}{2}T - t) = pz - az = (p - a)z$; demnach $z = \frac{ap}{p - a} \times (\frac{1}{2}T - t)$. Der Unterschied der Zeiten $\frac{1}{2}T - t$ ist ein bekanter Theil einer Stunde, und kan durch einen Bruch angegeben werden, welcher sich auf dieselbe als die ganze Einheit beziehet. Durch diesen Bruch wird der nach der Vorschrift $\frac{ap}{p - a}$ gefundene Bogen oder Winkel multiplicirt, um den gesuchten z herauszubringen. Und eben so kan auch in dem zweyten Falle verfahren werden, da a vor dem Puncte D in der Ecliptic vorhergehet. Nur wird, weil nunmehro t grösser ist als $\frac{1}{2}T$, der Winkel z negativ gefunden, welches die der vorigen widrige Lage der Puncte a und D erfodert, und dieselbe anzeigen würde, wenn die Sache nicht bereits bekant wäre.

T. XV. F. 218.

§. 1150. Diese Rechnung würde die Puncte des Sternhimmels, nach welchen sich die verlängerte Apsidenlinie AP erstrecket, vermittelst der Puncte der Ecliptic a und p mit einer völligen Richtigkeit angeben, wenn sie ohne Veränderung immer eben dieselben blieben. Denn es ist leicht bey dieser Rechnung den Rückgang des Anfangs der Ecliptic mit in Betrachtung zu ziehen, welcher verursachet, daß nach einiger Zeit eben die Puncte derselben nicht mehr in die vorigen Puncte des Sternhimmels fallen, und die Erde ihren Umlauf in der Ecliptic in

T. XV. F. 218. einer kürzern Zeit verrichtet, als sie würklich, in Absicht auf die völlig unbeweglichen Fixsterne, in ihrer Bahn ganz herum kommt. Man darf nur annehmen, daß dieser Umlauf nicht ehe vollendet werde, als nachdem die Erde, ausser den zwölf Zeichen der bewegten Ecliptic, noch die 50,3 Secunden in derselben beschrieben hat, um welche der Anfang dieses Kreises indessen zurück gegangen ist; und so die Hälfte und jeder anderer Theil desselben nach Proportion, um diese Bewegung zu vernichten. Die Zeit eines solchen Umlaufs beträgt, wie wir gesehen haben, 365 Tage, 6 Stunden, 9 Minuten und 10 Secunden, deren Hälfte, wenn in der Lage der AP keine Veränderung vorgieng, der $\frac{1}{2}T$, in welcher die Erde in ihrer Bahn aus A in P, und aus P wieder in A übergehet, völlig gleich seyn würde. Wird aber, indem die Erde aus A durch B nach P übergehet, zugleich die Lage der AP verändert, so kan diese Gleichheit der Zeiten unmöglich statt haben, und es wird gefehlet, wenn man statt T die nach den Fixsternen bestimte Zeit des Umlaufs gebrauchet. Es war aber dieser Fehler anfangs nicht zu vermeiden. Man muste, ohne sich an denselben zu kehren, die Lage der AP, vermittelst der Puncte a und p der Ecliptic so genau als möglich war bestimmen, und den Nachkommenden überlassen, vermittelst der Vergleichung dieser Beobachtungen mit ihren eigenen, nachzuforschen, ob in der Zwischenzeit einige Veränderung in der Lage der Apsidenlinie AP vorgegangen sey, oder nicht, und wieviel diese Abweichung betrage. Gegenwärtig wird nicht mehr gezweifelt; und es wird angenommen, daß das Punct a in hundert Jahren um einen Grad, 49 Minuten und 10 Secunden, von dem beweglichen Anfang der Ecliptic, nach der Morgenseite fortrücke, welches für das Jahr 65,5 Secunden beträgt. Es braucht also die Erde mehr als die ganze Zeit eines Umlaufs von dem in dieser Bewegung stehenden Puncte A ihrer Bahn bis wieder zu demselben zu gelangen, und es enthält die Zeit dieses Umlaufs von A bis wieder zu A, oder von P bis zu P, welcher der anomalische genant wird, 365 Tage, 6 Stunden, 15 Minuten und 20 bis 24 Secunden. Die Hälfte dieser Zeit ist diejenige, welche hier durch $\frac{1}{2}T$ angedeutet wird, und übertrift die Zeit der Hälfte des periodischen Umlaufs um 3 Minuten, 6 bis 7 Secunden. Die grösste Entfernung der Erde von der Sonne aber war beym Anfange des 1750 Jahres um 9 Zeichen, 8 Grade, 38 Minuten und 4 Secunden von dem Anfange der Ecliptic entfernet. Es befindet sich also gegenwärtig die Erde in dieser ihrer grösten Entfernung von der Sonne wenn sie diese in dem 9ten Grade des Krebses siehet, zu welcher Zeit wir unsern Sommer haben.

ben. Im Gegentheil ist die Sonne beym Anfang unsers Winters am wenigsten von uns entfernet; die jenseits des Gleichers der Erde liegende Länder aber haben von diesem das Gegentheil. Die Sonne ist ihnen im Sommer näher als im Winter. T. XV. F. 218.

Größte Vergleichung und Eccentricität der Erdbahn.

§. 1151. Man kan sich des dergestalt für einen gewissen Zeitpunct entdeckten und für einen jeden andern leicht zu berechnenden Orts der größten oder kleinsten Entfernung der Erde von der Sonne bedienen, die zu ihrer Bahn gehörige größte Vergleichung zu finden, aus welcher sodann die eigentliche Gestalt dieser Bahn geschlossen wird. Es wird der Zeitpunct angemerket, in welchem die Erde aus der Sonne in *a* gesehen wird, und sich also in ihrer Bahn bey *A* befindet. Zu dieser Zeit ist die Geschwindigkeit, mit welcher die Sonne in der Ecliptic fortzurücken scheinet, die kleinste, und nimt in den darauf folgenden Monaten beständig zu. Endlich ist sie bis zur mittlern Geschwindigkeit angewachsen, indem die Sonne in einem Tage 59 Minuten und 8 Secunden der Ecliptic zurück geleget hat. Dieser Tag, und der Ort, welchen die Sonne in einer gewissen Stunde desselben einnahm, wird ebenfals angemerkt. Für diese Zeit und für diesen Ort ist, wie wir gesehen haben, die Vergleichung die allergrößte. Man kan aber auch, indem man die kleinere der entdeckten Längen von der grössern abziehet, die zu dem letztern Orte gehörige wahre Anomalie entdecken. Die Zeit aber, in welcher die Sonne von *a* bis an diesen letztern Ort übergegangen ist, giebt die mittlere Anomalie derselben; und aus beyden Anomalien ist der Unterschied derselben, das ist, die gesuchte größte Vergleichung, leicht zu haben. Man siehet leicht, daß man sich des dem *a* entgegen gesetzten Punctes der Ecliptic *p* eben so gut bedienen, und mit einem der Puncte derselben, bey welchem die wahre Bewegung der Sonne ihrer mittlern Bewegung gleich ist, eben sowohl den Anfang machen könne, als mit *a* oder *p*.

§. 1152. Die Vergleichung der Erdbahn nimt am stärksten zu, wenn sich diese bey einem der Puncte *A* oder *P* (*Tab. XV. Fig.* 213.) befindet. Es muß also der Zeitpunct, in welchem ihr Mittel in eines dieser Puncte gefallen ist, auf das genauste angegeben seyn, wenn die darauf gegründete Rechnung nicht fehlerhaft werden soll. Bey den Puncten *B* und *D* aber, welche die Erde in den Augenblicken einnimt, in denen ihr die wahre Bewegung der Sonne der T. XV. F. 213.

T. XV. F. 218. mittlern Bewegung derselben gleich erscheinet, kan ein beträchtlicher Fehler begangen werden, ohne daß die dadurch herausgebrachte größte Vergleichung von der wahren merklich abweiche: weil die zu den Puncten dieser Bahn, die beyderseits dem B und D nahe genug sind, gehörige Vergleichung kaum kleiner ist, als die zu diesen Puncten B, D gehörige allergrößte (1129). Dieses ist die Ursache, warum man sich bey dieser Arbeit der Puncte A und P gar nicht bedienet, welche demnach auch unbekant seyn können. Man merket, bey eben dem Umlaufe der Erde um die Sonne, nur die Stellen der Ecliptic an, in welcher diese mit ihrer mittlern Geschwindigkeit fortzurücken scheinet, samt den Zeitpuncten, bey welchen sich dieses zuträgt, so genau nehmlich diese bestimt werden können, und schliesset daraus die Stellen der Puncte B und D, samt dem Winkel BSD, welwelcher doppelt so groß ist, als die zu einem dieser Puncte B gehörige wahre Anomalie ASB. Die Hälfte der Zeit, in welcher die Erde aus D in B übergegangen ist, ist diejenige, welche sie gebraucht von A in B zu gelangen: und aus dieser Zeit ist, vermittelst ihrer mittlern Bewegung, die zu eben dem B gehörige mittlere Anomalie zu schliessen. Der Ueberschuß der grössern dieser Anomalien über die kleinere nun, ist die gesuchte größte Vergleichung, wie vorher. Es ist aber ASB kleiner als die zu B gehörige mittlere Anomalie, und PSB grösser. Man siehet leicht, daß auch diese Entdeckung von wiederholten Messungen einen Zuwachs der Richtigkeit erhalten könne, insonderheit wenn bey der auf diese Messungen gegründeten Rechnung auch auf die kleinen Veränderungen gesehen wird, welche der Zug der Planeten in dem Umlaufe der Erde verursachet. Indessen wird von den neuen Astronomen die größte Vergleichung der Erdbahn, mit Zuversicht, auf 1 Grad, 55 Minuten und 32 Secunden gesetzt, von welchem Bogen 57 Minuten und 46 Secunden die Hälfte sind.

§. 1153. Der Sinus dieses Bogens, welcher die Hälfte der Vergleichung der Erdbahn ausmachet, ist 0,0168028, (1138) welcher der Eccentricität dieser Bahn so nahe ist, daß er keiner Verbesserung bedarf. Wolte man diese unternehmen, so müste zu der also entdeckten Eccentricität, welche sich auf die Hälfte der grössern Axe, oder die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, als die Einheit beziehet, wie (1133) gezeiget worden ist, die größte Vergleichung gesucht, diese mit der gefundenen zusammen gehalten, und nachdem sie mehr oder weniger von derselben abweichet, die Eccentricität vermehret oder vermindert werden.

werden. Es bringt aber der ungemein sorgfältige la Caille, samt verschiedenen andern, nicht weniger als 0,01680207 für diese Eccentricität heraus, welche von derjenigen, die der Sinus unmittelbar angab, kaum verschieden ist; so daß, fast mit einer völligen Gewißheit, die Verhältniß der halben Axe der Erdbahn zu ihrer Eccentricität auf 1000000 zu 16802 gesetzt, und dadurch die Gestalt dieser Bahn völlig bestimmet wird. Wenn man die halbe Axe nur in tausend gleiche Theile zerfällt, so bekomt die Eccentricität noch nicht gar 17 dieser Theile: welches zeiget wie wenig diese Bahn von einem völlig runden Cirkel verschieden sey, dessen Mittelpunct von dem Mittelpuncte der Sonne um diese 17 Theile entfernet ist. T. XV. F. 218.

Vergleichungs-Tafel.

§. 1154. Die Vergleichungstafel, vermittelst welcher die zu einer jeden mittlern Anomalie gehörige wahre Anomalie gefunden wird, ist allein auf die eigentliche Gestalt der Erdbahn gegründet, und konte, so bald diese berichtiget war, nach den umständlich angegebenen Grundsätzen (1134...) verfertiget werden. Sie enthält gemeiniglich die, zu jedem Grad oder jeder zehenten Minute der bey dem Puncte der größten Entfernung der Erde von der Sonne ihren Anfang nehmenden mittlern Anomalie, gehörige Vergleichung, welche, wenn die mittlere Anomalie nicht grösser ist als sechs Zeichen, von derselben abgezogen, sonst aber, wenn die mittlere Anomalie grösser ist, ihr zugesetzt, die wahre giebt. Da zu jeden zwo mittlern Anomalien, deren eine um eben so viele Grade und deren Theile kleiner ist, als sechs Zeichen, oder der halbe Umkreis der Ecliptic, um welche Zahl der Grade und deren Theile die andere diesen halben Umkreis übertrift, die nehmliche Vergleichung gehöret (1137); so konte dadurch die Tafel auf die Hälfte verkleinert werden. Denn daß zu einer der zwo mittlern Anomalien, welcher eben die Vergleichung zukomt, diese zugesetzt, von der andern aber abgezogen werden müsse, wenn die wahre herausgebracht werden soll, ist leicht zu merken, und wird zum Ueberfluß in der Tafel angezeigt. Da übrigens die Tafel viel zu weitläuftig ausfallen würde, wenn sie, auch nur zu allen Minuten der mittlern Anomalie, die Vergleichung angeben solte: so erfodert sie, wie fast alle andere Tafeln, eine kleine Rechnung, vermittelst welcher die zu einer in derselben nicht enthalten mittlern Anomalie gehörige Vergleichung gefunden wird. Die Anweisung zu dieser Rechnung wird selbst in den Anfangsgründen gegeben, und gründet sich in dem gegenwärtigen Falle darauf, daß wenn drey mittlere Anomalien wenig von einander

T. XV. F. 218. verschieden sind, die Differenzen jeder zwo derselben sich wie die Differenzen der dazu gehörigen wahren Anomalien verhalten werden. Ist nun durch alle diese Mittel die wahre Anomalie der Erde zu einem gewissen Zeitpuncte entdeckt worden, so wird, wenn man dieselbe zu der Länge des Puncts der größten Entfernung der Erde von der Sonne hinzusetzet, auch die Länge des Mittelpuncts derselben für eben den Zeitpunct herausgebracht. Und es kan uns nicht irren wenn die Tafeln nicht unmittelbar zu der wahren Bewegung der Erde, sondern zu der scheinbaren der Sonne eingerichtet sind; da der Uebergang der einen dieser Bewegungen zu der andern so gar leicht ist, daß der wahre aus der Sonne gesehene Ort der Erde nichts mehr als einen Zusatz oder Abzug von sechs Zeichen erfodert, wenn das Punct der Ecliptic entdecket werden soll, in welchem die Erde zu der Zeit die Sonne siehet.

Berechnung der mittlern Anomalie.

§. 1155. Da also bey der Berechnung des wahren Orts der Sonne die mittlere Anomalie als bekant voraus gesetzt werden muß, so ist noch anzuzeigen, wie diese für jeden Zeitpunct zu finden sey. Es komt aber hiebey das meiste auf die Kentniß des mittlern Orts der Sonne an, bey welchem nehmlich dieselbe in dem gegebenen Zeitpuncte erscheinen würde, wenn die Erde, mit einer gleichförmigen Bewegung, in gleichen Zeiten gleiche Winkel um dieselbe beschriebe. Dieser mittlere Ort wird entdecket, so bald ein Punct der Ecliptic bekant ist, in welchem die Sonne zu einer gewissen ebenfals bekanten Zeit erschienen ist. Denn wenn L die wahre Länge dieses Puncts der Ecliptic bedeutet, und es ist t die seit der Beobachtung verflossene Zeit: so verhält sich T, die ganze Zeit des Umlaufs der Sonne in der bewegten Ecliptic, mit einem Worte, das tropische Jahr von 365 Tagen, 5 Stunden, 48 Minuten und 49 Secunden, zu der Zeit t, wie der ganze Umkreis der Ecliptic von 12 Zeichen oder 360 Graden, zu dem mit der gleichförmigen Bewegung, die hier angenommen wird, in der Zeit t beschriebenen Bogen derselben. Die in diesem Bogen enthaltene Zahl der Grade wird grösser oder kleiner als zwölf Zeichen, nachdem t länger oder kürzer ist als ein tropisches Jahr. Es mag aber jenes oder dieses seyn, so wird diese Zahl der Grade und ihrer Theile zu der Länge L hinzugethan, und von der Summe werden 360 Grade so oft abgezogen, als sie in derselben enthalten sind: da denn der Ueberschuß die mittlere Länge der Sonne l für eben den Zeitpunct geben wird. Alsdenn ist die mittlere Anomalie der Sonne zu eben dem Zeitpuncte der Ueberschuß dieser gefundenen Länge l über

die

die Länge des Puncts der größten Entfernung; und man muß diese Länge von der *l* abziehen, wenn man die mittlere Anomalie haben will, welche bis zu zwölf Zeichen fortgezählet wird. Es kan aber dieser Abzug immer geschehen, wenn man die *l*, fals sie zu klein seyn solte, um zwölf ganze Zeichen vergrössert. T. XV. F. 218.

§. 1156. Bey dem allen ist diese Rechnung etwas weitläuftig, insonderheit wenn die Zeit *t* viele Jahre enthält, welche seit dem zur Epoche gemachten Zeitpuncte verflossen sind. Und wenn die Zeit vor dieser Epoche verflossen ist, und sich also *t* genau mit derselben endiget: so erfodert auch dieser Umstand einige Aufmerksamkeit. Es ist andem, daß die Weitläuftigkeit der Rechnung, welche eine viele Jahre enthaltende Zeit verursachet, die vor oder nach der festgesetzten Epoche verflossen sind, sich heben lasse, wenn man nur anmerket, daß so viele Jahre in dieser Zeit enthalten sind, eben so viele ganze Umläufe, oder eben so vielmal zwölf Zeichen, auch in dem gesuchten Bogen enthalten seyn müssen. Denn wenn nunmehro *t* nicht die ganze gegebene Zeit, sondern nur den Ueberschuß der in derselben enthaltnen Tage, Stunden und deren Theile, über die vollen Jahre bedeutet, und *p* den Ueberschuß des gesuchten Bogens, über die ganzen in denselben enthaltenen Umkreise, so siehet man ohne vieles Nachsinnen, daß auch *p* in der Zeit *t* beschrieben werde, und demnach die Proportion, wie das tropische Jahr zu *t*, so der ganze Umkreis der Ecliptic, oder zwölf Zeichen, zu *p*, auch bey dieser Bedeutung der Buchstaben statt haben müsse. Es wird aber die Berechnung der mittlern Bewegung, nicht nur der Erde, sondern auch aller übrigen Planeten, vermittelst besonderer dazu verfertigten Tafeln noch mehr erleichtert, deren Einrichtung die folgende ist.

Tafeln der mittlern Bewegung.

§. 1157. Man berechnet aus einem genau bestimten Orte der Sonne, und aus dem Zeitpuncte, in welchem sie bey demselben gesehen worden ist, vermittelst der eben beygebrachten Sätze, den mittlern Ort derselben für den Anfang eines gewissen Jahres, oder das Ende des vorhergehenden. Es wird dazu ein gemeines Jahr von 365 Tagen gewählet, und der Anfang desselben in den Mittag der mittlern Zeit des unmittelbar vorhergehenden 31sten Decembers gesetzt. Da also durch sehr richtige Beobachtungen gefunden worden ist, daß im Jahr 1751, den 30sten Junius um 11 Uhr, 42 Minuten und 57 Secunden der mittlern Zeit, nach der pariser Uhr, sich die Sonne in ihrer größten Entfernung

von

T. XV. F. 218. von der Erde, und in einer Länge von 3 Zeichen, 8 Graden, 39 Minuten und 56 Secunden befunden habe; zu dem Puncte der größten Entfernung aber, so wohl als zu dem ihm gerade entgegenstehenden Puncte der stärksten Annäherung, der mittlere Ort dem wahren gleich ist: so konte hieraus geschlossen werden, daß am Mittage des 31sten Decembers des Jahres 1749, in welchen der Anfang des 1750sten gesetzt wird, die mittlere Länge derselben 9 Zeichen, 10 Grade und 43,4 Secunden enthalten habe. Wird nun zu dieser Länge die mittlere Bewegung von 59 Minuten und 8 Secunden, um welche die Sonne in einem Tage in der Ecliptic fortrücket, hinzugesetzt, so komt der mittlere Ort derselben im Mittage des ersten Jenners, und man siehet leicht, wie ferner für den zweyten Jenner, und überhaupt für jeden Tag dieses Jahres, zu verfahren sey. Diese Arbeit noch mehr zu erleichtern, werden die Monatstage, wie sie in einem gemeinen Jahre auf einander folgen, ordentlich hingeschrieben, und neben jeden wird die Grösse des Bogens der Ecliptic, um welchen die Sonne von dem Anfange des Jahres an, bis an den Mittag desselben Tages fortgerückt ist, wie gewöhnlich angegeben. Hieraus entstehet eine Tafel, welche sich ohne einige Veränderung für jedes gemeines Jahr schicket, und die mittlere Länge der Sonne für den astronomischen Anfang eines jeden Tages desselben angiebt, wenn man nur die bey diesem Tage angemerkte Bewegung der Sonne zu der Länge, welche sie beym Anfange dieses Jahres hatte, hinzusetzet.

§. 1158. Soll also diese Tafel der jährlichen Bewegung zu dem auf 1750 folgenden Jahr 1751 gebraucht werden, so ist nur nöthig die mittlere Bewegung für den Anfang dieses Jahres auszumachen, welches, da dieses ebenfals ein gemeines Jahr ist, nichts erfodert, als daß man zu den $9^s, 10^\circ, 00', 43'', 4$, welche den mittlern Ort der Sonne beym Anfange jenes Jahres angaben, noch die $11^s, 29^\circ, 45', 40'', 5$ hinzusetzet, welche die Sonne in 365 Tagen mit ihrer mittlern Bewegung zurücklegt. Die dadurch herausgebrachte $9^s, 9^\circ, 46', 23'',4$ geben die mittlere Länge der Sonne zu dem Anfange des 1751sten Jahres. Im Gegentheil wird die mittlere Länge zu dem Anfange des vor 1750 vorhergehenden 1749sten Jahres gefunden, wenn man eben den in 365 Tagen beschriebenen Bogen von der zu dem Anfange jenes Jahres gehörigen Länge $9^s, 10^\circ, 00', 43'', 4$ abziehet, da denn $9^s, 10^\circ, 15', 3''$ übrig bleiben. Und so wird mit einem jeden gemeinen Jahre verfahren, wenn zu der mittlern

lern Länge, welche die Sonne beym Anfang desselben hatte, ihre mittlere Länge zu dem Anfange des folgenden; oder aus der mittlern Länge beym Ende des Jahres die mittlere Länge zu dessen Anfang, gefunden werden soll. T. XV. F. 218.

§. 1159. Ist nun aber das Jahr, welches wie alle übrigen im Mittag des 31sten Decembers des vorigen seinen Anfang nimt, ein Schaltjahr, so kan zwar, für jeden Mittag der zween ersten Monate desselben die mittlere Länge der Sonne auf eben die Art gefunden werden, indem man nehmlich zu der Länge beym Anfange des Jahres die in der Tafel neben dem Monatstage stehende mittlere Bewegung hinzusetzet: weil in dem Schaltjahre die Tage dieser Monate nicht anders gezählet werden als in dem gemeinen. Es hat aber in diesem Jahre der Februar 29 Tage, deren letztere in der Tafel nicht stehet, und man muß also, wenn man die mittlere Länge dieses und eines jeden in dem Schaltjahre auf denselben folgenden Tages aus der Tafel nehmen will, der in derselben angesetzten Zahl die Bewegung eines Tages zu setzen. Dieses geschiehet wenn man für die Bewegung zum 29sten Februar, die in der Tafel zu den ersten März angesetzte, für die Bewegung dieses ersten Märzes die Bewegung des zweiten, und so ferner für einen jeden Tag, die Bewegung des darauf folgenden nimt. Weil aber dieses in den ganzen zehen Monaten geschehen muß, welche in dem Schaltjahre nach dem Februar verfliessen, so wird von verschiedenen der neuern Sternforscher für bequemer gehalten, daß man die Bewegung des Tages, um welchen das Schaltjahr länger ist als ein gemeines, gleich anfangs zusetze: welches geschiehet, wenn man zum Anfange eines Schaltjahres nicht den 31sten December des vorigen, sondern den ersten Jenner des Schaltjahres selbst nimt. Dieses heisset in der That das vor dem Schaltjahr des Calenders vorhergehende Jahr zum Schaltjahr, und den auf den 31sten December desselben folgenden Tag zum Schalttag machen, damit das eigentliche Schaltjahr des Calenders als ein gemeines von 365 Tagen angesehen werden könne. Der Ort der Sonne für das Ende des dergestalt angenommenen Schaltjahres wird der Zahl der in demselben enthaltenen Tage, die um 1 grösser ist als 365, gemäß angesetzt. Dadurch wird in der That die in der Tafel für jeden Tag der zween ersten Monate angesetzte mittlere Bewegung um die Bewegung eines Tages zu groß: man kan aber diesem leicht abhelfen, wenn man für die Bewegung eines jeden Tages, wie sie in der Tafel angesetzt wird, die Bewegung des vorhergehenden nimmet, und also für die Bewegung des ersten Jen-

T. XV. F. 218. ners, die Bewegung des vorhergehenden 31sten Decembers, welche 00 ist. Es ist leicht die Tage dieser zween ersten Monate des Schaltjahres in der Tafel besonders anzusetzen; und wenn dieses geschehen ist, so wird der Ort der Sonne für jeden Mittag des Schaltjahres völlig so berechnet, wie in einem gemeinen Jahre. Der um einen Tag weiter hinausgesetzte Anfang des Jahres berichtiget alles, hat aber in die Rechnung selbst keinen Einfluß.

§. 1160. Da also nach dieser Einrichtung, welche das Schaltjahr des Calenders zu einen gemeinen Jahr machet, dieses Jahr nicht mehr als 365 Tage bekomt: so wird die mittlere Länge der Sonne zu dem Anfange eines unmittelbar auf das Schaltjahr folgenden Jahres ebenfals gefunden, wenn man der mittlern Länge, welche die Sonne bey dem in den Tafeln um einen Tag später angesetzten Anfang des Schaltjahres hatte, die Bewegung eines gemeinen Jahres zusetzet. Im Gegentheil werden von dem ersten Jenner bis an den 31sten December des vorhergehenden Jahres 366 Tage gezählet, welche ein Schaltjahr ausmachen: und es muß demnach von der mittlern Länge, welche die Sonne beym Anfange eines Schaltjahres hatte, die Bewegung eines ganzen Schaltjahres von $0^s, 0^\circ, 44', 48'', 8$ abgezogen werden, wenn man die mittlere Länge zum Anfange des vorhergehenden gemeinen Jahres haben will. Dieses muste überhaupt bey der Verfertigung der Tafel in Acht genommen werden, in welcher zu einer Reihe auf einander folgender Jahre die mittlern Längen angegeben werden, welche die Sonne bey dem Anfange eines jeden dieser Jahre hatte: wobey man sich seit 1600 des Gregorischen Calenders bedienet, in den vorhergehenden Jahren aber des Julianischen, und wenn dieses nöthig wird, die Jahre von der Geburt Christi zurück zählet. Es wird alles leicht begreiflich, wenn man zum Grunde legt, daß bey der Berechnung der Tafeln der mittlern Bewegungen, nicht dem eigentlichen Schaltjahre des Calenders, sondern dem unmittelbar vorhergehenden, 366 Tage zugeschrieben werden, indem man den letzten Tag desselben als den Schalttag ansiehet.

§. 1161. Das Jahr selbst wird durch die sogenannte Jahrzahl angegeben, welche nach dem heutzutage fast durchgängig eingeführten Gebrauch, von dem ersten Jenner des Calenders an, bis zum Ende des Decembers geschrieben wird: und es wird dieser Gebrauch auch auf die Jahre, welche vor der Geburt des

Herren

Herren vorhergegangen sind, erstrecket. Da nun in unsern Calendern der Tag der Geburt Christi auf den 25sten December gesetzt wird, ob man wohl weder diesen Tag, noch selbst das Jahr derselben mit einer zuverläßigen Richtigkeit angeben weiß: so wird das erste Jahr nach Christi Geburt, dessen Jahrzahl 1 ist, mit dem auf diesen December folgenden Jenner angefangen, das nächste, zu welchem die Jahrzahl 2 gehöret, mit dem darauf folgenden, und so immer fort, durch alle Zeiten. Woraus folget, daß das Jahr der Geburt Christi selbst die Jahrzahl 0 haben, und das erste Jahr vor derselben sich vor dem ersten Jenner dieses Jahres endigen werde. Demnach ist die Jahrzahl dieses unmittelbar vor dem Jahre Christi vorhergehenden Jahres wieder 1, das vorhergehende hat die Jahrzahl 2, und so gehet es weiter. Weil es aber zu weitläuftig gewesen wäre, so viel tausend Jahre, als die Historie seit der Bewohnung der Erde angiebt, in die Tafel zu bringen, und zu jedem die mittlere Länge, welche die Sonne bey dem Anfange desselben hatte, anzugeben: so geschiehet dieses nur mit einigen wenigen, welche man aus dieser oder jener Ursache als die vorzüglichsten ansehen kan, und es wird noch eine andere Tafel angefüget, welche anzeiget, um wie viele Theile der Ecliptic die Sonne, vermöge ihrer mittlern Bewegung, in einem Zeitraume von einer gewissen Zahl von Jahren sich von demjenigen Orte entfernet hat, welchen sie im Anfange dieses Zeitraums einnahm. Einige dieser Zeiträume enthalten mehr, andere aber weniger Jahre, und es werden diese Zahlen der Jahre überall so gewählet, daß weder die Julianischen noch die Gregorischen Schalttage bey denselben Verwirrungen machen können. Zu den Jahren vor Christi Geburt, wird die Epoche grösser genommen als die Jahrzahl, damit auch hier die fernere Rechnung durch eine blosse Addition verrichtet werden möge. T. XV. F. 218.

§. 1162. Nachdem aus dem mittlern Orte der Sonne beym Anfange des Jahres die mittlere Länge derselben für den Anfang eines jeden Tages desselben Jahres nach diesen Gründen berechnet ist, wird derselben ferner die Bewegung von so vielen Stunden Minuten und Secunden, als deren von dem Anfange dieses Tages bis an einen gegebenen Zeitpunct verfliessen, aus einer besondern Tafel zugesetzt, wenn man die Länge derselben zu diesem Zeitpuncte haben will. Die Stunden und deren Theile werden durch ein nach der mittlern Zeit mit völliger Richtigkeit gehenden Uhr angegeben, und von dem Augenblicke, in welchem dieselbe zu Mittag *XII*, 00, 00 weiset, bis zu 24 Stun-

T. XV. F. 218. den, in einem fortgezählet. Uebrigens stehet man leicht, daß es nicht nöthig sey, bey den verschiedenen Additionen, welche diese Rechnung erfodert, Absätze zu machen, da man dieselbe sämtlich zugleich verrichten kan.

Berechnung des wahren Orts der Sonne.

§. 1163. Es stehet in eben den bisher beschriebenen zur mittlern Bewegung der Sonne gehörigen Tafeln auch die Länge des Puncts der größten Entfernung der Erde von der Sonne für die nehmlichen Epochen, samt der Bewegung desselben für jeden Zeitraum, mit angezeichnet: man kan also die Zahlen, welche die Länge dieses Puncts zu der gegebenen Epoche, und seine seitdem geschehene Bewegung angeben, mit dem zur Bestimmung der mittlern Länge der Sonne nöthigen, zugleich aus der Tafel nehmen, und alsdann, durch die blosse Zusammensetzung dieser Zahlen, die wahre von dem Anfange der Ecliptic gerechnete Länge des Puncts der größten Entfernung der Erde, zu den angegebenen Zeitpunct herausbringen. Sind dergestalt die beyden Längen, die mittlere nehmlich der Sonne, und die wahre des Fernpuncts, zu eben dem gegebenen Zeitpuncte entdecket worden: so wird die zu eben dem Zeitpuncte gehörige mittlere Anomalie immer vermittelst des Abzugs der letztern von der erstern gefunden, wenn man man nur jener, in den Fällen da sie kleiner ist als diese, zwölf Zeichen zusetzet.

§. 1164. Die dergestalt entdeckte mittlere Anomalie nun giebt, vermittelst der dazu verfertigten Tafel (1154), die Vergleichung, durch deren Zusatz oder Abzug aus der mittlern die wahre Anomalie der Sonne entstehet. Weil aber nicht eigentlich diese Anomalie, sondern der wahre Ort der Sonne verlangt wird, so erspart man sich eine kleine Rechnung, wenn man diese Vergleichung unmittelbar zu der mittlern Länge der Sonne hinzusetzet, oder davon abziehet, nachdem dieses oder jenes bey der mittlern Anomalie geschehen muß. Es ist leicht den Grund dieser etwas kürzern Rechnung einzusehen, wenn man erweget, daß gleichwie die mittlere Anomalie mit der mittlern Länge der Erdferne zusammen genommen, die mittlere Länge der Sonne ausmachet; auch die wahre Länge derselben die Summe ihrer wahren Anomalie und eben der Länge der Erdferne sey: und also der Unterschied, welcher zwischen den zwo Anomalien obwaltet, zugleich den Unterschied der mittlern und wahren Länge abgebe. Es stehen aber in den neuesten Tafeln der mittlern Bewegung, ausser den bisher in Betrachtung gezogenen, noch andere Zahlen,

len, welche zu kleinen Verbesserungen Anweisung thun, die theils der ungleiche Rückgang der Nachtgleichen, theils aber die von dem Zuge des Jupiters, der Venus und des Mondes bey dem Laufe der Erde verursachten Abweichungen, nothwendig machen, wenn die Länge der Sonne aufs genauste berechnet werden soll: welche Verbesserungen nach diesen Anweisungen, oder wie man sie sonst nennet, Argumenten, aus besondern dazu angefügten Tafeln genommen, und nach Maaßgebung der Tafeln, dem vorigen beygefüget, oder davon abgezogen werden müssen, wenn es der Zweck der Berechnung erfodert. Noch wird vermittelst einer besondern Tafel zu jeder mittlern Anomalie der Sonne, ihre Entfernung von der Erde angegeben, oder vielmehr der Logarithme der Zahl, welche diese Entfernung ausdrückt, wenn die mittlere auf 100000 gesetzt wird. Auch diese Logarithmen leiden einige Verbesserungen, welche aber die dazu gehörigen Zahlen selbst kaum würklich verändern können. T. XV. F. 218.

§. 1165. Die Zeit, auf welche sich die Tafeln beziehen, ist immer die mittlere: der Ort der Sonne aber, und eines jeden andern himmlischen Körpers wird zu einen Punct der wahren Zeit verlangt, welcher als gegeben anzusehen ist. Es muste also vor allen Dingen diese gegebene wahre Zeit in die mittlere verwandelt werden, das ist, es muste die Secunde einer nach der mittlern Zeit richtig gehenden Uhr angezeiget werden, welcher mit dem gegebenen durch den scheinbaren täglichen Umlauf der Sonne um die Erde bestimten Puncte der wahren Zeit zusammenfällt, wenn der verlangte Ort der Sonne auf einmal, mit der völligen Richtigkeit, welche die Tafeln gewähren können, solte gefunden werden. Nun wird aber, wie wir an seinem Orte (419) gesehen haben, bey der Verwandlung der wahren Zeit in die mittlere, oder der mittlern in die wahre, der wahre Ort der Sonne in der Ecliptic als bekant vorausgesetzt, welches eine Schwürigkeit macht, die am leichtesten gehoben werden kan, wenn man einen guten Calender bey der Hand hat, in welchem der wahre Ort der Sonne für jeden Monatstag berechnet stehet. Denn es ist zur Verwandlung der wahren Zeit in die mittlere, oder der mittlern in die wahre, eben nicht nothwendig, daß dieser Ort nach der äusersten Strenge bekant sey, welche, als zu dem gemeinen Gebrauche überflüßig, bey einem Calender nicht beobachtet wird. Hat man aber kein dergleichen Hülfsmittel bey der Hand, so rechnet man vors erste zu der gegebenen wahren Zeit nicht anders, als ob sie die mittlere wäre, und bedienet sich des dergestalt herausgebrachten Orts der Sonne, zur Entdeckung der mittlern

T. XV. F. 218. lern Zeit, welche dadurch genau genug bestimmet wird. Alsdann suchet man, durch eine völlige Wiederhohlung eben der Rechnung, zu dieser mittlern Zeit den wahren Ort der Sonne, welcher keiner weitern Verbesserung bedarf. Oder man berechnet nur den Unterschied der zwo Zeiten, das ist, den Ueberschuß der Minuten und Secunden, so die wahre Zeit angeben, über diejenigen, die in der mittlern Zeit enthalten sind, oder dieser über jene, und suchet den Weg, welchen die Sonne mit ihrer mittlern Bewegung in dem kleinen Zeitraume zurücke legt, der diesen Unterschied ausmachet: welcher Weg zu den zur mittlern Zeit gefundenen hinzugesetzt, oder davon abgezogen, nachdem die wahre oder die mittlere Zeit durch eine grössere Zahl von Minuten und Secunden angegeben wird, die wahre Länge der Sonne, zu der angenommenen oder gegebenen wahren Zeit, herausbringen wird.

§. 1166. Uebrigens siehet man leicht, daß wenn die Tafeln, aus welchen man rechnet, für einen Mittagskreis gestellet sind, welcher von dem verschieden ist, nach dessen Uhr man sich bey der Bestimmung der wahren Zeit richten will, man vor allen Dingen die Zeiten der Tafeln in die Zeiten dieser Uhr verwandeln müsse: welches leicht geschiehet, wenn der Unterschied der Längen zweyer Oerter, deren einer in dem einen, der andere aber in dem andern Mittagskreise lieget, genau genug bekant ist. Und wenn dieser Unterschied der Längen durch den Unterschied der Uhren beyder Oerter angezeigt wird, so bedarf es keiner weitern Rechnung, als der Addition dieses Unterschieds zu der in den Tafeln angegebenen Epoche, wenn der Mittagskreis der Tafeln an der Abendseite des Mittagskreises der Uhr lieget, oder dessen Subtraction, wenn jener sich an der Morgenseite dieses letztern befindet. Die Veränderung ist bloß bey den Epochen nöthig, weil die seit denselben verflossene Zeiten nach jeder Uhr auf einerley Art angegeben werden: der Grund dieser kleinen Rechnung aber ist in dem vorhergehenden deutlich genug entdecket worden.

Stellen der übrigen Planeten in ihren Bahnen.

§. 1167. Die Berechnung des Orts eines jeden der übrigen fünf Hauptplaneten in seiner eigenen Bahn, ist, wenn man die Lage der Fläche dieser Bahn eben so für bekant annimt, wie dieses bey der Fläche der Ecliptic geschiehet, von der Berechnung des Orts der Erde in der ihrigen, nicht verschieden. Wenn die eigentliche Gestalt einer solchen Bahn, vermittelst ihrer Eccentricität oder der dazu gehörigen

hörigen grösten Vergleichung, gegeben ist, samt der Lage der Linie ihrer Apsiden, und dem Orte, bey welchem sich der Planet in einem gewissen Zeitpuncte befunden hat, der dadurch zur Epoche wird: so kan, vermittelst der bekanten mittlern Bewegung dieses Planeten, die wahre Stelle desselben in seiner Bahn für jeden gegebenen Zeitpunct nach eben den Regeln gefunden werden, welche bey der Berechnung des Orts der Erde in der ihrigen zu beobachten, und deswegen desto umständlicher erkläret worden sind. Ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge kan, so lang es sich mit einem Planeten allein beschäftiget, nicht mehr verlangen. T. XV. F. 218.

§. 1168. Da aber das Licht eine beträchtliche Zeit brauchet von dem Planeten bis zu diesem Auge zu gelangen, und dasselbe den Planeten bey jedem Puncte seiner Bahn um diese Zeit später siehet, als er daselbst anlanget: so wird, da es uns fürnehmlich um die Erscheinungen zu thun ist, bey der Bestimmung einer Epoche nicht auf den wahren Ort gesehen, sondern auf denjenigen, in welchem der Planet, wegen der von der Bewegung des Lichts herrührenden Verspätung, dem in die Sonne gesetzten Auge erscheinet. Der Unterschied, um welchen jeder Planet bey verschiedenen Stellen seiner Bahn mehr oder weniger von der Sonne abstehet, ist so gar groß nicht. Es braucht also das Licht beynahe immer eben die Zeit von eben dem Planeten bis zur Sonne zu gelangen: und da die Winkel, welche derselbe in dieser Zeit um die Sonne beschreibt, klein genug sind, und also die viel kleinern Unterschiede derselben hier in keine Betrachtung kommen können, so sind auch für jeden Planeten diese Winkel als einander durchaus gleich anzunehmen. Alsdenn aber ist es leicht zu jedem Orte der Bahn, in welchem ein Planet dem in die Sonne gesetzten Auge zu einer grössern Zeit erscheinet, denjenigen zu finden, welchen er in eben dem Zeitpuncte würklich einnimt. Denn da das Auge für sich ohne Bewegung ist, so darf man nur den eben erklärten, aus dem, so wir an seinem Orte (973) gesehen haben, gar leicht zu berechnenden Winkel, dem Orte der Erscheinung zusetzen. Die Zeit aber, in welcher ein in die Sonne gesetztes Auge den Planeten einen nach Belieben angenommenen Theil seiner Bahn beschreiben siehet, ist, bey der angenommenen Gleichheit dieser Winkel, von derjenigen, in welcher er diesen Theil würklich beschreibet, der Grösse nach nicht zu unterscheiden.

Helio-

Heliocentrische Länge und Breite eines Planeten.

T. XV. F. 218. §. 1169. Soll nun aber, zu eben dem in dem Mittelpuncte der Sonne angenommenen Beobachtungsplatze, der Ort des Planeten nicht durch den Winkel, welchen er in der Fläche seiner Bahn von einem festgesetzten Anfange an um die Sonne beschrieben hat, sondern durch seine, wie gewöhnlich, in der Ecliptic vom Anfange des Widders gezählte Länge, und die dazu gehörige Breite angegeben werden: so muß vor allen Dingen die Lage der Knotenlinie bekant seyn, in welcher die Fläche der Ecliptic von der Fläche der Bahn des Planeten geschnitten T. XV. F. 219. wird. Wenn *VAMB* (*Tab. XV. Fig.* 219.) die in ihrer Fläche um die Sonne *S* als ihren Mittelpunct beschriebene Ecliptic vorstellet, *ONED* aber einen in der Fläche der Bahn des Planeten, welche jene in der *MN* schneidet, um eben den Mittelpunct *S* beschriebenen Kreis von der nehmlichen Grösse: so kan *N* den aufsteigenden Knoten ☊ des Planeten bedeuten, und *M* den niedersteigenden ☋: weil, nachdem der Planet aus der Sonne in der *SN* gesehen worden ist, er sich an der mitternächtigen Seite über die Fläche der Ecliptic erhöhet; und an der mittägichen sich unter dieselbe erniedriget, nachdem er, von eben der Stelle betrachtet, die *SM* zu durchkreutzen geschienen hat. Ist nun *V* der Anfang der Ecliptic, oder der Anfang des Widders: so ist *VN* die Länge des aufsteigenden Knotens des Planeten, dessen Bahn sich in der Fläche der *OEMD* befindet, welche Länge bekant seyn muß. Der Anfang *O* des Kreises *NEMD*, welcher bey dem Planeten die Stelle der Ecliptic vertritt, indem er gebraucht wird die Winkel zu messen, welche derselbe rings um die Sonne beschreibt, konte allerdings nach Willkühr angesetzt werden. Man hat ihn derowegen, zur Vermeidung unnöthiger Weitläuftigkeit, in dem Kreise *NEMD* eben so weit von dem aufsteigenden Knoten *N* entfernet, als *V* in der Ecliptic von demselben *N* entfernet ist, indem man den Bogen *ON* dem *VM* gleich gemacht: so daß der Knoten *N* eben die Länge bekomt, man mag diese Länge in der Fläche der Ecliptic von dem Puncte *V*, oder in dem Kreise *NEMD* von dem *O* an rechnen. Die Länge des zweyten Knoten *M* wird durch die Länge des *N* zugleich mit bestimmet, welche sie nothwendig um die Hälfte des ganzen Umkreises übertreffen muß.

§. 1170. Ist nun *P* der Ort, welchen der Planet in seiner ganz in die Fläche *OEMD* fallenden Bahn zu einer gewissen Zeit einnimt, und es ist in eben der Fläche von *S* durch *P* die *SQ* gezogen: so wird durch die (1167)

ange-

angezeigte Rechnung der Bogen OQ, samt der Entfernung des Planeten von der Sonne SP entdecket, welchen man die Länge des Planeten in seiner eigenen Bahn nennen kan: und es kan diese Länge OQ, sowohl als SP, nunmehro als bekant vorausgesetzt werden. Man lasse aus P die Pp der Fläche der Ecliptic perpendicular fallen, und entwerffe also den Planeten in dieser Fläche $VAMB$ in dem Puncte p orthographisch. Die durch Pp und S gelegte Fläche QSR wird senkrecht auf die Fläche der Ecliptic fallen, und eine von denen seyn, in welchen die Breiten der Planeten, mit welcher man sie aus der Sonne siehet, angegeben werden; so daß wenn man in dieser Fläche, welche durch SQ gehet, und die Fläche der Ecliptic in SR schneidet, um den Mittelpunct S den Bogen QR beschreibt, die in diesem Bogen enthaltene Grade und deren Theile, die Breite des Planeten messen werden: VR aber ist die in der Fläche der Ecliptic genommene eigentliche Länge des Planeten, welche, zusamt der dazu gehörigen Breite gesucht wird. T. XV. Fig. 219.

§. 1171. Da die Bogen ON und OQ bekant sind, so wird durch den Abzug des erstern von dem letztern der NQ gar leicht gefunden. Nun hat das Kugeldreyeck QNR bey R einen rechten Winkel, und es können alle übrigen Seiten samt dem übrigen Winkel desselben NQR entdeckt werden, wenn nur auch der Winkel N bekant ist, welchen die Fläche der Bahn des Planeten mit der Fläche der Ecliptic einschliesset. Denn dieser Winkel N schickt sich vollkommen zu dieser Entdeckung, weil er kaum einiger Veränderung unterworfen ist, und, als ein neuer Grund der Rechnung, für jeden Planeten gefunden werden kan. Alsdenn wird die heliocentrische Breite QR sogleich durch die veränderliche NQ gegeben, wenn man machet *sin* R, das ist 1 zu *sin* N, so *sin* NQ zu *sin* QR. Es ist also $\sin QR = \sin N \times \sin NQ$, welche leichte Bestimmung Anlaß gegeben hat den Bogen NQ das Argument der Breite des Planeten zu nennen, welches immer in der Bahn des Planeten genommen wird, und bey dessen aufsteigenden Knoten N anfängt. Eben so leicht wird auch die NR gefunden, welche zu der Länge des Knoten VN hinzugesetzt, die eigentliche Länge des Planeten VR giebt. Man macht nehmlich wie $1 : \cos N = \tan NQ : \tan NR$, oder $\tan NR = \cos N . \tan NQ$. Der also zu entdeckende Bogen NR heisset das in der Fläche der Ecliptic genommene Argument des Planeten: denn man siehet leicht, daß vermittelst eben der Regel, von der NR wenn sie bekant ist, auf die NQ geschlossen werden könne. In den Tafeln wird unter dem Namen der Reduction zu jeder

T. XV. F. 219. Grösse des NQ der Unterschied beyder Argumente NQ und NR angegeben, und dadurch die Rechnung sehr erleichtert. Es ist aber NQ grösser als NR, so lange sie kleiner ist als ein Quadrant; oder grösser als zween, aber kleiner als drey Quadranten. Ist aber AQ grösser als ein oder drey Quadranten, und kleiner als deren zween oder viere, so ist NQ kleiner als NR; woraus man die Fälle leicht schliesset, in welchen NR der NQ gleich wird.

§. 1172. Aus der heliocentrischen Breite des Planeten wird die Länge Sp, um welche der orthographische Entwurf desselben p, in der Fläche der Ecliptic, von dem Mittelpuncte der Sonne entfernet ist, vermittelst der Proportion $1 : cos\ lat = SP : Sp$ entdecket. Diese Sp heisset die verkürzte Entfernung des Planeten von der Sonne; vermittelst welcher Sp, und des zu jeder Sp gehörigen Winkels NSR, der orthographische Entwurf der Bahn eines jeden Planeten in der Fläche der Ecliptic beschrieben werden kan. Pp aber, die Entfernung des Planeten von der Fläche der Ecliptic, ist, wenn man sie brauchen solte, vermittest der Proportion $1 : sin\ lat = SP : Pp$ herauszubringen. Und damit wären auch die Fragen, welche von dem aus der Sonne gesehenen Orte eines Planeten, in Absicht auf die Ecliptic, vorkommen können, berichtiget.

Geocentrische Länge und Breite.

§. 1173. Es ist aber die dergestalt zu berechnende Länge oder Breite des Planeten gar selten diejenige, mit welcher wir ihn von der Erde, und zwar, wenn alles auf das genaueste genommen wird, von dem Mittelpuncte derselben, erblicken, und gemeiniglich wird diese, ohne oder mit der wahren Entfernung des Planeten von der Erde, verlangt. Man siehet leicht, daß in diese geocentrische Länge und Breite, die Stelle, welche die Erde in dem Zeitpuncte einnimt, für welchen sie verlangt wird, einen gar starken Einfluß habe: und es ist also zu diesem Behuf auch die Länge derselben, samt ihrer Entfernung von der Sonne zu entdecken. Hat man beyde Längen, so wohl die des Planeten, oder eigentlich des Entwurfs desselben p, (*Tab. XV. Fig.* 220, 221.) als auch die Länge der Erde T, so giebt der Unterschied derselben den Winkel TSp, welchen die von dem Mittelpuncte der Sonne S nach T und p gezogene gerade Linien ST, Sp in der Fläche der Ecliptic einschliessen. Man thut wohl wenn man diesen Winkel TSp mit einiger Sorg-

T. XV. F. 220, 221.

falt

falt auf ein Blatt zeichnet, welches die Fläche der Ecliptic vorstellen soll, und dabey die Ordnung seiner Seiten *Sp*, *ST* beobachtet, indem man die zur grössern Länge gehörige, welche hier *Sp* ist, nach der Richtung des Laufs der Planeten vorhergehen, und die andere *ST* darauf folgen läßt. Dieser *TSp* heißt der Winkel bey der Sonne, oder der Commutations-Winkel, auf dessen Seite *ST* man die Entfernung der Erde von der Sonne, auf die *Sp* aber die verkürzte Entfernung des Planeten, aus einem schicklichen Maaßstabe tragen, und dadurch die Sonne *S*, die Erde *T* und den Entwurf des Planeten *p*, in der Ordnung, in welcher sie sich würklich in der Fläche der Ecliptic befinden, vorstellen kan: zu welchem Ende, bey der Bestimmung der Entfernung *Sp*, eben die Einheit gebraucht werden muß, aus welcher die *SP* ausgedrücket wird; und diese Einheit ist die in 10000 oder 100000 Theile zerfällte mittlere Entfernung der Erde von der Sonne. *T. XV. F.* 220, 221.

§. 1174. Wird nun dadurch, daß man auch die Seite *Tp* ziehet, das Dreyeck *STp* vollendet, so ist der Winkel *STp* derjenige, um welchen das in *T* gesetzte Auge den Planeten, seiner Länge nach, von der Sonne entfernet siehet, das ist, der Unterschied der geocentrischen Längen des Planeten und der Sonne. Aus dieser Ursache wird dieser Winkel die Elongation genennet: man giebt ihm aber auch den Namen des Winkels an oder bey der Erde. Aus diesem Winkel *STp* ist nun die geocentrische Länge des Planeten leicht zu haben, wenn man nur weiß ob diese Länge grösser oder kleiner sey, als die Länge der Sonne, welches auszumachen gar leicht ist, wenn man erweget, daß wenn das Auge in *S* dem Puncte *p* eine grössere Länge zuschreibt als dem *T*, im Gegentheil dem in *T* gesetzten Auge die Länge des *p* kleiner erscheinen werde, als die Länge des *S*, und umgekehrt. Der mit dem *STp* zugleich bestimte Winkel *SpT* führet den Namen der Parallaxe der Erdbahn, oder auch des Winkels bey dem Planeten, wie wohl er seine Spitze nicht eigentlich in dem Mittelpuncte des Planeten, sondern in seinem Entwurfe *p* hat. Endlich giebt die *Tp*, wenn sie nach dem bey Auftragung der *ST*, *Sp* gebrauchten Maaßstab gemessen wird, die wahre Entfernung der Erde von eben dem Puncte *p*. Man siehet aber leicht, daß die auf die bekanten Seiten *ST*, *Sp*, und auf den von denselben beschlossenen Winkel *TSp*, gegründete trigonometrische Rechnung die übrigen Winkel und Seiten des Dreyecks *TSp* viel richtiger geben werde, als dieses die Zeichnung leisten kan.

§. 1175. Um nun auch die geocentrische Breite zu erlangen, stelle man sich *Pp* der Fläche der Ecliptic perpendicular, und dem Abstande des Planeten von

T. XV. F. 220, 221. dieser Fläche gleich vor, so daß P den eigentlichen Ort des in p entworfenen Planeten angebe. Werden nun auch SP, TP nach diesen über die Fläche der Ecliptic erhabenen, oder unter dieselbe versenkten Puncte P gezogen, so ist der Winkel PSp die heliocentrische Breite, welche als bekant vorausgesetzt wird, und PTp die gesuchte geocentrische. Da nun die Dreyecke PSp, PTp beyde bey p rechtwinklicht sind: so ist $Sp : Pp = 1 : tan\, PSp$, und $Tp : Pp = 1 : tan\, PTp$. Die mittlern Glieder dieser Proportion sind einerley: es wird also mit Hinweglassung derselben geschlossen $Tp : Sp = tan\, PSp : tan\, PTp$, vermittelst welcher Proportion, wenn die Tp, Sp beyde bekant sind, die geocentrische Breite PTp aus der heliocentrischen PSp sogleich entdecket wird. Es ist aber auch $Tp : Sp = sin\, TSp : sin\, STp$, und also, wenn man diese letztere Verhältniß statt der erstern gebrauchen will, $sin\, TSp : sin\, STp = tan\, PSp : tan\, PTp$; welche Regel die Stelle der vorigen vertritt, wenn man die Tp nicht berechnet hat. TSp ist der Winkel an der Sonne, und STp der Winkel bey der Erde, deren Sinus sich demnach wie die Tangenten der aus diesen Stellen gesehenen Breiten verhalten.

§. 1176. Wenn auch PT, die eigentliche Entfernung des Planeten von der Erde, verlangt wird, so ist dieselbe aus dem Dreyecke PTp zu haben, so bald die Winkel desselben samt einer Seite Tp oder Pp berechnet sind. Da aber auch $sin\, PSp : 1 = Pp : SP$, und $sin\, PTp : 1 = Pp : PT$; so kan auch hier, mit Hinweglassung der mittlern Glieder, geschlossen werden $sin\, PTp : sin\, PSp = SP : TP$, welche Proportion die gesuchte Entfernung TP, aus den beyden Breiten PTp und PSp, und aus der SP, unmittelbar giebt. Es erfodert aber, wenn alles nach möglicher Strenge genommen werden soll, der also herausgebrachte Ort des Planeten, und insonderheit dessen Länge, eine zweyfache Verbesserung. Denn erstlich kan, wegen der anziehenden Kraft der übrigen himlischen Körper, der Ort des Planeten in seiner Bahn nicht völlig derjenige seyn, welchen die erklärte Rechnung giebt; und zweytens ist bey derselben die Zeit, welche das Licht brauchet von den Planeten zu unserer Erde zu gelangen, und die scheinbare Abweichung, welche diese Bewegung des Lichts, mit der Bewegung der Erde zusammen genommen, bey den Stellen der Planeten verursachet, nicht in Betrachtung gezogen worden. Es ist aber gar selten nöthig bey dieser Berechnung so genau zu Werke zu gehen; und wenn es nöthig ist, so sind die Gründe der Rechnung, welche diese Verbesserungen erfodern, so weit es sich thun liesse, in dem vorhergehenden beygebracht worden.

Der

Der

Astronomischen Vorlesungen

ein und zwanzigster Abschnitt.

Gründe des Laufs der Planeten.

Allgemeine Anmerkungen.

§. 1177.

Aus der zur Berechnung des Laufs der Planeten gegebenen Anweisung ist nun zu sehen, daß die Gründe, so zur völligen Bestimmung des Laufs der fünf Planeten dienen, die in Begleitung der Erde ihren Weg unmittelbar um die Sonne nehmen, eben diejenigen sind, welche die Berichtigung des Laufs der Erde erforderte; daß aber denselben noch die eigentliche Lage der Fläche, in welcher jeder dieser Planeten seine Bahn beschreibt, zugesetzt werden müsse; welche durch die Länge des aufsteigenden Knotens dieser Bahn, und durch die Neigung der Fläche derselben gegen die Fläche der Ecliptic, am schicklichsten bestimmet wird. Es sind aber diese Gründe zu den Planeten viel schwerer zu entdecken, als zu der Erde, deren Ort in der Ecliptic, aus dem ihm gerade entgegen gesetzten Orte der Sonne, welchen die Beobachtungen genau genug angeben, zu jeder Zeit geschlossen wird: da im Gegentheil der Punct der Ecliptic, in welchem wir einen dieser Planeten sehen, nur alsdenn mit demjenigen überein komt, bey welchem ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge denselben zu eben der Zeit erblicken würde, wenn sich dieser Planet genau in seiner Opposition oder Conjunction mit der Sonne befindet. Die Zeit der Zusammenkunft eines der obern Planeten mit der Sonne, ist, wegen der geringen Breite, in welcher er uns bey diesem Stande erscheinen muß, schwerlich zu entdecken: und wenn einer der Untern in seiner Zusammenkunft mit der Sonne gesehen werden soll, so muß er ebenfals eine starke Breite haben,

T. XV. F. 220, 221. oder, wenn diese Zusammenkunft eine untere ist, eine so geringe, daß er uns selbst in der Scheibe der Sonne erscheinet. Bey dem allen sind die Zeiten der Conjunctionen und Oppositionen der Planeten die vornehmsten Mittel, deren sich die Forscher bey der Berichtigung ihres Laufs bedienen, wiewohl sie denselben auch noch andere zusetzen, als die Zeitpuncte, in welchen einer der untern Planeten, in seiner größten Entfernung von der Sonne gesehen wurde, und also der Ueberschuß seiner Länge über die Länge der Sonne, oder dieser über jene, der größte war: wie auch diejenigen, in welchen der Planet ohne einige Breite in der Fläche der Ecliptic erschien; samt einigen andern, welche die besondere Art zu schliessen erfodert.

§. 1178. Es führen aber die hiebey anzubringende Schlüsse selten gerade und mit völliger Gewißheit zu demjenigen, so vermittelst derselben herausgebracht werden soll, wie dieses in der Geometrie geschiehet. Was bey denselben als bekant voraus gesetzt werden muß, wird nicht immer mit einer völligen Richtigkeit gegeben, sondern weichet bald mehr bald weniger von der Wahrheit ab. Die wahre Anomalie eines Planeten wird aus der mittlern, wenn man vollkommen richtig verfahren will, nicht gerade zu entdeckt, sondern man muß sich des erklärten Umweges bedienen, von dieser zu jener zu gelangen. Dieses zwinget uns bey den Schlüssen, in welche diese Anomalien einen Einfluß haben, eben so zu verfahren, indem wir, was eigentlich gesucht wird, als bekant voraussetzen, davon das bekante herzuleiten suchen, und das dergestalt herausgebrachte, mit dem aus der Beobachtung oder andern Gründen würklich bekanten zusammen halten; da sich denn zeigen muß, ob das angenommene der Wahrheit gemäß sey, oder nicht; nach welcher Seite es von derselben abweiche, und wie viel diese Abweichung betrage: worauf die dergestalt entdeckte Abweichung gebraucht werden kan, den bey der als bekant angenommenen, in der That aber gesuchten Grösse, begangenen Fehler zu heben, oder wenigstens zu vermindern. Ja es sind diese Umschweife so gar den geometrischen Methoden vorzuziehen, wenn diese in der Anwendung, wegen dieser oder jener unvermeidlichen Fehler, das gesuchte nicht genau genug geben können. Welcher Art zu schliessen man sich aber auch bedienen mag, so muß, was als würklich bekant vorausgesetzt wird, von der Wahrheit wenig abweichen; und man muß Sorge tragen, daß die Fehler, welche dabey begangen seyn mögen, in den Schluß einen so geringen Einfluß haben, als dieses nur zu erhalten möglich ist. Dazu können die bereits vorhandenen von grossen Männern

nern sorgfältig verfertigte Tafeln vieles beytragen, wenn man sich derselben mit derjenigen Achtsamkeit bedienet, mit welcher sie bey dieser Arbeit die viel unrichtigere Tafeln der Alten selbst mit Nutzen gebraucht haben. Indessen wird hier nichts weniger, als eine Verbesserung der Gründe der neuesten Tafeln unternommen: sondern der ganze Zweck ist zu zeigen, wie diese Gründe aus den Beobachtungen am kürzesten und sichersten haben entdeckt werden können, und größtentheils würklich entdeckt worden sind. T. XV. F. 220, 221.

§. 1179. Ehe wir aber zur Sache selbst schreiten wird es nicht undienlich seyn noch einige Betrachtungen vorauszusenden, welche, ob sie wohl nicht unumgänglich nothwendig sind, doch eine mehrere Erläuterung geben, und etwan vorkommenden Zweifeln vorbeugen können. Bey der Berechnung des Laufs eines Planeten wird derselbe, vermittelst der von seinem Mittelpuncte der Fläche der Ecliptic perpendicular gezogenen Pp (*Fig.* 219.) in dieser Fläche bey p orthographisch entworfen; und wenn man sich vorstellet, daß der Planet, bey seinem Umlaufe um die Sonne, diese Pp mitnimt, so beschreibet auch das Punct p in dieser Fläche eine in sich selbst laufende krumme Linie, die der Entwurf der Bahn in eben der Fläche ist. Es sey NA (*Tab. XV. Fig.* 222.) ein Theil der würklichen Bahn eines Planeten, und Na ein Theil eines dergleichen Entwurfs, S die Sonne und SN die der Fläche der Bahn und der Fläche der Ecliptic gemeinschaftliche Knotenlinie. Wenn nun der Planet sich erstlich in P, und sein Entwurf in p befindet, nach einiger Zeit aber der Planet in P', und der Entwurf in p' angelanget ist, und es werden von P, P', wie auch von p, p' nach dem Mittelpuncte der Sonne gerade Linien gezogen, so kan der Ausschnitt pSp' eben so gut zu einem Maasse der Zeit dienen, welche der Planet gebraucht hat aus P in P', und sein Entwurf aus p in p' überzugehen, als wir dieses von dem Ausschnitte PSP' wissen. Denn wenn wir noch einen andern Ausschnitt NSP, und den Entwurf desselben NSp, nach Willkühr nehmen; so haben wir gleich Anfangs (20) gesehen, daß der Ausschnitt NSp zu dem pSp' eben die Verhältniß haben werde, in welcher NSP zu PSP' stehet. Nun verhält sich NSP zu dem PSP' wie die Zeit, welche der Planet brauchet aus N in P, und sein Entwurf aus N in p überzugehen, zu derjenigen, welche verfliesset, indem der Planet aus P ferner in P' und sein Entwurf aus p in p' fortrücket. Es werden sich also auch die Ausschnitte NSp, pSp' wie diese Zeiten verhalten. T. XV. F. 219. T. XV. F. 222.

§. 1180.

T. XV. F. 222. §. 1180. Die Schlüsse, welche bey besondern Umständen statt finden, als wenn statt der Ausschnitte die ganzen von den fortgesetzten *NA*, *Na* umschlossene Figuren, oder ihre Hälften genommen werden, sind hieraus leicht zu ziehen. Und man siehet unter andern, daß, da die Axe der würklichen Bahn des Planeten die einzige durch *S* gehende gerade Linie ist, welche den von derselben umgränzten Raum in zween gleiche Theile theilet; auch der Entwurf dieser Axe der einzige seyn werde, welcher bey dem Entwurfe der Bahn eine dergleichen Theilung verrichtet: so daß, wenn *P'* der Scheitel der Bahn nicht ist, auch die Theile, in welche die von der fortgesetzten *Na* umschlossene Figur, durch die verlängerte *p'S* zerschnitten wird, ungleich ausfallen müssen. Es wäre nicht schwer zu zeigen, daß dieser orthographische Entwurf der Bahn des Planeten ebenfals eine Ellipse seyn werde, die aber von der Gestalt dieser Bahn beträchtlich abweichet, und keinen ihren Nabel in der Sonne *S* hat. Weil aber diese Umstände in die Schlüsse, die uns gegenwärtig beschäftigen, keinen Einfluß haben, so kan die Erörterung derselben gar wohl übergangen werden.

Zu den Conjunctionen und Oppositionen.

§. 1181. Die zweyte Anmerkung betrift die Zusammenkunft und den Gegenschein zweener Planeten, oder eines Planeten und der Sonne, welche, bey der merklichen Bewegung des Lichts, von welcher weitläuftig gehandelt worden ist, sich gar selten genau an den Ort und zu der Zeit zutragen, so die Beobachtungen angeben. Dieses, so weit es nöthig ist, zu erleutern, wollen wir die Bahnen der Planeten wieder sämtlich in die Fläche der Ecliptic bringen, und das Auge in T. XV. F. 223. den Mittelpunct der Sonne setzen. Wenn nun dieses Auge *C* (*T. XV. F.* 223.) die beyden Planeten *A* und *B* an eben der Stelle des Himmels erblicken soll, so muß das von beyden ausfliessende Licht nicht nur in eben der geraden Linie *ABC* nach *C* gehen, sondern auch in eben dem Zeitpuncte daselbst anlangen. Nun erfordert der letztere Umstand, daß das von *A* ausfliessende Licht in eben dem Zeitpuncte bey *B* ankomme, in welchem der der Sonne nähere Planet daselbst eintrift, weil, wenn dieses nicht geschiehet, das Licht des einen Planeten, welches sich eben so geschwind beweget als das Licht des andern, gewiß eher oder später in *C* eintreffen wird. Alsdann aber kan in dem Zeitpuncte, in welchem das Licht von *A* ausgegangen ist, der nähere Planet noch nicht in *B* stehen, sondern muß um den Theil seiner Bahn *BD* zurück geblieben seyn, welchen zu beschreiben er eben

so

so viel Zeit haben muß, als das Licht braucht aus A in B zu gelangen. Diese AB ist, wie man so gleich siehet, der Unterschied der Entfernungen der beyden Planeten von der Sonne. Befindet sich aber (*Tab. XV. Fig.* 224.) die Sonne C zwischen den Planeten A, B in der geraden Linie ACB, und man machet $CG = CB$, so muß, wenn das in die Sonne gesetzte Auge diese Planeten in der AB einander entgegen gesetzt sehen soll, aus den angezeigten Ursachen, das Licht des mehr entfernten in eben dem Zeitpuncte bey G angelanget seyn, in welchem das Licht des nähern bey B von demselben ausfliesset. Also stehet in dem Augenblicke, in welchem A sein Licht nach der AC sendet, der nähere Planet noch nicht bey B, sondern ist in seiner Bahn um den Bogen DB zurück geblieben, welchen er in eben der Zeit beschreibet, in welcher das Licht den Weg AG zurück leget, welcher AG auch nunmehro den Unterschied der beyden Entfernungen $AC - BC$ ausmachet. Es wird also die Grösse des Winkels DCB in beyden Fällen auf einerley Art gefunden. Wir wissen, daß das Licht 8 Minuten und 7 Secunden Zeit brauche, von der Sonne bis zu uns zu gelangen, das ist 0,135 einer Stunde. Machen wir nun diesen Weg, das ist, die Entfernung der Erde von der Sonne, zur Einheit, aus welcher $AC - BC$ durch d ausgedruckt wird, so wird durch $0{,}135.d$ die Zeit angegeben, welche das Licht auf diesem Wege d zubringet. Und wenn b den Winkel bedeutet, welchen der Planet B in einer Stunde um die Sonne C beschreibt, so fliesset aus der Proportion $1 : 0{,}135.d = b : DCB$, die Grösse dieses Winkels $DCB = 0{,}135.bd$.

T. XV. F. 224.

§. 1182. Es folget hieraus, daß in dem Zeitpuncte, in welchem sich der äussere Planet bey A befunden hat, die Zusammenkunft desselben mit dem innern, oder seine Opposition gegen diesen, sich noch nicht ereignet habe; weil dieser innere damahls nicht in B, sondern etwas zurück in D gestanden ist. Es müssen also, wenn eine dieser Begebenheiten würklich erfolgen soll, die beyden Planeten, jeder in seiner Bahn, so lange fortrücken, bis sie beyde in einer geraden Linie EFC oder ECF anlangen, welche vor sich oder verlängert, durch den Mittelpunct der Sonne gehet; zu welchem Ende der äussere den Winkel ACE, der innere aber den DCF beschreiben muß, welcher der Summe der beyden $ACE + DCB$ gleich ist: und dieses in eben der Zeit, bey deren Anfang sich der äussere Planet in A und der innere in D befunden hat. Wenn aber a den Winkel bedeutet, welchen der äussere Planet in einer Stunde um die Sonne beschreibt, gleichwie b die Grösse des in

T. XV. F. 224. eben der Zeit von dem innern um eben die Spitze beschriebenen Winkels angab, so ist, weil die Bewegungen in einer so kurzen Zeit gleichförmig sind, auch $b : a = DCF : BCF$. woraus folget: $b - a : a = DCF - BCF : BCF$, und wenn wir statt $DCF - BCF$ den Winkel DCB schreiben, $b - a : a = DCB : BCF$. Dadurch wird der Winkel BCF gegeben, um welchen das Punct der wahren Zusammenkunft oder Opposition E von dem Puncte der scheinbaren A entfernet ist, und man kan, indem man statt DCB den gefundenen Werth dieses Winkels setzet, kurz schreiben $BCF = \frac{0{,}135.abd}{b - a}$.

