~~a. 4.~~

Johann Andreas von Segner,

Sr. königl. preuß. Maj. geh. Raths, ersten Lehrers der Mathematik und Naturlehre bey der königl. Friedrichsuniversität, Mitgliedes der kayserl. Academie zu Petersburg, der königl. Societät zu London, und der königlichen Academie der Wissenschaften zu Berlin,

Astronomische Vorlesungen.

Eine deutliche

Anweisung

zur gründlichen

Kenntniß des Himmels.

Erster Theil.

Halle,
Im Verlage Johann Jacob Curts. 1775.

Vorrede.

Das Amt eines academischen Lehrers, welches mich verbindet, was nur immer in meinem Vermögen stehet, zur Erläuterung der mir obliegenden Theile der Gelehrsamkeit beyzutragen, und vieleicht dieses allein, kan mich bey denen rechtfertigen, welchen die Abhandlung einer Wissenschaft, die mit Recht als die erhabenste angesehen wird, mit welchen sich der menschliche Verstand beschäftigen kan, als ein für mein Alter und übrige Umstände allzukühnes Unternehmen ansehen dörften. Und dieses, ja noch mehr als dieses, würde es in der That seyn, wenn ich dabey den Vorsatz hätte, die herrlichen Schriften dieser Art, welche wir in einer nicht geringen Zahl besitzen, zu übertreffen, oder auch nur denselben gleich zu kommen. Ich kenne aber meine Kräfte zu wohl, daß ich eine solche Hofnung schöpfen oder unterhalten solte; und mein ganzes Bestreben gehet nur dahin, die wenigen, welche sich die Mühe geben wollen, mein Buch mit Aufmerksamkeit zu lesen, zu einer höhern, aus jenen vollkommenern Werken zu schöpfenden Erkenntniß vorzubereiten, und ihnen den Verstand derselben zu erleichtern: Es müste denn seyn, daß einige unter ihnen mit meiner Einleitung zufrieden seyn wolten, ohne nach der weit ausgebreiteten Erkenntniß und mannigfaltigen Geschicklichkeit zu streben, die einen eigentlichen Himmelsforscher ausmachen. Ich stelle mir vor, daß dieser letztern die meisten seyn werden, und habe, in der Absicht auch denselben nützlich zu werden, nichts vorbey gelassen, so die Wunder begreiflich machen kan, welche uns die im Ganzen betrachtete Schöpfung in so grosser Menge darbiethet, und die Spuren der unendlichen Weisheit zu entdecken, von welcher alles, zu allen Zeiten regieret wird. Diese Einsicht gehöret nicht allein für die Astronome; sondern ist, als eines der kräftigsten Mittel zur richtigen und lebhaften Erkenntniß Gottes zu gelangen, einem jeden, der sich die Erhebung seines Geistes, und die Verbesserung seines Verstandes und Herzens angelegen seyn lässet, vorzüglich anzupreisen. Nach diesem Endzwecke bitte ich meine Arbeit zu beurtheilen.

Aus der Ursache ist die umständliche Anweisung zur Berechnung der an dem Himmel wahrzunehmenden Begebenheiten fast durchaus weggeblieben, und es sind nur die Gründe dieser Rechnungen, so deutlich als es mir möglich war, vorgetragen worden. An vielen Stellen werden, statt derselben, geometrische Zeichnungen gebraucht, welche, ob sie wohl das gesuchte nicht immer so genau geben, als es verlangt wird, doch auch in gar vielen Fällen hinlänglich, und immer leichter zu übersehen sind, als eine Rechnung, welche die mehresten so sehr ermüdet, und ihre Aufmerksamkeit sogar beschäftiget, daß es ihnen schwer wird, sich dabey auch den Gegenstand derselben mit der gehörigen Deutlichkeit vorzustellen. Und gemeiniglich

niglich gibt die geometrische Zeichnung auch eine Anweisung zu der kürzesten Berechnung, die einem jeden beyfallen wird, der die dazu gehörigen Hülfsmittel in seiner Gewalt hat.

Der Abgang einer etwas vollständigen Beschreibung heut zu Tage bey den Beobachtungen gebräuchlicher Werkzeuge, welche mir ebenfalls ausser meinem Zweck zu seyn geschienen hat, ist nicht so leicht zu ersetzen. Diese sind in der Zeit von mehr als einem Jahrhundert nach und nach von den grösten und geübtesten Sternforschern ausgedacht, verbessert, durch scharfsinnige und geschickte Künstler verschiedentlich ausgeführet, und also endlich zu der Vollkommenheit gebracht worden, in welcher sie gegenwärtig stehen. Wer kan sich versprechen, ohne weiterer Beyhülfe, durch ein kurzes Nachsinnen eben so weit zu kommen? Es ist aber eine genauere Kenntniß dieser Dinge nur denjenigen nothwendig, die sich selbst mit würklichen Beobachtungen beschäftigen wollen: und diesen kan es nicht schwer seyn einen bequem eingerichteten und mit einer auserlesenen Geräthschaft hinlänglich versehenen Beobachtungsplatz zu Gesicht zu bekommen; unter welchen ich den göttingischen vorschlagen würde, wenn nicht der Bau desselben fast gänzlich mein Werk wäre. In Ermangelung einer Gelegenheit hiezu können die Beschreibungen des Herrn de la Lande, welche er seinem grossen Werke einverleibet hat, auch ohne einem weitern Zusatz, eine hinlängliche Befriedigung geben.

Vorlesungen. Diese Benennung hat das Buch erhalten, theils weil würklich der erste Entwurf desselben zum Behuf des mündlichen Vortrags der Astronomie gedienet hat, welchen ich vor etlichen Jahren gegeben habe; und theils, weil mir dieselbe eine grössere Freyheit erlaubte, als fast eine jede andere Aufschrift würde gestattet haben. Sie widersetzt sich keinesweges wohl angebrachten Wiederholungen, verträgt eine etwas weitläuftige, nicht eben nach den strengsten Regeln vorgetragene Erklärung, eine kleine Ausschweifung, mit einem Wort, sie gestattet alles, so etwas zu der Deutlichkeit beytragen kan, welche von Lehrbegierigen vornehmlich verlangt wird: und ich bin bemühet gewesen mich dieser Freyheit aufs beste zu bedienen, ohne sie zu mißbrauchen. Zu dem Ende habe ich mir meinen Leser anfänglich, als des Himmels völlig unkundig vorgestellt, und habe gesucht die zur Kenntniß desselben nöthige Begriffe durch die Erscheinungen selbst in der natürlichsten Ordnung zu entwickeln, bey welcher immer das nachfolgende von dem vorhergehenden Licht empfängt, und durch dasselbe gegründet wird. Freylich muste ich dabey so viele Kenntniß der Geometrie, der Trigonometrie und Analytic voraussetzen, als bey unsern angehenden Gelehrten selten genug angetroffen wird. Allein darwider ist kein Mittel: und diejenigen, welche versäumt haben sich diese Grundwissenschaften bekant zu machen, müssen es sich gefallen lassen, wenn sie nicht nur die astronomischen, sondern auch andere wichtige Lehren blos mit fremden Augen sehen können, und vieles ihnen immer dunkel und verworren bleibt. Was von mir geschehen konte, habe ich gethan, indem ich mich fast bis zu den ersten Grundsätzen erniedriget, und vieles, zum Nutzen der Anfänger, so weitläuftig aus einander gesetzt habe, als es die Furcht, bey geübtern einen Eckel zu erregen, gestatten wolte: wovon ausser verschiedenen andern Stellen, der ganze erste Abschnitt, in welchem die beträchtlichsten Eigenschaften der Ellipsen, samt deren in der Astronomie unentbehrlichen Theilung gezeiget, und diese mit einigen andern geometrischen Sätzen voraus gesendet werden; zu einer Probe dienen kan. Die ersten Gründe der Lehre von den Bewegungen und den bewegenden Kräften werden ebenfalls als bekant angenommen. Es sind

aber

aber diese keine andere, als die in meiner Einleitung in die Naturlehre vorgetragen und erwiesen stehen, und in jedem guten Buche dieser Art anzutreffen seyn müssen. Ich weiß, daß unsere studirende auch hierinne öfters gar schlecht unterrichtet sind: und in den Anweisungen zur Geometrie, mit welchen sie gemeiniglich hingehalten werden, fehlen sogar die Begriffe von der Neigung der Linien und Flächen gegen andere Flächen, ohne welchen niemand in der Astronomie einigen Fortgang haben wird. Allein, wer kan helfen!

Die Lehren selbst musten zwar aus andern Büchern genommen werden, und ich habe mich dabey vornehmlich der neuesten und besten der Herren de la Lande und la Caille bedienet. Ich habe aber diese Lehren, bevor ich sie im teutschen zu Papier brachte, selbst durchgedacht, und ohne meine Meister auszuschreiben oder blos zu übersetzen, nach der kürzesten und deutlichen Art des Ausdrucks geforschet, welcher unserer Sprache gemäß ist. Bey dieser Beschäftigung ist mir verschiedenes eingefallen, so ich nicht unterdrücken konte, weil es entweder zur Erleuterung etwas beyzutragen, oder einen würklichen Nutzen zu versprechen schien. Es ist unnöthig, daß ich mich bey diesen Zusätzen aufhalte, welche gröstentheils so sehr in das übrige verwebt sind, daß sie nicht ohne Mühe davon abgesondert werden könten. Ich suche keine andere Ehre, als nach meinem wenigen Vermögen einen oder den andern zu einer nähern Erkentniß unsers Schöpfers angeführet zu haben, wozu dergleichen Einfälle schwerlich etwas beytragen können. Doch wird mir erlaubt seyn zu melden, daß es mich freuen würde, wenn ich das Urtheil einsichtsvoller Männer über einige dieser Gedanken erfahren könte, unter welchen der Entwurf eines Durchgangs der Venus oder des Mercurs durch die Sonne vieleicht der vornehmste ist. Zwar stelle ich mir dieses

Urtheil

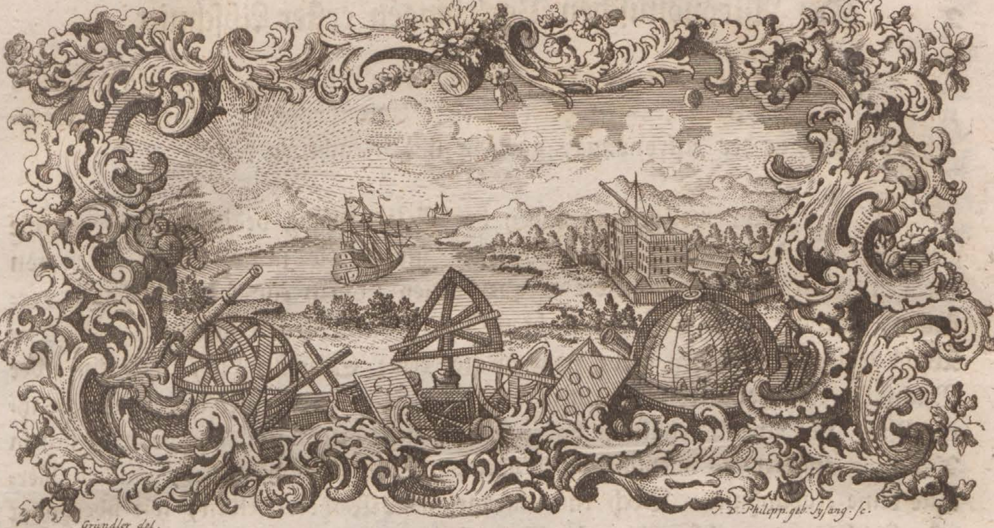
Urtheil günstig vor. Es wird aber auch eine bescheidene Anzeige der Fehler, die ich hier oder da begangen haben möchte, mir und meinem Buche zur Besserung dienen.

Mein Vorsatz war diese Einleitung so vollständig zu machen, als es der Zweck derselben und meine Kräfte leiden wolten. Doch war auch eine alzustarke Weitläuftigkeit zu vermeiden, und man konte, selbst bey leichtern Abhandlungen, sich nicht auf alle Kleinigkeiten einlassen, sondern muste verschiedenes dem Nachdenken und weiterm Nachforschen des Lesers überlassen. Alzuschwerere Betrachtungen litte dieser Zweck gar nicht. Ich konte aufs höchste die Gründe derselben in einiges Licht setzen, und sahe mich gezwungen damit abzubrechen. Ohnfehlbar werden einige urtheilen, daß dieses allzuoft, andere aber, daß es nicht oft genug geschehen sey. Jene muß ich ersuchen mit meinem Unvermögen Gedult zu haben: diese aber können sich selbst helfen, wenn sie, was ihnen zu schwer ist, überschlagen, und zu einer weitern Untersuchung aussetzen.

Dem Herrn Verleger hat es gefallen diesesmal den ersten Theil des Werkes besonders herauszugeben. Der zweite ist über die Hälfte zum Drucke fertig, und ich kan versprechen, daß, wenn nicht unerwartete Zufälle es verhindern, derselbe nach einer kürzern Zeit erscheinen werde, als ein aufmerksamer Leser, dem die Astronomie etwas neues ist, brauchen dörfte, sich die in diesem ersten enthaltene Lehren bekant zu machen. Jener zweite Theil soll die Ursachen der Erscheinungen aufklären, welche in dem gegenwärtigen beschrieben und aus einander gesetzt worden. Beide Theile aber werden die ganze Absicht, die ich bey dieser Arbeit gehabt habe, so weit ich dieses erwarten dorfte, erfüllen. Halle den 25. Merz 1775.

J. A. v. Segner.

Der



Der Astronomischen Vorlesungen erster Abschnitt.

Grundsätze aus der Geometrie.

§. 1.

Nach dem Cirkel und den verschiedenen Theilen desselben, wird in der Astronomie keine krumlinichte Figur häufiger gebraucht, als die Ellipse; deren vornehmste Eigenschaften also als bekant vorausgesetzt werden müssen. Dieses macht eine kurze Abhandlung derselben hier, wo nicht nothwendig, doch wenigstens nicht überflüßig. Es scheinet aber unter den verschiedenen Wegen, welche bey der Betrachtung dieser Figur, und der krummen Linie, von welcher sie begränzet wird, genommen werden können, zu unserm Entzwecke derjenige der schicklichste zu seyn, welcher die Ellipse als den orthographischen Entwurf eines Cirkels vorstellet, und nach diesem Begriffe ihre Eigenschaften, aus den bekanten Eigenschaften des Cirkels, herleitet. Dieses wird uns zugleich zur Parabel führen, welche Linie ebenfalls, wie in der Naturlehre, so auch in der Astronomie, gar sehr in Betrachtung komt.

§. 2. Wir wollen uns dabey der Erleichterung bedienen, die uns die gemeine Buchstaben-Rechnung darbiethet, indem wir nehmlich alle Arten von Grössen, und ins besondere die geraden Linien, durch einzelne Buchstaben vorstellen, und mit diesen nach den leichten Regeln dieser Rechnung verfahren. Die Wahl dieser Buchstaben giebt zwar an sich keine Schwürigkeit, weil ein jeder Buchstabe eine iede Grösse bedeuten kan, was sie auch, zu einer andern Grösse ihrer Art, für eine Verhältniß haben mag; und diejenigen, welche man sich in Ansehung anderer als unendlich groß oder unendlich klein vorstellet, machen hierinne keine Ausnahme. Doch kan eine geschickte Wahl derselben, wie überhaupt aller Zeichen, an welche wir unsere Begriffe binden, uns die Betrachtung gar sehr erleichtern. In dieser Absicht erfordern vornehmlich die Grössen, welche so klein sind, daß sie in Ansehung anderer als Nichts betrachtet werden können, gemeiniglich daß man sie besonders zeichne. Dieses geschiehet bey uns also:

§. 3. Wenn x eine Grösse bedeutet, die nicht beständig einerley bleibt, sondern in einem fort wächst oder abnimt, so wird ein Zusatz zu derselben, welcher so klein ist, daß er in Ansehung der ganzen x in keine Betrachtung kömt, durch dx bedeutet; und eben dieses bedeutet auch einen nicht weniger kleinen Abgang, welchen die Grösse x gelitten hat, so daß $x + dx$ die Grösse x mit dem Zusatze, und $x - dx$ dasjenige, so nach dem Abgange übrig geblieben ist, angiebt, und dx überhaupt die Differenz der beiden Grössen $x + dx$ und x, oder x und $x - dx$ bedeutet. Eben so bedeutet dy eine Kleinigkeit, die in Ansehung der y als Nichts betrachtet werden kan, und dz eine andere, die sich auf z eben so beziehet. Der Buchstabe d dienet zu nichts andern, als daß er anzeigt, daß ein so kleiner Theil der x, y, oder z, genommen werden müsse, und giebt in dieser Verbindung keinesweges eine besondere Linie, oder etwas dergleichen an.

§. 4. Die Betrachtung der dergestalt bezeichneten Kleinigkeiten, um welche verschiedene mit einander verknüpfte Grössen zugleich wachsen oder abnehmen, ist von gar vielfältigen und wichtigen Nutzen; sowol in der Geometrie

selbst

selbst, als vornehmlich bey der Anwendung derselben. Denn die Kleinigkeiten dx, dy können dem ohngeachtet, daß man dx in Ansehung der x, und dy in Ansehung der y als Nichts betrachtet, dennoch mit einander verglichen werden, und man kan aus den Verhältnissen derselben ungemein vieles schliessen, so auf eine andere Art kaum zu entdecken ist, und öfters selbst die Grössen der durch ein dergleichen anhaltendes Wachsthum nach und nach entstehenden Dinge heraus bringen; wozu in der sogenanten Differential- und Integral Rechnung Anweisung gegeben wird.

Von den orthographischen Entwürfen.

§. 5. Was nun die orthographischen Entwürfe anlangt, so wird überhaupt eine jede ebene oder körperliche Figur in einer Ebene, was diese auch für eine Lage haben mag, orthographisch entworfen, wenn man von einem jeden Puncte der zu entwerfenden Figur auf die Ebene, in welcher sie zu entwerfen ist, eine gerade Linie dieser Ebene perpendicular ziehet. Das Punct der Ebene, auf welches diese Perpendicularlinie fält, ist alsdenn die Vorstellung desjenigen Puncts der Figur, durch welches sie gezogen ist; und alle diese Puncte, mit einander verknüpft, geben die orthographische Vorstellung oder den orthographischen Entwurf, der gegebenen Figur, in ihrer ebenfalls gegebenen Lage.

§. 6. Die Grundrisse der Baumeister und anderer Künstler, sind orthographische Entwürfe, welche aber dieses besondere haben, daß bey denselben die Fläche des Entwurfs gemeiniglich horizontal oder wagerecht genommen wird: wiewol auch andere orthographische Risse verfertiget werden, zu welchen die Fläche des Entwurfs auf dem Horizonte senkrecht stehet. Ueberhaupt aber ist es gar nicht nothwendig, daß die Fläche, auf welcher eine orthographische Vorstellung entworfen werden soll, die eine oder die andere dieser Lagen habe. Nur muß diese Lage bestimt und völlig bekant seyn.

§. 7. Wenn nun PQ (*T. I. Fig.* 1.) die Fläche des Entwurfs ist, und *T. I. Fig.* 1. A ein Punct ausser derselben, durch welches AB der Fläche PQ perpendicular fält; so ist B, in welchem Puncte AB die Fläche erreichet, die Vorstellung des Puncts A, und zugleich eines jeden andern C oder D, welches in der nach dieser oder jener Seite mehr oder weniger verlängerten AB liegt: so daß alle Puncte,

T. I. Fig. 1. welche in die ins Unendliche verlängerte *AB* fallen, durch einerley Punct *B* vorgestellet werden; welches demnach auch die Vorstellung einer jeden solchen Linie, *AB*, *CB* oder *BD* seyn wird.

§. 8. Die Entfernung des Puncts *A* von der Fläche *PQ* ist *AB*, und so ist *C* von dieser Fläche um *CB*, und das Punct *D* um *BD* entfernet. Diese Entfernungen werden in dem orthographischen Entwurfe von einander nicht unterschieden. Es giebt derselbe nicht einmal an, ob das in *B* entworfene Punct wie *A* und *C* an dieser, oder wie *D* an der andern Seite der Fläche *PQ* liege, oder ob es, wie *B*, wenn dieses zugleich ein Punct der vorzustellenden Figur ist, selbst in diese Fläche falle. Es werden immer, ausser dem orthographischen Entwurfe, noch andere Gründe erfordert diese Entfernungen zu beurtheilen, die zuweilen in unserer Gewalt sind, zuweilen aber nicht.

§. 9. Hieraus folgt, daß unendlich viele von einander gar sehr verschiedene Figuren eben die orthographische Vorstellung haben können; und daß überhaupt dadurch, daß man eine Figur der Fläche ihrer Vorstellung *PQ* nähert, oder von derselben entfernet, der Entwurf derselben niemals geändert werde, wenn bey dieser Annäherung oder Entfernung der Figur alle Puncte derselben in den geraden Linien bleiben, welche durch diese Puncte, bey ihrer ersten Lage, der Fläche *PQ* perpendicular gezogen werden konten. So ist *BEF* zugleich die Vorstellung der Dreyecke *AGH*, *CEI*, *DKL*, und unendlich vieler anderer, deren Ecken in die geraden Linien *AD*, *GK*, *HL* fallen, welche sämtlich der Fläche *PQ* perpendicular sind.

§. 10. Die Vorstellung einer geraden Linie, welche der Fläche *PQ* parallel lieget, ist dieser Linie immer gleich und parallel, wie gar leicht zu sehen ist.
T. I. Fig. 2. Ist aber (*T. I. Fig. 2.*) eine gerade Linie *AB* gegen die Fläche des Entwurfs also geneiget, daß sie diese Fläche antreffen, und mit derselben einen schiefen Winkel einschliessen muß, wenn sie verlängert wird; und man ziehet von den äussersten Puncten dieser *AB* die *AC* und *BD* der Fläche perpendicular; so wird die Fläche des Entwurfs von derjenigen, in welcher die *AC* und *BD* beide liegen, in *CD* geschnitten, und *CD* ist der Entwurf der *AB*. Eben diese *CD* ist zugleich der Entwurf der *AE*, welche in der Fläche *AD* der *CD* parallel lieget, und also genau so groß, als diese *AE*. Wird die Fläche *AD* erweitert, so daß der Dürchschnitt derselben mit der

Fläche des Entwurfs sich weit genug gegen F erstrecket, so wird dadurch auch die CD verlängert, und lauft endlich mit der ebenfals gehörig verlängerten BA in einem Puncte F zusammen, so in der Fläche des Entwurfs lieget: da dann der Winkel, welchen diese beide Linien bey F einschliessen, dem BAE gleich ist. Wird also dieser Winkel, unter welchem die verlängerte AB an die Fläche des Entwurfs anlauft, der Kürze halber I genant, so ist $AB : AE = 1 : cos\ I$, und $AE = AB.\ cos\ I$. Denn es verhält sich in dem rechtwinklichten Dreyecke BAE allerdings AB zur AE wie der Radius zu dem Cosinus des Winkels BAE; und der Radius wird immer, mit vieler Bequemlichkeit, zur Einheit gemacht. T. I. Fig. 2.

§. 11. Vermittelst dieser Regel wird CD, die Länge des Entwurfs der geraden Linie AB, welche verlängert schief an die Fläche des Entwurfs anlauft, gar leicht gefunden. Und es folgt aus derselben, daß wenn zu verschiedenen geraden Linien der Winkel I von eben der Grösse ist, jede dieser Linien zu ihrem Entwurfe eben die Verhältniß $1 : cos\ I$ haben werde, wie auch übrigens die Linien liegen mögen. Also müssen sich auch jede zwo solcher Linien, wie ihre Entwürfe, gegen einander verhalten. Der Winkel I ist das Complement desjenigen, welchen die zu entwerfende AB bey B oder sonst irgendwo, mit der BD einschliesset, die von dannen auf die Fläche des Entwurfs perpendicular fält. Also kan auch gesetzt werden $AB : AE$ oder $CD = 1 : sin\ B$.

§. 12. Es ist aber der Winkel I und folgends auch B, zu zwo verschiedenen geraden Linien, welche orthographisch zu entwerfen sind, nothwendig einerley, wenn sie, wie AB und AG, oder wie AB und GF, Theile von eben der geraden Linie sind, sie mögen nun unmittelbar an einander liegen oder nicht. Es laufen aber auch alle gerade Linien, die einander parallel liegen, unter einerley Winkel an die Fläche des Entwurfs, sowol, wenn sie sämtlich in der Fläche liegen, welche durch zwo derselben hindurch gehet, als auch, wenn sie nicht alle in eine Fläche gebracht werden können.

§. 13. Denn wenn PQ (T. I. Fig 3.) die Fläche des Entwurfs ist, an welche die geraden Linien AB, CD, die einander parallel sind, bey B und D anlaufen, und es gehet durch diese Linien die Fläche PS, welche die vorige in PD schneidet; so kan man dieser Fläche sowol als der PQ die Gestalt eines Rechtecks geben, von welchem PD eine Seite ist. Sind nun in dem Rechtecke T. I. Fig. 3.

T. I Fig. 3. *PS* die Linien *AB*, *CD* so, wie sie in der Zeichnung erscheinen, verlängert, so können die *AE*, *CF* der *PQ* perpendicular gezogen werden, von welchen leicht zu sehen ist, daß sie so fallen müssen, wie sie die Zeichnung vorstellet. Werden nun auch die *EB*, *FD* gezogen, um die Winkel *ABE*, *CDF* zu erhalten, welche die Linien *AB*, *CD* mit der Fläche des Entwurfs einschliessen, so werden, weil die Verhältniß *AB* : *CD* der Verhältniß *AP* : *CP* und diese wieder der Verhältniß *AE* : *CF* gleich ist, die rechtwinklichten Dreyecke *ABE*, *CDF* einander ähnlich, und ihre Winkel bey *B* und *D* bekommen einerley Grösse.

§. 14. Es ist aber der Winkel *ABE* oder *CDF* immer kleiner, als der Winkel *CPF*, welchen die Fläche *PS* mit der *PQ* einschliesset, und desto kleiner, je schiefer *AB*, *DC* an die Linie *PD*, in welcher die Flächen *PS*, *PQ* einander schneiden, anlaufen, das ist, je kleiner der Winkel *ABP* oder *CDP*, und je grösser also *PAB* oder *PCD* wird; und bey eben dem Umstande werden auch die Winkel in der Fläche des Entwurfs *EBP*, *FDP* immer kleiner. Dieses siehet man gar leicht, wenn man auf die rechtwinklichten Dreyecke *APE*, und *ABE* acht hat, welchen die Seite *AE* gemeinschaftlich ist. Denn es ist *EB* immer grösser als *EP*, welche auf die *PD* perpendicular fällt, und übertrift diese *EP* desto mehr, ie länger *PB* wird. Dadurch aber daß *PB* wächst, wird auch der Winkel *PEB* nothwendig vergrössert, und *EBP* verkleinert. Beyde Winkel *ABE* und *EBP* verschwinden gar, wenn *PB* unendlich groß, und dadurch *AB* der *PB* parallel wird, in welchem Fall also *AB* der *EB*, und diese der *PD* parallel werden muß.

§. 15. Sollen also bey unveränderter Lage der Flächen *PS*, *PQ*, die Winkel *ABE*, *EBP* immer grösser werden, so muß das Punct *B* sich dem *P* nähern, indem die beyden übrigen *A* und *E* unverrückt an ihrem Orte bleiben. Fällt dadurch endlich *B* selbst in *P*, und also *AB* auf *AP* und *EB* auf *EP*, so wird auch der Winkel *ABE*, unter welchem *AB* an die Fläche *PQ* anlauft, dem Winkel *CPF*, der die Neigung der Fläche *PS* gegen die *PQ* angiebt, völlig gleich. Grösser als *CPF* kan ein dergleichen Winkel niemals werden. Aber eine jede Linie, welche in der Fläche *PS* der Schneidungslinie *PD* perpendicular gezogen wird, schliesset mit der Fläche *PQ* einen Winkel, der der Neigung dieser Fläche gegen die *PQ* gleich ist, würklich ein.

§. 16.

§. 16. Der orthographische Entwurf eines jeden Theils der ins Unendliche verlängerten AB fält in die nach Nothdurft verlängerte BE; gleichwie der Entwurf eines ieden Theils der CD in DF fält; und es ist leicht zu sehen, daß diese Linien BE, DF einander parallel seyn müssen, wenn AB und CD parallel sind. Man kan sich also der Winkel EBP, FDB bedienen, die Lage dieser Entwürfe zu bestimmen; gleichwie die Grössen derselben durch die Cosinus der Winkel ABE, CDF gegeben werden. Es werden aber die Winkel der Dreyecke DCF und FDP aus den gegebenen CPF und PCD, deren erstern CPF wir I genennet haben, den zweiten PCD aber H nennen wollen, folgender Gestalt gefunden. Wir hatten $PF = PC. \cos I$; aus der Proportion $1 : \tan H = PC : PD$ aber folgt; $PD = PC. \tan H$. Nun ist auch $PF : PD = 1 : \tan PFD$, also $\tan PFD = \frac{PC. \tan H}{PC. \cos I} = \frac{\tan H}{\cos I}$. Eben so ist auch für den Winkel FCD, die Seite $CF = PC. \sin I$, und aus der Proportion $\cos H : 1 = PC : CD$ fliesset $CD = \frac{PC}{\cos H}$. Da nun $DC : CF = 1 : \sin CDF$, so ist $\sin CDF = \frac{CF}{DC} = \frac{PC. \sin I. \cos H}{PC} = \sin I. \cos H$, wodurch zugleich die Ergänzung dieses Winkels CDF und dessen Cosinus bekant wird, welcher bey dem Entwurf der Linie CD, oder eines Theils derselben zu gebrauchen ist (10). Eben diese Winkel werden durch die Regeln angegeben, welche zur Auflösung der rechtwinklichten Kugeldreyecke, oder der rechtwinklichten dreyseitigen Ecken dienen. Denn es ist in der That $CDPF$ eine dergleichen Ecke, in welcher CDF gerade auf der Seite FDP stehet, und CPF ist der dieser CDF entgegen gesetzte Winkel. T. I. Fig. 3.

§. 17. Ist nun (T. I. Fig. 4.) ab, eine in der Fläche PR nach Willkühr gezogene gerade Linie, in der Fläche PQ zu entwerfen, welche mit jener einen Winkel von der Grösse I einschliesset; und es ist der Anfang dieser Linie a richtig in A entworfen worden, indem man aM der MN, in welcher die Flächen einander schneiden, perpendicular gemacht, von dem Puncte M in der Fläche PQ die MA eben der MN perpendicular gezogen, und die Länge derselben durch die Verhältnisse $Ma : MA = 1 : \cos I$ bestimmet hat: so könte man sich der nach dieser Anweisung aus den gegebenen $M\ a\ b$ und I heraus zu bringenden Winkel bedienen, T. I. Fig. 4.

T. I. Fig. 4. nen, auch das Ende *b* dieser Linie in *B* zu entwerfen. Man müste aus dem Winkel *I*, und dem gegebenen *Mab* den *MAB* finden, und nachdem man die *AB* unter diesem Winkel an *MA* gesetzet hat, die Länge derselben durch den andern Winkel bestimmen, mit welchem die verlängerte *ab* an die Fläche des Entwurfs anlauft, das ist, durch den Winkel *CDF*, oder *ABE* der vorigen Zeichnung. Auf diese Art könte der orthographische Entwurf einer ieden in der Ebene *PR* beschriebenen geradlinichten Figur vollendet werden.

§. 18. Viel leichter aber wird auch aus *b* die *bN* der Schneidungslinie *MN* perpendicular gezogen, und darauf in *NB*, welche derselben *MN* ebenfalls perpendicular ist, vermittelst der Verhältniß 1 : *cos I* das Punct *B*, welches der Entwurf des *b* seyn soll, eben so bestimmet, wie *A* in der *MA* gefunden worden ist; und vermittelst einer hinlänglichen Anzahl solcher Puncte wird der Entwurf einer ieden ebenen Figur vollendet. Die Arbeit wird dadurch, daß die Verhältniß *I* : *cos I* immer dieselbe bleibt, gar sehr erleichtert. Und da, wenn nur die Grösse des Winkels *I* nicht geändert wird, eine iede in der Fläche *PR* der *MN* parallel lauffende Linie anstatt dieser *MN* zur Schneidungslinie angenommen werden kann, weil sie eben den Entwurf giebt (9); so kan auch eine geschickte Entfernung dieser Linie von der zu entwerffenden Figur etwas zur Erleichterung der Arbeit beytragen. Der Winkel *I* hat in dieselbe keinen weitern Einfluß, als daß er die Verhältniß 1 : *cos I* angiebt. Ist diese gefunden, so wird der Winkel *I* am besten gar vernichtet, indem man die Fläche *PR* so lang um die Schneidungslinie *MN* drehet, bis die in derselben verzeichnete Figur selbst in die Fläche des Entwurfs *PQ* zu liegen komt; da denn auch *Ma* auf *MA*, und *Nb* auf *NB* fält, wiewol nicht *a* auf *A* oder *b* auf *B*.

T. I. Fig. 5. §. 19. Wenn nun (*T. I. Fig.* 5.) *adbc* eine ebene Figur von dieser oder einer andern Art, und *ADBC* der Entwurf derselben zur Schneidungslinie *MN* ist, von welchem man sich immer vorstellen kan, daß er nach der eben beschriebenen Anweisung verfertiget worden sey: so fallen diese Figuren *adbc*, *ADBC* beide zwischen die Linien *aM*, *bN*, welche der *MN* perpendicular, und also einander parallel sind, so daß sie sowol die eine dieser Linien bey *a* und *A*, als auch die andere bey *b* und *B*, erreichen. Wird aber zwischen beiden eine dritte Linie *Lc* der *MN* ebenfals perpendicular, und also der *Ma* oder *Nb* parallel gezogen, so verhält sich *Lc* zur *LC* wie 1 : *cos I*, und zugleich *Ld* zur *LD* wie 1 : *cos I*. Demnach ist auch

auch $(Lc - Ld) : (LC - LD) = 1 : cos. I$. Nun ist aber $Lc - Ld =$ T. I. Fig. 5.
dc, und $LC - LD = DC$. Es hat also zu einem jeden zwischen M und N genommenen Punct L, durch welches die Lc dergestalt gezogen werden mag, der Theil dieser Linie dc, welcher in die Figur $adbc$ fällt, zu DC, dem Theil derselben in der Figur $ADBC$, immer die nehmliche Verhältniß $1 : cos\ I$: woraus, vermittelst des Grundsatzes dessen wir uns in der Geometrie (*) bey der Vergleichung der ebenen Figuren bedienen, gar leicht geschlossen wird, daß auch die Figur $abcd$ gegen ihren Entwurf $ABCD$ eben die Verhältniß $1 : cos\ I$ haben werde, welche Eigenschaft der orthographischen Entwürfe allerdings merkwürdig ist.