§. 1183. Die Zeit, welche verfliesset indem der Planet aus A in E übergehet, wird gefunden, wenn man den Winkel a, welchen der äussere Planet in einer Stunde beschreibt, mit dem gefundenen BCF zusammen hält, weil jener sich zu diesem, wie eine Stunde zu der gesuchten Zeit verhält, welche demnach durch $\frac{0{,}135.bd}{b - a}$ ausgedrücket wird. Es ist dieses die Zeit nicht bey deren Anfang der äussere Planet von der Sonne in A gesehen wurde, da er derselben in der Zusammenkunft oder im Gegenscheine mit dem innern B erschienen ist, sondern das in die Sonne gesetzte Auge hatte diese Erscheinung um die ganze Zeit später, welche das Licht brauchte von A bis in C zu gelangen, welche Zeit demnach von der gefundenen abgezogen werden muß, wenn man diejenige haben will, welche seit dem Augenblicke der Erscheinung bis an denjenigen verfliesset, in welchem sich die zween Planeten würklich in eben der Linie ABC oder ACB befinden. Wenn wir aber AC, die Entfernung des äussern Planeten von der Sonne, e, und BC, die Entfernung des innern, i nennen, so wird durch die Proportion $1 : e = 0{,}135 : q$, diese Zeit q auf $0{,}135.e$ gesetzt. Es ist also die zwischen der anscheinenden und der wahren Zusammenkunft oder Opposition verflossene Zeit $= 0{,}135 \times \frac{bd}{b - a} - 0{,}135.e$, welcher Ausdruck gar leicht in diesen $0{,}135.\frac{ae - bi}{b - a}$ verwandelt wird, wenn man sich nur erinnert, daß $d = e - i$.

§. 1184. Nun sind aber zu den Planeten die Winkel BCF sehr klein, und eben die Bewandniß hat es auch mit den eben angegebenen Zeiten. Wenn wir

wir den Jupiter und die Erde zu einem Beyspiele nehmen, so ist, wenn die Entfernung der Erde von der Sonne i auch nunmehro zur Einheit gemacht wird, $e = 5{,}2$, und also $d = 4{,}2$; der Winkel b aber hält 148 Secunden, und der a, welchen Jupiter in einer Stunde um die Sonne beschreibt, hat deren 12. T. XV. F. 224.

Also ist $b - a = 136$, und $\frac{0{,}135}{136} = 0{,}001$; bd aber ist $= 621{,}6$, und folgends $\frac{0{,}135 \cdot bd}{b - a} = 0{,}001 \times 621{,}6 = 0{,}621$, welche Zahl den Winkel BCF angiebt, wenn man sie durch $a = 12$ multipliciret, wodurch 7,45 Secunden kommen, das ist, etwas weniger als $7\frac{1}{2}$. Ferner aber giebt $0{,}135 \cdot e = 0{,}135 \times 5{,}2 = 0{,}702$, welche Zahl grösser ist, als die 0,621, von welcher sie abgezogen werden soll. Wird also die letztere von der erstern weggenommen, so bleibt 0,081, welche Zahl die Theile einer Stunde angiebt, um welche sich die Zusammenkunft oder Opposition eher zuträgt, als sie dem in die Sonne gesetzten Auge erscheinet, und diese Zeit beträgt etwas weniger als 5 Minuten. Der Schluß, welcher hieraus folget, ist, daß der Ort und die Zeit, in welcher ein in die Sonne gesetztes Auge zween Planeten in ihrer Zusammenkunft oder Opposition siehet, ohne Bedenken für diejenigen angenommen werden können, in welchem sie sich würklich in dem einen oder dem andern dieser Stände befinden. Und es sind aus dieser Berechnung auch diejenigen Fehler zu ermessen, die da begangen werden, wenn man die Zeit und den Ort, in welchem die Erde einen Planeten in seiner Zusammenkunft mit der Sonne, oder in seiner Opposition gegen dieselbe siehet, für den Ort der wahren Zusammenkunft oder Opposition annimmt. Es sind aber auch, vermittelst der gebrauchten und erläuterten Gründe, die Verbesserungen zu entdecken, welche diese Fehler, wenn sie zu groß scheinen solten, völlig heben können.

Entdeckung der Knotenlinie.

§. 1185. Die Lage der Knotenlinie in der Fläche der Ecliptic zu entdecken, wird zu der Zeit, wenn der Planet dieser Fläche sehr nahe ist, seine geocentrische Breite etliche Tage nach einander beobachtet, welches am füglichsten geschehen kan, indem er durch den Mittagskreis gehet, da denn der Augenblick, in welchem dieses geschiehet, mit anzumerken ist. Hat man nun zwo, drey, oder mehrere solche Breiten, mit dem zu jeder gehörigen Zeitpuncte: so stellet man

die Täge, in welchen die Beobachtungen gemacht worden sind, durch die gleichen Theile einer geraden Linie *AB*, *BC*, *CD* (*Tab. XV. Fig.* 225 226.) und so weiter vor, die ferner in Stunden und die gewöhnliche Theile der Stunden getheilet werden können. An die Puncte dieser geraden Linie, so die Zeitpuncte vorstellen, in welchen die Beobachtungen geschehen sind, *F*, *G*, *H* setzet man die Linien *Ff*, *Gg*, *Hh* der *AE* perpendicular, und giebt jeder derselben, aus einem in schicklicher Grösse angenommenen Maaßstabe, so viele Theile, als viele Secunden die Breite in diesem Zeitpuncte ausmachten. Da nun in dem Zeitraume, in welchem alle diese Beobachtungen gemacht worden, das Auge sich beynahe in eben der Fläche befunden hat, in welcher sich der Planet beweget, so können, wenn der Puncte *f*, *g*, *h* mehrere sind als zween, die übrigen, von der durch den ersten *f* und letzten *h* gezogenen geraden Linie *fh* kaum merklich abweichen. Ist aber dieses, so wird durch das Punct *I* der Linie *AH* der Zeitpunct, in welchem sich der Planet ohne einige Breite in der Fläche der Ecliptic befunden hat, sogleich angegeben, und es ist gar leicht auf diese Zeichnung eine Rechnung zu gründen, bey welcher man sich der Puncte *g*, *h*, die dem *I* zunächst liegen, vorzüglich bedienet. Solte sich bey der durch die Puncte *f*, *g*, *h* laufenden Linie aber doch einige Krümmung zeigen, welche nicht als eine Würkung der bey dergleichen Beobachtungen kaum gänzlich zu vermeidenden Fehler angesehen werden kan; so würde diese durch die Puncte *f*, *g*, *h* mit aller möglichen Sorgfalt gezeichnete krumme Linie das gesuchte Punct *I* ebenfals entdecken: und wenn es sich der Mühe verlohnet, so giebt es Mittel auch auf diesen Fall eine Rechnung anzuwenden, deren Gründe ich, nach verschiedenen andern, an seinem Orte (*) gegeben habe.

T. XV. F. 225, 226.

§. 1186. Nachdem dergestalt der Zeitpunct entdecket worden, in welchem der Planet durch die Knotenlinie gegangen, und folgends dem Mittelpuncte der Sonne in einem seiner Knoten erschienen ist: so darf man nur die aus eben dem Puncte gesehene Länge des Planeten, welche er in diesem Zeitpuncte hatte, nach der gegebenen Anweisung (1171) aus den Tafeln berechnen, als welche zugleich die Länge desselben Knoten seyn wird. Will man den Tafeln nicht völlig trauen, so kan der Ort des Knoten in der Ecliptic entdeckt werden, wenn man zu eben dem Zeitpuncte, in welchem der Planet sich in demselben befunden hat, auch den Win-

(*) Elem. Calc. Int. P. I. §. 44.

Winkel bey der Erde *STp* (*Fig.* 220, 221), welcher in dem gegenwärtigen Falle, da sich der Planet in der Fläche der Ecliptic befindet, zugleich der *STP* ist, aus den Beobachtungen schliesset. Man weiß alsdenn den Ort der Erde in der Ecliptic, und ihre Entfernung von der Sonne *ST*, aus den Sonnentafeln, die immer viel genauer sind als alle übrigen, und kan auch *SP* oder *Sp* mit einer starken Zuversicht aus den Tafeln für den Planeten nehmen, weil die meisten bey ihrem Umlaufe um die Sonne ihre Entfernung von derselben so gar sehr nicht ändern. Alsdenn aber wird aus dem Winkel *STp*, und aus den beyden Seiten *TS* und *Sp*, der Winkel *SpT* geschlossen, wodurch auch *TSp*, der dritte Winkel des Dreyecks *STp*, bekannt wird, welcher dienet die Knotenlinie *Sp* in Ansehung der *ST* richtig anzusetzen. *T. XV. F.* 220, 221.

§. 1187. Das sicherste aber ist, wenn ausser der Zeit des Durchgangs des Planeten durch seine Knotenlinie, man auch den Zeitpunct weiß, in welchem er sich kurz vor oder nach diesem Durchgange in der Opposition mit der Sonne befunden hat. Denn es ist alsdenn der Punct der Ecliptic *T*, in welchem sich die Erde zur Zeit dieser Opposition befunden hat, sehr genau bekant, und man kan ohne grobe Fehler den kleinen Winkel *TSp*, welchen der Planet in der bekanten Zeit des Uebergangs von dem Puncte der Opposition bis zum Knoten, oder von diesem zu jenem, in der Fläche der Ecliptic beschrieben hat, aus den Tafeln nehmen, oder auch zur Entdeckung dieses Winkels *TSp* sich der *Sp* bedienen. Eben so wird auch verfahren, wenn statt des Augenblicks der Opposition, der Zeitpunct der Zusammenkunft des Planeten mit der Sonne aus den Beobachtungen geschlossen werden kan, wozu der Durchgang der Venus und des Mercurs durch die Sonnenscheibe die schönste Gelegenheit giebt: da die heliocentrischen Breiten, welche zur Entdeckung des Zeitpuncts erfordert werden, in welchem der Planet durch den Knoten seiner Bahn gegangen ist, auf der Sonnenscheibe gar genau genommen werden können, und die Zusammenkunft sichtbar gemacht wird, wenn man durch den Mittelpunct dieser Scheibe eine Linie der Fläche der Ecliptic perpendicular zeichnet. Solte sich der Fall ereignen, bey welchen der Planet, bey seiner Opposition oder Zusammenkunft mit der Sonne, ohne einige Breite erscheinet: so würde das Punct der Ecliptic, bey welchem die Erde zu der Zeit aus der Sonne gesehen wird, zugleich der Ort des Planeten und des Knotens seiner Bahn seyn, und alle weitere Rechnung wegfallen.

Neigung der Fläche der Bahn gegen die Fläche der Ecliptic.

T. XV. F. 227. §. 1188. Wenn nun NT, (*Tab. XV. Fig.* 227.) die Knotenlinie der Bahn des Planeten, entdecket ist, so wird ferner die Neigung der Fläche dieser Bahn gegen die Fläche der Ecliptic also gefunden. Man erwartet die Zeit, in welcher sich die Erde T in dieser Knotenlinie, der Planet aber ausser derselben in P befindet, von welchem Puncte die Pp der Fläche der Ecliptic NTp perpendicular fällt, und also in dieser den Planeten bey p entwirft. Wird nun von T in der Fläche der Ecliptic die Tp, und in der Fläche der Bahn des Planeten NPT die TP gezogen, so ist PTp die geocentrische Breite des Planeten, welche durch die Beobachtung ausgemacht werden muß: zusamt dessen geocentrische Länge, welche eben die Beobachtung giebet. Aus dieser Länge und dem Orte des Knotens N wird der Winkel NTP geschlossen, welcher die Entfernung des Puncts p von dem Knoten angiebt. Alsdenn ist in der bey p rechtwinklichten dreyseitigen Ecke $PNTp$, zu welcher man sich leicht ein rechtwinklichtes Kugeldreyeck einbilden kan, die Seite PTp samt der NTp gegeben, und es wird der jener entgegengesetzte Winkel gesucht, welchen die zwo Flächen PNT, TNp mit einander einschliessen. Diesen aber entdecket die unter den Regeln für die Kugeldreyecke stehende Proportion; $\sin NTp : 1 = \tan PTp : \tan PNp$, ohne einiger Vorbereitung, und man siehet aus derselben zugleich, daß wenn der Winkel NTp gerade ist, und also $\sin NTp = 1$, auch seyn werde $PTp = PNp$; wiewohl dieses auch für sich klar ist.

Lage der Apsidenlinie.

§. 1189. Wenn verschiedene heliocentrische Längen eines Planeten, welche er zu gewissen Zeiten gehabt hat, durch die zu diesen Zeiten beobachtete Opposition oder Conjunction desselben mit der Sonne, bekant sind; so finden sich unter denselben öfters zwo, durch welche die Lage der Apsidenlinie dieses Planeten, oder des Entwurfs derselben in der Fläche Ecliptic, eben so entdeckt werden kan, wie dieses bey der Apsidenlinie der Erdbahn geschehen konte. Wenn nehmlich zwo Oppositionen gewählet werden; und es wird von dem zwischen beyden verflossenen Zeitraume die ganze Zeit des Umlaufs des Planeten so oftmals abgezogen, als dieses geschehen kan, um dadurch den Zeitpunct zu entdecken, in welchem der Planet das letztemal aus der Sonne an eben der Stelle des Sternhimmels gesehen werden konte, welche er zur Zeit der erstern Opposition einzunehmen geschienen: man findet aber, daß die von diesem bis an den Zeitpunct der letzten Opposition verflossene Zeit genau die Hälfte der Zeit des ganzen Umlaufs

sey,

sey, so haben sich diese Oppositionen gewiß in der Linie der Apsiden ereignet. Ist die nach dem Abzuge so vieler ganzen Umläufe, als deren in der zwischen den zwo Oppositionen verflossenen Zeit enthalten waren, übergebliebene Zeit t kleiner als $\frac{1}{2}T$, die Hälfte der Zeit des ganzen Umlaufs, so hat der Planet zur Zeit der zweyten Opposition seine Apsidenlinie bereits verlassen, und diese stehet weiter zurück. Ist aber die Zeit t grösser als $\frac{1}{2}T$, so hatte er dieselbe zur Zeit dieser zweiten Opposition noch nicht erreichet: und wenn nunmehro in der 218ten Zeichnung ABP die Bahn des Planten um die Sonne in S, und die verlängerte AP die Apsidenlinie bedeutet, die Puncte d, f aber, welche das in die Sonne gesetzte Auge mit den Puncten der Ecliptic D, F vor einerley hält, sind diejenigen, in welchen sich der Planet in den Augenblicken der zwo Oppositionen befunden hat: so lässet sich immer aus der Grösse des Unterschiedes $\frac{1}{2}T - t$, oder $t - \frac{1}{2}T$ die Grösse des Winkels DSa ohngefähr beurtheilen. Wird nun dieser Winkel klein genug gefunden, so wird das Maaß derselben durch eben die Regel entdecket, welche zur Berichtigung der Apsidenlinie der Sonne gebraucht werden konte (1149), und dadurch die Lage der ap auch in dem gegenwärtigen Falle genau genug bestimmet. T. XV. F. 227.

§. 1190. Es wird nehmlich die Lage dieser Linie ap durch das Punct der Ecliptic D oder F angegeben, bey welchem der Planet zur Zeit der einen oder der andern Opposition aus der Sonne gesehen worden ist, dessen Länge mit derjenigen, die die Erde in eben dem Zeitpuncte hatte, völlig übereinkomt. Weil aber der Anfang der Ecliptic an dem Sternhimmel immer von Morgen bis gegen Abend zurückgehet, so muß auf diese Veränderung, die sich in der zwischen den zwo Beobachtungen verflossenen Zeit zugetragen hat, gleichfals gerechnet, und dadurch dieser Anfang an ein unbewegliches Punct gebunden werden. Dieses geschiehet am füglichsten, wenn man der Länge, welche der Planet zur Zeit der ersten und ältern Opposition hatte, den kleinen Bogen zusetzet, um welchen der Anfang der Ecliptic, in der zwischen den zwo Oppositionen verflossenen Zeit gegen Abend fortgerücket ist, und durch die Summe die damalige Länge desselben aus dem Puncte des Sternhimmels bestimmet, bey welchem sich zur Zeit der zweyten Opposition der Anfang der Ecliptic befunden hat. Eben die Vergleichung muß auch sonst überall geschehen, wenn die Zeiten der Beobachtungen beträchtlich von einander verschieden sind, und alsdenn ist die Zeit des periodischen Umlaufs, wenn aufs strengste verfahren werden soll, hier nicht nach dem beweglichen Anfange der Ecliptic, sondern nach

den

T. XV. F. 227. den unbeweglichen Fixsternen zu rechnen. Mit den Zusammenkünften der Planeten und der Sonne aber, wird, wenn sie statt der Oppositionen gebraucht werden sollen, wie mit diesen, verfahren.

Entdeckung der größten Vergleichung.

§. 1191. Die größte Vergleichung, welche vor sich die Excentricität und die ganze Gestalt der Bahn eines Planeten angiebt, wird durch die vermittelst der Beobachtung der Oppositionen und Zusammenkünfte bestimte Stellen, in welchen der Planet zu gewissen Zeiten aus dem Mittelpuncte der Sonne zu sehen war, ebenfals unmittelbar gegeben, wenn man deren eine hinlängliche Anzahl hat. Man wählet unter diesen Stellen zwo, bey welchen die Geschwindigkeit, mit welcher er sich um die Sonne bewegte, die mittlere war. Da es hiebey eben nicht auf Puncte ankömt; und die Theile der Bahn eines jeden Planeten, welche er einem in die Sonne gesetzten Auge mit einer Geschwindigkeit zu beschreiben scheinet, die von seiner mittlern Geschwindigkeit nicht merklich verschieden ist, eine beträchtliche Grösse haben; so ist die Richtigkeit, mit welchen die Tafeln diese Stellen angeben, zu dem gegenwärtigen Zwecke immer hinlänglich: und man kan setzen der Planet habe sich zur Zeit der einen Beobachtung in B, zur Zeit der andern aber in D der 213ten Zeichnung befunden, welche in dem vorhergehenden hinlänglich erkläret ist. Alsdenn werden die Längen dieser Puncte B, D durch die Beobachtungen gegeben, deren Unterschied den Winkel BSD misset, welcher doppelt so groß ist, als die wahre Anomalie des Planeten ASB. Aus den Zeitpuncten aber, in welchen der Planet der Sonne bey B und D erschienen ist, wird die Zeit geschlossen, welche er gebraucht hat den Winkel BSD zu beschreiben, und es kan der Winkel berechnet werden, welchen er in dieser Zeit mit seiner mittlern Bewegung um S beschrieben haben würde. Dieser Winkel ist, wie man leicht siehet, doppelt so groß als die zu dem Puncte B gehörige mittlere Anomalie. Es ist also zu dieser Stelle B des Planeten, sowohl die wahre als auch die mittlere Anomalie zu entdecken, und man kan, durch den Abzug jener von dieser, die zu eben dem Puncte B gehörige Vergleichung finden, welche die größte aller zu eben dem Planeten gehörigen Vergleichungen seyn wird. Es ist kein Fehler zu befürchten, wenn die beobachteten Stellen des Planeten genau diejenigen sind, welche in der Zeichnung bey B und D angegeben werden. Weil aber nicht zu hoffen ist, daß dieses sogleich zutreffen werde, so kan man, wenn mehrere Beobachtungen vorhanden

handen sind, deren zwo andere eben so behandeln, und alsdann wieder zwo andere, bis sie endlich sämtlich gebraucht worden sind. Die dergestalt herausgebrachte Vergleichungen können nicht grösser seyn, als die gesuchte allergrößte; und von dieser weicht die größte der gefundenen gar nicht, oder doch am wenigsten ab. T. XV. F. 227.

Uebergang zur Eccentricität.

§. 1192. Da nun aus der größten Vergleichung der Bahn eines Planeten die Eccentricität derselben geschlossen werden kan, indem die dazu (1138) angegebene Regel $e = sin \frac{1}{2}æ$, samt der Verbesserung des dadurch herausgebrachten, überall hinlänglich sind: so kan zwar die Gestalt und die Lage der Bahn eines jeden, vermittelst des bisher gezeigten, berichtiget werden. Es sind aber die dazu nothwendigen Beobachtungen nicht immer in der Gewalt des rechnenden Forschers, und dieses hat die Astronomen gezwungen, auch anderen Wegen, die zu dem vorgesetzten Ziele führen möchten, nachzuspüren. Derselben sind verschiedene, bey deren einem immer andere Dinge, Zeiten, Längen, Winkel, als bekant vorausgesetzt werden, dann bey andern. Wir können uns aber hier an der einzigen Anweisung begnügen, welche aus dreyen von dem Mittelpuncte der Sonne gesehenen Stellen eines Planeten in seiner Bahn, und aus der Zeit, zu welcher er sich in jeder derselben befunden hat, die Gestalt dieser Bahn, die Lage der Linie ihrer Apsiden, samt einem Zeitpuncte, in welchem er sich in derselben befunden hat, zu entdecken lehret: welche mit Recht dem übrigen vorgezogen wird, wo sie nur angewendet werden kan. Es sind, wie bereits angemerket worden ist, die vermittelst dieser Anweisung zu entdeckenden Dinge meistentheils bekant, und es ist den gegenwärtigen Astronomen nur um die Verbesserung desjenigen zu thun, so ihnen die Vorgänger hinterlassen haben. Doch hoffe ich die Leichtigkeit der Sache werde mich entschuldigen, wenn ich der Methode zu dieser Verbesserung zu gelangen, ein paar geometrische Auflösungen vorsetze, welche aus den drey heliocentrischen Längen des Planeten in seiner Bahn, und den zu diesen Längen gehörigen Zeiten, oder der Grösse der geraden Linien, um welche der Planet in diesen Zeitpuncten von der Sonne entfernet gewesen ist, die Gestalt und Lage dieser Bahn mit gar geringen Fehlern entdecken würden, wenn uns auch von diesen gesuchten Dingen gar nichts bekant wäre.

Geometrischer Weg zu dem gesuchten.

§. 1193. Die erste dieser Auflösungen ist auf die Vergleichung des Wardus gegründet, welche zu der gegenwärtigen Absicht eine hinlängliche Richtigkeit hat. Wenn *PCAE* (*Tab. XVI. Fig.* 228.) die elliptische Bahn des Planeten vorstellet, und bey derselben *AP* die Linie der Apsiden, *S* die Sonne, und *F* der andere Nabel ist: so wird nach dieser Lehre die Zeit, in welcher der Planet von dem Puncte *C* seiner Bahn in *A* gelanget, durch den Winkel *CFA* ausgedruckt, und diejenige, in welcher er von *D* bis in *A* fortrücket, durch den Winkel *DFA*. Demnach wird auch die Zeit, in welcher der Planet aus *C* in *D* übergehet, durch den Winkel *CFD* angegeben, und diejenige, in welcher er ferner von *D* den Theil seiner Bahn *DE* beschreibt, durch den *DFE*. Sind nun *C*, *D*, *E* die drey vermittelst ihrer Längen gegebenen Stellen des Planeten, in deren jeder er in seinem bekanten Zeitpuncte aus der Sonne *S* gesehen werden konte: so werden aus diesen Längen die Winkel *CSD*, *DSE* leicht geschlossen, und können demnach als bekant angesehen werden. Die Zeit aber, in welcher der Planet aus *C* in *D* übergegangen ist, giebt den Winkel *CFD*, welchen der Planet in eben der Zeit mit seiner mittlern Bewegung um die Sonne beschrieben haben würde; und der Winkel *DFE* wird durch die Zeit, in welcher er den Theil seiner Bahn *DE* beschrieben hat, auf die nehmliche Weise gegeben. *FCS* ist der Unterschied der beyden Anomalien *AFC* und *ASC*, und so $FDS = AFD - ASD$, wie auch $FES = AFE - ASE$.

T. XVI. F. 228.

§. 1194. Wird nun um den Mittelpunct *S* mit dem Radius *SB*, welcher der Axe *AP* der elliptischen Bahn des Planeten gleich ist, ein Cirkel beschrieben, dessen Umkreis die verlängerten *SC*, *SD*, *SE* in *M*, *N*, *R* antreffen: so wird, weil $SC + CM = AP = SC + CF$, die *CM* gleich der *CF*, und aus eben dem Grunde $DN = DF$, wie auch $ER = EF$. Es sind demnach die Dreyecke *FCM*, *FDN*, *FER* gleichschenklicht, und der Winkel *CFM* ist die Hälfte des Winkels *SCF*, *DFN* die Hälfte des *SDF*, und *EFR* die Hälfte des *SEF*. Nun folget aus $FCS = AFC - ASC$, und $FDS = AFD - ASD$, wenn man das letztere von dem erstern abziehet, $FCS - FDS = CFD - CSD$, und also $\frac{1}{2}FCS - \frac{1}{2}FDS = \frac{1}{2}CFD - \frac{1}{2}CSD$. Der Winkel *MFN* aber entstehet aus dem *CFD*, wenn man von diesem den *CFM* wegnimt, und darauf *DFN* zusetzet. Also ist $CFD - \frac{1}{2}FCS + \frac{1}{2}FDS$

$\frac{1}{2}FDS = MFN$, welches mit dem vorigen vereiniget, giebt $CFD = MFN$ T. XVI. F. $+ \frac{1}{2}CFD - \frac{1}{2}CSD$, woraus folget $MFN = \frac{1}{2}CFD + \frac{1}{2}CSD$. Auf 228. eben die Weise wird auch an der andern Seite geschlossen $NFR = \frac{1}{2}DFE + \frac{1}{2}DSE$, nach welchen Vorschriften die Winkel MFN, NFR aus den bekanten CFD, CSD, und DFE, DSE sogleich zu haben sind, und man kan auch setzen $MFN = \frac{1}{2}(MSN + CFD)$, $NFR = \frac{1}{2}(NSR + DFE)$. Die Winkel CFD, DFE sind, wie wir gesehen haben, diejenigen, welche der Planet um die Sonne mit seiner mittlern Bewegung in eben den Zeiten beschreiben würde, in welcher er mit seiner wahren Bewegung die Winkel CSD, DSE würklich beschreibet.

§. 1195. Wenn man von M nach N eine gerade Linie ziehet, und auf diese, als seine Sehne, den Abschnitt eines Cirkel setzet, in welchem ein Winkel von der Grösse des MFN dergestalt angebracht werden kan, daß seine Spitze in den Bogen des Abschnitts falle, indem die Seiten mit der MN ein Dreyeck bilden: so gehet dieser Bogen nothwendig durch F. Und wenn man auch die Puncte N, R vermittelst einer geraden Linie verknüpft, welche man zur Sehne eines Abschnittes macht, in welches ein Winkel von der Grösse des NFR eben so gesetzt werden kan: so muß auch der Bogen dieses Abschnitts durch F gehen. Es schneiden also die zween Bogen einander in F, welches Punct der zweyte Nabel der Ellipse ist: und dieses Punct kan dadurch entdecket werden, welches das einzige ist, so zur Bestimmung der Gestalt und Lage dieser Ellipse erfodert wird. Die ganze Arbeit kan also geschehen.

§. 1196. Man nimt eine beliebige Ebene für diejenige an, in welcher sich der Planet um die Sonne beweget, und beschreibet in derselben um den Punct S, (*Tab. XVI. Fig.* 229.) welcher das Mittel der Sonne vorstellen soll, mit T. XVI. F. einem Halbmesser der nicht zu groß genommen werden kan, einen Cirkel, dessen 229. Umkreis man von einem beliebigen Puncte O, in die gewöhnlichen Zeichen und Grade theilet: oder, weil durch die bekanten Mittel jede Zahl der Grade von einem Cirkelbogen abgeschnitten werden kan, sich nur getheilet vorstellet. Von diesem Puncte O, als dem Anfange zu den in der Fläche seiner Bahn gerechneten Längen des Planeten, nimt man dessen drey beobachtete Längen würklich, und bestimmet dadurch die Puncte M, N und R, wodurch sogleich die Bogen MN und

T. XVI. F. 229. NR gegeben werden, so die Winkel MSN, NSR messen. Man berechnet aus den mit der Zeit des ganzen Umlaufs zusammen gehaltenen Zeiten, welche der Planet gebraucht hat aus der SM in SN, und aus SN ferner in SR überzugehen, die Winkel, welche er mit seiner mittlern Bewegung in eben den Zeiten beschrieben haben würde; deren erstern, welcher zu den Winkel MSN gehöret, wir Φ, und den zweyten zu NSR gehörigen Ψ nennen wollen, und machet $\frac{1}{2}(MSN + \Phi)$ wie auch $\frac{1}{2}(NSR + \Psi)$. Alsdenn verknüpfet man MN, und setzet auf die Sehne MN den Abschnitt MGN, welcher einen Winkel von der Grösse des $\frac{1}{2}(MSN + \Phi)$ fasset. Dieses geschiehet gar leicht. Man läßt aus S auf die MN eine Perpendicularlinie fallen, welche die MN bey H in die zwey gleiche Theile $MH = HN$ theilen wird, und machet den Winkel IMH gleich der Ergänzung des $\frac{1}{2}(MSN + \Phi)$, damit in dem rechtwinklichten Dreyecke IMH, der Winkel MIH dem $\frac{1}{2}(MSN + \Phi)$ selbst gleich werde. Alsdenn ist I der Mittelpunct zu den Bogen MGN, um welchen dieser Bogen durch M und N beschrieben werden muß. Auf eben die Art verfähret man auch mit der NR. Man theilet auch diese Sehne vermittelst einer geraden Linie, welche derselben aus S perpendicular fällt, bey K in die zween gleiche Theile NK und KR, und setzet an RK das Complement des Winkels $\frac{1}{2}(NSR + \Psi)$, aber, weil hier dieser $\frac{1}{2}(NSR + \Psi)$ grösser ist, als ein rechter Winkel, an die äussere Seite, damit auch nunmehro der Mittelpunct des durch N und R zu beschreibenden Cirkelbogens NQR in L, die Spitze des rechtwinklichten Dreyecks RKL, fallen möge, von welchem NQR eine kurze Betrachtung klar machen wird, daß er allerdings mit der NR den Abschnitt NQR bilde, welches einen Winkel von der Grösse des $\frac{1}{2}(NSR + \Psi)$ fasset. Da also die Bogen MGN, NQR beyde durch den Nabel der Ellipse F gehen, und einander in denselben durchschneiden müssen; so wird dieser Punct F eben dadurch sichtlich, und man kan durch denselben und durch S die Apsidenlinie ziehen, deren Lage dadurch völlig bestimmet wird.

§. 1197. Demnach ist der Punct C, welcher die SF in zween gleiche Theile theilet, der Mittelpunct zu der Bahn des Planeten, von welchem die Hälfte des Halbmessers SM nach der einen und andern Seite der verlängerten SF getragen, in derselben das Punct der größten Entfernung des Planeten von der Sonne A, und das Punct seiner stärksten Annäherung P angiebt. Wird eben die Linie SF bis an den Cirkelkreis verlängert, so sind die Puncte a, p in welchen sie denselben erreichet,

reichet, diejenigen, in welchen diese A, P aus der Sonne gesehen werden, und es wird T. XVI. F. 229.
also durch a die Länge des A, und durch p die Länge des P in der Fläche der Bahn des Planeten angegeben, welche beyde, wie gewöhnlich, von dem Anfange O gerechnet werden (1169). Die Zeichnung selbst ist zu dem Beyspiele gemacht worden, welches la Caille an der Bahn des Mercurs giebt. An einem 15 Julius enthielt die Länge dieses Planeten 5 Zeichen, 24 Grade, 30 Minuten und 54 Secunden, an dem darauf folgenden 6 August aber 8 Zeichen, 4 Grade, 54 Minuten und 57 Secunden, und dem nächsten 7 September, 11 Zeichen, 18 Grade, 1 Minute und 40 Secunden. Demnach wird der Winkel MSN durch 70 Grade, 24 Minuten und 3 Secunden, der NSR aber durch 103 Grade 6 Minuten und 43 Secunden gemessen. Der zwischen der ersten und zweyten Beobachtung verflossene Zeitraum von 22 Tagen aber setzt die durch Φ bedeutete mittlere Bewegung auf 90 Grade 2 Minuten, und die zu dem zwischen den 6 August und 7 September verflossenen Zeitraum gehörige Ψ auf 130°, 57′, 27″. Demnach ist $\frac{1}{2}(MSN + \Phi) = 80°, 13', 1''$ und $\frac{1}{2}(NSR + \Psi) = 117°, 4', 10''$. Eine nach diesen Gründen in mäßiger Grösse verfertigte Zeichnung nun gab beynahe 8^s, 14° für die Länge des A, welche la Caille nach einer mühsamen Rechnung auf 8^s, 13°, 53′, 57″ setzet. Die Eccentricität aber, welche nach eben der Rechnung 0,208843 der mittlern Entfernung des Planeten von der Sonne beträgt, schien in der Zeichnung 0,2115 eben der mittlern Entfernung zu enthalten; welches eine Uebereinstimmung ist, die kaum zu erwarten war.

Ein anderer Weg.

§. 1198. Die zweyte Auflösung, zu welcher ausser den Winkeln CSD (*Tab. XVI. Fig.* 228.) und DSE auch die Linien CS, DS, ES bekant seyn T. XVI. F. 228.
müssen, um welche der Planet von der Sonne entfernet war, als er erstlich bey C, darauf bey D und endlich bey E beobachtet wurde, könte nicht gebraucht werden, wenn nicht Mittel da wären, diese Entfernungen zu entdecken. Erweget man aber, daß wenn die kleinen Abweichungen bey Seite gesetzt werden, mit welcher ein Planet durch die anziehende Kraft der übrigen Weltkörper von dem Wege abgebracht wird, welchen er ausserdem um die Sonne nehmen würde; dieser Planet, nachdem er einen oder etliche seiner Umläufe ganz vollendet hat, sich wieder genau bey eben dem Puncte seiner Bahn befindet, bey welchem er diese Umläufe anfieng; so biethet sich dieses Mittel sogleich dar. Denn es ist daraus zu schlies-

T. XVI. F. 229. sen, daß auch das in der Fläche der Ecliptic liegende Punct, in welchem die Stelle, welche der Planet bey dem Ende seines Umlaufs in seiner Bahn einnimt, orthographisch entworfen wird, mit dem Entwurfe desjenigen, bey welchem er diesen Umlauf angefangen hat, beynahe völlig einerley seyn, und also dieser Entwurf durch die Stellen, welche der Planet beym Anfange und beym Ende seines Umlaufs einnahm, in der That kennbar und sichtlich werde, in welchen Zeitpunct man auch den Anfang oder das Ende dieses Umlaufs gesetzt haben mag. Was aber die Erde anlangt, die ihren Umlauf in einer ganz andern Zeit verrichtet als der Planet, so wird immer der Punct der Ecliptic, bey welchem sie sich in dem zum Anfange des Umlaufs des Planeten gemachten Zeitpuncte befunden hat, von demjenigen, welchen sie am Ende desselben einnimt, mehr oder weniger entfernet seyn. Dieses kan dienen, die drey Entfernungen des Planeten von der Sonne, samt den Winkeln, welche diese Linien mit einander einschliessen, zugleich zu entdecken.

T. XVI. F. 230. §. 1199. Denn wenn das Punct der Ecliptic *p* (*Tab. XVI. Fig.* 230.) der kentbare Entwurf des Planeten beym Anfange und beym Ende des angenommenen Umlaufs ist, und es stehet die Erde bey dem ersten dieser Zeitpuncte in *T*, bey dem letztern aber in *V*, so sind die Stellen dieser Puncte *T* und *V* völlig bekant: das ist, wir wissen aus den zum Umlaufe der Erde berichtigten Tafeln die Verhältniß der Linie *TS* zur *VS*, samt den zwischen beyden enthaltenen Winkeln *TSV*: und es kan hieraus in dem Dreyecke *TSV* auch die Verhältniß der dritten Seite *TV*, zu jeder der vorigen *TS* oder *VS*, samt der Grösse der Winkel *STV*, *SVT* geschlossen werden. Ist nun die geocentrische Länge des Planeten oder des Puncts *p* durch Beobachtungen entdecket worden, sowohl da sich die Erde bey *T* befand, als auch indem sie, mit Verfliessung der Zeit des Umlaufs des Planeten, in *V* übergegangen ist: so wird vermittelst der ersten dieser Längen, und dem bekanten Orte der Sonne der Winkel *STp* gegeben, und aus diesem, samt dem bekanten *STV*, der *VTp* geschlossen: aus der zweyten geocentrischen Länge des Planeten aber, welche die Beobachtung angab, als sich die Erde in *V* befand, und der damahligen Länge der Sonne, bekomt man den Winkel *SVp*, welcher in der gegenwärtigen Zeichnung von dem ebenfals bekanten *SVT* abgezogen, den *TVp* übrig läßt. Dadurch werden in dem Dreyecke *TVp* alle Winkel bekant, die Seite *TV* aber kan ebenfals als bekant angesehen werden, weil man sie vermittelst der gegebenen Verhältniß *TV* : *TS* immer aus der mittlern Entfernung der Erde von

der

der Sonne ausdrucken kan, welche als bekant angesehen, und bey diesen Rechnungen gemeiniglich zur Einheit gemacht wird. Alsdenn aber wird, aus den bekanten Winkeln des Dreyecks *TVp*, und aus der Seite *TV*, die *Tp* geschlossen, welche mit der bekanten *TS* den ebenfals bekanten Winkel *STp* einschliesset, und also zur Entdeckung der übrigen Winkel des Dreyecks *STp*, wie auch dessen dritter Seite *Sp*, hinlängliche Mittel an die Hand giebet. *T. XVI. F.* 230.

§. 1200. Die dergestalt herauszubringende *Sp* ist die verkürzte Entfernung des Planeten von der Sonne; und da die Lage der Knotenlinie der Bahn dieses Planeten als bekant vorausgesetzt wird, so kan aus dem Orte derselben, und aus dem Winkel *TSp*, auch das in der Fläche der Ecliptic genommene Argument der Breite geschlossen werden. Die ebenfals bekante Neigung der Fläche der Bahn des Planeten gegen die Fläche der Ecliptic giebt alsdenn auch das in jener Fläche genommene Argument der Breite, zusamt der heliocentrischen Breite des Planeten selbst; wenn man sich zur Entdeckung dieser Breite nicht lieber, der zugleich mit der Länge, aus der Beobachtung geschlossenen geocentrischen bedienen will: und die Regeln, zu diesen Winkeln zu gelangen, werden aus den angegebenen (1171), vermittelst welcher der eigentliche Ort eines Planeten in seiner Bahn in der Fläche der Ecliptic entworfen wird, gar leicht hergeleitet. Alsdenn giebt die verkürzte Entfernung *Sp*, mit der heliocentrischen Breite, die wahre Entfernung des Planeten von der Sonne. Aus den zu zween Puncten der Bahn gehörigen Argumenten der Breiten aber, werden die Winkel, welche die von diesen Puncten nach dem Mittelpuncte der Sonne laufende Entfernungen mit einander einschliessen, durch eine blosse Subtraction des kleinern von dem grössern, berechnet.

§. 1201. Sind nun die drey dergestalt gefundenen Entfernungen des Planeten von der Sonne *CS*, *DS*, *ES*, (*Tab. XVI. Fig.* 228.) deren erstere mit der zweyten den Winkel *CSD* einschliesset, und die zweyte mit der dritten den *DSE*, welche, so bald sie berechnet sind, auch den zwischen der ersten und letzten dieser Entfernungen enthaltenen Winkel *CSE* geben werden: und wir setzen wieder, daß die Apsidenlinie der Bahn des Planeten die *AP* sey, deren Lage, samt der eigentlichen Gestalt der Bahn *AEPC* gesucht wird: so komt, weil das Punct der Ecliptic *N* bekant ist, die Bestimmung der Lage blos darauf an, daß wir die Grösse des Winkels *DSA* entdecken; und ein jeder der zween andern Winkel *T. XVI. F.* 228.

CSA,

T. XVI. F. 228. CSA, ESA könte uns eben den Dienst leisten. Wir wollen uns aber an den kleinsten DSA halten, und denselben v, den bekanten Winkel CSD aber φ, und den ebenfals bekanten DSE, ψ nennen. Wenn nun auch hier a die Hälfte der grössern Axe der elliptischen Bahn $AEPC$ bedeutet, c die Hälfte der kleinern, und e ihre Eccentricität: so wird aus dem allgemeinen Satze (47) $\cos v = \frac{ar - cc}{er}$, wenn wir für v den Winkel DSA, und für r die DS annehmen, dieser besondere: $\cos v = \frac{aDS - cc}{eDS}$. Setzt man aber für v den Winkel $CSA = \varphi + v$, zu welchem $r = CS$, so bekomt man $\cos(\varphi + v) = \frac{aCS - cc}{eCS}$, und eben so giebt $ESA = \psi - v$ die Gleichheit $\cos(\psi - v) = \frac{aES - cc}{eES}$. Jeder dieser Ausdrücke würde die gesuchte Lage der AP angeben, wenn die Gestalt der Bahn bekant wäre, und wir also c und e, aus der zur Einheit gemachten a, auszudrücken wüsten: welche Verhältnisse demnach zuerst entdecket werden müssen.

§. 1202. Nun wissen wir, daß $\cos(\varphi + v) = \cos\varphi . \cos v - \sin\varphi . \sin v$. und $\cos(\psi - v) = \cos\psi . \cos v + \sin\psi . \sin v$, (*) und können also die zwo letztern Gleichungen auch also ansetzen:

$$\cos\varphi . \cos v - \sin\varphi . \sin v = \frac{aCS - cc}{eCS}, \text{ und}$$

$$\cos\psi . \cos v + \sin\psi . \sin v = \frac{aES - cc}{eES}.$$

Multipliciret man aber die Glieder des ersten dieser Sätze durch $\sin\psi$ und die Glieder des zweyten durch $\sin\varphi$, so wird herausgebracht:

$$\cos\varphi . \sin\psi . \cos v - \sin\varphi . \sin\psi . \sin v = \frac{aCS - cc}{eCS} . \sin\psi, \text{ und}$$

$$\cos\psi . \sin\varphi . \cos v + \sin\psi . \sin\varphi . \sin v = \frac{aES - cc}{eES} . \sin\varphi$$

welche Grössen gehörig addiret geben

(cos

(*) Anal. finit. §. 433.

$(\cos\varphi.\sin\psi + \cos\psi.\sin\varphi)\cos v = \frac{aCS - cc}{e.CS}.\sin\psi + \frac{aES - cc}{e.ES}.\sin\varphi.$ T. XVI. F. 228.

Nun ist $\cos\varphi.\sin\psi + \cos\psi.\sin\varphi = \sin(\varphi+\psi)$, und $\cos v = \frac{aDS - cc}{eDS}$, und es wird durch diese Werthe die letzte Gleichung in die folgende verwandelt:

$$\sin(\varphi+\psi).\frac{aDS - cc}{eDS} = \frac{aCS - cc}{eCS}.\sin\psi + \frac{aES - cc}{eES}.\sin\varphi,$$

aus welcher e ausfällt, wenn man durchaus durch diese Zahl multipliciret. Alsdenn kan eben die Gleichung auch also gesetzt werden:

$$\sin(\varphi+\psi)\,a - \sin(\varphi+\psi)\,\frac{cc}{DS} = \sin\psi.\,a - \sin\psi.\,\frac{cc}{CS} + \sin\varphi.\,a - \sin\varphi.\,\frac{cc}{ES},$$

oder auch so:

$$\left(\frac{\sin\Phi}{ES} + \frac{\sin\psi}{CS} - \frac{\sin(\Phi+\psi)}{DS}\right)cc = (\sin\Phi + \sin\psi - \sin(\Phi+\psi)\,a,$$

welcher Ausdruck verkürzt wird, wenn wir setzen $\frac{\sin\Phi}{ES} + \frac{\sin\psi}{CS} - \frac{\sin(\Phi+\psi)}{DS} = M$, das ist, $\frac{\sin CSD}{ES} + \frac{\sin DSE}{CS} + \frac{\sin CSE}{DS} = M$, indem dadurch die Gleichung diese Gestalt erhält: $Mcc = (\sin\Phi + \sin\psi - \sin(\Phi+\psi)a$, woraus sogleich folget $\frac{cc}{a} = \frac{\sin\Phi + \sin\psi - \sin(\Phi+\psi)}{M}$, oder, wenn auch hier die Buchstaben der Zeichnung gebraucht werden: $\frac{cc}{a} = \frac{\sin CSD + \sin DSE - \sin CSE}{M}$.

§. 1203. Die nach dieser Vorschrift herausgebrachte Linie $\frac{cc}{a}$ ist der halbe Parameter der Ellipse, deren Gestalt gesucht wird; welcher demnach, da die Winkel

T. XVI. F. 228. CSD, DSE, CSE, samt den Entfernungen CS, DS, ES gegeben sind, immer entdeckt werden kan. Vermittelst dieses Parameters, und der zur Einheit gemachten a, wird die Gestalt der Bahn völlig bestimmet; und es kan daraus ferner c und e geschlossen werden. Dadurch wird alles bekant, so die Gleichung $\cos v = \frac{a.DS - cc}{eDS}$ zur Berechnung des $\cos v$ erfodert, und es wird nach dieser Vorschrift, der $\cos v$, und vermittelst desselben der Winkel $v = DSA$ immer gefunden.

Genauere Berechnung des gesuchten.

§. 1204. Es ist immer gut, wenn der Winkel DSA oder NSa klein ist, und die MSN, NSR von rechten Winkeln nicht sehr abweichen. Dieser Umstand hat in dem (1197) behandelten besondern Falle die Schlüsse der Wahrheit so nahe gebracht, als wir gesehen haben, weil bey demselben die Vergleichung des Wardus nur gar kleinen Fehlern unterworfen ist. Es ist aber diese Lage der drey Puncte der Ecliptic M, N und R, auch zu dem folgenden Wege vorzüglich zu wählen, welcher auf völlig richtigen Gründen beruhet, ob er wohl durch viele Umschweife zu dem gesuchten führet. Es wird nehmlich die Eccentricität, samt dem Winkel NSa, als bekant angenommen, und vermittelst dieser Grössen aus dem bekanten MSN die mittlere Bewegung des Planeten geschlossen, welche wir oben mit Φ benennet haben (1196). Eben dieses geschiehet auch bey der mittlern Bewegung Ψ, welche man vermittelst eben der für bekant angenommenen Gründe zu dem bekanten NSR schliesset. Die dergestalt geschlossenen Winkel Φ und Ψ werden alsdenn mit denen zusammen gehalten, welche die Beobachtungen angaben, und dadurch die Fehler entdecket, um welche die angenommene Eccentricität, bey dem Winkel NSa, diese Φ und Ψ zu groß oder zu klein angaben; aus welchen man sodann auf die Fehler des angenommenen zurück schliesset, und dasselbe verbessert. Dieses aber geschiehet mit einer desto grössern Richtigkeit, je stärker der Einfluß ist, welchen die bey der angenommenen Eccentricität und dem Winkel NSa begangene Fehler in die daraus berechneten Φ und Ψ haben. Nun ist dieser Einfluß der stärkste, wenn die Vergleichung, vermittelst welcher aus der wahren Anomalie des Planeten die mittlere herausgebracht wird, die größte unter allen ist, welches, wenn der Winkel NSa klein ist, und die MSN, NSR weder sehr spitzig noch sehr stumpf sind, immer beynahe statt findet.

§. 1205.

§. 1205. Uebrigens wird auf diesem Umwege nicht gezeichnet, sondern gerechnet, und ich werde selbst, bey der Erklärung desselben, mich der oben (1197) angezogenen Rechnung, des la Caille bedienen. Bey dem allen aber will ich im ganzen, statt der Rechnung eine Zeichnung setzen, weil ich hoffe dadurch den Vortrag kürzer, faßlicher und gründlicher zu machen. Der Uebergang von dieser Zeichnung auf die ausführliche Rechnung ist so leicht, daß eine jede Anweisung dazu überflüßig seyn würde. Zum Behuf derselben werden zu der, vermittelst der (1193) erklärten Zeichnung oder aus den ältern Tafeln, mit Wahrscheinlichkeit bestimten Stelle der größten Entfernung *a* zwo Grössen angenommen, zwischen welche der Winkel *NSa* fallen, oder denen er wenigstens sehr nahe kommen würde, wenn bey der Bestimmung des Puncts *a* ganz und gar kein Fehler obwaltete. Diese Winkel mögen in dem gegenwärtigen Falle, der kleinere 8 und der grössere 9 Grade zu ihrem Maasse haben, wiewohl unsere Zeichnung erlaubet, jenen beträchtlich gröſſer anzunehmen, ohngefähr von 30 oder 45 Minuten über acht Grade: wir bleiben aber fürs erste bey den vollen 8 Graden. Eben so wird auch die Grösse der Eccentricität nach den wahrscheinlichsten Gründen die man haben kan, zum ersten Versuch auf 0,205 gesetzt, für welche Zahl wir der Kürze wegen *e* schreiben wollen. Wird nun auch die dadurch, daß man den Winkel *NSa* auf 8 Grade gesetzt hat, bestimte Lage der Apsidenlinie als ganz richtig angenommen, so wird *NSa* zur wahren Anomalie des Puncts *N*, und es ist aus derselben, vermittelst des bekanten Winkels *MSN* die wahre Anomalie leicht zu schliessen, welche man dem Puncte *M* zuschreiben muß. Man berechnet die zu jeder dieser Anomalie gehörige mittlere, nach den erklärten, völlig richtigen Gründen, und nimt in dem Falle, welchen die Zeichnung vorstellet, den Ueberschuß der grössern über die kleinere. Dieser Ueberschuß, welcher in unserm gegenwärtigen Falle 90°, 7′ 57″ ausmachet, giebt die zur wahren Bewegung des Planeten aus der Linie *SM* in die *SN* gehörige mittlere, indem er nehmlich den Winkel misset, welchen der Planet mit seiner mittlern Bewegung um die Sonne in eben der Zeit beschrieben haben würde, in welcher er den Winkel *MSN* würklich beschrieben hat. Nun konte diese mittlere Bewegung aus den Beobachtungen geschlossen werden, und wir haben gesehen, daß sie nicht mehr als 90 Grade und 2 Minuten betrage. Es ist also die berechnete um 5 Minuten 57 Secunden zu groß, welches ein gewisses Zeichen giebt, daß die angenommenen Gründe $e = 0{,}205$, und $NSa = 8°$, nicht beyde richtig seyn können. Indessen wird der entdeckte Fehler von 5′, 57″, T. XVI. F. 228.

T. XVI. F. 228. um welche die Rechnung zu viel gab, angemerket. Man setzet nunmehro den Winkel NSa auf 9 Grade, und wiederholet zu eben der Eccentricität $e = 0{,}205$ die ganze Rechnung, um die mittlere Bewegung herauszubringen, welche bey dieser Grösse des Winkels NSa, und der dadurch bestimten Lage der Apsidenlinie ap, der wahren Bewegung des Planeten aus der SM in die SN, zukömt. Diese wird von 89°, 40′, 26″ gefunden, welche von eben den aus der Beobachtung geschlossenen 90 Graden und 2 Minuten um 21 Minuten 34 Secunden zurück bleibt. Auch dieser Fehler von 21′, 34″, um welche die zweyte Rechnung zu wenig gegeben hat, wird angemerkt.

T. XVI. F. 231. §. 1206. Nun wird eine gerade Linie AB (*Tab. XVI. Fig.* 231.) von schicklicher Grösse angenommmen, welche beyderseits nach Belieben verlängert werden kan. Diese AB soll in dem gegenwärtigen Beyspiele den Grad bedeuten, um welchen (*Fig.* 228.) die zwo angenommene Längen des Puncts der größten Entfernung des Planeten a, dadurch, daß erstlich gesetzt wurde $NSa = 8°$, und zweytens $NSa = 9°$, von einander verschieden werden: und man könte hier zu A die Zahl 8°, und zu B, 9° schreiben. Denn in andern Fällen kan, wie man leicht siehet, die Zahl der in AB enthaltenen Minuten von der gegenwärtigen verschieden seyn, und A, B können ganz andere Puncte bedeuten. Diese AB kan in ihre Minuten und deren Theile zerfället werden, wenn man diese Theilung nicht lieber aus einem Maaßstabe nehmen will. Durch A und B werden der AB andere Linien perpendicular gezogen, und auf die erste wird in AC, aus eben dem oder einem andern Maaßstabe, der Fehler von 5′, 57″ gesetzt, um welchen der auf 8 Grade gesetzte Winkel NSa die mittlere Bewegung zu groß angab; auf die zweyte aber in BD der von 21′, 34″, um welche die mittlere Bewegung zu klein ausfällt, wenn man eben diesem Winkel NSa die Grösse von 9 Graden zuschreibt, und zwar an die der vorigen AC entgegen gesetzte Seite, weil dieser letztere Fehler die mittlere Bewegung nicht vermehret, sondern vermindert. Die durch die Puncte C, D zu ziehende gerade Linie wird die AB bey dem Puncte E schneiden, in welches, bey der angenommenen Eccentricität e, der Punct der größten Entfernung des Planeten von der Sonne gesetzt werden muß, wenn den beyden erstern Erscheinungen desselben bey M und N ein Genüge geschehen soll: und man kan in unserer Zeichnung die Entfernung dieses Puncts E von dem A leicht finden. Es enthält diese AE 12 Minuten und 59 Secunden; wodurch der Winkel NSa auf 8°, 12′, 59″ gesetzt wird.

§. 1207.

§. 1207. Es ist aber nicht genug, daß der also gefundene Ort der größten Entfernung die aus den zwo erstern Beobachtungen geschlossene mittlere Bewegung richtig angebe. Er muß, wenn er völlig richtig seyn soll, eben dergleichen auch bey der mittlern Bewegung leisten, welche die zweyte Beobachtung, mit der dritten zusammen gehalten, angiebt, und es ist nachzuforschen, ob dieses zutreffe oder nicht. Zu dem Ende wird noch zu eben der Excentricität e, aber zu der vermittelst des Puncts E in der 231sten Zeichnung entdeckten Stelle der größten Entfernung, der Winkel berechnet, welchen der Planet in der Zeit, in welcher er aus der SN in die SR der vorigen 228sten übergehet, mit seiner mittlern Bewegung um die Sonne beschreiben würde: welches vollkommen so geschiehet, wie gleich Anfangs gezeiget worden ist. Man suchet nehmlich die zu der wahren Anomalie $NSa = 8°, 12', 59''$ gehörige mittlere: und, da durch eben den NSa und den bekanten Winkel NSR, auch RSa gegeben wird, welcher RSa dadurch, daß man den Punct a als richtig gesetzt ansiehet, die wahre Anomalie zu dem Puncte R wird, so berechnet man auch zu dieser Anomalie die mittlere: beydes nach den völlig richtigen Gründen. Die Summe der zwo mittlern Anomalien ist alsdenn die gesuchte mittlere Bewegung zu dem Winkel NSR, welchen der Planet würklich um die Sonne beschrieben hat. Sie wird 130 Graden und 18 Secunden gleich gefunden, und ist also beträchtlich kleiner als die von $130°, 57', 27''$, welche die Beobachtungen angeben. Dieses zeiget, daß E der Ort der größten Entfernungen nicht sey: indessen wird auch der hiebey entdeckte Fehler von $57', 9''$ angemerkt, und durch die der AB perpendicular gemachte EF vorgestellt. T. XVI. F. 231.

§. 1208. Hieraus wird geschlossen, daß die angenommene Excentricität $e = 0{,}205$ unmöglich allen drey Beobachtungen zugleich ein Genügen leisten könne. Man verändert also dieselbe und setzet statt der vorigen $e' = 0{,}21$. Hierauf fängt man die Arbeit von vorne an, und sucht zu eben den Puncten A und B, davon jenes das Ende des achten, und dieses das Ende des neunten Grades bedeutet, das Punct G auf eben die Art, nach welcher E zu eben den Puncten A, B, bey der Excentricität e entdeckt worden ist, welches man von dem B um 12 Minuten und 43 Secunden entfernet finden wird. Da AE nur etwas weniges mehr, nehmlich $12'$ und $59''$ enthält, so ist beynahe $EG = AB$, und genau $EG = 59', 44''$. Und, da E das Punct angab, in welches die größte Entfer-

T. XVI. F. 231. nung des Planeten gesetzt werden muste, wenn zu der Eccentricität $= e$, den zwo ersten Beobachtungen ein Genüge geschehen solte, und G dasjenige, welches eben das leistet, wenn e' zur Eccentricität gemacht wird: so folget hieraus, daß indem die Eccentricität von e zu e' um 0,05 anwächset, das Punct der grösten Entfernung um die in der EG enthaltene Zahl der Minuten und Secunden fortrücke, und also der Winkel NSa (*Fig.* 228.) um 59′, 44″ vergrössert werde. Man kan annehmen, daß zu einer andern Vergrösserung oder Verkleinerung dieses Winkels, bey welcher den Beobachtungen ein Genüge geschehen soll, die Eccentricität nach Proportion grösser oder kleiner werde, so lang diese Veränderung des Winkels und der Eccentricität klein genug sind.

§. 1209. Nun wird zu eben der zweyten Eccentricität e', und zu dem entdeckten Ort der grösten Entfernung, welchen das Punct G angiebt, auch die mittlere Bewegung gesucht, welche der dritten, mit der zweyten zusammen gehaltenen Beobachtung zukömt; das ist der Winkel, welchen bey dieser e' und dem Orte G der Planet mit seiner mittlern Bewegung um die Sonne in eben der Zeit beschreiben würde, in welcher er den NSR würklich beschreibet. Die Rechnung setzt diesen Winkel auf 131°, 14′, 35″, welches um 17′, 8″ mehr ist als die 130°, 57′, 27″, so die Beobachtungen als das wahre Maaß dieses Winkels angeben. Auch dieser Fehler wird in GH gehörig aufgetragen, indem man nehmlich diese Linie durch G der AB perpendicular machet, und ihr aus dem angenommenen Maaßstabe die rechte Grösse giebt; wobey aber auch die Lage dieser GH nicht ausser Acht zu lassen ist, welche der EF entgegen gesetzt werden muß, weil hier die berechnete mittlere Bewegung die grössere ist, da sie zu dem Puncte E die kleinere war. Wird nun durch die dergestalt entdeckten zween Puncte F und H eine gerade Linie gezogen, so wird vermittelst des Puncts, in welchem, die AB von dieser FH geschnitten wird, beynahe der Ort angegeben, in welchem zu der wahren Eccentricität der Bahn des Planeten, das Punct der grösten Entfernung desselben von der Sonne, gesetzt werden muß, damit den beyden letztern Erscheinungen ein Genüge geschehen möge. Denn es verhält sich hier alles eben so, wie bey dem zu den zwo erstern Beobachtungen gleich Anfangs entdeckten E, ausser daß hier EF zu der einen Eccentricität e, und GH zu der andern e' berechnet worden ist; welches verursachet, daß diese Eccentricitäten beyde in das Punct des Durchschnittes der AB ihren Einfluß haben, und vermittelst desselben den zu der

zweyten

zweyten und dritten Beobachtung gesuchten Ort der grösten Entfernung des Planeten von der Sonne, zu der wahren Eccentricität seiner Bahn, genauer angeben. In der gegenwärtigen Zeichnung ist dieser Punct des Durchschnittes von dem B so wenig entfernet, daß man rechnen muß wenn man entdecken will, ob derselbe an dieser oder jener Seite des B liege, und wie viel seine Entfernung von dem B betrage. Diese Rechnung zeiget, daß der gesuchte Punct des Durchschnittes, dem A näher als B, und von demselben nur um 58 Minuten 57 Secunden entfernet sey, welche $58', 57''$ also zu der wahren Eccentricität, die Grösse des Winkels NSa für die zwo letztern Beobachtungen angeben, aus welchem Winkel NSa, und der bekanten Länge des N sodann auch die Länge des a oder A geschlossen werden kan. Wird aber von den gefundenen $58', 57''$ die $AE = 12', 59''$ abgezogen, so wird durch den Ueberschuß von $45', 58''$ die Entfernung eben des Schneidungspuncts bey B von dem E angegeben. T. XVI. F. 231.

§. 1210. Soll nun eben der nahe an B gefundene Punct auch der ersten und zweiten Beobachtung ein Genüge leisten, und also den Ort der grösten Entfernung mit durchgängiger Richtigkeit angeben, so muß angenommen werden, daß durch die Veränderung der angenommenen Eccentricitäten in die wahre, auch die durch G angegebene Stelle in die bey B entdeckte zurückgezogen worden sey. Wir können aber aus der (1208) beygebrachten Anmerkung schliessen, daß dieses beynahe geschehen werde, wenn man den Ueberschuß der wahren Eccentricität über die angenommene kleine e, zu dem Zusatze 0,005, vermittelst dessen aus derselben die grössere angenommene Eccentricität e' entstanden ist, die Verhältniß EB zur EG giebt, das ist, weil hier B eigentlich das Punct des Durchschnittes bedeutet, die Verhältniß von $45', 48''$ zu $59', 44''$ oder von 2748 zu 3584, welche zugleich die Verhältniß der FE zu $FE + GH$ ist. Der Zusatz, welchen diese Proportion giebt, ist 0,003847, so zu der zuerst angenommenen 0,205 hinzugethan, dieselbe auf 0,208847 vermehret, welche Zahl demnach die Eccentricität der Bahn des Mercurs, aus der zur Einheit gemachten mittlern Entfernung desselben von der Sonne, genau genug ausdrücken wird. In der That hat einiger Zweifel statt, ob die herausgebrachten Zahlen in aller Absicht die gehörige Richtigkeit haben, da der Weg, auf welchem sie entdeckt worden sind, nicht geometrisch ist. Es kan aber dieser Zweifel gehoben werden, wenn man die Rechnung, mit welcher bey dieser Untersuchung der Anfang gemacht werden muste, zu den

als

T. XVI. F. 231. als völlig richtig herausgebrachten Grössen wiederhohlet, und die dadurch herausgebrachten mittlern Bewegungen mit denjenigen zusammen hält, so die Beobachtungen geben: da sich denn zeigen wird, ob sie mit denselben so weit überein kommen, daß man mit den entdeckten Gründen dieser Rechnung zufrieden seyn kan. Wäre dieses nicht, so müsten die noch übrigen gar sehr kleine Fehler, nach eben der Anweisung, gebessert werden.

Bewegung der Apsiden, und Epochen der mittlern Bewegung des Planeten.

§. 1211. Da die Zusammenkünfte des Mercurs und der Sonne, wegen der geringen Entfernung dieses Planeten von derselben, nur in wenigen Fällen beobachtet werden können, wenn er sich nehmlich bey gewissen Stellen seiner Bahn befindet, die leicht zu beurtheilen sind; so musten, nachdem die Lage der Apsidenlinie dieser Bahn und ihrer Excentricität beynahe gefunden worden, zu einer genauern Berichtigung dieser Gründe noch andere Mittel gebraucht werden, deren ausführliche Erörterung uns zu weit von unserm Zwecke abführen würde. Es mochten aber die Puncte des Himmels, durch welche die Apsidenlinie eines Planeten bey ihrer Verlängerung hindurchgehet, auf diese oder eine andere Art entdeckt worden seyn; so war, so bald diese Puncte vor zween weit genug von einander entfernte Zeitpuncte mit einer hinlänglichen Zuverläßigkeit bestimmet waren, die Frage leicht zu beantworten, ob in der zwischen denselben verflossenen Zeit die Apsidenlinie in ihrer Lage unverrückt geblieben sey, oder ob sie sich in dem (1121) erklärten Verstande um die Sonne gedrehet habe? wie groß der Winkel sey, um welchen sie in dieser Zeit von ihrer vorigen Lage abgewichen ist, und wie viel die Abweichung in einem, zehen, oder hundert Jahren betrage? Dieses ist die Bewegung des Puncts der größten Entfernung des Planeten, welche die neuesten Beobachtungen, und zwar für jeden, ausser Zweifel setzen. Das Punct der größten Entfernung eines jeden Planeten rücket beständig nach der Ordnung der Zeichen von Abend gegen Morgen fort. Es ist aber diese Bewegung langsam, und beträgt das Jahr nur ohngefehr $1\frac{1}{2}$ Minute; für einige Planeten mehr und für andere weniger: übrigens aber ist sie gleichförmig; so daß, wenn die eigentliche Grösse derselben für diesen oder jenen Planeten bekant ist, zusamt dem Puncte der Ecliptic, bey welchem sich die größte Entfernung dieses Planeten in einem gewissen Zeitpuncte befunden hat, aus dem Zeitraume, welcher seit dem verflossen ist, der

Ort

Ort desselben zu einem jeden andern Zeitpuncte leicht berechnet werden kan. Die Tafeln, in welchen die zu dieser Rechnung nöthigen Epochen angegeben werden, samt den Bewegungen zu gewissen schicklich angenommenen längern oder kürzern Zeiten, erleichtern die Arbeit noch mehr. T. XVI. F. 231.

§. 1212. Nachdem der kleine Bogen der Ecliptic, um welchen die größte Entfernung eines Planeten in einer gewissen Zeit fortrücket, dergestalt entdecket worden ist, wird ferner aus der Zeit seines Umlaufs um die Sonne in Ansehung des Sternhimmels, die Zeit des anomalistischen Umlaufs, in welchem er nehmlich seine Bahn ganz beschreibet, gefunden, indem man die mittlere oder wahre Zeit berechnet, welche er gebrauchet, den Bogen der Ecliptic, um welchen die größte Entfernung in der Zeit dieses Umlaufes fortgerückt ist, um das in die Sonne gesetzte Auge zu beschreiben. Diese kurze Zeit, zu der Zeit des Umlaufs in Ansehung der Fixsterne hinzugesetzt, wird die Zeit des anomalistischen Umlaufs sofort angeben.

§. 1213. Und nun kan auch der Zeitpunct entdecket werden, in welchem der Planet, bevor er aus der Sonne bey einem gewissen Puncte der Ecliptic gesehen werden konte, das letztemal durch den Ort seiner größten Entfernung gegangen ist, oder das erstemal nach dieser Beobachtung durch denselben gehen wird. Es sey D (*Tab. XVI. Fig.* 228.) der Ort des Planeten in seiner Bahn zur Zeit der Beobachtung, und N der Punct der Ecliptic, bey welchem er damals dem in die Sonne gesetzten Auge erschienen ist: A aber sey das Punct der größten Entfernung des Planeten. Da nun a, der Ort dieses Puncts A oder die Lage der Apsidenlinie AP, bekant ist, so wird die wahre Anomalie ASD, welche der Planet zur Zeit der Beobachtung hatte, leicht entdecket; und es ist rathsam unter verschiedenen gleichrichtigen Beobachtungen diejenige zu wählen, zu welcher diese Anomalie die kleinste ist, um desto weniger zu fehlen. Zu dieser wahren Anomalie ASD nun wird die mittlere gefunden, wenn nicht bereits beyde, durch die vorhergehenden Rechnungen, welche vorgenommen werden musten die Lage der Apsidenlinie und die Eccentricität zu bestimmen, so genau bekant sind, daß sie keiner Verbesserung bedürfen. Diese mittlere Anomalie nun, welche in Graden und deren Theilen gegeben wird, verhält sich zu 360 Graden, wie die Zeit, welche der Planet brauchet, den Theil seiner Bahn DA zu durchlaufen, zu der Zeit seines ganzen anomalischen Umlaufs. Es wird also die zur Beschreibung des Bo- T. XVI. F. 228.

T. XVI. F. 228. gens DA nöthige Zeit, durch diese Proportion entdecket, welche zu derjenigen, in welcher er bey D oder N gesehen worden ist, hinzugesetzt oder davon abgezogen, den Zeitpunct angeben wird, in welchem sich der Planet bey dem Puncte seiner größten Entfernung A befunden hat.

§. 1214. Ist aber der Zeitpunct, in welchem der Planet durch A gegangen ist, bekant, so kan auch zu einer jeden andern nach Belieben angenommenen Epoche der Punct der Ecliptic gefunden werden, bey welchem ihn die Sonne sehen würde, wenn seine mittlere Bewegung die wahre wäre. Gemeiniglich ist die Epoche der Anfang eines Jahres, welcher, wenn dieses Jahr ein gemeines ist, in den Mittag des vorhergehenden 31sten Decembers, zu einem Schaltjahre aber in den Mittag des ersten Jenners desselben gesetzt wird. Denn auch nunmehro wird, zum Behuf und zur grössern Bequemlichkeit der neuern Tafeln, das vor dem Schaltjahre des Calenders vorhergehende, zum Schaltjahr, und der letzte Tag desselben zum Schalttag gemacht, wie dieses bey Berechnung der Tafeln der mittlern Bewegung der Sonne beobachtet wird: an statt daß die ältern Tafeln sich völlig nach den Calender richteten, und so wie dieser, den 29sten Februar zum Schalttag machten. Von einer dieser Epochen, (denn es werden derer, zur Erleichterung der Schlüsse, mehrere gemacht) wird alsdenn die mittlere Bewegung des Planeten berechnet, indem man aus der Zeit seines Umlaufs in der Ecliptic die Zahl der Grade Minuten und Secunden schliesset, welche er in einem Tage, in einer Stunde, in zehn oder mehr Tagen oder Jahren zurückleget, welche Zeiten dann, samt den dazu gehörigen Bogen oder Winkel, in eine geschickte Ordnung gebracht, die Tafeln der mittlern Bewegung ausmachen, aus welcher die mittlere Länge des Planeten zu jedem Zeitpuncte, ohne grosse Weitläuftigkeit zu nehmen ist. Wird alsdann von dieser mittlern Länge, die Länge des Puncts der größten Entfernung, welche er in eben dem Zeitpuncte hatte, gehörig abgezogen, indem man nehmlich jener Länge 360° zusetzet, wenn sie kleiner ist als diese: so wird die mittlere Anomalie für eben den Zeitpunct herausgebracht; aus welcher vermittelst der Tafel der Vergleichung, ferner die wahre Anomalie, und der Punct der Ecliptic, bey welchem er würklich von der Sonne gesehen wird, eben so zu schliessen sind, wie dieses bey der Erde geschiehet.

Der

Der

Astronomischen Vorlesungen

zwey und zwanzigster Abschnitt.

Von dem Laufe der Cometen.

Erscheinungen und deren verschiedene Erklärung.

§. 1215.

Die Cometen erscheinen uns, wie dieses bereits (772) angemerket worden, und jedermann bekant ist, nur von Zeit zu Zeit, gemeiniglich nur einer auf einmal, selten zween oder drey zugleich. Ihr Licht ist meistentheils sehr gemäßiget, wiewohl die alten Schriften auch solcher Cometen Erwehnung thun, welche die Oberfläche der Erde beträchtlich erleuchtet, ja, welches mir unglaublich ist, sogar das Licht der Sonne übertroffen haben sollen. Der Körper eines Cometen erscheinet, wiewohl ebenfals selten, beynahe eben so gerundet und genau umgränzet, wie der Körper eines Planeten: gemeiniglich aber wird derselbe von einem starken Dunstkreise umgeben, dessen Licht zwar schwächer ist, als das Licht des inwendigen Körpers, aber diesen doch das Ansehen einer runden Scheibe benimt; und dieser den Körper des Cometen einhüllende Dunstkreis bildet gemeiniglich eine Art eines Schweifs, welcher sich von dem Cometen nach der der Sonne entgegen gesetzten Seite erstrecket, und wenn der Winkel, welchen die von der Erde nach dem Cometen laufende gerade Linie, mit der von der Sonne durch denselben zu ziehenden einschliesset, etwas groß ist, öfters viele Grade des Himmels dergestalt zu bedecken scheinet, daß die in diesem Raume stehende Fixsterne uns dennoch gröstentheils sichtbar bleiben. Wenn wir versichert seyn könten, daß alle unter den Namen der Cometen beschriebene Erscheinungen würkliche Cometen gewesen, so würde die Zahl derjenigen, deren in den Büchern Erwehnung geschiehet, bis zu zwey oder

T. XVI. F. 231. vierhundert anlaufen. Nehmen wir aber nur diejenigen, welche von den neuen Sternforschern mit Fleiß beobachtet worden sind, so steiget die Zahl derselben gegenwärtig nahe an sechzig, und wird noch von Jahren zu Jahren vermehret. Wir können einen Cometen, so klein auch seine Entfernung von der Erde seyn mag, nicht sehen, wenn er sich unter unserm Gesichtkreise befindet. Wir sehen ihn aber auch nicht, wenn er mit der Sonne zugleich über denselben stehet: es müste denn seyn, daß in der Zeit, in welcher die Erde einen Cometen in der Nachbarschaft der Sonne erblicken würde, wenn ihn dieses hellere Licht nicht verdunkelte, sich eine gänzliche Sonnenfinsterniß ereignete, in welchem Falle der Comet gesehen werden kan, so lange die Verfinsterung währet: und dieses hat sich würklich kurz vor der Geburt unsers Herrn zugetragen. Bey so gestalten Sachen können wir nicht zweifeln, daß gar viele Cometen, völlig unbemerkt, bey der Erde vorbeygehen, und die Muthmassung kan uns nicht übertrieben scheinen, nach welcher einige die Zahl aller Cometen in die hunderte oder tausende setzen.

§. 1216. Der Winkel, in welchem der Durchmesser eines Cometen gesehen wird, ist in den allermeisten Fällen kleiner als diejenigen sind, in welchem uns die Planeten erscheinen; wiewohl auch von verschiedenen Cometen das Gegentheil angegeben wird. Ja einer soll sogar der Sonne oder dem Monde gleich gesehen worden seyn; welches jedoch vermuthlich von seinem Dunstkreise, und nicht von dem Körper selbst zu verstehen ist, welchen ein blosses Auge schwerlich von jenem unterscheidet. Eben der Comet bleibt öfters drey, vier bis sechs Monate an dem Himmel sichtbar, in welcher Zeit er seinen Ort in Absicht auf die Fixsterne immer merklich, und öfters in einem kurzen Theile dieser Zeit sehr stark, verändert. Denn es hat Cometen gegeben, welche in einem Tage um 40 bis 120 Grade an dem Sternhimmel fortgerücket sind. Diese scheinbare Bewegung geschiehet bald nach dieser bald nach jener Seite, nach der Ordnung der Zeichen oder wieder dieselbe, und der Comet nähert sich dabey diesem oder jenem Pole der Ecliptic, indem er sich von dem gegenseitigen entfernet (772): so daß die Bewegung der Cometen, mit welcher sie an dem Sternhimmel sich einigen Puncten desselben zu nähern und von andern wegzugehen scheinen, uns viel verworner und unordentlicher vorkommen muß, als die Bewegung der Planeten; deren Lauf gleich Anfangs wenigstens in den Thierkreis eingeschlossen werden konte, dessen Stelle bey den Cometen von dem ganzen Sternhimmel vertreten wird. Bey dem

dem allen hätten diejenigen unter den alten Philosophen, welche die Cometen für T. XVI. F. 231.
blosse Lufterscheinungen erklärten, bey einer mehrern Achtsamkeit den Urgrund dieser Meinung eben so wohl entdecken können; als andere aus eben den, in der That nur groben, Beobachtungen geschlossen haben, daß sie eine besondere Art von Weltkörpern ausmachen, die immer dieselben bleiben, und in dem unendlichen Raume um die Sonne ihren ordentlichen Lauf haben, mit welchem sie, wie die Planeten, gewisse Bahnen nach gewissen Gesetzen beschreiben, und in denselben, einige in einer kürzern und andere in einer längern Zeit, herumkommen. Das Unglück ist, daß jene Meinung, welcher Aristoteles beypflichtete, in die Schulen eingeführet, und darüber eine genauere Beobachtung der Cometen, viele Jahrhunderte lang, als unnütz bey Seite gesetzt worden.

§. 1217. Die neuern, welche sich diese von der Unwissenheit gesetzte Schranken nicht aufhalten liessen, entdeckten vermittelst ihrer Messungen gar bald, daß die Cometen, welche ihnen zu Gesicht kamen, ungemein weiter von der Erde entfernet waren, als der Mond; und also unmöglich vor blosse Lufterscheinungen erkläret werden konten. Und obwohl dem ohngeachtet man sie als eine Art von Wolken ansehen wolte, die aus den Ausdünstungen der Planeten entstehen, und, nachdem sie eine längere oder kürzere Zeit in dieser Gestalt geblieben sind, wieder aufgelöst und zerstreuet werden: so konte doch ein Einfall, welcher den Naturgesetzen so wenig als dieser gemäß ist, und den Erscheinungen mehr widerspricht, als daß er sie erklären solte, nicht lange bestehen; und es blieb nichts übrig als die Meinung derjenigen, welche, durch gründlichere Schlüsse bewogen, die Cometen mit zu den beständigen Weltkörpern rechneten, zu erneuern, und für wahr anzunehmen. Alsdenn aber erstreckten sich die Kräfte, welche sich bey der Bewegung der Planeten thätig erweisen (781), auch auf dieselbe, und es muste demjenigen, so oben (1111) gezeigt worden ist, gemäß angenommen werden, entweder, daß jeder Comet, nachdem er sich der Erde ein einziges mal gezeiget hat, sich nach einer Parabole oder Hyperbole auf immer von der Sonne entferne; oder daß er sich in einer Ellipse bewege, welche einen ihrer Nabel in dem Mittelpuncte der Sonne hat. Es war nicht schwer unter diesen verschiedenen Bahnen die Wahl zu treffen, und dadurch die ganze Frage auf die Lage und Gestalt der Ellipse, welche jeder besonderer Comet um die Sonne beschreibet, einzuschränken.

Besondere Gesetze der Bewegung eines Cometen.

T. XVI. F. 231. §. 1218. Die Arbeit würde unendlich worden seyn, wenn sich nicht die Betrachtung dargeboten hätte, daß jede Ellipse, welche die Bahn eines Cometen abgiebt, gar sehr länglich seyn könne, so daß ihre kleinere Axe einen gar geringen Theil der grössern ausmachet, und die Excentricität der mittlern Entfernung des Cometen von der Sonne beynahe gleich wird. Die gemeine Erscheinung, daß jeder Comet, nachdem er sich auf eine kurze Zeit der Sonne so sehr genähert hat, daß er von der Erde gesehen werden konte, sich derselben auf viele Jahre entziehet, in welcher er uns völlig unsichtbar bleibt, gab diese Gestalt sogleich an die Hand, und dieses auf eine so ungezwungene Art, daß kaum einiger Zweifel übrig bleiben konte. Nun weichet aber der Theil einer Ellipse, welcher sich von einem ihrer in die grössere Axe fallenden Scheitel beyderseits bis in die Gegend des nächsten Nabels, und etwas über denselben hinaus, erstrecket, von einer zu eben dem Nabel, und zu jenem vorzüglichen Scheitel, mit dem Parameter der Ellipse beschriebenen Parabel, desto weniger ab, je länglichter nach der eben gegebenen Erklärung die Ellipse ist. Denn zu einer solchen Ellipse wird auch der Parameter in Ansehung der grössern Axe sehr klein, wobey, was wir gleich Anfangs (51) gesehen haben, so lang der Umkreis der Ellipse von einem ihrer Nabel wenig entfernet ist, beynahe statt findet. Nun war es, bey der Berichtigung der Bahn eines Cometen, vornehmlich um den Theil derselben zu thun, in welchem der Comet der Sonne so nahe ist, daß er noch von der Erde gesehen werden kan, und die vollständige Betrachtung derselben konte so lang bey Seite gesetzt werden, als man sich weder in die mittlere Entfernung eines jeden besondern Cometen von der Sonne, noch in die Zeit seines Umlaufs, einlassen durfte. Man konte also, ohne in den Erscheinungen einen merklichen Fehler zu befürchten, die Bahnen aller Cometen für würkliche Parabeln halten, und sich dieser Annäherung bey der Bestimmung ihres Laufs bedienen.

§. 1219. Nun sind aber (58) alle Parabeln einander ähnlich, welches für sich diese Abhandlung gar sehr erleichtert. Es wird aber auch der Inhalt einer jeden von einem paraboliſchen Bogen, und einer oder mehrern geraden Linien, umschlossenen ebenen Figur geometrisch angegeben: und wir haben, insbesondere T. XVI. F. 232. (119) gesehen, wie der Inhalt eines jeden paraboliſchen Ausschnittes *PSC*, (*Tab. XVI. Fig.* 232.) aus der Tangente der Hälfte seines Winkels *PSC* zu bestimmen

men sey, wenn P die Scheitel der Parabel AB, und folgends SP ein Theil ihrer Axe, S aber der Nabel ist; welches die mühsame Berechnung, durch welche in einer elliptischen Bahn zu der mittlern Anomalie die wahre, und zu der wahren hinwiederum die mittlere gefunden wird, in einer paraboliſchen keinen Platz finden läßt. Es komt hier nicht einmal die mittlere Anomalie in Betrachtung, in soferne sie ein Winkel oder das Maaß eines Winkels ist: sondern man findet die zu einer jeden wahren Anomalie CSP gehörige Zeit, in welcher nehmlich der Comet aus der Linie SC in die SP übergehet, und aus der Zeit die wahre Anomalie, unmittelbar, wenn nur die Zeit, welche zu irgend einer andern wahren Anomalie eben des Cometen gehöret, als bekant voraus gesetzt werden kan. Das bequemste ist, zum Behuf dieser Rechnung den rechten Winkel PSE, welchen die durch den Nabel gezogene DE mit der Axe SP einschliesset, zur bekanten wahren Anomalie zu machen; und zu dem Ende die Zeit zu suchen, in welcher der Comet aus dem Puncte E seiner Bahn in P, oder aus P in D übergehet. Dieses kan vermittelst der Sätze geschehen, die bald folgen werden. Gegenwärtig ist es genug, wenn wir uns die bekante zur wahren Anomalie ESP gehörige Zeit unter Q, und eine andere, in welcher der Comet von dem in seiner Bahn nach Belieben angenommenen Puncte C in P übergehet, und also den Winkel CSP zu seiner wahren Anomalie machet, unter q vorstellen. T. XVI. F. 232.

§. 1220. Nun wird die Verhältniß dieser Zeiten $Q : q$ durch die Verhältniß des Ausschnittes PSE zu dem PSC angegeben, welcher sie gleich seyn muß, da der Comet, indem er seine Bahn um die Sonne beschreibet, von dieser beständig nach S, dem Nabel der Bahn, gezogen wird. Wir haben aber (119) gesehen, daß, wenn t die Tangente der Hälfte der wahren Anomalie, das ist, die Hälfte des Winkels PSC bedeutet, jener Ausschnitt PSE zu diesem PSC die Verhältniß $4 : (t^3 + 3t)$ bekomme. Diese ist also auch die Verhältniß $Q : q$, und die Proportion $4 : (t^3 + 3t) = Q : q$ hat bey der Bahn eines jeden Cometen statt. Man hat immer $q = \frac{t^3 + 3t}{4} \cdot Q$, und q wird nach dieser Vorschrift, zu der wahren Anomalie eines jeden Cometen, aus einem bekanten Zeitmaasse ausgedrückt, sobald zu demselben die Zeit Q, die zu der wahren Anomalie von 90 Graden gehöret, durch ein dergleichen Zeitmaaß angegeben worden ist, als unsere mittlern Täge, Stunden und deren Theile sind. Man kan aus eben der Proportion die Vorschrift

T. XVI. F. 232. schrift $t^3 + 3t = \frac{4q}{Q}$ herleiten, nach welcher, wenn die Q bekant ist, zu einer jeden gegebenen oder angenommenen Zeit q die Tangente t, und vermittelst derselben die wahre Anomalie zu finden wäre. Allein da diese Vorschrift, wie sie da liegt, die Auflösung einer cubischen Gleichung erfordert, die nicht ohne Weitläuftigkeit geschiehet: so wurde vor bequemer gefunden vors erste zu einer hinlänglichen Anzahl wahrer Anomalien, und zu der aus jeder derselben geschlossenen Tangente t, die Zeit q zu finden, und alsdenn, vermittelst einer daraus verfertigten Tafel, von einer jeden andern angegebenen oder angenommenen q auf die dazu gehörige wahre Anomalie zurück zu schliessen.

Ein zur Bestimmung des Laufs eines Cometen dienender Zeitraum.

§. 1221. Was aber die Zeit Q anlangt, welche der Comet auch anwendet, aus dem Puncte seiner Bahn P, in welchem er am wenigsten von der Sonne entfernet ist, in D überzugehen, allwo seine wahre Anomalie 90 Grade beträgt: so wird dieselbe leicht genug entdecket, wenn um eben dem Nabel S, in welchem man sich den Mittelpunct der Sonne vorstellt, mit dem Radius SP ein Cirkel beschrieben wird, welchen eben der Comet, oder ein jeder anderer Körper, der beständig nach S gezogen wird, nicht anders beschreiben kan, als wenn er sich gleichförmig beweget (811). Stellen wir uns diesen Cirkel als eine Ellipse vor, so ist der Durchmesser desselben zugleich der Parameter dieser Ellipse, und ihre beyden Nabel fallen in S zusammen (48). Zu derjenigen Ellipse aber, welche eigentlich die Bahn des Cometen ist, so daß nur ein geringer Theil derselben mit der Parabel ABP ohne merkliche Fehler zusammfällt, ist DE der vorzügliche Parameter. Da nun $DS = 2SP$, so verhält sich auch der Parameter der Bahn des Cometen zu dem Parameter des Cirkels, wie 2 zu 1. Nun ist in dem vorhergehenden (1118) bewiesen worden, daß die Verhältniß jeder zween Ausschnitte, welche zween Planeten, deren jeder in seiner besondern Bahn fortgehet, in eben der Zeit um die Sonne beschreiben, halb so hoch sey als die Verhältniß der Parameter dieser Bahnen: und die Cometen sind von diesem allgemeinen Gesetze nicht auszuschliessen. Daraus aber folget unmittelbar, daß in dem gegenwärtigen Falle, da die Verhältniß der Parameter 2 : 1 ist, die Verhältniß des paraboliſchen Ausschnittes PSD, zu dem Ausschnitte aus dem Cirkel PSM, welcher

welcher in eben der Zeit Q beschrieben wird, $\sqrt{2} : 1$ seyn werde. Es kan aber auch diese Proportion, von der gegenwärtigen Parabel und dem dazu beschriebenen Cirkel insbesondere, gar leicht erwiesen werden; und es wird zu einer desto grösseren Deutlichkeit dienen wenn dieser Beweis wiederhohlet wird. Er bestehet in dem folgenden. T. XVI. F. 232.

§. 1222. Da die Kräfte, mit welchen die zween Körper, deren einer die Parabel APB deren andere aber den Umkreis des Cirkels beschreibet, wenn sich diese Körper beyde in P befinden, nach PS gegen die Sonne gezogen werden, einander völlig gleich sind, weil in der gegenwärtigen Betrachtung die Massen dieser Körper nichts ändern können: so müssen sich auch dieselben in eben der unendlich kleinen Zeit dt der Sonne gleich stark nähern. Da nun der eine Körper, von welchem angenommen wird, daß er in dieser Zeit dt den unendlich kleinen parabolischen Bogen PF beschrieben habe, derselben dadurch um PH näher gekommen ist, welche Linie bestimmet wird, wenn man sich die FH der DE parallel vorstellet: so muß in eben der Zeit dt der andere Körper in dem Umkreise des Cirkels aus P in G fortgerückt seyn, welcher Punct G in eben der FH lieget. Werden also von F und G die geraden Linien FS und GS nach S gezogen, so werden die Ausschnitte PSF, PSG gebildet, deren einer von dem einen Körper, und der andere von dem andern in eben der Zeit dt um S beschrieben wird, und man siehet leicht, daß der Ausschnitt PSF sich zu dem Ausschnitte PSG wie FH zur GH verhalten werde. Nun ist in der Parabel APB, zu welcher $SE = b$ die Hälfte des Parameters ist, $FH^q = 2bx$, wenn x die PH bedeutet, in dem Cirkel aber, welcher SP zum Halbmesser, und also $SE = b$ zum Durchmesser hat, ist $GH^q = bx - xx$, wenn x eben die PH vorstellet. Diese x ist in der gegenwärtigen Betrachtung unendlich klein, und also auch xx in Ansehung des bx als nichts anzusehen. Es kan also xx weggelassen, und angenommen werden $GH^q = bx$. Alsdann aber entstehet die Proportion $FH^q : GH^q = 2bx : bx = 2 : 1$, welche giebt $FH : GH = \sqrt{2} : 1$. Da also $PSF : PSG = FH : GH$, so verhält sich der erste dieser unendlich kleinen Ausschnitte zu dem zweyten allerdings wie $\sqrt{2}$ zur 1. Nun kan man sich den ganzen in der Zeit Q zu beschreibenden parabolischen Ausschnitt PSD in unendlich viele andere getheilet vorstellen, deren jeder so groß ist als PSF, und folgends von dem Cometen in eben der Zeit dt beschrieben wird. Und wenn n die Zahl dieser kleinen in dem PSD enthaltenen

T. XVI F. 232. Ausschnitte ist, so ist $PSD = n.PSF$. Wird aber der Ausschnitt PSG in eben die Zahl n multipliciret, und dadurch der Ausschnitt des Cirkels PSM herausgebracht, welchen der zweyte Körper in eben der Zeit Q bildet, in welcher der erste aus P in D übergehet, so wird auch, weil die Bewegung in dem Cirkel gleichförmig ist, $PSM = n.PSG$; und also $PSD : PSM = n.PSF : n.PSG = PSF : PSG = \sqrt{2} : 1$, welches zu erweisen war.

§. 1223. Damit wir diese Proportion zur Entdeckung der Zeit Q für einen gewissen Cometen gebrauchen können, müssen wir noch anmerken, daß in der Zeit des Umlaufs eines Körpers, welcher seine elliptische Bahn um einen andern in einem ihrer Nabel liegenden, nach den angenommenen Gesetzen beschreibt, keine Veränderung vorgehe, so lang die grössere Axe dieser Ellipse die vorige bleibt, man mag die kleinere Axe derselben so groß oder klein machen, als man will, und dadurch der Ellipse diese oder eine andere Gestalt geben, selbst den Cirkel nicht ausgeschlossen. Dieses folget unmittelbar aus der (1117) erwiesenen Proportion $TT : tt = A^3 : a^3$, in welcher T, t die Zeiten des Umlaufs, und A, a die grössern Axen zwoer Ellipsen bedeuten, welche um den dritten Körper beschrieben werden. Die kleinern Axen dieser Ellipsen haben in diesen Ausdruck keinen Einfluß, und wenn $A = a$ so wird auch $T = t$, wie sich auch diese kleinern Axen gegen eben die grössere A oder a verhalten mögen. Ist also SP die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, das ist, die Hälfte der grössern Axe der Ellipse, welche die Erde um die Sonne beschreibet: und man stellet sich vor, daß ein Körper, welcher in eben der Entfernung so stark gegen S gezogen wird, als die Erde, in dem Cirkelkreise PGM herumgehen soll, so ist die Zeit, in welcher er diesen Umkreis ganz beschreibet, mit derjenigen in welcher die Erde in ihrer elliptischen Bahn herumkomt, völlig einerley, und enthält also wie jene, 365 Täge, 6 Stunden, 9 Minuten und 10 Secunden, oder 365 Täge und 0,256379 eines Tages, welche Zahl zur Rechnung bequemer ist. Man siehet leicht, daß hier von dem Umlaufe in Ansehung der Fixsterne die Rede sey: vermittelst dieses Zeitraums aber wird die Zeit Q, in welcher ein Planet, dessen kleinste Entfernung von der Sonne eben der SP gleich ist, aus P in seiner Bahn bis in D gelangen würde, also gefunden:

§. 1224. Wenn b noch immer die $SD = 2SP$ bedeutet, so wird der Inhalt des paraboliſchen Ausschnitts PSD durch $\frac{1}{4}bb$ angegeben (118). Wenn

also geschlossen wird $\sqrt{2} : 1 = \frac{1}{3}bb : PSM$, so wird die Grösse dieses Ausschnitts *PSM*, welchen der Körper, dessen Bahn der Cirkelkreis *PGM* ist, in der Zeit *Q* beschreibet, völlig bestimmet, und es ist $PSM = \frac{bb}{3\sqrt{2}}$. Wenn aber auch nunmehro π die Zahl bedeutet, welche den Umkreis eines Cirkels aus dessen zur Einheit gemachten Durchmesser ausdrücket; so wird der Inhalt des Cirkels *PGMP* durch $\frac{\pi bb}{4}$ angegeben, und es verhält sich demnach dieser Inhalt zu dem Ausschnitte *PSM* wie $\frac{\pi bb}{4}$ zu $\frac{bb}{3\sqrt{2}}$, das ist, wie $\frac{\pi}{4}$ zu $\frac{1}{3\sqrt{2}}$, oder wie π zu $\frac{4}{3\sqrt{2}}$, oder auch wie π zu $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Nun stehet die Zeit, in welcher der Körper, von dem angenommen wird daß er sich in *PGMP* bewege, in diesem Kreise ganz herumkomt, das ist, die Zeit eines vollen Umlaufs der Erde, zu der Zeit *Q*, in welcher eben der Körper den Theil dieser Bahn *PGM* zurücklegt, in der Verhältniß der Scheibe *PGMP* zu dem Ausschnitte *PSM*. Also ist, wenn *P* die Zeit eines Umlaufs der Erde bedeutet, $\pi : \frac{2\sqrt{2}}{3} = P : Q$, und es wird *Q* vermittelst des Ausdruckes $Q = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi}.P$ völlig gegeben. Vermöge desselben ist $lQ = lz + \frac{1}{2}l2 + lP - l3 - l\pi$, welche Vorschrift giebet: $lQ = 2{,}0398716$, und $Q = 109{,}6154$ Tägen, welches so viel ist als 109 Täge, 14 Stunden, 46 Minuten und 20 Secunden. Dieses ist also die Zeit, in welcher ein Comet, dessen kleinste Entfernung von der Sonne der mittlern Entfernung der Erde von derselben gleich ist, die wahre Anomalie *PSD*, so durch 90° gemessen wird, um die Sonne zu beschreiben anwendet. T. XVI. F 232.

Die zur wahren Anomalie gehörige Zeit.

§. 1225. Es ist nicht ausgemacht, und auch kaum glaublich, daß es einen Cometen gebe, dessen kleinster Abstand von der Sonne die angenommene Grösse hätte. Man bedienet sich aber der zu diesem, allem Ansehen nach bloß in unserer Einbildung bestehenden Cometen gehörigen Zeit *Q*, wie einer jeden andern *q*, zu welcher die Tangente der Hälfte der wahren Anomalie *t* ist, eben diese

T. XVI. F. 232. Zeiten für einen andern Cometen zu finden, dessen kleinste Entfernung von der Sonne bekant ist, und also gegen die mittlere Entfernung der Erde von derselben in einer gegebenen Verhältniß stehet. Man lasse, zur Erleichterung dieser Schlüsse, die Parabel APB der gegenwärtigen Zeichnung die Bahn dieses andern Cometen seyn, und den Cirkel PGM die Bahn des dazu gehörigen Körpers vorstellen. Wenn nun Q' die Zeit bedeutet, in welcher dieser andere Comet aus P in D übergehet, so wird aus der vollkommenen Aehnlichkeit beyder Fälle sogleich geschlossen, daß die Verhältniß dieser Zeit Q' zu der vorigen Q, der Verhältniß der Zeit, in welcher der gegenwärtige Körper den Kreis $PGMP$ ganz beschreibet, zu derjenigen die der vorige brauchte den seinigen zu durchlaufen, gleich seyn müsse. Nun ist die Verhältniß der Quadrate der Zahlen, welche diese Zeiten des Umlaufs angeben, dreymal so hoch, als die Verhältniß der Entfernung SP zu der vorigen, welche wir nunmehro durch ST andeuten wollen, weil sie der mittlern Entfernung der Erde T von der Sonne S gleich ist. Demnach ist bey dieser Benennung die Verhältniß der Zeiten selbst $= \sqrt{SP^3} : \sqrt{ST^3}$, das ist, wir haben $Q' : Q = \sqrt{SP^3} : \sqrt{ST^3}$ und $Q' = Q\sqrt{\frac{SP^3}{ST^3}}$, welches die Zeit Q' aus der vorigen Q und aus der Verhältniß $ST : SP$ bestimmet. Setzen wir aber $ST : SP = 1 : f$, so wird $\frac{SP^3}{ST^3} = f^3$, und es kan kürzer geschrieben werden $Q' = Q\sqrt{f^3}$, welches den vorzüglich bequemen Ausdruck $lQ' = lQ + \frac{3}{2}lf$ giebet.

§. 1226. Denn wenn t noch immer die Hälfte der Tangente einer wahren Anomalie PSC bedeutet, so verhält sich zu einer jeden Parabel, deren Scheitel in P fällt, der Ausschnitt PSD, dessen Winkel gerade ist, und also eine wahre Anomalie von 90 Graden angiebt, zu dem Ausschnitte PSC, wie 4 zu $t^3 + 3t$ (119). Es ist also nicht nur $4 : t^3 + 3t = Q : q$, zu der zuerst betrachteten Parabel, deren SP der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne gleich war; sondern, wenn zu einer jeden andern q' die zu eben der durch t angegebenen wahren Anomalie gehörige Zeit ist, so haben wir auch $4 : t^3 + 3t = Q' : q'$, und es ist also sowohl $q' = \frac{t^3 + 3t}{4} \cdot Q'$, als $q = \frac{t^3 + 3t}{4} \cdot Q$. Wird aber in dem ersten dieser Ausdrücke statt Q' das ihm gleiche $Q\sqrt{f^3}$ gesetzt, so wird daraus

aus $q' = \frac{t^3 + 3t}{4} \cdot Q\sqrt{f^3}$, welche Gleichung ferner, durch $\frac{t^3 + 3t}{4} \cdot Q = q$, T. XVI. F. 232. in diese $q' = q\sqrt{f^3}$ verwandelt wird, die da giebt $lq' = lq + \frac{3}{2}lf$.

§. 1227. Dieses beleuchtet den ganzen Weg, welchen die Astronomen gebahnet haben die zur wahren Anomalie eines Cometen gehörige Zeit zu entdecken, und hinwiederum von dieser Zeit, wenn sie bekant ist, zur wahren Anomalie zu gelangen, wenn nur die kleinste Entfernung des Cometen von der Sonne, oder der Parameter seiner Bahn bekant ist, von welchem jene Entfernung immer den vierten Theil ausmachet. Sie haben vermittelst der Gleichheiten $Q = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} \cdot P$, in welcher P die Zeit des Umlaufs der Erde bedeutet, und $q = \frac{t^3 + 3t}{4} \cdot Q$ eine Tafel verfertiget, aus welcher zu einer jeden vermittelst der Tangente ihrer Hälfte t angegebenen wahren Anomalie, die Zeit q, und zu dieser Zeit, wenn sie gegeben wird, die wahre Anomalie unmittelbar, oder vermittelst der kurzen Rechnung gefunden werden kan, die bey dem Gebrauche der Tafeln fast immer nöthig ist. Wenn nun zu einem Cometen die kleinste Entfernung SP bekant ist, und also aus der Verhältniß derselben zur mittlern Entfernung der Erde von der Sonne, die Zahl $f = \frac{SP}{ST}$ geschlossen werden kan: so wird zu einer jeden, wie gewöhnlich in Graden und Minuten angegebenen wahren Anomalie dieses Cometen die Zeit q' entdecket, wenn nur die zu eben der wahren Anomalie gehörige Zeit q aus der Tafel genommen, und durch $\sqrt{f^3}$ multipliciret wird. Oder, wenn dieses zu mühsam scheinet, so wird zu dem lq dieser andere $\frac{3}{2}lf$ hinzugesetzt, und dadurch $lq' = lq + \frac{3}{2}lf$ herausgebracht. Wird aber eine Zeit q' gegeben, in welcher der Comet von dem Puncte P seiner Bahn, allwo seine Entfernung von der Sonne die kleinste ist, bis zu einem andern, oder von diesem bis zu jenem fortgehet, und man soll die zu dieser Zeit gehörige wahre Anomalie finden: so wird erstlich, nach der Vorschrift $lq = lq' - \frac{3}{2}lf$, welches aus der vorigen unmittelbar fliesset, die Zeit q entdeckt, und sodann die dazu gehörige Anomalie aus der Tafel genommen, welche zugleich die verlangte seyn wird. Die Rechnung vermittelst der Logarithmen wird dadurch erleichtert, daß in der Tafel die Theile der Tage nicht durch

T. XVI. F. 232. Stunden und Minuten, sondern durch zehntheilige Brüche angegeben werden, welche wenn es nöthig ist, in Stunden und deren gewöhnliche Theile übersetzt werden müssen.

Vorstellung der den Zeiten gemäß getheilten Bahn eines Cometen.

§. 1228. Vermittelst eben der Tafel, die diesen Rechnungen zum Grunde dienet, kan eine in schicklicher Grösse gezeichnete Parabel DPE (T. XVI. F. 233) so die Bahn eines Cometen vorstellen soll, zu welcher die kleinste Entfernung SP der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne ST gleich ist, in Theile zerfällt werden, deren jeder von dem Cometen in einem natürlichen Tage, oder in einer gewissen Zahl solcher Täge, beschrieben wird. Man nimt die zu einer gewissen Zahl der Täge, als 40, gehörige wahre Anomalie 48°, 56′ aus der Tafel, und machet den Winkel PSQ gleich dieser wahren Anomalie. Alsdenn ist PQ der in 40 Tagen beschriebene Bogen; und wenn auf eben die Art mit einer jeden andern Zahl natürlicher Täge, von eins zu eins, fünf zu fünfe, oder wie hier, von zehn zu zehen, verfahren wird, so wird endlich die verlangte Theilung erhalten: und es kan zu jedem Theilungspuncte, Q, R, T die Zahl der Täge geschrieben werden, welche der Comet brauchet den zwischen denselben und dem P enthaltenen Bogen zu durchlaufen; aus welchen Zahlen sodann die Anzahl der Täge, in welchen er aus Q in R, und aus T in Q oder R übergehet, gar leicht berechnet wird.

T. XVI. F. 233.

§. 1229. Es kan aber auch die dergestalt getheilte Parabel die Bahn eines jeden andern Cometen vorstellen, zu welcher SP kleiner oder grösser ist als ST, und bey derselben eben die Dienste leisten, wenn man nur die Einheit, auf welche sich die bey den Theilungspuncten stehende Zahlen beziehen, nun nicht den natürlichen Tag seyn läßt, sondern einen andern Zeitraum dafür annimt, der gemeiniglich kleiner ist als der natürliche Tag, ob er wohl auch grösser seyn kan. Dieser Zeitraum wird zu einem jeden Cometen durch die Verhältniß $ST : SP$ bestimt, und wir wollen ihn, in Nachahmung der Künstler, die sich bey ihren Rissen des verjüngten Maaßstabes bedienen, den zu diesen Cometen und seiner Bahn gehörigen verjüngten Tag nennen. Stellet man sich nun diesen verjüngten Tag zu der Bahn des Cometen, welche die getheilte Parabel angeben soll, von der gehörigen Grösse vor, und beziehet die Zahlen der Theilung auf denselben,

so

so ist alles übrige wie in dem vorigen Falle, da SP der ST gleich war; und insbesondere die Verhältniß der Zeiten, in welchen zween nach Belieben anzunehmende Bogen TQ und PR beschrieben werden, aus den bey den Puncten T, P, Q, R stehenden Zahlen leicht zu nehmen. In dem gegenwärtigen Beyspiele ist diese Verhältniß $90 : 70 = 9 : 7$, und eben so wird in allen andern Fällen verfahren. T. XVI. F. 233.

§. 1230. Soll nun aber auch die Zeit, in welcher ein Comet, dessen SP von der ST verschieden ist, einen gewissen Theil seiner Bahn PQ, TQ oder QR beschreibet, in natürlichen Tägen und deren Theilen angegeben werden, so ist nur noch die Länge seines verjüngten Tages, oder die Verhältniß desselben zu dem natürlichen, auszumachen. Zu dem Ende müssen wir uns erinnern, daß immer die Zahl der verjüngten Täge des Cometen, dessen SP von der ST verschieden ist, welche zu einer nach Belieben angenommenen Anomalie PSQ gehören, der Zahl der natürlichen Täge gleich sey, so in der Bahn, zu welcher $SP = ST$, eben der Anomalie PSQ zukomt. Demnach kan in der Gleichung $q' = q\sqrt{f^3}$, welche wir zuletzt gehabt haben (1226), q immer die Zahl der verjüngten Täge bedeuten, die zu den Cometen, für welchen die gezeichnete und getheilte Parabel gelten soll, bey der angenommenen Anomalie PSQ stehet; und diese Zahl der verjüngten Täge giebt die Zeit an, in welcher der Comet von dem Puncte P seiner Bahn in Q übergehet, indem q' die Zahl der natürlichen Täge vorstellet, welche eben der Comet braucht, eben den zu der Anomalie PSQ gehörigen Bogen PQ zu durchlaufen. Da also die Zahl q' natürlicher Täge, und die Zahl q verjüngter, eben die Zeit angeben, so muß umgekehrt der verjüngte Tag sich zu dem natürlichen wie q' zu q verhalten. Nun ist aus der Gleichung: $q' : q = \sqrt{f^3} : 1$, also auch der verjüngte Tag zu dem natürlichen wie $\sqrt{f^3} : 1$. Da also der natürliche Tag zur Einheit gemacht wird, so wird immer der verjüngte aus dieser Einheit und den Theilen derselben durch die Zahl $\sqrt{f^3}$ ausgedruckt: und man kan den verjüngten Tag für jeden Cometen finden, so bald zu denselben, vermittelst der Proportion $ST : SP = 1 : f$, die Zahl f entdecket ist. Alsdenn wird ein jeder durch die Zahl q angegebener Zeitraum, deren Einheit der verjüngte Tag ist, durch die Zahl q' von natürlichen Tägen ausgedrückt, wenn man machet $q' = q\sqrt{f^3}$: und wenn ein Zeitraum durch die Zahl q' natürlicher Täge angegeben wird, so wird umgekehrt die Zahl der verjüngten q eben den Zeitraum ausdrückenden gefunden, wenn genommen wird $q = \frac{q'}{\sqrt{f^3}}$.

Entfer-

Entfernung eines Cometen von der Sonne.

T. XVI. F. 233. §. 1231. Wenn die wahre Anomalie eines Cometen, samt dessen kleinster Entfernung von der Sonne, bekant sind, so wird auch dessen Entfernung von der Sonne entdeckt, die ihm bey dieser Anomalie zukomt. Denn wir haben (57) gesehen, daß wenn v den Winkel HFK der zwölften Zeichnung (*Tab. I.*) bedeutet, und r die gesuchte Entfernung FH, seyn werde $r = \frac{b}{1 - cos\, v}$. Nun macht aber, wenn die Parabel als die Bahn eines Cometen angesehen wird, die wahre Anomalie AFH mit dem HFK zween rechte Winkel. Es ist also der Cosinus des einen dieser Winkel dem Cosinus des andern gleich, und demselben gerade entgegen gesetzt. Lässet man also nunmehro v die wahre Anomalie AFH bedeuten, so wird $r = \frac{b}{1 + cos\, v}$. Nun ist bekant, daß $\sqrt{\frac{1 + cos\, v}{2}} = cos\, \frac{1}{2}v$, was auch v vor einen Winkel bedeuten mag (*), und es folgt hieraus $1 + cos\, v = 2(cos\, \frac{1}{2}v)^2$, welches in dem vorigen gehörig angebracht, giebt $r = \frac{b}{2(cos\, \frac{1}{2}v)^2}$, oder $r = \frac{\frac{1}{2}b}{(cos\, \frac{1}{2}v)^2}$. Es ist aber $\frac{1}{2}b = FA$ die kleinste Entfernung des Cometen von der Sonne, und da $\frac{1}{2}v$ die Hälfte der wahren Anomalie bedeutet, so kan vor $cos\, \frac{1}{2}v$ mit eben dem Rechte bloß *cos.* geschrieben werden, mit welchem man die Tangente dieses Winkels durch das blosse *t* andeutet: wodurch der Ausdruck in diesen (*Fig.* 233) $r = \frac{\frac{1}{2}b}{(cos)^2} = \frac{SP}{(cos)^2}$ verwandelt wird, aus welchem sogleich folget $(cos)^2 . r = SP$.

Berechnung des Laufs eines Cometen.

§. 1232. Dieses ist alles, so der Anweisung zur Berechnung des Orts, in welchem ein Planet in einem gegebenen Zeitpuncte von der Erde gesehen wird, noch beygefügt werden muste, um sie auch bey einem jeden Cometen brauchbar zu machen, zu welchem die Gründe der Rechnung in unserer Gewalt sind. Es sind
T. XVI. F. 234. aber diese Gründe, zu deren Erleuterung die 234ste Zeichnung dienet, in welcher $AMBN$ die um den Mittelpunct der Sonne S beschriebene Ecliptic, und MPN die parabolische Bahn des Cometen vorstellen soll; 1) der Zeitpunct, in welchem sich der Comet bey dem Puncte seiner kleinsten Entfernung P befunden hat, oder

(*) Anal. fin. §. 436.

befin-

befinden wird, welcher zur Epoche dienet. 2) Die Entfernung dieses Puncts P von der Sonne, oder die Linie SP, welche mit der mittlern Entfernung der Erde von derselben ST verglichen, die Verhältniß $ST : SP$ giebt. 3) Der Ort des aufsteigenden Knotens N in der Ecliptic, das ist, die Länge desselben, welche, wenn die verlängerte SI nach dem Anfange der Ecliptic läuft, durch den Winkel ISN gegeben wird. 4) Die Neigung der Fläche, in welcher der Comet seine Bahn beschreibt, gegen die Fläche der Ecliptic, oder der Winkel PNB, welchen diese Flächen mit einander einschliessen. 5) Die in der Fläche der Bahn des Cometen genommene Länge des Puncts der stärksten Annäherung P, welche, wie bey den Planeten (1169), aus der Länge des aufsteigenden Knoten ISN, und aus dem Winkel PSN zusammen gesetzt wird, wenn man, wie gewöhnlich, beyde Winkel, den einen von der SI und den andern von SN, nach eben der Seite B, P bis zu vier rechten Winkeln, oder 360 Graden anwachsen läßt. Man muß aber auch wissen ob der Comet, aus der Sonne betrachtet, rechtläufig oder rückläufig sey. T. XVI. F. 234.

§. 1233. Alsdenn wird vor allen Dingen, vermittelst der Proportion $ST : SP = 1 : f$, diese f und aus derselben $\sqrt{f^3}$, gefunden, welche den verjüngten Tag des Planeten, in Theilen des natürlichen angiebet. Dieses geschiehet am geschwindesten vermittelst der Logarithmen, indem man machet $lf = lSP - lST$, und alsdenn zu dem Logarithmen von $\sqrt{f^3}$, drey Hälften des lf nimt, da denn, wenn man fortfahren will mit Logarithmen zu rechnen, $\frac{3}{2}lf$ für sich hinlänglich ist. Nun wird aus dem Zeitpuncte, für welchen der Ort des Cometen berechnet werden soll, und aus demjenigen, in welchem er bey P gewesen ist, oder daselbst seyn wird, der zwischen diesen zweyen Zeitpuncten enthaltene Zeitraum in zehntheilichen Brüchen des natürlichen Tages berechnet. Die gefundene Zahl, welche diesen Zeitraum dergestalt ausdrücket, durch $\sqrt{f^3}$ dividiret, wird eben den Zeitraum in verjüngten Tagen des Cometen und dessen Theilen angeben, für welche die wahre Anomalie aus der (*Fig.* 233) getheilten Parabel genommen werden könte, wenn in derselben die kleinern Theile ohne Fehler und sichtbar wären; aus der Tafel aber immer mit einer hinlänglichen Richtigkeit genommen werden kan. Die dergestalt entdeckte wahre Anomalie des Cometen wird mit der Länge des Puncts P zusammen gehalten, und nachdem sich der Comet an der Seite M oder N dieses Puncts befindet, zu derselben hinzugesetzt, oder davon abgezogen, um die in der Fläche seiner Bahn genommene Länge des Cometen herauszubringen. Ist nun C der

T. XVI. F. 234. durch diese Länge oder die Anomalie *PSC* gegebene Ort des Cometen in seiner Bahn, so wird auch die Entfernung desselben von der Sonne *CS* vermittelst der (1231) gegebenen Anweisung berechnet.

§. 1234. Nun ist auch der Winkel *NSC* in unserer Gewalt, als welcher gefunden wird, wenn man von der entdeckten Länge des Cometen in seiner Bahn die Länge des Knoten *ISN* abziehet. Es giebt dieser Winkel *NSC* auch hier das Argument der Breite, und dienet in dem bey *D* rechtwinklichten Kugeldreyecke *CSND*, dessen Winkel bey *N* bekant ist, und dessen Seiten die Winkel *CSN*, *DSN*, *CSD* messen, nicht nur die Breite *CSD*, in welcher er aus der Sonne gesehen wird, sondern auch den Winkel *NSD* zu finden, welcher zu dem *ISN* hinzugethan, die Länge des Cometen in der Fläche der Ecliptic ausmachet. Aus dem Winkel *CSD* aber und der Seite *CS* wird auch die Seite *SE* des rechtwinklichten Dreyecks *CSE* gefunden, so die verkürzte Entfernung des Cometen von der Sonne ist, und dadurch *E*, der Entwurf des Cometen in der Fläche der Ecliptic, völlig bestimmet. Das übrige geschiehet vollkommen so, wie bey den Planeten. Es wird auch der Ort der Erde in der Fläche der Ecliptic *T*, durch ihre Länge und ihre wahre Entfernung von der Sonne, zu dem angegebenen Zeitpuncte völlig bestimt, und dadurch in dieser Fläche ein Dreyeck *TSE* gebildet, dessen zwo Seiten, *SE* und die Entfernung der Erde von der Sonne *ST*, samt dem zwischen denselben enthaltenen Winkel *TSE* bekant sind, wodurch die zween übrigen Winkel dieses Dreyecks, samt der dritten Seite desselben *TE*, wenn diese verlangt wird, ebenfalls gegeben werden. Denn es werden vornehmlich die Winkel gebraucht, unter welchen *STE*, der seine Spitze in der Erde hat, den Unterschied der Länge des Cometen und der Sonne angiebt, und uns in den Stand setzt auch die in der Fläche der Ecliptic genommene Länge des Cometen selbst, vermittelst der bekanten Länge der Sonne, herauszubringen. Die Breite, in welcher der Comet von der Erde gesehen wird, ist alsdenn, vermittelst der Sinus der Winkel dieses Dreyecks *STE*, aus der entdeckten Sonnenbreite *CSD*, wie (1175) bey den Planeten gewiesen worden ist, herzuleiten, wiewohl man auch vermittelst seiner Seiten zu eben dem Zwecke gelangen könte. Was weiter verlangt werden mag, und unter diesen die wahre Entfernung des Cometen von der Erde, ist hieraus leicht zu berechnen, und die Wege dar zu biethen sich einem jeden, dem die Berechnung der Planeten bekant ist, fast von selbsten dar.

Entde-

Entdeckung der Gründe, welche den Lauf eines Cometen bestimmen.

§. 1235. Es müssen aber die angezeigten fünf Gründe des Laufs eines jeden besondern Cometen bekant seyn, wenn der Ort desselben zu jedem gegebenen Zeitpuncte berechnet werden soll; und diese Entdeckung ist nicht leicht. Der Comet erscheinet nur eine kurze Zeit; man muß bey demselben die Beobachtungen anstellen mehr wie man kan, als wie man will, und kan die Umstände, in welchen sie die größte Zuverläßigkeit versprechen, nicht immer erwarten. Ueberhaupt sind so viele von dem Beobachtungsplatze gesehene Längen und Breiten desselben, samt den dazu gehörigen Zeiten zu samlen, als man haben kan. Aber auch die Entdeckung dieser Längen und Breiten ist nicht ohne Schwürigkeit, weil ein Comet selten in der Mittagsfläche zu sehen ist, und also das leichteste Mittel den Vorsprung eines himlischen Körpers vor der Sonne, und die Abweichung desselben von dem Gleicher zu beobachten, hier meistentheils wegfällt. Man kan die Entfernung des Cometen von zween Fixsternen nehmen, deren Längen und Breiten bekant sind, und daraus die Länge und Breite desselben schliessen. Man kan sich auch zur Bestimmung seines Vorsprungs vor irgend einem bekanten Fixstern, statt der Mittagsfläche, eines sichtlich gemachten Theils dieser oder jener durch die Weltaxe gehenden Stundenfläche bedienen, und durch den daraus geschlossenen geraden Aufgang des Cometen, und dessen zugleich beobachtete Höhe, seinen Ort an dem Himmel zur Zeit der Beobachtung finden. Das zugleich mit der Höhe genommene Azimut des Cometen würde zu eben dem Zwecke führen; und es ist zu vermuthen, daß noch andere Mittel da sind, die Länge und Breite, mit welchen der Comet zu einem gewissen Zeitpuncte würklich von der Erde gesehen worden ist, mit einer hinlänglichen Richtigkeit, zu entdecken. T. XVI. F. 234.

§. 1236. Wenn zur Zeit einiger dieser Beobachtungen die Breiten des Cometen klein genug befunden worden sind, so wird der Augenblick seines Durchgangs durch die Fläche der Ecliptic, und durch seine Knotenlinie, wie bey den Planeten entdeckt, und durch diese Kentniß die übrige Untersuchung in etwas erleichtert. Die Zeitpuncte, in welchen sich der Comet in dem Gegenstande gegen die Sonne, oder in seiner Zusammenkunft mit derselben gezeiget hat, würden dazu noch mehr beytragen, da sie die eigentlichen Stellen der Ecliptic angeben, bey welchen der Comet in diesen Zeitpuncten gesehen werden konte. Es ist aber

T. XVI. F. 234. die erstere Art dieser Erscheinungen selten: und die Zusammenkunft eines Cometen mit der Sonne kan schwerlich gemerket werden, es müste dann derselbe bey der Gelegenheit einer Sonnenfinsterniß sichtbar werden, oder, wie die Venus und der Mercur zuweilen thun, durch die Sonnenscheibe durch zu gehen scheinen. Zwar kan auch aus dem Wachsen oder Abnehmen des Winkels, in welchem wir den Körper eines Cometen sehen, auf dessen Annäherung an die Erde, oder die zunehmende Entfernung von derselben geschlossen werden, welches der Beurtheilung seines Laufs um die Sonne zu einem Grunde dienet, insonderheit wenn dabey die Stärke des Lichts, welches er uns zuwirft, nicht ausser Acht gelassen wird. Und der Dunstkreis eines Cometen, vornehmlich aber die Länge seines Schweifs, pflegt ebenfalls bey dessen Annäherung an die Sonne, und einige Zeit nachher zu wachsen. Es ist aber von allen diesen Beobachtungen, und selbst von der Geschwindigkeit, mit welcher der Comet an jedem Tage seiner Erscheinung an dem Sternhimmel fortrücket, nichts mehr zu erwarten, als eine ohngefehre Bestimmung der Lage seiner Bahn, durch welche die Gegend, in welche der Punct seiner grösten Annäherung fallen möchte, samt der Zeit, in welcher er sich bey demselben befindet, beyläufig angegeben wird, samt dem Umstand, ob der Comet rechtläufig oder rückläufig sey. Es ist gut wenn man diese Dinge voraussetzen kan, und die genauere Untersuchung wird dadurch sehr erleichtert. Doch ist auch die vorläufige Kentniß derselben nicht unumgänglich nothwendig.

§. 1237. Unsere heutigen Astronomen bedienen sich zur Ausfindung der Bahn eines Cometen vorzüglich dreyer, zu verschiedenen Zeiten, von der Erde beobachteten Längen und Breiten desselben, und erreichen ihren Zweck desto sicherer, je mehr die Zeitpuncte dieser Beobachtungen aus einander fallen: ausser daß diejenigen, in welchen der Comet ohne einige Breite erschienen ist, nicht leicht übergangen werden, weil sie die kürzeste Rechnung erfodern. Alsdenn bestehet die ganze Arbeit darinne, daß sie eine Parabel zu beschreiben suchen, deren Nabel in den Mittelpunct der Sonne fällt, welche den drey angenommenen Beobachtungen ein Genüge leistet. Ohnfehlbar giebt es einen geometrischen Weg hierzu: es muß aber derselbe sehr weitläuftig und mühsam seyn, da er noch nicht entdeckt und gebahnet ist; und dieses rühret vornehmlich davon her, daß nicht einmal von der Fläche, in welcher die Parabel beschrieben werden soll, mehr bekant ist, als daß sie durch den Mittelpunct der Sonne gehe. Man hat also den Weg des Versuchens

chens erwählet, nach welcher durch den Mittelpunct der Sonne eine Fläche bald so bald anderst gelegt, und die in dieser Fläche beschriebene Parabel so lange geändert wird, bis endlich der verlangte Zweck erhalten ist. Die Arbeit würde ungemein lang und äusserst verdrüßlich seyn, wenn man sich nicht dabey an die Geometrie halten, und eine gewisse Ordnung beobachten wolte. Da sie aber bey dem allen noch weitläuftig genug bleibt, so habe ich bereits vor vielen Jahren an eine Art eines Werkzeuges gedacht, welches den größten Theil der Arbeit, die zur Entdeckung der Bahn eines Cometen unternommen werden müste, zu einem blossen Werke der Finger machet. Zwar kan dasselbe, wie die meisten solcher Nachahmungen, bey der geringen Grösse, in welcher es auszuführen ist, nicht die vollkommenste Richtigkeit geben. Es wird aber auch diese nicht immer verlangt: und wenn sie verlangt wird, so ist es, wenn das gesuchte, wie hier, durch Proben entdeckt werden soll, immer gut dasselbe vors erste ohne sonderliche Fehler zu wissen. Dieses erspart eine Menge unnützer Versuche, indem dadurch die ganze Arbeit auf die Berichtigung der kleinen Fehler eingeschrenket wird, welche das Werkzeug zweifelhaft lässet. Ich will diese Einrichtung, und die Art damit zu verfahren, so deutlich als es mir möglich seyn wird, beschreiben. T. XVI. F. 234.

Ein zur Entdeckung der Bahn eines Cometen bestimtes Werkzeug.

§. 1238. Der Grund von allem ist eine auf die (1227) erklärte Art getheilte Parabel; und man würde mit einer einzigen auskommen können, wenn nicht die Parameter der Bahnen, welche die Cometen um die Sonne beschreiben, so gar sehr verschieden wären. Denn es ist, ausser der Lage der Fläche, in welcher eine solche Bahn beschrieben wird, nur um die Verhältniß des Viertels ihres Parameters, dem die kleinste Entfernung des Cometen von der Sonne gleich ist, zu der mittlern Entfernung der Erde zu thun, welche, wie eine jede andere Verhältniß, eben so wohl angegeben werden kan, wenn man dem ersten Gliede eine beständige Grösse giebt, und das zweyte derselben gemäß machet, als wenn man das zweyte unverändert läßt, und nur das erste vermehret oder vermindert. Wir werden uns würklich des erstern dieser Mittel bedienen, und zu der als bekant angenommenen kleinsten Entfernung des Cometen, die mittlere Entfernung der Erde suchen. Es sind aber die Bahnen der Cometen so sehr von einander verschieden, daß einige derjenigen welche noch von der Erde gesehen werden, wenigstens vier-

T. XVI. F. 234. mal weiter von der Sonne entfernet bleiben, als die Erde; da im Gegentheil andere der Sonne über hundertmal näher kommen. Bey so gestalten Sachen würde, wenn die Bahn eines Cometen durch eben die Parabel vorgestellt werden solte, die mittlere Entfernung der Erde für einige viel zu groß und für andere zu klein ausfallen. In der That sind der Cometen, bey welchen sich die eine oder die andere dieser Unbequemlichkeiten ereignen würde, nur wenige: sie zwingen uns aber doch, wenn die Einrichtung einige Vollständigkeit erhalten soll, wenigstens drey gehörig getheilte Parabeln anzugeben, von welchen bald diese bald jene zu gebrauchen seyn wird. Ein derselben schicket sich zu den meisten Cometen, und diese will ich die mittlere nennen, weil ihr Parameter zwischen den Parametern der beyden übrigen im Mittel stehet, die blosse Nothhelfer sind, und nur in seltenen Fällen gebraucht werden.

§. 1239. Diese mittlere Parabel nun wird also verfertiget. Aus einem Maaßstabe, dessen zur Einheit gemachten Theil ich einen Zoll nennen will, weil meines Erachtens die schicklichste Grösse, die man derselben geben kan, wol etwas mehr, aber nicht viel weniger betragen kan, als einen pariser Zoll, werden drey T. XVI. F. 235. solche Längen genommen, und es wird mit diesem Halbmesser SA (*Tab. XVI. Fig.* 235.), um den Mittelpunct S, der den Ort der Sonne vorstellen soll, der Cirkelkreis ABC beschrieben. Durch eben den Punct S wird auch, zur Axe der Parabel, die AQ gezogen, und in derselben SP dem vierten Theile der AS, und also dreyvierteln eines Zolls, gleich gemacht. Das Punct P ist alsdenn die Scheitel der Parabel, zu welchem dieselbe um den Nabel S mit der gehörigen Sorgfalt beschrieben, und beyderseits von P an nach D und E so weit fortgesetzt werden muß, daß der Theil der Axe PQ, welcher zu diesem Theile der Parabel DPE gehöret, fünf bis sechsmal so groß werde, als die SA; ob wohl diese PQ in der Zeichnung, wegen des engen Raums, viel kleiner erscheinet. Es geschiehet aber die Zeichnung auf einem aus hölzernen Schienen zusammengesetzten Gitterwerke, welches von aussen dergestalt abgerundet wird, daß dieser Rand die Parabel so genau als möglich ist angiebt: auf die Ebene der also abgerundeten Schiene aber wird die Theilung getragen, und wie (1227) gewiesen worden ist, mit den gehörigen Ziffern bezeichnet. Die zweyte und dritte Parabel wird nach eben der Anweisung gemacht, ausser daß die eine nicht mehr als ein Viertel des angenommenen Zolls zur Entfernung ihres Scheitels von dem Nabel SP bekomt, die andere aber drey

volle

volle Zolle; die Axe PQ aller dieser Parabeln aber bekommet die angezeigte Länge der Axe der mittlern, zu welcher SP dreyviertel eines Zolls betrug. T. XVI. F. 235.

§. 1240. Der Nabel S erfodert ein Mittel, welches ihn unbeweglich an seinem Orte erhält, nach welcher Seite man auch die Parabel um denselben drehen und wenden mag. Dieses kan vermittelst einer kleinen nach einem ihrer Durchmesser durchbohreten wohl abgerundeten Kugel erhalten werden, wenn sie so gefaßt wird, wie sehr gewöhnlich ist, daß sie sich nehmlich frey um ihren Mittelpunct drehen kan. Die ganze Einrichtung wird in der Zeichnung (*Tab. XVI. Fig.* 236.) T. XVI. F. 236. ohngefähr in der wahren Grösse im Durchschnitte vorstellet, bey welcher nichts zu sagen ist, als daß sich die Kugel auch um den äussersten Absatz der gleich zu beschreibenden eisernen Stütze SC, welcher durch ihren Mittelpunct hindurchgehet, drehen, und von demselben leicht abnehmen lassen müsse. Dieser Mittelpunct S fällt übrigens genau in den Nabel der Parabel, und liegt also in der Oberfläche des Gitterwerks, in welcher diese gezeichnet ist. PQ ist ein Durchschnitt dieses Gitterwerks, in welchen die Axe der eigentlichen Parabel fällt; und dieses macht die Sache noch deutlicher. Es ist nicht nöthig, daß die Kugel dieses Gitterwerk PQ in dem Stande, in welchem es die Zeichnung vorstellet, oder einen andern, schwebend erhalte. Sie kan also lose genug gefasset, und dadurch die Bewegung der Parabel selbst desto leichter und freyer gemacht werden. Es wird dem ohngeachtet die Parabel in einer jeden Lage bleiben, in welche sie gebracht worden ist, wenn man nur auch ein Punct Q ihrer Axe unbeweglich macht. Die Stütze CS wird von Eisen, so dünne als es die Gefahr sie zu beugen erlauben will, und von C bis S funfzehn der angenommenen Zolle hoch gemacht. Sie ist rund, und läuft von unten bis an den Absatz bey S nach und nach dünner zu, damit ihr die Parabel PQ desto näher gebracht werden könne, wenn dieses die Umstände erfodern.

§. 1241. Das dicke Brett AB, an welches die Stütze CS zu befestigen seyn wird, wird von gutem Holze so gearbeitet, daß die Ebene desselben, welche beym Gebrauche, da man das Brett flach auf einen Tisch legt, dem Gesichte ausgesetzt ist, so wenig als möglich einiger Veränderung unterworfen sey. Es kan dieses Brett die Gestalt eines Quadrats bekommen, dessen Seite funfzehn unserer angenommenen Zolle hält, wie wohl daran so viel nicht gelegen ist. Das Mittel desselben wird zum Mittelpuncte eines Cirkels gemacht, welcher mit einem

Halb-

T. XVI. F. 236. Halbmesser von vier bis fünf Zollen, in die Ebene des Bretts beschrieben, und wie bey der Ecliptic gewöhnlich ist, in Zeichen und Grade getheilet werden muß. Ausserdem werden um eben den Mittelpunct in der Fläche des Bretts noch andere Cirkel beschrieben, deren kleinster $\frac{1}{4}$ des Zolls um seinem Halbmesser bekomt, der zweyte $\frac{2}{4}$, der dritte $\frac{3}{4}$ und sofort von Viertel zu Viertel, bis zwischen dem größten und der getheilten Ecliptic ein Zwischenraum von ohngefehr $\frac{2}{4}$ übrig bleibt. Die an dieses Brett nachher befestigte Stütze *SC* fällt mit ihrer Mittellinie, die zugleich durch den Mittelpunct der kleinen Kugel *S* gehet, in den Mittelpunct dieser Cirkel; so daß die gerade Linie, welche den Mittelpunct der Kugel mit dem Mittelpuncte der Cirkel verknüpft, der Ebene des Brettes senkrecht wird.

§. 1242. Es ist aber diese Ebene des Bretts diejenige nicht, so die Fläche der Ecliptic vorstellen soll, sondern derselben nur parallel. Die eigentliche Fläche der Ecliptic muß man sich, durch den Mittelpunct der Kugel *S* gehend, gedenken, und, weil ihr die Ebene des Bretts parallel seyn soll, durchaus gleich weit von dieser Ebene entfernen. Es ist nicht schwer ein jedes in der Ebene des Bretts angegebenes Punct, in diese bloß in der Einbildung bestehende Fläche der Ecliptic überzutragen, unter welchen die Theilungspuncte des in jener Ebene beschriebenen Cirkels mit sind: und in soferne kan die Ebene des Bretts die Stelle der Ebene der Ecliptic, und der in derselben beschriebene und getheilte Cirkel, die Ecliptic selbst vertreten. Man versiehet sich mit einem gedoppelten Winkelhacken, welchen zwey T. XVI. F. 237. rechtwinklichte Brettchen *ABCD* und *EC* (*Tab. XVI. Fig.* 237.) geben, wenn man sie unter einen beliebigen Winkel *ABE* an einander füget. In diesem Winkelhacken wird *CS* der Länge der Stütze *CS* der vorhergehenden Zeichnung, von der Ebene des Bretts bis an den Mittelpunct der Kugel, gleich gemacht, durch das Punct *S* die *SF* der Seite *CD* parallel gezogen, und zu dem in dieser *SF* schicklich angenommenen *T*, das Rechteck *SD* vollendet. Wenn man nun den dergestalt eingerichteten Winkelhacken, auf die dem Horizonte beynahe parallel gemachte Ebene des Bretts setzet: so wird die *BC*, und eine jede, wie *TG* derselben parallel laufende Linie, dieser Ebene perpendicular; die *FS* aber fällt ganz in die durch den Mittelpunct der Kugel gehende Fläche, die eigentlich die Fläche der Ecliptic vorstellen soll, und dieses dergestalt, daß das Punct dieser Linie *T*, in der eigentlichen Vorstellung der Fläche der Ecliptic, so zu liegen komt, wie das Punct *G* in der Ebene des Bretts lieget. Jeder der zween Puncte *T*, *G* ist der orthographische

Entwurf

Entwurf des andern, und zu denselben, vermittelst des Winkelhackens, leicht genug zu finden. Eine jede in der Fläche *ABCD* gezogene gerade Linie *HT*, *KT* aber schliesset mit der *FS* eben den Winkel ein, mit welchem sie sich gegen die durch dieselbe *FS* gehende Fläche der Ecliptic neiget. T. XVI. F. 237.

§. 1243. Dieses wäre die ganze Einrichtung; ausser daß man zu dem würklichen Gebrauche derselben sich mit dünnen Fäden versehen, und auf Mittel bedacht seyn muß diese Fäden in der Luft dergestalt zu spannen, daß sie, so lang man will, durch die nehmlichen Puncte hindurchgehen. Wenn das Brett mitten auf einen freystehenden Tisch von hinlänglicher Grösse gelegt wird, so finden sich diese Mittel gar leicht. Man kan an dem Rande des Tisches aufrecht stehende Stützen anschrauben, und einige etwas schwere Bleygewichte, an welche die Fäden gebunden sind, geben gleichfals eine gute Befestigung, wenn sie auf den Tisch oder selbst auf das Brett gelegt werden: ein runder Tisch aber macht alles noch bequemer. Auch ist eine Regel nöthig, vermittelst welcher man einen jeden Durchmesser der auf das Brett gezeichneten Ecliptic ziehen kan, ohngeachtet der Mittelpunct dieses Kreises, durch die gleich Anfangs an das Brett befestigte Stütze, völlig bedecket wird; welches erhalten werden kan, wenn man nur eine gemeine Regel, an der Stelle, bey welcher die Stütze derselben hinderlich seyn würde, wenn man diese an zween einander entgegen gesetzte Puncte der Ecliptic anlegen wolte, daselbst, so weit es nöthig ist, aushöhlet.

Gebrauch des beschriebenen Werkzeuges.

§. 1244. Sind nun die drey beobachteten Längen und Breiten des Cometen die folgenden, welche der Herr de la Lande als ein Beyspiel aufführet,

Zeit				Länge			Breite	
I. Septemb.	15^d,	15^h,	47′ ...	3^s,	10°,	22′ ...	10°, 20′.	Nord.
II. Septemb.	30 ,	6 ,	8 ...	5 ,	1 ,	42 ...	0 , 0	
III. Octob.	12 ,	16 ,	42 ...	5 ,	26 ,	19 ...	3 , $3\frac{1}{2}$	Süd.

so wird zu jedem der drey Zeitpuncte dieser Beobachtungen der Ort der Sonne in der Ecliptic, samt der Entfernung der Erde von derselben, aus den Tafeln genommen. Der Unterschied der Länge der Sonne und der Länge des Planeten giebt alsdann den Winkel bey der Erde für jede Beobachtung. Es ist aber

T. XVI. F. 237.	Ort der Sonne	ihre Entfernung von der Erde	der Winkel bey der Erde
I.	5^s, 23°, 23′ ...	1,004	73°, 1′
II.	6, 7, 42 ...	1,000	36, 0
III.	6, 20, 1 ...	0,996	23, 42.

Ferner ist anzumerken, daß von dem Zeitpuncte der ersten Beobachtung bis an den Zeitpunct der zweyten 14 Tage, 14 Stunden und 21 Minuten verflossen sind, und von dem Zeitpuncte der zweyten Beobachtung bis an den Zeitpunct der dritten, 12 Tage, 10 Stunden und 34 Minuten. Eben diese Zeiten werden auch durch die zehntheiliche Brüche 14,6 und 12,44 angegeben, deren Einheiten Tage sind. Es sind also von der ersten Beobachtung bis an die letzte 27,04 Tage verflossen.

§. 1245. Soll nun nach dieser Vorbereitung die Bahn des beobachteten Cometen nach allen Umständen entdeckt werden, so werden

1°. in der Ecliptic des Bretts *AB*, (*Fig.* 236) an welchem zwar die Stütze befestiget, die Parabel aber, welche diese Bahn vorstellen soll, noch nicht angebracht ist, die drey Puncte *A*, *B*, *C* (*Tab. XVII. Fig.* 238.) bemerket, T. XVII. F. welche die Stellen der Sonne zu den Zeiten der drey Beobachtungen angegeben. 238. Die Erde hat sich in eben den Zeitpuncten in den Stellen *D*, *E*, *F* befunden, welche jenen gerade entgegen liegen: so daß *AD*, *BE*, *CF* Durchmesser der Ecliptic werden, und diese Durchmesser sind auf dem Brette würklich zu zeichnen.

2°. An dem Durchmesser *AD*, und an das Punct derselben *D* wird ein Winkel *ADI* gesetzt, welcher dem zur ersten Beobachtung gehörigen Winkel an der Erde gleich ist. Dieses kan vermittelst der getheilten Ecliptic selbst geschehen, wenn man die *DI* so ziehet, daß sie von der Ecliptic den Bogen *Ad*, von gedoppelt so vielen Graden und Minuten abschneide, als das Maaß des gedachten Winkels ausmachen. Der Winkel hielt 73°, 1′, also sind in *Ad* 146°, 2′ enthalten. Eben so wird auch an das Punct *E* der zu der zweyten Beobachtung gehörige Winkel *BEII* an der Erde von 36°, angesetzt, indem man dem Bogen *Be* deren 72 giebt, und an das Punct *F* der dritte *CFIII*, von 23°, 42′, indem man von der Ecliptic den Bogen *Cf* von 47°, 22′ abschneidet. Wenn nun zu der Zeit der ersten Beobachtung *D* den Ort der Erde vorstellet, von welchem nach der

Sonne

Sonne die *DS* gezogen ist, so hat sich der Comet in diesem Zeitpuncte in einer Fläche befunden, welche durch *DI* der Fläche der Ecliptic perpendicular ist: und eben dieses ist auch von den Puncten *E* und *F*, samt den dazu gehörigen Linien *EII* und *FIII* zu sagen. Die Linien *DI*, *EII*, *FIII* selbst aber haben keinen weitern Nutzen, als daß sie die Richtungen anderer angeben, welche wir in der Oberfläche des Bretts denselben parallel machen müssen, und können also leicht so gezeichnet werden, daß sie in der Theilung nichts verderben. T. XVII. F. 238.

3°. Damit wir nun auch die Breiten vorstellen können, mit welchen der Comet in den drey Beobachtungen der Erde erschienen ist: so wird zu der ersten auf den gedoppelten Winkelhacken (*Fig.* 237) die Linie *HT* durch *T* so gezogen, daß sie mit der *FS*, die der *CD* parallel lieget, einen Winkel von 10°, 20′ einschliesse, welche die Breite des Cometen bey der ersten Beobachtung ausmachten. Bey der zweyten hatte derselbe keine Breite: es ist also die *FS* selbst die zu dieser Breite gehörige Linie. Bey der dritten Beobachtung war die Breite von 3°, $3\frac{1}{2}$′ südlich. Es muste also die *KT*, welche mit der *FS* einen Winkel von dieser Grösse einschliesset, die der *KT* wiedrige Lage bekommen. Man kan sich hiebey nicht irren, wenn man auf die Gegend, nach welcher sich die Linien *DI*, *EII*, *DIII* erstrecken, zurück siehet, und sich erinnert, daß die *FS* immer in die Fläche der Ecliptic falle. Alles was bisher geschehen ist, bleibt zu eben dem Cometen, und zu eben den Beobachtungen desselben, das nehmliche. Das folgende wird durch Versuche bewerkstelliget, bey welchen man Fehler begehen kan, deren Betrachtung uns der Wahrheit immer näher und näher bringen wird.