§. 20. Es folgt daraus, daß, wenn f und g zwo in eben der Fläche beschriebene geradlinichte oder krumlinichte Figuren sind, und F ist der orthographische Entwurf der ersten dieser Figuren f, in einer Fläche, die mit jener den Winkel I einschliesset, G aber der orthographische Entwurf der zweiten g, in eben der Fläche: die Verhältniß $f : F$ der $g : G$ immer gleich seyn werde, weil jede derselben der Verhältniß $1 : cos\ I$ gleich ist. Es ist also bey diesem Umstande auch $f : g = F : G$; und wenn $f = g$, so werden auch F, G, die Entwürfe dieser gleichen Figuren, einander gleich. Und da f, g auch gleiche Theile eben der Figur seyn können, wodurch F und G die Entwürfe dieser Theile werden, so wird der Entwurf einer in zween gleiche Theile getheilten Figur, durch die zugleich entworfene gerade oder krumme Theilungslinie, ebenfalls in zween einander gleiche Theile getheilet. Und eben dieses ist auch bey jeder andern Zahl gleicher Theile richtig, die man der zu entwerfenden Figur geben mag. Der orthographische Entwurf dieser Figur, wird durch die zugleich mit entworfene Theilungslinien immer in eben so viel einander gleiche Theile zerfället.

Von der Ellipse.

§. 21. Soll nun eine Scheibe in einer Fläche, welche derselben parallel liegt, orthographisch entworfen werden, so folgt aus diesen Begriffen unmittelbar, daß der Entwurf eine Scheibe von eben der Grösse seyn werde, deren Mittelpunct sich in der aus dem Mittelpunct der zu entwerfenden Scheibe auf die Fläche des Entwurfs perpendicular fallenden Linie befindet. Und eben so leicht ist einzusehen,

(*) In meinen Anfangsgr. der Arithm. und Geom. vom J. 1773. im 457. §, welcher allerdings diese Ausdehnung leidet.

sehen, daß der Entwurf einer Scheibe, deren Fläche der Fläche des Entwurfs perpendicular ist, eine gerade Linie seyn werde, die ganz in diejenige fällt, in welcher diese zwo Flächen einander schneiden, und dem Durchmesser der Scheibe gleichet; wie auch, daß die Vorstellung des Mittelpuncts dieser Scheibe in die aus dem Mittelpunct selbst, an eben den gemeinschaftlichen Durchschnitt zu ziehende Perpendicularlinie fallen müsse. Ist aber die Fläche der Scheibe derjenigen, auf welcher sie entworfen werden soll, weder parallel noch senkrecht; so wird der Entwurf immer eine Ellipse, welche bald weniger bald mehr von einem Cirkel abweichet. Denn wir können dem Entwurf diesen Namen eben sowol geben, als einen jeden andern; ob zwar erst die nach und nach zu entdeckenden Eigenschaften des Entwurfs werden zeigen können, daß die Figur desselben keine andere sey, als die den Geometern von Alters her unter dem Namen der Ellipsen bekante.

T. I. Fig. 6. §. 22. Es sey der Cirkel *adbe* (*T. I. Fig.* 6.) in einer Fläche beschrieben, welche gehörig erweitert, die Fläche *PQ* in einer geraden Linie schneiden würde, die der *PR* parallel ist, und *I* bedeute auch hier den Winkel, welchen die Fläche des Cirkels mit der Fläche *PQ* einschliesset. Soll nun der Cirkel in dieser Fläche *PQ* orthographisch entworfen werden, so ist klar, daß wenn *c* der Mittelpunct des Cirkels, und *cC* aus demselben auf die Fläche *PQ* perpendicular ist, *C* die Vorstellung dieses Mittelpuncts seyn werde. Wird nun durch *c* der Durchmesser *ab* nach Belieben gezogen, und gehörig in *AB* entworfen, so muß, weil $ac = cb$, auch *AC* der *CB* gleich seyn. Dieses ist immer so, was man auch für einen Durchmesser, anstatt *ab* durch *c* ziehen mag. Die Vorstellung dieses Durchmessers wird immer durch *C* gehen, und von diesem Puncte in zwey gleiche Theile getheilt werden. Man konte aus dieser Ursache das Punct *C* gar wol den Mittelpunct der Ellipse nennen.

§. 23. Es sind aber die, wie *AB* durch diesen Mittelpunct der Ellipse *C* gezogene Linien, welche sich beiderseits in dem Umkreise derselben endigen, nicht sämtlich von eben der Länge. Denn der Winkel, welchen der verlängerte Durchmesser *ba* mit der Fläche des Entwurfs *PQ* einschliesset, ist nicht bey jeder Lage dieses Durchmessers einerley (14). Er ist dem *I* gleich, wenn der verlängerte Durchmesser auf die der *PR* parallel liegende Schneidungslinie perpendicular fällt, und verschwindet ganz und gar, wenn er derselben parallel lauft; ausserdem aber kan er

eine

eine jede Grösse zwischen 0 und I haben (15). Wird also der besondere nach der (16) gegebenen Anweisung zu findende Winkel, unter welchem jeder Durchmesser des Cirkels würklich an die Fläche des Entwurfs anlauft, i genant, so hat i keineswegs eine beständige Grösse. Gleichwie aber $ab : AB = 1 : \cos i$, wenn i den zu dem Durchmesser ab gehörigen Winkel bedeutet, so hat auch jeder andere Durchmesser zu seiner Vorstellung die Verhältniß des Radius zu seinem $\cos i$, wodurch überhaupt, wenn $2a$ den Durchmesser des entworfenen Cirkels $abde$ bedeutet, die Vorstellung eines jeden besondern Durchmessers desselben die Grösse $2a. \cos i$ bekömt. Da nun also der Cosinus des grössern Winkels immer kleiner ist als der Cosinus des kleinern, so muß eine jede Vorstellung des Radius desto kleiner werden, je grösser der zu diesem Radius gehörige i ist. Ist $i = I$, so wird die Vorstellung $2a. \cos I$. Diese ist die kleinste unter allen. Wird aber $i = 0$, so wird $\cos i = 1$, und die Vorstellung $2a$, welche unter allen die gröste ist. Zwischen diese Gränzen müssen die Grössen aller übrigen durch den Mittelpunct der Ellipse bis beiderseits an den Umkreis derselben gezogenen Linien fallen: und die Grösse einer jeden kan vermittelst der Grösse des Winkels i gefunden werden, wenn man sie brauchet. *T. I. Fig. 6.*

§. 24. Wenn in dem Cirkel dem nach Belieben angenommenen Durchmesser ab die Sehne de perpendicular gemacht wird, so wird diese bey f von dem Durchmesser in zwo Hälften zerschnitten, und eben so wird auch eine jede andere Sehne des Cirkels getheilt, welche der de parallel ist. Ist nun DE in der Ellipse die Vorstellung der Sehne de, so wird diese von AB, der Vorstellung des Durchmessers ab, bey F ebenfalls in zwo Hälften getheilet, weil die aus f an die Fläche PQ perpendicular gezogene Linie, nothwendig durch F gehen muß. Und da eine jede andere gerade Linie, welche in der Ellipse der DE parallel geordnet werden kan, als die Vorstellung einer der de parallel liegenden Sehne des Cirkels anzusehen ist, so wird eine jede dieser Linien von der AB eben so, nehmlich in zwey gleiche Theile, getheilet. Die Sache ist von einer jeden durch C gezogenen geraden Linie richtig, deren jede eine Menge gerader Linien, welche in der Ellipse einander parallel gezogen werden können, dergestalt schneidet; und dieses hat Anlaß gegeben, eine jede durch C gezogene Linie einen Durchmesser der Ellipse zu nennen.

§. 25. Unter den einander parallel geordneten Linien, welche von diesem oder jenem Durchmesser der Ellipse in Hälften getheilet werden, gehet immer eine durch den Mittelpunct C, und ist also ebenfalls ein Durchmesser, welcher mit dem vorigen eben dadurch verbunden wird, daß er unter den parallel Linien, welche jener theilet, mit stehet. Demnach sind jede zween mit einander verbunde-
T. I. Fig. 7. ne Durchmesser der Ellipse AB und DE (*T. I. Fig.* 7.) die Entwürfe zweener Durchmesser des Cirkels ab, de, die einander gerade durchschneiden, und den Cirkel in die vier gleiche Ausschnitte acd, dcb, u. s. w. theilen: woraus so gleich geschlossen werden kan, daß jeder der vier Ausschnitte der Ellipse ACD, DCB, BCE, ECA, in welche sie durch die zween mit einander verbundene Durchmesser AB, DE getheilet wird, dem vierten Theil der ganzen Ellipse, und also einem jeden andern solchen Ausschnitte gleich seyn müsse; wie auch, daß alle Dreyecke, welche die Hälften verschiedener mit einander verbundenen Durchmesser mit den Sehnen AD, DB, BE, EA einschliessen, und die Abschnitte AD, DB, BE, EA, samt vielen andern Figuren, die eine kurze Betrachtung entdecken kan (20), einerley Grösse bekommen.

§. 26. Die Winkel aber, welche zween mit einander verbundene Durchmesser der Ellipse bey C einschliessen, sind nur in einem gewissen Falle gerade. Denn wenn die gerade Linie cp, welche in der Fläche des Cirkels an diejenige perpendicular anlauft, in welcher diese Fläche die Fläche des Entwurfs durchschneidet, den Winkel acd würklich theilet, und es ist CP der Entwurf dieser cp, so ist der Winkel ACP grösser als acp, und PCD grösser als pcd (16); also auch der aus beiden erstern zusammengesetzte ACD grösser als der rechte Winkel acd, wodurch der daneben stehende DCB nothwendig kleiner wird, als der ebenfalls gerade Winkel dcb. Es können also die Winkel ACD, DCB nur in dem Falle gerade werden, wenn acp oder pcd verschwindet, indem einer der Halbmesser ac oder dc selbst in die pc fällt.

§. 27. Soll nun auch die Grösse eines Durchmessers, oder der Hälfte desselben AC, aus den Winkeln I und acp, welchen wir oben H genennet haben, bestimmet werden, so ist der Sinus des Winkels i, mit welchem die verlängerte cp an die Fläche des Entwurfs anläuft, $= \sin I. \cos H$ (16), also $\cos i = \sqrt{(1 - (\sin I)^2 (\cos H)^2)}$. Der Halbmesser des Cirkels $adbe$ wird künftig immer unter der Benennung a vorkommen, und diese giebt $AC = a. \cos i =$

$a\sqrt{}$

$a\sqrt{(1 - (\sin I)^2(\cos H)^2)}$. Auf eben die Art wird auch DC aus den Winkeln I und pcd gefunden. Will man aber die angenommene Benennungen beybehalten: so ist, wenn die Durchmesser AB, DE mit einander verbunden sind, pcd die Ergänzung des acp zu einen rechten Winkel, und also $\cos pcd = \sin H$, wodurch entstehet $DC = a\sqrt{(1 - (\sin I)^2(\sin H)^2)}$. Werden nun die Quadrate dieser AC und DC genommen, so wird eine besondere Eigenschaft jeder zween mit einander verbundenen Durchmesser einer Ellipse entdecket. Es ist nehmlich $AC = aa - aa(\sin I)^2(\cos H)^2$, und $DC^q = aa - aa(\sin I)^2(\sin H)^2$: demnach $AC^q + DC^q = 2a^2 - a^2(\sin I)^2 . ((\cos H)^2 + (\sin H)^2)$. Nun ist $(\cos H)^2 + (\sin H)^2$ immer dem Quadrat des zur Einheit angenommenen Radius gleich, und also ebenfalls $= 1$; folgends $AC^q + DC^q = 2a^2 - a^2(\sin I) = a^2 + a^2(1 - (\sin I)^2) = a^2 + a^2(\cos I)^2$. Diese Grösse hat also die Summe der Quadrate jeder zween mit einander verbundenen halben Durchmesser beständig: und wir werden alsbald sehen, daß a und $a \cos I$, zu eben der Ellipse gehörige mit einander verbundene halbe Durchmesser sind. T. I. Fig. 7.

§. 28. Wenn wir nehmlich nun wieder zu der sechsten Zeichnung zurückkehren, und uns in derselben den Durchmesser des Cirkels ab so vorstellen, daß er verlängert, an die der PR parallel liegende Schneidungslinie perpendicular anlauffen muß, so werden alle diesem Durchmesser perpendicular gezogene Sehnen de dieser PR parallel. Und eben dadurch wird auch der Durchmesser AB, welcher der Entwurf des ab ist, der PR perpendicular, die Vorstellungen der Sehnen, aber kommen der PR parallel zu liegen. Nunmehro sind die Winkel bey F nothwendig gerade; also müssen auch die mit einander verbundenen Durchmesser, deren einer AB, der andere aber der DE parallel ist, einen rechten Winkel einschliessen. Diese Durchmesser der Ellipsen werden die Axen derselben genennet. T. I. Fig. 6.

§. 29. Es bedeute noch immer a die Länge des Radius des um c beschriebenen Cirkels. Da nun die eine Axe der Ellipse der PR parallel lieget, so wird die Länge dieser Axe $2a$ seyn, und ihre Hälfte a: die andere aber, welche auf die PR perpendicular fällt, wird die Grösse $2a . \cos I$ bekommen, und ihre Hälfte wird $a . \cos I$ seyn. Jene $2a$ ist grösser als ein jeder anderer Durchmesser der Ellipse, und diese $2a . \cos I$ ist kleiner, als ein jeder dieser Durchmesser

T. I. Fig. 6. (23). Desto besser können die zwo Axen durch die Beywörter der grössern und der kleinern von einander unterschieden werden. Man siehet leicht, daß die letztere dieser Axen desto kleiner ausfallen müsse, je grösser der Winkel I genommen wird, indem die erstere bey jeder Grösse dieses Winkels ihre Länge $2a$ behält.

§. 30. Es hat aber auch eine jede Sehne des Cirkels $abed$, welche bey ihrer Verlängerung auf die der PR parallel liegende Schneidungslinie perpendicular fällt, zu ihrer Vorstellung in der Ebene PQ die Verhältniß $1 : \cos I$; und diese Vorstellung ist der kleinern Axe der Ellipse parallel, in einer Entfernung, die so groß ist, als die Entfernung der Sehne von c, dem Mittelpunct ihres Cirkels: von der grössern Axe aber wird jede dieser Vorstellungen in zwo Hälften getheilet. Dieses giebt eine bequeme Anweisung an die Hand, wenn die Lage der Schneidungslinie PR, und der Ort des Mittelpuncts C in der Fläche PQ bekant sind, eine Scheibe, deren halber Durchmesser a, und ihre Neigung gegen die Fläche PQ, I ist, in dieser Fläche würklich zu entwerfen. Es wird (T. I. Fig. 8.) durch C die AB der Schneidungslinie parallel gezogen, und um C, mit dem Radius $CA = a$, ein Cirkel $AdBe$ beschrieben, welcher dem zu entwerfenden gleich seyn wird. In diesem Cirkel wird der Durchmesser de dem vorigen AB perpendicular gemacht, und diesem de, werden so viele Sehnen fg, als man will, parallel geordnet. Nun wird gemacht, $Cd : CD = 1 : \cos I = Ce : CE = Hf : HF = Hg : HG$, und eben so wird mit einer jeden andern Sehne verfahren. Alsdenn kan durch die gefundene Puncte D, F, E, G, und durch die beiden A, B, die Ellipse, welche die verlangte Vorstellung seyn wird, genau genug gezeichnet werden.

T. I. Fig. 8.

§. 31. Wir müssen uns bey dieser Beschreibung etwas aufhalten, weil sie von mannigfaltigem Gebrauche ist. Sie machet die Verhältnisse $Cd : CD$, $Hf : HF$ und alle andere dieser Art, einander gleich, und so groß als die Verhältniß $1 : \cos I$, so daß, wenn eine dieser Verhältnisse $Cd : CD$, $Hf : HF$, $1 : \cos I$ gegeben ist, die übrigen alle bekant werden. Hieraus folget sogleich, daß zwo zu verschiedenen Cirkeln, aber einerley Winkel I, entworfene Ellipsen einander ähnlich werden müssen, und eine kleine Betrachtung kan dieses deutlicher machen, als viele Worte. Wird also der Kürze wegen CD durch den Buchstaben c angedeutet, so sind alle Ellipsen einander ähnlich, in welchen

chen a zur c, das ist Cd zur CD, oder AC zur CD, eben die Verhältniß hat. T. I. Fig. 8.
Dieses kan zu einen Kennzeichen der Aehnlichkeit dieser Figuren dienen, ohne welchem sie nicht statt haben kan.

§. 32. Es können aber auch, wenn die beiden Axen der Ellipse gegeben sind, so viele Linien HF, und so viele Puncte des Umkreises F gefunden werden, als man haben will, wenn ausser dem vorigen $AdBe$, man noch einen andern Cirkel um C beschreibt, dessen Durchmesser die kleinere Axe DE ist. Wird alsdenn der Radius fC gezogen, welcher den Umkreis des kleinern Cirkels in K schneidet, so darf man nur durch das Punct K eine Linie der AB parallel ziehen, welche fg in dem gesuchten Punct F schneiden wird; weil dadurch allerdings die Verhältniß $fH : FH$ der Verhältniß $fC : KC$ das ist, $dC : DC$ oder $AC : DC$, gleich werden muß.

§. 33. Nun sind in dieser Zeichnung die Ausschnitte dCf, DCK einander ähnlich, und jeder der Bogen df, DK hält so viele Grade und Minuten, als das Maaß des Winkels DCK, welches wir M nennen wollen. Geben wir also dem Winkel DCK diese Grösse, so können wir versichert seyn, daß der elliptische Bogen DF der Entwurf eines Bogens von eben so viel Graden und Minuten seyn werde, als deren M enthält. Denn weil DF bestimmt wird, indem man fH ziehet, so ist immer DF der Entwurf von df. Und umgekehrt kan, wenn auch die beiden Cirkel nicht beschrieben sind, aus der blossen Ellipse und ihren Axen, die Zahl der Grade und Minuten des Bogens df gefunden werden, welcher durch einen elliptischen Bogen DF oder BF vorgestellt wird, dessen Anfang in eine der Axen fällt. Denn wenn man FH ziehet, so wird in dem grössern Cirkel CH der Sinus zu df, und der Cosinus zu Bf, in dem kleinern Cirkel aber wird HF der Cosinus zu DK, und der Sinus zu LK. Man hat also fC oder $AC : CH = 1 : \sin M$, und CK oder $CD : FH = 1 : \cos M$, und es kan hieraus M, und seine Ergänzung zu 90 Graden, gefunden werden. T. I. Fig. 6.

§. 34. Es sey (T. I. Fig. 6.) ausser der de in dem zu entwerfenden Cirkel noch eine andere Sehne gb gezogen, welche die vorige in k schneidet: so wird der Entwurf dieser neuen Sehne, GH, den Entwurf der vorigen ebenfalls schneiden, und der Punct K, in welchem der Durchschnitt geschiehet, wird in die Li- T. I. Fig. 6.

T. I. Fig. 6. nie fallen, welche aus k der Fläche PQ perpendicular gezogen werden kan. Wird nun anstatt des $\cos i$, für die Sehne de, grösserer Deutlichkeit wegen, n gesetzt, und der $\cos i$ für die andere Sehne gh durch m bedeutet, so ist $dk : DK = 1 : n$, wie auch $ke : KE = 1 : n$, folgends $dk.ke : DK.KE = 1 : nn$, oder $DK.KE : dk.ke = nn : 1$. Bey der andern Sehne aber ist $gk : GK = 1 : m$ und zugleich $kh : KH = 1 : m$, also $gk.kh : GK.KH = 1 : mm$. Wir wissen daß $dk : gk = kh : ke$, und schliessen daraus $dk.ke = gk.kh$. Vermittelst dieser Gleichheit aber folgt aus den gefundenen Proportionen $DK.KE : dk.ke = nn : 1$ und $gk.kh : GK.KH = 1 : mm$, diese neue, $DK.KE : GK.KH = nn : mm$, welche demnach bey der Ellipse immer statt finden wird.

§. 35. Nun ist eine jede in der Fläche PQ der DE parallel gezogene Linie der Entwurf einer andern, welche in der Fläche des Cirkels der de parallel lauft, und der $\cos i$ für diese Linie ist ebenfalls n, wie für die de. Eben dieses ist auch von einer jeden der GH parallel laufenden Linie richtig, für deren jede $\cos i$, so wie für die GH selbst, m ist: und in der Geometrie (*) wird der Satz $dk.ke = gk.kh$ auch in dem Falle erwiesen, wenn das Punct k ausser dem Cirkel liegt, und die Sehnen verlängert werden müssen, wenn sie einander daselbst schneiden sollen: da denn auch K ausser der Ellipse zu liegen kömt. Hieraus folget dieser Satz: Wenn in einer Ellipse, (T. I. Fig. 9.) die Linien DE einander parallel geordnet werden, und man ziehet noch andere GH, einander ebenfalls parallel, deren jede eine der vorigen in K schneidet; so werden, wenn nur KD, KE, wie auch KG, KH immer von eben dem Punct K angenommen werden, die Verhältnisse aller Rechtecke $DK.KE : KG.KH$ einander gleich ausfallen; weil nehmlich jede derselben der Verhältniß $nn : mm$ gleich ist.

T. I. Fig. 9.

§. 36. Aus diesem allgemeinen Satz lassen sich verschiedene andere herleiten, unter welchen hier die folgenden anzumerken sind. Wenn ein K in den Mittelpunct der Ellipse fällt, so daß die beiden durch dasselbe gezogene Linien DE, GH, Durchmesser derselben werden: so wird zu diesen Punct $KD = KE$, und $GK = KH$, also $KD.KE = KD^q$ und $KG.KH = KG^q$, welche Quadrate sich demnach wie jede andere dergleichen Rechtecke, $KD.KE$, $KG.KH$ gegen einander verhalten müssen.

§. 37.

(*) Im 439sten §.

§. 37. Ist aber (*T. I. Fig.* 10.) mit dem Durchmesser der Ellipse AB ein anderer DE dergestalt verbunden, daß alle diesem DE parallel gezogene GH von dem vorigen AB in gleiche Theile geschnitten werden: so verwandelt sich die allgemeine Proportion (35) in diese: $AK.KB : KG.KH = AC.CB : CD.CE$, oder $AK.KB : KG^q = AC^q : CD^q$; das Rechteck $AK.KB$ ist, nachdem das Punct K in dem Durchmesser AB genommen wird, verschieden, wie auch das dazu gehörige Quadrat, KG^q; die Verhältniß aber des Rechtecks zu dem Quadrate bleibt immer einerley, und gleich der Verhältniß der Quadrate aus den halben Durchmessern $AC^q : CD^q$. T. I. F. 10.

§. 38. Der Umstand, da AB, DE die beiden Axen der Ellipse sind, wird hier nicht ausgenommen, es mag nun AB die grössere und DE die kleinere, oder umgekehrt AB die kleinere und DE die grössere Axe seyn. Wird in jedem dieser Fälle CK der Kürze wegen x, und die dazu gehörige KG, y genennet, c aber bedeutet die Hälfte der kleinern Axe, indem noch immer a die Hälfte der grössern ist; so ist, wenn anstatt der AB die grössere Axe $2a$ genommen wird, nach der verschiedenen Lage des Puncts K in Ansehung des Mittelpuncts, entweder $AK = a - x$, und $KB = a + x$, oder $AK = a + x$, und $KB = a - x$, also in jeder Lage $AK.KB = aa - xx$; und demnach $(aa - xx) : yy = aa : cc$. Wird aber anstatt AB die kleinere Axe $2c$ genommen, so wird entweder $AK = c - x$, und $KB = c + x$, oder $AK = c + x$, und $KB = c - x$, also in beiden Lagen des Puncts K, $AK.KB = cc - xx$, und $(cc - xx) : yy = cc : aa$. Wir werden uns aber nur an die erste dieser Proportionen halten, die gar leicht in die Gleichung $aayy = cc(aa - xx)$ verwandelt wird.

§. 39. Es lässet sich diese Proportion auch unmittelbar aus der Beschreibung der Ellipse (30) herleiten, welche verlangte, daß (*T. I. Fig.* 8.) überall gemacht werde, $fH : FH = dC : DC$. Denn wenn hier wieder CH durch x, und die dazu gehörige FH durch y bedeutet wird, so wird eben die Proportion durch $fH : y = a : c$ ausgedruckt, woraus folgt $fH^q : yy = aa : cc$. Nun ist $fH^q = fC^q - CH^q = aa - xx$, also $(aa - xx) : yy = aa : cc$. Aus den angeführten Sätzen aber ist zu sehen, daß diese Proportion nicht für die Axen allein gelte, sondern bey jeden zween mit einander verbundenen Durchmessern statt habe. T. I. Fig. 8.

§. 40. Wir bleiben indessen noch immer bey den Axen stehen, unter
T. I. F. 11. welchen AB die grössere ist. Wird nun (*T. I. Fig.* 11.) auf diese Axe von dem Mittelpunct C zu beiden Seiten eine Linie $CF = CG$ getragen, die sich zur a verhält, wie $\sin I$ zu 1, und also durch $a . \sin I$ ausgedruckt werden kan; so werden dadurch zwey Puncte F und G bemerket, welche hier eine vorzügliche Betrachtung verdienen: weswegen sie auch besondere Namen bekommen. Wir wollen sie die Nabel der Ellipse nennen. Eine der Linien FC, CG selbst aber heisset die Eccentricität, welche also nichts anders ist, als die Entfernung eines Nabels von dem Mittelpuncte. Diese soll durch e bedeutet werden, und demnach seyn $e = a . \sin I$.

§. 41. Weil nun der Radius des Cirkels, aus welchem die Sinus genommen werden, hier immer die Einheit ist, so wird $(\sin I)^2 = 1 - (\cos I)^2$, und also $ee = aa - aa(\cos I)^2$. Nun war $c = a . \cos I$, und also $cc = aa . (\cos I)^2$. Wird dieses in das vorige gebracht, so kömt $ee = aa - cc$, oder $ee + cc = aa$, woraus erhellet, daß die drey Linien e, c, a, unter welchen a die gröste ist, Seiten eines rechtwinklichten Dreyecks abgeben können, und daß aus zwoen derselben die dritte immer zu finden sey. Wird nun in der Gleichung $aayy = cc(aa - xx)$ anstatt cc gesetzt $aa - ee$, so kömt $aayy = (aa - ee)(aa - xx)$, oder, wenn würklich multipliciret wird, $aayy = a^4 - aaxx - aaee + eexx$. Dividiret man hier beiderseits durch aa, so wird erhalten $yy = aa - xx - ee + \frac{eexx}{aa}$, welchen Werth des yy wir alsbald gebrauchen werden.

§. 42. Es ist nehmlich die Länge der geraden Linie FH, welche aus dem Nabel F, bis an ein in dem Umkreis der Ellipse nach Belieben angenommenes Punct H reichet, aus a, c, e, und aus $CK = x$ zu bestimmen, wenn HK aus dem Punct H auf AB perpendicular fällt. Liegt nun das Punct H so, wie es hier vorgestellet wird, so ist $FK = e + x$, und $FK^q = ee + 2ex + xx$. Und wenn man die gesuchte FH durch r andeutet, so wird die Gleichheit $FH^q = FK^q + HK^q$ also ausgedruckt, $rr = ee + 2ex + xx + yy$. Setzet man aber, anstatt yy, den eben gefundenen Werth desselben, so wird $rr = ee + 2ex + xx + aa - xx - ee + \frac{eexx}{aa}$, oder $rr = aa + 2ex + \frac{eexx}{aa}$, weil

die

die übrigen Quadrate einander vernichten. Nun ist $aa + 2ex + \frac{eexx}{aa}$, das T. I. F. II. Quadrat zu der Wurzel $a + \frac{ex}{a}$ oder $\frac{aa + ex}{a}$. Werden also anstatt der Quadrate ihre Wurzeln genommen, so komt $r = \frac{aa + ex}{a}$, oder $r = a + \frac{ex}{a}$: und weil $e = a. \sin I$ (40), folgends $\frac{e}{a} = \sin I$, so kan auch gesetzt werden $r = a + x. \sin I$.

§. 43. Es ist andem, daß das Quadrat $aa + 2ex + \frac{ee}{aa}$, ausser der gebrauchten, noch eine andere Wurzel hat, nehmlich $-\frac{aa + ex}{a}$. Weil aber die dadurch angezeigte r nicht der Grösse, sondern blos ihrer Lage nach von der vorigen verschieden ist; so haben wir uns damit nicht zu beschäftigen. Auch wird, wenn K nicht zwischen C und B, sondern zwischen C und A fällt, nicht wie vorher $r = \frac{aa + ex}{a}$, sondern $r = \frac{aa - ex}{a}$ oder $r = \frac{ex - aa}{a}$ gefunden. Es sind aber auch die r, welche durch diese zween letzten Ausdrücke angegeben werden, nicht der Grösse, sondern nur der Lage nach, von einander verschieden; und $\frac{aa - ex}{a}$ wird aus $\frac{aa + ex}{a}$ unmittelbar erhalten, wenn man nur dem x das gegenseitige Zeichen giebt, wie geschehen muß, wenn CK sich von C gegen A erstrecket, da FK nicht mehr durch $e + x$, sondern durch $e - x$, oder $x - e$ auszudrucken ist. In diesem Verstande kan der zu erst gefundene Ausdruck $r = \frac{aa + ex}{a}$ als allgemein betrachtet werden.

§. 44. Aus diesem Grunde kan auch GH, die Entfernung eben des Puncts H von dem andern Nabel der Ellipse, unmittelbar aus dem gefundenen Werthe des r hergeleitet werden, wenn man nur in demselben anstatt e setzet $-e$. Denn CG ist nichts anders als CF in der verkehrten Lage. Ist also nach dem

 verschie-

T. I. F. II. verschiedenen Orte des angenommenen Puncts H, $FH = \frac{aa + ex}{a}$, oder $a + x.\sin I$ (42), so wird die dazu gehörige $GH = \frac{aa - ex}{a} = a - x.\sin I$. Ist aber $FH = \frac{aa - ex}{a} = a - x.\sin I$, so wird zu eben dem Puncte $GH = \frac{aa + ex}{a} = a + x.\sin I$. Woraus in beiden Fällen fliesset $FH + HG = a + x.\sin I + a - x.\sin I = 2a$, und $FH - HG = 2x.\sin I$. Es ist also die Summe zwoer von den beiden Nabeln einer Ellipse nach eben den Punct ihres Umkreises gezogener geraden Linien, $FH + HG$, immer von einer beständigen Grösse, und gleich der grössern Axe derselben AB; ihr Unterschied aber ist $2x.\sin I$, aus welchen Längen, $2a$ und $2x.\sin I$, wenn sie bekant sind, die FH und GH geschlossen werden (*).

§. 45. Es lässet sich aber auch, vermittelst der gefundenen Gleichheit $r = \frac{aa + ex}{a}$, hinwiederum die Linie x aus r, und den bekanten a und e bestimmen. Dieselbe giebt durch eine kleine Veränderung $aa + ex = ar$, oder $ex = ar - aa$, woraus kömt, $x = \frac{ar - aa}{e}$, wodurch die Proportion $e : a = r - a : x$ angegeben wird. Man kan auch setzen $x = \frac{r - a}{\sin I}$, wie leicht zu sehen ist (40).

§. 46. Aus eben der Gleichung $ex = ar - aa$ wird auch $e + x = FK$ gefunden. Denn wenn man beiderseits ee zusetzet, hernach aber für $-aa + ee$ das ihm gleiche $-cc$ nimmt; so wird $ee + ex = ar - cc$, und also $e + x = \frac{ar - cc}{e}$. Man kan auch aus dem gefundenen $x = \frac{r - a}{\sin I}$ herausbringen, $e + x = a.\sin I + \frac{r - a}{\sin I} = \frac{a(\sin I)^2 + r - a}{\sin I} = \frac{r - a(\cos I)^2}{\sin I}$ weil $(\sin I)^2 - 1 = -(\cos I)^2$.

§. 47.

(*) Siehe in meinen *Elem. Analys. finit.* den 66. §.

§. 47. Zu dieser $e + x$ oder FK nun verhält sich FH oder r, wie sich der Radius zu dem Cosinus des Winkels HFK verhält, welchen FH mit der grössern Axe einschliesset. Wird also dieser Winkel durch v, und also sein Cosinus durch $\cos v$ angedeutet: so ist $r : \frac{ar - cc}{e}$ oder $er : ar - cc = 1 : \cos v$, oder $\cos v = \frac{ar - cc}{er}$ welcher Ausdruck dienet, den Winkel v aus r, und den bekanten a, c, e zu finden. Eben die Proportion giebt auch $er. \cos v = ar - cc$, oder $cc = ar - er. \cos v$, woraus folget $r = \frac{cc}{a - e. \cos v}$ und dieses zeiget den Weg, von dem Winkel v, wenn dieser bekant ist, auf r zu kommen. Ueberhaupt aber sind alle hier angemerkten Sätze in der Astronomie von wichtigen Nutzen. Und es ist leicht in diesen Ausdrücken, $a. \sin I$ anstatt e, und $a. \cos I$ anstatt c, zu setzen, wenn davon einiger Vortheil zu erwarten stehet. T. I. F. II.

§. 48. Wird aber in der Gleichung $r = \frac{aa - ex}{a}$, welche r in dem Falle angiebt, da K zwischen C und A zu liegen komt, x der e gleich genommen, so wird die Grösse der FL herausgebracht, welche bey F auf der AB perpendicular stehet; weil diese allerdings diejenige FH ist, zu welcher an dieser Seite des Mittelpuncts, $x = e$. Es komt aber dadurch $r = \frac{aa - ee}{a} = \frac{cc}{a}$ welches anzeiget, daß FL die dritte Proportionallinie zu a und c sey. Eben die Grösse bekomt auch die GH, wenn sie der AB perpendicular wird. Wird eine dieser Linien, als LF, verdoppelt, wie dieses geschiehet, wenn man sie an der andern Seite der Axe, bis an den Umkreis der Ellipse in l verlängert; so wird Ll der zu der Axe AB gehörige Parameter der Ellipse genennet, so daß, wenn gesetzt wird $b = \frac{cc}{a}$ dieser Parameter durch $2b$ auszudrucken ist. Man stellet sich, der Gleichförmigkeit wegen, zu einem jeden Durchmesser der Ellipse $2a$, mit welchem $2c$ verbunden ist, einen Parameter $2b$ vor, dessen Grösse durch $b = \frac{cc}{a}$ bestimt wird. Unter allen diesen Parametern ist der zur grössern Axe gehörige, der vorzüglichste.

T. I. F. II. §. 49. Aus $b = \frac{cc}{a}$ folget, $c : b = a : c$, und $a : b = aa : cc$. Es können also in zwo verschiedenen Ellipsen, die Verhältnisse $c : b$ und $a : b$ nicht gleich seyn, ohne daß auch zu denselben die Verhältnisse $a : c$ gleich werden. Demnach kan die Aehnlichkeit zwoer Ellipsen daraus, daß in jeder derselben eben die Verhältniß $a : b$ oder $c : b$ statt hat, eben sowol geschlossen werden, als wir sie aus der Gleichheit der Verhältniß $a : c$ oder $1 : cos\ I$ schliessen konten (31).