4°. Es ist aber das einzige, so bey diesen Versuchen willkührlich angenommen wird, die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, oder vielmehr die Verhältniß dieser Entfernung, welche wir uns auch hier unter *ST* vorstellen können, zur kleinsten Entfernung des Cometen von derselben *SP*. Diese *SP* ist immer diejenige, so zur Parabel gehöret die man gebrauchen will, was aber die *ST* anlangt, so wird für dieselbe der Halbmesser eines der um *S* der auf das Brett gezeichneten Cirkelkreise nach Gutdünken angenommen. Es darf dieser Halbmesser *ST*, oder wie er in der 238sten Figur bezeichnet ist, *St*, nicht grösser seyn, als drey unserer zu Einheiten gemachten Zolle, wenn nicht zuweilen einige Beobachtungen unbrauchbar werden sollen. Denn es sind nur diejenigen Theile der Bahnen der Cometen gezeichnet worden, in welchen dieselben, bey dieser Grösse

T. XVII. F. 238. der Erdbahn von uns gesehen werden können. Wird also die Erdbahn grösser angenommen, so kan es sich zutragen, daß bey der ersten oder letzten Beobachtung, und vielleicht auch bey der mittelsten, der Comet so weit von der Sonne entfernet gewesen, daß ihn die Parabel, wie sie gezeichnet und auf das Holz gebracht worden ist, nicht mehr erreichen kan, da sie denn unbrauchbar wird. Ist dieses nicht zu befürchten, so kan die angenommene ST das Maaß von drey Zollen gar wohl übersteigen. Es mag aber die ST so groß genommen werden als man will, so werden, vermittelst der Proportion $\sqrt{SP^3} : \sqrt{ST^3} = q' : q$ die zwischen den Beobachtungen verflossene Zeiten, welche in natürlichen Tagen angegeben sind, durch verjüngte Täge des Cometen ausgedrückt, dessen kleinste Entfernung von der Sonne durch die Verhältniß $SP : ST$ bestimmet wird. Denn wir haben gesehen, daß wenn q' die Zahl der in einem gewissen Zeitraume enthaltenen natürlichen Tage bedeutet, q die Zahl der in eben dem Zeitraume enthaltenen zu der Verhältniß $SP : ST$ verjüngten seyn werde. Diese letztern Zahlen, nehmlich die q, werden durch die Ziffer angegeben, welche der getheilten Parabel beygeschrieben sind.

5°. Es wird gemuthmasset, daß der mit dem Radius $St = ST$ in der Fläche des Bretts beschriebene Cirkel die Bahn der Erde, in ihrer wahren Grösse in Absicht auf die zur Bahn des Cometen gemachten Parabel, vorstelle, und es ist zu untersuchen, in wie ferne diese Muthmassung der Wahrheit gemäß sey. Ist aber der Kreis würklich die Erdbahn, oder vielmehr der Entwurf derselben in der Ebene des Bretts, so sind die Puncte t, v, x die orthographischen Entwürfe der Stellen der Erde, t zur ersten Beobachtung, v zur zweyten, und x zur dritten. Denn es ist nicht nöthig, gleich Anfangs, auf die Excentricität der Erdbahn mit Acht zu haben, und es ist Zeit genug die Fehler, welche dadurch begangen werden, daß man die Linien St, Sv, Sx, einander gleich machet, vermittelst der bekanten Entfernungen der Erde von der Sonne zu verbessern, wenn sie bey einer so kleinen Vorstellung je merklich werden. Um nun zu diesen Entwürfen t, v, x die eigentlichen Stellen der Erde in der Fläche der Ecliptic zu bestimmen, welche der Fläche des Bretts parallel und überall um die auf den gedoppelten Winkelhacken (*Fig.* 237) getragene GT von dieser entfernet ist; und zugleich die geraden Linien, in welchen der Comet in den drey Beobachtungen von der Erde gesehen worden ist, in ihren wahren Lagen in Absicht auf die Fläche der Ecliptic anzu-

anzugeben: wird zur ersten Beobachtung der Winkelhacken dergestalt auf das Brett gesetzt, daß dessen Seite *DC* der auf dem Brette gezeichneten *DI* parallel werde, und das Punct derselben *G* genau in *t* falle. Alsdenn ist der auf eben dem Winkelhacken mit *T* bezeichnete Punct der Ort der Erde, und die durch dasselbe gezogene *TH* fällt in die verlangte Linie. Man kan also diese Linie vermittelst eines Fadens sichtbarlich verlängern, wenn man diesen dergestalt dehnet, daß er, so weit er in das Rechteck *ABCD* fällt, die in demselben gezeichnete *TH* ganz bedecke, und dieses muß würklich bewerkstelliget werden. Eben dergleichen geschiehet nun auch zur zweyten Beobachtung, indem man den Punct *G* des Winkelhackens in *v* setzet, und die Seite desselben *CD* der auf dem Brette gezeichneten *EII* parallel machet; da denn der zweyte Faden nach der *SF* gespannet werden muß, weil bey dieser Beobachtung der Comet keine Breite hatte. Endlich wird zur dritten Beobachtung das Punct *G* in *x* gebracht, die *CD* der *FIII* des Bretts parallel gemacht, und dem Faden die Richtung der auf den Winkelhacken gezeichneten *TK* gegeben. Es kan kommen, daß ein bereits gespanter Faden dem Winkelhacken im Wege stehe, wenn man diesen zu der folgenden Beobachtung ansetzen will. Alsdann ist dieser Faden so lang bey Seite zu thun, indem man eines der Puncte, an welche man ihn befestiget hat, in diesem Zustande läßt, das andere aber bloß zeichnet, damit man hernach, auch ohne den Winkelhacken, den Faden durch dasselbe legen und anziehen könne. Kleine Gewichte, welche man an die Fäden aufgehängt hat, um diese dadurch zu dehnen, können alles dieses gar leicht machen. T. XVII. F. 238.

6°. Sind nun nach dieser Anweisung die drey Fäden richtig gespannet, so wird die Parabel aufgesetzt, indem man den Absatz der Stütze *SC* (*Fig.* 235) durch das in ihre Kugel gebohrte Loch *S* gehen lässet, wodurch der Nabel der Parabel an den Mittelpunct der Kugel gebunden wird. Man wendet alsdann die Parabel um ihren dergestalt befestigten Nabel; und versuchet, ob man sie durch dieses Wenden und Drehen in eine Lage bringen könne, bey welcher die Fäden durch drey Puncte derselben hindurchgehen, die mit Zahlen bezeichnet sind, die, in der gehörigen Ordnung von einander abgezogen, die Zahlen der (*n.* 4) zu der angenommenen Verhältniß *SP* : *ST* berechneten verjüngten Tage übrig lassen. Es wäre ein besonderes Glück, wenn dieses gleich bey der ersten Probe erfolgen solte: gemeiniglich wird die Parabel, wie man sie auch durch ihren Nabel legen mag,

T. XVII. F. 238. diese Zahlen nicht angeben. Es wird aber doch auch aus dieser Probe zu schliessen seyn, ob die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne zu groß oder zu klein angenommen worden sey, und wie viel ohngefähr der Unterschied dieser angenommenen von der wahren Entfernung betragen möge.

7°. Man fängt also die ganze Arbeit von vorne an, denn nicht einmal die bey der ersten Probe gebrauchte Länge des verjüngten Tages kan weiter gebraucht werden, sondern es muß zu jeder besondern Verhältniß $SP : ST$, welche man annimt, die Zahl q von neuem berechnet werden. Auch die zweyte Probe wird die Sache schwerlich ausmachen, sondern man wird gemeiniglich derselben mehrere anstellen müssen; wobey jedoch immer die vorhergehenden einiges Licht auf die nachfolgenden werfen, und insbesondere anzeigen werden, welche von den beyden übrigen Parabeln, anstatt der zuerst aufgesetzten mittlern, gebraucht werden müsse, wenn sich diese zu dem Cometen, dessen Lauf zu berichtigen ist, nicht allzuwohl schicket. Doch kan man sich bey allen Proben so lange an die auf das Brett gezeichneten Kreise halten, bis die Wahrheit so weit erreicht wird, daß eine noch genauere Berichtigung eine neue, zwischen zwo der gezeichneten fallende Erdbahn erfodert. Es ist nicht nöthig diese Bahn würklich zu zeichnen. Man kan die drey Puncte t, v, x, welche in dieser neuen Bahn die Entwürfe der Stellen der Erde seyn sollen, auch ohnedem in den Halbmessern SD, SE, SF ansetzen, indem man sich, weil der Mittelpunct bedeckt ist, nach den Umkreisen der um denselben beschriebenen Cirkel richtet, und dabey auch die Verschiedenheit der Entfernung der Erde von der Sonne, welche sie in den Zeitpuncten der drey Beobachtungen hatte, in Acht nehmen, wenn sie zu einer sichtbaren Grösse steiget.

8°. Ist nun nach verschiedenen Versuchen endlich den drey zuerst gewählten Beobachtungen ein hinlängliches Genügen geschehen, so kan eine vierte Beobachtung, wenn sie denselben zugesetzt, oder statt einer unter ihnen gebraucht wird, die herausgebrachte Verhältniß $SP : ST$, samt der Lage der Parabel, bestätigen, oder zu einer noch grössern Richtigkeit bringen: und dieses ist auch von der fünften, sechsten und so vielen andern zu sagen, als nur vorhanden seyn mögen, wenn sie nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit angewendet werden. Hat man sich durch diese Mittel endlich befriediget, so wird die Parabel, wie leicht geschehen kan, in der entdeckten Lage unbeweglich erhalten.

§. 1246.

§. 1246. Die dergestalt festgesetzte Parabel nun zeiget alles, so ausser der bereits entdeckten Verhältniß $SP : ST$ von derselben zu erwarten war, indem sie den Theil der elliptischen Bahn des Cometen, in welchem derselbe von der Erde gesehen werden kan, in seiner wahren Grösse und Lage vorstellet. Die Puncte dieser Bahn, in welchen er sich in den Zeitpuncten der Beobachtungen befunden hat, sind mit Ziffern bezeichnet, welche die Zahlen der verjüngten Täge angeben, die der Comet gebraucht hat von dem Puncte seiner größten Annäherung, bis an jedes dieser Puncte zu gelangen: und wir wissen die Zahlen zu finden, welche eben die Zeiten in natürlichen Tägen angeben. Wir brauchen dieser Zahlen nur eine, welche zu der Zeit der Beobachtung, zu welcher sie gehöret, hinzugesetzt oder davon abgezogen, den Zeitpunct angeben wird, in welchem der Comet am wenigsten von der Sonne entfernet gewesen ist, oder seyn wird. Entdecken wir aber vermittelst des gedoppelten Winkelhackens zween Puncte der Parabel, deren Entfernung von dem Brette der CS dieses Winkelhackens gleich ist, und lassen von denselben auf die Oberfläche des Bretts Perpendicularlinien fallen, um sie in dieser orthographisch zu entwerfen, so wird der durch diese Entwürfe gehende Durchmesser der gezeichneten Ecliptic der Knotenlinie der Bahn des Cometen parallel, und zeiget, wenn er sichtlich gemacht wird, in derselben die Puncte der wahren Ecliptic, durch welche er hindurchgehet. Es ist dieser Durchmesser eigentlich der Entwurf der Knotenlinie in der Ebene des Brettes, und eine jede gerade Linie, welche demselben in dieser Ebene perpendicular gezogen wird, kan dienen die Neigung der Fläche der Bahn des Cometen gegen die Fläche der Ecliptic, vermittelst zwoer weit genug von einander entferneter gerader Linien zu entdecken, die aus der Fläche der Parabel auf diese Linie dergestalt fallen, daß sie auch der Fläche des Bretts perpendicular werden. Denn diese auf das Brett senkrecht fallende Linien, bilden mit der in dessen Oberfläche angenommenen ein Viereck, welches zween neben einander liegende rechte Winkel hat, und in welchem die drey Seiten, so diese Winkel einschliessen, immer zu haben sind. Dadurch aber werden auch die schiefen Winkel dieses Vierecks gegeben, von welchen der Uebergang zu der gesuchten Neigung gar leicht ist. T. XVII. F. 238.

§. 1247. Will man auch die Länge des Puncts der kleinsten Entfernung des Cometen von der Sonne haben, so darf man nur auch die Axe der Parabel, durch die erklärten Mittel in der Fläche des Bretts orthographisch entwerfen, weil dieser Entwurf, gehörig verlängert, die gezeichnete Ecliptic in dem gesuchten

Puncte

T. XVII. F. 238. Puncte schneiden wird. Und alsdenn wird auch die Breite dieses Puncts eben so entdecket, wie die Neigung der Fläche der Bahn gegen die Fläche der Ecliptic gefunden werden konte, indem man nehmlich von zween Puncten der Axe der Parabel auf den Entwurf derselben Perpendicularlinien fallen lässet. Es kan auch, nachdem die Parabel richtig gesetzt worden ist, nicht nur der Ort des Cometen in seiner Bahn für jeden Zeitpunct angegeben werden, sondern es ist auch die Länge und Breite, in welcher derselbe in eben dem Zeitpuncte von der Erde gesehen wird, durch eben die Einrichtung zu entdecken. Den Ort in der Bahn zeigen die der Parabel beygeschriebenen Ziffern, wenn man nur die Länge des verjüngten Tages weiß, auf welchen sie sich beziehen, samt dem Zeitpuncte, in welchem er bey dem Puncte seiner kleinsten Entfernung von der Sonne, oder einem jeden andern bekanten Puncte seiner Bahn gewesen ist, oder seyn wird. Wird nun auch die Erde für eben den Zeitpunct an ihren wahren Ort gesetzt, welches vermittelst des gedoppelten Winkelhackens und des an demselben gezeichneten Puncts T geschiehet, so kan durch diese zween Puncte, welche den Cometen und die Erde vorstellen, ein Faden gespannet, und dessen Lage in Absicht auf die Ebene des Bretts, und die in demselben gezeichnete Ecliptic, vermittelst eben des Winkelhackens gefunden werden; und die gleich Anfangs erklärten Gründe der ganzen Ausführung sind hinlänglich, hierzu die Anweisung zu geben.

§. 1248. Bey dem allen kan die Richtigkeit, mit welcher das Werkzeug alle diese Grössen darstellet, nur mittelmäßig seyn, insonderheit wenn bey der Ausarbeitung und dem Gebrauche desselben nicht eben der größte Fleiß angewendet wird. Die Rechnung ersetzt diese Unvollkommenheit, wenigstens größtentheils, und es ist nun zu zeigen, wie diese Rechnung von geübten Astronomen geführet werde. Zu dem Ende müssen wir noch einige Betrachtungen bey der Parabel machen, welche die Gründe dieser Rechnung zeigen, und zugleich einiges Licht auf die erklärte mechanische Auflösung zurückwerfen werden.

Verschiedene Bestimmungen einer Parabel.

§. 1249. Wenn in einer Ebene drey Puncte E, F, G (*Tab. XVII. Fig.* 239, 240.) gegeben werden, deren eines F der Nabel einer Parabel werden soll, welche durch die zween übrigen E und G hindurchgehet: so kan diese Parabel beschrieben werden, wenn man nur die Axe derselben durch das Punct F zu

ziehen,

ziehen, und in dieser den Scheitel A anzugeben weiß, und es ist (56) gezeigt worden, wie dieses zu verrichten sey. Es wird aber eine Linie, welche zur Axe der Parabel gemacht werden kan, samt dem dazu gehörigen Scheitel also entdecket. Man beschreibet um das gegebene Punct E, mit dem Halbmesser EF, einen Cirkelkreis, und um G, mit dem Halbmesser GF, einen andern, welcher den vorigen in F schneiden wird. Man ziehe eine gerade Linie DH, welche die Kreise beyde berühre, den einen in D und den andern in H. Die dieser DH durch F perpendicular gezogene, und nach Belieben in B verlängerte PB, wird die verlangte Axe seyn, und das Punct A welches die FP in die zween gleichen Theile $FA = AB$ theilet, der dazu gehörige Scheitel. Denn wenn man von dem Mittelpuncte E, die ED der PB, und EI der DH parallel ziehet; und also das Rechteck $DEIP$ vollendet, so endiget sich ED in dem Berührungspuncte D, welches zeiget, daß der Halbmesser EF dieser ED, und folgends auch der PI gleich sey. Eben dieses hat auch bey dem andern um G beschriebenen Cirkel statt, zu welchem also $GF = GH = PK$. Da nun also, wenn zu der Axe PB der Scheitel A und den Nabel F, eine Parabel zu beschreiben ist, immer ein Punct derselben M bestimmet wird, wenn man in der Axe ein Punct L nach Belieben annimt, durch dasselbe die LM der Axe perpendicular ziehet, und FM der LP gleich machet: so müssen, da zu den Puncten E und G die Gleichheiten $EF = IP$ und $GF = KP$ erwiesen sind, diese Puncte E und G in eben die Parabel zu liegen kommen. T. XVII. F. 239. 240.

§. 1250. Dergestalt wird durch die gerade Linie DH, welche die zween um E und G beschriebene einander in F schneidende Cirkelkreise berühret, immer eine Parabel angegeben, welche ihren Nabel in F hat, und durch die Puncte E, G hindurchgehet. Es werden aber eben die zween Cirkel auch von einer andern Linie dh (*Tab. XVII. Fig.* 241.) berühret, welche eben so gebraucht werden kan, wie die vorige DH, und, wenn dieses geschiehet, eine Parabel EaG geben, die eben den Nabel F hat, und durch eben die Puncte E und G gehet, ob wohl ihr Scheitel a von dem Scheitel der Parabel EAG gar sehr abweichet. Es haben aber diese zwo Parabeln eine entgegengesetzte Lage, so daß, wenn sie beschrieben werden sollen, indem eine von dem Nabel F nach dem beyden gemeinschaftlichen Puncte E laufende gerade Linie FE, sich um F nach dem Puncte G, welcher ebenfalls beyden Parabeln gemeinschaftlich ist, herumdrehet, und zugleich, wie ein T. XVII. F. 241.

T. XVII. F. 241. anderer Radius Vector, nach Nothdurft länger oder kürzer wird; diese Winkelbewegung zu der Parabel *EAG* nothwendig derjenigen zuwider seyn muß, welche zur Beschreibung des andern *EaG* erfodert wird: woraus folget, daß auch, wenn diese zwo Parabeln die Bahnen zweener Cometen vorstellen sollen, der eine rechtläufig und der andere rückläufig seyn müsse.

§. 1251. Wenn also zu einem Cometen nicht nur die Lage zweener Puncte seiner Bahn, von deren ersten *E* er nach den zweyten *G* übergehet, in Ansehung des in die Sonne fallenden Nabels *F* angegeben werden, sondern auch gesagt wird, ob dieser Comet rechtläufig oder rückläufig sey; so ist es leicht unter den zwo Parabeln *EAG*, *EaG* diejenige zu wählen, die sich zur Bahn dieses Cometen schicket. Es ist aber würklich jede der zwo dergestalt bestimten Parabeln die einzige in ihrer Art. Wäre dieses nicht, und könte man statt der Bahn *EAG*, welche zu einen rückläufigen Cometen gehören mag, noch eine andere zu einem rückläufigen Cometen gehörige Bahn beschreiben, deren Scheitel ausser *A* fiel; so müste zu dieser andern Bahn wo nicht der Winkel *AFE*, doch wenigstens die Grösse der *FA* von dem gezeichneten verschieden seyn. Wir werden aber alsbald sehen, daß keines von beyden statt haben könne, da durch die gegebene Summe oder den Unterschied der zween Winkel *EFA* und *AFG*, und die dazu gehörige Seiten *FE*, *FG*, diese Winkel beyde völlig bestimmet werden, und uns bekant ist, wie zu jedem dieser Winkel, und der dazu gehörigen *EF* oder *FG*, der Theil der Axe *FA* zu finden sey. Es wird aber eine Regel, welche zu dieser Bestimmung dienet, und bey der Entdeckung der Bahn eines Cometen mit Vortheil zu gebrauchen ist, durch die nachfolgenden Schlüsse herausgebracht.

T. XVII. F. 242. §. 1252. Sind in der Parabel *AB* (*Tab. XVII. Fig.* 242.) welcher Nabel *F* ist, die Scheitel *P* aber, samt dem dahin reichenden Theile der Axe *FP* unbekant sind, die Linien *FA*, oder *FA'* und *FB* gezogen, deren Grössen, samt dem Winkel *AFB*, welchen sie einschliessen, bekant sind: so fällt der Scheitel *P* entweder zwischen die Puncte *A*, *B*, oder ausser dieselbe, wenn *A'* statt des *A* gegeben oder angenommen wird. In dem ersten Falle, ist der bekante Winkel *AFB* die Summe der gesuchten $PFA + PFB$; in dem zweyten aber *A'FB* gleich dem Unterschiede dieser Winkel $PFB - PFA'$. Man mache zu dem ersten Falle $a = \frac{1}{2}PFB + \frac{1}{2}PFA$. Da nun $PFB + PFA$ nothwendig weniger beträgt

beträgt als vier rechte Winkel, so wird der Winkel a immer kleiner als ein rechter, der Unterschied $\frac{1}{4}PFB - \frac{1}{4}PFA$ aber, welcher noch viel kleiner ist, sey $= x$. Alsdann ist $a + x = \frac{1}{2}PFB$, und $a - x = \frac{1}{2}PFA$. Nun wissen wir (1231), daß $FA = \frac{FP}{(\cos \frac{1}{2}PFA)^2}$, und $FB = \frac{FP}{(\cos \frac{1}{2}PFB)^2}$. Es ist also $FA : FB = (\cos \frac{1}{2}PFB)^2 : (\cos \frac{1}{2}PFA)^2$, und $\sqrt{FA} : \sqrt{FB} = \cos \frac{1}{2}PFB : \cos \frac{1}{2}PFA. = \cos(a + x) : \cos(a - x)$. Ferner ist bekant, daß zu jeden zween spitzigen Winkeln a und x, der Cosinus der Summe $a + x$, sey $\cos a. \cos x - \sin a. \sin x$, und der Cosinus ihrer Differenz $a - x = \cos a. \cos x + \sin a. \sin x$, wenn nehmlich auch hier der Radius zur Einheit gemacht wird, und also $\sqrt{FA} : \sqrt{FB} = (\cos a. \cos x - \sin a. \sin x) : (\cos a. \cos x + \sin a. \sin x)$. Wenn aber die Summen und die Differenzen der Glieder dieser Verhältnisse genommen werden, so folget hieraus $(\sqrt{FB} + \sqrt{FA}) : (\sqrt{FB} - FA) = 2\cos a. \cos x : 2 \sin a. \sin x$, und wenn man die Glieder der letztern Verhältniß beyde durch $2\sin a. \cos x$ dividiret, so wird eben die Verhältniß auch durch $\frac{\cos a}{\sin a} : \frac{\sin x}{\cos x}$ angegeben. Nun ist $\frac{\cos a}{\sin a} = \cot a$, und $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$. Also $(\sqrt{FB} + \sqrt{FA}) : (\sqrt{FB} - \sqrt{FA}) = \cot a : \tan x$.

T. XVII. F. 242.

§. 1253. Zu dem zweyten Falle aber mache man $a = \frac{1}{4}PFB - \frac{1}{4}PFA'$, und $x = \frac{1}{4}PFB + \frac{1}{4}PFA'$, wodurch die beyden Winkel a und x ebenfalls immer spitzig werden. Alsdenn wird $x + a = \frac{1}{2}PFB$, und $x - a = \frac{1}{2}PFA'$, und $\cos \frac{1}{2}PFB = \cos x. \cos a - \sin x. \sin a$, wie auch $\cos \frac{1}{2}PFA' = \cos x. \cos a + \sin x. \sin a$. Da nun die Proportion $\sqrt{FA'} : \sqrt{FB} = \cos \frac{1}{2}PFB : \cos \frac{1}{2}PFA'$ hier eben so wohl statt findet, als in dem vorigen Falle; so wird hieraus $\sqrt{FA'} : \sqrt{FB} = (\cos x. \cos a - \sin x. \sin a) : (\cos x. \cos a + \sin x. \sin a)$, und es folget ferner $(\sqrt{FB} + \sqrt{FA'}) : (\sqrt{FB} - \sqrt{FA'}) = 2\cos x. \cos a : 2\sin x. \sin a$, welche Verhältniß von der zu dem vorigen Falle herausgebrachten in nichts verschieden ist, und eben so, wie jene, giebt $(\sqrt{FB} + \sqrt{FA'}) : (\sqrt{FB} - \sqrt{FA'}) = \cot a : \tan x$. Es wird also der Winkel x aus den Entfernungen FA, FB, und aus dem gegebenen Winkel $a = \frac{1}{4}AFB$ in beyden Fällen durch eben die Regel herausgebracht, und man findet hernach den grössern der gesuchten Winkel PFB, welcher an der grössern Entfernung FB lieget, wenn

T. XVII. F. 242. man machet $PFB = 2(a + x)$; der zu der kleinern Entfernung gehörige kleinere Winkel PFA, PFA'' aber ist in dem ersten Falle $= 2(a - x)$ und in dem zweyten $= 2(x - a)$. Das eine und das andere zeiget den gedoppelten Unterschied der Winkel a und x an. Es ist aber in dem ersten Falle der gegebene a grösser als der gesuchte, und in dem letzten kleiner: so daß bey allen diesen Dingen nicht die geringste Zweydeutigkeit übrig bleibt, und die Lage der Axe FB durch die Linien FA, FB oder FA'', FB, und durch den von denselben eingeschlossenen Winkel AFB, völlig bestimmet, und als eine einzige angegeben wird.

Genauere Berechnung der Bahn eines Cometen.

§. 1254. Nach allen diesen Vorbereitungen ist zur genauern Berechnung der Bahn eines Cometen nichts weiter nöthig, als Trigonometrie: und ob wohl die ins gröbere bestimte Bahn diese Rechnung gar sehr verkürzen muß, weil sie nichts zu thun übrig läßt, als die dabey begangenen Fehler zu verbessern: so ist dieselbe doch nicht unumgänglich nothwendig, sondern es kan die Wiederhohlung der Rechnung, wiewohl durch lange Umschweife, zu eben den Zweck führen. Ich will mich bemühen die Sache so vorzutragen, wie sie, meines Erachtens, sowohl in Ansehung ihrer Gründe als der Ausübung, am leichtesten zu übersehen ist, ob ich wohl dabey etwas weniges von den Vorschriften der grossen Astronomen, die ich vor Augen habe, werde abgehen müssen. Es sind bey dieser Rechnung keine Zeichnungen nöthig, ausser in sofern sie derselben zu einer Richtschnur dienen, und die Begriffe der Dinge, welche berechnet werden sollen, deutlich und lebhaft machen. Ich werde mich auch bey den Zeichnungen, die in dieser Absicht zu entwerfen seyn werden, weder an das oben (1244) beygebrachte, noch an ein anderes Beyspiel halten.

§. 1255. Sind nun die drey Beobachtungen, wie bey der körperlichen Vorstellung geschehen muste, mit Bedacht gewählet worden, so wird der Anfang mit eben der Zeichnung (*Fig.* 238) gemacht, welche bey jener Vorstellung zum Grunde alles übrigen gedienet hat. Man hat diese Zeichnung bereits auf dem Brette, welches die Fläche der Ecliptic vorstellete; und es ist leicht in dieselbe, vermittelst des gedoppelten Winkelhackens, die orthographischen Entwürfe der Stellen zu bringen, welche der Comet in den Zeitpuncten der drey Beobachtungen würklich einnahm, und die Entfernungen dieser Puncte von dem Mittelpuncte der

auf

auf dem Brette gezeichneten Ecliptic anzumerken, welche die verkürzten Entfernungen angeben werden, die der Comet in diesen Zeitpuncten hatte. Wir brauchen dieser verkürzten Entfernungen nur zwo, deren jede aus der mittlern Entfernung der Erde von der Sonne, die man sich in 1000 gleiche Theile getheilet vorstellet, so genau als möglich bestimmet werden muß. Es ist nicht viel daran gelegen zu welchen der drey Beobachtungen diese angenommenen verkürzten Entfernungen gehören, ob zu der ersten und zweyten, oder zu der ersten und dritten, oder der zweyten und dritten. Doch thut man wohl, wenn man diejenige Beobachtung, welche der Zeit nach vorher gegangen ist, auch immer vorhergehen läßt, damit man desto leichter übersehen könne, ob der Comet rechtläufig oder rückläufig sey. Mit dieser Einschränkung wird die an sich willkührliche Ordnung der drey Beobachtungen, nach welcher eine die erste, die andere die zweyte, und die übrige die dritte genant wird, ein vor allemal fest gesetzt. Eben die körperliche Vorstellung aber giebt auch die verkürzten Entfernungen des Cometen von der Erde zu eben den Zeiten der Beobachtungen, die man aber nur beyläufig zu wissen braucht. Ja es ist sehr wohl gethan, wenn man den Theil der Bahn, welchen der Comet von der ersten Beobachtung bis zur zweyten beschrieben hat, in eben der Fläche orthographisch entwirft; welches vermittelst des gedoppelten Winkelhackens leicht genug geschiehet, weil eine sehr mittelmäßige Richtigkeit dieses Entwurfs hinlangt, den Zweck derselben völlig zu erreichen. T. XVII. F. 242.

Berechnung der Bahn eines Cometen, aus zwo angenommenen verkürzten Entfernungen.

§. 1256. Ist nun *ASB* (*Tab. XVII. Fig.* 243.) der Winkel, welchen die Erde in der zwischen der ersten und zweyten Beobachtung verflossenen Zeit um die Sonne beschrieben hat, so wird *SA* der Entfernung derselben von dieser *S* zur Zeit der ersten Beobachtung, und *SB* dem Zwischenraume zwischen eben den Körpern zur Zeit der zweyten Beobachtung gleich gemacht. An *A* wird der Winkel *SAM*, um welchen die Länge des Cometen zur Zeit der ersten Beobachtung von der Länge der Sonne verschieden schien, gehörig angesetzt, und an *B* derjenige Winkel dieser Art, welcher bey der zweyten Beobachtung statt hatte, indem überall die Ordnung der Zeichen der Ecliptic beobachtet, und die Zeichnung derselben gemäß gemacht wird. Alsdann ist es leicht vermittelst der beynahe bekanten *SM*, *SN*, die Dreyecke *SAM*, *SBN* zu schliessen; und solte sich dabey ein T. XVII. F. 243.

T. XVII. F. 243. Zweifel ereignen, weil eben die *SM* auf zwo verschiedene Arten aus dem nehmlichen Puncte *S* an die *AM* gelegt werden kan, und so die *SN* an die *BN*: so kan dieser Zweifel durch die beyläufig bekanten *AM*, *BN* gehoben werden. Der von *M* bis an *N* gezeichnete Entwurf der Bahn des Cometen *MPN* aber zeiget, daß derselbe rückläufig sey.

§. 1257. Nun wird 1°. in dem Dreyecke *ASM*, aus den bekanten Seiten *AS*, *SM* und dem Winkel *A*, der Winkel *M*, geschlossen, wodurch zugleich *ASM* bekant wird, welches die aus der Sonne gesehene Entfernung des Entwurfs des Cometen *M* von der Erde ist; und eben die Rechnung wird auch bey dem Dreyecke *SBN* vorgenommen. Dadurch wird die Summe der Winkel $MSA + ASB + BSN$ gegeben, die den Winkel *MSN*, um welchen sich der Comet von der ersten Beobachtung bis zur zweyten, in Absicht auf die Ecliptic beweget, und seine Länge verändert hat, zu vier rechten Winkeln ergänzet. Und weil die Puncte der Ecliptic bekant sind, nach welchen die verlängerten *SA* und *SB* laufen, so sind auch diejenigen leicht anzugeben, in welchen die Entwürfe des Cometen *M* und *N*, in den Zeiten der zwo Beobachtungen, aus der Sonne gesehen werden konten.

2°. Der Comet stand zur Zeit der ersten Beobachtung gerade über dem Puncte *M*, in einer Entfernung von der Fläche der Ecliptic, so von der Erde in einem Winkel gesehen wird, welcher die aus der Beobachtung bekante geocentrische Breite des Cometen ausmachet. Es wird also die heliocentrische Breite desselben zu eben dem Zeitpuncte gefunden, wenn man machet: wie *SM* : *AM* so die Tangente der geocentrischen Breite zu der Tangente der heliocentrischen. *AM* ist in dieser Verhältniß unbekant; man kan aber auch hier die Mühe diese Seite *AM* zu berechnen ersparen, wenn man statt der *SM* : *AM* die ihr gleiche Verhältniß *sin A* : *sin ASM* gebrauchet. Eben so wird auch die Breite entdeckt, mit welcher der Comet zur Zeit der zweyten Beobachtung aus der Sonne gesehen werden konte, da sein Entwurf in das Punct *N* fiel.

3°. Aus den für bekant angenommenen Entfernungen *SM*, *SN*, werden ferner in den rechtwinklichten Dreyecken, die dergestalt auf diesen Linien stehen, daß ihre größten Seiten von *S* bis an die Stellen reichen, welche der Comet zur Zeit

jeder

jeder der zwo Beobachtungen einnahm, diese größten Seiten gefunden, um welche der Comet damals von der Sonne entfernet war. Wenn wir die Zahl, welche die *SM* ausdrücket, *a* nennen, und die welche *SN* angiebt, *b*, so verhält sich der Cosinus der zur ersten Beobachtung entdeckten heliocentrischen Breite zum Radius, wie *a* zur damaligen Entfernung des Cometen von der Sonne: und eben so ist es auch bey der zweyten Beobachtung. *T. XVII. F.* 243.

4°. Die dergestalt entdeckten zwo Entfernungen des Cometen von der Sonne fallen, wie jede zwo in einem Puncte zusammenlaufende Linien, beide in eine Fläche, und schliessen in derselben einen Winkel ein, welcher das einzige ist, so uns noch fehlet, wenn wir in der nehmlichen Fläche eine Parabel beschreiben sollen, die ihren Nabel in *S* hat, und durch die beyden beobachteten Stellen des Cometen hindurchgehet, welche Parabel sodann von der wahren Bahn desselben desto weniger abweichen wird, je geringer die, bey der Ansetzung der Zahlen *a* und *b*, begangenen Fehler sind. Denn die Lage der Fläche, in welcher die Parabel zu beschreiben ist, wird durch die zwo von dem Cometen nach dem Mittelpuncte der Sonne laufenden Entfernungen, oder durch den Mittelpunct der Sonne und die zwo beobachteten Stellen des Cometen, durch welche sie hindurch gehen muß, völlig bestimmet.

5°. Es wird aber, wenn eine der Linien *SM*, *SN* diejenige ist, in welcher die Fläche der Ecliptic von der Fläche der Bahn des Cometen geschnitten wird, dieser Winkel leicht genug entdecket. Es sey *NSB* (*Tab. XVII. Fig.* 244.) die Fläche der Ecliptic, *LSN* die Fläche der Bahn des Cometen, und *SN* die Knotenlinie, also *N* selbst die Stelle des Cometen zur Zeit der einen Beobachtung. Wenn sich nun derselbe bey der andern gerade über *M* in *L* befunden hat, so ist *LSN* der gesuchte Winkel, welchen die von den zwo Stellen *L* und *Q* nach der Sonne *S* gezogenen geraden Linien einschliessen. Es ist aber in der bey *M* rechtwinklichten Ecke *LSNM* die Grundseite *MSN* gleich anfangs gefunden worden, und *LSM* ist die heliocentrische Breite des ausser der Fläche der Ecliptic gesehenen Cometen. Also kan, vermittelst der bekanten zur Auflösung solcher dreyseitigen Ecken oder Kugeldreyecke dienenden Regeln, nicht nur die Seite *LSN*, sondern auch der Winkel bey *N* gefunden werden, mit welchem sich die Fläche der Bahn des Cometen gegen die Fläche der Ecliptic neiget. *T. XVII. F.* 244.

6°. Ist

T. XVII. F. 245.

6°. Ist aber weder SM noch SN (F. 245.) die Knotenlinie, so wird die Weise, den verlangten Winkel zu finden, am deutlichsten eingesehen, wenn man die Flächen, die bey dieser Betrachtung durch die Sonne gelegt werden müssen, bis um die um den Mittelpunct derselben beschriebene Himmelskugel erweitert, deren Oberfläche sie in Cirkelbogen schneiden werden, so die Maasse der gegebenen und des gesuchten Winkels abgeben. Es sey MSQ ein Theil der Fläche der Ecliptic, und in derselben der Bogen MN das Maaß des Winkels MSN, dieser und der vorigen Zeichnungen. Auf die Fläche MSQ falle die SP perpendicular, und es sey also P der eine Pol der Ecliptic. Alsdenn hat sich der Comet zur Zeit der ersten Beobachtung in der durch PS und SM gelegten Fläche PSM befunden, und zur Zeit der zweyten in der durch PS und SN gehenden PSN, die Bogen PLM aber und PKN sind Quadranten, in welchen die Puncte L, K bey welchen der Comet in eben den Zeitpuncten von der Sonne gesehen werden konte, angegeben werden, wenn man ML dem Maasse der heliocentrischen Breite, die er bey der ersten Beobachtung hatte, gleich machet, und NK dem Maasse der heliocentrischen Breite zu der zweyten. Alsdenn aber sind PL, PK die Ergänzungen dieser Maasse, und also bekant: der Winkel LPK aber, welchen die beyden Flächen PSM, PSN einschiessen, wird von dem bekanten Bogen MN gemessen. Die Fläche der Bahn des Cometen gehet durch die drey Puncte L, S, K, und es schliessen in derselben LS, und KS den verlangten Winkel ein: die Fläche der Ecliptic aber wird von eben derselben in SQ geschnitten. Nun giebt die Trigonometrie Anweisung aus den zwo Seiten PL und PK, samt den dazwischen enthaltenen Winkel LPK, die Seite LK zu finden, welche den Winkel LSK misset: und wenn man alsdenn den Winkel $PKL = QKN$ haben will, so hat es mit demselben keine Schwürigkeit. Man lässet nehmlich, wenn PK die grössere Seite ist, aus dem derselben entgegen gesetzten Winkel L, den Bogen LO, dessen Radius dem SP gleich seyn muß, dieser PK perpendicular fallen, und suchet in dem rechwinklichten Dreyecke PLO die Seite OP, welche von der bekanten PK abgezogen, den Bogen OK übrig lässet. Aus diesem OK und den bekanten PO, PL wird alsdenn die Seite LK gefunden, wenn man machet: $\cos OP : \cos OK = \cos PL : \cos LK$: und aus dem hieraus zu berechnenden Winkel QKN und der Seite KN des rechtwinklichten Dreyecks KQN, kan ferner KQN, die Neigung der Fläche der Bahn gegen die Fläche der Ecliptic, geschlossen werden, wie auch die Seite QN.

7°. Da

7°. Da aus der heliocentrischen Länge des Cometen zur Zeit der zweyten Beobachtung der Ort des Puncts N in der Ecliptic bekant ist, so wird durch den gefundenen Bogen QN auch die Länge des einen Knoten Q gegeben, welchem der andere gerade entgegen stehet; und es ist leicht zu sehen, welcher von beyden der aufsteigende sey. Die Neigung der Fläche der Bahn gegen die Fläche der Ecliptic KQM konte ebenfalls entdeckt werden; es bleibt also bey der Lage der Fläche der Bahn nichts zu fragen übrig. Was aber die Parabel selbst anlangt, welche diese Bahn vorstellen soll, so kan dieselbe aus den zwo Entfernungen des Cometen von der Sonne, deren erstere in SL und die andere in SK fällt, und aus dem, wie gewiesen worden ist, berechneten Winkel LSK auf die (1249) erklärte Weise beschrieben werden, wenn man es thun will. Es ist aber hinlänglich, wenn man die wahre Anomalie des Cometen zu der einen oder der andern seiner Stellen, da er nehmlich einem in die Sonne gesetzten Auge in L oder K erschienen seyn würde, nach der ebenfalls erwiesenen Regel (1252) berechnet; aus welcher wahren Anomalie und der dazu gehörigen Entfernung, sodann auch die kleinste Entfernung des Cometen von der Sonne, oder der Theil der Axe seiner Bahn, welcher von dem Brennpuncte bis an deren Scheitel reichet, zu haben ist. Wir wollen diese Entfernung noch immer mit SP, und die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne $= 10000$, mit ST bezeichnen. T. XVII. F. 245.

8°. Die dergestalt entdeckte Parabel würde den Theil der Bahn des Cometen, in welchem derselbe von der Erde gesehen werden kan, so nahe kommen, als es möglich ist, da diese Bahn nicht eigentlich die Gestalt einer Parabel sondern einer Ellipse hat; wenn nur die zur Bestimmung derselben zuerst angenommenen verkürzten Entfernungen des Cometen von der Sonne ohne Fehler wären. Und da die Zeiten, in welchen der Comet von dem Puncte seiner größten Annäherung gegen die Sonne, bis zu einem andern durch die wahre Anomalie gegebenen Puncte seiner Bahn, oder von dem letztern bis zu dem erstern übergehet, vermittelst der Tafel, auf welche wir uns so oft haben beziehen müssen, in verjüngten Tägen dieses Cometen, und dessen Theilen gegeben wird; so können nunmehro eben die Zeiten auch in natürlichen Tägen und dessen Theilen angegeben werden, da wir im Stande sind, die Verhältniß des verjüngten Tages der Cometen zu den natürlichen auszumachen. Wir haben (1230) gesehen, daß der natürliche Tag sich zu dem verjüngten wie $\sqrt{ST^3}$ zu $\sqrt{SP^3}$ verhalte. Wenn also der natürliche Tag

T. XVII. F. 245. zur Einheit gemacht wird, so wird aus demselben der verjüngte durch $\frac{\sqrt{SP^3}}{\sqrt{ST^3}}$ ausgedrückt, und eine jede Zahl q verjüngter Täge, die in einem gewissen Zeitraume enthalten sind, giebt die Zahl q' der in eben dem Zeitraume enthaltenen natürlichen Täge, wenn man sie in $\frac{\sqrt{SP^3}}{\sqrt{ST^3}}$ multipliciret. Nun haben wir angenommen $ST = 10000$, es ist also $\sqrt{ST} = 100$ und $\sqrt{ST^3} = 1000000$, folgends $q = \frac{q'\sqrt{SP^3}}{1000000}$. Gemeiniglich wird die Rechnung vermittelst der Logarithmen verrichtet, zu welcher $l.1000000$ die Zahl 6 ist, und also $lq = lq' + \frac{3}{2}lSP - 6$. Ist nun die dergestalt zu berechnende Zeit diejenige, welche zu einer der zwo Beobachtungen gehöret, so wird aus derselben und der Zeit dieser Beobachtung, auch der Zeitpunct herausgebracht, in welchem er am wenigsten von der Sonne entfernet gewesen ist, oder seyn wird.

Prüfung und Verbesserung der herausgebrachten Bahn.

§. 1258. Nun ist zu untersuchen, ob die dergestalt entdeckte Parabel würklich vor die Bahn des beobachteten Cometen angenommen werden könne, das ist, ob sie sich auch zur dritten Beobachtung schicke, und derselben genug thue. Und wenn dieses nicht ist, so sind die Fehler auszumachen, welche zu einer genauern Berechnung dieser Bahn führen können. Es wird zu dem Ende zu dieser Parabel, welche, weil sie zuerst gefunden worden ist, die erste heissen mag, die Zeit gesucht, welche der Comet, der dieselbe beschreiben soll, brauchet, von der Stelle dieser Bahn, in welche ihn die erste Beobachtung setzet, bis an diejenige zu gelangen, in welcher er sich zur Zeit der zweyten Beobachtung befunden hat, und diese Zeit wird mit der zwischen den zwo Beobachtungen würklich verflossenen zusammen gehalten. Es wird auch ferner die Länge berechnet, in welcher der in dieser Bahn fortlaufende Comet, in dem Zeitpuncte der dritten Beobachtung, die bisher noch nicht gebraucht worden ist, der Erde erscheinen muste, und mit der zu der Zeit würklich beobachteten geocentrischen Länge zusammen gehalten. Ist der Unterschied zwischen beyden Zeiten, und zugleich der Unterschied zwischen beyden Längen so geringe, daß man denselben als eine Folge der bey den Beobachtungen nie gänzlich zu vermeidenden Fehler, und der Abweichung der Parabel von der Ellipse ansehen kan, in welcher sich der Comet würklich beweget, so wird die entdeckte Bahn als

richtig

richtig angenommen, und die Arbeit ist geendiget. Da aber dieses Glück schwerlich jemals zu erwarten ist, sondern sich gemeiniglich, sowohl bey den Zeiten als auch bey den Längen, ein beträchtlicher Unterschied äussern wird: so werden beyde Differenzen, zum Behuf der folgenden Rechnung angemerket. Ich setze die zwischen der ersten und zweyten Beobachtung verflossene Zeit sey grösser als die berechnete, und der Ueberschuß jener über diese sey b: so daß $-b$ geschrieben werden muß, wenn die berechnete Zeit die grössere ist. Eben so lasse ich g den Ueberschuß der beobachteten geocentrischen Länge, über die berechnete bedeuten, und schreibe $-g$, wenn die berechnete Länge die grössere ist. Man kan sich aber auch anstatt dieser der Längen der geocentrischen Breiten vollkommen so bedienen, wie die Längen genutzt werden. T. XVII. F. 245.

§. 1259. Nun wird die ganze Arbeit von vorne angefangen, und für $SM = a + 100$, und $SN = b$, eine zweyte Parabel vollkommen so herausgebracht, wie zu $SM = a$, und $SN = b$ die erste berechnet worden ist, und noch eine dritte, zu welcher angenommen wird $SM = a$ wie bey der ersten, aber $SN = b + 100$. Zu jeder dieser neuen Parabel wird die Zeit gefunden, welche der Comet, der dieselbe beschreiben soll, haben muß, von dem Puncte seiner Bahn, in welches ihn die erste Beobachtung setzet, bis an das Punct der zweyten zu gelangen. Ich setze wieder, daß jede dieser Zeiten grösser sey, als diejenige, welche in der ersten Parabel zu eben den Uebergang erfordert wurde, und nenne den Ueberschuß der Zeit der zweyten über die Zeit der ersten t, und den Ueberschuß der Zeit der dritten über eben die Zeit der ersten t', so daß auch hier $-t$, $-t'$ die gewöhnliche der vorigen entgegengesetzte Bedeutung bekommen. Endlich werden auch die geocentrischen Längen berechnet, welche in den beyden neuen Bahnen der Zeit der dritten Beobachtung zukommen, und der Ueberschuß einer jeden dieser Längen über diejenige, so die erste Bahn angab, entdecket. Diese Differenzen sollen, bey eben den Bedingungen, s, s' heissen, so daß zu der zweyten Parabel, für welche $SM = a + 100$ und $SN = b$, die Differenzen t, und s, zur dritten aber, deren $SM = a$ und $SN = b + 100$, diese andern t', s' gehören.

§. 1260. Setzen wir nun, daß a um x, und b um y vermehret werden müsse, wenn die beyden verkürzten Entfernungen $SM = a + x$ und $SN = b + y$ die Bahn des Cometen mit einer hinlänglichen Richtigkeit angeben sollen:

T. XVII. F. 245. so komt alles auf die Entdeckung der Grössen x und y an, welche bey dem Gebrauche des beschriebenen Werkzeuges, in Ansehung der a und b nicht groß seyn können. Nun wissen wir aber, daß wenn $SN = b$ bleibt, SM aber zu $a + 100$ wird, der hinlänglich erklärte Unterschied der Zeit t entstehe; und der Fehler kan nicht beträchtlich seyn, wenn wir denjenigen, welcher statt des t komt, wenn a nicht um 100, sondern um x vermehret wird, auf $\frac{tx}{100}$ setzen, welches die vierte Proportionalzahl ist zu 100, x und t. Aus eben dem Grunde muß auch die Zeit, welche um t' vermehret wird, wenn man $SM = a$ bleiben läßt, und nur SN auf $b + 100$ setzet, beynahe den Zusatz $\frac{t'y}{100}$ bekommen, wenn SN nicht zu $b + 100$, sondern zu $b + y$ anwächset, weil dieser Zusatz zu dem t' sich wie y zu 100 verhält. Werden also die Linien SM, SN, die vorher a und b waren, beyde vergrössert, die eine um x, und die andere um y, so ist der Ueberschuß der Zeit, welcher dadurch entstehet, die Summe der gefundenen $\frac{tx + t'y}{100}$, welcher Ueberschuß den bey der Zeit entdeckten Fehler b ersetzen, und also diesem b gleich seyn muß, das ist, es muß seyn $tx + t'y = 100b$. Dieses bestimmet die Grösse des einen Zusatzes x aus dem andern y: soll aber jeder derselben bloß durch bekante Grössen angegeben werden, so wird ausser dieser Gleichheit noch eine andere erfodert, welche der bey der geocentrischen Länge der dritten Beobachtung begangene Fehler g gewähret.

§. 1261. Wenn nehmlich SM allein um 100 vermehret wird, indem $SN = b$ bleibet, so bekomt die geocentrische Länge den Zusatz s. Hieraus folget wie vorher, daß wenn die SN noch immer ihre Grösse behält, die SM aber nicht um 100 sondern um x vermehret wird, der Zusatz zur geocentrischen Länge $\frac{sx}{100}$ seyn werde. Und da, wenn die $SM = a$ unverändert bleibt, der SN aber 100 zugesetzt werden, die Vermehrung der geocentrischen Länge s' ist, so wird aus eben dem Grunde, wenn a bleibt, aus b aber $b + y$ entstehet, diese Länge um $\frac{s'y}{100}$ vermehret. Beydes zusammen giebt $\frac{sx + s'y}{100}$, welches der zu

SM

$SM = a$ und $SN = b$ gefundenen Länge zugesetzt werden muß, damit, mit Vernichtung des Fehlers g, die wahre beobachtete Länge herauskomme. Es muß also seyn $sx + s'y = 100g$, welche Gleichung mit der vorigen, die Grössen der Zusätze x und y, welche zu den angenommenen a und b kommen müssen, wenn beyden Umständen ein Genüge geschehen, und sowohl die Zeit als die Länge richtig herausgebracht werden soll, aus den bekanten Differenzen b, g, t, t', s, s' bestimmet. T. XVII. F. 245.

§. 1262. Wenn man nehmlich die zwo gefundenen Gleichungen unter einander schreibt, und darauf die erste durch s' die zweyte aber durch $-t'$ multipliciret, so entstehen aus diesen Gleichungen

$$tx + t'y = 100.b$$
$$sx + s'y = 100.g$$

die folgenden

$$s'tx + s't'y = 100.s'b$$
$$-t'sx - t's'y = -100.t'g$$

welche, wenn sie addiret werden, geben $(s't - t's)\,x = 100(s'b - t'g)$, woraus folget $x = \frac{s'b - t'g}{s't - t's}.\ 100.$ Wird aber die erste eben der Gleichungen durch $-s$ und die zweyte durch t multipliciret, so entstehen diese zwo andern:

$$-stx - st'y = -100.sb$$
$$+tsx + ts'y = 100.tg,$$

welche, wenn sie eben so vereiniget werden, geben $(ts' - st')\,y = 100\,(tg - sb)$ woraus geschlossen wird $y = \frac{tg - sb}{ts' - st'}.\ 100.$ Die Nenner sind beyderseits einerley, und es folgt also aus diesen zween Ausdrücken die Proportion $x : y = (s'b - t'g) : (tg - sb)$.

§. 1263. Vermittelst dieser zwo Vorschriften, bey welchen man auf die Zeichen der gegebenen Unterschiede b, g, t, s, t', s' wohl acht haben muß, damit man sich bey den Zeichen der gesuchten x, y nicht irren möge, werden diese x, y würklich berechnet, welche der Wahrheit desto näher kommen werden, je kleiner sie sind, das ist, je glücklicher man bey der Wahl der angenommenen a und b gewesen ist. Ist dieses, so können nunmehro $SM = a + x$ und $SN = b + y$

T. XVII F. 245. $b + y$ für die wahren verkürzten Entfernungen des Cometen von der Sonne angenommen, und es kan zu denselben so, wie bisher immer geschehen ist, die Parabel entdeckt werden, welche sie angeben. Diese Parabel wird eben so geprüfet wie die vorhergehenden, und wenn der Beobachtungen mehrere sind als drey, so wird mit Fleiß untersucht, ob und wie weit eben die Parabel auch diesen übrigen Beobachtungen ein Genügen leiste. Thut sie dieses mit einer hinlänglichen Richtigkeit, so wird sie vor die wahre Bahn des Cometen gehalten; wo nicht, so können die noch übrigen Fehler, welche, wenn nur a und b nicht allzu sehr von der Wahrheit abweichen, immer gering genug ausfallen müssen, ferner gebessert werden, indem man mit den gefundenen verkürzten Entfernungen $SM = a + x$, $SN = b + y$ den Anfang machet, und die ganze Arbeit, völlig so, wie sie zu $SM = a$ und $SN = b$ verrichtet worden ist, wiederhohlet. Ich hoffe aber, das vorgeschlagene Werkzeug werde diese Wiederhohlung selten nöthig seyn lassen.

Die Zeit des Umlaufs giebt das übrige.

§. 1264. Die Zeit des Umlaufs eines Cometen wird durch die Parabel, welche mit einem Theile seiner Bahn beynahe zusammen fällt, nicht bestimmet. Solte diese Zeit aus den Beobachtungen geschlossen werden, welche bey einem Cometen in dem Zeitraume angestellet werden können, in welchem er der Sonne so nahe läuft, daß er von der Erde zu sehen ist; so müsten diese Beobachtungen die grössere Axe seiner eigentlichen elliptischen Bahn angeben, welches die Parabel nicht thun kan. Wolte man die Bahn, der Wahrheit gemäß, als eine Ellipse betrachten, die Gestalt dieser Ellipse vermittelst der Beobachtungen ausmachen, und alsdenn, aus der bekanten Entfernung des Nabels dieser Ellipse von dem ihm zunächstliegenden Scheitel derselben, die Grösse dieser Axe schliessen: so würde dieses eine sehr beschwerliche Arbeit geben, von welcher wenig richtiges zu erwarten wäre, da ein sehr geringer bey derselben begangener Fehler, die Gestalt der Ellipse, und die aus derselben geschlossene Länge der grössern Axe, stark genug verändern kan. Denn da die Abweichungen, welche, indem sie aus der Ellipse eine Parabel machen, in der That die Axe der Ellipse ins unendliche verlängern, gar klein sind; so müssen noch viel kleinere Fehler hinlangen, diese Axe zwar nicht unendlich, aber doch sehr stark zu vermehren oder zu vermindern. Derowegen ist wohl das beste

beste, daß man die Cometen noch zur Zeit bloß durch die Lagen ihrer parabo- T. XVII. F.
lischen Bahnen, und die Grössen der Parameter dieser Parabeln, oder die 245.
kleinsten Entfernungen der Cometen von der Sonne, von einander unterscheide, und wenn es sich findet, daß verschiedene solche Bahnen in allen diesen Umständen so sehr mit einander übereinkommen, daß man den Unterschied als eine Folge nicht völlig richtiger Beobachtungen ansehen, oder sie einigen Veränderungen zuschreiben kan, die sich bey dem Laufe des Cometen zugetragen haben mögen: diese dem Ansehen nach verschiedene Bahnen vor eine und eben dieselbe zu halten, in welcher ein gewisser einzelner Comet seinen Umlauf verrichtet. Werden überdieses auch die Zeiten einerley gefunden, nach deren Verfliessung der Comet sich wieder in dem Scheitel seiner Bahn befindet, welcher zunächst an der Sonne liegt, so wird vollens aller Zweifel gehoben, ob der Comet der vorige sey oder nicht, und es wird dadurch zugleich die Zeit seines Umlaufs auf das zuverläßigste angegeben.

§. 1265. Eine dergleichen Uebereinstimmung der Bahnen wurde insonderheit bey dem Cometen entdecket, welcher im Jahr 1456, den 9ten Junius, im Jahr 1531 den 28sten Februar, im Jahr 1607 den 26sten October und im Jahr 1682 den 14ten September sich der Sonne am meisten genähert hat. Die zwischen jeden zwo dieser Annäherungen, die zunächst auf einander folgen, verlaufene Zeit, beträgt etwas mehr oder weniger als $75\frac{1}{2}$ Jahre. Es konte also dieser Comet um das Jahr 1759 wieder erwartet werden, in welchem er sich auch würklich eingestellt, und den 12ten März der Sonne am stärksten genähert hat. Es beträgt also die Zeit des Umlaufs dieses Cometen bald mehr bald weniger als die angesetzte Zahl der $75\frac{1}{2}$ Jahre, und es ist kein Wunder, wenn sich bey dieser Zeit eben so starke Veränderungen zutragen, als bey den übrigen Linien und Winkeln, durch welche die Lage und Grösse einer Bahn bestimmet wird. Denn die Cometen sind allem Ansehen nach gar dünne Körper, welche, wenn sie bey den grössern Planeten vorbey gehen, von der anziehenden Kraft derselben, in der Bewegung, die sie ausserdem haben würden, eine gar starke Veränderung leiden.

§. 1266. Wenn wir setzen, daß die Zeit des Umlaufs dieses Cometen 76 mal so groß sey als die Zeit des Umlaufs der Erde, so ist der Logarithme dieser

T. XVII. F. 245. ser Zahl 1,8808136, und $\frac{2}{3}\sqrt{76} = 1,2538757$, welchem die Zahl 17,942 zukomt. Durch diese Zahl wird die Hälfte der grössern Axe der Bahn eben des Cometen aus der zur Einheit angenommenen mittlern Entfernung der Erde von der Sonne angegeben. Denn da auch die Zeit des Umlaufs der Erde gebraucht worden ist, die Zeit des Umlaufs des Cometen zu messen, so ist nach der bekanten Regel (875), wenn D die Hälfte der grössern Axe des Cometen, und T die aus dieser Einheit ausgedrückte Zeit des Umlaufs bedeutet $D^3 = TT$, und also $\sqrt[3]{D} = \frac{2}{3}\sqrt{T}$. Der Herr de la Lande macht diese D etwas grösser, weil er die Zeit des Umlaufs grösser annimt, indem er ihr 28070 Tage zuschreibt. Wir können sie, da doch keine völlige Zuverläßigkeit zu haben ist, auf 18 setzen. Die kleinste Entfernung eben des Cometen von der Sonne wird auf 0,583 gesetzt, welche Zahl von 18 abgezogen für die Eccentricität 17,417 übrig lässet. Diese Eccentricität, mit der Hälfte der grössern Axe zusammen, giebt die größte Entfernung des Cometen von der Sonne 35,417. Die hieraus leicht zu berechnende Hälfte der kleineren Axe eben der Ellipse aber ist 4,544, aus welchen Maassen es leicht ist, die Bahn dieses Cometen zu entwerfen. Es giebt ausser diesem noch ein paar andere Cometen, deren Wiederkunft zu einer gesetzten Zeit erwartet wird, aber mit einer viel geringeren Zuverläßigkeit, als diejenigen hatten, welche die Rückkehr des eben beschriebenen zuerst ankündigten.

Der

Astronomischen Vorlesungen

drey und zwanzigster Abschnitt.

Von dem Laufe des Mondes.

Einleitung.

§. 1267.

Wir konten bey der Bestimmung des Laufs der Hauptplaneten und Cometen auf die Abweichungen, welche davon herrühren, daß jeder dieser Körper nicht nur von der Sonne, sondern auch von allen übrigen angezogen wird, nicht besonders sehen. Es wird eine tiefe Einsicht und grosse Fertigkeit in der Analytic erfodert, wenn man diese Abweichung aus ihren Gründen herleiten will, und die würkliche Berechnung derselben ist sehr weitläuftig und mühsam. Wir müssen uns mit dem wenigen begnügen, so hin und her von diesen Abweichungen beygebracht worden ist, und mit der allgemeinen Betrachtung, daß ein jeder Weltkörper A die Bewegung eines andern B desto mehr verändern müsse, je grösser die Masse des A in Absicht auf die Masse dieses B ist, und je näher die Körper A, B bey einander vorbeygehen: die Veränderung aber, welche der Körper A durch seine anziehende Kraft bey der Bewegung des B verursachet, in nichts anderen bestehen könne, als daß entweder dieser Körper B gezwungen wird mit einer grössern oder kleinern Geschwindigkeit in seiner Bahn fortzugehen, oder, daß er diese Bahn verlässet, und einen andern Weg nimt, welcher, wenn A nicht selbst in der Fläche dieser Bahn lieget, immer zugleich den Körper B von derselben Fläche entfernen, und die Bahn selbst dergestalt krümmen wird, daß es unmöglich ist, eine Fläche anzugeben, in welche diese Bahn ganz und gar fallen solte.

§. 1268. Aus der Ursache kan auch der Lauf der Nebenplaneten, deren Betrachtung noch allein übrig ist, hier mit keiner Vollständigkeit abgehandelt werden, die völlig befriedigend wäre. Jeder Nebenplanet wird nicht nur von seinem Hauptplaneten, sondern auch, mit diesem zugleich, von der Sonne stark angezogen. Wären die von dem letztern Zuge herrührenden Geschwindigkeiten, mit welcher sich beyde der Sonne nähern, einander völlig gleich, und ihre Richtungen aufs genauste parallel, so würde hieraus, in dem Umlaufe des Nebenplaneten um die Sonne, keine Veränderung erfolgen, weil die Bewegungen und die Würkungen zweener oder mehrerer Körper in einander, dadurch, daß diese oder jene Kraft sie sämtlich zugleich nach Parallellinien mit einerley Geschwindigkeit fortschiebet, nie gestöret werden (813). Nun sind aber die Winkel, welche die von einem Nebenplaneten nach dem Mittelpuncte der Sonne laufenden Linien, mit der von dem Hauptplaneten eben dahin reichenden einschliessen, nicht immer so klein, daß sie als Nichts betrachtet werden könten, und in diesen Linien werden die beyden Körper nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogen. Auch ist der Abstand des Hauptplaneten von der Sonne nicht immer so groß, daß in Ansehung desselben der Unterschied, um welchen ihre Nebenplaneten zuweilen mehr und zuweilen weniger von der Sonne entfernet sind, beynahe verschwinden solte. Es muß also der Zug der Sonne die Bewegung eines jeden Nebenplaneten verändern, die eine mehr und die andere weniger: wozu, wenn mehrere Nebenplaneten um eben den Hauptplaneten herumlaufen, sich noch die Kraft gesellet, mit welcher jeder derselben von jedem der übrigen angezogen wird, so die Abweichungen noch grösser macht. Denn was die übrigen Hauptplaneten anlangt, unter welchen Jupiter der größte ist; so wird zwar unser Mond auch von demselben angezogen. Es ziehet aber eben der Jupiter auch die Erde, und der Unterschied der Geschwindigkeiten, welche dadurch beyden Körpern beygebracht werden, ist, bey der starken Entfernung dieses Planeten von der Erde, zu gering, daß davon eine beträchtliche Abweichung zu erwarten wäre. Wenigstens muß dieselbe viel kleiner seyn als diejenige, welche die ungemein grössere Masse der Sonne verursachet, und man würde verkehrt handeln, wenn man sich darauf einlassen wolte, bevor der Einfluß, welchen die Sonne auf den Lauf des Mondes hat, völlig berichtiget ist. Von den übrigen Planeten, welche viel kleiner sind als Jupiter, ist dieses noch vielmehr zu sagen, und es ist leicht hieraus auf die Monden des Jupiters zu schliessen, wie auch auf die des Saturnus, welche uns ohnedem nicht sehr angehen.

Tafeln

Tafeln zum Laufe des Mondes.

§. 1269. Was nun insbesondere den Lauf des Mondes anlangt, dessen Abhandlung uns, bey aller ihrer Unvollständigkeit, doch zugleich die Gründe entdecken wird, auf welchen wir fussen müssen, wenn wir die Abweichungen der Hauptplaneten von ihren Bahnen um die Sonne, und der Nebenplaneten von denen, die sie ausserdem um ihren Hauptplaneten beschreiben würden, richtig beurtheilen wollen: so ist es kein Wunder, daß die Alten, welchen es gar nicht einfallen konte, daß die Sonne in diesen Lauf einen so starken Einfluß habe, als sie würklich hat, bey aller Mühe und Anspannung ihres Verstandes, doch zu keiner Erkentniß desselben haben gelangen können, die ihre Wünsche befriediget hätte. Auch diese Entdeckung blieb einem Newton vorbehalten: welcher aber nur die vornehmsten Quellen der verschiedenen Abweichungen, welchen der Mond bey seinem Umlaufe um die Erde unterworfen ist, deutlich aus einander gesetzt: die weitere Ausführung dieser Lehren aber, und ihre Anwendung andern überlassen hat. Es wurde aber die hierdurch rege gemachte Erwartung nur unvollkommen erfüllet, bis unser grosser Euler diese Betrachtungen von neuem unternommen, und durch sein Beyspiel die größten Geometer zu eben der Arbeit ermuntert hat: wobey sich insbesondere der berühmte Tobias Meyer so thätig erwiesen hat, daß er bald darauf Mondtafeln ausfertigen konte, die mit den Himmel so genau zutreffen, als kaum zu erwarten war, indem sie nur selten um eine ganze Minute von den Beobachtungen abweichen sollen. Doch blieb Herr Euler hiebey nicht stehen, sondern hat endlich noch andere, mit einer ausserordentlichen Scharfsinnigkeit und kaum glaublicher Mühe aus den ersten Gründen der Bewegungen hergeleitete Tafeln ausfertigen lassen, vermittelst welcher der Ort des Mondes in dem Raume, in welchem er sich samt der Erde um die Sonne beweget, für jeden gegebenen Zeitpunct unmittelbar gefunden wird.

§. 1270. Man entdecket vermittelst dieser neuen Tafeln, durch eine zwar etwas weitläuftige, aber doch ziemlich einfache Rechnung, die Entfernung des Mondes von der Fläche der Ecliptic, das ist, die Grösse der Linie, welche von dem Orte, den sein Mittelpunct in dem gegebenen Zeitpuncte einnimt, auf diese Fläche perpendicular fällt, samt dem durch diese Perpendicularlinie bestimten Entwurf dieses Orts in eben der Fläche. Ist dieser Entwurf *L*, (*T. XVII. F.* 246.) indem das Papier die Fläche der Ecliptic vorstellet, so wird derselbe durch die bey- *T. XVII. F.* 246.

T. XVII. F. 246. den Linien SA und LA angegeben, deren erste SA, aus dem Mittelpuncte der Sonne S, sich nach dem Anfange der Ecliptic erstrecket, die andere LA aber der SA, aus dem Entwurfe L, perpendicular fällt: oder man kan wenigstens, so bald der Entwurf L bekant ist, auch diese beyden Linien als bekant ansehen. Nun ist auch der Ort der Erde T für eben den Zeitpunct aus den Tafeln zu haben, und wenn von demselben die TB der LA parallel läuft, so sind auch die Grössen der Linien SB, TB, wenn sie nicht bereits bekant sind, leicht zu berechnen. Wird aber ferner die TC von eben dem Puncte T der SA parallel gezogen: so ist LC der Unterschied der beyden LA und TB; und $TC = BA$ der Unterschied der SA und BA, welche Linien LC und TC demnach ebenfalls gefunden werden können. Alsdenn giebt die Verhältniß $TC : LC$ den Winkel LTC vermittelst der Tafel der Tangenten, und dieser Winkel ist die Länge des Monds zu dem gegebenen Zeitpuncte. Es kan aber auch zu eben den TC und CT, welche bey C einen rechten Winkel einschliessen, die größte Seite des Dreyecks TL berechnet werden, welche die verkürzte Entfernung des Mondes von der Erde ist. Und diese TL giebt ferner, mit der gleich Anfangs entdeckten Entfernung des Mondes von der Fläche der Ecliptic, welche man sich durch L der Oberfläche des Papiers perpendicular vorstellen muß, ein rechtwinklichtes Dreyeck, dessen größte Seite, welche von dem Mittelpuncte der Erde T bis an den Mittelpunct des über L erhabenen Mondes reichet, der Abstand des Mondes von der Erde ist, und mit der TL den spitzigen Winkel einschliesset, welcher die Breite des Monds, zu eben den angesetzten Zeitpunct angiebt. Dieses erklärt ohngefähr die Weise nach den neuen eulerischen Tafeln zu rechnen: denn es wird die Arbeit durch verschiedene bey der Einrichtung derselben angebrachte Vortheile verkürzt, bey welchen wir uns nicht aufhalten können, da unsere gegenwärtige Absicht nicht weiter gehet, als auf die Bemerkung und Auseinandersetzung der Kräfte, mit welchen die Sonne in den Mond würket; welche uns in den Stand setzen kan, von der davon herrührenden Veränderung des Laufs desselben, so weit dieses ohne einer vollständigen Rechnung möglich ist, zu urtheilen: zu welchem Ende wir dasjenige, so die Beobachtung von diesem Laufe entdeckt haben, und bereits grossentheils in dem vorhergehenden beygebracht worden ist, kürzlich zusammenfassen und voraus senden wollen.

Mittlere

Mittlere Zeit des Umlaufs.

§. 1271. Die starke Parallaxe, welcher der Mond bey seiner geringen Entfernung von der Erde unterworfen ist, verursachte bey der Entdeckung der Gründe seines Laufs Schwürigkeiten, die nicht besser gehoben werden konten, als durch die Beobachtung der Mondfinsternisse. Denn da die Axe des Erdschattens immer, der Sonne gerade entgegen, in die Fläche der Ecliptic fällt; bey einer Verfinsterung des Mondes aber der Punct seiner Scheibe, durch welchen diese Axe hindurchgehet, aus dem auf derselben sichtbaren Schatten der Erde geschlossen werden kan: so wird durch diese Verfinsterung nicht nur der wahre Ort des Mondes, sondern auch die Stelle des einen Knoten seiner Bahn, samt der Neigung der Fläche derselben gegen die Fläche der Ecliptic, angegeben. Jede zwo dergestalt bestimte Längen des Monds geben ferner die mittlere Zeit des Umlaufs desselben, von einem Gegenstande mit der Sonne bis zu dem nächsten, mit einer desto grössern Zuverläßigkeit, je länger die zwischen den zwo Beobachtungen verflossene Zeit ist: weil durch die grosse Zahl der in einer langen Zeit von tausend oder mehr Jahren vollendeten Umlaufe, die etwan bey der Beobachtung begangenen Fehler sehr gemindert werden müssen. Es wäre eben die Zeit des Umlaufs des Mondes in Absicht auf die Sonne vermittelst zweener Vollmonde zu entdecken, wenn wir es dem Monde ansehen könten, in welchem Augenblicke er eigentlich voll ist, oder uns sonst in dieser oder jener aufs strengste bestimten Gestalt erscheinet. Die also gefundene Zeit des Umlaufs des Mondes in Absicht auf die Sonne, beträgt im Mittel 29 Tage, 12 Stunden, 44 Minuten und 3 Secunden. Denn man siehet leicht, daß sie nicht immer genau eben die Länge haben könte, wenn auch der Mond sich gleichförmig bewegte, weil sie zugleich von der Geschwindigkeit abhängt, mit welcher die Erde, indem sie in ihrer Bahn fortgehet, einem in die Sonne gesetzten Auge die verschiedenen Theile der Ecliptic zu beschreiben scheinet. Die nicht völlig gleichförmige Bewegung des Monds aber muß in diese Zeit des synodischen Umlaufs eine noch grössere Veränderung bringen.