§. 50. Wenn wir, anstatt daß wir die CK durch x bezeichnet haben, die AK durch z andeuten, so wird $z = a + x$, und $x = z - a$. Die Gleichheit aber, welche wir bisher gebraucht haben, verschiedene Eigenschaften der Ellipse herauszubringen, $aayy = cc(aa - xx)$, wird dadurch in diese $aayy = cc(aa - zz + 2az - aa)$ verwandelt, welche mit $aayy = cc(2az - zz)$ völlig einerley ist. Wird aber anstatt cc das ihm gleiche ab (48) gesetzt, so komt $aayy = ab(2az - zz)$ oder $ayy = 2abz - bzz$, welche Gleichung öfters mit Bequemlichkeit an statt der vorigen gebraucht werden kan. Vornehmlich fließt aus derselben, daß wenn z sehr klein genommen wird, ohne beträchtlichen Fehler seyn werde, $yy = 2bz$. Denn wenn z sehr klein ist, so kan sie in Ansehung der $2a$ für nichts gehalten werden, und alsdenn wird $2abz$ dadurch, daß man davon bzz abziehet, nicht gemindert, so daß gesetzt werden kan, $ayy = 2abz$, oder $yy = 2bz$. Ueberhaupt wird der hiedurch begangene Fehler desto kleiner, je kleiner z genommen wird. Wenn aber a sehr groß ist, so kan auch z groß genommen werden, ohne daß deswegen die verkürzte Gleichung allzuweit von der Wahrheit abweiche.

Von der Parabel.

§. 51. Jedes Punct des Umkreises einer Ellipse, in welchem ihn die grössere Axe schneidet, heisset vorzüglich ein Scheitel derselben: denn man kan auch ein jedes anderes Punct dieses Umkreises einen Scheitel der Ellipse nennen, wenn man es als den Anfang oder das Ende eines Durchmessers betrachtet. Die verkürzte Gleichung $yy = 2bz$ nun ist für alle Puncte des Umkreises der Ellipse richtig, welche einem seiner vorzüglichen Scheitel nahe sind: und zugleich schliessen die von diesen Puncten nach dem Mittelpunct laufende Durchmesser derselben, mit der

der Axe desto kleinere Winkel ein, je weiter dieser Mittelpunct von dem Scheitel entfernt ist, und können in so ferne, ohne beträchtlichen Nachtheil der übrigen Eigenschaften, die ihnen als Durchmesser zu kommen, als der Axe parallel angesehen werden. Bey etwas mehr von der Axe entfernten Puncten aber, hat keines von beiden statt: und wenn man sich eine krumme Linie vorstellet, für welche die Gleichung $yy = 2bz$ durchaus gilt, so groß auch die z nach und nach werden mag, so wird diese Linie, ohngeachtet sie als der Umkreis einer Ellipse betrachtet werden kan, in welcher a, in Ansehung einer jeden z von bestimter Grösse, unendlich groß ist, doch von demselben verschieden, und bekomt den besondern Namen einer Parabel. T. I. F. 11.

§. 52. Diese Linie schliesset sich niemals. Denn wenn in der von A ohne Ende zu verlängernden AB (*T. I. Fig.* 12.), der Theil AI, z, und die derselben senkrecht gezogene IG, y seyn soll, so kan die Gleichung $yy = 2bz$, in welcher b eine Linie von unveränderlicher Grösse bedeutet, unmöglich bey einer jeden Grösse der z bestehen, wenn nicht, indem diese z nach und nach vergrössert wird, auch y zugleich wächset. Es ist also A das einzige Punct, zu welchem y Nichts werden, und die Parabel an die gerade Linie AB anlaufen kan. Da aber auch, durch die Gleichung $yy = 2bz$, zu einer jeden nach Willkühr angenommenen z zwo y angegeben werden, die eine durch $y = + \sqrt{2bz}$, und die andere durch $y = - \sqrt{2bz}$, in dem $\sqrt{2bz}$ die mittlere Proportionallinie zwischen $2b$ und z andeutet: so hat die Parabel auch dieses mit der Ellipse gemein, daß eine jede der AB perpendicular gezogene Gg, die sich bey G und g in derselben endiget, von der AB in die zwey gleiche Theile IG und Ig geschnitten wird. Es kan also auch AB die Axe der Parabel, und A ihr vorzüglicher Scheitel genennet werden. T. I. F. 12.

§. 53. Was AB bey der Gg, und allen derselben parallel geordneten Sehnen der Parabel leistet, das leistet auch eine jede derselben parallel laufende DC bey andern Sehnen, die einander zwar ebenfalls parallel geordnet werden müssen, aber so, daß sie die DC nicht unter geraden, sondern schiefen Winkeln schneiden. Denn da, wenn man sich bey der Parabel einen dergleichen Mittelpunct gedenken will, als wir bey der Ellipse würklich angetroffen haben, dieser in der AB unendlich weit von A entfernt werden muß: so ist eine

jede

T. I. F. 12. jede Linie, welche, wie DC der AB parallel lieget, als ein nach diesem Mittelpuncte laufender Durchmesser derselben anzusehen, welcher, wie jeder Durchmesser der Ellipse, alle in einer gewissen Lage einander parallel geordnete Sehnen derselben in ihre Hälften theilet. Man siehet aber leicht, daß diese von der DC getheilten Sehnen, keinesweges, wie Gg, derselben senkrecht seyn können. Es erfordert aber unser gegenwärtiger Zweck keine genauere Betrachtung dieser Durchmesser.

§. 54. Wir bleiben bey der Axe stehen, und setzen, zur Ausfindung desjenigen Puncts derselben, welches zum Nabel wird, wenn man die Parabel als eine Ellipse betrachtet, und aus dieser Ursache den Namen des Nabels der Parabel bekomt, daß in der Gleichung $yy = 2bz$, die Linie y so groß sey als b, weil dieses bey den Nabeln der Ellipse, und sonst bey keinen andern Punct ihrer Axe, statt findet. Alsdann wird $bb = 2bz$, oder $b = 2z$, und $z = \frac{1}{2}b$, welches anzeiget, daß wenn AF so groß genommen wird, als $z = \frac{1}{2}b$, das Punct F würklich der Nabel der Parabel seyn werde. Es ist also der Theil der Axe AF, welcher von dem Scheitel derselben bis an den Nabel reichet, halb so groß als $FL = b$, und der vierte Theil von $2b$, $= Ll$, welche Linie der Parameter der Parabel ist. Diese Ll ist also die in der Gleichung $yy = 2bz$ enthaltene beständige Linie $2b$, durch welche allein die Parabel völlig bestimmt wird; weil man z nach Belieben annehmen, und die dazu gehörigen y nach der gegebenen Anweisung (52) finden kan. Die Nabel der Parabeln selbst aber sind in der Astronomie von keiner geringern Wichtigkeit, als die Nabel der Ellipsen. Sie werden auch Brennpuncte genant.

§. 55. Die Entfernung des Nabels F von irgend einem Puncte der Parabel H, welche wir bey der Ellipse r genennet haben, wird aus der zu dem Punct H gehörigen $z = AK$ also bestimmet. Es ist $FH^q = FK^q + KH^q$, und $FK = z - \frac{1}{2}b$, KH aber $= 2bz$, demnach $FH^q = r^2 = z^2 - bz + \frac{1}{4}b^2 + 2bz = z^2 + bz + \frac{1}{4}b^2$. Dieses ist das vollständige Quadrat zur Wurzel $z + \frac{1}{2}b$, und demnach $r = z - \frac{1}{2}b$, oder $FH = AK + AF$.

§. 56. Wird also eine gerade Linie AB zur Axe einer Parabel, und in derselben, das Punct A zu ihrem Scheitel, F aber zum Nabel angegeben: so kan vermittelst dieses Satzes ein so grosser Theil derselben, als verlangt wird, folgendermassen

dermassen beschrieben werden. Nachdem die Axe von dem Scheitel A rückwärts gegen P verlängert, und AP der AF gleich gemacht worden ist, wird durch ein in der Axe nach Gutbefinden angenommenes Punct I, die Gg derselben perpendicular gezogen, und zu beiden Seiten gehörig verlängert. Ein um den Mittelpunct F, mit dem Radius IP, beschriebener Cirkelkreis, wird diese Gg in den Puncten G, g schneiden, durch welche die Parabel hindurch gehen muß; und man kan auf eben die Art solcher Puncte so viele finden, als man nöthig hat, den verlangten Theil der Parabel mit einer hinlänglichen Richtigkeit durch dieselbe zu zeichnen. Es ist aber dieses der geringste Nutzen dieses Satzes. T. I. F. 12.

§. 57. Gegenwärtig bedienen wir uns desselben nur aus r oder z auf den Winkel HFK, und von diesem zurück zu schliessen. Es ist aber, wenn wir diesen Winkel HFK, welchen die $FH = r$ mit der Axe der Parabel einschliesset, wieder v nennen, $FH : FK = (z + \frac{1}{2}b) : (z - \frac{1}{2}b) = 1 : \cos v$, und also $\cos v = \frac{z - \frac{1}{2}b}{z + \frac{1}{2}b}$. Wird aber aus der Gleichung $r = z + \frac{1}{2}b$, anstatt z gesetzt $r - \frac{1}{2}b$, so kömt $z - \frac{1}{2}b = r - b$, und $\cos v = \frac{r - b}{r}$, wodurch der Winkel v aus r ohne Weitläuftigkeit bestimmt wird. Und da hieraus folget, $r. \cos v = r - b$, und $b = r - r. \cos v = r\,(1 - \cos v)$, so wird hinwiederum vermittelst der Vorschrift $r = \frac{b}{1 - \cos v}$, die Entfernung eines jeden in der Parabel liegenden Puncts H von ihrem Nabel F, eben so leicht gefunden.

§. 58. Aus dem letzten dieser Ausdrücke, welcher die Proportion $(1 - \cos v) : 1 = b : r$ in sich enthält, ist sehr deutlich einzusehen, in welchem Verstande jede zwo Parabeln, so verschieden auch ihre Parameter seyn mögen, einander ähnlich genennet werden. Wenn nehmlich in den zu den Axen zwoer Parabeln angenommenen Linien, die Puncte F und A nach Belieben angenommen, und dadurch die Parameter bestimmt werden, b zu der einen, und B zu der andern und man suchet alsdann die zu eben den Winkel v in beyden gehörige r, R; so wird so wohl $(1 - \cos v) : 1 = b : r$, als auch $(1 - \cos v) : 1 = B : R$, und demnach $b : r = B : R$, oder $b : B = r : R$. Diese Proportion ist bey

T. I. F. 12. jeder Grösse des Winkels *v* richtig; es verhalten sich die zu denselben gehörigen *r*, *R* immer wie *b*, *B*, die Parameter der Parabeln. Wird also die Arbeit zu einer hinlänglichen Zahl solcher Winkel wiederhohlet, so daß dadurch zwo Figuren herausgebracht werden, deren eine *GFH* seyn mag, so werden diese Figuren einander allerdings ähnlich. Jede zwo geraden Linien, deren eine zween in der *GFH* liegende Puncte mit einander verknüpfet, die andere aber zween andere, die in der zweiten Figur eben die Lage haben, verhalten sich ebenfalls gegen einander wie *b* zu *B*, und die Figuren können durch den Zusatz anderer, die einander ebenfalls ähnlich sind, oder durch deren Abzug, in neue einander ebenfalls ähnliche Figuren verwandelt werden.

Von den Tangenten der Ellipsen und Parabeln.

§. 59. Wir müssen nun wieder zu den Begriffen zurück kehren, von welchen wir abgegangen sind: und den Cirkel, dessen orthographischer Entwurf uns die Ellipse gab, noch von einer andern Seite betrachten. Es sey (*T. I.*
T. I. F. 13. *Fig.* 13.) *abd* dieser Cirkel, in welchem ein Durchmesser *ab* nach Willkühr in *e* verlängert, und von dem Puncte *e* die den Cirkel bey *d* berührende *ed* gezogen ist. Wird nun von diesem Puncte *d* die Sehne *dh* dem Durchmesser *ab* perpendicular gemacht, welche dieser bey *k* in zwey gleiche Theile schneiden wird, und von eben dem *d* nach den Mittelpunct *c* ein Radius gezogen; so werden die rechtwinklichten Dreyecke *ckd*, *cde* einander ähnlich, und $ck : cd = cd : ce$, oder (weil $cd = cb$) $ck : cb = cb : ce$. Wird aber diese ganze Zeichnung orthographisch entworfen, der Cirkel *abd* in *ABD*, die getheilte Linie *ackbe* in *ACKBE*, *dkh* in *DKH*, und *ed* in *ED*, so wird erstlich die Verhältniß $CK : CB$ der $ck : cb$, und $CB : CE$ der $cb : ce$ gleich, und demnach, wenn man die erstern dieser Verhältnisse in der Proportion $ck : cb = cb : ce$ anstatt der letztern setzet, auch $CK : CB = CB : CE$. Wenn man aber zweitens auf die Fläche *Ep* acht hat, welche durch *Ee* und *Dd* gelegt ist, und die Fläche des Entwurfs in *ED* schneidet, so siehet man leicht, daß diese Fläche *Ep*, und folgends auch ihr Durchschnitt *ED* mit der Fläche der Ellipse *ABD*, diese bey *D* berühren werde. Und da drittens *dh* bey *k* in zwey gleiche Theile geschnitten wird, so wird auch *DH* bey *K* dergestalt geschnitten.

§. 60. Dieses giebt Anweisung, wie zu einer Ellipse ABD, (*T. I. Fig.* 14.) deren Mittelpunct C bekant ist, von einem ausser der Ellipse nach Belieben gegebenen Puncte E eine gerade Linie zu ziehen ist, die die Ellipse berühret. Man ziehet durch C und E den verlängerten Durchmesser der Ellipse AE, und machet $CE : CB = CB : CK$. Durch das also gefundene Punct K leget man eine Sehne der Ellipse DH dergestalt, daß sie bey K in zwey gleiche Theile geschnitten werde, welches etwas so gar schweres nicht ist. Dadurch wird das Punct D bestimmt, durch welches die berührende Linie gehen muß, und zugleich ein anderes H, durch welches und E eine zweite, die Ellipse berührende Linie hindurch gehet. T. I. F. 14.

§. 61. Es ist uns aber hier nur um den Fall zu thun, da E in der Verlängerung der grössern Axe liegt, an welche, ausser der vorigen nunmehro noch andere Linien gezogen werden können, die in Betrachtung kommen. Wir behalten noch immer die bisher gebrauchten Benennungen, welche die zuletzt gefundene Proportion also angeben: $CE = \frac{aa}{x}$ Hieraus aber folgt, $KE = \frac{aa}{x} - x = \frac{aa - xx}{x}$. Nun wird aus $aayy = cc(aa - xx)$ geschlossen $aa - xx = \frac{aayy}{cc}$, wodurch, wenn man beiderseits durch x dividiret, erhalten wird $KE = \frac{aayy}{ccx}$, welcher Ausdruck nach Gutbefinden anstatt des vorigen zu gebrauchen ist.

§. 62. Wird nun an das Berührungspunct D die DM der Tangente perpendicular gesetzt, und bis an die Axe verlängert, welche sie bey M antrift, so ist $KE : KD = KD : KM$. Weil aber $KD = y$, so wird vermittelst dieser Proportion aus dem gefundenen Werthe der $KE = \frac{aayy}{ccx}$ geschlossen $KM = \frac{ccx}{aa}$, woraus ferner folgt $CM = x - \frac{ccx}{aa} = \frac{aax - ccx}{aa} = \frac{aa - cc}{aa} \times x = \frac{eex}{aa}$. Diese CM nun zu der $FC = e$ hinzugesetzt, giebt $FM = e + \frac{eex}{aa}$

T. I. F. 14. $\frac{eex}{aa} = \frac{aae + eex}{aa}, = \frac{e}{a} \times \frac{aa + ex}{a}$. Wird aber eben die CM von GC abgezogen, so bleibt $GM = e - \frac{eex}{aa} = \frac{aae - eex}{aa} = \frac{e}{a} \cdot \frac{aa - ex}{a}$. Nun haben wir oben (42. 44.) gehabt $\frac{aa + ex}{a} = FD$, und $\frac{aa - ex}{a} = GD$. Es ist also $FM = \frac{e}{a} \times FD$, und $GM = \frac{e}{a} \times GD$. Dieses zeiget, daß FD zur FM eben die Verhältniß $a : e$ habe, welche GD zur GM hat.

§. 63. Hieraus aber folgt, daß die bey D der Tangente perpendicular gemachte DM, den Winkel FDG in zwo Hälften theilen werde. Denn die Verhältniß $FD : FM$ ist die Verhältniß des Sinus des spitzigen oder stumpfen Winkels bey M zu dem $\sin FDM$, und die Verhältniß $GD : MG$ ist die Verhältniß des Sinus eben des Winkels bey M zum $\sin GDM$. Da nun $FD : FM = GD : MG$, so ist auch $\sin M : \sin FDM = \sin M : \sin GDM$, und demnach $\sin FDM = \sin GDM$: woraus der Schluß leicht zu machen ist.

§. 64. Nunmehro ist es nicht schwer die Länge der MD zu bestimmen, da $MD^q = MK^q + KD^q$. Wir hatten (62.) $MK = \frac{ccx}{aa}$, und also $MK^q = \frac{c^4x^2}{a^4}$, und es ist $KD^q = yy$ (38.) $= \frac{cc(aa - xx)}{aa}$, also $MD^2 = \frac{c^4\,xx}{a^4} + \frac{cc(aa - xx)}{aa}$, welches auch ausgedruckt wird, wenn man schreibet $MD^q = \frac{cc}{aa} \times \frac{ccxx + a^4 - aaxx}{aa}$. Noch einfacher aber wird der Ausdruck, wenn ee anstatt $aa - cc$ (41.) gesetzt wird, wodurch man erhält $MD^q = \frac{cc}{aa} \times \frac{a^4 - eexx}{aa}$. Erinnern wir uns nun wieder, daß $\frac{aa + ex}{a} = FD$, und $\frac{aa - ex}{a} = GD$, und schliessen daraus, indem wir die vorhergehenden Glie-

der

der dieser Gleichheiten in einander multipliciren, $\frac{a^4 - eexx}{aa} = FD.\ GD$, so T. I. F. 14.
finden wir $MD^q = \frac{cc}{aa} \times FD \times GD$, woraus denn MD leicht zu haben ist.

§. 65. Noch etwas leichter bestimmt man die Länge der $ME = CE - CM$. Denn da $CE = \frac{aa}{x}$ und (62) $CM = \frac{eex}{aa}$, so ist $ME = \frac{aa}{x} - \frac{eex}{aa} = \frac{a^4 - eex}{aax}$. Wenn nun wieder, anstatt des $\frac{a^4 - eexx}{aa}$ das ihm gleiche $FD.\ GD$ gesetzt wird, so komt $ME = \frac{FD.\ GD}{x}$. Woraus man schliessen kan, $ME^q : MD^q := \frac{FD^q.\ GD^q}{xx} : \frac{cc}{aa}.\ FD.\ GD = FD.\ GD : \frac{cc.\ xx}{aa}$.

§. 66. Hieraus wird ferner die Länge der FL gefunden, welche aus dem Nabel F auf die Tangente EL perpendicular fällt. Denn es ist $ME^q : MD^q = FE^q : FL^q$, und $FE = \frac{aa}{x} + e = \frac{aa + ex}{x}$, wofür geschrieben werden kan $FE = \frac{a}{x} \times \frac{aa + ex}{a}$, oder $FE = \frac{a.\ FD}{x}$. Wir haben also, wenn wir alles dieses gebrauchen $FD.\ GD : \frac{cc.\ xx}{aa} = \frac{aa.\ FD_q}{xx} : FL^q$, woraus geschlossen wird $FL^q = \frac{FD}{GD}\ cc$.

§. 67. Sollen nun eben dergleichen Sätze auch für die Parabel entdecket werden, so müssen die Entfernungen der Puncte, um welche es zu thun ist, nicht von dem Mittelpuncte, welcher bey einer Parabel eigentlich nicht statt findet, sondern von dem Scheitel A, oder B, oder von einem andern Puncte an, welches sowol bey der Parabel, als der Ellipse anzugeben ist, gerechnet werden. Setzen

T. I. F. 14. wir aber in dem Ausdrucke $CE = \frac{aa}{x}$, welcher (61) für die Tangente der Ellipse gefunden worden ist, $a - z$ für x, indem wir z die KB bedeuten lassen, so wird $CE = \frac{aa}{a-z}$ und $BE = CE - CB = \frac{aa}{a-z} - a = \frac{az}{a-z}$ von welchem Ausdrucke der Uebergang zur Parabel sehr kurz ist. In dieser ist a unendlich groß, und also $a - z = a$, weil z immer von einer gewissen völlig bestimten Grösse angenommen wird, und also die a, welche eben deswegen, weil sie unendlich ist, immer grösser und grösser werden kan, weder vermehret noch
T. I. F. 15. vermindert. Es ist also für die Parabel (T. I. F. 15) die Entfernung des Puncts E, in welcher die DE, so dieselbe bey D berühret, an die verlängerte Axe anlauft, von dem Scheitel, $AE = \frac{az}{a} = z = AK$.

§. 68. Hieraus wird $KE = 2z$, und wenn DM bey D auf die Tangente perpendicular fällt, so erhält man aus der Proportion $KE : KD = KD : KM$ diese $KM = \frac{yy}{2z} = \frac{2bz}{2z}$ (51) $= b$, woraus folget $MA = b + z$, und, wenn F der Nabel ist, $MF = b + z - \frac{1}{2}b = z + \frac{1}{2}b$. Eben so groß ist auch FE (54. 67) und wir haben (55) gesehen, daß FD eben die Länge habe. Es sind also die drey Linien FM, FD, FE einander sämtlich gleich, und jedes der Dreyecke MFD, DFE ist gleichschenklicht.

§. 69. Wird also aus D die DG der Axe parallel gezogen, von welcher man sich einbilden muß, daß sie nach den andern Nabel laufen werde, wenn man sich die Parabel als eine ins Unendliche verlängerte Ellipse vorstellet, so ist der dem DMF gleiche Winkel GDM, auch dem Winkel MDF gleich, und die DM zerschneidet demnach den Winkel GDF in zwo Hälften. Eben die DM ist die mittlere Proportionallinie zwischen MK und ME, und also $DM^q = b(b + 2z)$ und $DM = \sqrt{(bb + 2bz)}$. Wird aber die FL der Tangente perpendicular gezogen, so ist, weil $MD : FL = ME : FE = 2 : 1$, diese FL halb so groß als MD, und also $FL = \frac{1}{2}\sqrt{(bb + 2bz)}$, oder $FL^q = \frac{1}{4}(bb + 2bz)$.

§. 70.

§. 70. Der Winkel DFM ist zweimal so groß als $FDE = FED$, T. I. F. 15.
und also, wenn wir den Winkel DFM auch hier v nennen, $LEF = \frac{1}{2}v$. Demnach ist $FE : FL = 1 : \sin\frac{1}{2}v$, und $FL = (z + \frac{1}{2}b)\sin\frac{1}{2}v$. Oder, weil $z + \frac{1}{2}b = FD = r$, so kan auch geschrieben werden $FL = r.\sin\frac{1}{2}v$, durch welche Gleichheit $z + \frac{1}{2}b = r$, oder $z = r - \frac{1}{2}b$ über dieses der Ausdruck $FL^q = {}^1(bb + 2bz)$ in den etwas einfachern $FL^q = \frac{1}{2}br$ verwandelt wird. Es ist auch $EK : KD = 1 : \tan\frac{1}{2}v$, oder (weil $EK = 2KA$) $2z : y = 1 : \tan\frac{1}{2}v$. Nun ist aus der Gleichung, die hier zum Grunde dienet $2z : y = y : b$ (51.), also auch $y : b = 1 : \tan\frac{1}{2}v$, und $\tan\frac{1}{2}v = \frac{b}{y}$, $\cot\frac{1}{2}v = \frac{y}{b}$.

Radius der Krümmung.

§. 71. Die zunächst folgende Auflösung hat etwas mehr Schwierigkeit. Wir wollen sie zu Ende bringen, und den Nutzen des Satzes, welchen sie geben wird, alsdenn anfügen. ADB (T. I. Fig. 16.) ist wieder eine Ellipse, und T. I. F. 16.
AB die grössere Axe derselben. Die Ellipse wird bey D von der DE berühret, und DM ist auf diese DE perpendicular. Es wird also eben die DM auch auf den Umkreis der Ellipse perpendicular seyn, welcher bey dem Punct D von der Tangente DE nicht abweicht. Man nehme ein anderes Punct des Umkreises T, so nahe an dem vorigen, daß DT als eine gerade Linie angesehen werden kan, und lasse von diesen beiden Puncten DK und Tk der AB perpendicular fallen. Man ziehe auch Tm dem Umkreise der Ellipse perpendicular, gleichwie DM demselben perpendicular ist, und verlängere die beiden Linien DM, Tm, bis sie einander bey R antreffen. Die Länge nun der DR wird gesucht, zu welchem Ende auch Tn der AB parallel gezogen wird, welche die DK in t schneidet.

§. 72. Ist nun wie vorher $CK = x$, und die dazu gehörige $DK = y$, indem auch alle übrige Benennungen bleiben, so ist wie immer $aayy = ccaa - ccxx$. Wird aber Kk durch dx bedeutet, und Dt durch dy, und ist folgends $Ck = x + dx$, und $Tk = y - dy$, so wird, weil die Gleichheit für diese Ck, Tk eben sowol richtig ist, als für die vorigen CK, DK, auch seyn $aa(y - dy)^2 = ccaa - cc(x + dx)^2$. Nun ist $(y - dy)^2 = yy - 2ydy$, weil das Quadrat von dy in Ansehung $2ydy$ so klein ist, daß es weggelassen werden kan; und aus einer ähnlichen Ursache ist $(x + dx)^2 = xx + 2xdx$, wodurch aus

T. I. F. 16. der letztern Gleichung die folgende entstehet: $aayy - 2aaydy = ccaa - ccxx - 2ccxdx$, welche von der ersten abgezogen, giebt $2aaydy = 2ccxdx$, oder $aaydy = ccxdx$, woraus die Proportion $aay : ccx = dx : dy$ gezogen wird, welche dx, den Zuwachs zu x, mit dy, dem Abgange, welchen y dabey gelitten hat, vergleichet. Da aber das kleine Dreyeck TDn bey D rechtwinklicht ist, und also $dx : dy = dy : tn$, so ist die Verhältniß $dx : tn$ doppelt so hoch, als die Verhältniß $dx : dy$, woraus folget $dx : tn = a^4y^2 : c^4x^2$, und durch die Zusammensetzung der Glieder $a^4yy : a^4yy + c^4xx = dx : dx + tn = dx : Tn$. Nun hatten wir auch (62) $CM = \frac{eex}{aa}$, woraus Cm wird, wenn wir nur $x + dx$ anstatt x setzen. Es ist demnach $Cm = \frac{eex}{aa} + \frac{eedx}{aa}$, und also $Mm = Cm - CM = \frac{eedx}{aa}$ oder $aa. Mm = eedx$, woraus folgt $Mm : dx = ee : aa$. Da nun die Verhältniß $Mm : dx$ mit der $dx : Tn$ zusammengesetzt, die Verhältniß $Mm : Tn$ giebt, so wird aus dieser, und der unmittelbar vorhergehenden Proportion geschlossen, $Mm : Tn = aaeeyy : a^4yy + c^4x^2$, woraus ferner fliesset, $Tn - Mm : Tn = a^4yy + c^4xx - aaeeyy : a^4yy + c^4xx$. Wird aber in dem dritten Gliede dieser Proportion anstatt ee gesetzt $aa - cc$, so komt $Tn - Mm : Tn = c^4xx + aaccyy : a^4yy + c^4xx$, und wenn man anstatt yy seinen Werth nimt, welcher aus $aayy = ccaa - ccxx$ durch $yy = cc - \frac{ccxx}{aa}$ ausgedruckt werden kan, [wodurch entstehet $c^4xx + a^2c^2y^2 = a^2c^4$, und $a^4yy + c^4xx = a^4cc - aaccxx + c^4xx = a^4cc - cc(aa - cc)xx = a^4cc - cceexx$] so wird endlich die Verhältniß $Tn - Mm : Tn$ der Verhältniß $ccaa : a^4 - eexx$ oder $cc : \frac{a^4 - e^2x^2}{a^2}$ gleich gefunden. Da nun, wenn r und ϱ die beiden von D nach den Nabeln der Ellipse gezogenen Linien bedeuten, die in der 14ten Zeichnung mit DF, DG bezeichnet sind, die Gleichheit $\frac{a^4 - eexx}{aa} = DF.DG = r\varrho$ statt findet (64), so kan auch gesetzt werden: $(Tn - Mm) : Tn = cc : r\varrho$.

§. 74. Es ist aber auch $Mm : Tn = RM : Rn$, und also $Tn - Mm : Tn = Rn - RM : Rn$, und für Rn kan RD gesetzt werden, weil Dn der Unterschied dieser zwo Linien, bey der angenommenen Kleinigkeit der DT, in keine Betrachtung kömt, wodurch wird $Tn - Mm : Tn = RD - RM : RD = DM : RD$, und $(Tn - Mm)^2 : Tn^2 = DM^2 : RD^2$. T. I. F. 16.
Wir haben aber oben (64) gehabt $DM^q = \frac{cc(a^4 - eexx)}{a^4} = \frac{cc}{aa} r\varrho$, und DR ist die Länge, welche wir suchen, die v heissen mag. Dadurch entstehet $c^4 : r^2\varrho^2 = \frac{c^2 r\varrho}{a^2} : v^2$, und hieraus wird geschlossen $v^2 = \frac{r^3\varrho^3}{a^2c^2}$. Wenn wir aber aus der Gleichung $DM^q = \frac{c^2 r\varrho}{a^2}$, für $r\varrho$ setzen $\frac{a^2 . DM^2}{c^2}$, so komt $v^2 = \frac{a^4 DM^6}{c^8}$, und $v = \frac{a^2 . DM^3}{c^4}$.

§. 75. Was nun den Nutzen der Linie $v = DR$ anlangt, so müssen wir anmerken, daß, obwol der Theil des Umkreises der Ellipse DT so klein genommen werden kan, daß seine Krümmung in dieser oder jener Absicht keine Betrachtung verdienet, er doch würklich immer einige Krümmung behalten werde, weil es den ersten Begriffen wiederspricht, daß ein auch noch so geringer Theil einer krummen Linie gerade seyn solte. Man kan sich also immer in dem Umkreise der Ellipse, zwischen den zween Puncten D und T ein drittes vorstellen, welches mit demselben keinesweges in einer völlig geraden Linie liegen wird, und durch diese drey Puncte in den Gedanken einen Cirkelbogen beschreiben. Dieser Cirkelbogen, wird zwischen den Puncten D und T, wie auch etwas weniges ausser denselben, so wenig von dem Umkreise der Ellipse abweichen, daß man annehmen kan, er falle in diesem kleinen Raume mit demselben ganz und gar zusammen, so daß eben die geraden Linien, welche die Ellipse bey D und T berühren, auch Berührungslinien zu eben den Puncten des Cirkelbogens werden. Hieraus aber folgt, daß die auf die Berührungslinien der Ellipse perpendicular gesetzte DR, TR, beide durch den Mittelpunct des Cirkelbogens gehen müssen, und daß also R dieser Mittelpunct, und RD der Radius seyn werde, mit welchem der Cirkelbogen zu beschreiben ist.

§. 76. In diesem Verstande hat der mit dem Radius $v = DR$ beschriebene Cirkelbogen eben die Krümmung, welche der Umkreis der Ellipse bey D

T. I. F. 16. hat, und man kan, wenn DR gefunden ist, einen Cirkelbogen von dieser Krümmung immer beschreiben; weswegen auch v unter andern, den Namen des Radius oder Halbmessers der Krümmung bekömt. Die Krümmung eines Cirkelbogens, dessen Radius bekant ist, muß hierbey als bekant angesehen werden. Es ist aber diese Krümmung desto stärker, je kleiner der Radius ist, weil bey einem kleinern Cirkel ein Theil des Umkreises von einer bestimten Länge immer mehr gebogen ist, als bey einem grössern (*).

§. 77. Wenn das Punct D in die kleinere Axe fällt, so ist $r = \varrho = a$, und also $vv = \frac{a^6}{aacc} = \frac{a^4}{cc}$, und $v = \frac{aa}{c}$. Fällt aber D in die grössere Axe, so ist immer eine der Linien r, ϱ so groß als $a + e$, und die andere, als $a - e$, also $r\varrho = aa - ee = cc$, woraus geschlossen wird, $vv = \frac{c^6}{ccaa}$ $= \frac{c^4}{aa}$, und $v = \frac{cc}{a}$. Bey dem ersten dieser Puncte, hat also die Ellipse ihre kleinste Krümmung, bey dem andern aber die gröste. Wird in dem letztern Ausdrucke, welcher für die Scheiteln gilt, statt cc, das ihm gleiche ab gesetzt, in welchem b noch immer die Hälfte des Parameter bedeutet, so kömt $v = \frac{ab}{a}$ $= b$: und diese Gleichheit hat auch bey dem Scheitel der Parabel statt, weil in dieselbige weder a noch c einigen Einfluß hat. Ueberhaupt dienet der Ausdruck $v = \frac{a^2 DM^3}{c^4}$, wenn in demselben $b^2 a^2$ statt c^4 gesetzt, und dadurch gemacht wird, $v = \frac{DM^3}{b^2}$, auch für die Parabel. Denn in $DM = \sqrt{(bb + 2bz)}$ ist weder a noch c enthalten.

Vorbereitungssätze.

§. 78. Nun ist noch übrig, daß wir auch die Grössen der Figuren, bey deren Umkreis wir uns bisher aufgehalten haben, und einiger ihrer Theile, betrachten; das ist, die Grössen ebener Flächen, deren Gränzen ganz, oder zum Theil, in den Umkreis einer Ellipse fallen. Zwar biethet uns die Geometrie kein

Mit-

(*) Siehe meine Analys. infinit. im ersten Theile den 562. §.

Mittel dar, dergleichen Figuren in Dreyecke oder Quadrate zu verwandeln: sie lehret uns aber dieselbe mit Cirkeln, oder gewissen Theilen eines Cirkels zu vergleichen, und dieses muß uns genug seyn, da wir diesen als völlig bekant ansehen können. Denn wir wissen, daß wenn wir die Verhältniß des Durchmessers eines Cirkels zu seinem Umkreise, oder des Radius zu dem halben Umkreise, auf 1 : 3, 14159265 setzen, keine dieser Ziffern fehlerhaft sey, und können vermittelst derselben den Umkreis eines jeden Cirkels, dessen Durchmesser gegeben ist, mit einer in gar vielen Fällen überflüßigen Richtigkeit, in bekanten Maassen darstellen. Wenn man die Zahl 3,14159265 durch 180 theilet, welches die Zahl der in dem halben Umkreise enthaltenen Grade ist, so wird durch die herausgebrachte 0,01745329, die Grösse eines Grades, oder eigentlich die Verhältniß des Halbmessers zu dem 360sten Theil des Umkreises angegeben. Eine Minute aber wird, in eben dem Verstande, der sechzigste Theil des vorigen, und also 0,00029088, und eine Secunde 0,00000484, welche Zahlen gebraucht werden können, die Grösse eines jeden durch Grade und deren Theile angegebenen Cirkelbogens durch bekante Theile des Halbmessers auszudrucken. Alles dieses ist genau genug; und doch ist noch eine ansehnliche Menge von Ziffern entdeckt worden (*), welche den hier stehenden zu einer noch viel grössern Richtigkeit angefügt werden können, wenn diese verlangt werden sollte. T. I. F. 16.