T. XVII. F. 246.

§. 1272. Weil in der Zeit, in welcher der Mond um die Erde herumläuft, diese ebenfalls fortgehet, und dadurch verursachet, daß die Sonne einen eben so grossen Winkel, als sie selbst um die Sonne beschreibt, um den Mittelpunct der Erde zu machen scheinet; so muß, wenn wir das Maaß dieses Winkels α nennen, der Mond über den ganzen Umkreis π noch den Bogen α der Ecliptic

T. XVII. F. 246. zurücklegen, wenn er von dem Puncte derselben, in welchem er der Sonne gerade entgegen gestanden ist, bis wieder zu einem dergleichen Puncte gelangen soll. Da wir uns nun die Bewegung des Monds als gleichförmig vorstellen, so verhält sich $\pi + \alpha$ zu π wie die gefundene Zeit eines synodischen Umlaufs, zu der Länge derjenigen, in welcher der Mond genau einen Umlauf verrichtet. Dieser Umlauf heißt, wie wir längst gesehen haben, der periodische, und erfodert, wenn er nach den unbeweglichen Sternhimmel gerechnet wird, 27 Tage, 7 Stunden, 43 Minuten und 12 Secunden. Wird aber hiebey zugleich auf die Bewegung gesehen, mit welcher der Anfang der Ecliptic dem Monde, wie allen Weltkörpern die sich von Abend gegen Morgen bewegen, beständig entgegen gehet, so müssen von diesem Zeitraume 7 Secunden abgezogen werden.

Mittlere Gestalt und Grösse der Bahn des Mondes.

§. 1273. Die mittlere Entfernung des Monds von der Erde wird, zu einem angenommenen Zeitpuncte, vermittelst der Parallaxe desselben genau genug geschlossen, und sodann aus derselben der Zwischenraum, um welchen er zu einer jeden andern Zeit von dem Mittelpuncte der Erde abstehet, aus dessen zu der Zeit beobachteten scheinbaren Durchmesser gerechnet. Diese Entfernung beträgt, wenn sie die größte ist, $64\frac{2}{3}$, ist sie aber die kleinste, nur $55\frac{3}{4}$ halbe Durchmesser der Erde, zwischen welchen zwo Zahlen 60,2 genau genug im Mittel stehet, welchemnach die mittlere Entfernung des Monds von der Erde kaum mehr oder weniger betragen kan, als 60 Halbmesser derselben (530). Werden nun zu verschiedenen in eben dem Umlaufe des Mondes angenommenen Zeitpuncten, die beynahe gleichweit von einander entfernet sind, die Stellen desselben in seiner Bahn angemerket, und zugleich die scheinbaren Grössen seines Durchmessers gemessen: so können zu eben den Stellen der Bahn, die Entfernungen des Monds von dem Mittelpuncte der Erde, mit einander verglichen werden, und man kan den Weg, welchen derselbe bey diesem Umlaufe um die Erde genommen hat, ohne sonderliche Fehler auf einem Blatte entwerfen. Wer diese Arbeit unternehmen wolte würde finden, daß die dergestalt entworfene Bahn von einer Ellipse, die einen ihrer Nabel in dem Mittelpuncte der Erde hat, so wenig abweichet, daß durch ein geringes Drehen derselben um ihren Nabel, welches die Apsidenlinie etwas vorwärts oder rückwärts bringet, der Mond eine beträchtliche Zeit lang in dieser Ellipse erhalten werden kan.

§. 1274.

§. 1274. Man siehet aber auch, daß die Bahn, welche der Mond bey einem seiner Umläufe würklich um die Erde beschreibt, nicht gar sehr von der Ellipse abweichen könne, welche er, nach den (1097 u. f.) erklärten Gesetzen um dieselbe beschreiben würde, wenn die Sonne, bey einer viel grössern Entfernung von der Erde, nicht vermögend wäre ihn merklich von dieser Ellipse abzubringen: man siehet, sage ich, dieses, wenn man die Kraft, welche die Sonne bey ihrer würklichen Entfernung dazu anwendet, mit der anziehenden Kraft der Erde vergleichet, welche vor sich den Mond zwingen würde, bey jedem Umlaufe eben die elliptische Bahn zu beschreiben. Der Zweck erfodert keine allzugenaue Rechnung. Wir wollen also, ohne auf die Breite des Mondes zu sehen, nur den Fall betrachten, der sich in jedem Neumonde ereignet, da die Länge desselben zugleich die Länge der Sonne ist, und uns den Mond L (*T. XVII. F.* 247.) in der geraden Linie ST vorstellen, welche den Mittelpunct der Erde T mit dem Mittelpuncte der Sonne S verknüpfet. Alsdenn ist (529) SL beynahe 400 mal so groß als LT, und wenn man LT zur Einheit machet, so wird $ST = 400$, und $SL = ST - 1$, folgends $SL^2 = ST^2 - 2ST$, weil der übrige Theil des Quadrats ohne Bedenken weggelassen werden kan, da derselbe nur 1, und also in Ansehung des $ST^2 = 160000$ nicht beträchtlich ist. Lassen wir aber ferner S die Masse der Sonne, und T die Masse der Erde bedeuten, so wird die Kraft, mit welcher der Mond nach der Sonne gezogen wird, durch $\frac{S}{SL^2}$ oder $\frac{S}{ST^2 - 2ST}$ ausgedrückt, und die Kraft, welche auf eben die Art in die Erde würket, durch $\frac{S}{ST^2}$. Jene ist die grössere, und der Unterschied von beyden $\frac{S}{ST^2 - 2ST} - \frac{S}{ST^2}$ wird, unter einerley Benennung, durch $\frac{S.ST^2 - S.ST^2 + 2S.ST}{ST^4 - 2ST^3}$ angegeben, welcher Ausdruck sich in diesen $\frac{2S}{ST^3 - 2ST^2}$ zusammen ziehen läßt, der demnach die Kraft angiebt, mit welcher die Sonne den Mond von der Erde entfernet, indem sie denselben stärker anziehet als diese. Die Kraft aber, mit welcher die Erde den Mond an sich ziehet, $\frac{T}{LT^2}$, ist, weil LT zur Einheit gemacht wird, $= T$. Es verhält sich also

T. XVII. F. 246.

T. XVII. F. 247.

jene

T. XVII. F. 247. jene Kraft zu dieser Kraft der Erde, wie $\frac{2S}{ST^3 - 2ST^2}$ zu T, das ist, wie $S : T(\frac{1}{2}ST^3 - ST^2)$, welche Vorschrift die verlangte Vergleichung leicht genug machet.

§. 1275. Denn wir haben (899) gesehen, daß wenn S die Masse der Sonne $= 1$ ist die Masse der Erde $T = 0{,}0000027857$ seyn werde. Nun ist zu $ST = 400$, $ST^2 = 160000$, und $\frac{1}{2}ST^3 = 32000000$, folgends $\frac{1}{2}ST^3 - ST^2 = 31840000$, welches durch T multipliciret beynahe 88,7 giebt. So vielmal grösser ist also die Kraft, mit welcher der Mond von der Erde in seiner Bahn erhalten wird, als diejenige, welche die Sonne anwendet ihn von derselben zu entfernen, und dieses zwar, wenn die letztere Kraft unter allen die grösste ist. Denn wenn der Mond sich in dem der Sonne gerade entgegen gesetzten Theile seiner Bahn befindet, so wird zwar die Erde, die nunmehro der Sonne näher ist, stärker von derselben angezogen. Er bleibt also zurück, und wird dadurch ebenfalls von der Erde entfernet. Es ist aber gar leicht einzusehen, daß diese Entfernung von derjenigen, die in dem betrachteten Falle statt findet, wenig unterschieden sey, wenn man erweget, daß bey der Berechnung der Kraft, welche diese Entfernung verursachet, gar wohl der Mond in T und die Erde in L gesetzt werden könne, welches keine Zahlen zu geben vermag, die von den herausgebrchten beträchtlich verschieden wären. In allen übrigen Fällen ist die Kraft, welche die Sonne anwendet den Mond aus seiner Bahn zu bringen, kleiner, und hat über dieses eine zu diesem Zwecke weniger vortheilhafte Richtung: woraus folget, daß zu jedem besondern Umlaufe desselben eine Ellipse beschrieben werden könne, von welcher der Mond bey diesem Umlaufe so wenig abweichet, daß durch einiges Drehen dieser Ellipse um ihren in den Mittelpunct der Erde fallenden Nabel, nicht zwar eigentlich der Mond in die elliptische Bahn, wohl aber die Bahn an den Mond, gebracht werden kan.

Zeit des anomalischen Umlaufs, und des Umlaufs der Knoten.

§. 1276. Da man sich also die Apsidenlinie der Mondbahn in einer Bewegung vorstellen muß, mit welcher sie um den Mittelpunct der Erde Winkel beschreibet, so ist es so leicht nicht die Puncte der Ecliptic, durch welche diese Linie bey jedem Umlaufe des Mondes hindurchgehet, vollkommen richtig zu bestimmen.

Man

Man bedienet sich zu dem Ende der bey der Erde zu eben dem Zwecke führenden Wege, so gut, als es geschehen kan. Der größte oder kleinste scheinbare Durchmesser des Mondes kan diese Puncte mit keiner hinlänglichen Zuverläßigkeit geben, weil zu der Zeit, wenn uns ein himlischer Körper am größten oder kleinsten erscheinet, seine Entfernung von uns, und mit derselben der an sich sehr kleine Winkel, in welchem wir ihn sehen, immer langsam wächset oder abnimt. Werden aber in der Bahn des Mondes zween Puncte bemerket, bey welchen derselbe in eben dem Umlaufe gleich groß erschienen ist, so schneidet die Linie der Apsiden immer den Winkel, welchen zwo nach diesen Puncten von dem Mittelpuncte der Erde gezogene gerade Linien einschliessen, in gleiche Theile; und es könte die Lage derselben dadurch genau genug bestimmet werden, wenn sie in der zwischen den zwo Beobachtungen verflossenen Zeit nicht aus ihrer Stelle wiche, und angenommen werden könte, daß der Mond in der einen Hälfte seiner durch eben die Linie getheilten Bahn sich vollkommen so bewege, wie in der andern. Da aber keines von beyden statt findet, so war, zur Entdeckung des Bogens der Ecliptic, in welchem das Punct der größten Entfernung des Mondes in einer gewissen Zeit fortrücket, kein Mittel übrig, als daß man die, bey der Bestimmung der Lage der Apsidenlinie in zween verschiedenen Zeitpuncten, etwan begangenen Fehler, durch die Länge dieser zwischen denselben verflossenen Zeit zu vermindern suchte; da denn endlich entdeckt worden ist, daß diese Linie, in Absicht auf den unbeweglichen Sternhimmel, in einer Zeit von 8 Jahren, 309 Tagen, 8 Stunden und 20 Minuten ganz herumkomme. T. XVII. F. 247.

§. 1277. Bey dieser Bewegung braucht der Mond etwas mehr Zeit, von dem Puncte seiner größten Entfernung bis wieder dahin zu gelangen, und also seine Bahn ganz zu beschreiben, als er zu einem Umlaufe an dem Sternhimmel haben muß. Es wird aber die mittlere Zeit dieses sogenanten anomalischen Umlaufs, aus der Zeit t, in welcher der Mond in Absicht auf die Fixsterne einen Umlauf verrichtet, und der T, in welcher die Apsidenlinie seiner Bahn herumkomt, also geschlossen. Wenn man sich den Mond in dem Puncte seiner größten Entfernung von der Erde vorstellt, und die gesuchte Zeit, welche er gebraucht zu der nächsten zu gelangen, x nennet, so beschreibet, in dieser Zeit x, das Punct der größten Entfernung selbst einen Winkel a, welchen, und über dieses einen ganzen Umlauf, der Mond in eben der Zeit x vollenden muß, bevor er das Punct der größten

T. XVII. F. 247. Entfernung wieder erreichet. Demnach ist $x - t$ die Zeit, in welcher der Mond den angezeigten Winkel a allein beschreibet. Da nun die Zeiten, in welchen zween Puncte, deren jedes in einer gleichförmigen Bewegung stehet, gleiche Winkel um ein drittes beschreiben, sich wie die Zeiten der ganzen Umläufe verhalten: so ist auch $T : t = x : x - t$, und folgends $T : T - t = x : t$. In dieser Proportion bedeutet x die gesuchte Länge des anomalischen Umlaufs: welche also vermittelst derselben gegeben wird. Sie beträget 27 Täge, 13 Stunden, 18 Minuten und 34 Secunden.

§. 1278. Was die Knotenlinie anlangt, welche vermöge der vorhergehenden Betrachtung (550) immer wieder die Ordnung der Zeichen des Thierkreises zurück gehen muß, so konte aus den, vermittelst der Mondfinsternisse zuverläßig genug bestimten Stellen derselben, allein geschlossen werden, daß sie in einer Zeit von 18 Jahren, 224 Tägen und 5 Stunden, in Ansehung des Sternhimmels ganz herumkomme. Und der größte und kleinste Winkel, welchen die Fläche der Mondbahn mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, konte ausser dem so die Mondfinsternisse angeben, auch durch die Beobachtung der größten und kleinsten Breiten berichtiget werden, mit welcher der Mond einem in den Mittelpunct der Erde gesetzten Auge erscheinet, wenn er sich von seinen Knoten um 90 Grade entfernet befindet. Das geringste Maaß dieses Winkels wird auf 5 Grade, und das größte auf 5 Grade und 18 Minuten gesetzt, welche Gränzen er nie übersteiget.

Von der anziehenden Kraft, in soferne sie die Bewegung eines Planeten stöhret.

§. 1279. Von diesen mittlern Bewegungen und Entfernungen nun sind diejenigen, welche bey dem Umlaufe des Monds um die Erde würklich bemerkt werden, durchaus verschieden: der Einfluß aber, welchen die Sonne in diese wahren Bewegungen hat, und die Würkungen, welche sie bey denselben insbesondere hervorbringt, kommen im Grunde mit denjenigen völlig überein, von welchem ein jeder Hauptplanet in seinem Umlaufe um die Sonne, und ein jeder Nebenplanet in dem Laufe um seinen Hauptplaneten, welchen er ausserdem nehmen würde, von einen jeden andern Weltkörper gestöhret wird, wiewohl von dem einen mehr, und von dem andern weniger: und wir werden keinen grossen Umschweif machen, wenn wir, so weit es unser Zweck leiden will, diese Würkungen der anziehenden Kraft die-

dieser Körper überhaupt betrachten, bevor wir uns insbesondere auf den Mond einlassen. Es sey T (*Tab. XVII. Fig.* 248.) ein dergleichen Körper, um welchen sich ein anderer L in der Bahn ABC bewegen würde, wenn ausser derjenigen, die ihn beständig nach T ziehet, sonst keine andere Kraft bemühet wäre, ihn von der geraden Linie abzubringen, in welcher er, vermöge seiner Trägheit, vor sich fortgehen würde. Es werde aber nicht nur dieser Körper L, sondern auch der T, um welchen er herumläuft, von einem dritten Körper S nach den erklärten Gesetzen angezogen, die wir hier, wie überall, vor Augen haben müssen. Wir stellen uns aber zu einiger Erleichterung anfänglich die drey Körper S, T, und L sämtlich in der nehmlichen Fläche vor, und zwar, wenn einer dieser Körper die Sonne und der andere die Erde ist, in der Fläche der Ecliptic, ohne auf die Abweichungen Acht zu haben, mit welcher sich der dritte Körper, bald an der einen bald an der andern Seite, von dieser Fläche entfernet, so daß, wenn S die Sonne, T die Erde und L den Mond vorstellt, wir die Bahn dieses Nebenplaneten, durch einiges Herumdrehen ihrer Fläche um die Knotenlinie, in unsern Gedanken in die Fläche der Ecliptic bringen: und behalten uns vor die Folgen der Neigung der einen dieser Flächen gegen die andere besonders zu betrachten. Sollen nun die Würkungen ausgemacht werden, welche die anziehende Kraft dieses Körpers S bey der Veränderung des Laufs des L haben wird; so ist vor allen Dingen zu bestimmen, wie stark der Körper S, in einer gewissen bekanten Entfernung, einen andern anziehet; indem man die Geschwindigkeit angiebt, welche dieser Zug den gezogenen Körper, in einer gewissen unendlich kleinen Zeit, beybringet, oder den Raum, um welchen eben der gezogene Körper, in der angenommenen Zeit, sich gegen S beweget, und sich dadurch demselben genähert hat. Denn ob wohl ein jeder einen andern anziehender Körper auch hinwiederum von demselben gezogen wird, so haben wir doch hier auf die von diesem Zuge herrührende Bewegung des Körpers S gegen den andern nicht zu sehen. Es sey f die dergestalt zu bestimmende Kraft, mit welcher der Körper S, den T, L oder einen jeden andern, in der angenommenen Entfernung V anziehet, welche V wir zur Einheit machen wollen. Diese V kan immer die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne seyn, da denn die Kraft f zu derjenigen, mit welcher die Erde in ihrer mittlern Entfernung von der Sonne von dieser angezogen wird, sich wie die Masse des Körpers S zu der Masse der Sonne verhalten muß. Es kan aber auch eine jede andere Grösse, die man der V geben mag, zu dem Zwecke führen, welchen wir vor uns haben.

T. XVII. F. 248.

T. XVII. F. 248. §. 1280. Man ziehe TL, SL und ST, und bilde dadurch das Dreyeck LST, dessen Seite ST immer ganz in die Fläche fallen wird, in welcher sich der Körper T um S, oder S um T beweget, gleichwie diejenige, in welcher L um T herumläuft, nothwendig durch die Linie LT gehet. Sind aber die beyden Flächen, in deren einer die beyden Körper S und T, in der andern aber L und T ihren Lauf beständig oder eine Zeitlang fortsetzen, von einander verschieden, und befindet sich der Körper L würklich ausser der Fläche, in welcher einer der übrigen S, T um den andern herumgehet: so fällt LS weder in diese, noch in die Fläche der Bahn des Körpers L, und man muß sich das Dreyeck LTS ausser beyden Flächen vorstellen, doch so, daß ST in die eine und TL in die andere dieser Flächen zu liegen komt. Alsdenn müssen auch alle gerade Linien, die durch irgend ein Punct der Linie TL der TS parallel gemacht werden sollen, in die Fläche dieses Dreyecks LST fallen, und zugleich derjenigen parallel werden, in welcher sich die beyden Körper S, T beständig befinden. Dieses sind die Schwürigkeiten, welchen wir vors erste auszuweichen suchen, indem wir uns die drey Körper S, T, L immer in eben der Fläche vorstellen. Da die Winkel welche die Flächen der Bahnen zweener Planeten mit einander einschliessen, gemeiniglich klein genug sind, so kan dieses meistentheils ohne einen beträchtlichen Fehler geschehen.

§. 1281. Wird nun bey so gestalten Sachen die Linie ST verlängert, so erreicht sie die Bahn des Körpers L bey A, und schliesset mit der TL an der Seite A den Winkel ATL ein, welcher in der gegenwärtigen Zeichnung spitzig erscheinet. Diesen Winkel ATL wollen wir φ nennen; die TS aber durch x, die TL durch y, und die SL der Kürze halber durch z andeuten. Denn es läßt sich die Seite SL des Dreyecks LST auch aus den zwo Seiten ST, TL und aus dem Winkel $LTA = \varphi$ ausdrücken, und man entdecket diesen genug bekanten Ausdruck gar leicht, wenn sich das Dreyeck LST mit der verlängerten ST T. XVII. F. 249. (*Tab. XVII. Fig.* 249.) besonders vorstellet, nachdem man aus L die LK der verlängerten ST perpendicular gezogen. Es wird dadurch $LK = TL.\ sin\ \varphi$, und $TK = TL.\ cos\ \varphi$, also $SK = TS + TL.\ cos\ \varphi$. Da nun $SL^q = SK^q + LK^q$, so ist auch $SL^q = TS^q + 2TS.\ TL.\ cos\ \varphi + TL^q\ (cos\ \varphi)^2 + TL^q(sin\ \varphi)^2$. Weil $(cos\ \varphi)^2 + (sin\ \varphi)^2 = 1$, so giebt die Summe der zwey letztern Quadrate nicht mehr als TL^q, und es ist also $SL^q = TS^q + 2TS.\ TL.\ cos\ \varphi + TL^q$, oder unter den angenommenen Benennungen, $zz = xx + 2xy$.

$2xy.\ cos\,\varphi + yy$, welcher Ausdruck sich in $zz = xx + yy$ verwandelt, wenn der Winkel φ gerade wird, weil alsdann $cos\,\varphi = 0$. Wird aber dieser Winkel φ stumpf, so wird eben dadurch $cos\,\varphi$, und mit demselben das Glied $2xy.\ cos\,\varphi$, zu einer negativen Grösse. T. XVII. F. 249.

Entwickelung der stöhrenden Kraft.

§. 1282. Nun wird die Kraft, welche wir hier betrachten, mit welcher der Körper S in der Entfernung ST in den T würket, und in einen jeden andern in die Stelle dieses T gesetzten Körper würken würde, aus der angenommenen f, durch $\frac{f}{xx}$ ausgedrückt; und die Richtung dieser Kraft ist TS. In den Körper L aber würket eben der Körper S mit der Kraft $\frac{f}{zz}$ nach der Richtung LS. Es werden nehmlich durch $\frac{f}{xx}$, $\frac{f}{zz}$ die Geschwindigkeiten angegeben, welche die anziehende Kraft des Körpers S, jeden zween Körpern, deren einer sich in T und der andere in L befindet, in eben der unendlich kleinen Zeit, nach den Richtungen TS und LS beybringet. Man mache $LE = \frac{f}{zz}$, damit durch diese LE die Kraft oder die Geschwindigkeit nach LS ausgedrückt werde: und da, wenn die Kraft entdeckt werden soll, durch welche der Körper L in seinem Umlaufe um T gestöhret wird, von der Kraft, die diesen Körper nach LS treibet, diejenige abgesondert werden muß, so denselben, der TS parallel, durch einen Raum beweget, der demjenigen gleich ist, um welchen sich, in eben der unendlich kleinen Zeit, der Körper T dem S nähert: so ziehe man, diese Absonderung zu verrichten, auch durch L eine LD der TS parallel, welche LD der $\frac{f}{xx}$ gleich sey. Die von D nach E gezogene DE wird alsdenn die Grösse der gesuchten Kraft vorstellen, wie an dem Vierecke $LDEF$, dessen Seite EF der LD gleich und parallel ist, gar leicht gesehen wird. Denn die beyden durch LD und $LF = DE$ ausgedrückten Kräfte würken so viel, als die einzige LE; und es bleibt also die Würkung der LF übrig, wenn von der LE die LD abgesondert wird. Wird aber diese LF ferner zur Diagonal des rechtwinklichten Vierecks HI gemacht, so läßt sich auch die Kraft, welche sie vorstellet, in zwo andere zerfällen, deren eine nach LH in eben der Linie

T. XVII. F. 249. HT würket, nach welcher der Körper L von dem T angezogen wird, die Richtung der andern LI aber dieser Linie HT perpendicular ist. Um diese letztern Kräfte nach LH und LI ist es uns vornehmlich zu thun, welche aus dem für bekant angenommenen berechnet werden müssen.

§. 1283. Wir können zu dem Ende anmerken, daß, da in dem Dreyecke LST, die EG der Seite ST parallel lieget, diese Gleichheiten der Verhältnisse statt finden; $LS : LE = ST : EG = LT : LG$, woraus folget: $EG = \frac{fx}{z^3}$ und $LG = \frac{fy}{z^3}$. Denn da $GF = EF - EG = LD - EG$, so wird hieraus geschlossen $GF = \frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}$; aus dieser GF aber werden die Linien GH und $HF = LI$ alsbald gefunden. Der Winkel FGH ist dem ATL gleich, und wird also, wie dieser durch φ bedeutet. Wir haben also $HF = LI = GF. \sin \varphi$, das ist, $LI = \left(\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}\right) \sin \varphi$, und $GH = GF. \cos \varphi$, oder $GH = \left(\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}\right) \cos \varphi$, woraus folget $LH = GH - GL = \left(\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}\right) \cos \varphi - \frac{fy}{z^3}$. Aus den beyden Linien LH und HF aber wird ferner die größte Seite LF des rechtwinklichten Dreyecks FHL gefunden, welche die ganze Grösse der die Bewegung des Körpers L stöhrenden Kraft angiebt. Da nehmlich $LF^2 = LH^2 + HF^2$, so wird, wenn wir der Kürze wegen setzen $\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3} = v$, und also LH durch $v. \cos \varphi - \frac{fy}{z^3}$, $HF = LI$ aber durch $v. \sin \varphi$ ausdrücken, $LF^2 = v^2. \cos \varphi^2 - \frac{2fvy}{z^3} \cos \varphi + \frac{f^2y^2}{z^6} + v^2. \sin \varphi^2$, oder welches eben das ist, $LF^2 = v^2 - \frac{2fvy}{z^3}. \cos \varphi + \frac{f^2y^2}{z^6}$. Aus den zwo Seiten LG und GF des Dreyecks LGF, und dem von beyden eingeschlossenen Winkel φ, wird eben das gefunden. Es wird aber diese

durch

durch LF ausgedruckte Kraft, nachdem aus derselben die beyden andern hergeleitet worden sind, vors erste nicht gebraucht werden. T. XVII. F. 249.

§. 1284. Was aber diese zwo unmittelbar brauchbaren Kräfte anlangt, so wird in dem Falle, welchen die Zeichnung vorstellet, die Kraft, mit welcher L in der Linie LT von dem Körper T angezogen wird, durch die ihm entgegengesetzte Kraft LH gemindert. Wenn also R überhaupt eine jede von dem Körper S herrührende Kraft bedeuten soll, welche die Kraft nach LT, die von dem Zuge des Körpers T herrühret, nicht mindert sondern vermehret, weil sie den Körper L ebenfalls einwärts nach T treibet; so muß für den gegenwärtigen Fall gesetzt werden $-R = \left(\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}\right) \cos\varphi - \frac{fy}{z^3}$, und also $R = \frac{fy}{z^3} + \left(\frac{fx}{z^3} - \frac{f}{xx}\right) \cos\varphi$: da denn R eine auswärts gerichtete Kraft bedeutet, wenn durch das Wachsen oder Abnehmen der in dem Werthe desselben enthaltenen veränderlichen Grössen, dieser verneinend wird. Da nun also die Würkung dieser Kraft R in nichts andern bestehet, als daß sie die, mit welcher der Körper L nach T gezogen wird, vermindert oder vermehret; so wachsen derselben ohngeachtet, die bey der Bewegung des Körpers L um T von dem Radius Vector LT beschriebenen Ausschnitte, als ATL, wie die Zeiten, in welchen sie beschrieben werden. Denn es wird dazu, daß dieses Gesetz statt finde, nicht mehr erfordert, als daß der Körper L immer nach eben dem Puncte T getrieben werde; und die Stärke der Kraft, welche ihn dahin treibet, komt dabey in keine Betrachtung (785). Die andere durch LI ausgedrückte Kraft aber verursachet auch hierinnen eine Abweichung, indem sie in dem in der Zeichnung vorgestellten Falle den Körper L, welcher seinen Lauf von A durch B nach C nimt, zurückziehet, wobey allerdings der Radius LT sich langsamer um T drehen muß, als er ausserdem gethan haben würde. Es kan aber auch in andern Fällen diese dem Radius Vector perpendicular würkende Kraft die Geschwindigkeit, mit welcher er sich ausserdem um T gedrehet haben würde, vermehren, wenn nehmlich LI an die andere Seite desselben fällt, nach welcher sich auch der Körper L beweget. Wird also diese durch LI ausgedrückte Kraft bey diesem letztern Umstande als positiv angesehen, und P genant: so ist in dem durch die Zeichnung vorgestellten Falle

$-P =$

T. XVII. F. 249. $-P = \left(\frac{f}{xx} - \frac{fx}{z^3}\right) \sin \varphi$, und also umgekehrt $P = \left(\frac{fx}{z^3} - \frac{f}{xx}\right) \sin \varphi$: woraus zugleich zu sehen ist, daß P positiv ausfalle, und also die Geschwindigkeit des Körpers L mit der Geschwindigkeit des Radius Vector vermehre, wenn $\frac{x}{z^3}$ grösser ist als $\frac{1}{xx}$, das ist x^3 grösser als z^3, und x grösser als z. Wird im Gegegentheil, wie in der Zeichnung, x kleiner als z, und also $\frac{x}{z^3}$ kleiner als $\frac{1}{xx}$, so wird diese Kraft P negativ, und vermindert die Geschwindigkeit des Körpers L: aber $x = z$ giebt $P = 0$.

Anwendung auf den Mond.

§. 1285. Es ist überhaupt so schwer nicht die Abweichungen zu übersehen, welche die dergestalt bestimten Kräfte R und P in der Bewegung des Planeten L, welcher samt dem Körper T, um welchen er herumläuft, beständig nach S gezogen wird, in einer gesetzten Zeit verursachet, wenn diese Zeit so klein ist, daß in derselben keine merkliche Veränderung, weder in dem Winkel φ, noch in den Entfernungen x, y, z vorgehet. Und zu dem Monde wird die Sache noch leichter, weil vor denselben die Ausdrücke, durch welche die Kräfte R und P angegeben werden, eine starke Verkürzung leiden, ohne daß dadurch sogar beträchtliche Fehler in dieselbe gebracht würden. Wenn L der Mond, T die Erde und S die Sonne vorstellen, so ist TL nicht viel grösser als der vier hunderte Theil der TS. Es kan also immer y in Ansehung der x als nichts angesehen werden, und noch viel mehr $y \cdot \sin \varphi$, oder $y \cdot \cos \varphi$, weil jede dieser Linien noch kleiner ist als y; woraus folget, daß für den Mond gesetzt werden könne: $x + y = x$, und $x - y = x$, und was hieraus fliesset: wiewohl die Entfernung y groß genug ist, daß sie vor sich, und wo sie allein stehet, keinesweges, als ob sie nichs wäre, ausser Acht gelassen werden kan. Wir wollen uns dieser Bequemlichkeit bedienen, nicht nur uns von dem Laufe des Mondes einen so vollständigen Begriff zu machen, als es unsere eingeschränkte Absicht erlauben will, sondern auch dadurch die Abweichungen der Hauptplaneten von den Bahnen, welche sie um die Sonne beschreiben würden, wenn diese allein in dieselbe würkte, einigermaassen aufzuklären trachten.

§. 1286.

§. 1286. Das vornehmste bey dieser Verkürzung beruhet auf den Ausdruck $zz = xx + 2xy.\ cos\varphi + yy$, welchen wir gleich Anfangs (128) gehabt haben. Wenn in demselben yy in Ansehung des übrigen als nichts betrachtet wird, so entstehet daraus $zz = xx + 2xy.\ cos\varphi$. Mit noch mehrern Recht aber kan man statt yy setzen $yy.\ (cos\varphi)^2$, und daraus schliessen, $z = x + y.\ cos\varphi$, da denn aus beyden zusammen folget $z^3 = x^3 + 3x^2y.\ cos\varphi$, indem die übrigen Theile des Würfels z^3, als in Ansehung der angenommenen unbeträchtliche Kleinigkeiten, wegfallen. Hieraus aber folgt ferner $\frac{fx}{z^3} = \frac{f}{x^2 + 3xy.\ cos\varphi}$ T. XVII. F. 249.

und $\frac{fx}{z^3} - \frac{f}{xx} = \frac{f}{x^2 + 3xy.\ cos\varphi} - \frac{f}{xx} = \frac{fxx - fxx - 3fxy.\ cos\varphi}{x^4 + 3x^3y\ cos\varphi}$

$= \frac{-3fy.\ cos\varphi}{x^3}$. Denn nunmehro kan $y.\ cos\varphi$ in Ansehung des x als nichts betrachtet werden, und also $3x^3y.\ cos\varphi$ in Ansehung des x^4, welches vorher nicht geschehen konte, wenn man sich nicht der Gefahr aussetzen wolte, dieses $y.\ cos\varphi$ durchaus in ein Nichts zu verwandeln.

§. 1287. Hierdurch wird vor $R = \frac{fy}{z^3} + \left(\frac{fx}{z^3} - \frac{f}{xx}\right) cos\varphi$ der viel kürzere Ausdruck $R = \frac{fy}{z^3} - \frac{3fy\,(cos\varphi)^2}{x^3}$ gefunden, welcher, wenn auch hier für z die Entfernung x gesetzt wird, sich in $R = \frac{fy}{x^3} \times (1 - 3\ (cos\varphi)^2)$ verwandelt. Nun folgt aus den Regeln, welche die Sinus und Cosinus eines Winkels, der zwey, drey oder mehr mal so groß ist als ein gegebener φ, aus dem Sinus und Cosinus dieses Winkels φ ausdrücken (*), die Gleichheit $cos\,2\varphi = 2(cos\varphi)^2 - 1$ und also $(cos\varphi)^2 = \frac{1}{2}\ cos\,2\varphi + \frac{1}{2}$, folgends $3(cos\varphi)^2 = \frac{3}{2}\ cos\,2\varphi + \frac{3}{2}$, und $1 - 3\ (cos\varphi)^2 = 1 - \frac{3}{2}\ cos\,2\varphi - \frac{3}{2} =$ $- \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\ cos\,2\varphi$, vermittelst welcher eben die Kraft durch $R = -\frac{fy}{2x^3}$ $(1 + 3cos\,2\varphi)$ angegeben wird. Die Kraft P aber wird, vermittelst eben des Werthes $\frac{fx}{z^3} - \frac{f}{x^2} = -\frac{3fy.\ cos\varphi}{x^3}$, durch $P = -\frac{3fy.\ cos\varphi.\ sin\varphi}{x^3}$ ausgedruckt. Da nun aus den angezogenen Regeln für die Sinus auch fliesset: $cos\varphi$.

(*) Anal. fin. 435.

T. XVII. F. 249. $\cos\varphi . \sin\varphi = \frac{1}{2}\sin 2\varphi$, so ist auch $P = -\frac{fy}{2x^3} \times 3\sin 2\varphi$. Beyde Ausdrücke weichen ausserdem, daß bey der Entdeckung derselben auf die Abweichung des Mondes von der Fläche der Ecliptic nicht gesehen worden ist, nur in soferne von der strengsten Wahrheit ab, als die Entfernung des Mondes von der Erde, in Ansehung der Entfernung der Erde von der Sonne, nicht ganz unbeträchtlich ist. Durch den einen wird die Kraft R, und durch den andern die Kraft P, mit der f verglichen, mit welcher die Sonne in der zur Einheit angenommenen mittlern Entfernung die Erde oder den Mond an sich ziehet.

§. 1288. Es zeigen diese Ausdrücke $R = -\frac{fy}{2x^3}(1 + 3\cos 2\varphi)$ und $P = -\frac{fy}{2x^3} \cdot 3\sin 2\varphi$, so von denen, die Newton angegeben hat, nicht verschieden sind, daß beyde Kräfte R und P stark anwachsen, wenn, indem y und φ die vorigen bleiben, die Entfernung der Erde von der Sonne x vermindert wird. Denn eine jede Veränderung der Grösse x, bringet eine viel stärkere in x^3. Es wachsen aber auch diese Kräfte, wenn, indem x und φ ihre Grösse behalten, die Entfernung des Monds von der Erde y zunimt. Die wichtigste Veränderung der Kräfte R und P aber komt auf den Winkel φ an, welchen die von dem Mittelpuncte der Erde T nach dem Monde gezogene TL mit der TA einschliesset, die von eben dem T nach dem der Sonne gerade entgegengesetzten Puncte der Ecliptic A läuft, bey welchem sich der Mond befindet, wenn er der Erde voll erscheinet: und da wir hier auf die Abweichung der Bahn des Mondes von der Fläche der Ecliptic nicht Acht haben, so stellen wir uns diesen Winkel φ und den Bogen, welcher ihn misset, in der Fläche der Ecliptic vor. Er ergänzet den Winkel LTS, um welchen wir den Mond von der Sonne entfernet sehen, und nach der Grösse dieser Winkel ATL oder LTS richtet sich die Gestalt, in welcher uns der Mond erscheinet. Wenn man sich nehmlich (*Tab. XVII. Fig.* 250.) die Sonne in dem nach S verlängerten Durchmesser AB, des um T in der Fläche der Ecliptic beschriebenen Cirkelkreises, vorstellet, und von den Puncten A, B jede Hälfte dieses Kreises in vier gleiche Theile zerfället: zugleich aber der Erde sowol als der Sonne alle Bewegung nimmet, und dieselbe allein dem Monde zuschreibet, wie dieses geschiehet, wenn man die Länge eines synodischen Umlaufs berech-

T. XVII. F. 250.

net,

net, in welcher Zeit der Mond von A durch C, B, D bis wieder in A, oder von B durch D, A, C bis wieder in B um die Erde herumkomt: so erscheinet uns der Mond bey D in seinem ersten Viertel, und bey C in dem letzten. Befindet er sich aber bey E oder F, so sehen wir drey Viertheile seiner sichtbaren Hälfte von der Sonne erleuchtet, und bey G und H nur ein Viertheil. Denn die eigentliche Gestalt der Bahn des Mondes, welche von einem Cirkel stark genug abweichet, hat in diese Erscheinungen keinen weitern Einfluß, als daß die Winkel ATE, ETC, und alle übrigen dieser Art, in ungleichen Zeiten beschrieben werden, worauf hier nicht gesehen wird. T. XVII. F. 259.

Würkung der ersten Kraft.

§. 1289. Wenn wir auf die Veränderungen sehen, welche bey den Kräften R und P bloß davon herrühren, daß der Winkel φ nach und nach bis zu jeder dieser Grössen, wie bis zu einer jeden andern anwächset: so kommen x und y in keine weitere Betrachtung. Wir können uns also die Grösse F als beständig eben dieselbe vorstellen, und annehmen $\frac{fy}{x^3} = F$, welches die Ausdrücke dieser Kräfte also verkürzet: $R = -\frac{1 + 3\cos 2\varphi}{2} \cdot F$, und $P = -\frac{3 \sin 2\varphi}{2} \cdot F$. Nehmen wir nun zuerst die Kraft R vor uns, welche den Mond von der Erde entfernet, wenn sie negativ ist, und derselben nähert, wenn sie positiv gefunden wird: so hat zu dem Puncte des Vollmondes A, der Winkel φ gar keine Grösse. Es ist also auch $2\varphi = 0$, und $\cos 2\varphi = 1$, demnach $R = -\frac{4}{2}F = -2F$. Mit dieser Kraft $2F$ wird also der volle Mond von der Erde entfernet. Lassen wir Q die in dem vierten Theile des Umkreises eines Cirkels enthaltene Zahl von Graden 90 bedeuten; so ist zu dem Puncte des Neumondes B, $\varphi = 2Q$ also $2\varphi = 4Q$: demnach ist auch nunmehro $\cos 2\varphi = 1$, und die Kraft, welche den Neumond von der Erde entfernet, wird eben so stark gefunden, als die beym Vollmonde. Wir haben oben gesehen, daß in diesen Fällen die Kraft R nur beynahe $\frac{1}{88{,}7}$ oder $\frac{10}{887}$ derjenigen betrage, welche die Erde anwendet den Mond in seiner Bahn zu erhalten.

§. 1290. Zu dem Puncte E ist $\varphi = \frac{1}{2}Q$, also $2\varphi = Q$, und $\cos 2\varphi = 0$, folgends $R = -\frac{1}{2}F$. Eben so groß aber ist auch der zu dem Puncte F gehörige Cosinus, und demnach die Kraft, mit welcher der Mond bey diesem

T. XVII. F. 250. Puncte von der Erde entfernet wird, gleichfalls $= \frac{1}{2}F$; woraus leicht zu sehen ist, wie stark diese Kraft, bey dem Uebergange des Mondes von F in A wachse, und wiederum von A bis E abnehme. Zu dem Puncte G ist $\varphi = \frac{3}{2}\mathcal{Q}$, und also $2\varphi = 3\mathcal{Q}$, welches auch nunmehro giebt $cos\, 2\varphi = 0$. Eben dieses wird auch für das Punct H gefunden, zu welchem $\varphi = \frac{5}{2}\mathcal{Q}$, und $2\varphi = 5\mathcal{Q}$, welches zeiget, daß die Gleichheit $R = -\frac{1}{2}F$ auch bey den Puncten G und H, und also bey allen vieren E, G, H, F auf einerley Art, statt finde.

§. 1291. Endlich ist zu dem Puncte C, $\Phi = \mathcal{Q}$, und also $2\Phi = 2\mathcal{Q}$, und $cos\, 2\Phi = -1$, welches giebt $R = +\frac{2}{2}F = F$. Die Kraft R ist nunmehro gegen die Erde gerichtet, und die Hälfte derjenigen, mit welcher der Mond bey A und B von derselben entfernet wurde. Eben so ist es auch bey D, wie an sich leicht zu sehen, und auch aus der Grösse des Winkels Φ zu schliessen ist, die daselbst statt findet. Diese ist $3\mathcal{Q}$, und also $2\Phi = 6\mathcal{Q}$, zu welchem ebenfalls der Cosinus -1 gehöret. Da also die Kraft R bey E noch auswärts gehet, und den Mond von der Erde entfernet, bey C aber einwärts gegen T gerichtet ist, so folget, daß zwischen E und C ein Punct anzutreffen sey, bey welchem diese Kraft gar keine Grösse hat, und daß zwischen C und G ein zweytes, zwischen H und D ein drittes, und zwischen D und F ein viertes solches Punct falle. Will man die eigentlichen Stellen dieser Puncte finden, so darf man nun setzen $1 + 3cos\, 2\Phi = 0$ weil dadurch R zu nichts wird, und dieses bey keiner andern Grösse des Winkels Φ geschehen kan, und hieraus schliessen $cos\, 2\Phi = -\frac{1}{3}$, oder $cos\, 2\Phi = -0{,}3333333$. Der kleinste Winkel, so zu diesem Cosinus gehöret, hält nach den Tafeln $109°, 28', 16''$, dieser ist also $= 2\Phi$, und demnach $\Phi = 54°, 44', 8''$, dessen Complement $35°, 15', 52''$ ausmachen. Werden also dem Bogen Ae $54°, 44', 8''$, oder den Ce $35°, 15', 52''$ gegeben, so ist e eines der gesuchten Puncte, und man siehet leicht, daß die drey übrigen g, h, f in Ansehung der A und B, wie auch der C und D, eben so liegen müssen.

Besondere Betrachtung der zweyten Kraft.

§. 1292. Was die Kraft $P = -\frac{3 sin\, 2\Phi}{2}$. F anlangt, so ist dieselbe bey A und B nichts, weil zu diesen Puncten $sin\, 2\Phi$ nichts ist. Zu E ist $2\Phi = \mathcal{Q}$, und $sin\, 2\Phi = 1$, also $P = -\frac{3}{2}F$. Von dieser Kraft

wird

wird hier der Mond in seinem Laufe zurück gehalten, und der Winkel, welchen er ausserdem in einer gewissen Zeit um T beschreiben würde, gemindert. Zu der Stelle F erhält zwar P eben die Grösse, es wird aber diese Grösse $\frac{3}{2}F$ positiv, weil die Sinus an dieser Seite der AB negativ sind, und dieses ist ein Zeichen, daß nunmehro die Kraft P den Lauf des Monds befördere. Zu C ist $\Phi = Q$ und also $2\Phi = 2Q$, folgends $\mathit{sin}\ 2\Phi = 0$, und $P = 0$. welches auch bey D statt findet. Endlich ist zu dem Puncte G, $\Phi = \frac{3}{2}Q$, und $2\Phi = 3Q$, demnach $\mathit{sin}\ 2\Phi = -1$, welches $P = \frac{3}{2}F$ wieder positiv machet; und zu H ist $\Phi = \frac{5}{2}Q$, demnach $2\Phi = 5Q$, $\mathit{sin}\ 2\Phi = 1$, und $P = -\frac{3}{2}F$. Ueberhaupt wird die Bewegung des Monds, mit welcher er um die Erde T den Winkel Φ beschreibet, von der Kraft P in dem Quadranten AC gemindert, in dem CB vermehret, in BD wieder gemindert und in DA vermehret; welches deutlich zu sehen ist, wenn man anmerket, daß zu dem Quadranten AE, und so lang der Mond in demselben gesehen wird, Φ grösser sey als 0, und kleiner als Q, also 2Φ grösser als 0 und kleiner als $2Q$; zu den Quadranten CB aber Φ grösser als Q, folgends 2Φ grösser als $2Q$, und kleiner als $4Q$, und so weiter. Ueberall würket die Kraft P in der Mitte der Quadranten bey E, G, H, F am stärksten, und bey A, B, C, D, allwo sich die Quadranten anfangen und endigen, und diese Kraft die gegenseitige Richtung bekomt, ganz und gar nicht. T. XVII. F. 250.

§. 1293. Hieraus folget, daß wenn wir auf die Würkung der Kraft P allein Acht haben, und alle übrigen Kräfte, welche die Geschwindigkeit des Mondes in seiner Bahn verändern können, bey Seite setzen, die Bewegung desselben bey A und B unter allen die stärkste, und bey C und D die schwächste seyn werde. Sonst aber ist die Kraft P in jeden zween Puncten eines der vier Quadranten AC, CB, BD, DA, welche gleich weit von dem Mittel desselben E, oder G oder H oder F entfernet sind, immer von eben der Grösse. Denn wenn wir zuerst den Punct E nehmen, und uns in dem Quadranten AC zween Puncte vorstellen, deren jeder von diesem E um den Bogen ψ entfernet ist, der eine nach A und der andere nach C: so ist zu der ersten dieser Puncte der Bogen, welcher den dazu gehörigen Winkel Φ misset, $= \frac{1}{2}Q - \psi$, und zu dem andern $= \frac{1}{2}Q + \psi$; also zu jenem $2\Phi = Q - 2\psi$, und zu diesem $2\Phi = Q + 2\psi$. Beyde 2Φ zusammen geben $2Q$, es ist also $\mathit{sin}\ 2\Phi$ zu dem einen eben so groß als $\mathit{sin}\ 2\Phi$ zu dem andern, wodurch auch die zu beyden Puncten gehörigen Kräfte P, deren jede durch eben den Ausdruck

T. XVI. F. 250. $\frac{3 \sin 2\Phi . F}{2}$ angegeben wird, einander völlig gleich werden. Hieraus folget, daß die ganze Würkung der Kraft P, welche sie in der ersten Hälfte des Quadranten AE äussert, so groß seyn werde, als ihre ganze Würkung in dem zweyten EC. Da nun diese Würkung in einer Verminderung der Bewegung bestehet, mit welcher der Mond den Quadranten AC beschreiben würde, wenn die Kraft P nicht in denselben würkte; so wird diese Bewegung in der ersten Hälfte dieses Quadranten AE eben so sehr gemindert, als in dem zweyten EC; und da bey A die Geschwindigkeit des Monds, mit welcher bey der Mitwürkung der Kraft P in seiner Bahn fortgehet, überhaupt die größte, und bey C die kleinste ist: so ist diejenige, mit welcher er sich bey E beweget, die mittlere zwischen beyden, und wird herausgebracht, wenn man die Hälfte des Unterschiedes der Geschwindigkeiten bey A und C, der kleinern bey C zusetzet, oder von der grössern bey A abziehet. Eben die Bewandniß hat es auch mit den drey übrigen Quadranten. Die Geschwindigkeit des Monds bey den Puncten G, H, F, welche diese Quadranten halbiren, ist ebenfalls, in dem Anfangs angezeigten Verstande, die mittlere.

Kleinere Veränderung der stöhrenden Kräfte.

§. 1294. Wenn die in den Ausdrücken der Kräfte P und R der Coefficient F in der That unveränderlich wäre, wie wir dieses bisher angenommen haben; so würden sich diese Kräfte blos nach dem Winkel φ richten, und aus dem Sinus oder Cosinus desselben, wie wir gesehen haben, bestimmet werden. Es ist aber eigentlich $F = \frac{fy}{x^3}$, und diese Grösse kan nicht immer dieselbe bleiben, da sowol x, die Entfernung der Erde von der Sonne, als y, die Entfernung des Monds von der Erde, einer beständigen Veränderung unterworfen sind. Insonderheit wächset F stark, wenn sich die Erde der Sonne nähert, und also x kleiner wird, und wenn diese x zunimt, so wird F viel kleiner. Denn es richtet sich, wenn die Entfernung y die nehmliche bleibt, die Veränderung der F nach der Verhältniß $1 : x^3$, in welcher 1 die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne bedeutet, und diese ist dreymal so hoch, als die Verhältniß $1 : x$. Die Veränderung der Entfernung des Monds von der Erde y hat in die Vermehrung oder Verminderung des F keinen so starken Einfluß. Man würde aber doch beträchtlich fehlen, wenn man dieselbe gar ausser Acht lassen wolte. Es ist hiervon bereits oben (1288) Erwähnung geschehen.

§. 1295.

§. 1295. Indessen ist die Veränderung, welche bey der Entfernung x in der Zeit eines eigentlichen synodischen Monats vorgehet, so gar groß nicht, und die Ellipse, welche der Mond um die Erde beschreibt, weichet von einem Cirkel nicht so sehr ab, daß nicht für F eine mittlere Grösse zu berechnen wäre, welche, so lang dieser Umlauf währet, ohne einen sonderlichen Fehler gebraucht werden kan. Alsdenn bestehet die vornehmste, ja fast die einzige Würkung der Kraft P darinne, daß sie die Geschwindigkeit des Mondes in seiner Bahn vermindert, so lang derselbe von der Stelle des Neumondes B bis zum ersten Viertheil D übergehet, und von diesem Puncte D an, bis an die Stelle des Vollmonds A, wieder eben so vermehret, bey der zweiten Hälfte des synodischen Umlaufs ACB aber eben dergleichen leistet: so daß, wenn blos auf die Würkung dieser Kraft P gesehen wird, die Geschwindigkeiten des Monds bey A und B einander beynahe gleich, und die größten unter allen, die bey C und D aber einander wieder fast völlig gleich, und unter allen die kleinsten werden. Da die Abnahme der Geschwindigkeit in dem Quadranten BD dem Zuwachs derselben in dem darauf folgenden DA fast völlig gleich ist, und die Abnahme in AC dem Zuwachs in CB; so wird hiedurch die ganze Länge des synodischen Monats kaum merklich geändert. Nur muß, wie wir bald deutlicher sehen werden, der Mond von jeder Stelle, welche er in dem Quadranten BD zu einer gewissen Zeit einnehmen würde, etwas weniges nach D fortgeschoben werden, wenn der wahre Ort seiner Bahn, in welcher er sich zu dieser Zeit würklich befindet, mit einer grössern Richtigkeit angegeben werden soll. In dem Quadranten DA wird der Mond aus eben der Ursache etwas zurückgesetzt, in dem darauf folgenden AC wieder fortgeschoben, und in dem letzten CB zurückgesetzt; so nehmlich daß der Ort, in welchem sich der Mond befinden würde, wenn die Kraft P nicht würkte, vor demjenigen, in welchem er sich zu der Zeit würklich befindet, in seiner Bahn vorhergehe. T. XVII. F. 250.

Die Variation.

§. 1296. Dieses ist die sogenante **Variation** des Mondes, bey deren Bestimmung der Winkel φ eben so gut vor dem Puncte des Neumonds B angefangen werden kan, als wir demselben in dem vorhergehenden mit dem Puncte des Vollmonds A angefangen haben. Wollen wir uns diese Variation, und die Art sie zu berechnen, etwas umständlicher vorstellen, so müssen wir erwegen, daß der Mond, wenn er von B an mit der ganzen Geschwindigkeit, wie diese bey seinem Uebergange

T. XVII. F. 250. von dem letzten Viertheil C bis zu dieser Stelle des Neumondes B, bey der beständigen Würkung der Kraft P, nach und nach angewachsen ist, in dem Quadranten BD fortgehen solte, er viel eher bey dem Ende desselben D anlangen würde, als er vermittelst seiner mittlern Bewegung, oder auch vermittelst derjenigen, welche ihm übrig bleibt, wenn man die Kraft P in den Gedanken vernichtet, diesen Punct D hätte erreichen können. Er würde sich, vermittelst dieses Zusatzes zu seiner anderweitigen Geschwindigkeit, beständig mehr und mehr von der Stelle seiner Bahn entfernen, bey welcher er ohne Mitwürkung der Kraft P in eben dem Zeitpuncte angelanget wäre, und bey D würde diese Entfernung die größte unter allen seyn. In der That erfolget diese Entfernung im Anfange, wenn der Mond nahe an B, und der Winkel φ klein ist; und der Vorsprung des wahren Orts des Mondes vor jenem in der Einbildung bestehenden, ist fast so groß, als er nach dieser Rechnung seyn solte, bey welcher nehmlich angenommen wird, daß der Mond in dem ganzen Quadranten BD sich mit der Geschwindigkeit bewege, welche er bey B hatte. Wird aber nach und nach der Winkel φ grösser, so wird der Zusatz der Geschwindigkeit, welchen der Mond in dem Quadranten CB erhalten hat, durch eben die Kraft P gemindert, und der Vorsprung wird immer kleiner und kleiner, als er seyn würde, wenn die Geschwindigkeit immer die vorige bliebe. Bey dem allen entfernet sich der wahre Ort des Mondes immer mehr und mehr von dem mittlern, so lange die in dem Quadranten CB durch die Kraft P vermehrte Geschwindigkeit desselben grösser ist, als seine mittlere Geschwindigkeit. Dieses aber hat so lange statt, als sich der Mond noch in dem Octanten BH aufhält, und also der Winkel weniger hält, dann 45 Grade. Denn erst bey dem Puncte H ist die wahre Geschwindigkeit des Monds zugleich die mittlere (1293), oder eigentlich diejenige, mit welcher er sich ohne Mitwürkung der Kraft P bewegen würde. Eben daselbst ist also auch die Variation, welche noch immer in einen Vorsprung des wahren Orts des Mondes vor dem mittlern bestehet, die größte unter allen. Denn so bald der Mond das Punct H überschritten hat, wird seine noch immer abnehmende Geschwindigkeit kleiner als die mittlere. Es komt also der mittlere Ort desselben, dem wahren, welchen er verfolget, immer näher und näher, bis er ihn endlich bey D gar erreichet; und es wird, so lange sich der Mond in den Quadranten BD aufhält, aus dem Ort desselben, welchen er ohne Mitwürkung der Kraft P in einem gewissen Zeitpuncte einnehmen würde, derjenige, in welchem er sich zu der Zeit würklich befindet, durch den Zusatz der Variation herausgebracht. Mit dem Quadran-

dranten AC hat es eben die Bewandniß. Die größte Variation bey H und aber steiget bis auf 47 Minuten. ET. XVII. F. 250.

§. 1297. Wenn nun aber der Mond von der Stelle D in dem Quadranten DA gegen A fortrücket, ist, so lange er sich nicht sehr von D entfernet hat, seine würkliche Geschwindigkeit beträchtlich kleiner als die mittlere. Es gehet also nunmehro der mittlere Ort desselben vor seinem wahren Orte vorher, und entfernet sich dabey immer mehr und mehr von diesem: wiewol, da bey dieser Bewegung die Geschwindigkeit des Monds immer zunimt, der Vorsprung des mittlern Orts desselben vor dem wahren nie so stark anwachsen kan, als es ausser dem geschehen würde. Endlich wird auch hier, wenn der Mond bey F angelanget ist, seine wahre Bewegung der mittlern gleich, und alsdenn entfernet sich sein mittlerer Ort von dem wahren nicht weiter. Jener gehet zwar noch immer vor diesem vorher; da aber die Geschwindigkeit des Monds in dem Octanten FA noch immer zunimt, so nähert er sich, indem er denselben durchläuft, zugleich seinem mittlern Orte, bis er endlich bey A denselben beynahe erreichet. Denn der eigentliche Zeitpunct, in welchem der Mond bey A anlangt, ist derjenige, in welchem er diesen Punct A erreichen würde, wenn, bey der Vernichtung der einzigen Kraft P, alle übrigen in denselben würkende Kräfte die vorigen blieben. In dem Quadranten CB verhält sich die Sache eben so; und es muß zu beyden die Variation von dem Orte, in welchem sich der Mond ohne derselben befunden hätte, abgezogen werden, um den wahren Ort herauszubringen, welchen dieser Körper zu der Zeit in seiner Bahn einnimt.

§. 1298. Dieses ist die vornehmste Würkung der Kraft P. Denn es müste daraus, daß dieselbe die Geschwindigkeit des Mondes in seiner Bahn verändert, selbst in dem Falle, wenn diese Bahn ein vollkommener um den Mittelpunct der Erde beschriebener Cirkel seyn solte, eine Veränderung der Bahn selbst erfolgen: weil die Geschwindigkeit, mit welcher ein Körper in dem Umkreise eines Cirkels fortgehet, nicht geändert werden kan, ohne daß zugleich die Bemühung desselben, sich von dem Mittelpuncte seiner Bahn zu entfernen, grösser oder kleiner werde. Und da über dieses die Bahn des Mondes um die Erde kein vollkommener Cirkel ist, so wird dieselbe von der Directionslinie der Kraft P, welche immer dem von dem Mittelpuncte der Erde an den Mittelpunct des Mondes gezogenen Radius Vector perpendicular ist, nur in zwo Stellen genau berühret. Es wird also durch

T. XVII. F. 250. eben die Kraft P, welche die Geschwindigkeit des Mondes in seiner Bahn verändert, dieser zugleich, nach der einen oder andern Seite, von derselben abgezogen. Es betreffen aber beyde Abweichungen Kleinigkeiten, die schwerlich in Betrachtung kommen können.

Würkung der nach der Erde gerichteten Kraft.

§. 1299. Was aber die Kraft R anlangt, so ist dieselbe nach eben dem Punct T gerichtet, nach welchem die Erde den Mond anziehet. Wird also die Erde als unbeweglich angesehen, und die eigentliche Bahn genommen, welche der Mond um den Mittelpunct dieser unbeweglichen Erde beschreiben würde, wenn ausser ihrer anziehenden Kraft und dieser R, sonst keine andere Kraft in denselben würkte: so ist bereits (1284) angemerket worden, daß das Gesetz, nach welchem die zur Beschreibung eines jeden Theils der Bahn nöthige Zeit in eben der Verhältniß zunimt, in welcher der zu derselben gehörige Ausschnitt nach und nach anwächset, durch die Kraft R, welche der anziehenden Kraft der Erde zugesetzt, oder von derselben abgezogen werden muß, nicht geändert werde; weil dieses Gesetz überhaupt bey einem jeden Körper statt findet, welcher bey seinem Umlaufe um einen gewissen Punct, beständig und nur allein nach diesem Puncte gezogen, oder sonst getrieben wird, und dabey die Grösse dieses Triebes in keine Betrachtung komt. Es ist also der Kraft P allein zuzuschreiben, daß der Mond bey seinem Umlauf um die Erde auch von diesem Gesetze abgehet; und die hievon herrührende Fehler werden, für jeden Stand des Mondes in Absicht auf die Sonne, durch die Variation angegeben. Da also diese bey den Puncten A und B, wie auch bey C und D nicht statt findet, und in kleinen Entfernungen von denselben eine kaum beträchtliche Grösse hat: so stehen auch, so lange sich der Mond bey einer dieser vier Stellen aufhält, die Zeiten, in welchen er gewisse Theile seiner Bahn beschreibt, mit den Ausschnitten, welche diese Theile mit den von ihren äussersten Puncten nach dem Mittelpuncte der Erde gezogene geraden Linien beschliessen, beynahe in einerley Verhältniß, und die Fehler sind immer desto geringer, je kleiner die Theile der Bahnen genommen werden. Bey E, F, G, H, aber wird dieses Gesetz von dem Monde am wenigsten beobachtet.

§. 1300. Es ist aber auch, wenn gleich die Kraft P bey Seite gesetzt, und ihre Würkung als Nichts angesehen wird, die Bahn, welche der Mond um die Erde beschreibt, indem er nicht nur von der anziehenden Kraft der Erde beständig

gegen

gegen T getrieben, sondern auch von der R diesem Puncte T genähert, oder von demselben entfernet wird, von der Ellipse, welche er um die Erde beschreiben würde, wenn die Kraft R nicht statt hätte, gar sehr verschieden, und wir müssen die vornehmsten Abweichungen der eigentlichen Bahn des Mondes von dieser Ellipse nun etwas umständlich betrachten. Wir haben (1291) gesehen, daß bey den Puncten e, f, g, h die Kraft R gänzlich wegfalle. Nehmen wir also eines dieser Puncte f, so wird der Mond, indem sein Mittelpunct durch dasselbe hindurchgehet, blos durch die anziehende Kraft der Erde in seiner Bahn erhalten, und die Ellipse, welchen er um den Mittelpunct derselben T beschreiben würde, wenn dieses durchaus der Fall wäre, wird blos durch den Radius Vector, um welchen der Mond bey f von dem Nabel der Ellipse T entfernet ist, durch seine Direction, und die Geschwindigkeit, mit welcher er bemühet ist, nach dieser Direction fortzugehen, bestimmet. So bald aber, in einiger Entfernung von dem Puncte f gegen A, die Kraft R in den Mond zu würken anfängt, wird derselbe von dieser Bahn nach aussen zu entfernet, und seine Bewegung bekomt eine andere Richtung, von welcher er durch die fortgesetzte und in dieser Gegend zunehmende Kraft R alsbald wieder abgebracht wird. So gehet es immer, bis endlich der Mond bey e anlangt, allwo die Kraft R abermals aufhöret, und die Bahn desselben von einer Ellipse nur sehr wenig abweicht, obwol diese Ellipse von derjenigen, in welcher er sich bey f bewegte, beträchtlich verschieden seyn kan. Es würket aber, sobald der Mond die Stelle e überschritten hat, die Kraft R einwärts, und entfernet denselben von der Richtung, nach welcher er ohne der Mitwürkung dieser R gegangen wäre, nach derjenigen Seite, an welcher T lieget; und dieses so lange, bis endlich der Mond die Stelle g erreichet, bey welcher die Kraft R wieder anfängt auswärts zu würken, und so wechselsweise immer fort. T. XVII. F. 250.

§. 1301. Es sey erstlich der Ort des Mondes L (*Tab. XVII. Fig.* 251) in einem der Theile seiner Bahn angenommen worden, in welchem die Kraft R auswärts würket, und bemühet ist denselben von der Erde zu entfernen: LK sey die Richtung der Bewegung, mit welcher er von L nach P und so weiter fortgehen würde, wenn keine äussere Kraft in demselben würkte, und es werde durch die Länge eben der LP der Weg angegeben, welchen sein Mittelpunct in einer unendlich kleinen Zeit t mit dieser blos durch die Trägheit unterhaltenen Bewegung beschreiben müste. Da aber in der That die Kräfte, welche bemühet sind den Mond von der Linie LP abzubringen, und seiner Bewegung eine andere Richtung zu geben, T. XVII. F. 251.

T. XVII. F. 251. in der Zeit t keinen Stillstand machen: so sey T der Mittelpunct der Erde, nach welcher der Mond in der Zeit t beständig nach Linien gezogen wird, die der LT parallel liegen; und PN sey der ganze Zwischenraum, um welchen der Mond vermittelst dieses Zugs allein, in der Zeit t der LT parallel, von LP entfernt worden ist. Alsdann ist die gekrümte Linie LN, welche sein Mittelpunct würklich von L nach N beschrieben hat, ein Theil des Umkreises einer Ellipse, in welchem er bey seinem ganzen Umlaufe verharren würde, wenn diese anziehende Kraft, von welcher angenommen werden muß, daß sie sich nach dem bekanten Gesetz der Entfernung richte, in der That die einzige wäre, so dergestalt in den Mond würket. Nun ist aber derselben die Kraft R zuwider, welche den Monde in eben den Linien, in welchen er von der Erde angezogen wird, von dieser entfernet. Die Würkung dieser Kraft R in eben der Zeit t machet, daß am Ende dieser Zeit der Mond sich zwar noch immer in der Linie PN, aber nicht in dem Puncte N befindet, sondern in einem andern M, welches, da die Kraft R in Ansehung der anziehenden Kraft der Erde klein genug ist, zwar dem N viel näher ist als dem P, aber doch würklich von demselben abweichet. Es ist also nicht LN der Theil der Bahn, welchen der Mittelpunct des Mondes in der Zeit t durchlaufen hat; sondern LM ist dieser Theil, welcher, mit der die Bogen LN und LM beyde bey L berührenden LP, einen kleinern Winkel PLM einschliesset, als LN, so mit derselben den Winkel PLN bildet, und also von dieser LP weniger abweichet, als LN.

§. 1302. In diesem Verstande wird in dem Fall, welchen wir vor uns haben, da nehmlich der Mittelpunct des Mondes (*Fig.* 250) von f durch A nach e, oder von g durch B nach b übergehet, die Krümmung seiner Bahn immer gemindert, und dieselbe einer geraden Linie näher gebracht, als sie ihr kommen würde, wenn in dieser Zeit die Kraft R ohne Würkung geblieben wäre. Und da bey der Verminderung des Winkels PLN, vermittelst welcher er die Grösse PLM erhält, es vornehmlich auf die Grösse der MN ankomt, weil bey dem Monde der Winkel PLT, und also auch der diesem gleiche KPN nie sehr von einem rechten Winkel abweichet, folglich beynahe immer die nehmliche Grösse behält; die Grösse der MN aber sich nach der Kraft R richtet, mit welcher sie zugleich wächset und abnimt: so wird der Winkel PLN am meisten vermindert, wenn der Mond durch die Stellen A und B gehet, und destoweniger, je mehr er von dem Puncte A gegen f oder e, und von dem B gegen g oder b entfernet ist. Eben dadurch

wird

wird auch die Bahn grösser, und beschliesset einen grössern Raum. Der Winkel *LTM* aber, den der Mond einem in den Mittelpunct der Erde *T* gesetzten Auge in der Zeit *t* zu beschreiben scheinet, indem derselbe würklich aus *L* in *M* übergehet, ist kleiner als der Winkel *LTN*, welchen er in eben der Zeit beschrieben haben würde, wenn er, ohne Mitwürkung der Kraft *R*, in eben der Zeit aus *L* in *N* übergegangen wäre. Denn der Mond muß in beyden Fällen sich am Ende der Zeit *t* in der *PN* befinden, welche der *LT* parallel ist. Es wird also, indem der Mond (*Fig.* 250) von der Stelle *f* durch *A* nach *e*, und hernach von der Stelle *g* durch *B* nach *h* übergehet, die Geschwindigkeit, mit welcher sein Radius Vector um *T* die Winkel beschreibet, um welche er einem in diesen Punct *T* gesetzten Auge in seiner Bahn fortzurücken scheinet, durch die Kraft *R* immer kleiner; und der Mond hält sich in diesen Theilen seiner Bahn eine längere Zeit auf, als er brauchen würde dieselbe zu durchlaufen, wenn in dieser Zeit die Kraft *R* keine Würkung hätte, sondern, der blos durch die anziehende Kraft der Erde mit dieser verbundene Mond, eine genaue Ellipse beschriebe. T. XVII. F. 251.

§. 1303. Bey *e* ist, wie wir gesehen haben, die Kraft *R* nicht vorhanden. Nachdem aber der Mond bey seinem Laufe von *A* nach *C* diesen Punct *e* überschritten hat, äussert sich diese Kraft wiederum. Sie treibet aber denselben nunmehro, so wie die anziehende Kraft der Erde, einwärts gegen *T*. Wenn also die 251ste Zeichnung den gegenwärtigen Fall vorstellen soll, so muß für den kleinen Theil der Bahn, welchen der Mond in der Zeit *t* würklich beschreibet, nicht der Bogen *LM*, sondern an dessen Statt der *LN* angenommen werden, indem jener *LM* nunmehro den Weg bedeutet, welchen der Mond in eben der Zeit *t* gemacht haben würde, wenn in derselben die Kraft *R* ohne Würkung geblieben wäre. Es wird also nunmehro die Bahn des Mondes, durch die Mitwürkung dieser Kraft *R*, mehr von der geraden Linie *LP* abgebracht, und bekomt eine stärkere Krümmung, als die anziehende Kraft der Erde allein hätte verursachen können. Und zugleich wird der Winkel *LTN*, welchen der Mond einem in den Mittelpunct der Erde *T* gesetzten Auge in der Zeit *t* zu beschreiben scheinet, grösser als der *LTM*, welchen er beschrieben hätte, wenn sein Mittelpunct in eben der Zeit den Weg *LM* gegangen wäre. Da dieses immer statt hat, so lange der Mond innerhalb der Stellen *e* und *g* der 250sten Zeichnung gesehen wird; so wird auch die ganze Zeit, welche er brauchet, aus der Stelle *e* in *g* zu gelangen,

T. XVII. F. 251. kürzer, als sie ausser dem seyn würde: und von den zwo jenen entgegen gesetzten Puncten h und f ist eben dieses zu sagen. Die Kraft R vermehret die Winkelbewegung des Monds in den beyden Bogen eg und hf, anstatt daß sie dieselbe in den vorigen fe und gh verminderte.