§. 79. Wird nun diese Verhältniß des Durchmessers eines Cirkels zu seinem Umkreise, oder des Halbmessers zu dem halben Umkreise, durch $1 : \pi$ angedeutet, so wissen wir, daß zu einem Cirkel, dessen Halbmesser a ist, der Umkreis seyn werde $2\pi a$; der Inhalt des von diesem Umkreise umschlossenen Raumes, πaa, die Oberfläche einer Kugel, so eben den Halbmesser hat, $4\pi aa$, und die Kugel selbst, $\frac{4}{3}\pi a^3$. Es sind nehmlich dieses die Vorschriften, nach welchen die angezeigten Grössen berechnet werden. Mit den Ausschnitten und Abschnitten der Cirkel, und den darauf gegründeten Körpern hat es keine grössere Schwierigkeit, wenn nur erst die zu den Ausschnitten oder Abschnitten gehörigen Bogen berechnet sind. Oefters kan man sich dabey auch blos an den in der Geometrie erwiesenen Satz (**) halten, nach welchem der Abschnitt eines Cirkels

(*) In den Comm. Petrop. T. VIIII. p. 223, woselbst für den Durchmesser = 1, der Umkreis bis auf 127 Decimalstellen angegeben wird.

(**) Im 661. §.

T. I. F. 16. zwey Drittel eines Rechtecks, dessen Grundlinie und Höhe der Grundlinie und Höhe des Abschnitts gleich sind, desto weniger übertrift, je flächer sein Bogen ist, das ist, je weniger er Grade, Minuten und Secunden enthält.

§. 80. Es werden aber auch alle auf die Verhältniß des Radius eines Cirkels zu seinem Umkreise gegründeten Rechnungen in vielen Fällen gar sehr erleichtert, wenn man jene Länge durch Theile ausdrücket, welche bey dem Umkreise Grade, Minuten, Secunden genant werden. Da nehmlich der halbe Umkreis 180 Grade, und jeder Grad 60 Minuten enthält, so enthält der halbe Umkreis 10800 Minuten, und sechzigmal so viel, das ist 648000 Secunden. Wird nun zu π, 1, und 648000 die vierte Proportionalzahl 206264,8 gefunden, so ist diese die Zahl der Secunden des Umkreises, welche gerade gebogen und an einander gelegt, den Halbmesser des Cirkels ausmachen würden; und es kan auch gesetzt werden, $1 : \pi = 206264,8 : 648000$ oder $1 : 2\pi = 206264,8 : 1296000$. Es machen aber die in dem Radius enthaltene 206264,8 Secunden, 57 Grade, 17 Minuten und 44,8 Secunden aus, welchem zufolge sich auch der Radius zu dem halben Umkreise wie $57^\circ, 17', 44'',8$ zu 180° verhalten wird; und zu einem jeden andern Bogen, wie eben die Zahl, zu der in diesem Bogen enthaltenen Zahl der Grade, samt den Minuten und Secunden. Auf diese Weise wird die Verhältniß des Radius zu einem Bogen von so oder so vielen Graden, Minuten, Secunden ohne Weitläuftigkeit herausgebracht: und es kan alsdann auf diese Verhältniß die übrige Rechnung eben so gegründet werden, wie man sich der Verhältniß $1 : \pi$ in den Fällen bedienet, da sie statt findet.

§. 81. Geometrisch lassen sich die Aufgaben, in welche die Verhältniß des Durchmessers zu dem Umkreise seines Cirkels, oder etwas dergleichen, einen Einfluß hat, freylich nicht auflösen: weil die Geometrie diese Verhältniß nicht entdecket. Will man aber mit einer Auflösung zufrieden seyn, welche, ob sie wol nicht völlig geometrisch genant werden kan, doch das gesuchte, ohne alle Rechnung so genau angiebt, als irgend eine andere in völliger Strenge auf die Sätze der Geometrie gegründete Zeichnung thun würde; so kan dieses zwar auf verschiedene Art geschehen; am besten aber scheinet sich dazu die Linie des Dinostratus, welche wir an einem andern Orte (*) betrachtet haben, zu schicken. Soll diese Linie in einer

(*) In meiner Analysi finit. § 758.

einer zu unserer gegenwärtigen Absicht geschickten Lage beschrieben werden, so wird (*T. I. F.* 17.) der rechte Winkel *ACB* in eine beliebige Anzahl einander völlig T. I. F. 17. gleicher Winkel zerschnitten, und eben so viele geradlinichte Theile von einer schicklichen Länge werden aus *C* auf die *CB* getragen, so daß *CB* so viele gleiche Theile bekomt, als viele kleine Winkel den *ACB* ausmachen. Eigentlich solten so viele solcher Theile, als die *AB* ausmachen auch ausser *B* auf dieselbe getragen, und der neben dem rechten *ACB* stehende Winkel *BCD*, solte eben so getheilet werden, wie *ACB* getheilt worden ist. Es ist aber hinlänglich, wenn nur einige wenige Theile der *CB* über *B* hinausgesetzt, und eben so viele Winkel, von der durch die Theilung des *ACB* bestimten Grösse, an die andere Seite der *CB* getragen werden. Alsdenn wird durch jeden Theilungspunct der verlängerten *CB* eine Linie der *AC* parallel gezogen, und das Punct bemerket, in welcher sie diejenige unter den durch *C* gezogenen Linien durchschneidet, welche von der *AC* eben so sehr abweichet, als sie selbst davon entfernet ist. Die Zeichnung kan volkommen deutlich machen, wie dieses zu verstehen sey. Durch alle dergestalt gefundene Puncte aber wird alsdenn der Theil einer krummen Linie *ABE* beschrieben, welche die verlangte, so weit wir sie gebrauchen, seyn wird.

§. 82. Man muß sich vorstellen, daß solcher Puncte, als zur Bestimmung der krummen Linie *ABE* nur gar wenige angenommen werden konten, eine unendliche Menge gefunden worden sey, so daß diese Puncte, dichte an einander liegend, würklich die ganze *ABE*, wie sie sich dem Auge darstellet, ausmachen. Daraus aber folgt, daß wenn ein Punct *F* in dieser krummen Linie nach Belieben angenommen wird, aus welchem *FG* der *CB* perpendicular fällt, und *FC* nach der Spitze des rechten Winkels *ACB* lauft, sich der Winkel *ACF* zu diesem *ACB*, wie *CG* zur *CB* verhalten werde. Stellet man sich also einen Cirkel vor, dessen Umkreis viermal so groß ist als *CB*, so daß *CB* einem Quadranten dieses Umkreises gleich wird, und nennet den Radius dieses Cirkels v, das mit eben dem Radius v beschriebene Maas des Winkels *ACF* aber φ; so ist, weil sich dergleichen Maasse der Winkel wie die Winkel selbst verhalten, auch $\varphi : CB = CG : CB$, und also $\varphi = CG$, welchem nach der mit dem Radius v beschriebene Bogen φ, welcher den Winkel *ACF* misset, gar leicht in eine gerade Linie verwandelt wird. Denn man kan diesen Radius v vermittelst der Proportion $\frac{1}{2}\pi : 1 = CB : v$, oder $\pi : 2 = CB : v$, finden; und wir werden gleich sehen, wie derselbe auch ohne Rechnung genau genug entdeckt werden könne.

T. I. F. 17. §. 83. Wenn wir nicht in unnöthige Weitläuftigkeiten verfallen wollen, so müssen wir den Radius v, mit welchem die Maasse der Winkel zu beschreiben sind, auch bey der Bestimmung der Sinus dieser Winkel gebrauchen. Nun ist CFG dem Winkel ACF gleich; und $CG : CF$ ist die Verhältniß des Sinus dieses Winkels zum Radius. Es ist also auch $sin\ \varphi : v = CG : CF$, und (da $CG = \varphi$) $sin\ \varphi : v = \varphi : CF$, oder $sin\ \varphi : \varphi = v : CF$. Nun ist, wenn man sich das Punct F sehr nahe bey A einbildet, und dadurch den Winkel φ bis zu einer fast unbeträchtlichen Kleinigkeit vermindert, φ kaum grösser als $sin\ \varphi$, und wenn F in A fällt, allwo AC von der krummen Linie geschnitten wird, so ist mit völliger Richtigkeit $\varphi = sin\ \varphi$. Es ist demnach auch $v = CA$, und man würde diesen Radius würklich geometrisch finden können, wenn es die Natur der Sache leiden wolte, das Punct der krummen Linie A, so wie bey den übrigen Puncten derselben geschehen ist, zu bestimmen. Dieses ist nun zwar nicht, es kan aber doch die mit einigem Fleisse beschriebene, und etwas an die andere Seite der AC verlängerte krumme Linie dieses Punct zuverläßig genug, und fast eben so genau, als die Rechnung geben. Alsdenn ist die dadurch geendigte AC diejenige, welche in der Verhältniß $1 : sin\ \varphi$, und andern dergleichen, durch die 1 angedeutet wird.

T. I. F. 18. §. 84. Es können bey der krummen Linie ABE (T. I. Fig. 18.) die Zahlen der Grade angemerkt werden, die in den Winkeln enthalten sind, welche die aus C nach den verschiedenen Puncten derselben gezogenen geraden Linien, als CF, mit der AC einschliessen. Wird nun eine solche Linie CF verlängert, und ausser der krummen Linie ABE in der verlängerten CF ein Punct L, oder auch in der CF selbst, l nach Belieben angenommen, von F aber die FG der CD perpendicular gemacht, und durch L, l, die LK, lk der FG parallel gezogen, welche, wenn sie es bedürfen, verlängert, die krumme Linie in H und h schneiden; so wird ein Satz entdecket, auf welchen die Auflösung einer gar wichtigen Aufgabe gegründet werden kan. Man ziehe auch von H und h gerade Linien nach dem Puncte C, und lasse φ noch immer das mit dem Radius AC beschriebene Maaß des Winkels ACF bedeuten, ψ aber nenne man vors erste das mit eben dem Radius beschriebene Maaß des grössern Winkels ACH; und bezeichne die Linie FL mit e. Wir erhalten dadurch $CK = \psi$, $CG = \varphi$, und $GK = \psi - \varphi$, und weil $CF : CG = 1 : sin\ \varphi = FL : GK = e : \psi - \varphi$, so

wird

wird die Proportion $1 : \sin\varphi = e : (\psi - \varphi)$ unmittelbar herausgebracht, T. I. F. 18. welche giebet $\psi - \varphi = e. \sin\varphi$. Wird aber anstatt des Puncts L das innere l genommen, und nunmehro der Winkel ACb, der kleiner ist als ACF, durch ψ bezeichnet, in dem e die Fl bedeutet: so wird $CK = \psi$, und $kG = \varphi - \psi$, (denn $CG = \varphi$ bleibet) die Proportion $FC : CG = lF : kG$ aber giebt $1 : \sin\varphi = e : (\varphi - \psi)$ oder $\varphi - \psi = e. \sin\varphi$.

§. 85. Diese Sätze können dienen, aus der Linie e, und aus einem der Winkel, deren Maasse φ, ψ, samt dem Sinus des einen in der Proportion enthalten sind, den andern zu finden, sowol wenn der Winkel φ, dessen Sinus mit vorkomt, kleiner ist, als der andere ψ, als auch wenn er diesen übertrift. Zwar kan unsere eingeschränkte Zeichnung dieses nur bey solchen Winkeln leisten, die beide nicht viel grösser sind, als rechte Winkel; es werden aber auch in der Anwendung keine andern vorkommen.

§. 86. Wenn ψ grösser ist als φ, und also $\psi - \varphi = e. \sin\varphi$, so ist $\psi = \varphi + e. \sin\varphi$. Wird also bey diesem Umstande der Winkel φ gegeben, so mache man $ACF = \varphi$, und in der verlängerten CF, $FL = e$. Die durch L der FG parallel gezogene LH, wird das Punct der krummen Linie H so gleich geben, von welchem HC gezogen werden muß, damit der Winkel ACH die verlangte Grösse ψ erlange. Wird aber bey eben dem Umstande der Winkel ψ gegeben, und φ gesucht, so mache man $ACH = \psi$, und ziehe durch das Punct H der krummen Linie die bey L unbegränzte LK der CD perpendicular. Alsdenn lege man zwischen diese KL und die krumme Linie AD, eine andere gerade Linie FL, die der gegebenen e gleich ist, dergestalt, daß sie verlängert durch C gehe. Dieses kan gar leicht geschehen, wenn man die FL an die Schneide einer Regel zeichnet, und es wird diese Art zu verfahren einer andern, die mehr geometrisch scheinen könte, billig vorgezogen. Die dergestalt angelegte CL aber giebt das Punkt der krummen Linie F, und den durch φ gemessenen Winkel ACF unmittelbar.

§. 87. Ist aber ψ kleiner als φ, und demnach $\psi = \varphi - e. \sin\varphi$ und erstlich wieder zu den gegebenen Winkel φ der ψ zu finden, so bilde man das rechtwinklichte Dreyeck CFG wie vorher, und mache in der grösten Seite des-

T. I. F. 18. desselben $Fl = e$. Die durch l der FG parallel gezogene kb wird die krumme Linie in dem verlangten Puncte b schneiden, von welchem bC gezogen werden muß, damit der Winkel ACb das Maaß ψ bekomme. Ist aber, bey eben dem Umstande, da ψ kleiner ist als ϕ, jener ψ gegeben, und wird der dazu gehörige ϕ gesucht, so wird umgekehrt ACb dem Winkel ψ gleich gemacht, und durch b die bk der AD perpendicular gezogen; alsdenn aber CF dergestalt durch C gelegt, daß der zwischen bk und die krumme Linie fallende Theil derselben lF der gegebenen e gleich werde. Dieses wird das Punct F, und vermittelst desselben den Winkel $ACF = \phi$ geben. Alle diese Arbeiten werden durch die vorgeschlagene Theilung der krummen Linie ABE erleichtert, welche uns in den Stand setzet, die durch ihre Maasse angegebenen Winkel ohne andere Beyhülfe aufzutragen, und, indem sie die gesuchten ebenfalls durch Grade und deren Theile angiebt, uns öfters der Mühe überhebt, die Seiten derselben zu zeichnen.

Theilung der Ellipse.

§. 88. Was nun die Theilung der Ellipse anlangt, welche in der Astronomie vornehmlich vorkömt, so folgt aus dem oben (19) angemerkten unmittelbar,
T. I. F. 19. daß wenn auf die grössere Axe einer Ellipse AB (*T. I. Fig.* 19.) ein halber Cirkel AEB gesetzt wird, und eine der AB perpendikular gezogene FD den halben Cirkel sowol, als die halbe Ellipse AGB theilet, der Abschnitt des halben Cirkels FBD sich zu dem Abschnitte der halben Ellipse HBD, wie a (welche noch immer die halbe Axe AB, oder der Halbmesser des Cirkels AC ist) zu c, der kleinern Axe der Ellipse verhalten werde. Denn es ist HBD der orthographische Entwurf der Figur FBD, zu einen Winkel I, dessen Cosinus sich zum Radius wie c zu a verhält. Werden von den Puncten der Umkreise F, H nach irgend einem Puncte der Axe K die geraden Linien FK, HK gezogen, so ist auch HKB der Entwurf von FKB; es hat also $FKB : HKB$ eben die Verhältniß $a:c$, welche zugleich die Verhältniß des Dreyecks FKD zum Dreyecke HKD, des Quadranten des Cirkels ECB zu dem Quadranten der Ellipse GCB, des halben Cirkels zur hal-
T. I. F. 20. ben Ellipse, und des ganzen zu der ganzen ist. Wird (*T. I. Fig.* 20.), statt der grössern Axe der Ellipse, die kleinere AB zum Durchmesser des halben Cirkels gemacht, so kan zwar die halbe Ellipse AGB keinesweges als ein orthographischer Entwurf des halben Cirkels AEB angesehen werden. Es folgen aber aus dem

geome-

geometrischen Grundsatze, auf welchen wir zum Anfang (19.) gebauet haben, für diesen Fall die nehmlichen Vergleichungen. Auch die halbe Ellipse AGB verhält sich zu dem halben Cirkel AEB wie $GC : EC$, und eben die Bewantniß hat es mit den übrigen in der Zeichnung vorgestelten Figuren, bey welchen wir uns nicht aufhalten dürfen, weil sie nur selten gebraucht werden. T. I. F. 20.

§. 89. Der Inhalt des mit dem Halbmesser a beschriebenen Cirkels ist πaa. Dieser verhält sich zu dem Inhalte einer Ellipse, die $2a$ zur grössern und $2c$ zu kleinern Axe hat, wie $a : c$. Es ist also der Inhalt dieser Ellipse $\frac{\pi aac}{a} = \pi ac$. Soll aber ein Cirkel beschrieben werden, dessen Inhalt so groß ist als diese Ellipse, so sey der halbe Durchmesser desselben v. Der Cirkel wird seyn πvv, und also $\pi vv = \pi ac$, und $vv = ac$. Dieses zeiget, daß der Cirkel einer Ellipse nicht anders gleich seyn könne, als wenn sein Halbmesser v die mittlere Proportionallinie zwischen a und c, den Hälften der beiden Axen der Ellipse, oder sein ganzer Durchmesser $2v$ die mittlere Proportionallinie zwischen den Axen $2a$ und $2c$ ist.

§. 90. Daraus aber, daß der Ausschnitt FKB zu dem HKB immer die Verhältniß $a : c$, welche zugleich die Verhältniß des halben Cirkels $AEBA$, zu der halben Ellipse $AGBA$, und des Ausschnitts FKA, zu dem HKA ist, folget, daß wenn jemand, vermittelst der von einem beliebigen Puncte K des Durchmessers AB gezogenen KF den halben Cirkel $AEBA$ so zu theilen wüßte, daß der Ausschnitt FKB zu der $AEBA$ eine gewisse gegebene Verhältniß bekäme, es ihm leicht seyn würde, die halbe Ellipse $AGBA$ vermittelst einer von dem nehmlichen Puncte K gezogenen geraden Linie, in eben der Verhältniß zu theilen. Er dörfte nur FD durch F der Axe perpendicular machen, und das Punct H annehmen, in welchem diese FD den Umkreis der Ellipse schneidet. Die von H nach K gezogene HK würde die verlangte Theilung verrichten, und zugleich die Verhältniß $HKB : HKA$ der Verhältniß $FKB : FKA$ gleich machen. Denn weil $FKB : HKB = a : c$, und zugleich $AEBA : AGBA = a : c$, also $FKB : HKB = AEBA : AGBA$; so ist auch $FKB : AEBA = HKB : AGBA$, und eben so wird geschlossen $FKB : FKA = HKB : HKA$.

T. I. F. 20. §. 91. Diese Theilung der Ellipse nun ist die Aufgabe, mit welcher wir uns hier beschäftigen müssen, wiewol sie nur für den Fall aufgelöset werden darf, wenn *K* einer der Nabel der Ellipse ist, und also von dem Mittelpuncte des Cirkels beträchtlich abweichet. Es giebt keinen geraden Weg dazu, wenigstens ist noch zur Zeit keiner entdeckt worden; sondern man ist, in Ermangelung einer völlig geometrischen Auflösung, gezwungen sich der Annäherung zu bedienen, und dadurch die im Anfange begangenen kleinen Fehler so lang zu vermindern, bis sie keine weitere Betrachtung verdienen. Dazu giebt es verschiedene Wege, unter welchen die folgenden am meisten gebraucht werden, oder doch nicht ohne Vortheil gebraucht werden können.

T. II. F. 21. §. 92. Es sey (*T. II. Fig.* 21.) *AKBA* eine halbe Ellipse, und *AB* die grössere Axe derselben, in welcher *C* ihr Mittelpunct, *F* der eine Nabel, und *G* der andere ist. Aus *F* sey die *FK* dergestalt zu ziehen, daß der Ausschnitt *KFB*, zu der halben Ellipse *AKBA*, eine gegebene Verhältniß bekomme. Um nun eine Anweisung hierzu aus den gegebenen Sätzen herzuleiten, muß um eben den Mittelpunct *C*, zu den Durchmesser *AB*, der halbe Cirkel *ADB* beschrieben seyn. Wird der halbe Umkreis *ADB* bey *D* dergestalt getheilet, daß der Bogen *BD* zu dem halben Umkreise *ADB* die gegebene Verhältniß bekomme, welche nehmlich der Ausschnitt *KFB* zu der halben Ellipse haben soll: so erhält auch der Ausschnitt *DCB* zu der halben Scheibe *ADBA*, und der Winkel *DCB* zu zween rechten Winkeln, eben die Verhältniß, welche, wenn *C* die halbe Scheibe, und *DCB* den Ausschnitt bedeutet, durch *DCB* : *C* angegeben wird. Man ziehe durch *G* den zweiten Nabel *GE* der *CD* parallel, und mache dadurch den Winkel *EGB* gleich dem *DCB*. Von *E*, allwo diese Linie den Umkreis des Cirkels erreichet, ziehe man *EH* der *AB* parallel, bis an die nach Nothdurft verlängerte *CD*. Wenn man sich nun von *E* nach *F* eine gerade Linie vorstellet, (welche, die Verwirrung zu vermeiden, hier eben so wenig gezeichnet ist, als eine andere, die hernach vorkommen wird) so wird das Dreyeck *EFG* gleich dem Parallelogramm *HG*, weil diese Figuren beide zwischen den Parallellinien *HE*, *FG* stehen, und die Grundlinie *FG* doppelt so groß ist, als *CG*. Alles dieses ist bey einer jeden Grösse des Winkels *DCB* oder *EGB* richtig.

§. 93. Ist nun aber der Winkel *EGB* spitzig, so setze man zu der Figur *EGB* einmal das Dreyeck *EFG*, und denn auch das Viereck *HG*. Die Figuren,

guren, welche dadurch erhalten werden, EFB und $HCBE$, müssen gleich seyn. T. II. F. 21.
Es ist aber $HCBE = DCB - DHE$, und also auch $EFB = DCB - DHE$, oder $EFB + DHE = DCB$. Wird demnach in der Verhältniß $DCB : C$, anstatt des DCB der Ausschnitt EFB gesetzt, so wird die Verhältniß $EFB : C$ kleiner als $DCB : C$, und wenn auch EI der AB perpendicular gemacht, und von dem Punkt I, allwo diese Linie den Umkreis der Ellipse schneidet, nach eben dem F eine gerade Linie gezogen wird, so bekömt man einen Ausschnitt IFB, welcher zur Hälfte der Ellipse E eben die Verhältniß $EFB : C$ hat. Also wird auch die Verhältniß $IFB : E$ kleiner als die Verhältniß $DCB : C$; und es muß dem Gliede IFB etwas zugesetzt werden, wenn man diese zwo Verhältnisse zur Gleichheit bringen will. Wird aber anstatt der IF von dem Puncte K, in welchem GE den Umkreis der Ellipse schneidet, die KF gezogen, und KFB für IFB genommen, so geschiehet würklich einiger Zusatz, ob man zwar nicht sagen kan, daß er eben die rechte Grösse habe. Es kan also der Fehler so groß nicht seyn, wenn angenommen wird $KFB : E = DCB : C$: und mit eben so vieler Richtigkeit wird auch die Verhältniß $KFB : E$ der Verhältniß des Bogens BD zu dem halben Umkreise ADB, oder des Winkels EGB zu zween rechten Winkeln gleich seyn.

§. 94. Ist im Gegentheil der Winkel EGB stumpf, so kömt, wenn der Figur EGB einmal das Dreyeck EFG, und alsdenn das Viereck HG zugesetzet wird, $EFB = DCB + DHE$, oder $EFB - DHE = DCB$. Es ist also die Verhältniß $EFB : C$ nunmehro grösser, als die Verhältniß $DCB : C$: und weil, wenn wiederum EI der AB perpendicular gemacht, und das Punct I in dem Umkreise der Ellipse angenommen wird, $IFB : E = EFB : C$, so ist auch die Verhältniß $IFB : E$ grösser als die Verhältniß $DCB : C$, und es muß von dem Gliede IFB etwas abgezogen werden, wenn sie zur Gleichheit gebracht werden sollen. Dieser Abzug geschiehet würklich, wenn anstatt IFB der Ausschnitt KFB gebraucht wird, indem man die FK nach dem Puncte K ziehet, in welchem GE den Umkreis der Ellipse schneidet. Folgends wird die Proportion $KFB : E = DCB : C$ ebenfalls beynahe statt haben, und man wird mit eben so vieler Richtigkeit als vorher, die Verhältniß $KFB : E$ der Verhältniß des Bogens BD zu dem halben Umkreise ABD, oder des Winkels EGB zu zween rechten Winkeln, gleich setzen können.

T. II. F. 21. §. 95. Es sind also diese Proportionen immer beynahe richtig, wenn das Punct B an eben der Seite des Nabels F genommen wird, an welcher der Mittelpunct C lieget. Daraus aber ist leicht zu schliessen, daß sie auch beynahe richtig seyn werden, wenn anstatt des DB, der Bogen DA, anstatt des Winkels DCB, der Winkel DCA, und anstatt des Ausschnittes KFB der Ausschnitt KFA genommen wird. Denn es wird aus der Proportion $KFB : E = DCB : C$ geschlossen, $E - KFB : E = C - DCB : C$, das ist $KFA : E = DCA : C$, und die Verhältniß $DCA : C$ ist auch hier gleich der Verhältniß des Bogens DA zu dem halben Umkreise, wie auch der Verhältniß des Winkels KCA oder EGA zu zween rechten Winkeln.

§. 96. Es würde also diese Proportion eine sehr leichte Anweisung geben, die halbe Ellipse aus einem ihrer Nabel F in einer verlangten Verhältniß zu theilen, wenn dabey kein Fehler zu befürchten wäre. Man dürfte nur an die grössere Axe der Ellipse einen Winkel EGB oder EGA von der durch diese Proportion bestimten Grösse setzen, dessen Spitze in den andern Nabel G fiele, und dessen Oefnung nach eben der Seite gekehret wäre, nach welcher die Oefnung des von der halben Ellipse abzuschneidenden Ausschnittes KFB oder KFA gekehret seyn soll. Die verlängerte Seite dieses Winkels GE würde den Umkreis der Ellipse in dem Punct K schneiden, von welchem die KF gezogen werden müste, die verlangte Theilung zu verrichten. Es zeigen aber die gebrauchten Schlüsse nur, daß diese Theilung der Wahrheit nahe komme, und keineswegs, daß sie dieselbe völlig erreiche. Man findet würklich bey einer genauern Untersuchung, daß die Fehler derselben zwar gar gering sind, wenn die Eccentricität der Ellipsie CF in Ansehung der Axe AB klein ist, bey einer grössern Eccentricität aber beträchtlich genug werden: und es ist nicht schwer einzusehen wovon dieses herrühre. Wenn die Axe AB immer dieselbe bleibt, so wird bey einer starken Eccentricität das krumlinichte Dreyeck DHE groß, und die Ellipse weichet sehr von dem Cirkel ab. Bey einer geringen Eccentricität aber wird dieses Dreyeck DHE klein, und der Umkreis der Ellipse entfernet sich so wenig von dem Umkreise des Cirkels, daß die Puncte E, K, I fast in eines zusammen fallen.

§. 97. Ist von dem Nabel der Ellipse F die FK nach Belieben gezogen worden, so kan die Verhältniß des Ausschnittes KFB, welcher dadurch entstanden ist, zu der halben Ellipse mit eben so vieler Richtigkeit gefunden werden, wenn man

man nur *KG* nach dem andern Nabel ziehet. Denn wie sich der dadurch gebildete Winkel *KGB* zu zween rechten Winkeln verhält, so verhält sich beynahe der Ausschnitt *KFB* zu der halben Ellipse. T. II. F. 21.

§. 98. Zwar lassen sich die Fehler dieser Proportion vermindern: es dürfte aber überflüßig seyn dieses zu unternehmen, da wir noch verschiedene andere Anweisungen haben, einen Cirkel, und vermittelst desselben, eine Ellipse nach einer gegebenen Verhältniß zu theilen, oder, wenn die Theilung nach Willkühr verrichtet ist, die Verhältniß der Theile gegen das Ganze zu finden. Unter diesen hat die nachfolgende das besondere voraus, daß man sich vermittelst derselben ohne sonderliche Mühe der Wahrheit so sehr nähern kan, als man nur will, weswegen sie auch vorzüglich gebraucht wird. Ich werde, indem ich sie vortrage, bey dem halben Cirkel stehen bleiben, da von demselben der Uebergang auf die Hälfte einer Ellipse so leicht ist.

§. 99. Es sey *ADBA* (*T. II. Fig.* 22. 23) dieser halbe Cirkel, und in demselben das Punct *F* gegeben, durch welches eine Linie *FE* gezogen werden soll, welche macht, daß der Ausschnitt *EFB*, dessen Seite *FB* durch den Mittelpunkt *C* gehet, zu dem halben Cirkel eine gegebene Verhältniß bekomme. Wenn nun wieder gesetzet wird, daß diese die Verhältniß des Ausschnitts *DCB* zu eben dem halben Cirkel *ADBA*, das ist, die Verhältniß des Bogens *DB* zu dem halben Umkreise *ADB*, oder des Winkels *DCB* zu zween rechten Winkeln sey, so siehet man wie vorher, daß nichts anders zu thun sey, als den Ausschnitt *EFB* dem vorigen *DCB* gleich zu machen. Denn wenn $EFB = DCB$, so hat allerdings jeder dieser Ausschnitte zu dem halben Cirkel einerley Verhältniß, und diese ist die vorgegebene. Eben dergleichen ist auch von dem Ausschnitte *EFA* zu sagen, dessen Seite *FA* nicht durch *C* gehet. Dieser Ausschnitt *EFA* verhält sich zu dem halben Cirkel, wie der Bogen *AD* zu dem halben Umkreise, wenn er dem Ausschnitte *DCA* gleich ist. Nun wird beides erhalten, wenn *FE* so gezogen wird, daß der kleinere Ausschnitt *DCE* dem Drevecke *ECF* gleich werden muß, weil an der einen Seite $EFB = ECB + EFC$, und $DCB = ECB + DCE$, und an der andern $EFA = ECA - EFC$ und $DCA = ECA - DCE$. Es komt also bey dieser Auflösung alles auf die Gleichheit dieser zwo Figuren an. T. II. F. 22. 23.

 §. 100.

T. II. F. 22. 23. §. 100. Man ziehe auf die nach Nothdurft verlängerte *CE* aus *F* die *FG* perpendicular. Wird nun *CE* als die Grundlinie des Dreyecks *EFC* angesehen, so ist *FG* die Höhe desselben. Der Ausschnitt *DCE* aber ist einem Dreyecke gleich, welches eben die Grundlinie *CE*, zu seiner Höhe aber eine gerade Linie hat, welche dem Bogen *DE* gleich ist. Soll also das Dreyeck *EFC* dem Ausschnitte *DCE* gleich werden, so muß auch *FG* der Höhe dieses letztern Dreyecks, das ist dem Bogen *DE* gleich seyn, und dadurch wird der Ort des gesuchten Puncts *E* oder *D* auf das einfachste bestimmet.

§. 101. Es ist nehmlich entweder, wenn die Verhältniß gegeben ist, die Theilung des halben Cirkels zu verrichten; oder wenn die Theilung nach Willkühr geschehen ist, die Verhältniß zu finden, welche der abgeschnittene Theil zu dem Ganzen hat. In dem ersten Falle wird das Punct *D* gegeben, und *E* wird gesucht; in dem letztern aber haben wir *E*, und sollen das Punct *D* angeben. In beiden komt alles auf den Bogen *DE* an, um welchen die Puncte des Umkreises *D*, *E* von einander entfernt sind. Wir wollen diesen Bogen *Q* nennen, *BD* aber soll durch *M*, und *BE* durch *N* bezeichnet werden, wenn *FB* durch den Mittelpunct *C* gehet. Wird aber an deren Stelle *FA* genommen, welche nicht durch den Mittelpunct gehet, so soll *M* die *AD*, und *N* die *AE* bedeuten: so daß in dem ersten dieser Fälle wird $Q = M - N$, und in dem andern $Q = N - M$.

§. 102. Ist nun das Punct *E* gegeben, nach welchem die Linie *FE* gezogen ist, die den halben Cirkel theilet: so wird der Bogen *Q* vermittelst der bekanten Zahlen, welche die Verhältniß des Umkreises eines Cirkels zu seinem Durchmesser angeben (78), gar leicht gefunden. Die Entfernung des Punkts *F* von dem Mittelpunct *C* muß bekant seyn. Wir wollen diese *FC* durch *e* andeuten, weil bey der Ellipse *F* einer ihrer Nabel, und also *FC* die Eccentricität werden wird. Nun wird das Punkt *E* nicht anders, als durch einen der Bogen *EB* oder *EA* gegeben, und diese Bogen haben beide eben den Sinus, welcher zugleich der Sinus des Winkels *FCG* ist. Es ist also dieser Sinus, welcher durch $\sin N$ angezeiget wird, immer zu haben. Das Dreyeck *FCG* ist bey *G* rechtwinklicht, und also $1 : \sin N = e : FG$, oder $FG = e . \sin N$; es muß aber seyn $Q = FG$, und demnach auch $Q = e . \sin N$. Hierdurch wird *Q* allerdings gegeben, weil *e* und *N* bekant sind.

§. 103.

§. 103. In dem ersten unserer Fälle, da die Bogen M und N ihren Anfang bey B nehmen, ist $Q = M - N$, und also $M - N = e.\ sin\ N$, und $M = N + e.\ sin\ N$; in dem zweiten aber, da A der Anfang dieser Bogen war, haben wir $Q = N - M$, und also $N - M = e.\ sin\ N$, woraus folget $M = N - e.\ sin\ N$. Diese Gleichungen kommen vollkommen mit denjenigen überein, mit welchen wir uns unlängst (84.) beschäftiget haben, und werden in dieselbe verwandelt, wenn gesetzt wird $M = \psi$ und $N = \varphi$. Es wird also vermittelst der daselbst beschriebenen Zeichnung, zu dem gegebenen e und N oder φ, der Bogen ψ oder M mit aller der Richtigkeit gefunden, die eine genaue Zeichnung geben kan, das ist: wenn die Linie des Dinostratus etwas groß gemacht, und genau getheilet wird, mit einer Ungewißheit von einigen wenigen Minuten. T. II. F. 22. 23.

§. 104. Die Rechnung kan diese Ungewißheit, so weit es nöthig seyn mag, vermindern. Es wird aber dieselbe gar sehr erleichtert, wenn, wie (80.) gezeigt worden ist, man die Länge des halben Durchmessers eines Cirkels durch Theile ausgedruckt, welche bey dessen Umkreise Grade, Minuten, Secunden genennet werden. Man wird dadurch in den Stand gesetzt auch die Eccentricität $FC = e$ durch eine Zahl von Secunden anzugeben, weil die Verhältniß $FC : AC$ bekant ist. Alsdenn aber giebt $Q = e.\ sin\ N$ den Bogen Q in eben solchen Theilen, das ist, in Secunden des Umkreises, von deren Zahl die Minuten und ganzen Grade abgesondert werden können. Ist dieses geschehen, so machen die Vorschriften $M = N + Q$, oder $M = N - Q$ keine weitere Schwierigkeit, weil N ebenfalls in Graden Minuten und Secunden gegeben, und M in dergleichen Theilen gesucht wird.

§. 105. Ist aber durch das Punct D der Bogen DB gegeben worden, welcher sich zu dem halben Umkreise ADB verhalten soll, wie der Ausschnitt EFB zu der halben Scheibe, und wird also das Punct E verlangt, so ist zwar die Rechnung weitläuftiger: durch die Zeichnung aber wird diese Aufgabe eben so leicht als die vorige berichtiget. Es wird nunmehro N oder φ gesucht, und M oder ψ ist gegeben. Wir haben aber (86. 87) gesehen, wie zu dem Ende verfahren werden müsse, sowol wenn die Bogen bey B anfangen, und also M grösser ist als N, oder ψ grösser als φ, als auch wenn der Anfang der Bogen in A fällt, und M kleiner ist als N, oder ψ kleiner als φ. Für den ersten Fall ist die Regel

T. II. F. 22. 23. gel, $\psi = \varphi + e. \sin \varphi$, oder $M = N + e. \sin N$, und für den zweiten, $\psi = \varphi - e. \sin \varphi$, oder $M = N - e. \sin N$: und die gegenwärtige Zeichnung läßt eben so wenige Minuten ungewiß, als die vorige (103.).

§. 106. Wollte man aber auf diese Vorschriften eine Rechnung gründen, durch welche der Bogen N aus dem bekanten M gerade zu zu finden wäre, so würde dieselbe sehr mühsam ausfallen. Man müste erstlich überhaupt den Sinus eines Bogens aus diesem Bogen, oder den Bogen aus seinem Sinus ausdrucken, um dadurch eine der zwo unbekanten Grössen N oder $\sin N$ aus der Vorschrift herauszubringen. Denn so lang sie beide in derselben stehen, siehet man leicht, daß es unmöglich sey, die eine oder die andere durch irgend eine Rechnungsart zu finden, weil dabey immer die andere, die doch eben so unbekant ist, zum voraus bekant seyn müste. Dieses Ausschliessen einer der zwo Grössen N und $\sin N$ aber kan nicht ohne grosse Weitläuftigkeit geschehen. Das beste ist also, man nehme einen Umschweif und bediene sich der Regeln nicht weiter, als den durch andere Wege zwar nicht völlig genau, aber doch beynahe entdeckten Bogen N, so weit es nöthig ist, zu berichtigen. Dieses ist leicht und kurz; und die folgenden kleinen Anmerkungen werden den Vortrag noch deutlicher machen.

§. 107. Es fliesset nehmlich aus allen, so wir bisher gesehen haben, und man kan es selbst aus einiger Betrachtung der Zeichnungen schliessen, daß die Bogen M und N immer mit einander zugleich wachsen und abnehmen, sie mögen ihren Anfang bey A oder bey B haben, so daß, wenn N vergrössert wird, zugleich auch M zunehmen muß, und umgekehrt. Uebrigens aber ist die Regel $M = N + e. \sin N$, welche gebraucht werden muß, wenn die Bogen M und N bey B anfangen, von der andern $M = N - e. \sin N$, welche gilt, wenn A der Anfang dieser Bogen ist, nur in Ansehung des Zeichens der e verschieden. Und in der That unterscheiden sich auch diese beiden Fälle blos durch die verschiedene Lage der durch e bedeuteten CF, in Absicht auf die Puncte A und B. Es wird also, was aus einer dieser Gleichungen geschlossen wird, auf den Fall angewendet, für welchen die andere gehöret, indem man blos $- e$ für $+ e$, oder dieses für jenes setzet: und in so ferne kan die Gleichung $M = N + e. \sin N$ für beide Fälle zugleich gelten.

§. 108. Nach diesen Anmerkungen können wir uns zu der Auflösung wenden, bey welcher uns der ziemlich bekante Satz (*) zu statten kommen wird: Wenn N und

(*) Anal. finit. §. 433.

und n zween Cirkelbogen sind, deren letztern man zu dem erstern hinzusetzet, oder von T. II. F. 22. demselben abziehet, der Radius aber, auf welchen sich die Sinus beziehen, ist, 23. wie gewöhnlich, die Einheit, so ist

$$\sin(N+n) = \sin N.\cos n + \sin n.\cos N, \text{ und}$$
$$\sin(N-n) = \sin N.\cos n - \sin n.\cos N.$$

Wir werden uns hier desselben nur in dem Falle bedienen, wenn der Bogen n sehr klein ist, so daß mit einem sehr geringen Fehler gesetzt werden kan, $\sin n = n$, und $\cos n = 1$. Alsdenn aber wird:

$$\sin(N+n) = \sin N + n.\cos N, \text{ und}$$
$$\sin(N-n) = \sin N - n.\cos N.$$

§. 109. Der Umweg nun, auf welchen man von dem bekanten Bogen M zu dem gesuchten BE oder AE gelangen kan, setzet voraus, daß dieser beynahe bekant sey. Es ist gezeiget worden (105), wie derselbe mit einer grössern Richtigkeit erhalten werden könne, als hier nöthig ist; und dieser Bogen, dessen Grösse von der wahren Grösse des gesuchten nicht sehr verschieden ist, soll nunmehro N heissen. Wenn man nun aus demselben, nach der oben gegebenen Anweisung machet $N + e.\sin N$, so kan das herausgebrachte nicht der gegebene M seyn; weil wenn dieses wäre, daraus geschlossen werden müste, daß N volkommen richtig angenommen sey: und alsdenn würde alle weitere Arbeit wegfallen. Gemeiniglich wird $N + e.\sin N$ kleiner oder grösser seyn als M. Wir wollen zuerst setzen, es sey kleiner, und $N + e.\sin N = M - m$; so ist dieses ein gewisses Zeichen, daß auch N zu klein genommen worden sey (107). Es wird aber auch aus dem dergestalt gefundenen $M - m$, und dem gegebenen M der Unterschied m leicht gefunden, welcher demnach als bekant angesehen werden kan.

§. 110. Weil nun aber N zu klein angenommen ist, so wollen wir setzen, der wahre Bogen sey $N + n$, damit alles auf die Erfindung des Bogens n ankomme, welcher desto kleiner seyn wird, ie weniger N von der Wahrheit abweichet. Da also, wenn n die rechte Grösse hat, $N + n$ wahrhaftig der gesuchte Bogen ist, so muß, wenn in der Regel $N + n$ anstatt N geschrieben wird, die dadurch herausgebrachte Gleichung $N + n + e.\sin(N+n) = M$ ihre völlige Richtigkeit haben: und wenn aus dem vorhergehenden anstatt $\sin(N+n)$ sein Werth genommen wird; so muß auch seyn $N + n + e.\sin N + en.\cos N = M$. Wird nun von dieser Gleichung die vorige $N + e.\sin N = M - m$ abgezogen, so bleibt $n + en.\cos N = m$, oder $n(1 + e.\cos N) = m$,

T. II. F. 22. 23. in welcher Gleichung ausser dem n nichts unbekantes ist: und der Werth dieses n kan aus derselben gar leicht gefunden werden.

§. 111. Komt aber, indem man zu dem nicht völlig richtigen N nach eben der Vorschrift M suchet, mehr als dieser gegebene Bogen M, so daß gesetzt werden kan $N + e.\ sin\ N = M + m$, so ist N zu groß genommen worden, und dieser Bogen muß gemindert werden. Setzen wir also der gesuchte Bogen sey mit völliger Richtigkeit $N - n$, so wird nunmehro durch eben die Schlüsse herausgebracht $N - n + e.\ sin\ (N - n) = M$, oder, wenn auch hier der (108) angezeigte Satz gebraucht wird: $N - n + e.\ sin\ N - en.\ cos\ N = M$, welche Gleichung von der vorigen $N + e.\ sin\ N = M + m$ abgezogen, diese $n + en.\ cos\ N = m$ übrig lässet, das ist: $n\ (1 + e.\ cos\ N) = m$. Da also diese Gleichung, mit der zuletzt gefundenen völlig einerley ist, und was sonst daselbst angemerkt wird, sich auch hier anbringen läßt, so wird, es mag N zu groß oder zu klein angenommen seyn, immer gefunden $n = \frac{m}{1 + e.\ cos\ N}$: und man kan vermittelst dieses Unterschiedes den $N + n$ oder $N - n$ der Wahrheit viel näher bringen, als ihr der angenommene N war.

§. 112. Denn in der That wird, wenn N etwas stark von der Wahrheit abweichet, und dadurch n eine beträchtliche Grösse bekomt, der gesuchte Bogen öfters nicht genau genug gefunden. Man kan aber alsdenn den gefundenen $N + n$ oder $N - n$, anstatt des zuerst angenommenen N gebrauchen, und die ganze Rechnung erneuern: da denn die Fehler viel kleiner werden müssen, weil nunmehro, was bey der Rechnung als richtig vorausgesetzt wird, der Wahrheit mehr gemäß ist. Selten dürfte eine zweite Wiederhohlung dieser Rechnung nöthig seyn, und wenn, nach der gegebenen Anweisung, die Linie des Dinostratus zur Ausfindung des N gebraucht worden ist, kaum die erste. Nehmen die beiden Bogen, der gegebene und der gesuchte, ihren Anfang bey A, so wird, weil nunmehro e das gegenseitige Zeichen bekommen muß, $n = \frac{m}{1 - e.\ cos\ N}$.

§. 113. Es wird nicht undienlich seyn diese Rechnung durch ein Beyspiel zu erleutern, welches eben dasselbe ist, dessen sich Lacaille bedienet. Es sey $M = BD = 68^\circ, 26', 28'' = 246388''$. Die Eccentricität e sey $= 0{,}20881$, indem der Radius CB die Einheit ist: und folgends sey eben die $e = 43070{,}2''$ des Umkreises. Wird nun angenommen $N = 58^\circ = 208800''$, 208800″, welcher Bogen noch genauer hätte können gefunden werden, so ist $\sin N = 0{,}84805$, und $\cos N = 0{,}5299$. Hieraus aber wird $e.\sin N = 36525{,}2''$, und folgends $N + e.\sin N = 245325{,}2''$, welches mit M zusammen gehalten, zeigt, daß N zu klein angenommen sey. Wird also dieses $N + e.\sin N$ von M abgezogen so bleibt $m = 1062{,}8''$. Ferner ist $e.\cos N = 0{,}11065$, und also $1 + e.\cos N = 1{,}11065$. Denn es ist hier nicht nöthig die Eccentricität in Secunden darzustellen, weil es nur darauf ankomt, daß die Verhältniß $(1 + e.\cos N)$ richtig angegeben werde. Wird also gemacht $1 + e.\cos N : 1 = m : n$, welches geschiehet, indem man m durch die gefundene Zahl theilet: so kömt $n = 956{,}9'' = 15',56{,}9''$ oder $15',57''$. Demnach ist der gesuchte Bogen $N + n = BE = 58°,15',57''$, und dieses so genau, daß er keiner Verbesserung bedarf; wie jeder sehen kan, der diese Verbesserung unternehmen will. T. II. F. 22. 23.

§. 114. Es ist also nichts übrig, als daß gezeigt werde, wie der Bogen N auch ohne der krummen Linie, welche ich dazu vorgeschlagen habe, zum ersten Anfange genau genug zu finden sey, so nehmlich, daß er nur um Minuten fehle. Dazu aber giebt selbst die bisher gebrauchte Zeichnung ein bequemes Mittel. Da der Bogen DE der geraden Linie FG gleich werden muß, und beide, sowol der Bogen als die gerade Linie, bey E und G auf den Radius CE perpendicular fallen: so neigen sich die Linien FD, CE, wenn sie mit völliger Richtigkeit gezogen sind, bey DE gegen einander. Wird also CE der FD parallel gemacht, so fällt der Bogen DE zu groß aus. Es ist aber der Ueberschuß des dergestalt gefundenen DE über den wahren Bogen Q, welcher gesucht wird, sehr gering, wenn der Bogen DE klein ist, weil er bloß davon herrühret, daß DE ein würklicher Bogen, und keine gerade Linie ist. Und bey einer kleinen Eccentricität ist DE immer klein, weil er nie grösser werden kan, als die Eccentricität FC. Es kan also in diesem Falle, welcher in der Anwendung fast allein vorkömt, DE, und damit AE oder BE, durch eine blosse Zeichnung richtig genug gefunden werden, wenn man in einen halben Cirkel von schicklicher Grösse die gegebenen Puncte F und D bemerket; und alsdenn der FD durch C die CE parallel machet. Insonderheit wird alles leicht, wenn der halbe Cirkel in seine Grade getheilet ist: und ein geübtes Auge wird mit dieser Beyhülfe nach gezogener CE, auch bey einer etwas grossen Eccentricität, die Länge des Bogens Q genau genug anzugeben wissen.

T. II. F. 22. 23. §. 115. Sollen bey einem zum Theil durch eine Parabel begränzten Raume eben dergleichen Theilungen angebracht werden, so komt uns der Satz (*) zu statten, vermöge dessen das Segment eines Cirkels zwar grösser ist als zwey Drittel des Rechtecks, so mit dem Segment einerley Grundlinie und einerley Höhe hat, aber doch dasselbe desto weniger übertrift, je ein geringerer Theil des ganzen Umkreises zum Bogen des Segments genommen wird: so daß bey einer unendlichen Verminderung der Verhältniß dieses Bogens zum Umkreise des Cirkels, zu welchem der Abschnitt gehöret, endlich alle Ungleichheit völlig verschwindet. Dieser Satz erleichtert die Theilung gar sehr; ja er macht dieselbe völlig geometrisch. Man siehet leicht, daß, wenn T. I. F. 19. $FD \times DB$ das aus den Seiten FD und DB (*T. I. Fig.* 19.) zusammengesetzte Rechteck bedeutet, man in eben dem Verstande werde setzen können, $FDB = \frac{2}{3} FD \times DB$. Es wird nehmlich diese Gleichung nur in dem Falle volkommen richtig seyn, wenn FB ein unendlich kleiner Theil des ganzen Umkreises ist, sich aber doch der Wahrheit immer desto mehr nähern, je kleiner dieser Bogen genommen wird.

§. 116. Es folget hieraus, daß von dem Abschnitte der Ellipse, dessen Sehne der grössern Axe perpendicular ist, und von dessen Hälfte HDB, eben das richtig seyn werde. Denn es ist $FD : HD = FDB : HDB$; (19.) wenn nun $FDB = \frac{2}{3} FD \times DB$, so wird $HDB = \frac{2}{3} \frac{HD.\, FD.\, DB}{FD} = \frac{2}{3} HD \times DB$ Ja es kan diese Gleichheit bey der Ellipse mit etwas mehrerem Rechte angenommen werden als bey dem Cirkel. Denn es wird der Ueberschuß des Abschnittes HDB über $\frac{2}{3} HD \times DB$ nicht nur dadurch gemindert, daß der Bogen FB kleiner genommen wird; sondern er nimt hier auch ab, weil sowol FDB als $FD \times DB$ in der Verhältniß $FD : HD$ vermindert werden, indem man für das erste HDB, und für das zweite $HD \times DB$ setzet.

§. 117. Wenn man sich nun anstatt der Ellipse AGB eine an die Axe AB beschriebene Parabel vorstellen will, deren Scheitel in B fällt; so muß nicht nur $CB = CE$, und also auch der halbe Cirkel AEB, unendlich groß angenommen werden, sondern man muß sich auch die CG ungemein kleiner als CE gedenken. Dadurch wird ein jeder Theil der Axe, welcher mit der Scheitel anfängt, BD, so groß er auch an sich seyn mag, in Ansehung der BC unendlich klein, und der dazu gehörige Bogen FB ist in Ansehung des halben Umkreises AEB ebenfalls als Nichts zu betrachten, unendlich kleiner dann eine Secunde,

(*) Anfangsgr. der Arithm. u. Geom. §. 661.

oder

oder etwas dergleichen. Demnach ist bey einer würklichen Parabel (*T. I. Fig.* 12.), so groß auch AI genommen werden mag, immer genau $AIG = \frac{2}{3} AI \times IG$; und nach unsern vorigen Benennungen $AIG = \frac{2}{3} zy$. Oder, da $yy = 2bz$, und also $z = \frac{yy}{2b}$, so ist $AIG = \frac{y^3}{3b}$: denn dieses wird herausgebracht, wenn man in dem vorigen Ausdrucke den Werth der z an die gehörige Stelle setzet. *T. I. F.* 12.

§. 118. Ist also $z = AF = \frac{1}{2}b$, das ist: erstrecket sich diese Linie von dem Scheitel A bis an den Nabel der Ellipse F, und ist also $y = FL = b$, so wird $AFL = \frac{b^3}{3b} = \frac{bb}{3}$. Läßt man aber z die AK, und y die HK bedeuten, so wird $\frac{2}{3} zy = AKH$. Nun ist zu dem rechtwinklichten Drenecke FKH die $FK = z - \frac{1}{2}b$; es wird also dieses Dreneck durch $\frac{1}{2} FK \times KH = \frac{1}{2}(z - \frac{1}{2}b)y = \frac{1}{2}zy - \frac{1}{4}by$ ausgedruckt. Wird dasselbe von der krumlinichten Figur AKH abgezogen, so bleibt die Art eines Ausschnittes AFH übrig, welcher AFH demnach seyn wird $\frac{2}{3}zy - \frac{1}{2}zy + \frac{1}{4}by = \frac{1}{6}zy + \frac{1}{4}by$. Fällt die aus dem Nabel an die Parabel gezogene Linie, welche mit der AF den Ausschnitt einschliesset, an die andere Seite der FL, in den Winkel AFL; so muß zwar anstatt der Differenz der Figuren AKH, FKH ihre Summe genommen werden, damit der Ausschnitt herauskomme. Es ist aber auch in dem Falle, anstatt $z - \frac{1}{2}b$ zu nehmen $\frac{1}{2}b - z$, und also anstatt $\frac{1}{2}zy - \frac{1}{4}by$ zu setzen $\frac{1}{4}by - \frac{1}{2}zy$, welches zu $\frac{2}{3}zy$ hinzugesetzt, eben das, nehmlich ${}^{1}zy + \frac{1}{4}by$ heraus bringt. Es ist gar leicht die Zeichnung zu entwerfen, welche diesen Fall vorstellet: derowegen ist dieselbe hier weggeblieben.

§. 119. Wird nun in diesem allgemeinen Ausdrucke des Ausschnittes anstatt der z die ihr gleiche $\frac{yy}{2b}$ gesetzt: so wird derselbe in diesen $\frac{y^3}{12b} + \frac{1}{4}by$ verwandelt, woraus wird $\frac{y^3 + 3bby}{12b}$. Nun ist, wenn die Cotangente der Hälfte des Winkels HFK, welchen wir oben v genennet haben, durch den einzelnen Buchstaben t angedeutet wird, $t = cot\, \frac{1}{2}v = \frac{y}{b}$ (70). Es wird also der Ausschnitt AFH aus dieser Cotangente t, welche zugleich die Tangente der Hälfte des darneben stehenden Winkels des Ausschnitts AFH ist, ohne Mühe ausgedruckt, wenn nur in dem eben gefundenen bt anstatt y gesetzt wird.

T. I. F. 12. Man erhält dadurch $\frac{b^2t^3 + 3b^2t}{12}$, welches demnach die Grösse des Ausschnitts AFH angiebt. Der Ausschnitt AFL, dessen Winkel bey F gerade ist, war $\frac{1}{3}bb$ (118). Es verhält sich also dieser Ausschnitt AFL zu einem jeden andern AFH, wie $\frac{1}{3}bb$ zu $\frac{b^2t^3 + 3b^2t}{12}$, das ist, wie 1 zu $\frac{t^3 + 3t}{4}$, oder wie 4 zu $t^3 + 3t$.

§. 120. Nun ist noch etwas von den Körpern anzumerken, welche entstehen, indem eine Ellipse sich um eine ihrer Axen herum drehet, die eben dadurch auch die Axe des erzeugten Körpers wird. Diese Körper werden, in Ermangelung eines bessern, ebenfalls mit dem Namen einer Kugel belegt, vornehmlich wenn sie nicht sehr von einer eigentlichen völlig runden Kugel abweichen. Und da die Axe, um welche sich die Ellipse drehet, sowol ihre kleinere als ihre grössere seyn kan, so können wir die in dem ersten Falle entstehende, gedruckte, die in dem zweiten aber, länglichte Kugeln nennen. Alle Arten der Kugeln haben dieses mit einander gemein, daß ein jeder Durchschnitt derselben, auf dessen Fläche die Axe der Kugel perpendicular fällt, einen Cirkel giebt, dessen Durchmesser eine eben der Axe perpendiculare Sehne der Ellipse ist, welche die Kugel erzeuget hat. Denn auch der Cirkel ist eine Ellipse, welcher sich von den übrigen durch nichts unterscheidet, als daß alle Durchmesser desselben, und folgends auch diejenigen, welche man als seine Axen ansehen will, einander gleich sind. Uebrigens werden wir die länglichten Kugeln kaum gebrauchen: es ist aber auch leicht die folgenden Sätze, bey welchen wir uns vornehmlich an die gedruckten halten werden, auf dieselbe anzuwenden.

§. 121. Wenn eine halbe Ellipse, oder auch nur einer der Quadranten, in welche sie durch ihre zwo Axen getheilet worden ist, GCB (T. I. Fig. 19. 20.) zugleich mit dem Quadranten des Cirkels ECB, sich um EC oder GC herum drehet, es mag CB, die zugleich der Halbmesser zu dem Quadranten ECB ist, die grössere oder die kleinere Axe der Ellipse seyn: so verhält sich die Hälfte der von GCB erzeugten gedruckten oder länglichten, zu der Hälfte der eigentlichen Kugel, welche ECB erzeuget, immer wie GC zur EC, welche Linien als die Höhen der beiden Halbkugeln angesehen werden können, indem die gemeinschaftliche Grundfläche derselben der mit dem Halbmesser CB beschriebene Cirkel ist. Dieses siehet man leicht, wenn man erweget, daß eine jede HD, welche von irgend einem Puncte der Oberfläche der länglichten oder gedruckten Halbkugel, der Grundflä-

T. I. F. 19. 20.

che

che perpendicular fällt, sich zu der dazu gehörigen FD, deren Punct F in der Oberfläche der eigentlichen Kugel liegt, wie GC zur EC verhalte. Denn man kan den Grundsatz, dessen wir uns in der Geometrie (*) zur Vergleichung der Cörper bedienet haben, allerdings so erweitern, daß daraus auch der gegenwärtige Schluß folget. T. I. F. 19. 20.

§. 122. Wenn also zu einer gedruckten Halbkugel die grössere Axe noch immer $2a$, und die kleinere $2c$ ist, so verhält sich dieselbe zu der Hälfte einer eigentlichen völlig runden Kugel, die eben die $2a$ zum Durchmesser hat, wie c zu a, und eben so verhält sich die ganze gedruckte Kugel, zu der ganzen runden. Da nun die Grösse dieser letztern durch $\frac{4}{3}\pi a^3$ angegeben wird (79), und die Grösse ihrer Hälfte durch $\frac{2}{3}\pi a^3$: so wird die Grösse der gedruckten Kugel seyn $\frac{4}{3}\pi a^2 c$, und die Grösse ihrer Hälfte $\frac{2}{3}\pi a^2 c$. Denn dieses sind die vierten Glieder der Proportion zu den drey erstern a, c und $\frac{4}{3}\pi a^3$, oder a, c und $\frac{2}{3}\pi a^3$.

§. 123. Ueberhaupt haben alle Kugeln, von welchen hier die Rede ist, die Eigenschaft, daß eine jede Ebene, welche sie schneidet, immer eine Ellipse zum Vorschein bringt, wenn der Cirkel mit zu denselben gerechnet wird: und also entweder eine eigentliche länglichte Ellipse, oder einen Cirkel; welches also bewiesen wird. Die schneidende Fläche mag liegen wie sie will, so kan immer durch die Axe der Kugel eine andere gelegt werden, die auf jene senkrecht fällt. Es sey $ADBE$ (T.II.F.24) diese durch die Axe der Kugel gelegte Fläche, welche, so weit sie in die Kugel fällt, diejenige Ellipse seyn wird, welche die Kugel, durch ihr Drehen um DE, erzeuget hat; und FG sey die gerade Linie, in welcher sie von der Fläche geschnitten wird, so die Kugel schneidet: welche man sich demnach senkrecht auf $ADBE$ an die FG angesetzt vorstellen muß. Von dieser Fläche nun, in so ferne sie rings herum bis an die Oberfläche der Kugel reichet, wird behauptet, daß sie ebenfalls die Gestalt einer Ellipse haben werde. T. II. F. 24.

§. 124. Man theile zu dem Ende die Linie FG bey H in zwey gleiche Theile FH, HG, deren jeden wir hernach m nennen werden, und schneide die Kugel durch H, vermittelst einer Ebene, welcher die Axe DE perpendicular sey. Dieses wird einen Cirkel zum Vorschein bringen, dessen Durchmesser KI ist (120). Die Fläche dieses Cirkels ist der Fläche $ADBE$ ebenfalls senkrecht, und schneidet also die durch FG gelegte in einer geraden Linie, die sowol mit der KI, als mit der FG bey H rechte Winkel einschliesset. Uebrigens reichet diese Linie von H bis an Oberfläche der Kugel, und endiget sich in derselben, bey einem Puncte, welches in dem Umkreise des zu KI gehörigen Cirkels liegt, woraus fol-

(*) Anfangsgr. der Arithm. u. Geom. §. 523.

T. II. F. 24. get, daß sie die mittlere Proportionallinie zwischen KH und HI seyn werde, welches, wenn man sie n nennet, die Gleichheit $nn = KH. HI$ giebt. Es endiget sich aber auch eben diese Linie n in dem Umkreise des Durchschnittes, dessen Gestalt der Gegenstand der gegenwärtigen Betrachtung ist. Von einem jeden andern in der Linie FG nach Belieben angenommenen Puncte L ist eben das zu sagen. Wenn nehmlich die Kugel auch durch dieses Punct L, ihrer Axe DE perpendicular geschnitten wird, so entstehet eine andere von L bis an die Oberfläche der Kugel reichende Linie, die sowol der MN als der FG perpendicular ist, und, wenn sie y genennt wird, die Gleichheit $yy = ML. LN$ giebt. Sie endiget sich aber auch, so wie n, in dem Umkreise des Durchschnitts, welchen wir betrachten. Nun aber hat in der Ellipse $ADBE$, wie in einer jeden andern (35), die Proportion $ML. LN : KH. HI = FL. LG : FH. HG$ statt, und es ist $ML. LN = yy$; $KH. HI = nn$, $FH. HG = FH^q = mm$; und wenn HL die Benennung x bekomt, so wird $FL = m - x$, $LG = m + x$, und also $FL. LG = mm - xx$, die Proportion aber wird durch diese Benennungen in die folgende verwandelt: $yy : nn = mm - xx : mm$, welche die Gleichung $mmyy = nn\,(mm - xx)$ giebt, die, weil alle y einander parallel liegen, und ihren Anfang in eben der geraden Linie FG nehmen, allein von der Ellipse richtig ist, und diese von allen übrigen Figuren unterscheidet.

§. 125. Es kan dargethan werden, daß alle Ellipsen, welche entstehen, indem dieselbe Kugel durch Flächen geschnitten werden, die einander parallel liegen, oder auch durch solche, bey deren jeder der Winkel CQF eben die Grösse hat, und welche folgends mit einerley Winkel an die verlängerte Axe DE anlauffen, einander ähnlich ausfallen, und daß zu einer jeden dieser Ellipsen $2m = FG$ die kleinere, und $2n$ die grössere Axe seyn werde, wenn in der $ADBE$ die DE die kleinere Axe, AB aber die grössere ist. Es ist aber der Beweiß hiervon, welcher mir beygefallen ist, weitläuftiger, als daß er hier Platz finden könte. Wir werden aber auch nur den Fall gebrauchen, in welchem die schneidende Fläche, und folgends auch RT, welche anstatt FG komt, der Axe der Kugel DE parallel lieget. Bey diesem Umstande ist $m = \frac{1}{2}RT = RS$; n aber ist die mittlere Proportionallinie zwischen AS und SB, welche von S bis an den mit dem Radius CA um C beschriebenen Cirkel reichet. Ist diese VS, so haben wir $n = VS$, und also $m : n = RS : VS = c : a$, woraus der Schluß leicht zu ziehen ist (31).

Der

Der

Astronomischen Vorlesungen

zweiter Abschnitt.

Erste Eintheilung des Sternhimmels.

Brechung der Lichtstrahlen.

§. 126.

Wir leben in der Luft, und sehen alles was wir sehen, durch Strahlen, welche in derselben zu uns kommen. Ist nun die Luft rein, und der Boden, auf welchem wir stehen, nicht bergicht, sondern eben, wie die Oberfläche des stehenden Wassers; so finden wir, daß die Strahlen, welche so fortgehen, daß sie sich diesem Boden weder nähern, noch von demselben entfernen, völlig gerade sind. Gehet aber ein Strahl schief unterwärts gegen den Boden, oder entfernet er sich von demselben nach einer schiefen Linie, so bleibt er nicht mehr völlig gerade, sondern wird in seiner ganzen Länge unterwärts gebogen, und man kan die Krümmung desselben merken, wenn er eine beträchtliche Länge hat. Auch bringen die Dünste, und andere zufällige Veränderungen der Luft, die Strahlen öfters von dem geraden oder krumlinichten Wege ab, welchen sie ausser dem genommen hätten. Alles dieses wird gewissermassen sichtbar, wenn man ein dazu eingerichtetes Sehe-rohr nach einen etwas weit entfernten Ort des Erdbodens, einen Berg, der Spitze eines Thurns oder etwas dergleichen richtet, und in dieser Lage unbeweglich erhält. Dieser Gegenstand erscheinet in dem Rohre bald mehr bald weniger hoch, wenn man nach denselben zu verschiedenen Stunden siehet, insonderheit kurz vor und nach dem Aufgange der Sonne.

§. 127. Wenn nehmlich *AB* (*T. II. Fig.* 25.) den Boden vorstellet, über welchen sich die Luft befindet, so ist diese unten immer dichter als oben: und man kan sich in derselben dergleichen Lagen vorstellen, als durch die der *AB* parallel *T. II. F.* 25.

H gezeich-

T. II. F. 25. gezeichneten Linien angedeutet werden, in deren jeder die Luft einerley Dichtigkeit bekomt, wenn ihr Zeit gelassen wird, sich zu setzen, nachdem sie durch einen Wind, oder die aufsteigenden Dünste, oder eine schnelle Veränderung der Wärme, in Unordnung gebracht worden ist. Gehet nun ein Lichtstrahl zwischen zwoen dieser Flächen fort, ohne seine Entfernung von denselben zu ändern, so bleibt er gerade, weil nichts da ist, das ihn von seinem Wege abbringen könte. Gehet er gerade unterwärts nach den Boden *AB*, oder von demselben gerade aufwärts, so daß er durch jede der Flächen, welche die Lagen von einander absondern, nach einer Linie dringet, die derselben perpendicular ist: so ist aus der Lehre von der Strahlenbrechung bekant, daß er ebenfalls in dieser Linie bleiben, und von derselben nirgends im geringsten abweichen werde. Fällt aber der Strahl *CD* bey *D* schief auf eine der angenommenen Flächen, so wird er daselbst allerdings gebrochen, so daß der Theil dieses Strahls *DE*, nicht mehr als eine Verlängerung der geraden Linie *CD* angesehen werden kan, sondern mit derselben bey *D* einen Winkel macht. Eine dergleichen Veränderung gehet mit dem Strahle auch bey einem jeden andern Puncte vor, in welchem er eine der Flächen antrift, so die Lagen von einander absondern. Er würde also in seinem Wege von *C* bis *F* eine gebrochene Linie *CDEF* beschreiben, wenn diese Flächen weit genug von einander entfernet, und der Unterschied der Dichte der Luft, in zwo unmittelbar auf einander folgenden Lagen, beträchtlich wäre. Da aber keines von beiden statt hat, indem die Dichtigkeit der Luft von unten nach oben zu nicht rückweise, sondern in einem fort, abnimt, so ist *CDEF* würklich eine krumme Linie, die von der verlängerten Richtung des einfallenden Strahls *CG* bey *D* berühret wird.

§. 128. Wird nun auch *FG* gezogen, welche den krummen Weg des Strahls bey *F* berühret, so ist diese *FG* die Richtung des Strahls bey *F*, nach welcher er in ein Auge fällt, das sich daselbst befindet. Er kan also in dieses Auge nicht anders würken, als wenn er beständig nach der geraden Linie *GF* gegangen wäre; welches das Urtheil nach sich ziehen muß, der sichtbare Punct, von welchem der Strahl komt, liege irgendwo in der verlängerten *FG*: denn was dem Strahle unter Weges begegnet ist, kan das Auge nicht empfinden.

§. 129. Die Linie *CH*, nach welcher der Strahl fortgehen würde, wenn ihn die Luft nicht bräche, gehet nicht durch *F*, und trift den Boden bey einem ganz andern Puncte *H* an: von welchem ein Auge eben den sichtbaren Punct, welcher

welcher dem Auge *F* in der *FG* erscheinet, in der *HG* sehen würde. Diese bei- T. II. F. 25.
den Linien *FG*, *HG* machen mit *AB* die ungleichen Winkel, *GFB*, *GHB*, unter welchen der äussere *GFB* der grössere ist, und der Ueberschuß desselben über den innern *GHB* ist der Winkel *HGF*, den die gehörig verlängerten Berührungslinien *DG*, *FG* mit einander einschliessen. Wird durch *F* die *FI* der *HG* parallel gezogen, so wird auch *GFI* dem Winkel *FGH* gleich, um welchen der Strahl von seinem geraden Wege abgebracht worden ist. Es würde aber das Auge in *F*, welches den sichtbaren Punct, vermittelst des gebrochenen Strahls, in der *FG* siehet, denselben vermittelst eines ungebrochenen desto weniger von der *IF* abweichend sehen, je weiter es von diesem Puncte entfernet ist. Bleibt nun alles übrige einerley, so wird der Winkel *HGF* = *GFI* desto kleiner, je grösser *IFB* wird, und desto grösser, je mehr *IFB* abnimt. Der Winkel *GFB* aber wächset immer mit dem *IFB* zugleich, und nimt mit demselben zugleich ab. Dieses folget unmittelbar aus den Gesetzen, nach welchen die Strahlen bey ihrem Uebergange aus einer dünnern Materie in eine dichtere, oder aus dieser in jene, gebrochen werden; und wird hievon in dem nachfolgenden ausführlicher zu handeln seyn.