§. 1304. Es ist aber der Abgang, welchen diese Winkelbewegung leidet, so lang der Mond in den Bogen fe, gh gesehen wird, beträchtlich grösser als der Zusatz, welchen sie in den Bogen eg und hf erhalten kan. Denn erstlich ist jeder der Bogen fe, gh viel grösser als eg oder hf, und es scheinet also der Mond sich in den erstern eine längere Zeit aufzuhalten, als in den letztern: und zweitens würket die Kraft, von welcher diese Veränderungen herrühren, bey den Stellen A und B beynahe doppelt so stark, als bey C und D, bald etwas mehr und bald weniger; woraus auf die übrigen Puncte der Bogen, in welchen diese Stellen liegen, leicht zu schliessen ist, wenn sie gehörig zusammengehalten werden. Demnach wird die Zeit des ganzen synodischen Umlaufs des Monds, von der Stelle des Vollmonds A bis wieder zu derselben, durch die Kraft R mehr vermehret als vermindert, und diese Zeit ist länger als sie seyn würde, wenn der Mond, ohne Mitwürkung der Kraft R, blos von der anziehenden Kraft der Erde in seiner Bahn erhalten würde. Mit der Zeit des synodischen Umlaufs aber muste nothwendig die Zeit des periodischen zugleich wachsen.

§. 1305. Es richtet sich aber die Kraft R, von welcher diese Verlängerung der Zeit des Umlaufes herrühret, nicht nur nach dem Winkel φ, oder nach dem Stande des Mondes in Ansehung der Puncte A, B, C, D, sondern wird zugleich durch die Entfernung der Erde von der Sonne, und durch die Entfernung des Monds von der Erde bestimmet, deren erstere in dem Ausdruck $R = -\frac{fy}{x^3} \times \frac{1+3\cos 2\Phi}{2}$, der Buchstabe x, die zweite aber y bedeutet. Also kan auch die Zeit des würklichen Umlaufs des Mondes nicht immer die nehmliche bleiben, sondern diese Zeit wird kleiner, wenn die Entfernung x zunimt, weil dadurch die R verkleinert wird, und umgekehrt. Diese Veränderung ist beträchtlich: was aber die y anlangt, so ist diese zwar bey jedem Umlaufe des Mondes einmal die größte, und einmal die kleinste, und die kleinste y eben des Umlaufs ist der größten beynahe gerade entgegen gesetzt; so daß wenn die eine in TA fällt, die andere

in

in *TB* zu liegen komt, und wenn *CT* die grösste oder kleinste *y* eben des Umlaufs ist, *DT* die kleinste oder die grösste wird. Fällt nun die grösste *y* in die *TA*, so wird zwar die Zeit, in welcher der Mond in dem Bogen *fe* gesehen wird, dadurch verlängert; diejenige aber, in welcher er den *gh* zu durchlaufen scheinet, wird beynahe um eben so viel verkürzet. Es bleibt also die ganze Zeit des Umlaufs fast völlig diejenige, welche die mittlere Grösse der *y* erfordert: und eben so ist es auch, wenn die grösste *y* in die *TC* und folgends die kleinste in *TD* fällt. Die Zeit, welche der Mond braucht, von der Stelle *e* in *g* zu gelangen, wird dadurch gemindert, diejenige aber, welche er anwendet von *h* in *f* zu gelangen, wird beynahe eben so stark vermehret; welches die ganze Zeit des Umlaufs eben so wenig verändern kan. Aus diesen beyden aber sind die übrigen Lagen, welche die Absidenlinie der Bahn des Mondes, in Absicht auf die nach der Sonne gezogenen *AS*, haben kan, leicht zu beurtheilen. T. XVII. F. 251

Bewegung der Linie der Apsiden.

§. 1306. Aus eben den Betrachtungen, die wir vor uns haben, folgt, daß wenn wir uns die Bahn, welche der Mond bey jedem Umlaufe um die Erde beschreibt, als eine Ellipse vorstellen wollen (weil die anziehende Kraft der Erde viel stärker ist, als die übrigen in den Mond würkenden Kräfte, und wenn sie allein wäre, denselben allerdings zwingen würde, eine Ellipse zu beschreiben, welche einen ihrer Nabel in dem Mittelpuncte der Erde hat) wir doch der grössern Axe dieser Ellipse, so die Apsidenlinie der Bahn abgiebt, keine beständige Lage, weder in Absicht auf die nach der Sonne laufende *ATB*, noch auch in Ansehung der Puncte des unbeweglichen Sternhimmels, zuschreiben können, sondern uns diese Linie in einer Bewegung vorstellen müssen, vermittelst welcher der Winkel, den sie mit der *AB* bey *T* einschliesset, fast in jeden noch so kleinen Zeitraum geändert wird: und diese Bewegung ist ebenfalls eine Würkung der Kraft *R*. Denn wenn *LN* (*Fig.* 251) ein Bogen der Ellipse ist, welchen der Mond, ohne Mitwürkung der Kraft *R*, in der Zeit *t* beschreiben würde, in welcher er, indem ihn diese Kraft *R* zugleich von *T* entfernet, würklich den Theil seiner Bahn *LM* beschreibet: so kan nicht gesagt werden, daß dem ohngeachtet sein Mittelpunct immer in dem elliptischen Bogen *LN* verbleibe, wenn man nicht dem Ausschnitte *LTN*, und mit demselben der ganzen Ellipse und ihren Axen, eine Bewegung zuschreibt, mit welcher sie dergestalt um den Nabel *T* gedrehet werden, daß, indem der Mittel-

T. XVII. F. 251.

telpunct des Monds in M anlangt, auch das Punct der Ellipse Q, welches so weit von T entfernet ist als M, in dieses Punct M zu liegen komme. In dem gegenwärtigen Falle drehet sich also die Ellipse vorwärts, nach eben der Seite, nach welcher der Mond gehet. Würket aber die Kraft R einwärts gegen T, und ist also nunmehro LN für einen Theil der Bahn zu halten, welche der Mond würklich beschreibet, indem LM den elliptischen Bogen vorstellet, den er in eben der Zeit beschreiben würde, wenn er dem Zuge der Erde allein folgte, und der Kraft R nicht ausgesetzt wäre; so muß, wenn der Mittelpunct des Mondes dem ohngeachtet beständig in dem elliptischen Bogen LM erhalten werden soll, der Ausschnitt LTM, samt der ganzen Ellipse, von welcher er ein Theil ist, sich um T rückwärts, der Bewegung des Monds entgegen, dergestalt drehen, daß in dem Augenblicke, in welchem jener Mittelpunct bey Q anlangt, auch das Punct M in diese Stelle Q falle. In diesem Verstande wanket die elliptische Bahn des Mondes hin und her, und scheinet nur alsdann eine kurze Zeit zu ruhen, wenn sich der Mond bey einem der vier Puncte e, g, h, f befindet, allwo ihn die Kraft R weder einwärts gegen F noch auswärts treibet, weil sie daselbst nicht statt findet.

§. 1307. Die Grösse des Winkels QTM oder MTQ, mit welchem sich die elliptische Bahn des Mondes, samt ihrer Apsidenlinie, in der Zeit t um den Mittelpunct der Erde T herumdrehet, richtet sich gewissermassen nach den Winkel PLN oder PLM, welchen diese Bahn, bey dem Orte des Mondes L, mit der LP einschliesset, von welcher sie daselbst berühret wird. Dieses kan die blosse Betrachtung der Zeichnung klar machen; und es folget hieraus, daß bey der Bestimmung der Grösse dieses Winkels QTM mit auf den Ort des Monds in seiner elliptischen Bahn, in Absicht auf deren Apsiden, mit einem Wort, auf die wahre Anomalie des Mondes, zu sehen sey. Da aber die Bahn dieses Körpers von einem um T beschriebenen Cirkelkreise so stark nicht abweichet, daß bey den verschiedenen Stellen derselben die Winkel PLN oder PLM sehr verschieden seyn könten: so ist auch die von diesen Winkeln herrührende Veränderung des Winkels QTM nicht beträchtlich. Viel grösser ist diejenige, welche die Abweichung MN in dieselbe bringt, wenn sie zunimt oder kleiner wird. Diese durch die Linie MN angegebene Abweichung, ist die Würkung der Kraft R, und wächset, wenn alle übrigen Umstände die nehmlichen bleiben, mit derselben in einerley Verhältniß: sie machet aber, wie leicht zu sehen ist, den Winkel QTM grösser, wenn sie selbst grösser wird,

wird, und vermindert denselben, wenn sie abnimt. Da also, wenn wir noch immer x und y als beständige Grössen ansehen, die Grösse der Kraft R sich bloß nach dem Winkel Φ dergestalt richtet, wie umständlich erkläret worden ist: so folget hieraus, daß die Apsidenlinie sich am geschwindesten vorwärts drehen werde, wenn sich der Mond bey A oder B befindet; und am geschwindesten rückwärts, wenn er von der Erde bey den Stellen C, D halb voll gesehen wird: daß aber diese Linie, wiewohl bald geschwinder bald langsamer, vorwärts gehen werde, so lang uns der Mond in einem der Bogen fAe, gBh erscheinet, und rückwärts in den übrigen eCg, hDf. Nun ist der Bogen fAe viel grösser als eCg, und so auch gBh grösser als hDf, und zugleich die Kraft R bey A und B ohngefähr doppelt so groß als bey C, D. Es drehet sich also, bey einem vollen Umlaufe des Mondes um die Erde, die Apsidenlinie viel mehr vorwärts denn rückwärts, und muß, wenn dieser Umläufe eine hinlängliche Zahl genommen wird, endlich gar herumkommen. Die Beobachtungen haben längst gezeigt, daß diese Zahl der Umläufe, in welchen die Apsidenlinie des Monds ganz herumkömt, in einer Zeit von beynahe neun Jahren vollendet werde. T. XVII. F. 250.

Veränderung der Gestalt und Grösse der Mondbahn.

§. 1308. Die dergestalt bewegte Apsidenlinie ist die grössere Axe der elliptischen Bahn des Monds, welche mit dieser Linie zugleich um den Mittelpunct der Erde herumgedrehet werden muß, wenn der Mond, indem man sich vorstellet, daß er diese Ellipse beschreibet, den Weg um die Erde nehmen soll, welchen er bey jedem Umlaufe würklich nimmet. Durch diese Vorstellung wird die eigentliche Bewegung des Monds, aus der Bewegung desselben in der Ellipse, und aus der Bewegung der Ellipse selbst, in unsern Gedanken zusammengesetzt, und wir bekommen einen deutlichen Begriff von jener Bewegung, indem wir auf diese beyde Acht haben: so daß, wenn beyde Bewegungen bekant sind, der Ort des Mondes in seiner eigentlichen Bahn, für jeden Zeitpunct, genau bestimmet werden kan. Man siehet aber auch leicht, daß die Sache nicht möglich seyn würde, wenn man der längern Axe der Ellipse immer eben die Grösse geben wolte. Da diese Axe bey dem Nabel der Ellipse, welcher in den Mittelpunct der Erde fällt, in zween ungleiche Theile getheilet wird, so muß nothwendig der grössere dieser Theile bis an den Punct reichen, in welchem sich der Mittelpunct des Monds befindet, wenn seine Entfernung von der Erde, bey eben dem Umlaufe, die größte ist, und der

T. XVII. F. 250. kleinere Theil muß der kleinsten Entfernung des Monds, bey eben dem Umlaufe, gleich seyn. Nun werden aber alle Entfernungen des Monds von der Erde, und also auch die größten und kleinsten, durch die verschiedentliche Verbindungen der Kraft R mit der anziehenden Kraft der Erde, bald grösser bald kleiner. Und wenn man sich (*Fig.* 250) durch das Punct T eine gerade Linie IK gezogen vorstellet, so folget aus dem, so wir bisher gesehen haben, daß der Mond, wenn er sich an der Seite I des Puncts T befindet, durch die Kraft R von demselben entfernet werde, wenn er an der andern Seite K durch die daselbst würkende Kraft R, von diesem T entfernet wird, und daß, wenn ihn eben die Kraft an der Seite I dem T nähert, derselbe auch an der andern Seite K dem T genähert werde. Ist also TI der grössere Theil der Axe, und TK der kleinere, so kan keiner dieser Theile länger oder kürzer werden, ohne daß auch der andere, und mithin die ganze Axe, länger oder kürzer werde. Dieses geschiehet also alle Augenblick, und damit ist auch die Ellipse selbst der beständigen Veränderung unterworfen, die wir bereits gesehen haben.

§. 1309. Diese Veränderung betrift nicht nur die Grösse, sondern auch die Gestalt der Ellipse, welche immer mehr länglicht wird, je mehr der spitzige Winkel abnimt, den ihre grössere Axe mit der nach der Sonne laufenden AB einschliesset, und sich der Rundung eines Cirkels bey der Vergrösserung dieses spitzigen Winkels nähert: so daß die grössere Axe der Ellipse zu der kleinern die größte Verhältniß bekomt, wenn jene Axe in AB fällt, und die kleinste, wenn CD ihre Lage angiebt. Da denn, mit der Verhältniß der grössern Axe zur kleinern, zugleich die Verhältniß eben der grössern Axe zur Eccentricität geändert wird; und zwar so, daß zu eben der Grösse jener Axe die Eccentricität wächset, indem die kleinere Axe abnimt, und umgekehrt: folgends, wenn die grössere Axe in die AB fällt, die Eccentricität unter allen die größte, fällt sie aber in CD, die kleinste wird. Die umständliche Entwickelung der Ursachen dieser Begebenheit, und ihres Zusammenhangs mit den Würkungen, ist etwas schwer zu übersehen. Mir hat die fernere Betrachtung des Ausdrucks $R = \frac{fy}{x^3} \times \frac{1 + 3\cos 2\Phi}{2}$ das größte Licht gewähret, welcher, wenn wir uns den Mond einmal in der geraden Linie TI, und alsdenn in der Verlängerung derselben TK vorstellen, die Kräfte R, mit welchen er in diesen beyden Stellen nach T getrieben, oder von diesem Puncte entfernet wird,

bloß

bloß durch $R = \frac{fy}{x^3}$ mit einander vergleichet. Denn wenn noch immer Φ das Maaß des Winkels ATI, und Q einen Quadranten bedeutet, so wird das Maaß des äussern Winkels, welchen die TK mit der AT einschliesset, $2Q + \Phi$. Dieses aber ändert in der Grösse des Coefficienten $\frac{1 + 3\cos 2\Phi}{2}$ nicht das geringste: und derselbe hat also keinen Einfluß in die Bestimmung der beyden einander entgegengesetzten Kräfte R. Ja weil auch x als eine beständige Grösse angesehen werden kan, da die Veränderung der Entfernung der Erde von der Sonne hier wegen ihrer Kleinigkeit in keine Betrachtung komt; und f würklich immer eben dasselbe bedeutet, so kan für den gegenwärtigen Fall kurz gesetzt werden $R = y$. Dadurch wird angegeben, daß sich, wenn der Mond einmal in der Stelle I, und das zweytemal in K befindet, die Kraft R, welche denselben bey I der Erde nähert oder von derselben entfernet, sich zu derjenigen, welche bey K eben dieses leistet, sich wie $IT : KT$ verhalten werde. Denn y bedeutet überhaupt die Entfernung des Monds von der Erde, und also hier IT oder KT. T. XVII. F. 250.

§. 1310. Diese Kräfte R nun vermehren in dem Falle, welchen die Zeichnung vorstellet, die Entfernungen IT, KT in eben dem unendlich kleinen Zeitraume, beyde durch unendlich kleine Zusätze, deren ersten wir i und den zweyten k nennen wollen: so daß vermittelst des i aus IT die Entfernung $IT + i$, und vermittelst des k, aus KT die $KT + k$ entstehet. Wenn nun diese Zusätze sich wie die Kräfte verhielten, durch deren Würkung sie entstehen, so würde auch seyn $IT : KT = i : k$, weil $IT : KT$ die Verhältniß dieser Kräfte ist, und folgends $IT + i : KT + k = IT : KT$, das ist, es würden die neuen Entfernungen $IT + i$ und $KT + k$ sich wie die vorigen IT, KT verhalten. Nun sind aber, wenn IT grösser ist als KT, wie wir dieses annehmen, die Umstände, in welchen die Kräfte R bey I und K würken, nicht einerley. In beyden Stellen wiederstehet die anziehende Kraft der Erde den Kräften R, welche bemühet sind den Mond von derselben zu entfernen: es ist aber, da KT kleiner ist, denn IK, die anziehende Kraft der Erde, und folgends auch der Widerstand, mit welchen sie den Mond zurück hält, bey K grösser als bey I; woraus folget, daß die bey dem letztern dieser Puncte I würkende Kraft R den Mond mehr von der Erde entfernen müsse, als sie nach ihrer Verhältniß zu der bey K würkenden thun

T XVII F. 250. solte, und daß folgends die Verhältniß $i : k$ grösser sey, als die Verhältniß dieser Kräfte $IT : KT$. Werden nun die Glieder jener grössern Verhältniß $i : k$ zu den Gliedern dieser kleinern $IT : KT$ hinzu gesetzt, so siehet man leicht, daß auch die Verhältniß $IT + i : KT + k$ grösser werden müsse, als die vorige $IT : KT$.

§. 1311. Da diese Vergrösserung der Verhältniß $IT : KT$, wenn alles übrige einerley bleibt, bloß von dem Ueberschusse der anziehenden Kraft, mit welcher die Erde in den Mond bey k würket, über die bey I herrühret; so wird eine grössere Verhältniß $IT : KT$ mehr vergrössert, und eine kleinere weniger, so daß, wenn durch die beständige Verminderung der IT, oder Vergrösserung der KT, die Glieder dieser Verhältniß einander gleich werden, alle Veränderung dieser Verhältniß völlig wegfällt. Wird aber, durch die Veränderung des Winkels $ATI = \Phi$ auch die Kraft R selbst vergrössert oder verkleinert, so komt, wie in allen dergleichen Fällen, auch hiedurch eine Vergrösserung oder Verminderung in die Verhältniß $IT : KT$. Und alles dieses ist auch richtig, wenn die Kräfte R bey I und K einwärts gegen T würken: ausser daß nunmehro die Verhältniß der grössern Entfernung IT gegen die kleinere KT nicht grösser sondern kleiner wird. Denn es wird bey diesem Umstande aus IT, $IT - i$, und aus KT, $KT - k$: die Kraft aber, welche der bey I und K einwärts würkenden R widerstehet, ist diejenige, mit welcher der Mond daselbst bemühet ist, sich vermöge seiner Trägheit von T zu entfernen. Da also diese bey jedem Puncte der Bahn derjenigen gleich ist, mit welcher der Mond von diesem Puncte gegen die Erde gezogen wird; so finden hier eben die Schlüsse statt, welche uns zu erkennen gaben, daß wenn R auswärts würket, die Verhältniß $i : k$ grösser sey als $IT : KT$; und dadurch wird die Verhältniß $IT - i : KT - k$ kleiner, als eben die $IT : KT$.

§. 1312. Dieses nun auf die elliptische Bahn des Mondes und deren Veränderung anzuwenden, müssen wir anmerken, daß wenn in einer Ellipse T. XVII. F. 252. die grössere Axe AB (*Tab. XVII. Fig.* 252.) gezogen, und dieser durch den Nabel T die CD senkrecht gemacht wird, eine jede andere durch T gezogene gerade Linie EF von diesem Puncte T in die Theile ET, TF getheilet werde, deren Verhältniß ET, TF desto kleiner ist als die Verhältniß $AT : TB$, je grösser der Winkel ETA genommen worden; so daß, wenn solcher durch T gezogener Linien verschiedene sind, nicht nur die Verhältniß $AT : TB$ grösser ist, als die $ET : TF$ sondern auch diese $ET : TF$ grösser als die folgende, $GT : TH$, und diese wieder

der grösser als $IT : TK$, bis endlich die Verhältniß $DT : TC$, deren Glieder einander gleich sind, die kleinste unter allen wird. Dieses ist aus der bereits öfters gebrauchten Gleichheit $r = \frac{cc}{a - e.\cos v}$ leicht zu schliessen, in welcher r eine jede an der Seite A der CD liegenden Linie ET, GT, IT bedeutet, wenn v den Winkel vorstellet, welchen diese Linie mit der AT an eben der Seite einschliesset, indem noch immer a die Hälfte der grössern Axe AB, c die Hälfte der kleinern und e die Eccentricität angeben. Ist $r = ET$, so wird die dazu gehörige TF, welche kleiner ist als ET, und an der Seite B der CD lieget, durch $r = \frac{cc}{a + e.\cos v}$ angegeben, weil zu derselben zwar der Winkel FTB ebenfalls v ist, sein Cosinus aber, in Absicht auf den Cosinus des vorigen ATE, die gegenseitige Lage bekomt: und eben dieses ist auch von einer jeden der übrigen Linien GH, IK zu sagen. Es verhält sich also der grössere Theil einer jeden solchen Linie, zu dem dazu gehörigen kleinern, wie $\frac{cc}{a - e.\cos v}$ zu $\frac{cc}{a + e.\cos v}$ das ist, wie $a + e.\cos v$ zu $a - e.\cos v$. Nun wird, wenn der Winkel v vergrössert wird, der dazu gehörige $\cos v$ beyderseits kleiner, und dadurch $a + e.\cos v$ kleiner, $a - e.\cos v$ aber grösser, welches die zu dem grössern Winkel v gehörige Verhältniß allerdings verkleinert. Wird der Anfang bey TD genommen, welche der TC gleich ist, so werden die Verhältnisse $IT : TK$, $GT : TH$, $ET : TF$ immer grösser und grösser, bis endlich $AT : TB$ die größte unter allen wird; und man siehet leicht, daß an der andern Seite der AB eben dieses statt finde. T. XVII. F. 252.

§. 1313. Soll aber zu eben dem Nabel T eine andere Ellipse beschrieben werden, deren grössere Axe in die AB falle, und ihr durch T gezogener Parameter in CD, so daß zu dem Winkel ITD, oder einem andern dergleichen die Verhältniß $IT : TK$ in der neuen Ellipse grösser werde, als die Verhältniß $IT : TK$ in der gezeichneten, welche wir vor uns haben: so wird in der neuen Ellipse die Verhältniß der Eccentricität zu der Hälfte ihrer grössern Axe nothwendig vergrössert. Denn wenn in dieser neuen Ellipse die Hälfte der grössern Axe durch α, und ihre Eccentricität durch ε bedeutet wird; so ist in derselben die Verhältniß der Entfernungen, welche auf die IK fallen, und statt der IT, TK genommen

T. XVII. F. 252. werden sollen, diese, $(\alpha + \varepsilon . \cos v) : (\alpha - \varepsilon . \cos v)$, welche demnach grösser ist als die Verhältniß $(a + e . \cos v) : (a - e . \cos v) = IT : TK$. Wenn nun die Glieder der ersten dieser Verhältnisse durch $a - e . \sin v$, die Glieder der zweiten aber durch $\alpha - \varepsilon . \cos v$ multipliciret werden, so bleiben nicht nur die Verhältnisse die nehmlichen, sondern es werden auch die nachfolgenden Glieder derselben einerley, indem jedes derselben durch $(a - e . \cos v)(\alpha - \varepsilon . \cos v)$ angegeben wird. Es muß also, da die erstere Verhältniß die grössere ist, auch das dergestalt herausgebrachte erste Glied derselben, $a\alpha + a\varepsilon . \cos v - e\alpha . \cos v - e\varepsilon (\cos v)^2$ grösser seyn, als das erste Glied der zweiten $a\alpha + e\alpha . \cos v - a\varepsilon . \cos v - e\varepsilon (\cos v)^2$, woraus, wenn beiderseits $\alpha a - e\varepsilon (\cos v)^2$ abgezogen, und das übrige durch $\cos v$ dividiret wird, folget, $a\varepsilon - e\alpha > e\alpha - a\varepsilon$, welches, gehörig versetzt, giebt: $2a\varepsilon > 2e\alpha$, und $a\varepsilon > e\alpha$. Da also $a\varepsilon$ grösser ist als $e\alpha$, so ist auch die Verhältniß jenes $a\varepsilon$ zu dem nach Belieben anzunehmenden $a\alpha$, grösser als die Verhältniß dieses $e\alpha$ zu eben dem $a\alpha$; und da die Verhältniß $\alpha e : a\varepsilon$ der $\varepsilon : \alpha$, die Verhältniß $e\alpha : a\alpha$ aber der $e : a$ gleich ist, so ist auch die Verhältniß $\varepsilon : \alpha$ grösser als die Verhältniß $e : a$.

Evection des Mondes.

§. 1314. Es folget hieraus, daß wenn die Verhältniß $IT : TK$, oder eine andere dergleichen, verkleinert wird, auch die Verhältniß der Eccentricität zur Hälfte der grössern Axe verkleinert werden müsse, und daß, bey eben der IK, eine stärkere Veränderung der Verhältniß $IT : TK$ auch eine stärkere Veränderung in die Verhältniß $e : a$ bringen werde: welches anzeiget, daß bey Beurtheilung der Veränderungen, welche diese Verhältniß $e : a$ leidet, indem der Mond einmal von D in I und darauf von C in K, oder an der ersten Seite von I in G, und darauf an der entgegengesetzten von K in H übergehet, und so ferner, nicht nur auf die Verhältniß der Theile der durch T gezogenen Linien $TD : TC$, $TI : IK$, $TG : TH$, und der übrigen dieser Art, gesehen werden müsse; sondern daß auch die Grösse der Kraft R, welche in den beiden Theilen jeder dieser Linien in den Mond würket, mit in Betrachtung komme. Nun hänget die Grösse, so wie auch die Richtung der Kraft R, von dem Stande der Sonne in Ansehung der nach dieser oder jener Seite verlängerten Linien AB und CD ab. Gehet die letztere Linie CD bey ihrer Verlängerung dergestalt bey der Sonne vorbey, daß wir den Neumond oder Vollmond haben, wenn sich der Mond in einem der Puncte C, D seiner

seiner Bahn befindet: so ist zwar die Kraft R, mit welcher er von der Erde entfernet wird, die größte unter allen: sie kan aber auf die Veränderung der Verhältniß $e : a$ keinen Einfluß haben, weil TD oder TC gleich ist. Kurz vorher oder hernach, ist jede der CD nahe liegende IT kaum grösser, als die dazu gehörige TK, und also der Einfluß der Kraft R in die Vergrösserung eben der Verhältniß nur sehr geringe. Komt aber der Mond, bey seinem Umlaufe, in die Gegend seiner Bahn, bey welcher die Kraft R anfängt ihn einwärts gegen T zu treiben, so wird die Verhältniß $GT : TH$, $ET : FT$ immer grösser, und die Kraft R befindet sich in den Umständen, bey welchen sie die Verhältniß $e : a$ beträchtlich vermindert. Erreicht endlich der Mond die Gegend A oder B, so erfolgt die größte Verminderung, weil daselbst sowol die Kraft R am stärksten würket, als auch die Verhältniß $AT : TB$ die größte unter allen ist. T. XVII. F. 252.

§. 1315. Wenn im Gegentheil die verlängerte AB an dieser oder jener Seite dergestalt bey der Sonne vorbeygehet, daß wir den Mond neu oder voll sehen, wenn er sich in einem der Puncte A oder B seiner Bahn befindet, so ist bey diesem Neumonde oder Vollmonde sowol die Kraft R, welche den Mond von der Erde entfernet, als auch die Verhältniß $AT : TB$ die größte unter allen, bey D und C aber hat die Kraft R, welche den Mond daselbst der Erde nähert, in die Veränderung der Verhältniß $e : a$ keinen Einfluß. Es muß also nunmehr diese Verhältniß sehr groß, ja, wie eine kurze Betrachtung der Umstände zeigen wird, die größte unter allen seyn, gleichwie in dem vorigen Falle, da wir den Neumond und Vollmond in der Linie CD hatten, sie unter allen die kleinste war. Eben dergleichen bey den übrigen Lagen, welche die Axe AB, oder die CD in Absicht auf den Ort der Sonne haben kan, bedächtlich angebrachte Schlüsse führen endlich zu dem Satz, daß die elliptische Bahn des Mondes, bey der Bewegung ihrer grössern Axe rings um den Mittelpunct der Erde, desto mehr länglicht, und also die Verhältniß ihrer Eccentricität zu der Hälfte dieser Axe desto grösser seyn werde, je kleiner der spitzige Winkel ist, welchen eben die Axe, oder die Apsidenlinie der Bahn, mit der von der Erde nach der Sonne gezogenen Linie einschliesset: und diese Schlüsse werden sehr erleichtert, wenn man an den Mittelpunct eines, so wie in der 250sten Zeichnung geschehen ist, getheilten Cirkelkreises den einen Nabel der Ellipse, welche die in einer anhaltenden Bewegung stehende Bahn des Mondes vorstellen soll, unbeweglich befestiget, und diese alsdann um diesen Punct herumdrehet.

T. XVII. F. 252. drehet. Man spricht kurz: die Eccentricität werde grösser, wenn die Verhältniß derselben zur Hälfte der grössern Axe grösser wird, weil, wenn man diese Hälfte, sie mag grösser oder kleiner seyn, zur Einheit machet, die Eccentricität zu einer grössern Verhältniß $e : a$ durch eine grössere Zahl ausgedrückt wird, und umgekehrt. Die Veränderung der Eccentricität selbst aber bekömt den Namen der Evection des Mondes.

Der gezogene Körper ausser der Fläche der ziehenden.

§. 1316. Es sind nun noch die Abweichungen übrig, so davon herrühren, daß die drey Körper, deren zweene T und S den dritten L anziehen, nicht sämtlich in eben der Fläche liegen, in welche man sich zween derselben T und S, oder L und T vorstellet. Denn an sich kan zwar durch jede drey Puncte eine Fläche gelegt werden. Wenn aber diese drey Puncte der Mittelpunct der Sonne, der Mittelpunct der Erde und der Mittelpunct des Mondes sind; so verharren zwar die ersten dieser zween Puncte immer in der Fläche der Ecliptic, und man kan die zween letztern ebenfalls in eine Fläche bringen, welche eine Zeitlang ihre Lage behält, wenn man nur derselben, so bald diese Zeit eine beträchtliche Länge bekomt, ein kleines Wenden zugestehet, mit welchem sie nach dieser oder jener Seite von derselben Lage abweichet. Es sind aber diese zwo Flächen gemeiniglich von derjenigen, in welche das Dreyeck LTS lieget, verschieden, obwol die Seite desselben ST immer in der Fläche der Ecliptic verharret, und die Fläche der Mondbahn, bey jeder Veränderung ihrer Lage, nothwendig durch die Linie LT hindurchgehet. Nur selten fällt diese Fläche LTS ganz in die Fläche der Ecliptic, nehmlich nur alsdenn, wenn sich auch L in dieser Fläche, und also in einem seiner Knoten, befindet. Und es ist leicht hieraus jede drey andere himmlische Körper zu beurtheilen, welche anstatt der Sonne, der Erde und des Mondes genommen werden können, bey welchen wir uns jedoch hier allein aufhalten.

§. 1317. Wir haben uns bey der Entwickelung der Kräfte, welche den Lauf des Monds in der Fläche seiner Bahn verändern, (1279) denselben, und also auch die Fläche des Dreyecks LTS (*Fig.* 248), in der Fläche der Ecliptic vorgestellt, welches zugleich die ganze Bahn des Mondes in diese Fläche brachte. Die Entwickelung selbst aber geschahe vermittelst des Vierecks $LDEF$, dessen Seiten LD, EF beide der SA, und die LF der DE parallel gemacht werden musten.

Diese

Diese *LF* gab alsdenn die Grösse der von dem Zuge der Sonne herrührenden Kraft an, um welche es uns zu thun war, und wir könten, ohne einen groben Fehler zu begehen, auch annehmen, daß diese Kraft nach der Richtung eben der *LF* in den Mond würke. Da wir uns aber nunmehro diesen Körper *L* nicht mehr in der Fläche der Ecliptic vorstellen: so müssen wir das Dreyeck *LST*, samt allem so dazu gezeichnet, und durch die Seiten desselben bestimmet ist, um seine nach *A* verlängerte Seite *ST*, etwas herumdrehen, damit die Spitze desselben *L* würklich in den Mittelpunct des Mondes fallen möge. Die Linien *LD*, *FE* bleiben bey dieser eingebildeten Bewegung der *SA* immer parallel, und *GF*, *LF*, *GL* behalten ihre Längen; obwol *LF* nunmehro von dem ausser der Fläche der Ecliptic liegenden Monde *L* sich nach dieser Fläche erstrecket, welche sie in einem Puncte der, wenn es nöthig ist, verlängerten *SA* antrift, und also weder in dieselbe, noch in die Fläche der Mondbahn zu liegen komt. *T. XVII. F.* 248.

§. 1318. Es sey nun (*Tab. XVII. Fig.* 253) *S* die Sonne, *T* die Erde, und die von dem einen dieser Puncte nach dem andern gezogene *ST* nach Belieben in *A* verlängert, indem die Oberfläche des Blattes die Fläche der Ecliptic vorstellet. *L* sey der ausser dieser Fläche liegende Mond, welcher, samt den zween vorigen Puncten *S* und *T* die Lage der Fläche *LST* völlig bestimmet. In dieser durch *L*, *S*, *T* gehenden Fläche sey *GF* die nehmliche Linie, welche in der 248sten Zeichnung eben die Buchstaben bey sich hat, und also *GF* der *SA* parallel. *LTN* sey ein Theil der Fläche der Mondbahn, welche die Fläche der Ecliptic in der Knotenlinie *TN* schneidet. Wird nun auch durch die der *TA* parallel laufende *GF* eine Fläche *RGMF* der Fläche der Ecliptic parallel gelegt, welche von der Fläche *LTN* in *GM* geschnitten wird, so ist auch diese Linie *GM* der *TN* parallel, und der Winkel *LGM* gleich dem Winkel *LTN*, um welchen der von der Erde gesehene Mond von seinem Knoten *N* entfernet scheinet, und weil *GF* der *TA* parallel lieget, so ist der Winkel *LGF* dem *LTA* ebenfalls gleich, welchen *LTA* die beyden Linien einschliessen, deren eine *TL* von der Erde nach dem Monde gezogen ist, die andere *TA* aber, gehörig verlängert, an dieser oder jener Seite durch die Mitte der Sonne gehet. Dieser Winkel *LTA* ist derjenige, welcher in dem vorhergehenden durch den Buchstaben φ angedeutet wird, und gibt die Grösse des an dem Sternhimmel zu beschreibenden Bogens an, um welchen ein in den Mittelpunct der Erde gesetztes Auge den Mond von der durch die Sonne gezogenen *STA* entfernet siehet. *T. XVII. F.* 253.

T. XVII F. 253. Die *STA* selbst aber bestimmet die Stellen der Mondbahn, bey welchen sich derselbe befindet, wenn er uns neu oder voll erscheinet; und wenn alles genau genommen wird, so richtet sich die Grösse des von der Sonne erleuchteten Theils des Mondes, welchen wir aus dem Mittelpuncte der Erde sehen würden, völlig nach der Grösse dieses Winkels φ oder *LTA*.

§. 1319. Da nun durch *LF* die Kraft ausgedrücket wird, mit welcher der Mond nach der Richtung dieser *LF* gezogen, und dadurch nicht nur, wie wir bisher umständlich gesehen haben, in seinem Lauf gestöret, sondern auch von der Fläche, in welcher er ausserdem diesen Lauf verrichtet hätte, abgebracht, und der Fläche der Ecliptic genähret wird: so müssen wir vor allen Dingen bemühet seyn, den Theil dieser Kraft, deren Richtung der Fläche der Mondbahn perpendicular ist, von derjenigen abzusondern, welche blos bemühet ist, seinen Lauf in der Bahn selbst zu verändern. Denn die Würkung, um welche es uns hier zu thun ist, folget blos aus jenem Theil; und die Folgen der übrigen Kraft können uns hier nicht weiter beschäftigen. Diese Absonderung nun zu verrichten, sey aus dem Puncte *F* die *FK* der Fläche der Bahn des Mondes perpendicular gezogen, welche mit der in dieser Fläche gezogenen *LK* das bey *K* rechtwinklichte Dreyeck *LKF* bilden wird. Man ergänze dieses Dreyeck zu dem rechtwinklichten Parallelogram *LKFV*, dessen Seite *LV* der *FK* gleich, und eben deswegen, weil sie dieser *FK* auch parallel ist, der Fläche der Mondbahn ebenfalls perpendicular ausfallen muß. Vermittelst dieses Vierecks *LKFV* nun, wird die durch *LF* ausgedruckte Kraft, in zwo andere zerfällt, deren Grössen und Richtungen die *LK*, *LV* angeben. Da also die letztere dieser Kräfte *LV* diejenige ist, deren Grösse wir suchen, so komt alles darauf an, daß wir die Linie *LV* oder *FK* aus der *LF* zu bestimmen wissen. Es kan aber auch, anstatt der *LF*, die *GF* zu dieser Entdeckung gebraucht werden, deren Verbindung mit der *LF* wir (1283) gesehen haben.

Grösse der Kraft, welche den Mond von der Fläche seiner Bahn entfernet.

§. 1320. Man ziehe zu dem Ende die *KG*, und bilde dadurch das bey *K* ebenfalls rechtwinklichte Dreyeck *FKG*, dessen Winkel *FGK* derjenige seyn wird, um welchen dem in den Mittelpunct der Erde gesetzten Auge die Linie *TA* von der Fläche der Mondbahn entfernet vorkomt. Man siehet dieses, wenn man sich in

dieser

dieser Fläche LTN eine Linie der GK aus T parallel gezogen vorstellet, und erweget, daß der Winkel, welchen diese, in der Zeichnung selbst nicht angebrachte, Linie mit der AT einschliesset, dem FGK gleich, und die Fläche, in welcher er lieget, der Fläche des Dreyecks FGK parallel werden müsse. Dieser Winkel FGK kan nun zwar aus dem bekanten $FGM = ATN$, und aus der Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic, die der Winkel KMF vorstellet, leicht genug geschlossen werden. Wir können ihn aber auch vor sich als bekant ansehen, und durch ψ angeben. Alsdenn ist $GF : FK = 1 : \sin\psi$. Die Linie GF ist in dem vorhergehenden (1283) auch v genennet worden, und wir hatten bey der hinlänglich erklärten Bedeutung der Buchstaben, $v = \frac{3fy}{x^3} \cdot \cos\varphi$. Es ist also $FK = \frac{3fy}{x^3} \cdot \cos\varphi \cdot \sin\psi$, und dieses ist der Ausdruck der Kraft, welche wir suchen. T. XVII. F. 253.

§. 1321. Man siehet aus diesem $FK = \frac{3fy}{x^3} \cdot \cos\varphi \cdot \sin\psi$ sogleich, daß die durch FK ausgedrückte Kraft in zween Fällen alle Grösse verlieren werde; erstlich wenn $\sin\psi = 0$, und zweitens wenn $\cos\varphi = 0$. Jenes $\sin\psi = 0$ verlangt, daß die in der Fläche der Ecliptic gezogene Linie STA, ganz und gar keine Entfernung von der Fläche der Mondbahn habe, welches nicht seyn kan, wenn sie nicht mit der Knotenlinie TN übereinkomt, und also die Sonne sich in einem der Knoten befindet: $\cos\varphi$ aber hat nur in dem Falle statt, wenn der Winkel φ, welcher die eigentliche Entfernung des Monds von der Sonne angibt, gerade ist, und also der Mond der Erde genau zur Hälfte erleuchtet scheinet. Im Gegentheil wird die Kraft FK unter allen die grösseste, wenn sowol $\sin\psi$ als auch $\cos\varphi$ so sehr angewachsen ist, als dieses geschehen kan. Nun wird $\sin\psi$ nie grösser, als der Sinus der Neigung der Fläche der Mondbahn, gegen die Fläche der Ecliptic, und also ψ nie grösser als diese Neigung selbst, welcher der Winkel $\psi = FGK$ nur in dem Falle gleich ist, wenn die von der Erde durch die Sonne gezogene TA auf der Knotenlinie TN perpendicular stehet. Soll also auch $\cos\varphi$ so groß werden, als es bey diesem Stande der Sonne möglich ist, so muß der Winkel φ, um welchen uns alsdenn der Mond von der Sonne entfernet zu seyn scheinet, bis zu der geringsten Grösse abnehmen, die er haben kan. Man siehet nach einiger Betrachtung leicht, daß dadurch der Mond ebenfalls in eine gerade Linie versetzt werde, welche mit der Knotenlinie rechte Winkel einschliesset: nur muß diese Linie natürlicher Weise in der

T. XVII. F. 253. Fläche seiner Bahn gezogen werden. Dadurch wird φ dem ψ gleich, der Mond selbst aber entweder neu oder voll, und es kan kurz gesagt werden: die Kraft FK sey die grösste, wenn sich der Mond in seinem Neumond oder Vollmond zugleich in der grössten Entfernung von der Fläche der Ecliptic befindet. Es ist hierbey auf die Entfernungen x und y nicht gesehen worden, von welchen klar ist, daß sie ebenfalls einige Veränderung in die durch FK oder LV ausgedruckte Kraft bringen müssen, wenn sie wachsen oder abnehmen.

Rückgang der Knotenlinie des Mondes.

§. 1322. Die dergestalt entdeckte Kraft, welche bemühet ist den Mond nach einer Richtung, die der Fläche seiner Bahn perpendicular ist, von dieser Fläche zu entfernen, hat zwo Würkungen, welche bereits aus einander gesetzt worden sind, als wir die Gründe des Rückgangs der Nachtgleichen betrachteten. Sie verursachet hier gleichfalls den Rückgang der Knotenlinie, und verändert zugleich die Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic. Wie dieses eigentlich zugehe, und in welchen Fällen jede dieser Würkungen wachse und abnehme, wird aus den daselbst gelegten Gründen geschlossen, auf welche hier beynahe eben so zu bauen ist. Und wir könten uns selbst der bey jenen Betrachtungen gebrauchten 208ten Zeichnung bedienen, wenn nicht der Mond einige Zusätze ersoderte, welche T. XVII. F. 254. in der 254sten Zeichnung zu jener hinzugekommen sind. In dieser Zeichnung ist C der Mittelpunct der Erde, und die durch diesen Punct gezogene NCE die Knotenlinie der Mondbahn. Zu dieser NE, als einen Durchmesser, ist in der Fläche der Bahn des Mondes, durch den gegenwärtigen Ort desselben L, der halbe Cirkelkreis NLE beschrieben, welcher die Bahn selbst vorstellen kan, wenn man diese als einen um C beschriebenen Cirkel ansehen will. Der zu eben dem Durchmesser beschriebene halbe Cirkel NSE lieget in der Fläche der Ecliptic. In dieser Fläche befindet sich die Sonne in der geraden Linie, die man sich leicht durch C und S gezogen vorstellen kan, und man kan sie immer, der Deutlichkeit wegen, an die Seite S setzen. Alsdenn misset der um eben den Mittelpunct C mit dem Radius $CS = CN$ beschriebene Bogen SK, welcher bey K mit dem NL rechte Winkel einschliesset, den Winkel ψ, und es kan ψ selbst diesen Bogen SK bedeuten, wenn man nehmlich blos auf die in demselben enthaltene Zahl der Grade, Minuten und Secunden acht hat; der mit eben dem Radius um C beschriebene Cirkelbogen SL aber ist das Maaß des Winkels φ, und es kan in eben dem Verstande gesetzt werden

den $SL = \varphi$. Der durch den Mond beschriebene Bogen LM, welcher eben den Mittelpunct C und eben den Halbmesser $= CV$ hat, ist ebenfalls bey L der Fläche der Mondbahn perpendicular: und man kan den Theil denselben LV als einen Theil der geraden Linie LV der vorigen 253sten Zeichnung ansehen, welche die Grösse der Kraft ausdrücket, die hier in Betrachtung komt. T. XVII. F. 254.

§. 1323. Diese nach LV würkende Kraft ist nun diejenige, so durch den Ausdruck $\frac{3fy}{x^3}. \cos\varphi. \sin\psi$ angegeben wird, welchen wir verkürzen können, wenn wir wieder setzen $\frac{3fy}{x^3} = F$. Es hindert nichts die Grössen, welche zur Bestimmung der f gebraucht worden, so anzunehmen, daß f zu dem Raume wird, um welchen sich die Erde oder der Mond, bey ihrer mittlern Entfernung von der Sonne, dieser in einer gewissen Zeit nähert, und diese Zeit mag eine Stunde seyn, die wir zur Einheit machen wollen. Dieser Raum ist oben (1092) berechnet worden, allwo M denselben bedeutet, so daß das gegenwärtige f mit jenem M einerley angibt. Wir haben daselbst gesehen, daß wenn b den mittlern Weg von 2′ Minuten und 27,8 Secunden, oder 147″,8 vorstellt, welchen die Sonne in einer Stunde in ihrer Bahn zurücklegt, seyn werde $M = b. \sin\frac{1}{2}b$, welchem Producte aus dem Bogen b und der Hälfte desselben, oder dem Sinus dieser Hälfte, demnach auch f, in dem öfters wiederholten Verstande, gleich seyn wird. Vermittelst des hieraus bestimten Werthes des F wird durch $F. \cos\varphi. \sin\psi$ die Grösse der Linie angegeben, um welche der Mond in eben der Zeit einer Stunde von der Fläche seiner Bahn entfernet wird, und wenn wir wieder dt einen unendlich kleinen Theil dieser Zeit bedeuten lassen, in welcher sich der Mond um LV von dieser Fläche entfernet hat, so wird vollkommen so, wie bereits (1086) geschehen ist, geschlossen, daß diese $LV = F. \cos\varphi. \sin\psi. dt^2$ seyn werde.

§. 1324. Es sey b der Winkel, welchen der Mond mit seiner mittlern Geschwindigkeit, ebenfalls in der Zeit einer Stunde, um die Erde beschreibet, oder das mit der zur Einheit gemachten mittlern Entfernung der Erde von der Sonne beschriebene Maas dieses Winkels: so wird der Weg, welchen der Mond in eben der Zeit einer Stunde in seiner Bahn NLE machet, aus der Proportion $1 : y = b : by$, durch by angegeben, und es bedeutet also $bydt$ denjenigen, welchen er in der Zeit dt zurücklegt. Alsdenn wird aus der Verhältniß $OL : LV = by : F. \cos\varphi. \sin\psi$

T. XVII. F. 254.

dt der Winkel LOV durch $\frac{F.\cos\Phi.\sin\psi.dt}{by}$ angegeben, um welchen der Mond von dem Wege OL, welchen er ausser dem genommen haben würde, abgewichen ist, indem er würklich in der OV fortgegangen. Er würde, wenn, nachdem er mit dieser Bewegung bey V angelanget ist, die Kraft, welche ihn von der Fläche seiner Bahn entfernet, zu würken aufhörte, fortfahren sich in der durch C, O und V gelegten Fläche zu bewegen, und in derselben einem in C gesetzten Auge den Cirkelkreis OVF zu beschreiben scheinen, welcher mit dem vorigen OLE bey O den Winkel LOV einschliesset. Daraus folget der Rückgang der Knotenlinie aus CE in CF, mit welchem sie in der angenommenen Zeit dt den Winkel ECF machet, welcher von dem unendlich kleinen Bogen EF gemessen wird; und eine Veränderung der Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic, welche die Winkel OEM, OFM angeben, die gemeiniglich von einander verschieden sind.

§. 1325. Was nun erstlich den Winkel ECF, oder sein Maaß EF anlangt, so haben wir (1089) gesehen, daß wenn I, wie in dem vorigen, den Winkel LEM bedeutet, welchen anfänglich die Fläche der Mondbahn mit der Fläche der Ecliptic einschloß, der Winkel ECF oder sein Maaß EF seyn werde $\frac{\sin NL}{\sin I}.LOV$. Nun ist $LOV = \frac{F.\cos\Phi.\sin\psi.dt}{by}$, also $EF = \frac{F.\cos\Phi.\sin\psi.\sin NL.dt}{by.\sin I}$, oder, wenn wir uns der Buchstaben der Zeichnung bedienen: $EF = \frac{F.\cos SL.\sin SK.\sin NL.dt}{by.\sin I}$. Es findet aber in dem Dreyecke KNS, dessen Winkel bey K gerade ist, und $SNK = I$, die Proportion statt, $\sin I : \sin SK = 1 : \sin NS$, und es ist also $\frac{\sin SK}{\sin I} = \sin NS$, welches den Ausdruck etwas verkürzet, indem es giebt, $EF = \frac{F.\cos SL.\sin NS.\sin NL.dt}{by}$. Da die Bewegung, mit welcher der Knoten dergestalt zurück gehet, in der unendlich kleinen Zeit gleichförmig ist, so ist die Geschwindigkeit derselben $\frac{EF}{dt} = \frac{F}{by} \times \cos SL.\sin NS.\sin NL$, deren Wachsthum und Abnahme also, wenn man vors erste $\frac{F}{by}$ als eine unveränderliche Grösse ansiehet, sich bloß nach den Bogen NS, NL und SL richtet.

§. 1326.

§. 1326. Der Knote ruhet, wenn $\frac{EF}{dt} = 0$, welches statt hat: erstlich wenn $\sin NL = 0$, das ist, wenn sich der Mond in einem der Knoten seiner Bahn befindet; zweytens wenn $\sin NS = 0$, welches eine dieser zwo Stellen der Sonne anweiset; und drittens wenn $\cos SL = 0$, und also die Sonne von dem Monde um einen Quadranten abstehet, in welchem Falle wir genau eines der Mondviertel haben. Hieraus sind die Umstände leicht zu ermessen, in welchen der Knote zwar nicht vollkommen ruhet, aber sich doch nur langsam beweget. Im Gegentheil gehen die Knoten mit der grösten Geschwindigkeit zurück, wenn die Bogen NL, NS beyde Quadranten sind, weil alsdann ihre Sinus sich so groß befinden, als sie je werden können. Der Bogen SL, dessen Grösse immer von den beyden NS und NL, samt dem Winkel I abhängt, wird alsdenn würklich das Maaß dieses Winkels I, und also $\cos SL = \cos I$. Es wird also die grösste Geschwindigkeit des Rückgangs durch $\frac{F.\cos I}{by}$ angegeben, und man kan diesen Ausdruck den Winkel ECF bedeuten lassen, wenn man sich vorstellet, daß derselbe mit dieser Geschwindigkeit, in der zur Einheit gemachten Zeit einer Stunde, von der Knotenlinie beschrieben werde, indem sie aus CE in CF übergehet. Nun ist aber $F = \frac{3fy}{x^3}$, und wir hatten oben $f = h.\ \sin \frac{1}{2}b$, woraus folget, $F = \frac{3h.\ \sin \frac{1}{2}b.y}{x^3}$, und $\frac{F}{by} = \frac{3h.\ \sin \frac{1}{2}b}{bx^3}$. Dieses giebt, zur Entdeckung der grösten stündlichen Bewegung des Knoten, die Vorschrift $\frac{3h.\ \sin \frac{1}{2}b.\cos I}{bx^3}$, aus welcher dieselbe berechnet werden kan, wenn nur die Winkel I, b und h, samt der Entfernung der Erde von der Sonne x gegeben werden, welche Grössen sämtlich in die Bestimmung dieser Geschwindigkeit, so wie in alle übrige, ihren Einfluß haben.

T. XVII. F. 254.

§. 1327. Setzen wir aber die Entfernung der Erde von der Sonne sey die mittlere, und machen also $x = 1$, und nehmen zugleich die Neigung I so groß an, als sie werden kan, indem wir ihr 5 Grade und 18 Minuten zuschreiben: so wird zu der mittlern Bewegung der Erde und des Monds die grösste Geschwindigkeit des Knoten entdeckt, wenn man nur nach der Vorschrift $\frac{3h}{b} \times \sin \frac{1}{2}b.$

$\cos I$

T. XVII. F. 254. $\cos I$ rechnet. Die mittlere stündliche Bewegung der Sonne war $147'',8 = b$, und der Mond beschreibt mit der seinigen $32', 56''$, welches giebt $b = 1976''$. Da die Einheiten dieser zwo Zahlen die nehmlichen sind, so wird ohne Anstand gefunden $\frac{3b}{b} = 0{,}2244$. Der Sinus zu $1',13'',9 = \sin \frac{1}{2}b$ ist $0{,}0003583$, welcher in eben gefundene Zahl multipliciret, giebt $\frac{3b}{b} \cdot \sin \frac{1}{2}b = 0{,}0000804$. Da nun zu $I = 5°, 18'$ in der der Tafel stehet $\cos I = 0{,}9957247$, so wird $\frac{3b}{b} \cdot \sin \frac{1}{2}b \cdot \cos I = 0{,}0000804 \times 0{,}9957247 = 0{,}00008005$, welches also der Sinus oder das Maaß des Winkels ist, um welchen die Knotenlinie in einer Stunde zurück gehet. Es beträgt also dieser Winkel etwas weniges über $16'',5$, und die Hälfte desselben, kaum mehr als $8'',25$. Nun ist es wahrscheinlich, daß der halbe Ueberschuß der größten hier betrachteten Geschwindigkeit über die kleinste beynahe die mittlere Geschwindigkeit dieses Rückgangs geben werde; und dieser halbe Ueberschuß beträgt in dem gegenwärtigen Falle, da die kleinste Geschwindigkeit nichts ist, genau die Hälfte der grössern. Demnach müste der mittlere Rückgang einer Stunde 8,25 Secunden enthalten. Die Beobachtungen geben 8 Secunden. Es ist also der dergestalt berechnete mittlere Rückgang von dem würklichen kaum mehr als um den vierten Theil einer Secunde verschieden; welches vieles beytragen muß, uns von der Zuverläßigkeit der Gründe zu versichern, auf welchen diese samt andern dergleichen Rechnungen beruhet.

Veränderung der Neigung der Fläche der Mondbahn.

§. 1328. Der Winkel bey N oder E, welchen die Fläche der Mondbahn mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, wird, wie wir gesehen haben, dadurch, daß der Mond von dem Puncte L abweichet, und nunmehro aus O durch V in F überzugehen bemühet ist, ebenfalls geändert. Er würde nehmlich, wenn er die Bewegung, mit welcher er den unendlich kleinen Bogen OV beschreibt, fortsetzen könte, dem in den Mittelpunct der Erde gesetzten Auge den Cirkelbogen OVF an dem Sternhimmel zu beschreiben scheinen, dessen Fläche mit der Fläche der Ecliptic den Winkel OFM einschliesset, der in den allermeisten Fällen grösser oder kleiner ist als der vorige OEM. Denn es muß die Proportion $\sin OFM : \sin OEM = \sin OE : \sin OF$ immer statt haben; und es ist immer der Bogen

OE

OE grösser als der Bogen OF. Was aber die Sinus dieser Bogen anlangt, so ist nur alsdann $\sin OE > \sin OF$, wenn der Bogen OE kleiner ist, als ein Quadrant, in welchem Falle also auch $\sin OFM$ grösser wird als $\sin OEM$, und weil die Winkel immer spitzig sind $OFM > OEM$. Ist aber der Bogen OF grösser als ein Quadrant, so ist, obwohl noch immer $OE > OF$, demnach $\sin OE < \sin OF$, und also auch $\sin OFM < \sin OEM$, wie auch $OFM < OEM$ Wir haben dieses bereits oben, bey der Betrachtung des Rückgangs der Nachtgleichen aus einander setzen müssen: es ist aber daselbst gegen das Ende des 1087sten Absatzes das Versehen begangen worden, daß ich statt der Wendepuncte die Puncte der Nachtgleichen, und diese statt jener genennet habe. Der Winkel, welchen der Gleicher der Erde mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, nimt ab, indem die Sonne von einem Puncte der Nachtgleichen bis zu dem nächsten Wendepunct übergehet, und wächset, indem sie sich von dem Wendepunct gegen das Punct der nächsten Nachtgleiche entfernet. T. XVII. F. 254.

§. 1329. Bey dem Monde rühret die Grösse des Winkels, um welchen der $OEM = I$ in einer gewissen Zeit wächset oder abnimt, nicht bloß von dem Stande der Sonne in Absicht auf die Knotenlinie NE her; sondern es muß dabey auch der Stand des Mondes in Betrachtung kommen: und alsdenn wird dieser Unterschied der Winkel OEM und OFM folgender Gestalt entdecket. Es wird in der Oberfläche der Kugel, in welcher die Kreise NLE, NME, OVF sämtlich anzutreffen sind, um O als einen Pol durch E ein Bogen Ee beschrieben, welcher den verlängerten OVF in e schneidet. Da nun der Bogen EF, um welchen der Knoten in der angenommenen Zeit zurück gehet, so klein werden kan, als man will, so kan immer das Dreyeck EeF als geradelinicht angesehen werden. Alsdann aber ist der Winkel OEM oder OEF, welchen wir noch immer I nennen, die Ergänzung des Winkels dieses Dreyecks FEe, zu dem rechten Winkel OEe, und demnach $\sin FEe = \cos I$, und es wird aus der Proportion $1 : \sin FEe = EF : Fe$ geschlossen $Fe = \cos I . EF$. Diese Fe ist der Ueberschuß des Bogens $OE = Oe$ über den OF, woraus vermittelst der öfters gebrauchten Regel geschlossen wird, daß der Unterschied der Sinus dieser Bogen seyn werde, $\cos OE . Fe$; und also $\sin OF = \sin OE - \cos OE . Fe$. Da sich nun die Sinus dieser Bogen gegen einander verhalten, wie die Sinus der ihnen entgegen gesetzten Winkel, so ist

$$\sin OE : \sin OE - \cos OE . Fe = \sin OFM : \sin I,$$

T. XVII. F. 254. woraus folget, wenn beyderseits der Ueberschuß des vorhergehenden über das nachfolgende genommen wird:

$$\sin OE : \cos OE. Fe = \sin OFM : (\sin OFM - \sin I).$$

In dem dritten Gliede dieser Proportion kan ohne Bedenken für $\sin OFM$ gesetzt werden $\sin I$. Alsdenn wird der Unterschied der Sinus $(\sin OFM - \sin I) = \frac{\sin I. \cos OE. Fe}{\sin OE}$.

§. 1330. Aus diesem Unterschiede beyder Winkel der Sinus kan nun weiter auf den Unterschied der Winkel selbst, zu welchen diese Sinus gehören, vermittelst der Regel: wie $\cos I$ zum Radius $= 1$, so der Unterschied der Sinus zu dem Unterschiede der Winkel, geschlossen werden, die den letztern Unterschied auf $\frac{\sin I. \cos OE. Fe}{\cos I. \sin OE}$ setzet, in welchem Ausdruck auch für OE der Bogen NL gesetzt werden kan, weil $\sin OE = \sin NL$, und $\cos OE = \cos NL$, indem es hier nicht nöthig ist auf das Zeichen — Acht zu haben, welches eigentlich dem $\cos NL$ vorgesetzt werden muß, wenn $\cos OE$ das Zeichen + hat. Denn es ist uns blos um die absolute Grösse des gesuchten Unterschiedes zu thun, und wir wissen bereits, in welchem Fall dieser Unterschied zu dem Winkel I hinzusetzen oder von demselben abzuziehen sey (1328). Durch die Verwechselung des NL mit dem OE aber, wird diese Grösse des Unterschiedes $= \frac{\sin I. \cos NL. Fe}{\cos I. \sin NL}$. Und wenn man ferner für Fe das ihm gleiche $\cos I. EF$ setzet, so wird eben der Unterschied etwas kürzer durch $\frac{\sin I. \cos NL. EF}{\sin NL}$ ausgedrückt. Nun hatten wir, wenn wir statt der dt die zur Einheit gemachte Zeit einer Stunde setzen, $EF = \frac{F}{by}. \cos SL. \sin NS. \sin NL$, welches in dem gefundenen Ausdrucke des Unterschiedes gehörig angebracht, denselben in $\frac{F}{by}. \cos NL. \cos SL. \sin I. \sin NS$ verwandelt, welcher durch $\sin I. \sin NS = \sin SK$ noch etwas mehr verkürzet wird, der nun also stehet: $\frac{F}{by} \times \cos. NL. \cos SL. \sin SK$.

§. 1331.

§. 1331. Wir haben gesehen, daß $\frac{F}{by} = \frac{3b.\,sin\,\frac{1}{2}b}{bx^3}$, wenn noch immer b die stündliche Bewegung der Sonne, b die stündliche Bewegung des Mondes, und x die Entfernung der Erde von der Sonne bedeutet. Es komt aber diese Gleichheit vors erste in keine Betrachtung. Wir schliessen aus dem Ausdrucke $\frac{F}{by} \times cos\,NL.\,cos\,SL.\,sin\,SK$, in welchem $\frac{F}{by}$ immer eine gewisse Grösse haben muß, obwol diese Grösse veränderlich ist, daß der Unterschied der Winkel *OFM* und *OEM* Nichts werde, und also die Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic, des Rückgangs der Knoten ohngeachtet, die nehmliche verbleibe, erstlich, wenn $SK = 0$, das ist, wenn uns die Sonne von der Fläche der Mondbahn nicht entfernet scheinet, welches nicht statt hat, ausser wenn sich dieselbe in einem der Knoten dieser Bahn befindet: zweitens, wenn $cos.\,SL = 0$, und also $SL = 90°$, in welcher Entfernung von der Sonne uns der Mond bey jedem seiner Vierthel, und sonst nie erscheinet; und drittens, wenn $cos\,NL = 0$ und also $NL = 90°$, dessen Bedeutung an sich klar ist. T. XVII. F. 254.

§. 1332. Aus eben dem Ausdrucke wird auch geschlossen, daß unter denen in demselben enthaltenen Grössen der Bogen *NL* die einzige sey, durch dessen Veränderung der durch den Ausdruck angegebene Unterschied der Winkel aus etwas positiven, negativ oder aus etwas negativen, positiv werden kan. Denn $\frac{F}{by}$ ist immer positiv, und so auch *SK* und *sin SK*, weil bey der Entfernung des Orts der Sonne von der Fläche der Mondbahn darauf nicht gesehen wird, an welcher Seite dieser Fläche uns die Sonne erscheine. Der Bogen *SL* aber misset eigentlich den Winkel, welchen die von der Erde nach dem Monde gezogene gerade Linie, mit der ebenfalls durch den Mittelpunct der Erde durchgehenden einschliesset, in welcher sich die Sonne an dieser oder jener Seite befindet, so daß durch dieselbe die Puncte bestimmet werden, in welchen sich, bey diesem Stande der Sonne, der Mond befinden muß, wenn er uns neu oder voll erscheinen soll. Es ist also der Bogen *SL* immer kleiner als ein Quadrant; weil wenn die Entfernung des Mondes von dem Puncte seiner Bahn, in welchem wir ihn zu der Zeit voll sehen würden, grösser ist als ein Quadrant, man seine Entfernung von dem Puncte des Neumondes nehmen kan, und umgekehrt. Der Winkel *I* wächset, wenn der Unterschied positiv ist, und nimt ab, wenn er negativ wird. Es geschiehet also jenes nur in dem Fall

T. XVII. F. 254 wenn NL grösser, und also NE kleiner ist als ein Quadrant, und das letztere hat immer statt, wenn LE einen Quadranten übertrift, und NL von demselben übertroffen wird. Mit einem Wort, der Winkel I wächset, wenn sich der Mond dem nächsten Knoten nähert, und nimt ab, wenn er sich von demjenigen, von welchem er am wenigsten entfernet ist, mehr entfernet.

1333. Hieraus folgt, daß der Winkel I, welcher die Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic angibt, der größte unter allen sey, die bey eben den übrigen Umständen statt haben, wenn sich der Mond in einem seiner Knoten befindet, und unter allen der kleinste, wenn er von jedem dieser Puncte um einen Quadranten entfernet erscheinet, und also von der Fläche der Ecliptic am meisten abweichet. Denn in das eigentliche Maas dieses größten und kleinsten I, haben, so wie in alle andere Maasse dieser Art, zugleich alle übrigen Winkel und Entfernungen, durch welche die Unterschiede bestimmet werden, um welche diese Winkel I in einer unendlich kleinen Zeit dt wachsen oder abnehmen, ihren Einfluß: und es müste der Ausdruck dieser Unterschiede, $\frac{3h.\,sin\,\frac{1}{2}h}{bx^3} \times (cos\,NL,\ cos\,SL.\ sin\,SK)\,dt$, nachdem man ihm die gehörige Gestalt gegeben, integriret werden, wenn man den Zuwachs oder das Abnehmen, um welche der Winkel in der aus unendlich vielen dt zusammengesetzten Zeit t verändert worden ist, aus den ersten Gründen herleiten wolte.

Druckfehler.

In §.	Zeile	statt	lese man
18.	6	$I : cos\,I$	$1 : cos\,I$
27.	1	AC	AC^q
27.	18	$(sin I)\ \frac{ee}{aa}$	$(sin I)^q\ \frac{eexx}{aa}$
236.	4	berichtete	berichtigte
240.	12	wir	wird
326.	9	CD	CB
387.	5	gefundenen, N	gefundenen N,
432.	2	noch	nach
—	5	welchem	welcher
438.	15	an	von
448.	3	eine	einer
475.	16	angenommen	angenommenen
476.	11	gegebener	gegebene
484.	2	bey F	bey P
489.	10	$HK : KR\ 1 : tan\,a$	$HK : KR = 1 : tan\,a$
564.	10	NA	Na

Wegen des 1087 §. sehe man den 1328 Absatz.

Inhalt.

Inhalt.

Erster Theil.

Erster Abschnitt.

Grundsätze aus der Geometrie.

§. 5. Von den orthographischen Entwürfen
21. Von der Ellipse.
40. Von den Nabeln der Ellipse.
51. Von der Parabel.
59. Von den Tangenten der Ellipsen und Parabeln.
71. Radius der Krümmung.
78. Vorbereitungssätze.
88. Theilung der Ellipse.
115. Theilung der Parabel.
120. Von den elliptischen Kugeln.

Zweiter Abschnitt.

Erste Eintheilung des Sternhimmels.

§. 126. Brechung der Lichtstrahlen.
132. Die Vorstellung, welche wir uns vom Himmel machen.
136. Von den Fixsternen.
144. Die Horizontfläche.
147. Die Verticallinie.
150. Die Verticalfläche.
155. Tägliche Bewegung der Fixsterne.
159. Von der Mittagsfläche.
163. Eintheilung des Horizonts.
166. Bewegngu der Fixsterne in Ansehung des Horizonts und der Mittagsfläche.
170. Berichtigung des Augenblicks der Culmination eines Sterns.
173. Die Höhe des Pols.
176. Der Aequator.
180. Declination der Sterne.
183. Täglicher Umlauf der Fixsterne.
190. Von dem Vorsprungswinkel.
192. Von den Himmelskugeln.

Dritter Abschnitt.

Zweite Eintheilung des Sternhimmels.

§. 199. Die Erde hat die Gestalt eines Balls.
201. Der Mittagskreis.
204. Wie uns der aus verschiedenen Puncten eben des Mittagskreises betrachtete Himmel erscheine.

§. 205. Erster Fall. geradestehende Sphäre.
210. Die Mittellinie der Erde.
214. Zweiter Fall. Schiefe Sphäre.
217. Vorstellung der schiefen Sphäre, und deren Gebrauch.
222. Dritter Fall. Sphära parallela.
223. Die Planeten der Alten.
226. Von dem Thierkreise und den Sternbildern.
231. Beschreibung der Bilder des Thierkreises.
232. Beschreibung der mitternächtigen Sternbilder.
234. Beschreibung der mittägichen Sternbilder.
235. Neuere Sternbilder und die Milchstrasse.
241. Verzeichnisse der Fixsterne.
248. Veränderungen, die sich bei den Fixsternen ereignen.

Vierter Abschnitt.

Von der Gestalt und Grösse der Erde, Refraction und Parallaxe.

§. 249. Grundsätze.
253. Anwendung dieser Sätze.
255. Den Winkel zwoer in eben der Mittagsfläche liegenden Verticallinien zu finden.
259. Längen der Grade eines Mittagkreises.
263. Verhältniß des Durchmessers des Gleichers zur Erdaxe.
265. Grösse der Erde.
268. Maasse einiger andern Linien und Winkel.
274. Würkung der Luft auf die Lichtstrahlen.
277. Die Grösse der Refraction zu finden.
281. Algemeines Gesetz der Strahlenbrechung.
287. Abweichungen von der Regel.
289. Von der Parallaxe.
295. Parallaxe der Höhen.
298. Die Horizontparallaxe.
304. Die Horizontparallaxe eines himmlischen Körpers zu finden.
307. Zusammengesetzte Parallaxe.

Fünfter Abschnitt.

Von der Fläche der Sonnenbahn.

§. 313. Grösse und Entfernung der Sonne.
318. Von dem Schatten der Sonne.

§. 325. Ein Mittagsweiser.
327. Besondere Bewegung der Sonne.
330. Die Bahn der Sonne an dem Sternhimmel.
334. Wie sich die Sonne eigentlich zu bewegen scheine.
337. Schiefe der Sonnenbahn.
339. Eintheilung der Ecliptik.
343. Den geraden Aufgang eines Fixsterns zu finden.
349. Veränderung des Anfangs der Ecliptic.
350. Eine Bewegung der Axe des Sternhimmels.
353. Die Länge und Breite am Himmel.
355. Vollendung einer Himmelskugel.
359. Gebrauch des Orts der Sonne auf der Kugel.
361. Einrichtung der Kugel, für ein vergangenes oder zukünftiges Jahr.
366. Den ersten Aufgang und den letztern Untergang eines Sterns zu finden.

Sechster Abschnitt.

Von dem Tage und dessen Theilen.

§. 370. Eintheilung des Tages.
376. Gründe der Sonnenuhren.
379. Ebene Sonnenuhren.
383. Vorbereitung zu den Verticaluhren.
387. Würkliche Ausführung der ebenen Uhren.
391. Andere Mittel die Stunden des Tages zu finden.
398. Gebrauch der gleichen Höhen der Sonne.
400. Ein zu den gleichen Höhen der Sonne dienliches Werkzeug
405. Verbesserung des durch gleiche Sonnenhöhen gefundenen Mittags.
412. Ungleichheit der natürlichen Täge
416. Der mittlere Tag und dessen Grösse.
419. Anfang des mittlern Tages.

Siebenter Abschnitt.

Eintheilung der Oberfläche der Erde.

§. 423. Das Jahr.
427. Grösse des von der Sonne erleuchteten Theils des Erdbodens.
431. Lage des von der Sonne erleuchteten Theils des Erdbodens.
439. Die fünf Streifen des Erdbodens.
445. Fernere Eintheilung des Erdbodens
447. Längen der Täge und Nächte.
§. 456. Längen der Oerter des Erdbodens.
459. Verschiedenheit der Uhren bey verschiedenen Längen.
462. Wie der Unterschied der Längen zwoer Oerter gefunden wird.
465. Die Oerter des Erdbodens auf eine Kugel zu bringen.
468. Nutzen einer Erdkugel.
471. Von den Landkarten.
475. Stereographischer Entwurf einer Erdkugel.
479. Geometrische Gründe eines stereographischen Entwurfs.
486. Ausfertigung stereographischer Entwürfe.
491. Ein besonderer Entwurf.
498. Der Entwurf eines Orts für jeden Zeitpunct.
504. Entwurf der Stundenkreise.

Achter Abschnitt.

Von dem Monathe, dem Monde, dessen Schatten und dem Schatten der Erde.

§. 506. Von dem bürgerlichen Jahre.
510. Abweichung des gregorischen Jahres.
513. Die Monathe.
517. Das Mondenjahr.
520. Täge der Vollmonde.
522. Astronomische Epacten.
526. Die Bahn des Mondes.
531. Die Oberfläche des Mondes.
534. Gestalt des uns sichtbaren erleuchteten Theils des Mondes.
539. Scheinbare Bewegung des Mondes um die Erde.
544. Genauere Betrachtung der Bewegung des Mondes.
550. Von den Knoten der Mondbahn.
552. Von dem Schatten der Erde und des Mondes.
558. Von dem Schatten der Erde insbesondere
561. Von dem Schatten des Mondes insbesondere.
564. Bedeckung der Sonne durch den Mond.

Neunter Abschnitt.

Von den Mondfinsternissen.

§. 566. Durchgang des Mondes durch den Erdschatten.

Inhalt.

§. 572. Verschiedene Arten der Mondfinsterniſſe.
577. Gränzen der Mondfinsterniſſe
580. Umſtändliche Betrachtung der relativen Bewegungen.
587. Berechnung der Mondfinsterniſſe.
594. Nutzen der Beobachtung einer Mondfinsterniß.

Zehnter Abſchnitt.

Von den Sonnenfinsterniſſen.

§. 597. Die Erdfinsterniß.
605. Gränzen einer Erdfinsterniß.
608. Entwurf und Berechnung einer Erdfinsterniß.
612. Gebrauch des Entwurfs einer Erdfinsterniß
617. Einige Anmerkungen und Zuſätze.
621. Andere die Erdfinsterniſſe betreffende Aufgaben.
624. Die Sonnenfinsterniß.
627. Die Gröſſe einer Sonnenfinsterniß für jeden Ort des Erdbodens und jeden Zeitpunct.
634. Eben die an verſchiedenen Stellen des Erdbodens beobachtete Sonnenfinsterniß.
§. 637. Die eigentliche Berechnung einer Sonnenfinsterniß.
651. Vom Nutzen einer genau berechneten Sonnenfinsterniß.

Eilfter Abſchnitt.

Von Bedeckungen, die keine eigentliche Finsterniß geben.

§. 654. Umſtände, bey welchen ein himmliſcher Körper von dem Monde bedeckt wird.
657. Entwurf einer ſolchen Bedeckung.
661. Längen der Oerter aus den Bedeckungen.
667. Orthographiſcher Entwurf einer Bedeckung.
673. Andere Bedeckungen der himmliſchen Körper.
674. Schatten der Venus.
678. Folgen in Abſicht auf die Erde.
681. Vorbereitung zum Entwurf eines Durchgangs der Venus.
687. Würklicher Entwurf eines Durchgangs der Venus.
691. Gebrauch der bisherigen Zeichnung
697. Die Horizontparallaxe der Sonne vermittelſt eines Durchgangs der Venus.

Zweiter Theil.

Zwölfter Abſchnitt.

Von dem Umlaufe der Planeten.

§. 705. Allgemeine Betrachtungen.
710. Lagen und Gröſſen der Bahnen der Planeten.
712. Venus und Merkur.
718. Mars; Jupiter, Saturnus.
723. Ordnung der bisher betrachteten, und anderer himmliſchen Körper.
728. Die Zeit des Umlaufs eines Planeten.
734. Von der mittlern Bewegung.
738. Relative Bewegung der Planeten in Anſehung der Erde.
744. Relative Bahnen der untern Planeten.
748. Relative Bahnen der obern Planeten.
752. Die Winkel, in welchen ein Planet vor ſich oder zurück gehet.
§. 758. Berechnung der Winkel des Rücklaufs.
765. Eigentlicher Rücklauf, und auf denſelben gegründete Schlüſſe.

Dreizehnter Abſchnitt.

Beweis des Umlaufs der Erde aus den Geſetzen der Bewegung.

§. 769. Einleitung und Gründe.
772. Von den Cometen
773. Beſchaffenheit des Raums in welchem ſich die Planeten bewegen.
776. Art der Kräfte, welche die Planeten in ihren Bahnen erhalten.
782. Erſte Eigenſchaft einer anziehenden Kraft.
787. Daß es anziehende Kräfte gebe.

Inhalt.

§. 789. Würkungen eines Zug des Mondes bey dem Wasser unserer Seen.
792. Erscheinungen, die daraus folgen.
796. Die Sonne ziehet das Wasser der Seen ebenfalls an.
797. Erscheinungen und Schlüssen
800. Was erhält die Erde in ihrer Entfernung von der Sonne?
803 Umständlichere Erklärung der Bewegung zweener mit einander verbundener Körper.
807. Der Grundsatz hiezu.
810. Die Zeiten der Bewegung nach einem Puncte getriebener Körper.
813. Bewegung des Mittelpuncts der Massen.
818. Anwendung auf den Mond, die Erde, und die Sonne.
824. Schluß auf den Umlauf der Erde.

Vierzehnter Abschnitt.

Ergänzung des Zusammenhangs der Sonne und ihrer sechzehn Planeten.

§. 829. Wie die Stellen der Hauptplaneten angegeben werden.
832. Scheinbare und wahre Grösse der Planeten.
839. Schatten der Planeten.
842. Schatten beym Jupiter und Saturn.
845. Umständlichere Betrachtung der Schatten der Monden des Jupiters.
849. Austritt der Monden des Jupiters aus dessen Schatten
852. Zeiten des Umlaufs der Monden des Jupiters.

Funfzehnter Abschnitt.

Genauere Betrachtung der anziehenden Kraft, und ihrer Würkungen.

§. 860. Diese Kraft ist algemein.
864 Würkung verschiedener Massen, die einander anziehen.
872. Schlüsse aus diesen einfachern Sätzen.
876. Anziehende Kraft der Kugeln
887. Erläuterung einer anziehenden Kraft.
889 Das Gesetz der Entfernungen wird von der Sonne und den Planeten beobachtet.
893. Die anziehende Kraft ist die Ursache unserer Schwere.
§. 898. Masse der Sonne und einiger Planeten.
905. Was die übrigen Planeten bey der mit der Erde verbundenen Sonne würken.
913. Von der Bewegung der Knotenlinie.

Sechzehnter Abschnitt.

Abweichungen so von der Bewegung des Lichts herrühren.

§. 919. Mittlere Geschwindigkeit der Hauptplaneten, und ihrer Monden.
922 Währung der Verfinsterung eines Trabanten des Jupiters.
925. Lage der Flächen, in welchen sich die Monde des Jupiters bewegen.
928. Eine Zeichnung, welche den Stand der Monden des Jupiters angiebt.
934. Abweichungen, die von der Verspätung des Lichts herrühren.
939. Die Geschwindigkeit des Lichts, und Folgen dieser Bewegung.
947. Von der Bewegung des Lichts herrührende Erscheinungen bey den Fixsternen.
952. Größte Fehler der Längen und Breiten.
955. Abweichungen der übrigen Längen und Breiten.
960. Eine Zeichnung, welche die hier betrachteten Abweichungen der Fixsterne vorstellt.
964. Fehler in Ansehung des Gleichers
968. Abweichungen, so die Bewegung des Lichts bey den Planeten verursachet.

Siebzehnter Abschnitt.

Von dem Umlaufe einiger Weltkörper um ihre Axen.

§. 976. Eine Parallaxe der Fixsterne.
979. Entfernung der Fixsterne von der Erde.
981. Die Erde drehet sich würklich um ihren Mittelpunct.
983. Würkung eines um eine Linie gedrehten Körpers.
985 Von den freyen Axen
991. Theilung der sich drehenden Weltkörper.
993. Von der Bewegung der Axen.
996. Der Mond drehet sich würklich um seinen Mittelpunct.
997. Beobachtungen, welche die Pole des Mondes bestimmen.

Inhalt.

§. 999. Schlüsse aus der beschriebenen Zeichnung
1002. Die Pole des Mondes zu entdecken.
1007. Die Zeit eines Umlaufs.
1010. Länge des Mittelpuncts der Mondscheibe.
1013. Breite des Mittelpuncts der Mondscheibe.
1017. Von den Sonnenflecken.
1021. Lage der Sonnenaxe, und Zeit ihres Umlaufs
1023. Umlauf der übrigen Planeten.

Achtzehnter Abschnitt.

Von dem Rückgange der Nachtgleichen.

§. 1025. Was für Bewegungen bey der Axe eines Planeten statt finden.
1029. Gründe der Bewegung der Axe einer Scheibe.
1033. Würkungen bey einer gedrehten Scheibe.
1038. Weitere Aufklärung.
1043. Eine körperliche Vorstellung der erklärten Bewegung.
1048. Eine Berechnung dieser Bewegung.
1056. Anwendung auf die Erdkugel.
1059. Vorstellung der Kräfte die hier in Betrachtung kommen.
1065. Zu der Ellipse.
1069. Summe der Momente der hier würkenden Kräfte.
1080. Der von der entdeckten Kraft zu überwältigende Wiederstand.
1085. Grösse des jährlichen Rückganges der Nachtgleichen.

Neunzehnter Abschnitt.

Lauf der Planeten in ihren wahren Bahnen.

§. 1095. Vorbereitung zu dieser Lehre.
1097. Gründe dieser Lehren.
1107. Gestalt der Planeten Bahnen.
1112. Umständlichere Betrachtung einer elliptischen Bewegung.
1117. Vergleichung der Bewegungen zweener Planeten.
1121. Bewegung der Apsiden.
§. 1124. Die Anomalien der Planeten.
1128. Von der Vergleichung der Anomalien.
1132. Größte Vergleichung.
1134. Verschiedene Wege von der einen Anomalie zu der andern zu gelangen.
1139. Genauere Berechnung der Anomalien.

Zwanzigster Abschnitt.

Berechnung der Stellen der Planeten.

§. 1145. Lage der Apsidenlinie in der Erdbahn.
1151. Größte Vergleichung und Excentricität der Erdbahn.
1154. Vergleichungstafel.
1155. Berechnung der mittlern Anomalie.
1157. Tafeln der mittlern Bewegung.
1163. Berechnung des wahren Orts der Sonne.
1167. Stellen der übrigen Planeten in ihren Bahnen.
1169. Heliocentrische Länge und Breite eines Planeten.
1173. Geocentrische Länge und Breite.

Ein und zwanzigster Abschnitt.

Gründe des Laufs der Planeten.

§. 1177. Allgemeine Anmerkungen.
1181. Zu den Conjunctionen und Oppositionen.
1185. Entdeckung der Knotenlinie.
1188. Neigung der Fläche der Bahn gegen die Fläche der Ecliptic.
1189. Lage der Apsidenlinie
1191. Entdeckung der größten Vergleichung.
1192. Uebergang zur Excentricität.
1193. Geometrischer Weg zu dem gesuchten.
1198. Ein anderer Weg.
1204. Genauere Berechnung des gesuchten.
1211. Bewegung der Apsiden, und Epochen der mittlern Bewegung des Planeten.

Zwei und zwanzigster Abschnitt.

Von dem Laufe der Cometen.

§. 1215. Erscheinungen, und deren verschiedene Erklärung.
1218. Besondere Gesetze der Bewegung eines Cometen.

Inhalt.

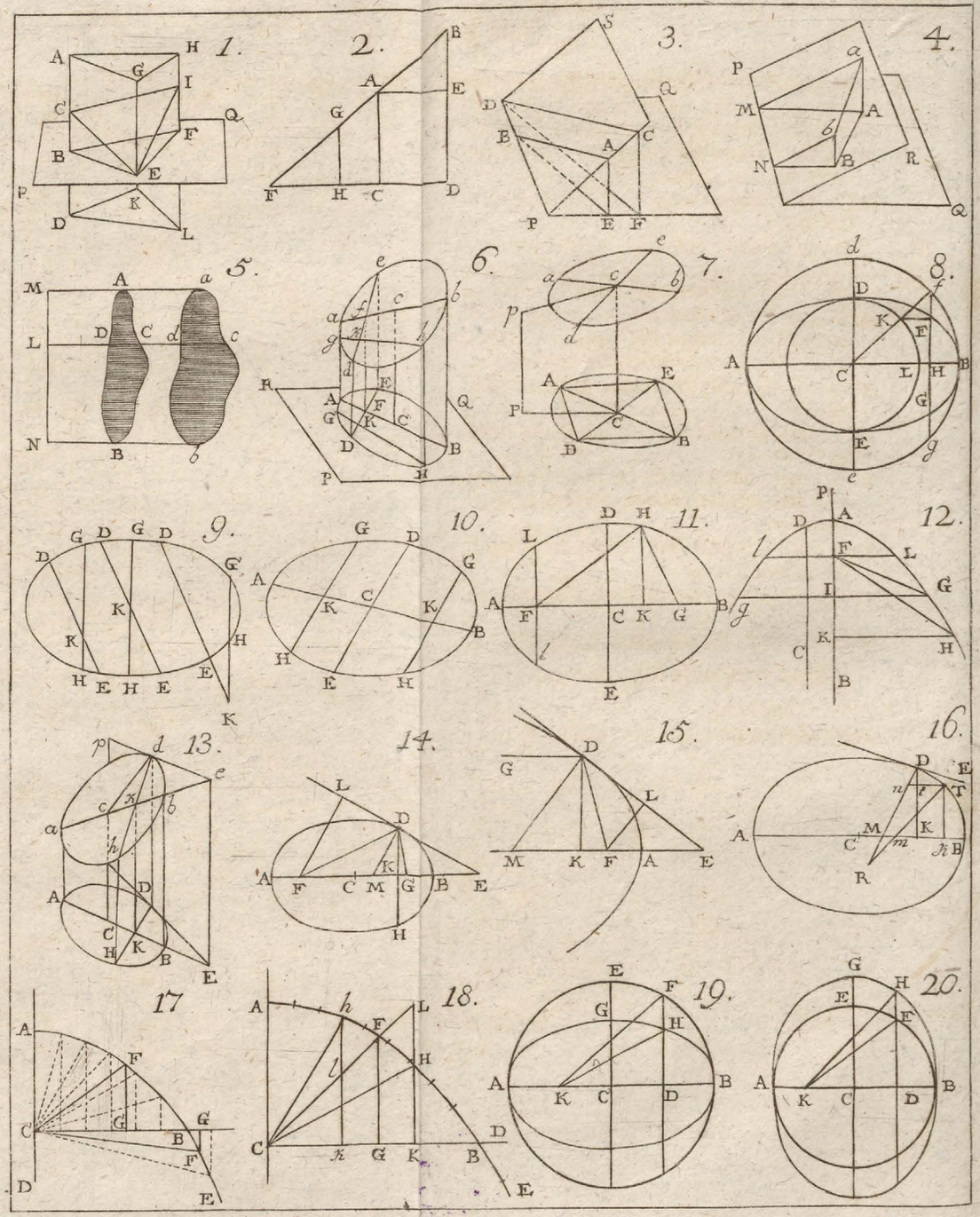
§. 1221. Ein zur Bestimmung des Laufs eines Cometen dienender Zeitraum.
1125. Die zur wahren Anomalie gehörige Zeit.
1228. Vorstellung der den Zeiten gemäß getheilten Bahn eines Cometen.
1231. Entfernung eines Cometen von der Sonne
1232. Berechnung des Laufs eines Cometen.
1235. Entdeckung der Gründe, welche den Lauf eines Cometen bestimmen.
1238. Ein zur Entdeckung der Bahn eines Cometen bestimmtes Werkzeug.
1244. Gebrauch des beschriebenen Werkzeuges.
1249. Verschiedene Bestimmungen einer Parabel.
1254. Genauere Berechnung der Bahn eines Cometen.
1256. Berechnung der Bahn eines Cometen, aus zwo angenommenen verkürzten Entfernungen.
1258. Prüfung und Verbesserung der herausgebrachten Bahn.
1264. Die Zeit des Umlaufs giebt das übrige.

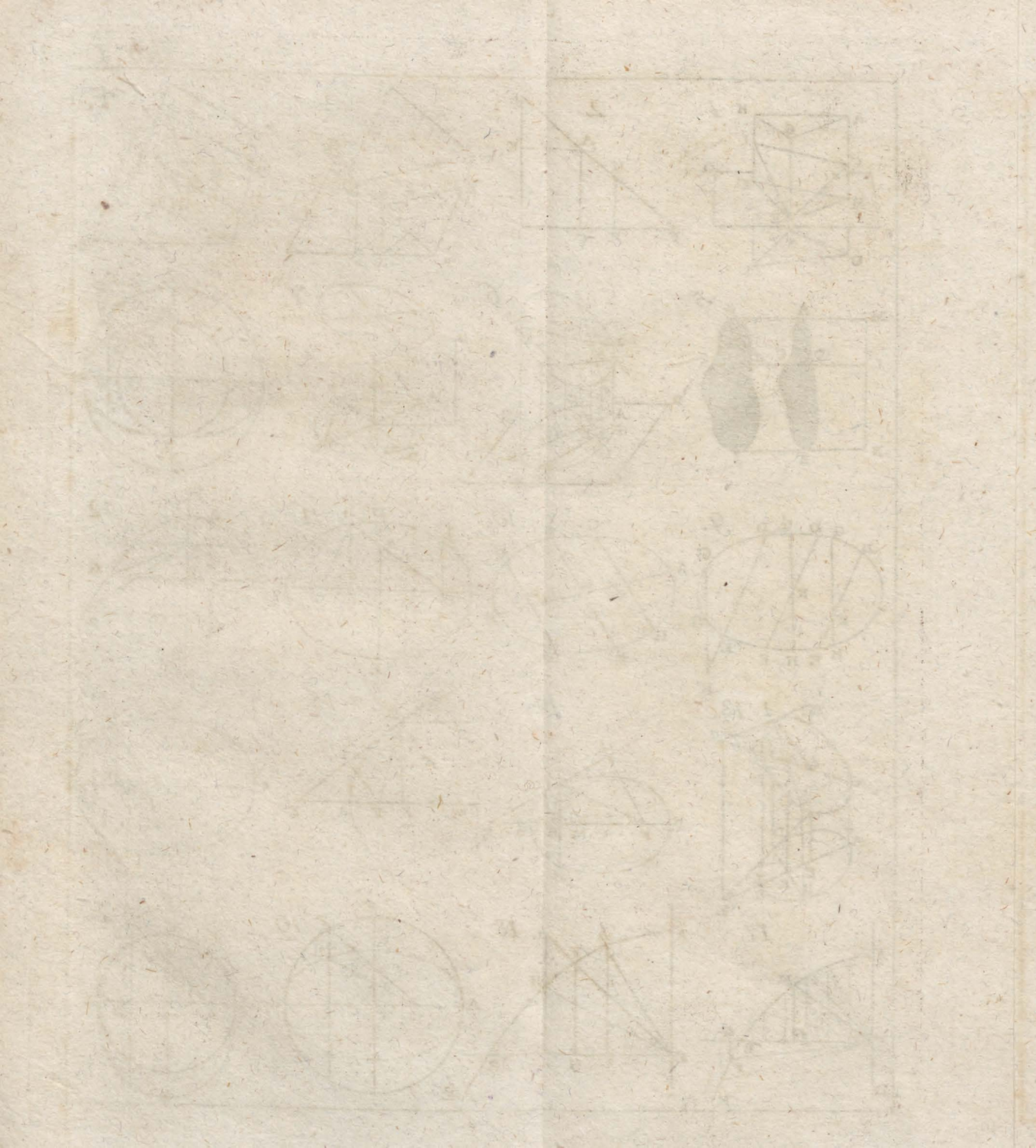
Drey und zwanzigster Abschnitt.

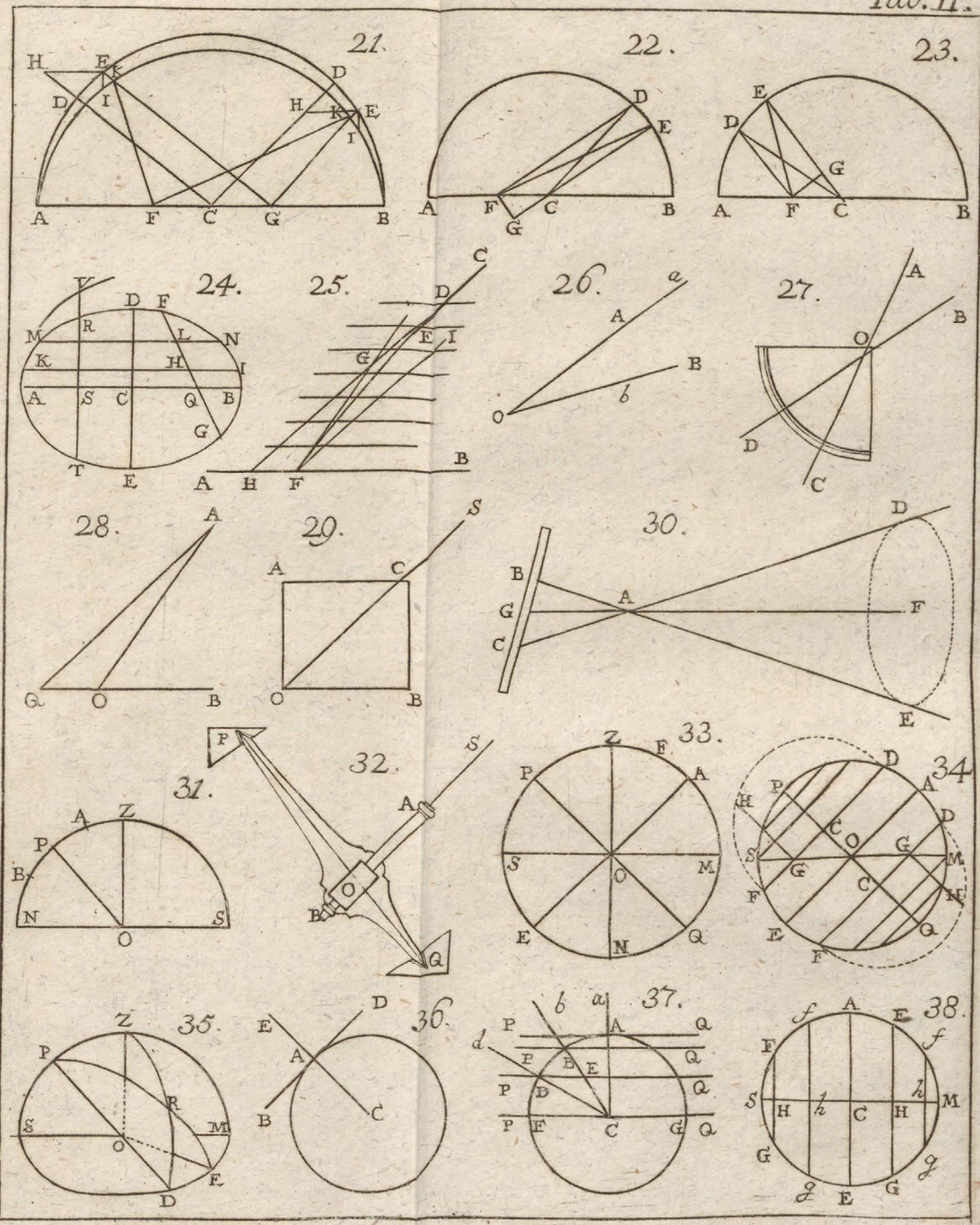
Von dem Laufe des Mondes.

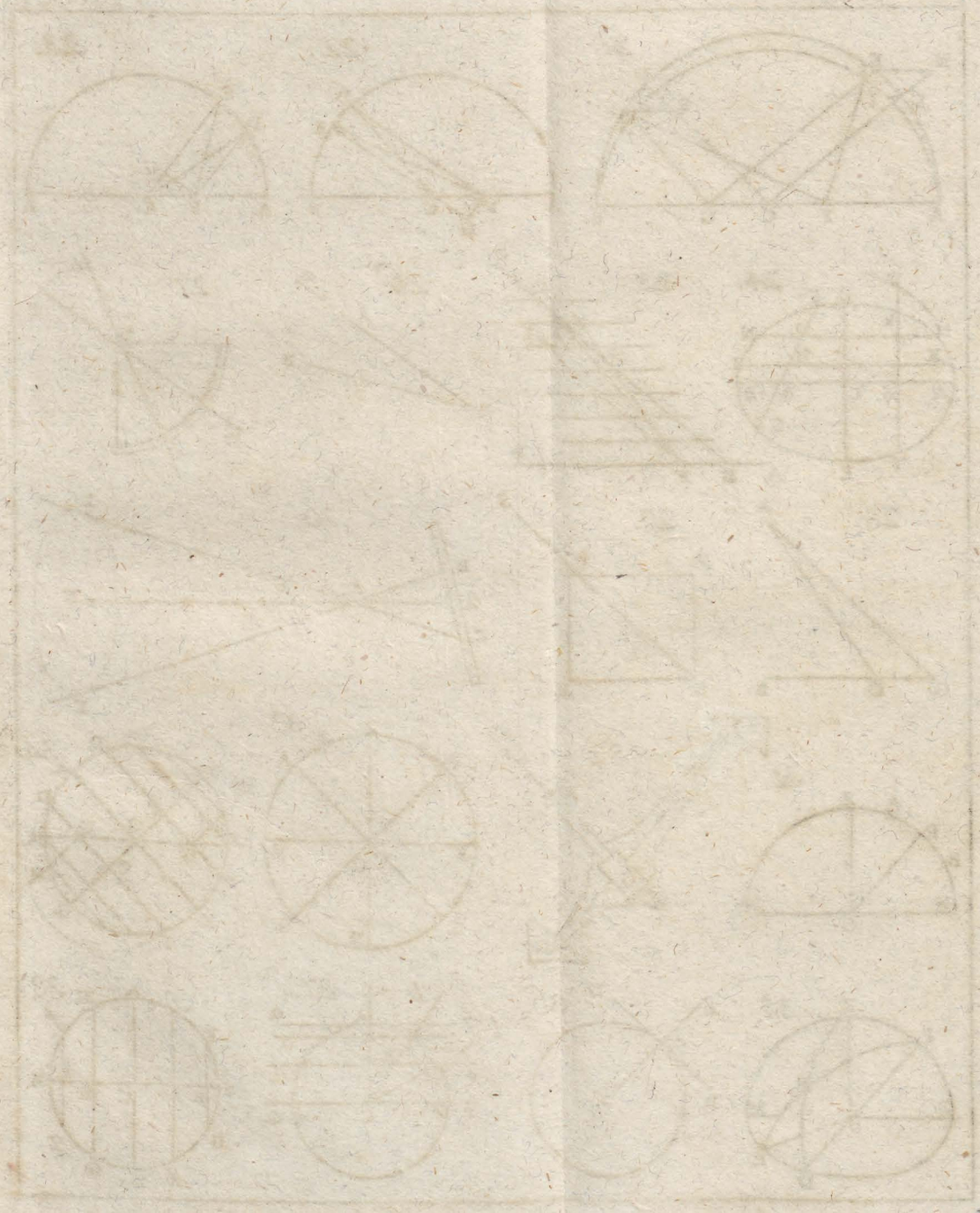
§. 1267. Einleitung
1269. Tafeln zum Laufe des Mondes.
§. 1271. Mitlere Zeit des Umlaufs.
1273. Mitlere Gestalt und Grösse der Bahn des Mondes.
1276. Zeit des anomalischen Umlaufs und des Umlaufs der Knoten.
1279. Von der anziehenden Kraft, in soferne sie die Bewegung eines Planeten stöhret.
1282. Entwickelung der stöhrenden Kraft.
1285. Anwendung auf den Mond.
1289. Würkung der ersten Kraft.
1292. Besondere Betrachtung der zweyten Kraft.
1294. Kleinere Veränderung der stöhrenden Kräfte.
1296. Die Variation.
1299. Würkung der nach der Erde gerichteten Kraft.
1306. Bewegung der Linie der Apsiden.
1308. Veränderung der Gestalt und Grösse der Mondbahn.
1314. Evection des Mondes.
1316. Der gezogene Körper ausser der Fläche der ziehenden.
1320. Grösse der Kraft, welche den Mond von der Fläche seiner Bahn entfernet.
1322. Rückgang der Knotenlinie des Mondes.
1328. Veränderung der Neigung der Fläche der Mondbahn.

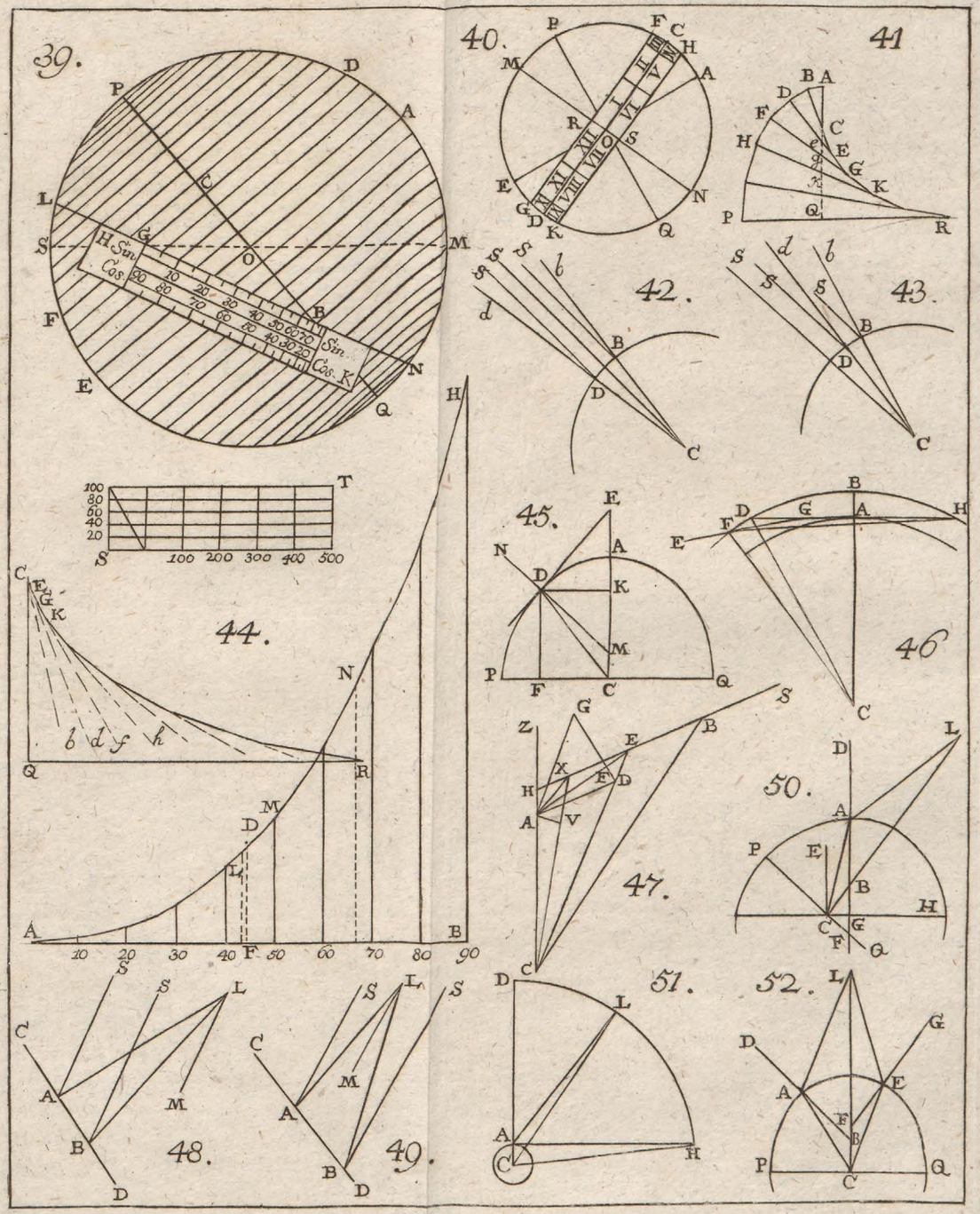
Tab. I.

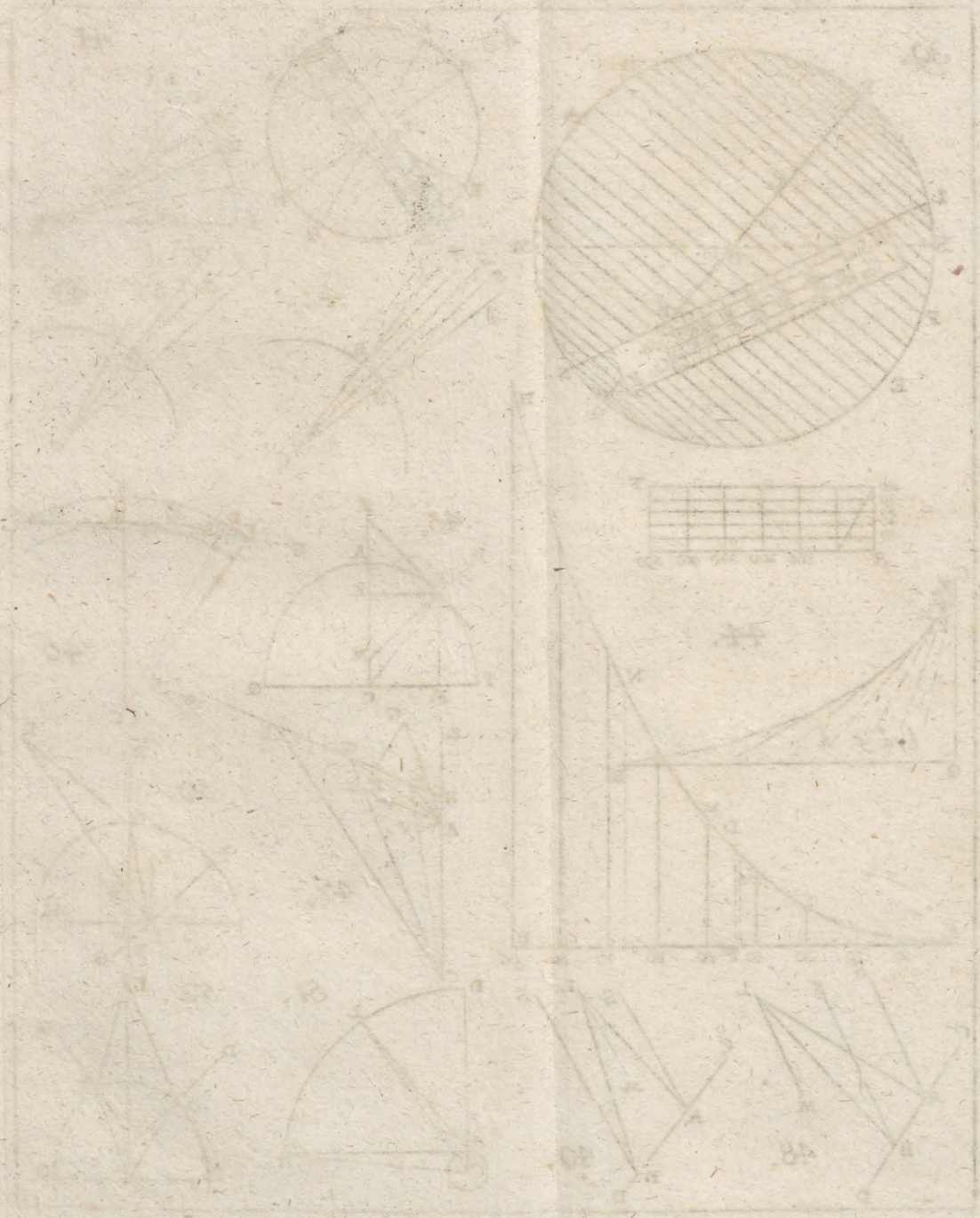


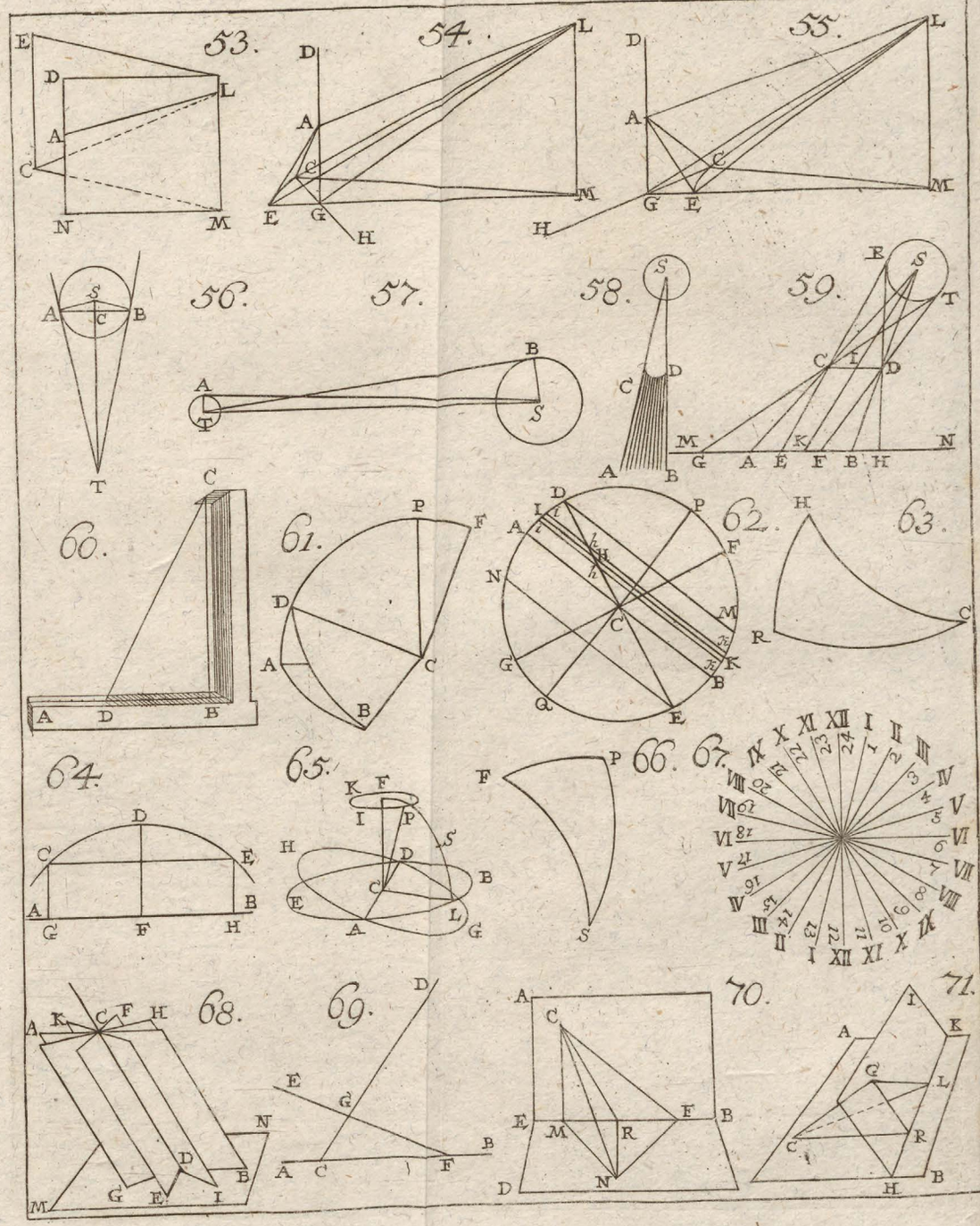


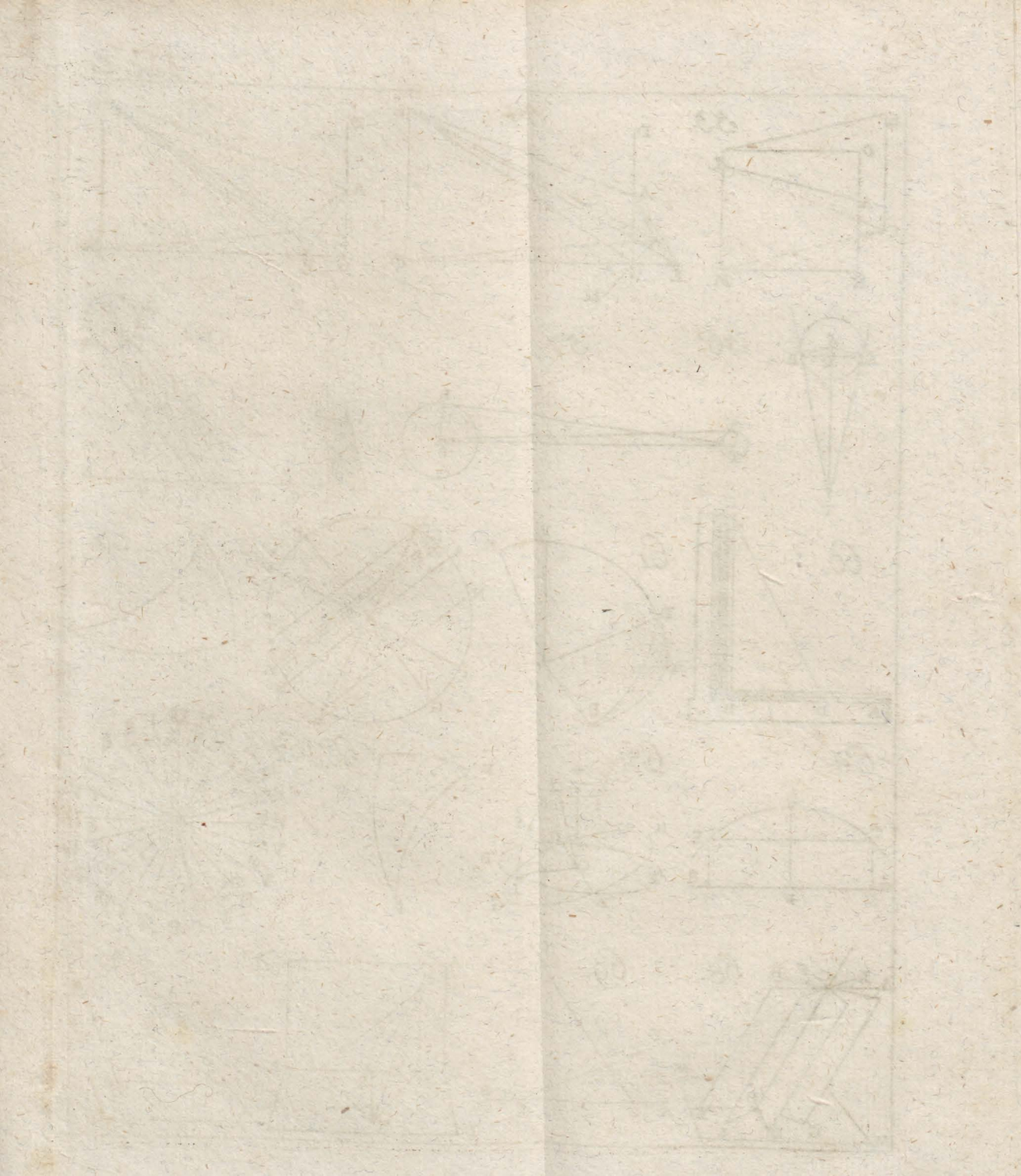

21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.
29.
30.
31.
32.
33.
34.
35.
36.
37.
38.

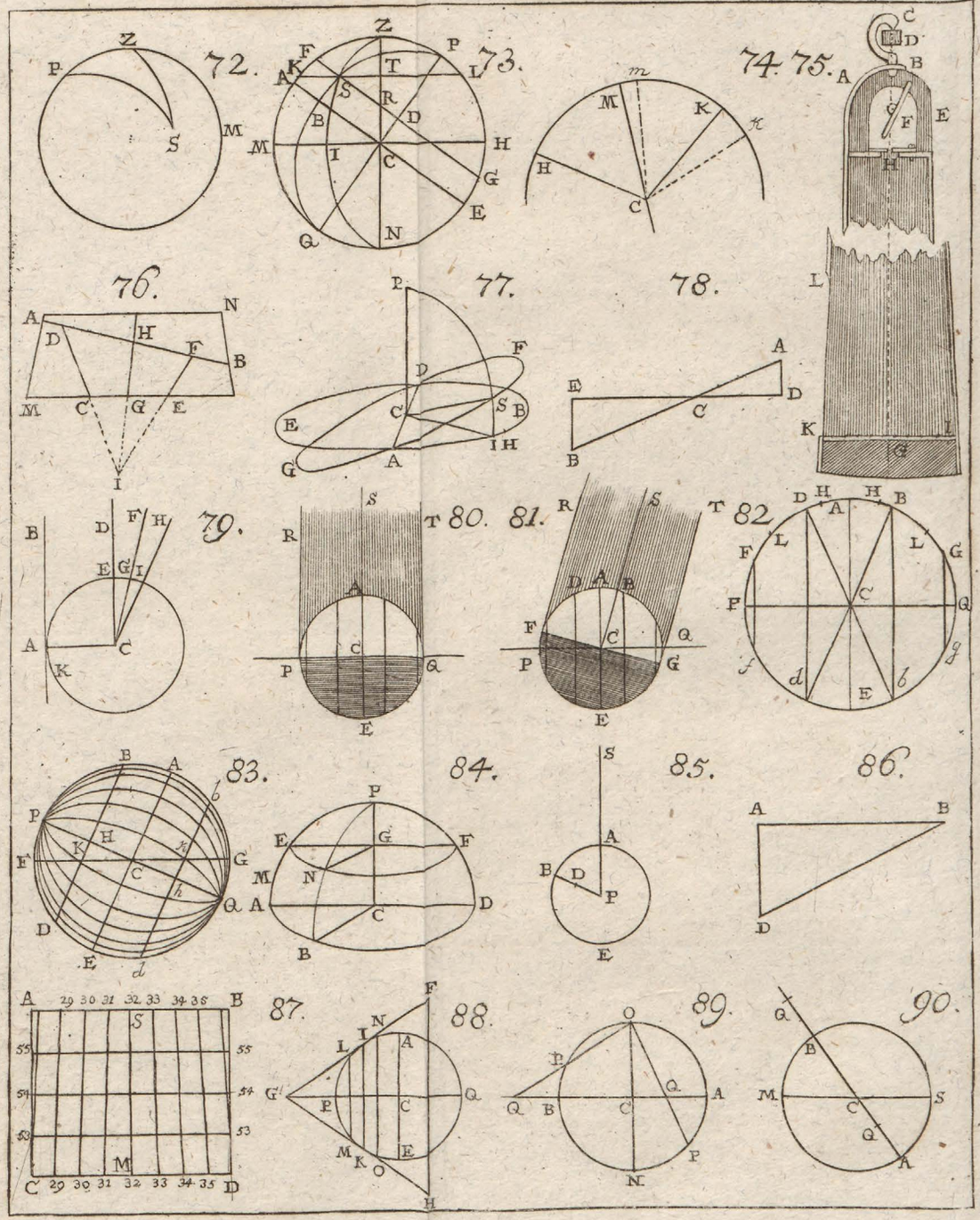


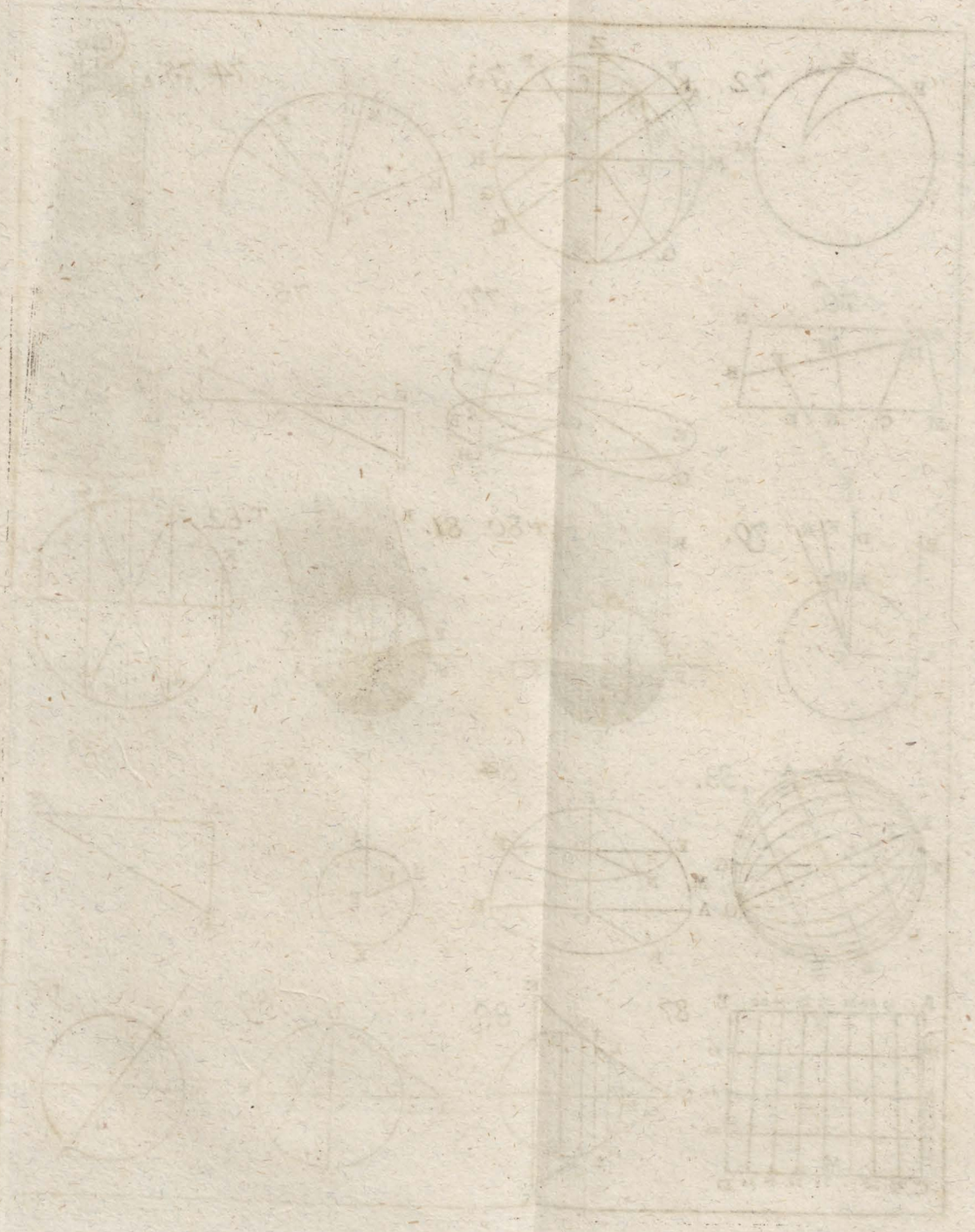

39.
40.
41
42.
43.
44.
45.
46
47.
48.
49.
50.
51.
52.
Sin.
Cos.

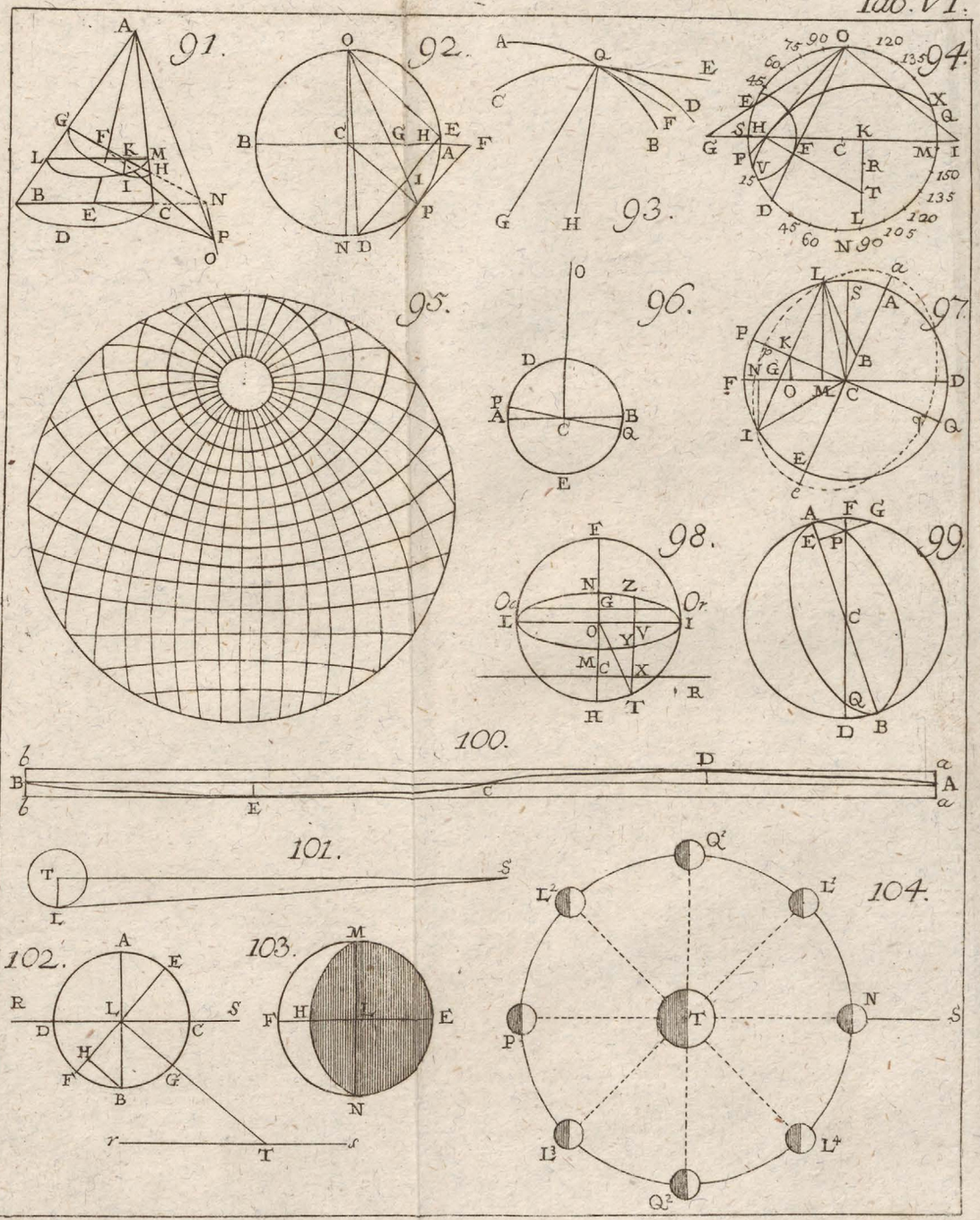


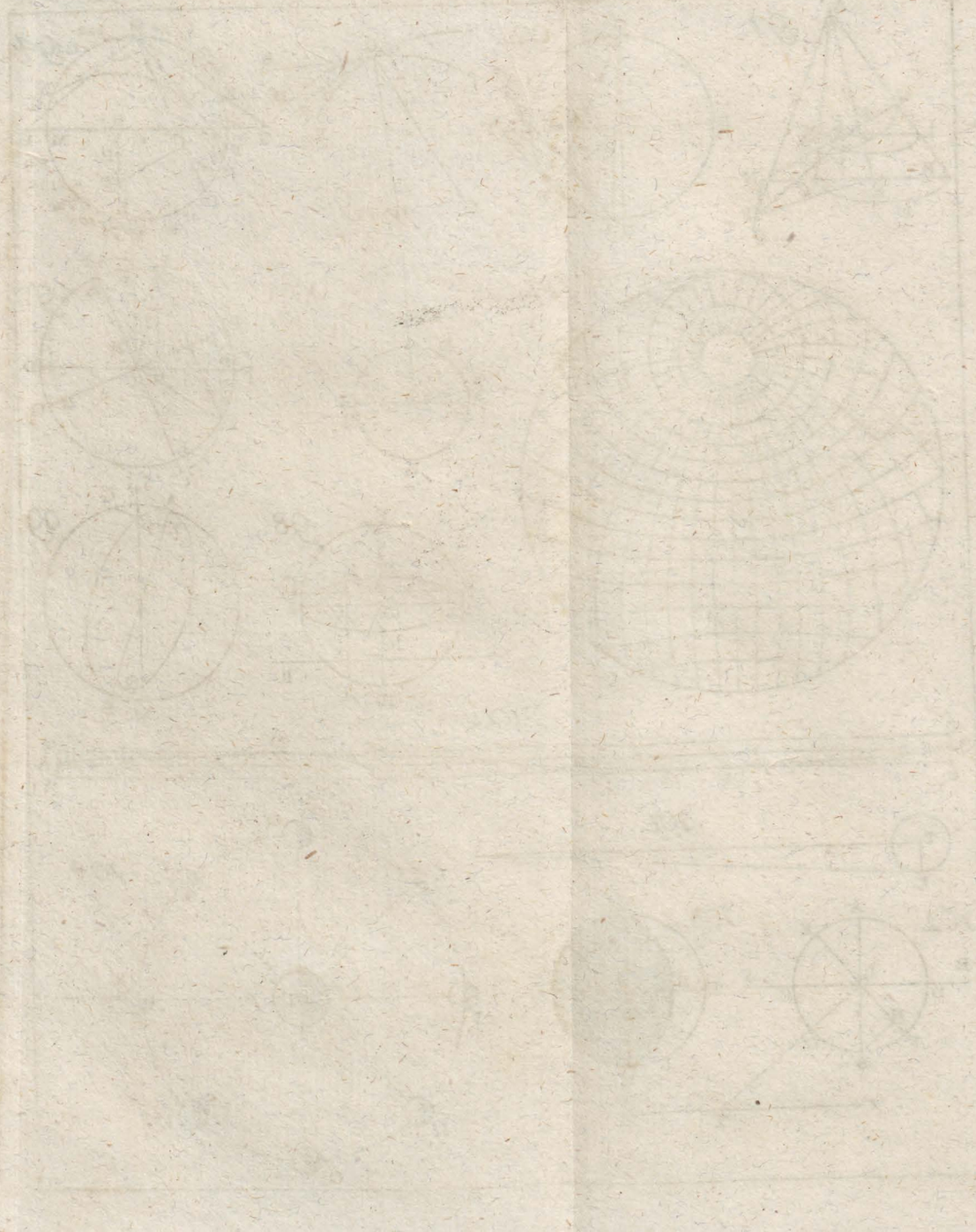

53.
54.
55.
56.
57.
58.
59.
60.
61.
62.
63.
64.
65.
66.
67.
68.
69.
70.
71.

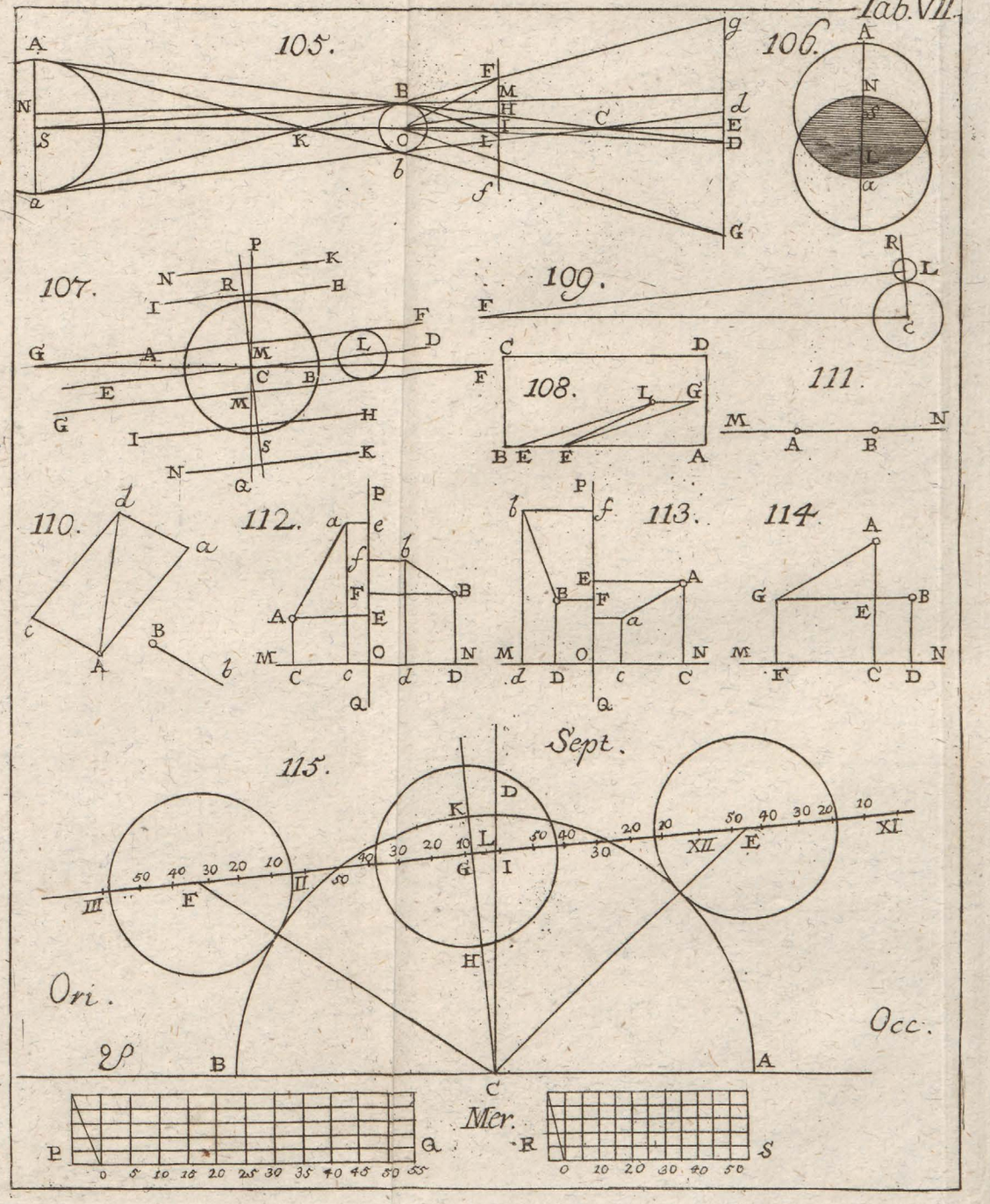


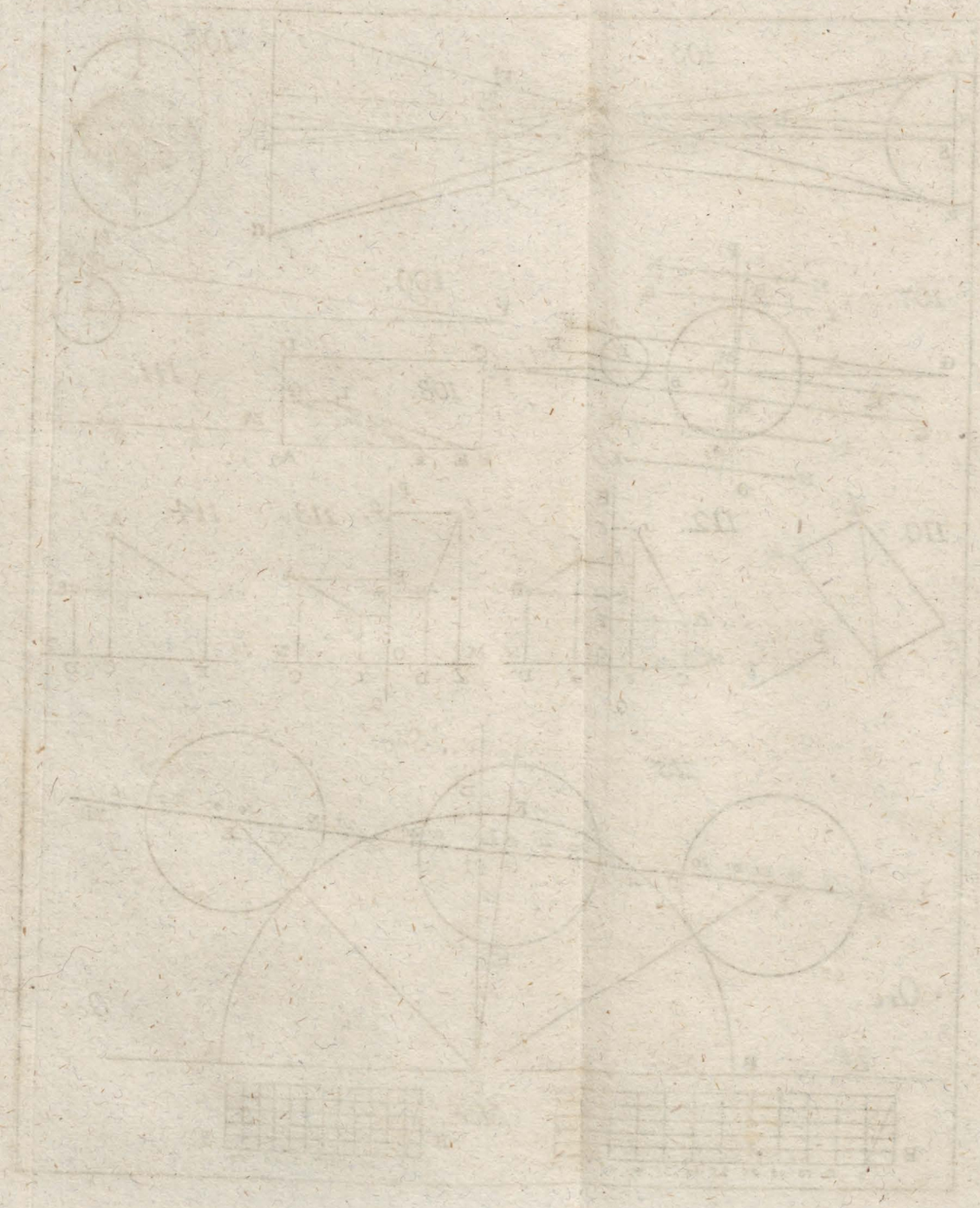

72.
Z
P
S
M
73.
Z
P
F
K
A
T
L
S
R
B
D
M
H
I
C
G
E
Q
N
74. 75.
m
M
K
k
H
C
A
B
C
D
E
F
G
H
L
K
I
76.
A
N
D
H
F
B
M
C
G
E
I
77.
P
F
D
E
C
S
B
G
A
IH
78.
A
E
D
C
B
79.
B
D
F
H
E
G
I
A
C
K
80.
S
T
R
A
C
P
Q
E
81.
R
S
T
D
A
B
F
C
Q
P
G
E
82.
D
H
A
H
B
L
L
G
F
C
Q
F
f
d
E
b
g
83.
B
A
b
P
K
H
k
F
G
C
h
Q
D
E
d
84.
P
E
G
F
M
N
A
C
D
B
85.
S
A
B
D
P
E
86.
A
B
D
87.
F
N
I
L
A
G
P
C
Q
M
K
O
E
H
88.
O
P
Q
Q
B
C
A
P
N
89.
Q
B
M
C
S
Q
A
90.
A
29 30 31 32 33 34 35
B
S
55
54
53
M
C
D

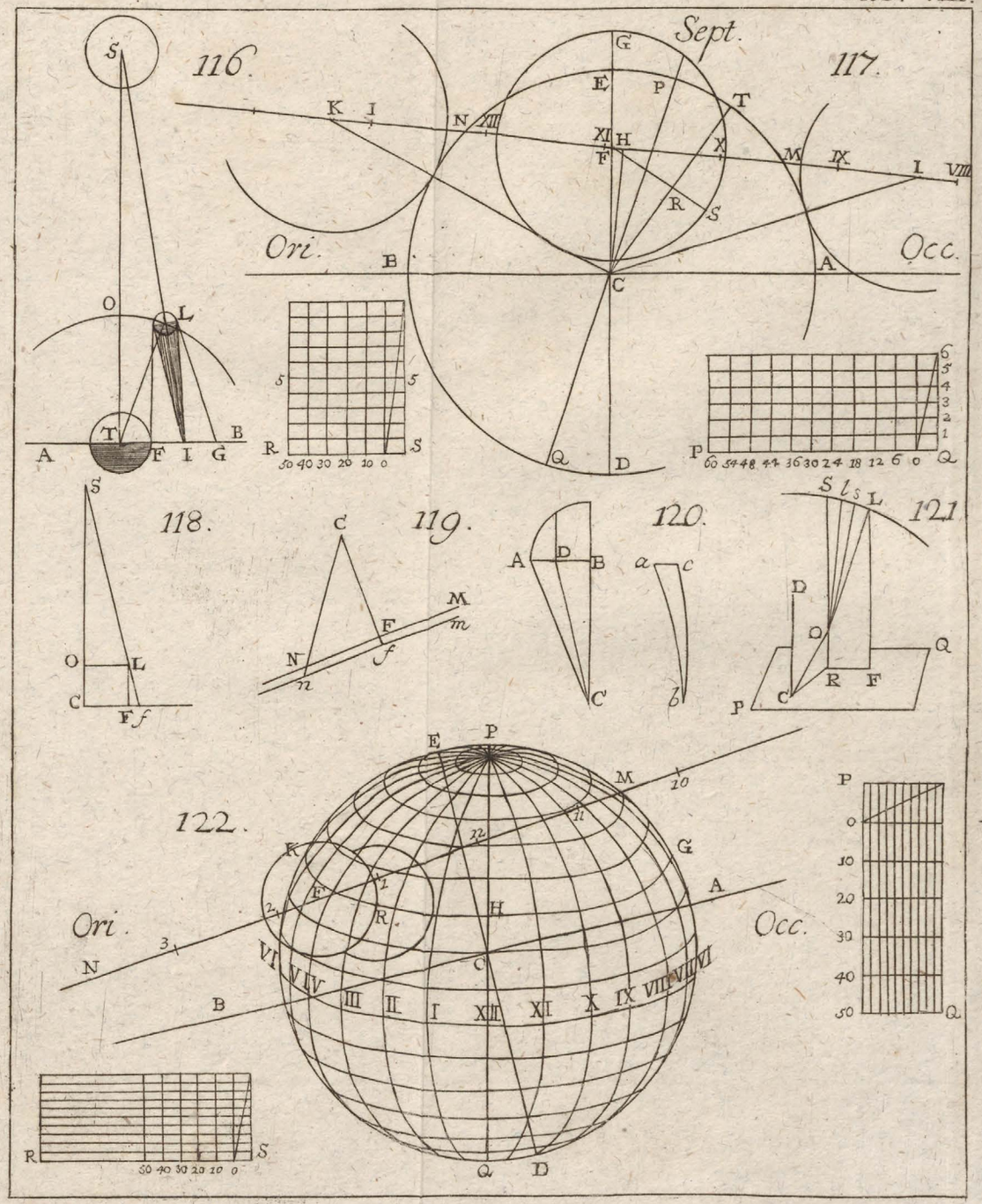


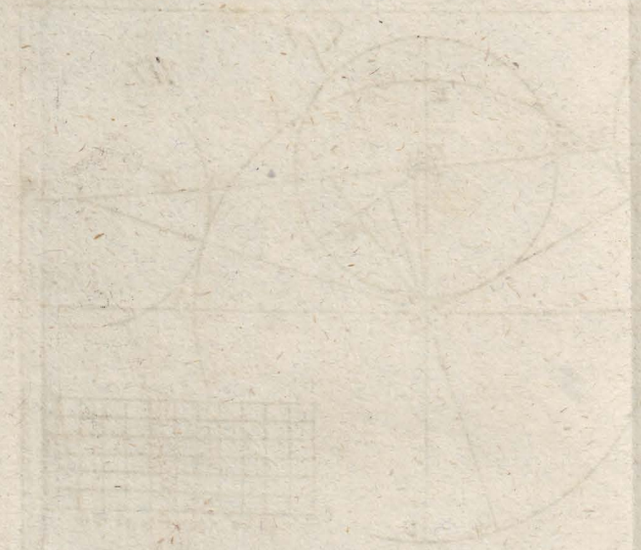

91.
92.
93.
94.
95.
96.
97.
98.
99.
100.
101.
102.
103.
104.