§. 130. Da also die Strahlen, welche aus einem von der Luft umgebenen Gegenstande nach unsern Auge gesendet werden, meistentheils krum sind, und uns diesen Gegenstand in einer Linie weisen, die von derjenigen, in welcher er sich würklich befindet, etwas abweicht: so muß dieses bey denen Strahlen, vermittelst welcher wir einen sich ausser unsern Luftkreis aufhaltenden Körper sehen, noch vielmehr zutreffen, weil die Wege, welche diese Strahlen in der Luft nehmen müssen, viel länger sind. Es ist aber überhaupt die durch die Luft verursachte Krümme der Strahlen so gar groß nicht. Der davon herrührende Abweichungswinkel *HGF* beträgt kaum jemals mehr als 33 Minuten, und wird, wenn *GFB* die Hälfte eines rechten Winkels übersteiget, kleiner als eine Minute. Wir können also bey dem Anfange unserer Betrachtung der Körper, die sich ausser unserer Luft in dem unendlichen Raume befinden, welchen wir den Himmel nennen, und daher himmlische Körper heissen, diese ganze Krümmung, bey Seite setzen, und die Strahlen, vermittelst welcher sie uns sichtbar werden, als gerade Linien ansehen, so weit auch diese Körper von uns entfernt seyn mögen. Denn ausser der Luft, deren Höhe über der Erde gewiß kleiner ist als 20 gemeine teutsche Meilen, ist nichts, so diese Strahlen von ihrem geraden Wege abbringen könte.

T. II. F. 25. §. 131. Es ist bereits (128) angemerket worden, daß wir gar wol empfinden, von welcher Seite ein Strahl in unser Auge komme: und wir können dadurch, was uns zur Rechten liegt, von dem zur Linken, das Obere von dem Untern, und was sonst von dieser Art zu der Ordnung verschiedener Körper gehöret, immer unterscheiden. Aber dadurch wird uns diese Ordnung, oder die Lage der verschiedenen Puncte eines Körpers, von welcher dessen Gestalt herrühret, noch lange nicht völlig bekant. Das Auge kan uns von der Länge des Strahls, welcher sich von dem sichtbaren Gegenstand bis an dasselbe erstrecket, nicht belehren, und wir empfinden nie unmittelbar, wie weit dieser Gegenstand von uns entfernet sey: sondern sind gezwungen, diese Entfernung aus gewissen Nebenumständen zu schliessen, bey welchen wir uns leicht irren können, und öfters, wenn wir nicht genau Acht haben, gar sehr irren. Es ist aber klar, daß so lange uns diese Entfernungen unbekant sind, sehr vieles von der Ordnung der Puncte, welche sich uns in diesen oder jenen geraden Linien zeigen, zu fragen übrig bleibe.

Die Vorstellung, welche wir uns von dem Himmel machen.

§. 132. Bey unserer ersten Betrachtung fehlen uns die Umstände, aus welchen wir die Entfernungen der himmlischen Körper beurtheilen könten, völlig; und überhaupt ist hier nur von unsern Empfindungen die Rede, nicht von den T. II. F. 26. Schlüssen, welche wir darauf gründen können. Wenn also (*T. II. Fig.* 26.) das Auge O einen Punct eines solchen Körpers in der Linie OA siehet, und einen andern in OB; so merken wir wol die Grösse des Winkels AOB, und können mit einiger Beyhülfe denselben genau genug angeben. Aber wir merken nicht, ob der Strahl OA aus A oder a, oder einem jeden andern Puncte der unendlich verlängerten OA entsprungen sey: und eben so wenig empfinden wir den eigentlichen Ursprung des Strahls OB. Wir können also nicht sagen, ob die Puncte, die wir vermittelst dieser Strahlen sehen, so gegen einander liegen, wie A und B, oder ob der eine vielmehr durch A, und der andere durch b, oder der eine durch a, und der andere durch B vorzustellen sey, oder wo sie sonst in den Linien OA, OB angenommen werden müssen. Also kan uns auch unser Auge von der Entfernung eines dieser Puncte von dem andern, oder von der eigentlichen Länge der geraden Linie, welche sich von dem einen bis an das andere erstrecket, keinesweges belehren. Denn es ist klar, daß A von B eine ganz andere Entfernung haben könne, als a von B oder b, oder auch A von b.

§. 133.

§. 133. Es bleibt uns also nichts übrig, als daß wir uns nur an die scheinbare Entfernung halten, welche nichts anders ist, als die Grösse des Winkels *AOB*. Wir nennen die Fähigkeit diese Grösse zu beurtheilen, und mit der Grösse eines andern dergleichen Winkels zu vergleichen, das Augenmaaß, welches durch die Uebung zu einer Zuverläßigkeit gebracht werden kan, die in vielen Fällen hinlangt, besonders wenn die mit einander zu vergleichenden Winkel beide klein sind. Will man aber einen solchen Winkel *AOB* genauer haben, so darf man nur eine recht ebene Fläche dergestalt legen, daß die Strahlen *OA* und *OB* beide sich in dieser Fläche nach dem Orte des Auges *O* erstrecken müssen. Alsdenn können diese Strahlen in der Fläche gezeichnet werden, wodurch der Winkel *AOB* sogleich bekant wird. T. II. F. 26.

§. 134. Es wäre äusserst unbequem, wenn wir einen Winkel nicht anders anzugeben wüßten, als durch seine dergestalt in einer Ebene verzeichneten Schenkel. Das bequemste Mittel zur Vermeidung dieser Weitläuftigkeit ist, daß man in einer richtigen Ebene den Umkreis eines Cirkels, oder einen schicklichen Theil desselben, beschreibe, und so genau, als es sich bey der Grösse des dazu gebrauchten halben Durchmessers will thun lassen, in Grade, Minuten und Secunden theile. Wird alsdenn diese Ebene in die Lage gebracht, bey welcher die Schenkel des Winkels *AOB*, (*T. II. Fig.* 27.) welche nach Belieben in *OC* und *OD* verlängert werden können, in dieselbe fallen müssen, und zugleich der Mittelpunct mit der Spitze *O* übereinkomt: so kan, wenn der Bogen nicht kleiner ist, als der vierte Theil des Umkreises, immer das Maaß eines der vier Winkel, denen die Spitze *O* gemeinschaftlich ist, gefunden, und aus demselben das Maaß eines jeden der übrigen geschlossen werden: bey kleinern Winkeln aber, oder viel grössern, können kleinere Bogen eben das leisten. Dieses ist der Grund aller Winkelmesser, die in der Astronomie gebraucht werden. Ihre übrige Ausarbeitung richtet sich nach der besondern Absicht, zu welcher man sie verfertiget. Die gewöhnlichsten sind Quadranten von Cirkeln, deren halbe Durchmesser zwischen einen und sechs Schuhen groß sind. Sonst aber ist bey der Einrichtung und dem Gebrauche dieser und anderer astronomischer Instrumente gar vieles zu sagen, so hieher nicht gehöret. T. II. F. 27.

§. 135. Wenn wir uns bey der Beurtheilung der scheinbaren Entfernung eines himmlischen Cörpers von einem andern des blossen Augenmaasses bedienen,

T. II. F. 27. gründen wir uns auf eben die Begriffe; ausser daß dabey nur diejenigen sich der Grade und ihrer Theile bedienen können, die derselben gewohnt sind. Die übrigen begnügen sich damit, daß sie die Verhältniß des Cirkelbogens, welcher die Entfernung angeben soll, zu einem andern mit eben dem Radius beschriebenen dergleichen Bogen, der als bekant angesehen wird, so gut sie können, bestimmen. Wir stellen uns zu dem Ende eine um das Auge als ihren Mittelpunct beschriebene hohle Kugel vor, die so groß ist, daß sie alle himmlische Körper umgiebet; und beschreiben alle Bogen, welche die Entfernung eines dieser Körper von einem jeden der übrigen angeben sollen, in unsern Gedanken, an die Oberfläche dieser Kugel. Dieses Mittel ist das natürlichste, und also kein Wunder, daß alle Menschen darauf gefallen sind. Da wir nun in unserer Kindheit schwerlich das blos eingebildete, von etwas würklichen zu unterscheiden wissen, und mit zunehmenden Jahren wenige dahin gelangen, daß sie dieses lerneten: so wird gemeiniglich angenommen, daß eine dergleichen hohle Kugel in der That da sey, an deren Oberfläche die himmlischen Körper bald ruhen, bald hin und hergehen: und die blaue Farbe der heitern Luft trägt vieles bey, diesen Irthum zu befestigen, weil wir meistentheils da, wo wir eine Farbe sehen, auch etwas körperliches anzutreffen, gewohnt sind.

Von den Fixsternen.

§. 136. Sind aber die scheinbaren Entfernungen, von welchen die Rede ist, vermittelst eines dazu geschickten Winkelmessers mit einer hinlänglichen Richtigkeit genommen worden, so sind wir im Stande, die Himmelskugel, mit den dem Schein nach daran haftenden Sternen, in kleinen abzubilden. Man versiehet sich mit einer Kugel von schicklicher Grösse, und beschreibt mit einem Radius, der dem halben Durchmesser derselben gleich ist, den Umkreis eines Cirkels, welchen man in Grade und so weiter theilet. Nach diesen Graden werden die Entfernungen gemessen, um welche die Puncte der Kugel, die gewisse Puncte des Himmels vorstellen sollen, von einander entfernet seyn müssen. Dadurch können so viele himmlische Körper, als man will, auf die Kugel gebracht, und der Stand eines jeden in Ansehung aller übrigen, welchen er zur Zeit der Beobachtung gehabt hat, bestimmet werden.

§. 137. Es sind aber die seit mehr als dreytausend Jahren eingeführten Sternbilder ein noch bequemeres Mittel, von der Ordnung, in welcher uns die Körper an den Himmel erscheinen, einen Begriff zu geben, welcher uns in den

Stand setzet die in dieser Ordnung vorgehenden Veränderungen zu bemerken. T. II. F. 27.
Die Beschreibung dieser Bilder wird an ihrem Orte folgen. Es ist an sich klar, daß sie wilkührig sind, und daß noch jetzo jedermann an dem Gewölbe des eingebildeten Himmels, sich ein Dreyeck, einen Wagen, ein Thier, oder was er sonst will, gezeichnet vorstellen, und die Sterne, vermittelst der verschiedenen Theile dieser Zeichnungen, bey welchen sie gesehen werden, von einander unterscheiden könne.

§. 138. Durch diese Hülfsmittel, und durch wiederhohlte Messungen ist entdeckt worden, daß die allermeisten Sterne uns immer in einerley Ordnung erscheinen, nicht anders als ob jeder derselben an dem eingebildeten Gewölbe unbeweglich befestiget wäre: wovon sie den Namen der Fixsterne bekommen haben. In der That werden bey einigen dieser Sterne Abweichungen beobachtet, mit welchen sie ihre Entfernungen von den übrigen ändern, so daß, wenn alles auf das genauste genommen wird, ihre gegenwärtige Ordnung nicht völlig diejenige ist, in welcher sie vor diesem gestanden sind. Es sind aber diese Abweichungen sehr gering, und betragen nach vielen Jahren nur wenige Minuten, mit welchen sich mit der Zeit dieser Stern nach dieser, ein anderer aber nach einer andern Seite von seinem vorigen Orte entfernet, ohne daß gewisse Regeln anzugeben wären, nach welchen sie sich bey dieser kleinen Bewegung richten. Und fast nur bey den hellern Sternen wird einige Abweichung bemerket; und nicht bey den mehr dunklern, deren Zahl ungemein grösser ist, so daß wir keinen Grund haben deswegen ein Unterschied unter den Fixsternen zu machen. Diese allein konten in die Sternbilder gebracht werden. Der Ort der übrigen Körper, welche von einem Fixstern zu dem andern zu gehen scheinen, läßt sich nur für eine gewisse Zeit bestimmen, in welcher sie sich in diesem oder jenem Sternbilde da oder dort befinden.

§. 139. Die Fixsterne erscheinen durch ein Fernrohr als völlig untheilbare Puncte: der viel lebhaftere Glanz aber, welchen einige derselben vor andern haben, verursachet, daß jene grösser und diese kleiner zu seyn scheinen. Nach dieser Grösse werden die Fixsterne in Abtheilungen gebracht, und Sterne der ersten, zweiten, dritten, bis zur sechsten und zehnten Grösse genant. Nur sehr gute Augen sehen die Sterne von der fünften und sechsten Grösse: die noch kleinern sind blos durch Fernröhre sichtbar. Es komt aber dabey gar vieles auf die

T. II. F. 27. Beschaffenheit der Luft an, in welcher sich das Auge befindet. Wir sehen bey einem starken Nebel nicht einmal die Sonne; was ist aber das Licht eines Fixsterns gegen den Glanz derselben?

§. 140. Es muß aber auch unser Auge nicht von fremden Lichte geblendet werden, wenn wir etwas recht gut sehen sollen. Je weniger das inwendige des Auges, und insbesondere der hintere Boden desselben, auf welchen die Strahlen endlich auffallen, erleuchtet ist, je lebhafter empfinden wir den Eindruck, welchen ein sichtbarer Gegenstand verursachet, indem er seine Strahlen dahin sendet. Im Gegentheil können wir das Licht, welches ein sichtbarer Körper auf einen Theil vom Boden des Auges wirft, von demjenigen, mit welchem der ganze Boden bedeckt ist, nicht wol unterscheiden, wenn jenes Licht nicht viel stärker ist, als dieses. Aus dieser Ursache sehen wir viele Sterne nicht, wenn der Mond scheinet, und gar keinen, wenn die Sonne unsere Luft erleuchtet. Beym Untergange der Sonne, erscheinen uns die Sterne nach und nach, die hellern zuerst, und hernach die weniger hellen: beym Aufgange der Sonne aber verschwinden sie in verkehrter Ordnung. Im Gegentheil können wir die grössern Sterne auch bey Tage sehen, wenn wir alles fremde Licht sorgfältig ausschliessen: welches geschiehet, wenn wir aus einem sehr finstern Raume durch ein langes inwendig geschwärztes Rohr nach denselben sehen. Ist dieses Rohr mit Gläsern versehen, welche es zu einen Seherohr machen: so ist es desto besser, wenn nur auch auf diese Gläser kein fremdes Licht fallen, und dieselbe alzusehr erleuchten kan.

§. 141. Die scheinbare Entfernung eines Fixsterns von einem andern wird nie anders befunden, wenn man sie an einem andern Orte des Erdbodens misset, so weit auch dieser zweite Ort von dem ersten entfernet seyn mag: und die Sternbilder bleiben in völliger Strenge einerley, von welchem Orte des Erdbodens man sie auch ansehen mag. Dieses scheinet der Geometrie zu widersprechen.

T. II. F. 28. Denn wenn A und B (*T. II. Fig.* 28.) zween Sterne sind, die dem Auge in O um den Winkel AOB von einander entfernet scheinen, einem Auge in Q aber, um den Winkel AQB; so ist dieser letztere Winkel AQB kleiner als der vorige AOB, und der Unterschied der beiden Winkel ist QAO. Dieser Widerspruch kan nicht anders gehoben werden, als wenn der Winkel QAO so klein genommen wird, daß wir ihn gar nicht merken können. Nun ist es nicht möglich, daß dieser Winkel so sehr klein werde, wenn nicht die Entfernung des Fixsterns A von O

oder

oder Q so groß ist, daß QO, die Entfernung des auf dem Erdboden angenommenen Orts Q von O, in Ansehung derselben vor Nichts gehalten werden kan: T. II. F. 28.
so eine grosse Zahl von Meilen auch diese Entfernung QO betragen mag. Es müssen also die Fixsterne wenigstens so weit von der Erde entfernet seyn, daß einige hundert Meilen, in Ansehung dieser Entfernung, für Nichts gehalten werden können, weil der Zusaz derselben zu der ganzen Entfernung in den Erscheinungen so wenig ändert.

§. 142. Es kan also auch die Grösse der ganzen Erde in Ansehung der Grösse des Sternhimmels in keine Betrachtung kommen, sondern muß, in Vergleichung mit demselben, als ein Punct angesehen werden. Woraus folgt, daß ohne den geringsten merklichen Fehler angenommen werden könne, es befinde sich ein jedes Auge, auf in oder bey der Erde, wo nur Menschen hinkommen können, würklich in dem Mittelpuncte der eingebildeten Himmelskugel. Man wird also auch zwo gerade Linien, die von einem Fixsterne nach zween verschiedenen Puncten dieses Raums gezogen sind, als eine einzige Linie, und zwo gerade Linien, die von zween verschiedenen Puncten eben des Raums nach einem Fixsterne laufen, als einander parallel, ansehen müssen: und wenn, durch zween verschiedene Puncte der Erde, zwo Flächen einander parallel sind, die sich bis an den Sternhimmel erstrecken, so kan der Cirkelkreis, in welchem ihn eine dieser Flächen schneidet, von uns eben so wenig von dem andern, in welchem er von der andern Fläche geschnitten wird, unterschieden werden. Dieses erleichtert die Messung der scheinbaren Entfernung eines Fixsterns von dem andern gar sehr. Die Spitze des Winkels, welchen wir bey dieser Arbeit suchen, befindet sich überall, wo wir hinkommen können; und der Mittelpunct eines jeden unserer Winkelmesser fällt immer in diese Spitze.

§. 143. Obwol ein Fixstern seinen Stand in Ansehung der übrigen nicht verändert, so verändert er doch denselben in Ansehung unser in einer kurzen Zeit gar sehr. Wir mögen so stille stehen oder sitzen, als wir wollen, so sehen wir doch eben den Fixstern, welchen wir vor kurzen zu unserer Linken gesehen haben, nunmehro über uns stehen, oder zur Rechten, oder den, welcher vor uns stand, hinter uns; nachdem wir nach dieser oder jener Seite gekehret sind. Es hat das völlige Ansehen, als ob der ganze Sternhimmel sich um unser Auge, als seinen Mittelpunct, herumdrehete; und diese Bewegung ist sehr schnell. Sie fällt uns

T.II.F.28. also vorzüglich in die Augen: und da sie allen übrigen Körpern, die wir uns an dem Gewölbe des Himmels vorstellen, gemein ist, obwol diese zugleich von den Stellen, die sie an demselben einzunehmen scheinen, nach dieser oder jener Seite fortrücken, so ist sie der Grund der wichtigsten Erscheinungen; weswegen sie auch, vornehmlich bey den Alten, die erste Bewegung genennet wird. Wir müssen bemühet seyn, uns von dieser Bewegung einen recht deutlichen Begriff zu machen, und zu dem Ende unsern Beobachtungsplatz mit sichtbaren Zeichen versehen, die den Himmel in Gegenden zertheilen, deren jede wir, vermittelst dieser Zeichen, von einer jeden andern zu unterscheiden, im Stande sind.

Die Horizontfläche.

§. 144. Das erste und natürlichste Merkmal, dessen man sich in dieser Absicht bedienet, ist die Horizontfläche, auf welche wir gleich anfangs bey der Betrachtung der Lichtstrahlen, sehen mußten. Sie ist nehmlich diejenige, in welche sich die obersten Theile des Wassers, oder einer andern flüßigen Materie in einem jeden Gefäße, von selbst setzen; und öfters ist selbst der Boden, auf welchen wir stehen, genau genug horizontal. Sonst aber kan jede ebene Oberfläche eines Körpers horizontal gelegt werden, wenn man sie so lang versetzet, bis darauf gegossenes Wasser oder Queksilber nicht mehr geneigt ist nach der einen Seite zu fliessen, als nach der andern; und wir werden bald noch andere Mittel sehen, eine ebene Fläche in diese Lage zu bringen.

§. 145. Eine Horizontfläche kan, wie eine jede andere, nach allen Seiten ohne Ende erweitert werden, und man kan die Puncte, durch welche sie bey dieser Erweiterung gehet, vermittelst der geradlinichten Lichtstrahlen leicht entdecken, indem man nehmlich das Auge in eben die Fläche setzet, und an derselben hinsiehet. Wird nun auf die Art die Horizontfläche nach allen Seiten bis an die Himmelskugel fortgesetzt, so zerschneidet sie diese in zwo Hälften, die obere und die untere. Jene ist sichtbar in dem Verstande, daß wir einen jeden Körper sehen können, welcher sich an derselben Seite der Horizontfläche befindet, wenn es ihm weder am genugsamen Licht gebricht, noch etwas da ist, welches seine Strahlen hindert bis zu uns zu kommen. Die Körper aber welche an der Seite der Horizontfläche liegen, die wir die untere nennen, werden uns sämtlich von der undurchsichtigen Erde verdecket.

§. 146.

§. 146. Es ist nichts daran gelegen, ob man die Horizontfläche höher oder niedriger annimt, zum Beyspiel, oben auf einem Berge, oder unten an dem Fuß desselben, wenn sie nur nach der beschriebenen Anweisung gebraucht wird: und überhaupt kan anstatt einer jeden dergleichen Fläche eine andere kommen, welche derselben parallel liegt, oder doch von dieser Lage so wenig abweicht, daß der Fehler nicht zu merken ist, und in jeder Horizontfläche, kan der Ort des Auges nach Belieben angenommen werden. Zwo Horizontflächen die einander genau genug parallel sind, theilen den Sternhimmel in eben die zwo Hälften, und machen zweyen Augen, deren eines in die eine, und das andere in die andere gesetzt wird, eben die himmlischen Körper sichtbar oder unsichtbar, obgleich die eine von der andern etliche hundert Meilen entfernet ist (142). Das beste ist, man gedenke sich diese Flächen vollkommen parallel: denn die Abweichung von dieser Lage darf nicht über eine oder die andere Secunde betragen, wenn die Fehler unmerklich werden sollen. T. II. F. 28.

Die Verticallinie.

§. 147. Auf die Horizontfläche ist die **Verticallinie** perpendicular: es kan aber diese Linie gezogen werden, ohne daß jene Fläche zuvor bestimmet ist. Man darf nur ein Gewicht von beliebiger Figur an einen dünnen und beugsamen Faden hängen, und warten, bis alles nach und nach in Ruhe kömt. Ist nun der Faden von dem daran hangenden Gewichte recht gerade gedehnet worden, so ist die Linie, welche sich nach seiner Länge erstrecket, die Verticallinie. Eine jede andere Linie aber, welche durch ein beliebiges Punct der Verticallinie dieser perpendicular gemacht wird, ist **horizontal**; und die Fläche, welche durch zwo oder mehrere Horizontlinien gelegt wird, die sämtlich durch eben das Punct der Verticallinie gehen, ist die zu eben dem Punct gehörige Horizontfläche.

§. 148. So lange wir unsern Ort auf der Oberfläche der Erde nicht verändern, behalten wir eben die Verticallinie, welche durch den Faden des Bleygewichts bestimmet wird. Verlängern wir diese Verticallinie bis an den Sternhimmel, so bezeichnet sie daselbst ein Punct, welches immer an seinem Orte bleibt, wie sich auch der Himmel drehen mag. Dieses wird der Scheitelpunct genennet, oder das Zenit. Wird aber eben die Linie nach unten zu verlängert, so heisset das ebenfalls unbewegliche Punct derselben bey dem Himmel, das Nadir. Zenit, Nadir sind arabische Wörter, die vielleicht verstimmelt seyn mögen.

T. II. F. 28. §. 149. Zwo Verticallinien, die nicht mehr als um hundert Schuhe von einander entfernt sind, laufen einander so genau parallel, daß kaum einige Abweichung zu merken ist. Dadurch werden auch die Horizontflächen parallel, die zu diesen Verticallinien gehören, wenn sie nicht gar in eine zusammen fallen. Es kan also eine dieser Verticallinien anstatt der andern, und eine der Horizontflächen anstatt der andern gebraucht werden. Demnach haben auch zween Oerter des Erdbodens, die nicht weiter als um hundert Schuhe von einander entfernet sind, einerley Zenit und einerley Nadir. Dieses zeigt die Erfahrung: denn wir können das durch die eine zwoer nicht viel über hundert Schuhe von der andern entfernter Verticallinien angegebene Zenit, von dem durch die andere bestimmten, nicht unterscheiden. Man muß sich aber hüten es auf viel grössere Entfernungen auszudehnen. Wir werden bald sehen, daß die Furcht, dabey desto mehr zu fehlen, je grösser wir die Entfernung annehmen, gar nicht ungegründet sey.

Verticalfläche.

§. 150. Eine jede Fläche, in welcher eine Verticallinie gezogen werden kan, ist eine **Verticalfläche**, und stehet auch selbst gerade auf dem Horizonte, so daß ein Faden mit einem daran gehenkten Gewichte zur Bestimmung dieses Standes der Fläche hinlänglich ist. Es können also durch eine jede Verticallinie so viele Verticalflächen gestellet werden, als man will; und man kan eine solche Fläche um die in derselben gezogene Verticallinie rings herum drehen, ohne daß sie jemals schief auf dem Horizonte zu stehen komme: da denn, wenn sie gehörig erweitert wird, sie nach und nach durch ein jedes Punct des Himmels hindurch gehen muß. Sind zwo Verticallinien einander parallel, oder sind sie vielmehr so wenig von einander entfernet, daß man sie vor parallel halten kan, so können auch durch dieselbe zwo Verticalflächen gelegt werden, die einander parallel sind: und alsdenn fallen diese zwo Flächen bey dem Sternhimmel in eine zusammen. Die gerade Linie aber, in welcher eine Verticalfläche den Horizont schneidet, ist immer eine Horizontlinie.

§. 151. In den Verticalflächen werden die Höhen der Sterne und anderer Puncte des Himmels genommen. Wenn nehmlich eine Verticalfläche *AB*
T. II. F. 29. (*T. II. Fig.* 29.) so gelegt ist, daß eine in derselben gezogene gerade Linie *OC* bey ihrer Verlängerung nach den Stern *S* zuläuft; so wird der Winkel *COB*, welchen

chen diese *OC* mit der Horizontlinie *OB* einschliesset, die Höhe des Sterns *S*; und T. II. F. 29.
eben dieser Winkel ist auch die Höhe eines jeden andern anstatt des Sterns in *S* gesetzten Puncts. Man siehet leicht, daß die Rede von einer scheinbaren Höhe sey, und daß dieses Wort hier nicht in dem Verstande genommen werde, in welchem man es braucht, wenn die Höhe eines Thurns oder etwas dergleichen angegeben wird. Ist *AO* die Verticallinie, so ist der Winkel *AOC* die Ergänzung der Höhe *COB*, weil der Winkel *AOB* alsdenn gerade ist: und diese Ergänzung der Höhe eines Sterns, wird auch die Entfernung desselben vom Zenit genant.

§. 152. Ein Strahl, welcher anfängt in der erweiterten Verticalfläche *AB* nach dem Auge zu gehen, verläßt dieselbe niemals, so sehr er auch übrigens in der Luft gebrochen wird. Denn da die Luft an den beiden Seiten dieser Fläche von einerley Beschaffenheit ist, so findet sich keine Ursache, welche den Strahl mehr nach der einen Seite von derselben abbringen könte, als nach der andern: und auf Kleinigkeiten, die niemand merken kan, darf nicht gesehen werden. Es wird also der Strahl, so wie oben (127) gezeigt worden ist, blos in der Verticalfläche gekrümt, welches verursachet, daß ein jedes Punct des Himmels, ohne eine andere Abweichung, höher erscheinet, und vermittelst eines jeden Winkelmessers höher gefunden wird, als es ist: ausser daß ein jedes Punct der durch das Auge gezogenen Verticallinie *AO* genau in derselben erscheinet. Der Fehler ist bey einer geringen Höhe *COB* beträchtlich, nimt aber, indem dieselbe grösser wird, immer ab, und ist bey kleinen Entfernungen vom Zenit kaum mehr zu mercken (129. 130).

§. 153. Auch können wir nicht zweifeln, daß wenn die Beschaffenheit der Luft rings um die Verticallinie herum einerley ist, (wie dieses gemeiniglich statt findet) auch die durch das Brechen der Strahlen verursachten Fehler, bey gleichgrossen Höhen einander gleich ausfallen werden, nach welcher Seite des Horizonts auch die Linie *OB*, in welcher er von der Verticalfläche *AB* geschnitten wird, mag gekehrt seyn. Hierdurch werden wir in den Stand gesetzt, die Fehler zu beurtheilen, welche die Strahlenbrechung in die scheinbare Entfernungen eines Puncts des Himmels von einem andern bringt: nachdem diese Puncte so oder anders liegen. Denn daß dergleichen Fehler erfolgen müssen, ist leicht einzusehen. Befinden sich zween Puncte in eben der Verticalfläche, und an eben der Seite der Verticallinie, so werden sie einander desto mehr genähert, je mehr der untere und je weniger der obere durch die Refraction gehoben wird. Liegen aber die zween Puncte zwar noch in eben der Verticalfläche, aber an verschiedenen Seiten der Verti-

T. II. F. 29. callinie, so ist die durch die Refraction verursachte Annäherung derselben desto grösser, je mehr dieselbe jeden insbesondere erhebet. Alles dieses wird an seinem Orte umständlicher betrachtet werden müssen.

§. 154. Wenn eine Verticalfläche würklich dargestellet werden soll, so ist eben nicht nöthig, daß man die in einem fortgehende Oberfläche eines Cörpers, so weit sie eben ist, dazu gebrauche. Zween Fäden, welche oben an zween verschiedene Puncte, und unten beide an ein Gewicht befestiget sind, begeben sich von selbst in eine Verticalfläche, wenn dieses Gewicht frey henket: und eben dieses thun auch zween Fäden, deren jeder sein besonderes Gewicht trägt. Auch liegt ein jeder Punct, der immer das Mittel eines kleinen in eine Platte gebohrten Lochs seyn kan, samt der ganzen Länge eines Fadens, an welchem ein Gewicht frey henket, in einer Verticalfläche, welche erweitert wird, wenn man durch das Loch an den Faden hinsiehet. Und durch ein dergleichen Loch, samt der Spitze eines Gebäudes oder etwas dergleichen, kan auch eine gerade Linie festgesetzet werden, wenn man sich dazu nicht lieber eines gehörig eingerichteten unbeweglich befestigten Seherohrs bedienen will. Alle diese Mittel sind in ihrer Art gut, ob sie wol nicht immer hinlänglich sind, welches die Astronomen bewogen hat, Werkzeuge zu erdenken, die bey der Bestimmung der Flächen, und der in dieselbe fallenden geraden Linien, von einem bequemern Gebrauche sind, und diesen Nutzen mit einer grössern Richtigkeit leisten können.

Tägliche Bewegung der Fixsterne.

§. 155. Es wird angenommen, daß ausser dergleichen Merkmalen, ein Beobachter der Sterne mit einer Uhr versehen sey, welche alle Stunden Minuten und Secunden einander gleich macht, und richtig anzeiget. Denn was die eigentliche Länge der Stunden anlangt, so kan dieselbe, durch die Verlängerung und Verkürzung des Pendels, leicht grösser oder kleiner gemacht werden, und alsdenn werden auch die Minuten und Secunden in eben der Verhältniß länger und kürzer. Hat nun der Beobachter auf einen Stern, und zugleich auf seine Uhr acht, so findet er, daß der Stern, mit dem Verlauf von beynahe vier und zwanzig gemeiner Stunden, genau wieder in eben die durch das Auge gezogene gerade Linie kömt, in welcher er ihn beym Anfange dieser Zeit sehen konte. Er kan, wenn er will, die Stunden seiner Uhr verkürzen, und es durch wiederholte Versuche dahin bringen, daß ihrer genau vier und zwanzig auf die angezeigte Zeit gehen, und wir wollen setzen, daß er es gethan habe, und eine dergleichen Stunde eine Sternstunde nennen. Alsdenn wird er finden, daß seine Uhr beständig mit den Fixsternen gleich gehe: und daß jeder derselben nach vier und zwanzig solcher Stunden wieder in seinen vorigen Stand komme, das ist, in die gerade Linie, in welcher er beym Anfange dieser Zeit zu sehen war, und in eine jede Fläche, in welche diese Linie gebracht werden kan. Aber auch sonst wird bey dieser Bewegung nicht die geringste Abweichung von der volkommensten Gleichförmigkeit entdecket. T. II. F. 29.

§. 156. Siehet nun der Beobachter seinen Platz als völlig unbeweglich an, wie er thun wird, so lang er denselben nicht mit einem andern verwechselt, weil er von demselben alle an den Erdboden befestigte Dinge, so weit er sehen kan, immer in eben der Ordnung und in eben den Entfernungen siehet: so muß er hieraus schliessen, daß ausser dem Mittelpunct, noch ein anderes Punct des Himmels ohne Bewegung sey, und daß der ganze Himmel sich in einer Zeit von vier und zwanzig Sternstunden um diese zween Puncte, und um die nach Belieben zu verlängernde gerade Linie, die durch dieselbe hindurch gehet, einmal herumdrehe. Wir finden würklich, wenn wir die Sterne mit einiger Aufmerksamkeit betrachten, daß einige derselben so kleine Cirkel beschreiben, daß jemand sie leicht für Puncte halten, und damit diesen Sternen alle Bewegung absprechen könte. In der That ist kein Stern ohne der wahren oder scheinbaren Bewegung, von welcher hier geredet wird. Es sind aber, bey der grossen Menge der Sterne, immer einige derselben der Linie, um welche sich ihr Himmel zu drehen scheinet, so nahe, daß dadurch die Puncte, in welchen diese Linie den Himmel durchstechen würde, genau genug bezeichnet wird.

§. 157. Die unbewegliche Linie nun, um welche sich der Himmel drehet, heisset die Axe desselben, oder auch die **Weltaxe**. Sie wird unbeweglich genant, nicht als ob sie durch alle Zeiten völlig einerley bliebe, und immer auf einerley Art gegen die Fixsterne gerichtet stünde: sondern weil die Veränderungen, die sich bey ihrer Lage zutragen, sehr langsam sind und erst nach dem Verlauf einiger Jahre beträchtlich werden, und man überhaupt beym ersten Anfange nicht auf alle Kleinigkeiten sehen kan. Die Puncte aber, in welchen diese Axe den Sternhimmel durchstechen würde, heissen die **Pole** desselben. Einer dieser Pole liegt bey Sternen, welche wir alle Nacht sehen können, und ist insbesondere zu dieser Zeit dem letzten Sterne im Schwanze des kleinen Bären gar nahe, und dieser heißt der **Nordpol**, der ihm entgegengesetzte aber, der **Südpol**.

T. II. F. 29. §. 158. Eigentlich kan ein jeder Durchmesser einer Kugel eine Axe derselben abgeben, um welche sich die Kugel dergestalt drehen läßt, daß sie immer eben den Raum einnimt. Bey diesem Drehen beschreibt jedes Punct der Kugel, das ausser der Axe liegt, es mag inwendig in der Kugel oder in ihrer Oberfläche angenommen seyn, einen Cirkel, dessen Mittelpunct in die Axe fällt, welche zugleich der Fläche eines jeden solchen Cirkels perpendicular ist. Es werden aber unter diesen Cirkeln vornehmlich diejenigen betrachtet, deren Umkreise von Puncten der Oberfläche der Kugel beschrieben werden, und also auch selbst in dieser Oberfläche verzeichnet werden können. Diese Cirkel können auch um die äussersten Puncte der Axe, die in die Oberfläche der Kugel fallen, so beschrieben werden, wie in einer Ebene ein Cirkel um seinen Mittelpunct beschrieben wird, und in Ansehung dieser Cirkel, werden jene Puncte eigentlich Pole genennt. Jeder Cirkel hat deren zween, und zu jedem Pole gehören unendlich viele Cirkel, deren Flächen sämtlich einander parallel sind. Sie wachsen anfänglich indem ihre Umkreise sich in der Oberfläche der Kugel von dem einen Pole entfernen, und dem andern nähern, bis der Durchmesser des Cirkels so groß wird, als der Durchmesser der Kugel. Denn grösser kan ein in der Oberfläche der Kugel beschriebener Cirkel nicht werden. Die angezeigte Grösse aber, erhält eine jede Scheibe, welche dadurch zum Vorschein gebracht wird, daß man eine Kugel durch ihren Mittelpunct schneidet. Entfernet sich der Umkreis des Cirkels noch weiter von dem ersten Pole, indem er sich dem zweiten nähert, so wird er nach und nach wieder kleiner: Und jede zween dieser Cirkel, welche von ihren einander entgegengesetzten Polen gleich weit entfernet sind, haben einerley Grösse. Alles dieses ist gar leicht einzusehen, und es wird davon bey der Betrachtung der Kugelschnitte (*) ausführlich gehandelt.

Von der Mittagsfläche.

§. 159. Da nun der Nordpol des Himmels hoch genug über unsern Horizont erhaben ist, und sehr viele Sterne demselben so nahe sind, daß die Cirkel, welche sie bey ihrem Umlaufe beschreiben, ganz über den Horizont fallen müssen; so kan uns dieses eine Anweisung geben, wie eine Verticalfläche so zu kehren sey, daß sie durch den Nordpol gehe: da denn, weil sie auch durch den Mittelpunct der Himmelskugel gehen wird, als für welchen eine jede Stelle des Beobachtungsplatzes angenommen werden kan (142), eben die hinlänglich fortgesetzte

(*) In meinen Vorlesungen über die Rechenk. und Geometrie vom Jahre 1767. Seite 568.

gesetzte Fläche auch den Südpol treffen wird, wodurch die ganze Axe in dieselbe T. II. F. 29.
zu liegen kömt. Sie wird die Mittagsfläche genant; und die Linie, in welcher sie die Horizontfläche schneidet, heißt die Mittagslinie des Beobachtungsplatzes. Diese Bedeutungen sind zu merken, weil den erklärten ähnliche Wörter in einem etwas verschiedenen Verstande gebraucht werden, welcher in dem nachfolgenden zu erläutern seyn wird.

§. 160. Stellen wir uns die Mittagsfläche in ihrem rechten Stande vor, und erweitern dieselbe oben und unten nach Belieben, so sehen wir sogleich, daß sie sowol den ganzen Himmel, als auch einen jeden Cirkel, welchen ein Stern bey seinem Umlaufe beschreibt, in zwo Hälften theilen werde, weil sie durch den Mittelpunct eines jeden dieser Cirkel, und durch den Mittelpunct der Kugel gehet (158). Wird aber auch die Horizontfläche rings herum ins Unendliche fortgesetzt, so kan man sich einen jeden an der Himmelskugel um den Pol beschriebenen Cirkelkreis als in dieser erweiterten Horizontfläche orthographisch entworfen, vorstellen. Alsdenn aber ist dieser Entwurf eine Ellipse (21), deren Mittelpunct, zusamt der ganzen kleinern Axe, in die Mittagslinie fällt, welcher demnach die grössern Axen aller dergestalt entstandenen Ellipsen perpendicular seyn müssen.

§. 161. Diese kleinen Anmerkungen geben die folgende Anweisung, vermittelst eines der Fixsterne, welche nicht allzugrosse Cirkel um den Pol beschreiben, die Mittagsfläche eines Beobachtungsplatzes würklich festzusetzen. Die Fläche der Zeichnung (*T. II. Fig.* 30.) wird dem Horizonte parallel angenommen. In T. II. F. 30.
derselben stellet *A* ein Punct vor, durch welches ein Faden gehet, der oben an dem Gewölbe eines Fensters, oder an einer andern schicklichen Stelle, befestiget, unten aber mit einem Gewichte beschweret ist, so ihn gerade dehnet. Es wird gesetzt, daß dieser Faden völlig in Ruhe gekommen sey, in welcher Ruhe er verharre, und also die Verticallinie des Beobachtungsplatzes vorstelle. *BC* ist eine in schicklicher Entfernung von *A* in dem Horizonte befestigte starke Regel oder etwas dergleichen. Wird nun in dieser Regel ein Punct *B* bezeichnet, und an dieses Punct das Auge angesetzt, so fallen alle Puncte des Himmels, die diesem Auge von dem Faden bedeckt werden, in eine Verticalfläche, welche vermittelst des Puncts *B* von allen übrigen dergleichen Flächen unterschieden wird. Die Regel muß so eingerichtet seyn, daß dieses und ein jedes anderes Punct, an derselben genau bemerket werden könne: wozu ein mit einem Löchlein versehener

T. II. F. 30. Schieber ein gar bequemes Mittel giebt. Ist nun *DE* der orthographische Entwurf eines von irgend einem Sterne um den Pol beschriebenen Cirkels, welchen man sich in einer gar sehr grossen Entfernung von der Erde, und selbst ungemein groß, vorstellen muß, und *F* der Entwurf des Mittelpuncts dieses Cirkels: so verfolge man den Stern so lang mit dem an die Regel *BC* angesetzten Auge, bis, wenn dieses bey irgend einem Puncte derselben *B*, sich ohne einige Bewegung aufhält, der Stern den durch *A* gehenden Faden nicht mehr durchkreuzet, sondern an demselben gerade aufwärts zu steigen, oder niederzusinken scheinet. Alsdenn wird die aus *B* durch *A* verlängerte *BA* den orthographischen Entwurf bey *E* berühren, weil die auf diese Linie gesetzte Verticalfläche die Bahn des Sterns selbst berühret. Eben so wird nach zwölf Stunden verfahren, da sich der Stern bey dem dem vorigen entgegengesetzten Puncte seiner Bahn befindet. Ist nun dadurch die Linie *AC* bezeichnet worden, welche bey ihrer Verlängerung den Entwurf bey *D* berühret; so ist die den Winkel *BAC* in zwey Hälften theilende *AG* die Mittagslinie. Denn diese Linie *AG* würde, wenn man sie gehörig verlängern könte, den Mittelpunct *F* gewiß antreffen, weil sie bey jeder Verlängerung nach dieser Seite, den Winkel *DAE* in zwo Hälften theilet. Wird also das Punct *G* in der Regel genau bezeichnet, so ist die durch dieses Punct und durch die Mitte des Fadens gehende Fläche allerdings die wahre Mittagsfläche.

§. 162. Eine sichere Probe, daß *G* zu den die Verticallinie angebenden Faden richtig bestimmet ist, wird seyn, wenn das an dieses Punct *G* angesetzte Auge den Stern eine eben so lange Zeit an der einen Seite des Fadens siehet, als an der andern, so daß der Faden die ganze Zeit des Umlaufs genau in zwo Hälften theilet. Denn dieses muß, wenn *AG* würklich die Mittagslinie ist, bey allen Sternen zu treffen, weil ihre Bewegung gleichförmig ist. Ist aber die Mittagsfläche auf diese Art berichtiget worden, so kan es, wenn sich anders der Ort dazu schicket, so schwer nicht seyn, die Linie *AG* dergestalt zu verlängern, daß man an eben dem, oder einem andern vermittelst eines daran hangenden Gewichts gespanten Faden, und dem an die andere Seite desselben zwischen *A* und *F* angebrachten Löchlein auch denjenigen Zeitpunct merken könne, in welchem ein Stern an dieser dem Puncte *F* entgegengesetzten Seite durch die Mittagsfläche gehet.

Einthei-

Eintheilung des Horizonts.

§. 163. Wenn die Horizontfläche nach allen Seiten bis an den Sternhimmel fortgesezt wird, so bekomt sie die Gestalt einer Scheibe, und diese wird von der Mittagslinie in zwo Hälften getheilet, sowol als ihr Umkreis. In der einem dieser Hälften des Umkreises gehen alle Sterne, und alle andere Puncte des Himmels auf, das ist, sie werden sichtbar, da sie uns vorher der Erdboden verdeckt hatte; in der andern gehen sie wieder unter, und werden unsichtbar. Die verlängerte Mittagslinie selbst aber bezeichnet in eben dem Umkreise zwey Puncte, und in der Fläche des Horizonts selbst zwo Gegenden, Mittag oder Süd, und Mitternacht oder Nord, welche zu einer fernern Theilung des Horizonts den Anfang geben. Werden von einem dieser Puncte die zween halben Umkreise wieder in ihre Hälften getheilet, welche Quadranten des Ganzen seyn werden, so wird auch Morgen oder Ost, und Abend oder West bestimmet: welche Gegenden demnach, für jeden Beobachtungsplatz, dadurch angegeben werden können, daß man in der Horizontfläche desselben der Meridianlinie eine andere gerade Linie perpendicular machet, welche sich an der einen Seite nach Morgen, und an der andern nach Abend erstrecken wird. Dieses sind die vier Hauptgegenden: man pflegt aber auch die ganze Hälfte des Horizonts, in deren Mitte Morgen liegt, den östlichen Theil desselben, und den andern, dessen Mitte Abend ist, den westlichen zu nennen. T. II. F. 30.

§. 164. Die Verwirrung bey diesen Gegenden desto besser zu vermeiden, stellet sich ein Sternforscher immer so, daß er den Nordpol im Rücken habe, und richtet seine Ausdrücke dieser Stellung gemäß ein, indem er spricht, er habe Mittag vor sich, Mitternacht hinter sich, Morgen zur Linken und Abend zur Rechten. Der Erdbeschreiber giebt sich die entgegengesetzte Stellung, bey welcher er Mitternacht vor sich, und Mittag hinter sich hat; und alsdenn liegt ihm Morgen zur Rechten und Abend zur Linken. Beide richten sich auch bey ihren Zeichnungen nach dieser Stellung, in welcher sie sich ihren Körper einbilden.

§. 165. Die Schiffer theilen den Horizont weiter, so daß sie einen jeden der vier rechten Winkel, welchen die von Morgen gegen Abend laufende mit der Mittagslinie einschliesset, in zwo Hälften zerschneiden, und jede dieser Hälften wieder in zwo andere, und so fort, bis der dadurch herausgebrachten Winkel in allen zwey und dreyßig oder vier und sechzig werden. Jede durch eine der

T. II. F. 30. Linien, welche diese Theilung verrichten, bestimte Gegend belegen sie mit einem besondern Namen, welcher aus den vier Wörtern Nord, Süd, Ost, West, so geschickt zusammengesetzt ist, daß die Bedeutung desselben ohne Mühe begriffen wird. Wenn nehmlich die rechten Winkel, welche die Mittagslinie mit der von Ost nach West laufenden einschliesset, in ihre Hälften getheilet werden, so sagen sie die Linien, welche diese Theilung verrichten, erstrecken sich von dem Mittelpuncte, die eine nach Nord-Ost, die andere nach Süd-Ost; oder die eine laufe gegen den Mittelpunct aus Nord-Ost, die andere aus Süd-Ost, und so an der andern Seite nach oder aus Nord-West, Süd-West. Wird jeder dieser Winkel von 45 Graden wieder in zwo Hälften getheilet, so bekommen die dadurch bestimten Gegenden eben diese letztern Namen, mit einem Zusatze welcher anzeiget, an welcher Seite oder nach welcher der vier Hauptgegenden, Nord, Süd, Ost, West sie liegen. Sie heissen also Nord-Nord-Ost, Ost-Nord-Ost, Ost-Süd-Ost, Süd-Süd-Ost und so an der andern Seite, Nord-Nord-West, West-Nord-West; West-Süd-West, Süd-Süd-West. Dieses sind sechzehn Gegenden, aus welchen durch eine wiederholte Theilung zwey und dreyßig werden, die ihre Nahmen von den acht erstern bekommen, mit dem Zusatze eines Beyworts, welches anzeiget, nach welcher Hauptgegend sie von derselben abweichen. Diese sind also, Nord zu Ost, Nord zu West, Nord-Ost zu Nord, Nord-Ost zu Ost, Ost zu Nord, Ost zu Süd, und so die übrigen, welche dienen die Gegend, aus welcher der Wind komt, und den Strich, welchen das Schiff halten, und nach denselben fortsegeln soll, genau genug zu bestimmen. Die Astronomen aber bleiben bey ihren Graden und deren gewöhnlichen Theilen, welche bald von Mittag oder Mitternacht, bald von Morgen und Abend gezählet werden.

Bewegung der Fixsterne in Ansehung des Horizonts und der Mittagsfläche.

§. 166. Ein jeder Fixstern gehet bey einem gewissen Puncte der östlichen Hälfte des Horizonts auf, und bey einem gewissen Puncte der westlichen Hälfte gehet er unter, welche, so lang der Beobachtungsplatz nicht verändert wird, immer dieselben bleiben. Auch ist der Punct des Horizonts, bey welchem ein Stern aufgehet, genau so weit vom Mittag oder Mitternacht entfernet, als derjenige, bey welchem er untergehet. Wenn also der Horizont eines Beobachtungs-

tungs-

tungsplatzes so frey ist, daß man zu eben den Fixstern diese Puncte beide bemer- T. II. F. 30.
ken, und von einem beliebigen Puncte der Horizontfläche nach jeden derselben eine gerade Linie ziehen kan; so wird vermittelst dieser Linien die Mittagslinie des Beobachtungsplatzes ebenfalls bestimt, und man darf nur den Winkel, welche die beiden nach den Stellen des Aufgangs und des Untergangs des Sterns gezogenen Linien mit einander einschliessen, in seine zwo Hälften theilen, wenn man diese Mittagslinie sichtlich haben will. Dieses Mittel, die Gegenden des Horizonts auszumachen, welche sich sämtlich nach der Mittagslinie richten, ist sehr leicht und einfach.

§. 167. Die Stellen des Aufgangs und Untergangs eines Fixsterns desto besser von dem eigentlichen Ost und Westpuncten zu unterscheiden, werden diese letztern auch der wahre Aufgang und der wahre Untergang genennet; und es wird die Stelle, bey welcher dieser oder jener Fixstern aufgehet, dadurch angegeben, daß man ihren, in dem Umkreise des Horizonts, durch Grade und deren Theile gemessenen Abstand von dem wahren Aufgange, anzeiget. Eben so verfähret man auch bey der Stelle seines Untergangs, dessen Abstand von dem wahren Untergange genommen wird; und in beiden Fällen muß noch angemerkt werden, ob der Abstand nördlich oder südlich sey? der dergestalt bestimte Bogen oder Winkel heisset die Amplitudo ortiva oder occidua des Sterns, welche Benennung auch bey einem jeden andern himmlischen Körper gebraucht werden kan, ob schon, wenn der Körper nicht immer an eben dem Orte des Himmels erscheinet, seine Amplitudo veränderlich wird, und nicht anders, als für eine gewisse Zeit, angegeben werden kan.

§. 168. Die Mittagsfläche theilet sowol die sichtbare als die unsichtbare Hälfte des Himmels, jede in zwey einander gleiche und ähnliche Theile: deren einer durch den Namen der ostlichen gar wol von dem andern unterschieden werden kan, welcher alsdann der westliche heissen wird. Es ist aber von den Theilen der unsichtbaren Hälfte desto weniger zu sagen, je leichter sie aus den sichtbaren beurtheilet werden können. In der sichtbaren ostlichen Hälfte des Himmels aber erhebt sich ein jeder Fixstern, nachdem er in dieselbe übergegangen ist, immer mehr und mehr, bis er in die Mittagsfläche kömt, von welcher er anfängt wieder nieder zu gehen. Denn diejenigen Sterne, welche niemals untergehen, erheben sich zwar in dem ostlichen Theile der sichtbaren Hälfte ebenfalls

T. II. F. 30. bis zur Mittagsfläche, und gehen in dem westlichen wieder nieder. Sie kommen aber alsdenn noch einmal in die Mittagsfläche, und haben, wenn sie da sind, ihre kleinste Höhe. Bey dem allen wird gesagt, der Stern culminire, wenn er sich in der Mittagsfläche befindet, weil doch gemeiniglich die Höhe desselben alsdenn die gröste ist, ob sie wol auch die kleinste sey kan. Ueberhaupt aber heisset eine jede in der Mittagsfläche genommene Höhe eines Sterns seine Mittagshöhe, welche den Stand des Sterns in Ansehung des Beobachtungsplatzes, in welchen er sich zur Zeit seines Durchgangs durch die Mittagsfläche befindet, völlig bestimmet: und man kan eben die Höhe, mit einiger Beyhülfe, auch gebrauchen die Ordnung, in welcher uns die Sterne am Himmel erscheinen, völlig zu berichtigen.

§. 169. Befindet sich aber ein Stern ausser der Mittagsfläche, so kan der Stand desselben in Absicht auf den Beobachtungsplatz gefunden und völlig bestimmet werden, wenn durch denselben eine Verticalfläche gelegt, und der Winkel, welchen diese mit der Mittagsfläche einschliesset, zusamt die Höhe des Sterns, gemessen wird, die nothwendig in eben dieser Verticalfläche genommen werden muß. Der Winkel, welchen dieselbe mit der Mittagsfläche einschliesset, wird durch den Bogen des Umkreises des Horizonts gegeben, welcher zwischen den zwo Flächen enthalten ist. Man kan aber auch, indem man sich des Zenits als eines Pols bedienet, durch den Stern in der Oberfläche der Himmelskugel einen Cirkelkreis beschreiben, und den zwischen dem Sterne und der Mittagsfläche enthaltenen Theil dieses Kreises gebrauchen den Winkel, welchen die durch den Stern gelegte Verticalfläche mit der Mittagsfläche einschliesset, anzugeben. Ja ein jeder anderer Cirkelkreis, welcher in eben der Oberfläche zu dem Zenit als seinen Pol beschrieben ist, leistet eben die Dienste: weil die Umkreise aller dieser Cirkel, unter welchen der Horizont mit stehet, durch jede zwo nach Belieben angenommenen Verticalflächen in einerley Verhältniß getheilet werden, und also die zwischen den Verticalflächen liegende Theile derselben sämtlich eben die Zahl der Grade, Minuten, Secunden bekommen. Jeder solcher zwischen der durch den Stern gelegten Verticalfläche, und der Mittagsfläche enthaltene Bogen nun, oder auch der von demselben gemessene Winkel, heisset das Azimuth des Sterns. Es ist leicht einzusehen, daß das Azimuth eines Sterns meistentheils immer verändert werden müsse, indem derselbe fortrücket. Wenigstens sehen wir hier zu Lande keinen Stern in

eben

eben der Verticalfläche aufwärts steigen, oder nieder gehen; sondern müssen diese Fläche immer verändern, wenn wir den Stern in derselben behalten wollen. T. II. F. 30.

Berichtigung des Augenblicks der Culmination eines Sterns.

§. 170. Das Azimuth leidet von der Strahlenbrechung keine Veränderung wie die Höhe, welche fast immer grösser gefunden wird, als sie würklich ist, und einer Verbesserung bedarf, damit die wahre Höhe erhalten werde. Indessen ist aus dem oben (153) angemerkten zu schliessen, daß wenn die wahren Höhen zweener Puncte des Himmels gleich sind, auch die durch die Refraction vergrösserten Höhen derselben gleich seyn werden, so sehr auch die Azimuthe dieser Puncte verschieden sind. Vielmehr also wird dieses richtig, wenn auch die Azimuthe gleich sind, und nur an verschiedenen Seiten der Mittagsfläche liegen. Und da die wahren Höhen immer mit den durch die Strahlenbrechung vergrösserten zugleich wachsen und abnehmen, so kan aus der Gleichheit der beobachteten Höhen zweener Puncte des Himmels immer auf die Gleichheit ihrer wahren Höhen zurückgeschlossen werden. Nun aber ist klar, daß wenn ein Fixstern, bey zween verschiedenen Puncten seiner Bahn, deren einer an der ostlichen und an der andere an der westlichen Seite der Mittagsfläche liegt, einerley wahre Höhe hat, auch die Azimuthe dieser Puncte einander gleich seyn werden; wie auch daß die Zeit, in welcher der Stern von dem ostlichen Puncte bis in die Mittagsfläche komt, völlig so lang seyn werde, als die, welche er braucht von dieser Fläche zu dem westlichen Puncte zu gelangen. Es wird also beides auch richtig seyn, wenn, anstatt der wahren, blos die beobachteten Höhen dieser Puncte gebraucht werden: es hat eben der Fixstern bey eben der unmittelbar beobachteten Höhe, immer ein Azimuth von eben der Grösse; und die Zeitpuncte, in welchen er sich in diesen durch die Refraction vergrösserten Höhen zeiget, haben beide von demjenigen, in welchem er durch die Mittagsfläche gehet, eben die Entfernung.

§. 171. Hierauf gründet sich eine sehr gute Anweisung den Zeitpunct zu finden, in welchem ein Stern durch die Mittagsfläche gehet, und diese Fläche selbst festzusetzen oder zu berichtigen. Die Zeiten werden nach der oben beschriebenen Uhr, von einem beliebigen Anfange, in einem fortgezählet. Wenn nun a

T. II. F. 30. und A zwo nach dieser Uhr genommene Zeiten bedeuten, bey deren Endigung der angenommene Fixstern gleiche Höhen hatte, unter welchen a die kleinere ist; so macht man $A - a$. Die Hälfte dieses Unterschiedes $\frac{1}{2}(A - a)$ zu der kleinern Zeit a hinzugesetzt, oder von der grössern A abgezogen, wird die Zeit geben, mit deren Verfliessung der Stern durch die Mittagsfläche durchgegangen ist. Und man kan sich dieses Zeitpuncts bedienen, eine Verticalfläche so zu stellen, daß der Stern durch dieselbe gehen muß, indem ihn die Uhr anzeiget: welches insonderheit leicht ist, wenn die Zeiger der Uhr mit den Fixsternen zugleich herum kommen. Diese Verticalfläche wird alsdenn die richtige Mittagsfläche seyn. Oder, wenn man in dem Horizonte die zwo Linien bemerket hat, durch welche er von den Verticalflächen geschnitten wird, in denen die Höhen des Sterns einander gleich gefunden worden sind: so ist die Linie, welche den von diesen zwo Linien eingeschlossenen Winkel in seine Hälften theilet, die Mittagslinie.

§. 172. Unter diesen Anweisungen wird insonderheit die erste vielfältig gebraucht. Damit aber bey etwas so wichtigen aller Irthum vermieden, und der Zeitpunct des Durchgangs eines Sterns durch die Mittagsfläche auf das genauste bestimmet werden möge: begnüget sich der Beobachter nicht an den zwo Zeiten a und A, bey deren Endigung der Stern gleiche Höhen hatte; sondern er sucht noch ein Paar andere b und B, bey welchen dieses ebenfalls zutrift, welchen er noch das dritte Paar c und C, und das vierte d und D, und so viel andere zusetzt, als er haben kan, oder nöthig findet. Alsdenn drücket die bey diesen Beobachtungen gebrauchte Uhr den Zeitpunct des Durchgangs, welchen das erste Paar angiebt, durch $\frac{1}{2}(A - a) + a$ aus, welches so viel ist, als $\frac{1}{2}(A + a)$, und von dem zweiten Paare wird dieser Zeitpunct durch $\frac{1}{2}(B + b)$ angegeben, von dem dritten durch $\frac{1}{2}(C + c)$, und so von den übrigen. Wird nun durch alle diese Zahlen von Stunden Minuten und Secunden eben der Zeitpunct angegeben (welches seyn wird wenn die Zahlen völlig einerley sind $\frac{1}{2}(A + a) = \frac{1}{2}(B + b) = \frac{1}{2}(C + c)$ und so fort) so ist an der völligen Richtigkeit der Beobachtungen nicht zu zweifeln. Weil aber dieses gar selten zutreffen kan, so wird in dem Falle einiger Verschiedenheit die Summe aller dergestalt gefundenen Zahlen, welche ist $\frac{1}{2}(A + B + C .. + F + a + b + c .. + f)$ durch die Zahl der Paare, welche n seyn mag, oder die ganze Summe

$A + B$

$A+B+C..+F+a+b+c..+f$ durch $2n$ getheilet, und was dadurch herausgebracht wird, als völlig richtig angenommen. Denn da nicht zu vermuthen ist, daß alle Beobachtungen auf einer Seite fehlen, und sämtlich die gesuchte Zeit entweder zu groß oder zu klein angeben solten, so müssen dadurch, daß zwischen den gefundenen Zahlen das Mittel genommen wird, die zum Theil an dieser zum Theil an der andern Seite begangenen Fehler einander, wo nicht gar vernichten, doch sehr verkleinern. T. II. F. 30.

Die Höhe des Pols.

§. 173. Die Höhe eines Sterns wird am bequemsten durch einen Quadranten gefunden, der sich um die Verticallinie herum drehen läßt, und also immer dem Horizont perpendicular bleibt. Ist bey diesem Quadranten zugleich ein Ring oder eine Scheibe angebracht worden, an welcher die Azimuthe zu haben sind, so ist es zwar überhaupt desto besser. Man kan aber auch dieses Stücks gar wol entbehren, und es kan schädlich seyn, wenn es den Quadranten weniger beweglich oder sonst unbehülflich machet. Es werden aber vornehmlich die Mittagshöhen der Sterne gesucht. Da diese überhaupt die grösten und zuweilen auch die kleinsten Höhen sind, die sie erreichen können: so wird die Mittagshöhe eines jeden Sterns gefunden, wenn man denselben mit dem eben beschriebenen Quadranten, oder einem andern um eine Verticallinie beweglichen Winkelmesser, so lange verfolgt, bis er aufhöret zu steigen oder nieder zu gehen, und die gröste oder kleinste der dergestalt beobachteten Höhen für die gesuchte annimt. Dieses kan desto richtiger geschehen, da ein Stern, welcher seiner grösten oder kleinsten Höhe nahe ist, sich sehr wenig erhebt oder erniedriget, und, indem er die Mittagsfläche würklich durchkreuzet, eine Zeitlang seine Höhe gar nicht merklich verändert. Noch leichter aber, und zugleich viel genauer werden die Mittagshöhen gefunden, wenn der Winkelmesser in der Mittagsfläche unbeweglich befestiget wird. Er kan zu dieser Absicht viel grösser gemacht werden, als ein beweglicher Quadrant; und wenn sein Stand einmal berichtiget ist, so wird dadurch viele Mühe ersparet. Die Beobachtung selbst erfordert alsdenn eine gar kurze Zeit, in welcher der Stern sich würklich in der Mittagsfläche, oder sehr nahe dabey befindet.

§. 174. Es sey (*T. II. Fig.* 31.) *NS* die Mittagslinie, *NPS* die Mittagsfläche, und in dieser *PO* die Hälfte der Axe des Himmels: also *P* der Nordpol. *A* sey ein Stern, welcher so wenig von diesem Pole entfernet ist, T. II. F. 31.

F daß

T. II. F. 31. daß er nicht untergehen kan, welches seyn wird, wenn *PA* kleiner ist als *PN*. Wird nun *PB* dem Bogen *PA* gleich gemacht, so stellet *NA* die gröste Mittagshöhe des Sterns vor, und *NB* die kleinste. Beide können gefunden werden; und wenn *NB* von der *NA* abgezogen wird, so bleibt *AB* übrig, dessen Hälfte *PA* oder *PB* ist. Es ist also der Bogen *AP* oder *BP*, um welchen der Stern von dem Pole entfernet ist, leicht zu haben, und man kan denselben der kleinern Höhe *NB* zusetzen, oder von der grössern *NA* abziehen. Durch jede dieser Rechnungen wird der Bogen *NP* gefunden, der den Winkel *NOP* misset, welchen die Axe *PO* mit der in der Horizontfläche gezogenen Mittagslinie *NS*, und mit dieser Fläche selbst, einschliesset; mit einem Wort, die Polhöhe: und es fliesset aus dieser Rechnung, daß immer seyn werde $NP = \frac{1}{2}(NA + NB)$. Nur müssen die Höhen *NA* und *NB* von den Fehlern der Refraction gereiniget seyn, wenn sie die Polhöhe richtig geben sollen. Wird *ZO* der *NS* perpendicular gemacht, so stellet *PZ* oder der Winkel *POZ* die Entfernung des Pols vom Zenit vor, welche also aus der Polhöhe gar leicht gefunden werden kan, die sie zu einen rechten Winkel ergänzet; und eben so wird auch die Polhöhe aus der Entfernung geschlossen.

§. 175. Die bekante Polhöhe setzt uns in den Stand einen Stock, oder etwas dergleichen dergestalt zu setzen, daß eine gewisse daran haftende gerade Linie der Axe des Himmels parallel werde. Die Linie muß in die Mittagsfläche fallen, und in derselben mit dem Horizonte einen Winkel einschliessen, der sich nach
T. II. F. 32. Mitternacht öfnet, und der Polhöhe gleich ist. Wird nun (*T. II. Fig.* 32.) der Stock, oder was es sonst seyn mag woran die Linie *PQ* haftet, bey dieser Lage derselben dergestalt befestiget, daß er rings herum gedrehet werden kan, ohne daß die Linie selbst im geringsten aus ihrer Stelle weiche: so kan diese *PQ* immer als ein Theil der Axe des Himmels angesehen werden. Und wenn ferner an den Stock ein nach den Fixstern *S* gerichtetes Rohr *AB*, oder etwas dergleichen, so die nach denselben gerichtete gerade Linie bestimmen kan, unbeweglich befestiget wird, so kan dieser Fixstern von einem bey *B* angelegten Auge immer verfolget werden, ohne daß es nöthig ist den Winkel *POA*, welchen das Rohr *AB* mit der Axe *PQ* einschliesset, zu verändern: und das blosse Drehen des ganzen Zusammenhanges um die Axe *PQ* ist hinlänglich das Rohr wieder nach den Stern zu richten, nachdem dieser fortgerücket ist. Zwar kan die Strahlenbrechung einigen Fehler machen,

machen, und eine kleine Veränderung des Winkels *POA* erfordern; aber hier- *T. II. F. 32.*
auf wird hier nicht gesehen. Die Einrichtung ist von einem sogleich in die Augen fallenden Nutzen, und erkläret zugleich deutlich, in welchem Verstande gesagt werden könne: daß ein beständig gegen einen Fixstern gerichteter Strahl die Oberfläche eines geraden Kegels beschreibe, dessen Axe ein Theil der Axe des Himmels ist. Der Winkel dieses Kegels *POS* muß fast für jeden Fixstern eine andere Grösse bekommen. Vor sich kan dieser Winkel auch stumpf werden: Alsdenn aber ist *QOS*, welcher spitzig wird, wenn *POS* einen rechten Winkel übertrift, der Winkel des Kegels, und dieser bekomt eine dem vorigen entgegen gesetzte Lage.

Der Aequator.

§. 176. Wenn der Stern *S* so stehet, daß der Winkel *POS* gerade wird, so beschreibt der nach demselben gezogene Strahl *OS*, bey dem Umlaufe des Sterns, nicht mehr die Oberfläche eines Kegels, sondern eine ebene Fläche, auf welcher die Axe *PQ* senkrecht stehet. Diese durch den Mittelpunct der Himmelskugel gelegte Fläche theilet dieselbe abermal in zwo Hälften, deren jede einen der zween Pole in der Mitte ihrer Oberfläche liegend hat, so daß die eine die nordliche, die andere aber die südliche Hälfte genant werden kan. Die Fläche selbst bekomt ihren besondern Namen, und heisset die Fläche des Aequators. Es ist nemlich der Aequator der Umkreis der Scheibe, welche zum Vorschein kömt, indem die Kugel von der beschriebenen Fläche geschnitten wird, welche, da der Schnitt durch den Mittelpunct geschiehet, mit zu den grossen Cirkeln der Kugel gehöret. Dieser Aequator, oder wie ihn einige nennen, dieser Gleicher theilet einen jeden halben Cirkel, dessen Bogen in der Oberfläche der Kugel von einem Pole bis an den andern reichet, indem sein Durchmesser die Axe ist, in zween Quadranten.

§. 177. So lang die Axe unverrückt in ihrer Lage verharret, bleibt auch die mit derselben unbeweglich verbundene Fläche des Gleichers immer die vorige. Sie ist der Mittagsfläche perpendicular, weil sie der in dieser Fläche liegenden Axe perpendicular ist. Die Horizontfläche ist der Mittagsfläche ebenfalls perpendicular. Sie wird also von der Fläche des Gleichers in einer Linie geschnitten, die auf der Mittagsfläche senkrecht stehet, und unter unendlich vielen andern in jener Fläche zu ziehenden geraden Linien auch mit der Mittagslinie rechte Winkel

T. II. F. 32. einschliesset. Demnach muß diese Linie, in welcher der Horizont von der Fläche des Gleichers geschnitten wird, sich genau von Morgen gegen Abend erstrecken. Ausserdem aber ist leicht einzusehen, daß auch der Horizont den Gleicher selbst, in zwo Hälften, und die Mittagsfläche wieder jede dieser Hälften in zween Quadranten theilen werden.

T. II. F. 33. §. 178. Wenn nun (*T. II. Fig.* 33.) die senkrecht an die Mittagsfläche angesetzte Fläche des Gleichers diese in *AE* schneidet, indem *PQ* die Axe des Himmels vorstellet, so ist diese *AE*, wie eine jede andere gerade Linie, die in der Fläche des Gleichers durch *O* gezogen werden kan, der Axe *PQ* perpendicular. Und wenn *SM* die Mittagslinie ist, so ist *AOM* der Winkel, mit welchem sich die Fläche des Gleichers gegen den Horizont neiget, so daß ihn diese zwo Flächen mit einander einschliessen. Denn die Linien *AE*, *SN* sind beide auf die von Morgen gegen Abend laufende Linie, in welcher die Flächen einander schneiden, perpendicular. Der Winkel *AOM* nun wird die Höhe des Aequators, oder die Erhebung des Gleichers, nemlich über den Horizont, genent. Diese Höhe *AOM* ist immer die Ergänzung der Polhöhe *POS* zu einen rechten Winkel, und die Maasse dieser Winkel *AM*, *SP* geben, wenn man sie zusammensetzt, immer einen Quadranten. Denn *SZM* ist der halbe Umkreis, und *PA* selbst ein Quadrant. Es ist also auch, wenn *ZN* die Verticallinie vorstellt, $POZ = AOM$, und $PZ = AM$, das ist, die Höhe des Aequators gleich der Entfernung des Pols vom Zenit.