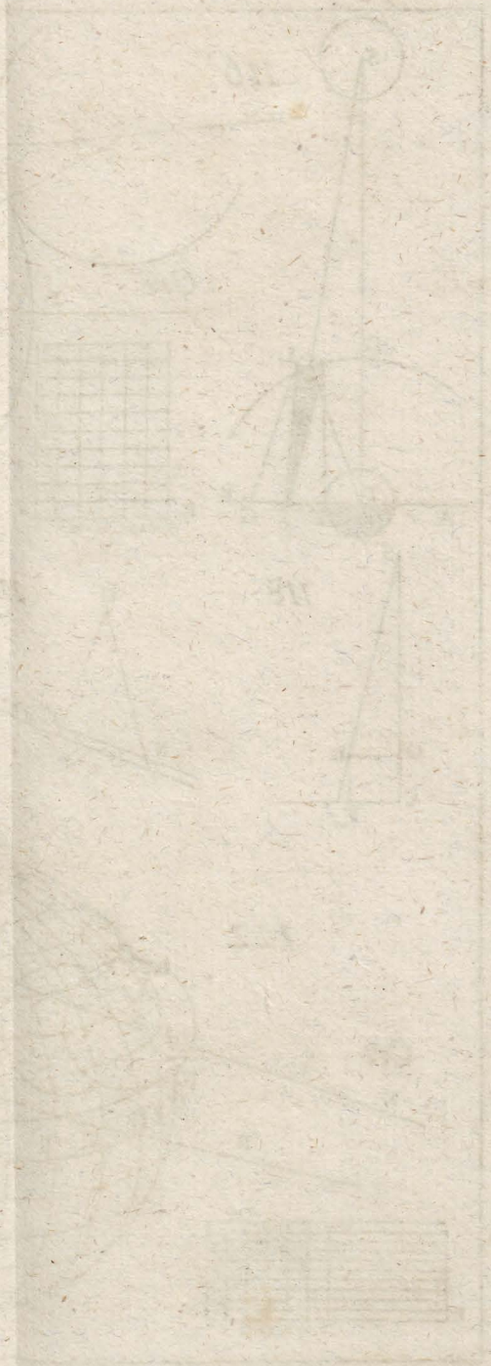


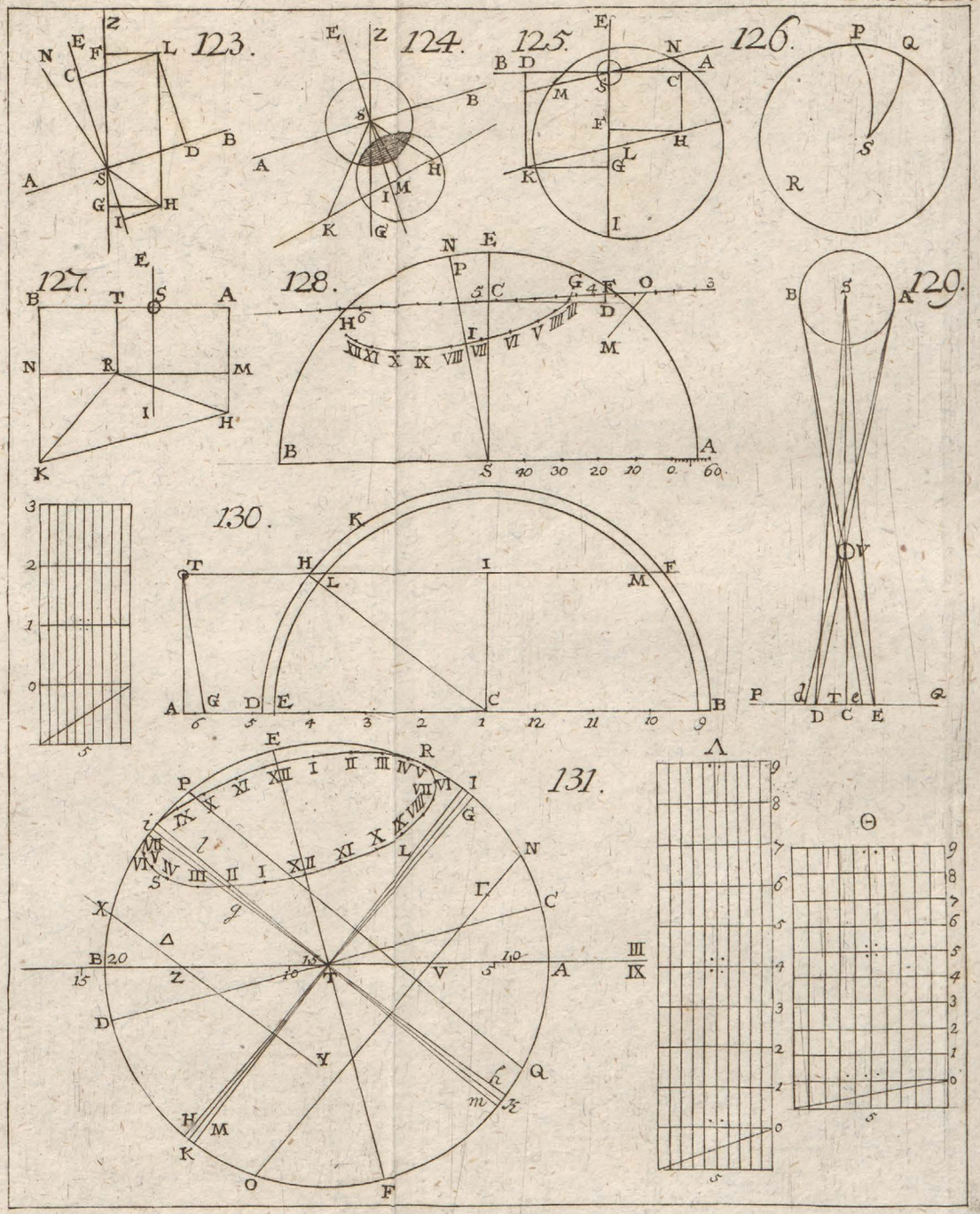

105.
106.
107.
108.
109.
110.
111.
112.
113.
114.
115.
Sept.
Ori.
Occ.
Mer.

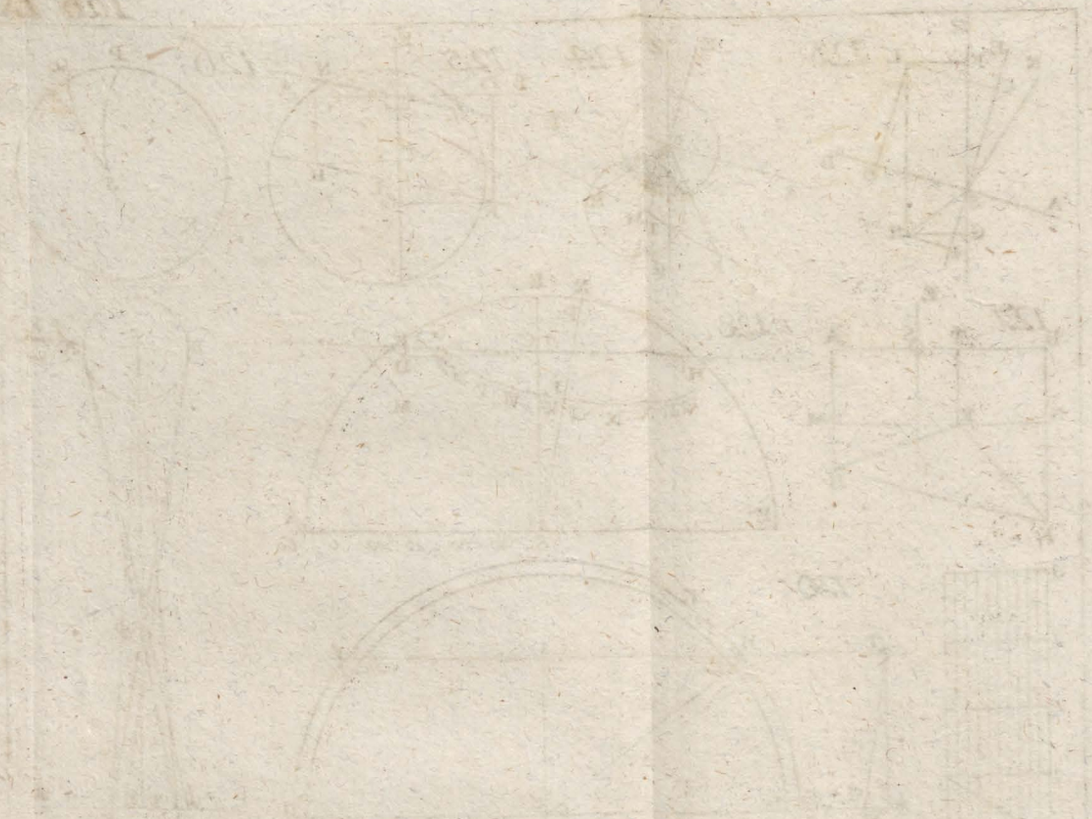



116.
S
O
L
T
A
F
I
G
B
117.
Sept.
Ori.
Occ.
G
E
P
T
K
I
N
XII
XI
H
F
X
M
IX
I
VIII
R
S
B
C
A
Q
D
5
5
R
S
50 40 30 20 10 0
6
5
4
3
2
1
P
60 54 48 44 36 30 24 18 12 6 0
Q
118.
S
O
L
C
F f
119.
C
M
m
F
N
n
f
120.
A
D
B
C
a
c
b
121.
S l s L
D
O
Q
C
R
F
P
122.
Ori.
Occ.
E
P
M
10
11
12
G
A
F
1
2
3
R
H
N
C
B
VI V IV III II I XII XI X IX VIII VII VI
R
S
50 40 30 20 10 0
Q
D
P
0
10
20
30
40
50
Q

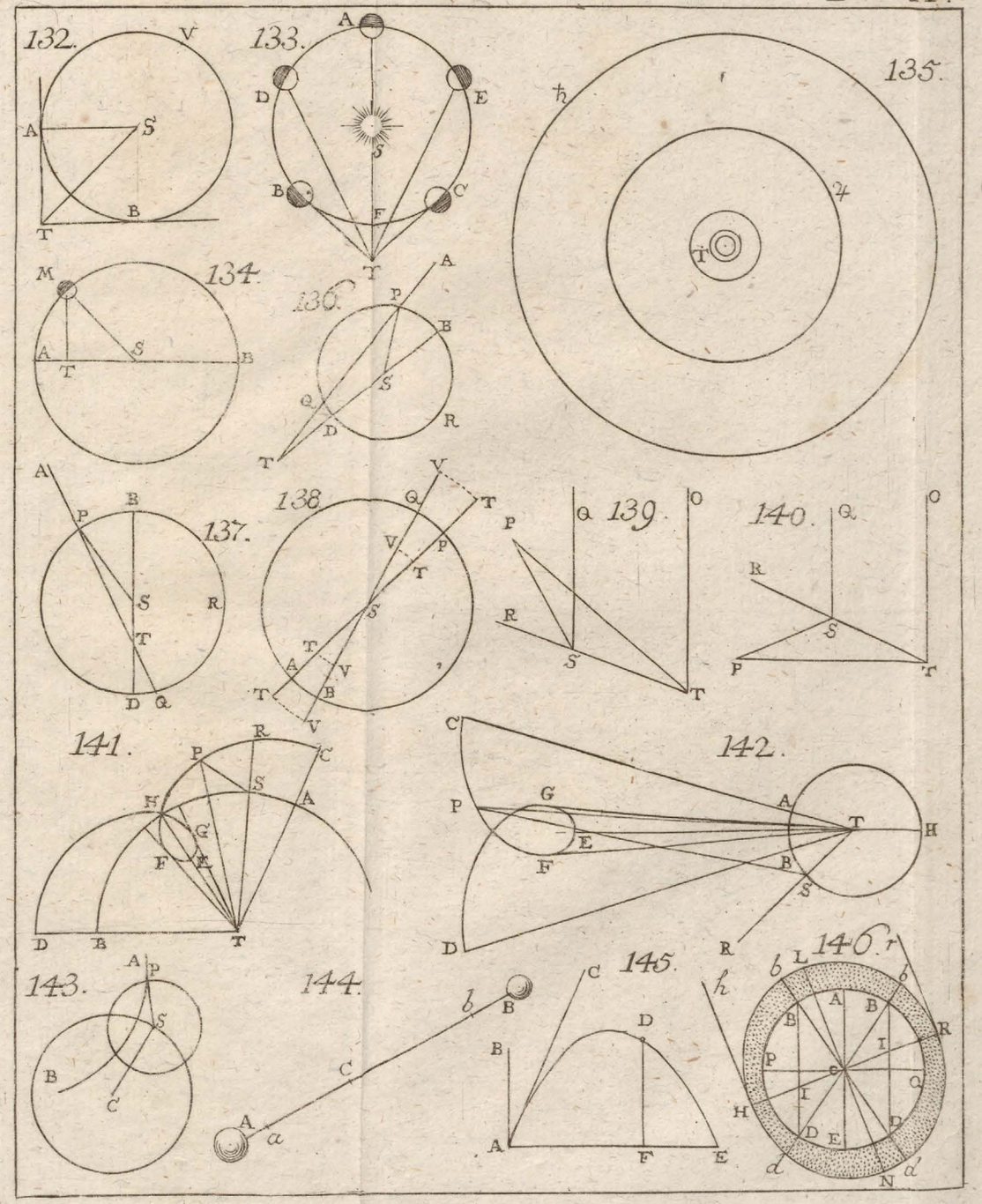


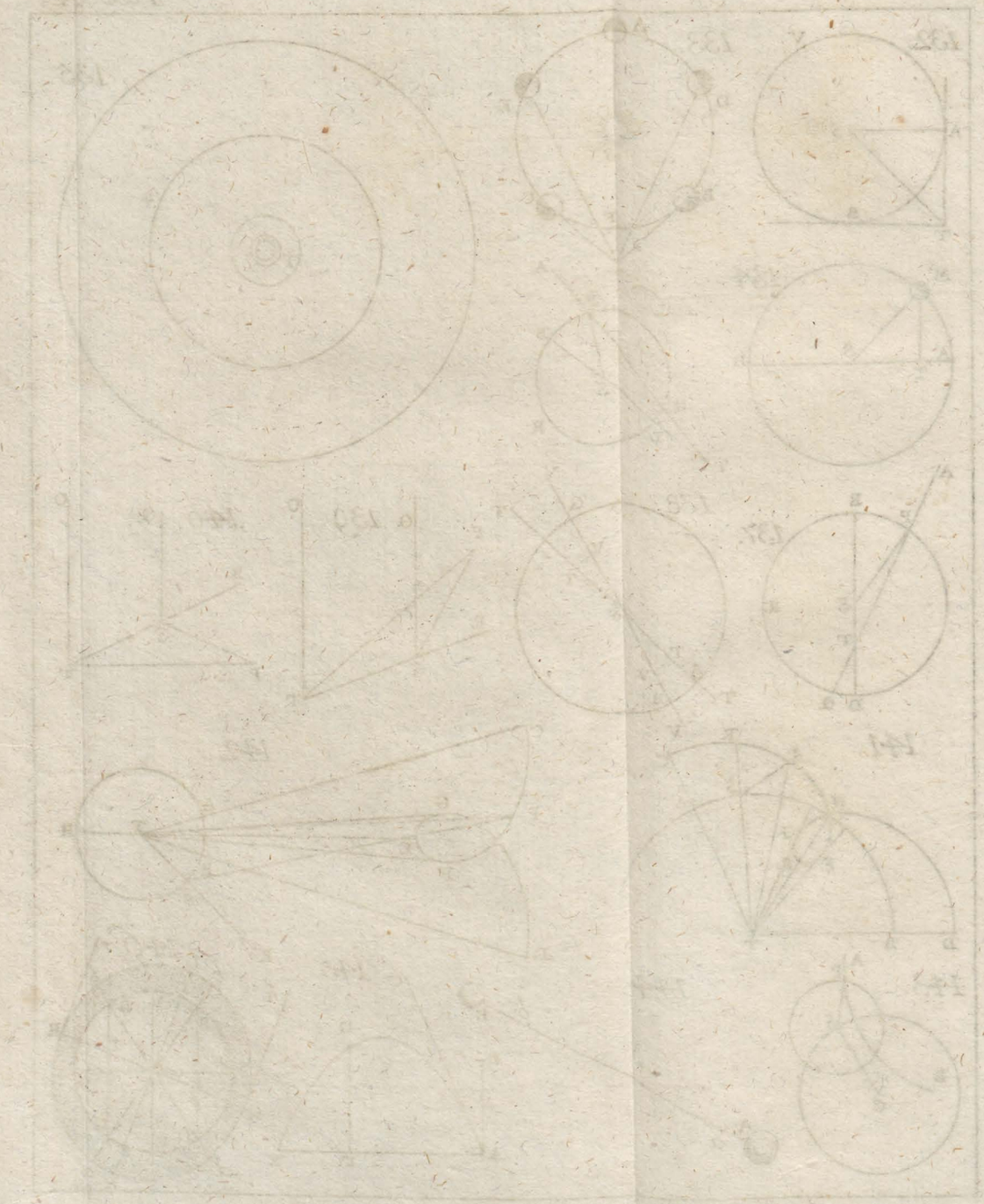



123.
124.
125.
126.
127.
128.
129.
130.
131.

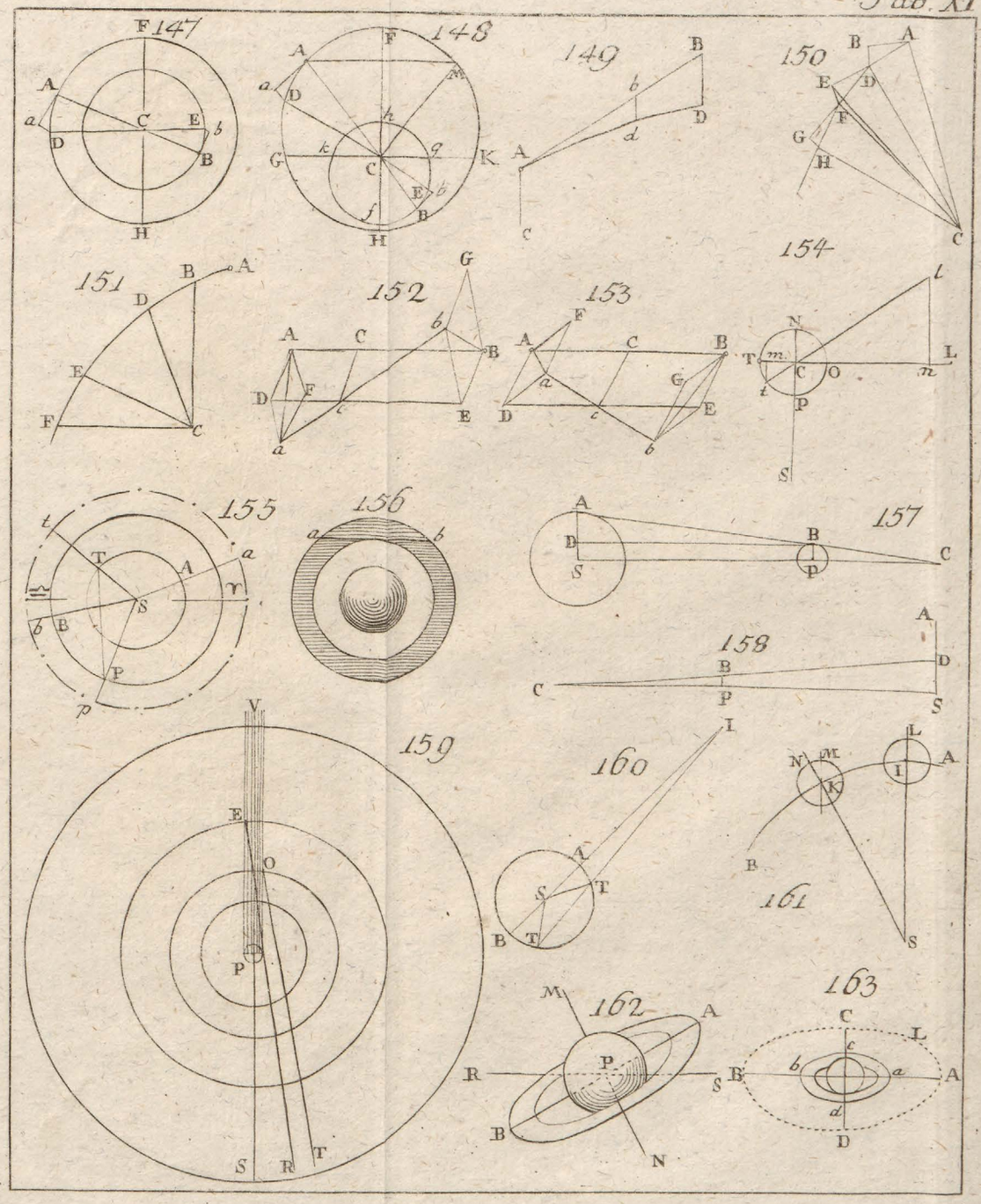


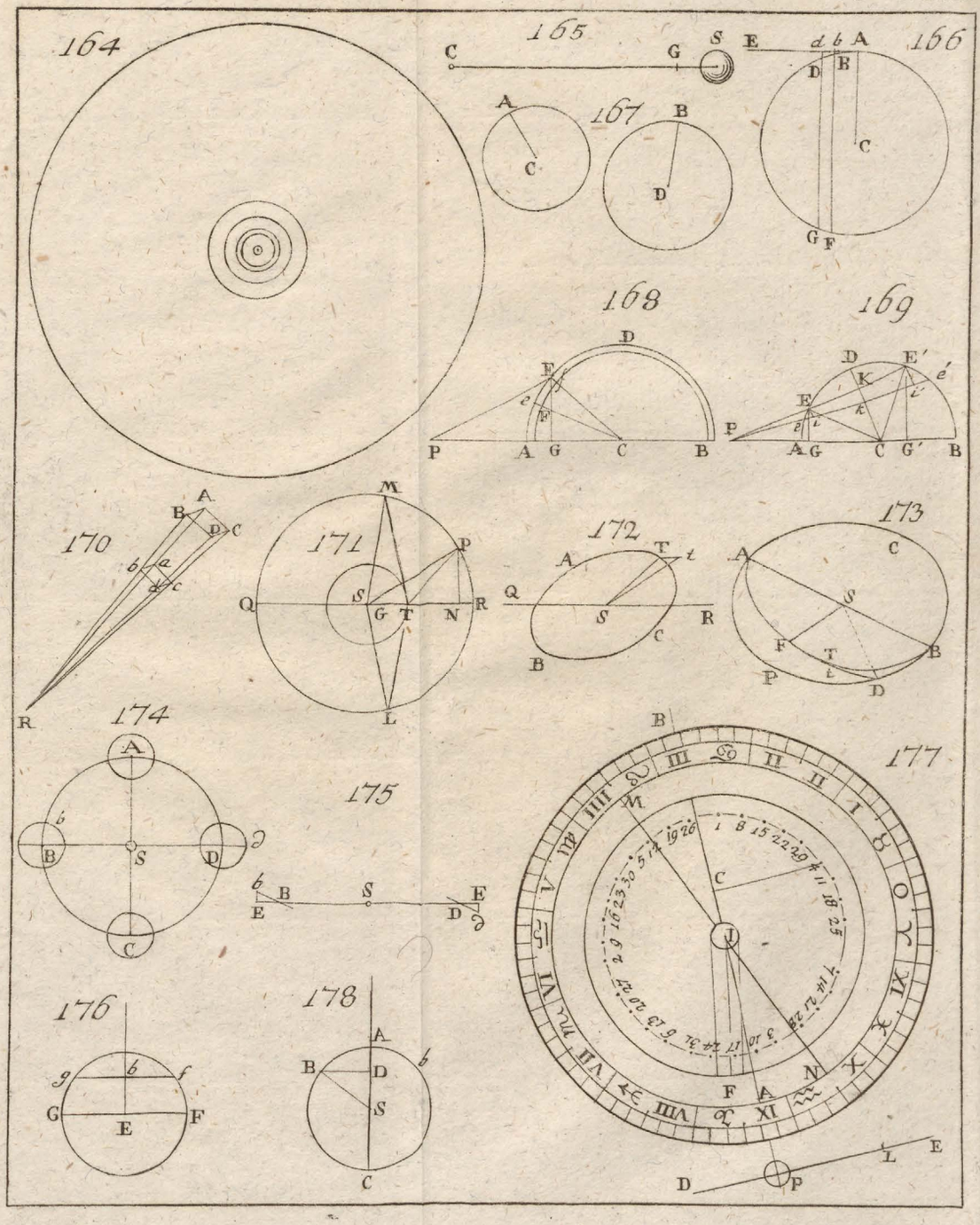
Tab. X.

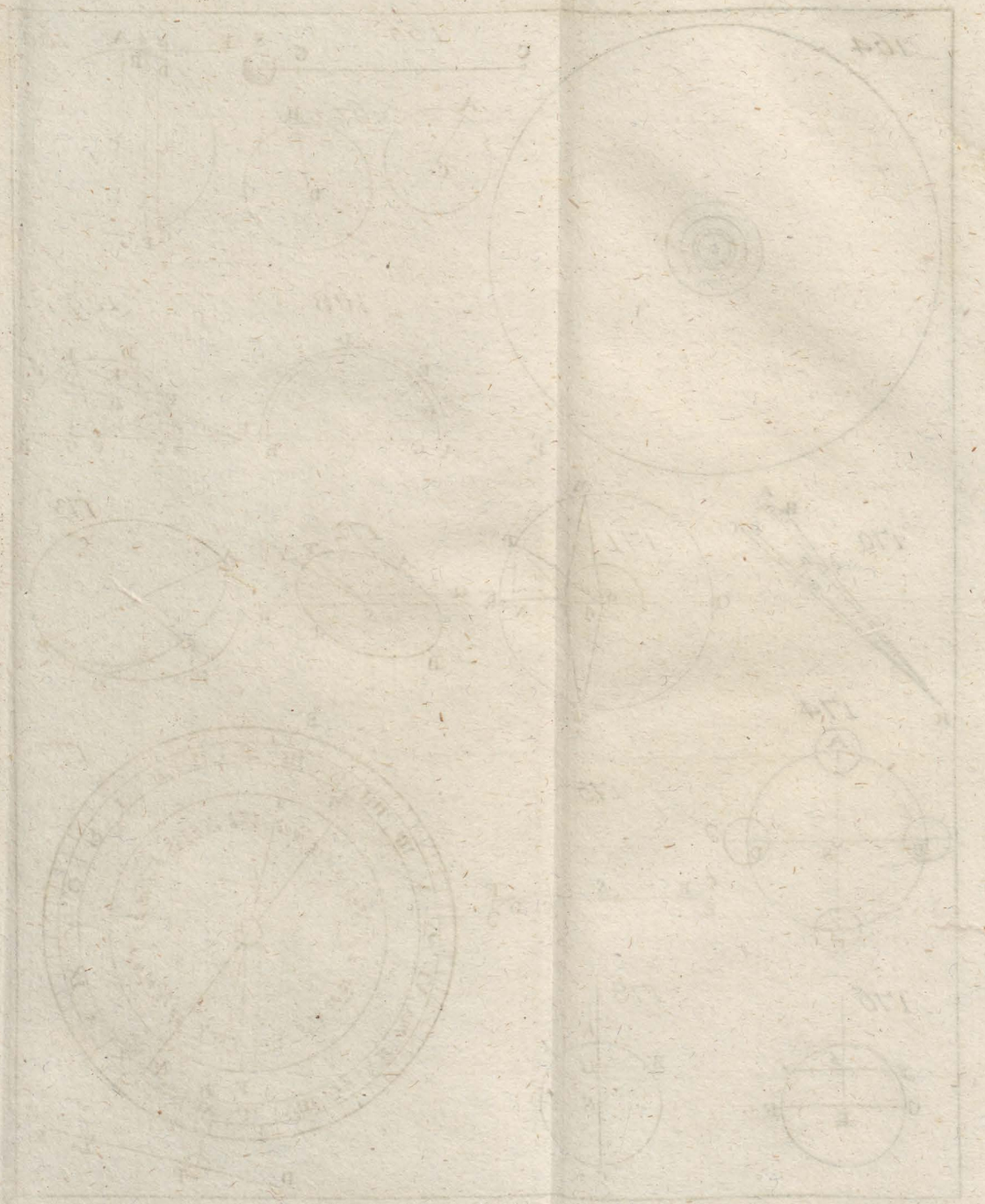

132.
V
A
S
B
T
133.
A
D
E
S
B
C
F
T
135.
h
4
T
134.
M
A
T
S
B
136.
A
P
B
S
Q
D
R
T
137.
A
B
P
S
R
T
D
Q
138.
Q
T
V
P
T
S
T
A
V
B
T
V
139.
Q
O
P
R
S
T
140.
Q
O
R
S
P
T
141.
R
C
P
S
A
H
G
E
F
D
B
T
142.
C
G
A
P
T
H
E
F
B
S
D
R
143.
A
P
S
B
C
144.
b
B
C
A
a
145.
C
D
B
A
F
E
146.
h
b
L
b
A
B
B
R
P
C
I
Q
I
H
D
E
D
d
N
d'



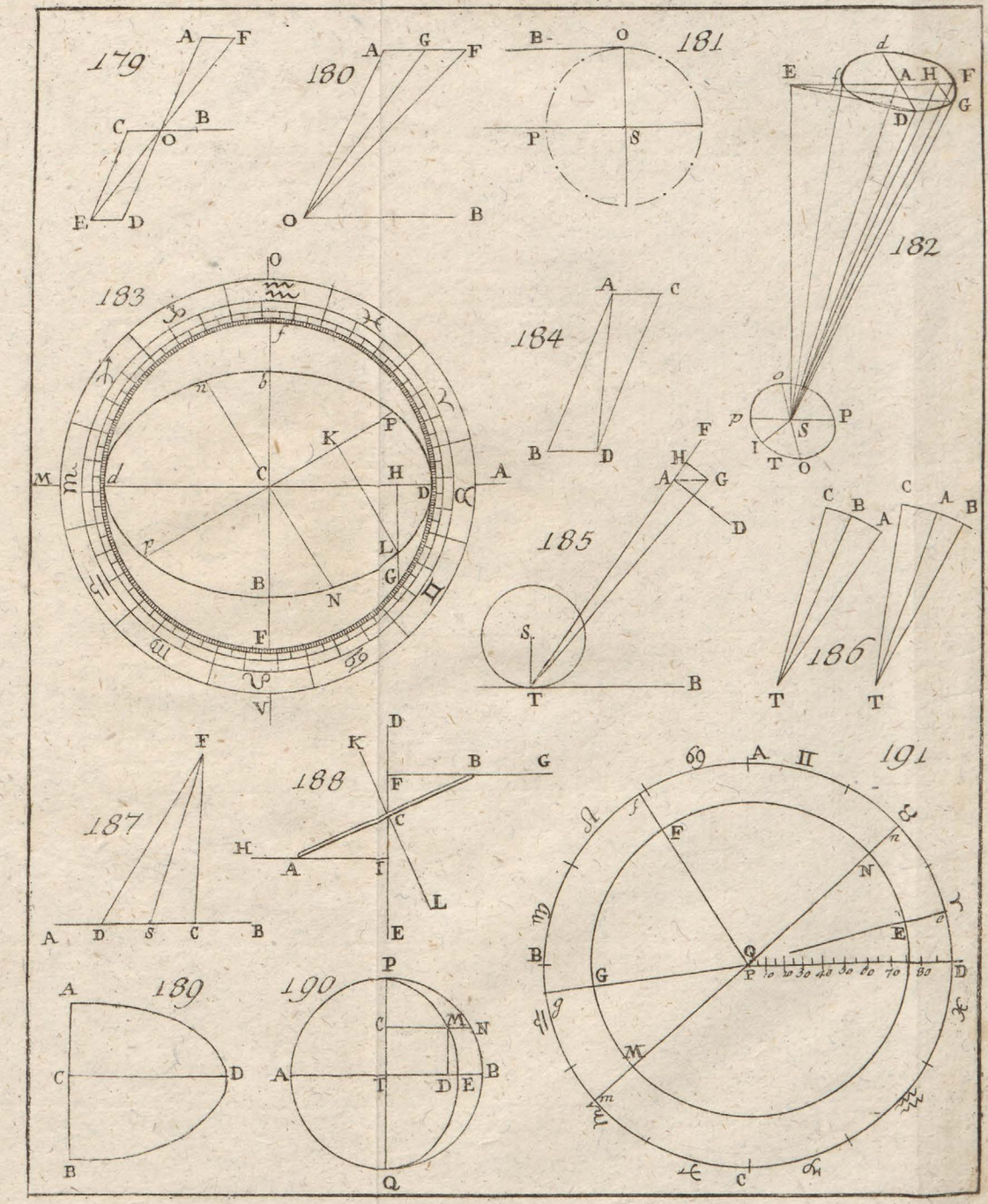
Tab. XI

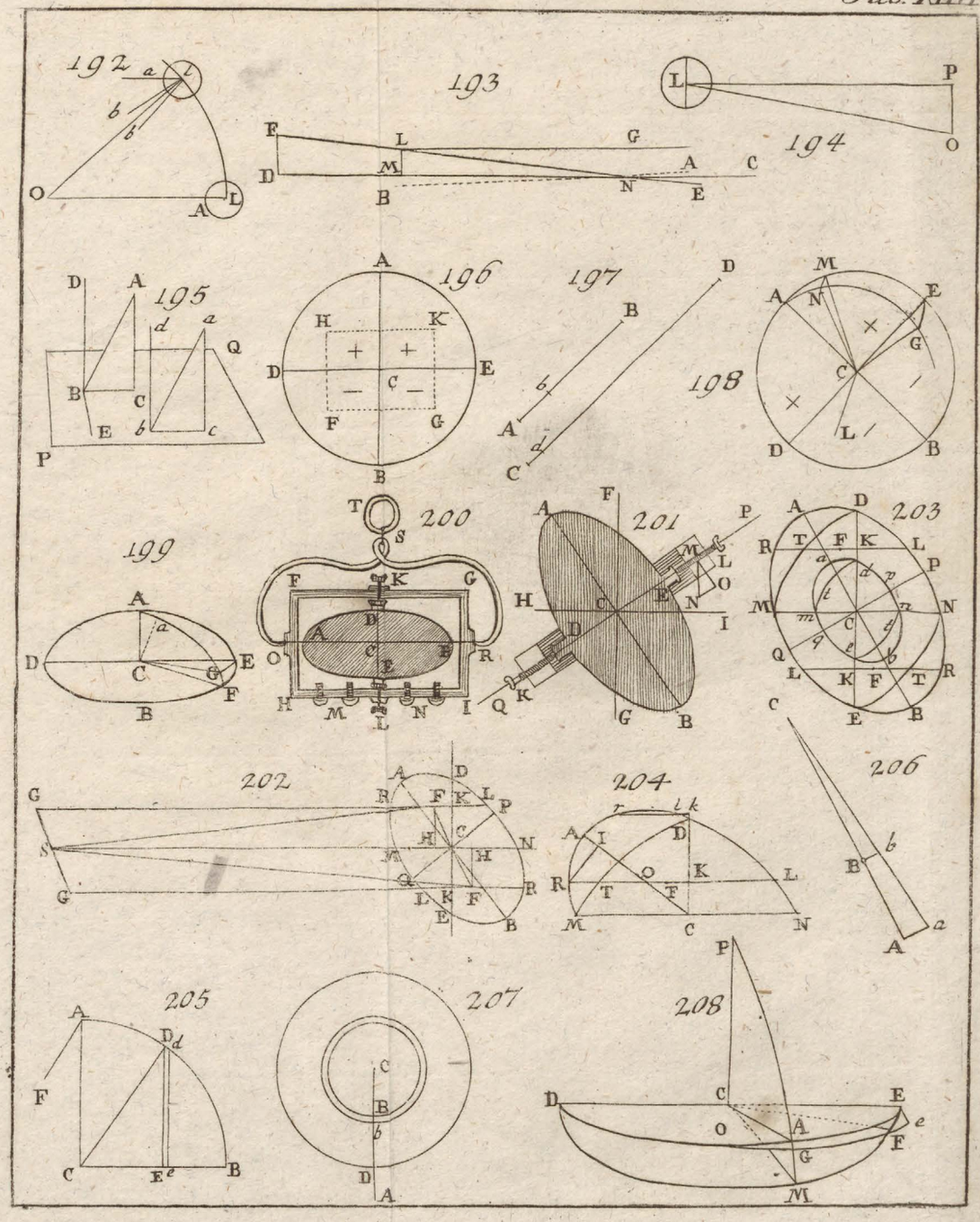

147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163

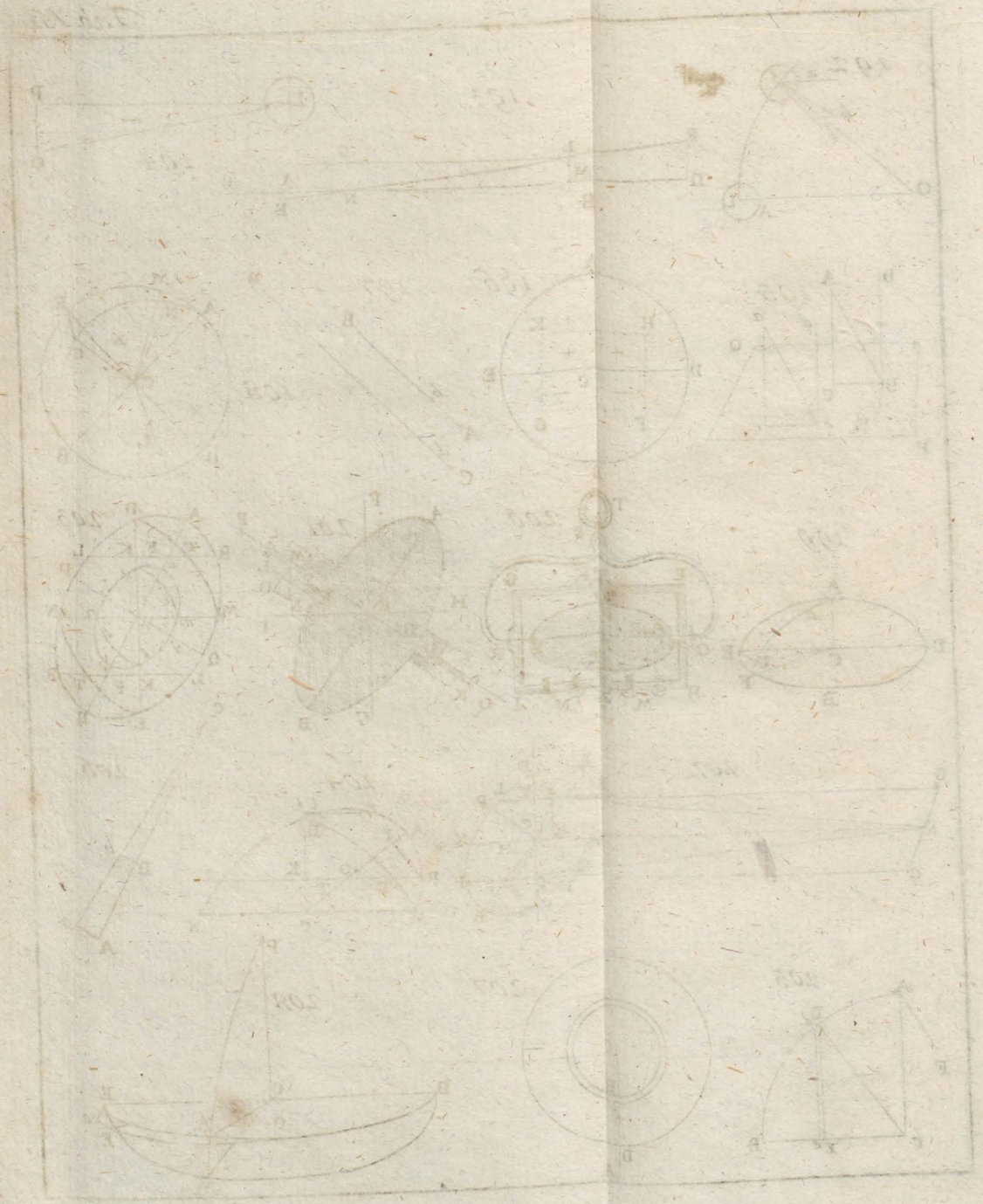

164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178

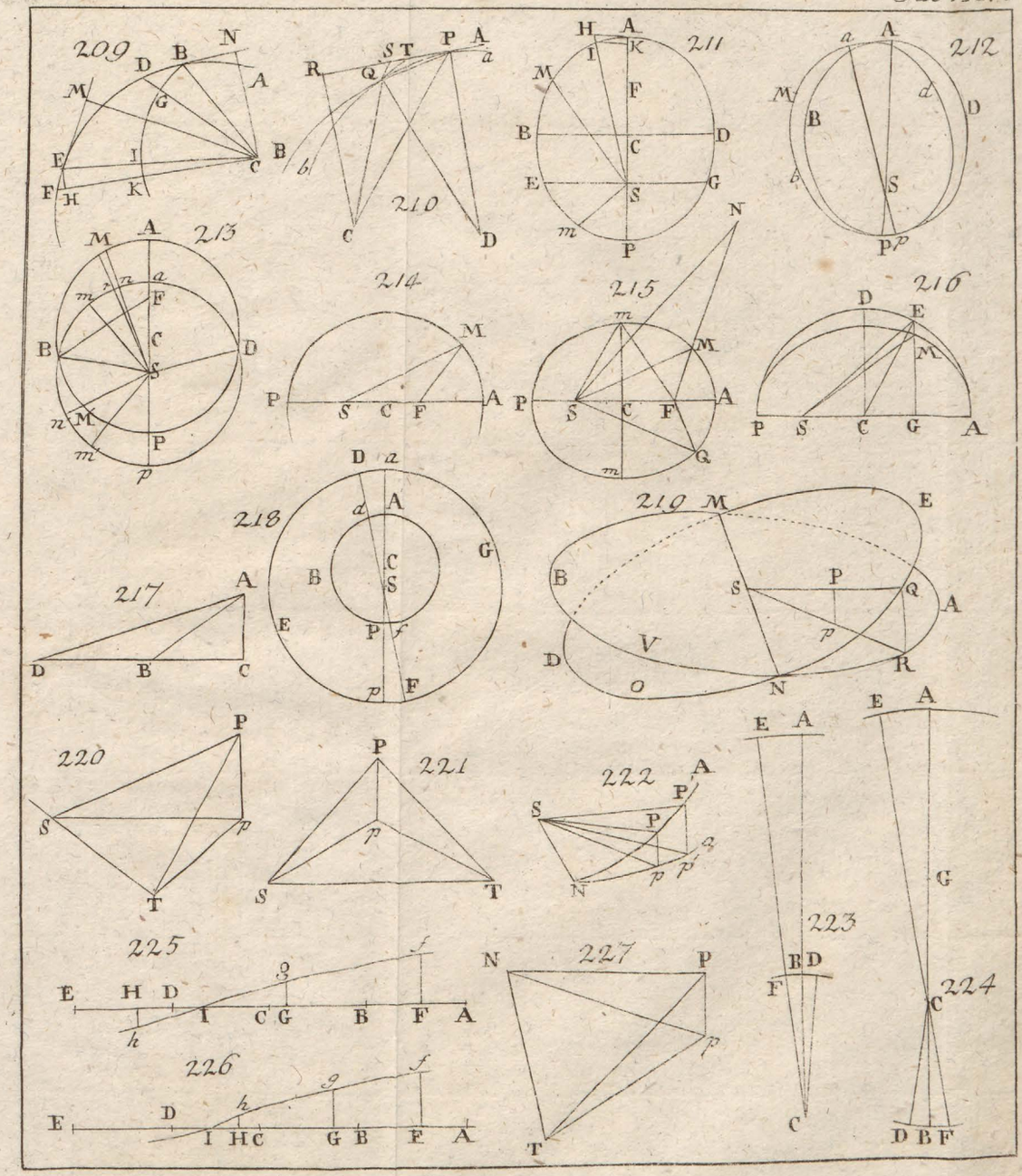


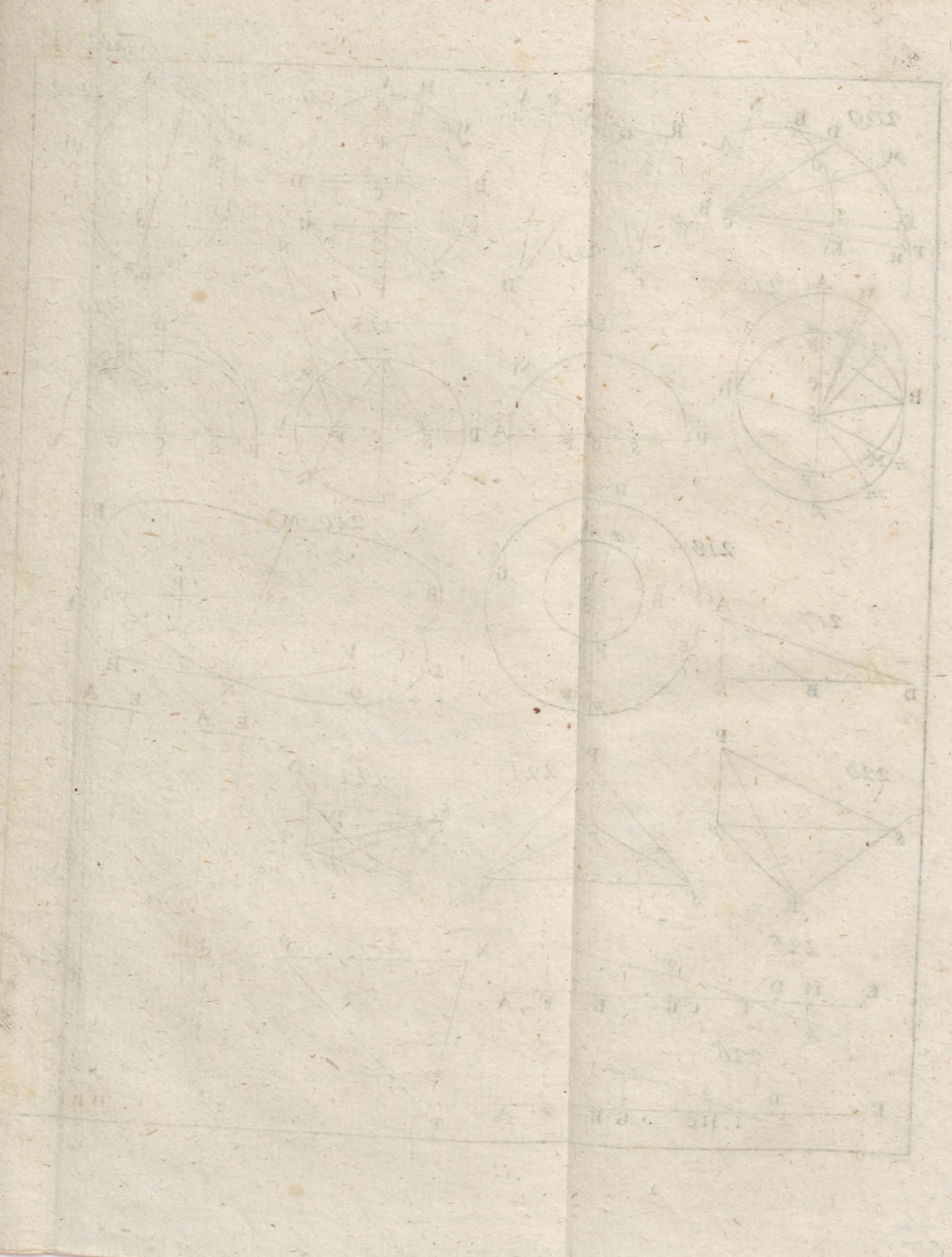
Tab. XIII

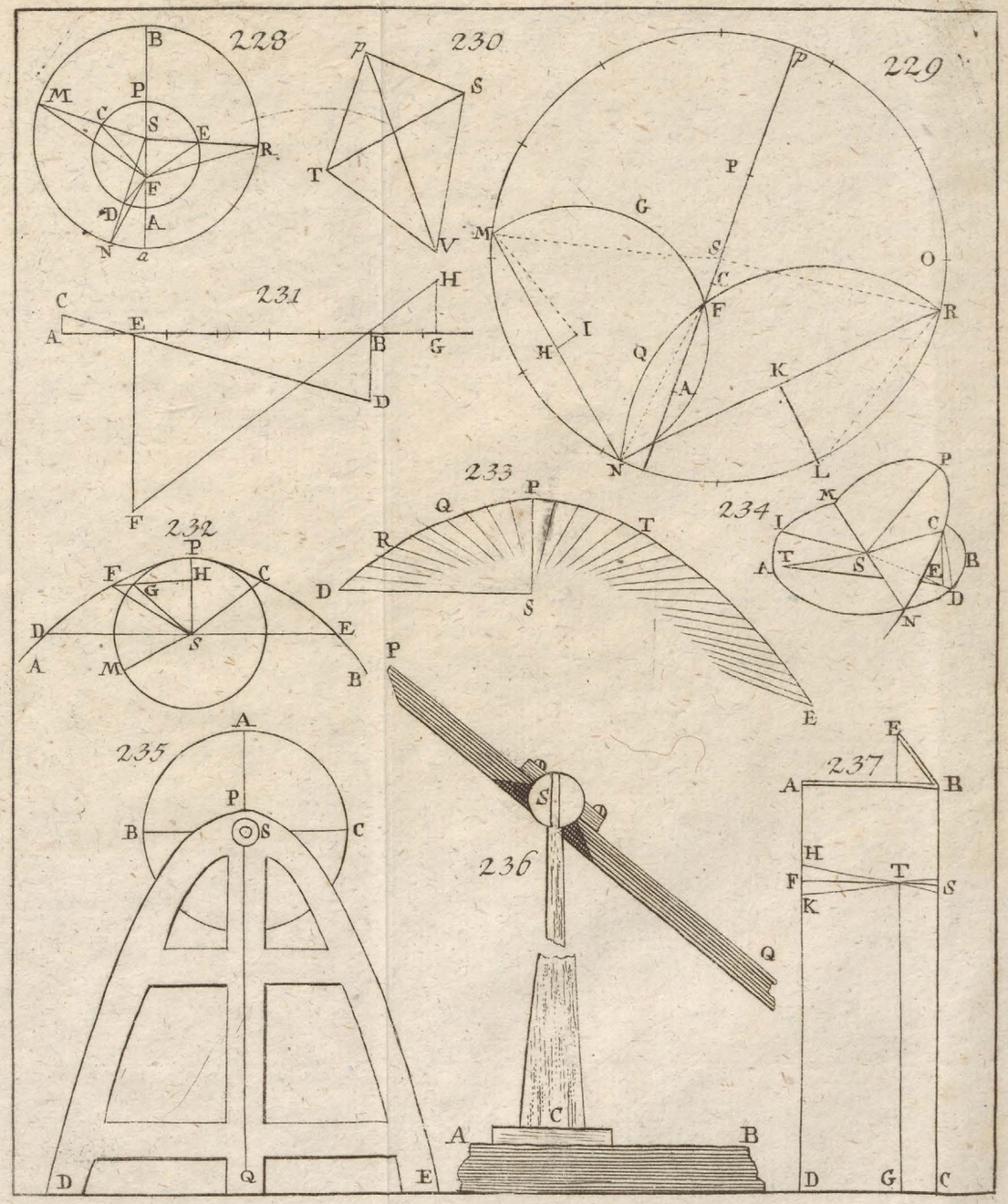


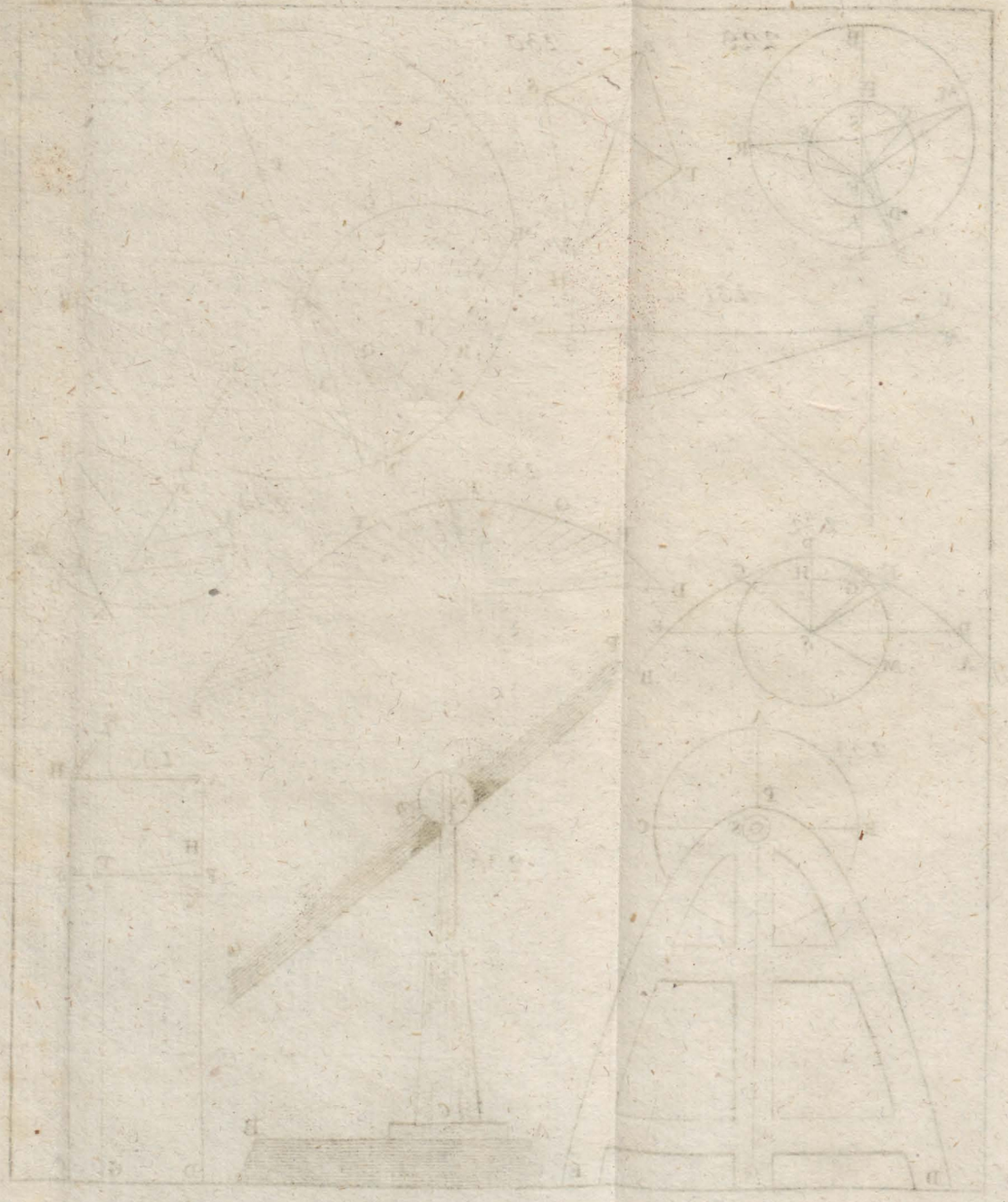

192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
203
202
204
206
205
207
208

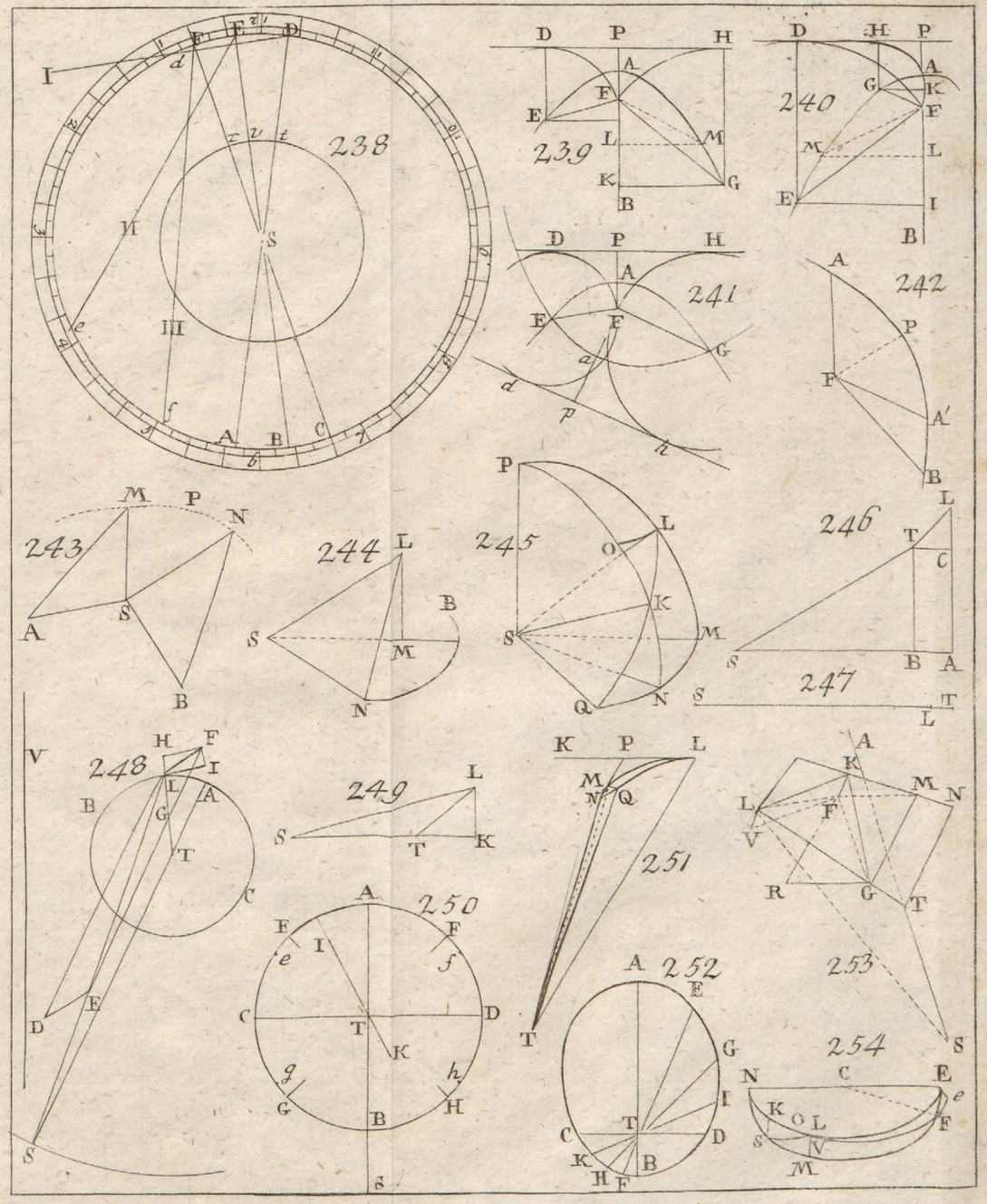


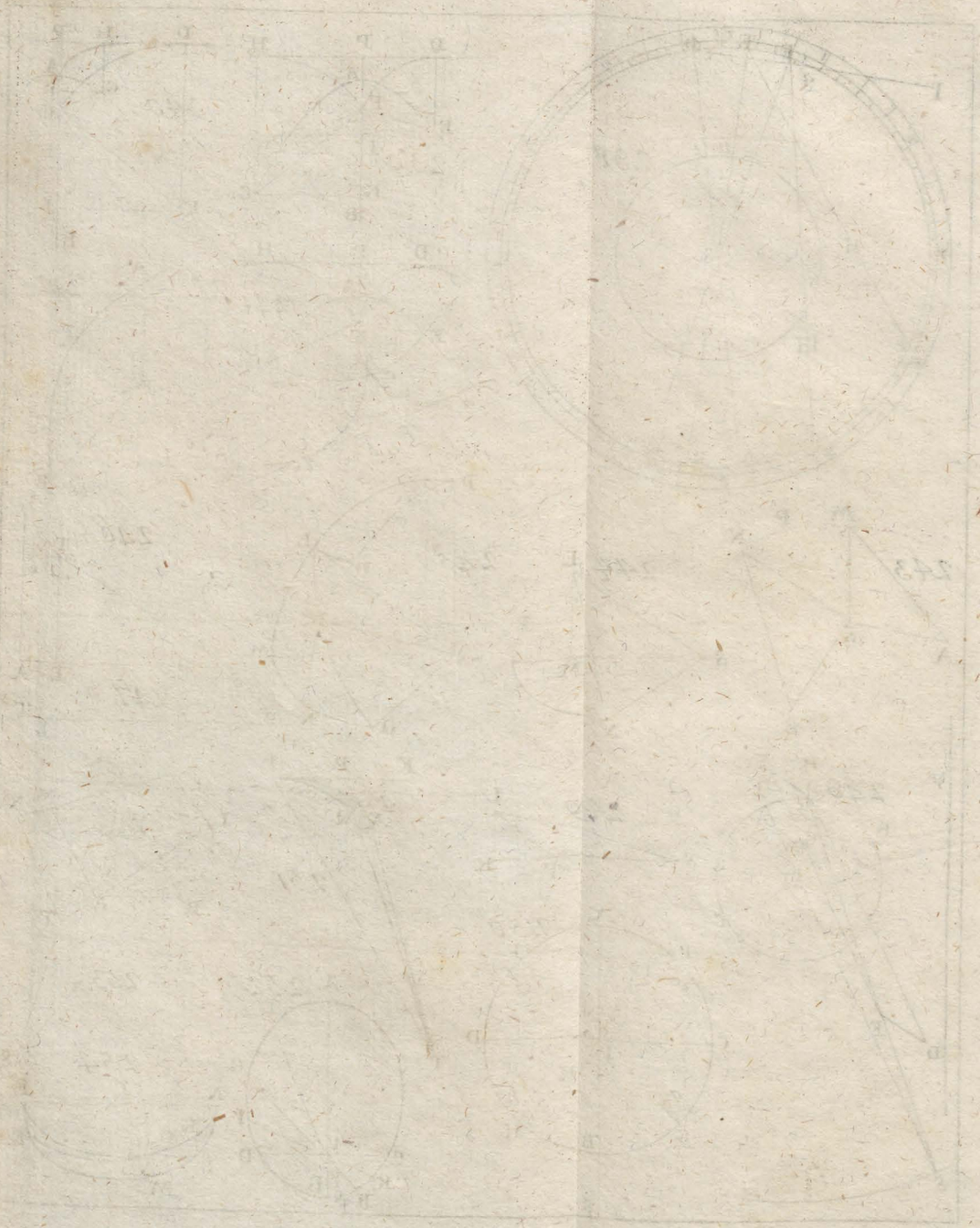

209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227

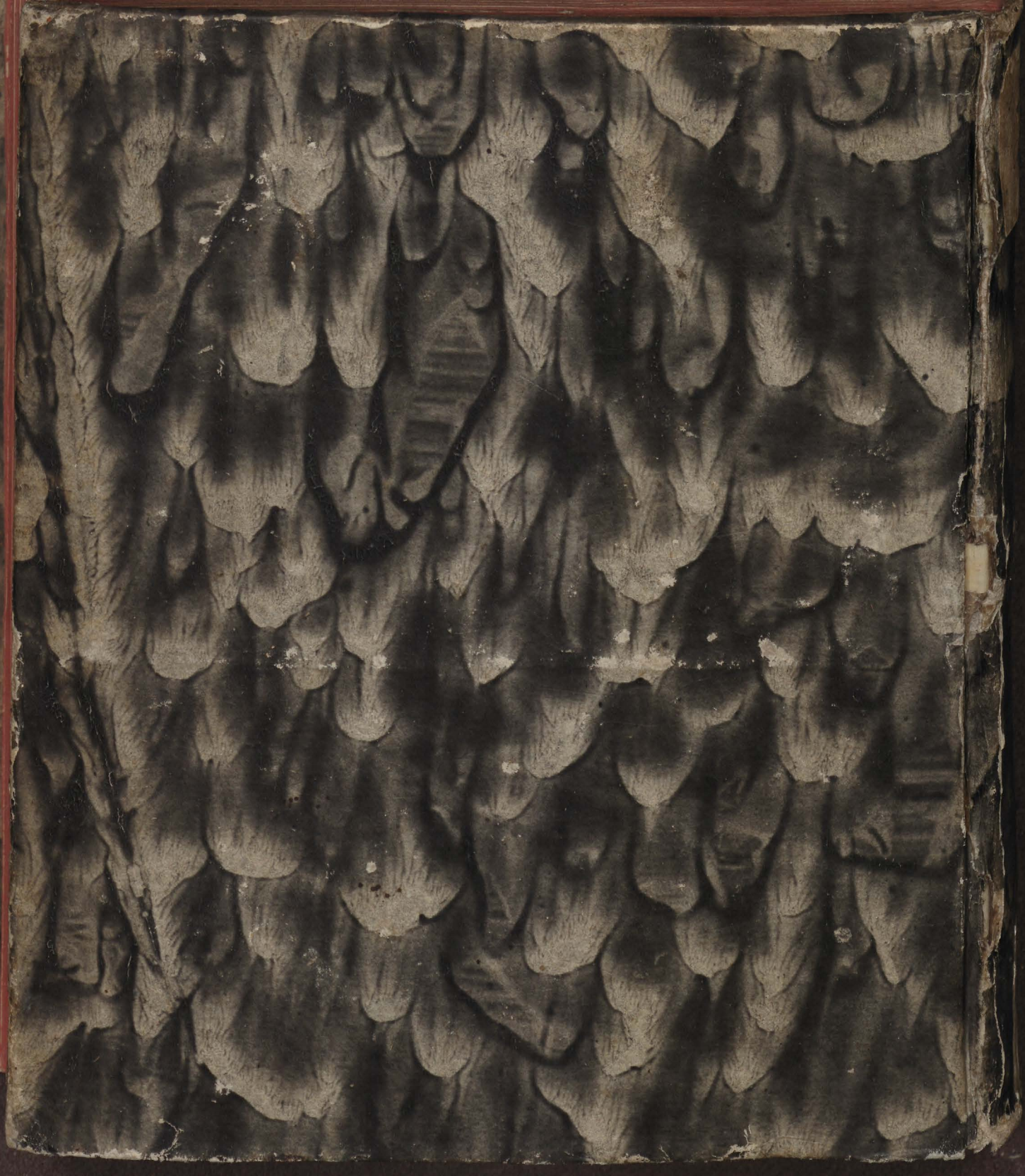



228
B
P
M
C
S
E
R
F
D
A
N
a
230
p
S
T
V
229
P
G
M
S
C
O
F
R
I
H
Q
A
K
N
L
231
C
H
A
E
B
G
D
F
233
P
Q
R
T
D
S
E
234
P
M
C
I
A
T
S
E
B
D
N
232
P
F
H
C
G
D
E
A
M
s
B
235
A
P
B
S
C
D
Q
E
236
P
S
Q
C
A
B
237
E
A
B
H
F
T
S
K
D
G
C




238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254



BIBLIOTEKA

ROTANOX
2014