§. 179. Ausser diesem allen wird noch zuweilen eine Verticalfläche auf die von Morgen gegen Abend laufende Horizontlinie gesetzt, und die erste oder vornehmste Verticalfläche genennet. Diese Fläche wird dadurch auch auf die Mittagsfläche perpendicular, und, da sie diese, wie eine jede andere Verticalfläche, in *ZN* schneidet, so ist *ZOA* der Winkel, welchen sie mit der Fläche des Gleichers einschliesset. Dieser Winkel *ZOA* ist der Polhöhe gleich, da *PA* und *ZS* Quadranten sind, welchen der Bogen *PZ* gemeinschaftlich ist. Es werden noch einige andere Flächen gebraucht den Raum rings herum um den Beobachtungsplatz zu theilen, die, so lang dieser Platz nicht mit einem andern verwechselt wird, ihre Lage ebenfalls unverruckt behalten, und so wie die erklärten Linien und Flächen, dienen, den Ort eines himmlischen Körpers ohne Weitläufläuftigkeit zu bestimmen. Es sind aber die bisher abgehandelten zu dem gegenwärtigen Zwecke hinlänglich, und die übrigen werden sich an einem andern Orte schicklicher beybringen lassen. T. II. F. 33.

Declination der Sterne.

§. 180. Indem sich nun der Sternhimmel um seine Axe drehet, wird derselbe in jedem Augenblicke, von der Mittagsfläche durch die beiden Pole geschnitten, und dadurch in der Oberfläche der Kugel der Umkreis eines Cirkels bezeichnet, dessen bereits einige Erwähnung geschehen ist. Er heisset ein Declinations-Cirkel oder Abweichungs-Kreis: weil auf demselben die Abweichung eines jeden Sterns genommen wird, der sich in demselben befindet. Es ist von der Abweichung vom Aequator die Rede, und diese ist nichts anders, als der Bogen des durch den Stern gehenden Abweichungskreises, welcher zwischen dem Stern und dem Gleicher enthalten ist, und zugleich den Winkel mißt, den die von dem Auge nach dem Stern gezogene gerade Linie mit der Fläche des Gleichers einschließt. Denn die Fläche eines jeden Abweichungskreises ist auf die Fläche des Aequators perpendicular, weil sie durch die Axe gehet: und also fällt der angezeigte Winkel immer in die Fläche des Abweichungskreises.

§. 181. Die Abweichung eines Sterns ist nordlich oder südlich, nachdem er in der nordlichen oder südlichen Hälfte der Himmelskugel gesehen wird. Ist sie bekant, so ist die Entfernung des Sterns von dem nächsten Pole leicht zu finden, weil diese Entfernung immer mit der Abweichung zusammen einen Quadranten geben muß, und eben so leicht findet man auch die Entfernung des Sterns von dem andern Pole. Es kan aber die Abweichung eines Sterns immer aus seiner Mittagshöhe geschlossen werden, wenn zugleich die Polhöhe oder die Höhe des Gleichers bekant ist. Es sey F der Ort des Sterns, und folgends AF die Abweichung desselben. Da nun MF die Mittagshöhe des Sterns, und MA die Höhe des Gleichers ist, so ist leicht zu sehen, daß seyn werde $AF = MF - MA$. Und eben so leicht siehet man auch, wie die Abweichung aus den zwo Höhen in den übrigen Fällen zu finden sey, da entweder die Abweichung südlich, oder die Mittagshöhe in dem nordlichen Quadranten ZS genommen worden ist. Im Nothfalle kan uns eine sehr einfache Zeichnung zu recht weisen.

T. II. F. 33. §. 182. Die dergestalt entdeckte Declination eines Fixsterns bleibt zwar nicht durch alle Zeiten völlig einerley; sondern wird, ausser der welche oben angemerkt worden ist (138), noch durch verschiedene andere Ursachen geändert, die in dem folgenden erleutert werden sollen. Es geschehen aber alle diese Veränderungen sehr langsam, so daß in einigen wenigen auf einander folgenden Tägen eben der Fixstern noch mit eben der Abweichung gesehen wird, und selbst nach etlichen Monathen oder Jahren nur mit ausserordentlich guten Instrumenten, einige Veränderung derselben entdecket wird. Es kan also, mit Uebergehung dieser kleinen Fehler, hier gar wol angenommen werden, daß in der Zeit eines Jahres, oder etlicher weniger auf einander folgender Jahre, sich die Welt-Axe von dem Mittelpuncte der Erde nach eben dem, an dem Sternhimmel, durch seine Entfernung von den Fixsternen bestimten Punct, erstrecke, und in so ferne ohne Veränderung in ihrer Lage verharre.

Täglicher Umlauf der Fixsterne.

§. 183. So lang aber die Lage der Axe dergestalt unverändert bleibt, bleibt auch ein Stern, der einmal ohne Abweichung in der Fläche des Gleichers gefunden worden ist, immer in derselben. Stellen wir uns also den durch verschiedene in demselben liegende Fixsterne an dem Himmel bezeichneten Gleicher, von einem dieser Fixsterne oder irgend einem andern Puncte an, in seine Grade und deren Theile getheilet vor, so müssen bey dem ganzen Umlaufe dieses oder eines andern in dem Gleicher angenommenen Puncts alle 360 Grade desselben durch die Mittagsfläche gehen: und weil diese Bewegung gleichförmig ist, so werden in 12 Stern-Stunden 180, und in 6 dergleichen Stunden 90 Grade durch die Mittagsfläche hindurch kommen. Also braucht 1 Grad den funfzehnten Theil einer Sternstunde, das ist 4 Minuten derselben, durch eben die Fläche zu kommen, eine Minute des Grades aber den sechzigsten Theil von 4 dergleichen Zeitminuten, das ist 4 Zeitsecunden, und eine Secunde des Grades, 4 Terzen der Zeit. Es kan also der Aequator vermittelst einer Uhr, die nach irgend einem Fixsterne so gerichtet ist, daß genau 24 Stunden derselben verfliessen müssen, indem der Stern einmal mit dem Himmel herumkomt, eben so bequem getheilet werden, als ob seine Grade und übrigen Theile durch würkliche Zeichen sichtbar gemacht wären. Und es giebt eine Secunde dieser Uhr 15 Secunden des Aequators, welche in derselben durch den Mittagskreis gehen,

hen, eine Minute der Uhr 15 Minuten des Aequators, und eine Stunde 15 Grade desselben. T. II. F. 33.

§. 184. Da also der Gleicher von dem Horizonte und der Mittagsfläche in 4 Quadranten zertheilet wird: so muß jeder würklich in dem Gleicher anzutreffender Stern sechs Stunden Zeit haben, von dem Horizonte bis in die Mittagsfläche zu steigen, und sechs andere von dieser Fläche wieder in den Horizont zu gelangen, welche zusammen 12 Sternstunden ausmachen, in welchen er sich über den Horizont aufhält. Die Brechung der Strahlen aber wird die Zeit, in welcher dieser Stern, falls es die übrigen Umstände erlauben, unsern Augen sichtbar ist, beträchtlich vermehren, weil sie denselben beym Aufgange bis 33, und beym Niedergange 33 andere Minuten hebet (130). Wäre dieses nicht, so würden auch alle in dem Aequator liegenden Sterne genau in dem wahren Morgen aufgehen, und in dem wahren Abend sich unter den Horizont begeben; als in welchen Puncten der Horizont von dem Aequator geschnitten wird.

§. 185. Ein jeder Fixstern, der sich ausser dem Aequator befindet, beschreibet in der Zeit von 24 Sternstunden einen Cirkel, dessen Fläche der Fläche des Gleichers parallel lieget, so daß er in einer solchen Stunde 15 Grade des Umkreises, und in 4 Minuten derselben einen Grad zurück legt. Wird also die an der Morgen- oder Abendseite der Mittagsfläche liegende Hälfte einer solchen Cirkels in dieser Fläche orthographisch entworfen, wie dieses (*T. II. Fig.* 34.) T. II. F. 34. mit verschiedenen derselben geschehen ist: so ist der an die Axe *PQ* senkrecht angesetzte halbe Durchmesser *OA* zugleich der Entwurf eines Quadranten des Gleichers, und *OE* der Entwurf des danebenstehenden. Die Hälfte aber einer jeden der übrigen auf die Axe *PQ* perpendicular gezogenen Sehnen, als *CD* oder *CF* ist der halbe Durchmesser des von dem Sterne beschriebenen Kreises, welcher die Abweichung *AD* hat, und zugleich der Entwurf des vierten Theils des Umkreises dieses Cirkels. Es ist aber ein jeder solcher Halbmesser *CD* der Sinus des mit dem Radius *OP* oder *OA* beschriebenen Bogens *PD*, welcher die Entfernung des Puncts *D* von dem Pole angiebt, oder der Cosinus der Abweichung dieses Puncts *AD*: und *OC* ist der Sinus dieser Abweichung.

§. 186. Ist aber auch der Horizont in *SM* entworfen, welcher die Sehne *DF* in *G* schneidet, so ist *GD* der Entwurf des Cirkelbogens, welchen der Stern beschreibt, indem er von dem Horizonte bis an die Mittagsfläche auf-

steiget,

T. II. F. 34. steiget, oder von dieser bis an den Horizont niedergehet. Demnach stellet CG den Unterschied dieses Bogens und eines Quadranten des Umkreises eben desselben Cirkels vor, und ist zugleich der Sinus dieses Unterschiedes. Wird also um den Mittelpunct C der zu dem Durchmesser DF gehörige halbe Cirkel DHF würklich beschrieben, so ist der zwischen dem Horizonte und der Mittagsfläche enthaltene Theil desselben gar leicht zu haben. Denn man darf nur durch G eine Linie GH der Axe parallel ziehen, um diesen Bogen, welcher bey D anfängt, bey H zu endigen. Und wenn man ferner die in diesem Bogen enthaltene Zahl der Grade und Minuten erforschet, so ist die Zeit, welche der Stern D brauchet, diesen Bogen zu beschreiben, leicht zu berechnen.

§. 187. Eben diese Zeichnung giebt auch eine Anweisung, den Bogen DH, ohne Beyhülfe der sphärischen Trigonometrie, durch die Rechnung zu finden. Wenn FC oder DC zum Radius genommen wird, so ist, wie wir gesehen haben, GC der Sinus des Complements des Bogens DH zu einen Quadranten. Wird also diese Ergänzung Q, die Polhöhe P, und die Abweichung D genent, so ist $FC : GC = 1 : \sin Q$, und in dem rechtwinklichten Dreyecke GOC, dessen Winkel bey O die Polhöhe ist, $GC : CO = \tan P : 1$; also $FC : CO = \tan P : \sin Q$. Es ist aber auch $FC = DC = \cos D$, und $CO = \sin D$, beides zu dem Radius OA, und also $FC : CO = \cos D : \sin D = 1 : \tan D$. Demnach $1 : \tan D = \tan P : \sin Q$. Der dergestalt gefundene Bogen Q wird alsdenn, nach Anweisung der Zeichnung, dem Quadranten zugesetzt, oder von demselben abgezogen. Man kan DH den halben Tagbogen, und HF den halben Nachtbogen, des angenommenen Sterns nennen; wiewol diese Wörter nur alsdenn im eigentlichen Verstande gebraucht werden, wenn anstatt des Sterns die Sonne gesetzt wird, welche den Tag machet.

§. 188. Ferner ist in dieser Zeichnung die Linie OG der zu dem Radius OP oder OS, gehörige Sinus des Bogens des Horizonts, welcher die Entfernung des Aufgangs des Sterns, von dem wahren Puncte des Aufgangs, oder die Entfernung des Puncts, bey welchem er untergehet, von dem wahren Untergange, angiebt. Denn G ist die Vorstellung des erstern dieser Puncte, und O die Vorstellung des letztern. Nun aber ist, bey den angenommenen Benennungen $OC : OG = \cos P : 1$, und $OC = \sin D$. Also $\cos P : 1 = \sin D : OG$.

Es

Es wird demnach die also gefundene *OG*, als ein Sinus gebraucht, den Bogen des Horizonts geben, welcher des Sterns Amplitudo ortiva oder occidua heisset: und dieser Bogen wird nach Norden oder Süden fallen, nachdem die Abweichung des Sterns nördlich oder südlich ist. T. II. F. 34

§. 189. Wenn wir nun unsere Augen auch auf die übrigen Sehnen werfen, deren eine durch *S*, und eine andere durch *M* gezogen ist, in welchen Puncten der Umkreis der Mittagsfläche den Umkreis des Horizonts durchschneidet, so sehen wir, daß wenn die Abweichung eines Sterns der Höhe des Gleichers *MA* oder *ES* gleich ist, der Stern in der nordlichen Hälfte der Kugel nicht mehr unter, und in der südlichen nicht mehr aufgehen, sondern bey seinem Umlaufe den Horizont bey *S* und *M* nur berühren werde. Noch viel weniger können in der nordlichen Hälfte diejenigen Sterne untergehen deren Abweichung grösser ist, als die Höhe des Gleichers, und in der südlichen gehen alle Sterne, deren Abweichung die Höhe des Gleichers übertrift, niemals auf. Es sind noch mehr kleine Anmerkungen, die hier könten beygebracht werden; die aber einem jeden, der die Zeichnung nur mit einiger Aufmerksamkeit ansiehet, sich von selbst darbiethen müssen.

Von dem Vorsprungswinkel.

§. 190. Es ist selten, wo jemals nöthig, daß man sich mehr als die Hälfte eines Abweichungskreises vorstelle, welche von einem Pole bis an den andern reichet; und man kan überhaupt, unter der Benennung der Abweichungskreise, nur dergleichen Hälften derselben verstehen, und zwar diejenigen, in welchen die Sterne sich aufhalten, von welchen die Rede ist. Wenn man sich nun zween dergleichen halbe Kreise vorstellet, so machen die Flächen der halben Scheiben, zu welchen sie gehören, indem sie bey der Axe zusammen laufen, einen Winkel, der durch den zwischen denselben enthaltenen Bogen des Gleichers gemessen wird. Es wird aber dieser Winkel auch durch den zwischen eben den Flächen enthaltenen Bogen eines jeden der Parallelcirkel gemessen, der von einem Fixsterne oder jedem andern Puncte des Himmels, bey dessen Umlaufe beschrieben wird. Denn jeder dieser Bogen hat gegen seinen Umkreis einerley Verhältniß, und also gleichviele Grade und Theile der Grade. Da nun alle Sterne, welche in eben dem Abweichungskreise liegen, auch zugleich in die Mittagsfläche kommen

T. II. F. 34. müssen: so kan dieser Winkel für jede zween Sterne, deren einen man sich in dem einen Abweichungskreise, und den andern in dem andern vorstellet, vermittelst der Uhr erhalten werden, wenn nur an derselben die Zeitpuncte bemerket werden, in welchen zuerst der eine, und alsdenn der andere Stern in die Mittagsfläche gekommen ist. Die zwischen diesen zween Puncten verflossene Zeit wird die gesuchte Zahl der Grade gar leicht geben, wenn die Uhr mit völliger Richtigkeit nach den Fixsternen gestellet ist (183). Ist aber dieses nicht, so darf man nur machen; wie die ganze von der Uhr angegebene Zeit, in welcher ein Fixstern herumkomt, zu der Zeit welche zwischen den angemerkten zween Zeitpuncten verflossen ist, so 360 zu der Zahl der Grade und ihrer Theile, welche verlangt wird.

§. 191. Dieser Winkel, mit den Abweichungen der Fixsterne zusammengenommen, giebt eine viel bequemere Anweisung dieselbe in Ordnung zu bringen, und den Ort, welchen jeder an der Himmelskugel einnimt, genau zu bestimmen, als diejenige war, die bey dem ersten Anfange gegeben werden konte (136); und es ist eben der Winkel auch sonst von gar mannigfaltigem Gebrauche. Ich wage es also ihn den **Vorsprung**, oder den **Winkel des Vorsprungs** zu nennen, weil seine erste Würkung darinne bestehet, daß immer einige Sterne vor andern in der Mittagsfläche anlangen. Wenigstens ist diese Benennung kürzer als **Differentia Ascensionum rectarum**, deren wörtliche Bedeutung sich über dieses erst in dem folgenden wird geben lassen. Der Vorsprung hat mit der Abweichung nichts zu thun. Ein Stern kan vor dem andern eben den Vorsprung haben, seine Abweichung mag groß oder klein, nördlich oder südlich seyn. Uebrigens kan der Vorsprung eines Sterns vor einem andern eben so gut durch Sternstunden und deren Theile, als durch Grade und Minuten ausgedruckt werden, da der Uebergang von dem einen dieser Maaße zu dem andern so leicht ist.

Von den Himmelskugeln.

§. 192. Gesetzt nun es sey der Vorsprung eines nach Belieben angenommenen Fixsterns vor einem jeden der übrigen, zusamt den Abweichungen aller dieser Sterne gefunden worden: so geben zwar diese Beobachtungen selbst ein Verzeichniß der Oerter, welche sie an dem Himmel einnehmen, woraus die Ordnung in welcher sie uns erscheinen, samt der scheinbaren Entfernung eines jeden von

den

den übrigen zu schliessen ist. Und ein solches Verzeichniß würde immer richtig bleiben wenn die Axe des Himmels in dem oben (157) angezeigten Verstande durch alle Zeiten unverrückt in ihrer Lage verharrete. Es können aber auch nach dem Verzeichnisse alle in demselben enthaltene Sterne, viel leichter auf die Oberfläche einer Kugel getragen werden, als wenn man sich dazu der Entfernungen eines jeden von den übrigen bedienen wolte. Denn wenn an einer Kugel die zween Puncte, so die Pole vorstellen sollen, gehörig angenommen worden sind, so nehmlich, daß die gerade Linie, die sie mit einander verknüpfet, ein Durchmesser der Kugel wird, und zu diesen Polen der Gleicher beschrieben, und gehörig eingetheilet worden ist, und hat man sich über dieses mit einem Bogen von Meßing oder Holz versehen, der als eine Regel gebraucht werden kan, von jedem Puncte des Gleichers nach einen der Pole einen Abweichungskreis zu bezeichnen, und von demselben so viele Grade und Theile der Grade abzuschneiden, als man will: so ist es eine geringe Mühe den Stern aus dem Verzeichnisse auf die Kugel zu tragen. Der Anfang wird mit dem Sterne gemacht, dessen Vorsprung vor allen übrigen beobachtet worden ist, dessen Ort die gefundene Abweichung dieses Sterns mit dem Vorsprunge 0 angeben muß, wenn man sich an die gemachte Eintheilung des Aequators der Kugel halten will, und nach diesen richten sich die Stellen aller übrigen. T. II. F. 34.

§. 193. Man kan sich vorstellen, daß die gemeinen Himmelskugeln auf diese Art verfertiget worden sind, in welchen über dieses die Horizontfläche, die Mittagsfläche und eine jede Verticalfläche durch die ebenen Flächen gewisser meßingener oder hölzerner Ringe und Bogen, vorgestellet worden: die Kugel selbst aber ist um eine in der Vorstellung der Mittagsfläche befestigte Axe beweglich. Denn eigentlich wird bey der Verfertigung solcher Kugeln ganz anders verfahren, um sie wohlfeiler zu schaffen. Auch werden auf denselben, ausser dem Gleicher, noch andere Cirkel gezeichnet, und zum Theil, wie jener, in ihre Grade getheilet, deren Nutzen wir erst in dem folgenden einsehen werden.

§. 194. Wir können diese letztern Cirkel hier bey Seite setzen. Die Kugel ist ohne dieselben völlig geschickt, uns den Stand aller Fixsterne, für jeden Augenblick der Zeit, welcher von derjenigen, zu welcher die Kugel gemacht worden, nicht allzuweit entfernet ist, vorzustellen. Denn da die Lage der Axe des Himmels mit der Zeit würklich geändert wird, und also die Pole desselben, wie-

T.II. F.34. wol langsam genug, von einem Fixsterne zu dem andern fortrücken: so kan eine Kugel, deren Pole unveränderlich sind, wie sie gemeiniglich gemacht werden, keinesweges für alle Zeiten dienen. Die Veränderung der Pole einer Himmelskugel aber ist nicht ohne Schwierigkeit, weil, wenn alles genau genommen wird, mit den Polen zugleich der Gleicher geändert werden muß, welcher unbeweglich mit der Axe derselben verknüpft ist. Denn was die Ordnung der Sterne anlangt, so bleibt dieselbe bey allen Veränderungen, die in der Axe vorgehen, bis auf einige Kleinigkeiten, die vorige, und die auf eine Kugel gezeichneten Sternbilder behalten ihre Richtigkeit immer: so daß eine Kugel, deren Pole dergestalt veränderlich wären, daß man jeden Durchmesser derselben zur Axe machen könte, leicht in den Stand zu setzen wäre, daß sie die Lage, welche die Fixsterne, in Absicht auf die Weltaxe zu einer vergangenen Zeit gehabt haben, oder zu einer zukünftigen haben werden, genau genug vorstellete. Liegen aber, wie in den gewöhnlichen Kugeln, die Pole in Absicht auf die darauf verzeichneten Fixsterne beinahe so, wie die Pole des Himmels in Absicht auf eben die Fixsterne gegenwärtig würklich liegen, so wird erstlich die Fläche des Rings, welcher bey der Kugel den Horizont vorstellet, dem eigentlichen Horizonte, und die Mittagsfläche der Kugel der Mittagsfläche des Beobachtungsplatzes, parallel gemacht, wie auch die Axe der Kugel der Axe des Himmels. Alsdenn wird die Kugel selbst so gedrehet, daß die Vorstellung eines Sterns, von welchem bekant ist, daß er sich zu der Zeit in der Mittagsfläche befinde, ebenfalls in die Mittagsfläche der Kugel fällt. Alsdenn hat die Kugel würklich den verlangten Stand, bey welchem eine jede aus ihrem Mittelpuncte durch die Vorstellung irgend eines Sterns gezogene gerade Linie, wenn sie fortgezogen wird, den Stern selbst erreichet; und man kan sagen, daß bey diesem Stande die Kugel dem Himmel parallel sey.

§. 195. Ist die Kugel dergestalt gestellet, so ist die Höhe eines jeden Sterns diejenige, in welcher sich sein Bild auf der Kugel über den Horizont erhaben befindet, und sein Azimuth, das Azimuth des Bildes. Die Zeit welche der Stern braucht, aus seinem gegenwärtigen Orte in die Mittagsfläche oder den Horizont zu kommen, oder diejenige, welche verfliesset, in dem er aus einer dieser Flächen an seine gegenwärtige Stelle übergehet, kann gefunden werden, wenn man nur die Kugel drehet, und auf den Bogen des Gleichers acht hat, welcher indes-

indessen, daß das Bild des Sterns seinen Ort eben so verändert, durch die T. II. F. 34. Mittagsfläche der Kugel hindurchgehet. Auf eben die Art wird auch die Zeit gefunden, welche der Stern braucht von dem Horizonte in die Mittagsfläche zu gelangen, oder von der Mittagsfläche in den Horizont überzugehen, wie auch das Punct dieser Ebene, bey welchem er auf oder untergehet, und was dergleichen Auflösungen mehr sind, welche zu übersehen ein gar geringes Nachdenken hinlänglich ist. Die Kugel setzet in der That den eingebildeten Himmel in unsere Gewalt, denselben zu wenden wie wir wollen, und machet uns alle besondere Veränderungen, die davon herrühren, im Kleinen sichtbar.

§. 196. Eine Kugel mit beweglichen Polen würde vor den gewöhnlichen den wichtigen Vorzug haben, daß sie eben dieses für jeden Punct des Zeitraums leisten könte, für welchen die Pole derselben an den gehörigen Ort gesetzt sind: und wir werden in dem folgenden sehen, wie dieser Ort immer zu finden sey. Zwar wird was dergestalt vermittelst einer Himmelskugel entdeckt werden soll, selten genau genug angegeben, theils wegen der geringen Grösse dieser Kugeln, und theils weil sie selten mit rechtem Fleisse verfertiget werden. Sie leisten aber auch bey den genausten Auflösungen einen wichtigen Nutzen. Wenn man eine Himmelskugel der Aufgabe gemäß stellet, als ob nehmlich diese bloß durch die Kugel aufgelöset werden solte, so werden die in der Aufgabe vorkommende Bogen und Winkel mit einer überflüßigen Richtigkeit sichtbar gemacht, und daraus die Kugeldreyecke gebildet, auf deren Berechnung die richtige Auflösung gegründet werden muß. Ein orthographischer oder anderer Entwurf kan oft eben das leisten: gemeiniglich aber ist seine Verfertigung zu mühsam. Man begnüget sich also, wenn keine Kugel bey der Hand ist, gemeiniglich mit einem perspectivischen Entwurfe derselben, oder eines ihrer Theile, der dazu hinlänglich ist, so gut dieser Entwurf gerathen will. Unstreitig ist das würkliche Dreyeck, welches die richtig gesetzte Kugel darstellet, in aller Absicht viel bequemer. Man muß sich aber doch an die Entwürfe gewöhnen, weil sie nicht immer, und am wenigsten in den Büchern, zu vermeiden sind.

§. 197. Die Zeichnung (*T. II. Fig.* 35.) ist eine dergleichen Vor- T. II. F. 35. stellung des vierten Theils einer Kugel, und in derselben *SPM* die Mittagsfläche *PO* die Axe, und also *P* der über den Horizont erhabene Pol, *SDM* der halbe Horizont, *ZO* die Verticallinie und *ZOD* eine durch den Stern *R* gelegte

T. II. F. 35. Verticalfläche, durch welchen auch der in der Fläche *POE* beschriebene Abweichungsbogen *PE* hindurchgehet. Alsdenn ist *PZ* die Entfernung des Pols vom Zenit, welche immer der Höhe des Aequators gleich ist; *PR* ist die Entfernung des Sterns *R* von dem Pole, welche kömt, wenn seine Abweichung von einem Quadranten abgezogen, oder demselben zugesetzt wird, nachdem sie nördlich oder südlich ist, und *ZR* eben des Sterns Abstand von dem Zenit *Z*, oder die Ergänzung seiner Höhe *RD*. Diese drey Bogen bilden das Dreyeck *ZPR*, und geben dessen Seiten ab. Der Winkel *PZR* dieses Dreyecks wird durch den Bogen *SD* gemessen, und ist also das Azimuth des Sterns *R*, oder die Ergänzung desselben zu zween Quadranten, wenn *DM* für das Azimuth angenommen wird. Der Winkel *ZPR* aber ist der Vorsprung des Sterns *R* vor ein jedes Punct, das sich zu der Zeit in der Mittagsfläche befindet, und sein Maaß giebt die Zeit an, in welcher der Stern aus der Mittagsfläche in seinen gegenwärtigen Ort *R* übergegangen ist, oder welche er braucht, von diesem Orte in die Mittagsfläche überzugehen. Endlich ist der Winkel *PRZ* derjenige, welchen der Bogen des Verticalcirkels *ZRD* mit dem Abweichungskreise *PRE* einschliesset, der aber selten gebraucht wird.

§. 198. Gemeiniglich kommen nur die drey Seiten des Dreyecks *PZR* samt den zween Winkeln bey *P* und *Z* in die Frage, und es wird verlangt, aus drey dieser fünf Dinge, welche sie seyn mögen, jedes der zwey übrigen zu bestimmen. Es kan aber doch der Winkel *PRZ* uns die Sache nicht schwerer machen. Da in der sphärischen Trigonometrie gewiesen wird, wie aus jeden dreyen, der in einem Kugeldreyecke vorkommenden Dinge, seiner drey Seiten nehmlich, und seiner drey Winkel, jedes der drey übrigen zu finden sey, so können wir den Regeln, welchen wir bey Auflösung dieser Aufgabe in jedem Falle folgen müssen, immer aus derselben hernehmen.

Der

Der
Astronomischen Vorlesungen
dritter Abschnitt.
Zweite Eintheilung des Sternhimmels.

Die Erde hat die Gestalt eines Balls.

§. 199.

Wir haben bisher unserm Beobachter seine Stelle auf dem Erdboden nur in so ferne verändern lassen, als es nöthig war anzumerken, daß bey dieser Veränderung, so groß sie auch seyn mochte, die Entfernungen der Fixsterne von seinem Auge völlig die vorigen zu bleiben scheinen; und daraus zu schliessen, daß die ganze Grösse der Erde in Absicht auf die Grösse des Sternhimmels in keine Betrachtung kommen könne, sondern als ein blosses Punct anzusehen sey: wozu die an den verschiedenen Stellen genau beobachtete scheinbare Entfernung eines Fixsterns von einem andern, ohne weitere Vorbereitung, hinlänglich war (141). Verändert er aber seine Stelle auf dem Erdboden würklich um eine beträchtliche Zahl von Meilen, und fängt an seinen neuen Beobachtungsplatz mit eben dergleichen Merkzeichen zu versehen, als er an dem vorigen gebraucht hat, die verschiedenen Gegenden und Theile des Himmels von einander zu unterscheiden: so findet er, daß zwar auch daselbst die durch ein Bleygewicht bestimte Verticallinie der Oberfläche des in einem Behältnisse stehenden Wassers perpendicular sey, wie dieses aus den bekanten Gesetzen des Gleichgewichts flüßiger Materien folget, welche allgemein und an keinen besondern Ort des Erdbodens gebunden sind; und muß also diese Oberfläche auch nunmehro die Horizontfläche des Orts nennen. Erweitert er aber diese neue Horizontfläche nach Befinden, an dieser oder jener Seite, oder setzet dieselbe nach allen Seiten bis an den Sternhimmel fort (welches zur See am besten geschehen kan, da kein Berg oder Gebäude die freye Aussicht hindert), und hält alsdenn diesen neuen Hori=

T. II. F. 35. Horizont mit dem vorigen zusammen: so siehet er leicht, daß er von demselben abweiche; mehr oder weniger, nachdem der neue Beobachtungsplatz von dem zu erst gebrauchten mehr oder weniger entfernet ist. Denn er siehet den Grund eines daselbst stehenden Thurns nicht, ob er wol dessen Spitze, und vielleicht auch etwas von dem übrigen Gebäude, siehet. Befindet er sich aber auf einem Schiffe, welches ein beweglicher, und wenn das Schiff fortrücket, ein würklich bewegter Beobachtungsplatz ist, so siehet er, indem er sich mit demselben dem Lande nähert, nach welcher Strecke dieses auch vor ihm liegen mag, die Ufer nicht, bevor er sich nahe dabey befindet, ob er wol die hinter denselben liegenden Berge in einer viel grössern Entfernung sehen konte. Nähert sich ihm ein anderes Schiff, so entdecket er zuerst dessen Segel, und siehet das Gebäude nicht, bevor es ihm nahe genug gekommen ist. Diese nebst andern Erscheinungen dieser Art zeigen deutlich, daß die Erde, dessen Oberfläche wir bewohnen, wie sie aus trocknem Lande und Wasser zusammen gesetzt ist, die Gestalt eines runden Balls haben müsse. Weswegen sie auch zur See, oder theils zur See und theils zu Lande, hat von verschiedenen umfahren werden können, und von Zeit zu Zeit noch umfahren wird.

§. 200. Es wird aber die eigentliche Gestalt der Erde, welche die Vergleichung mit einem Balle nur ohngefähr angiebt, durch die Verticallinien verschiedener in ihrer Oberfläche angenommenen Oerter, und durch die von diesen Linien herrührenden Winkel, viel genauer angegeben. Wenn die Horizontflächen zweener dieser Oerter sich gegen einander neigen, so können auch die Verticallinien derselben nicht parallel seyn, sondern müssen sich nach verschiedenen Puncten des Himmels erstrecken, welche die Zenite dieser Oerter seyn werden: so, daß hinwiederum aus der Entfernung des einen dieser Zenite von dem andern der Winkel geschlossen werden kan, welchen der Horizont des einen der angenommenen Oerter mit dem Horizonte des andern einschliesset: Und dieser mit Zuverläßigkeit bestimte Winkel ist der Grund, auf welchen hier gebauet wird. Es mußten also vor allen Dingen, Mittel ausfindig gemacht werden, die Entfernung eines Zenits von einem andern genau zu messen, welche die beständige Bewegung des Himmels, die immer andere Puncte desselben in das Zenit des Beobachtungsplatzes bringt, weder unbrauchbar noch unrichtig machte.

§. 201.

Der Mittagskreis.

§. 201. Dieses am leichtesten zu erhalten, wird der zweite Beobachtungsplatz in der Mittagsfläche des ersten angenommen, welche zu dem Ende durch sichtbare Merkmale erweitert werden muß. Ist dieses geschehen, so fällt gemeiniglich die Verticallinie des zweiten Beobachtungsplatzes genau in eben diese Fläche. Gar selten, und nur bey besondern sehr bergichten Gegenden des Erdbodens äussert sich hierinnen eine Abweichung, und diese ist so gering, daß es hier nicht nöthig ist, darauf Acht zu geben. Fällt aber die Verticallinie des zweiten Orts in die Mittagsfläche des ersten, so ist diese nothwendig auch die Mittagsfläche des zweiten Orts, weil sie auch durch die Pole des Himmels gehet, welche für alle Oerter des Erdbodens eben dieselben sind. Und so ist überhaupt die Mittagsfläche eines jeden besondern Orts der Oberfläche der Erde zugleich die Mittagsfläche unzählich anderer, welche in dieser Oberfläche, rings herum in der krummen Linie liegen, in welcher sie von jener Mittagsfläche geschnitten wird. Man nennet derowegen diese krumme Linie den Mittagskreis aller dieser Oerter, welchen wir uns gegenwärtig noch ganz vorstellen, ob wir ihn zwar, mehrerer Bequemlichkeit wegen, im folgenden werden theilen müssen. T. II. F. 35.

§. 202. Bey der Bestimmung der eigentlichen Gestalt der Erde kömt alles auf die Art an, wie diese Kreise rings herum gekrümmet sind, und auf die Figur des Durchschnittes, dessen Gränze sie abgeben. Aus dem, was wir gesehen haben, folgt, daß diese Figur von einem genauen Cirkel so gar sehr nicht abweichen können, weil die (199) angemerkten Erscheinungen an einem Orte des Erdbodens eben sowol, und ohngefähr eben so stark bemerket werden, als an dem andern. Doch können wir sie nicht ohne Beweis als wahre Cirkel annehmen, und wir werden finden, daß sie es nicht sind: nicht als ob die Berge eine merkliche Abweichung verursachen könten, welche bey aller ihrer Grösse dazu viel zu klein sind, sondern weil, wenn auch die Erde rings herum mit Wasser bedeckt wäre, welches nach allen Seiten frey abfliessen kan, dieses doch dem ganzen aus Erde und Wasser zusammengesetzten Klumpen die genaue Gestalt einer Kugel nicht geben würde. Denn diese Gestalt, oder vielmehr diejenige, welche die Erde bekommen würde, wenn irgend eine Macht alle über die Oberfläche der Seen erhabenen festen Theile derselben wegnähme, wird hier eigentlich in Betrachtung gezogen.

§. 203. Wie aber auch ein Mittagskreis der Erde würklich gekrümmet seyn mag, so muß doch ein jeder [illegible]ger Theil desselben für die Mittagslinie des T. II. F. 36. Orts *A* (*T. II Fig.* 36.) genommen werden, der mitten in derselben liegt. Denn es ist würklich die gerade Linie *BD*, welche den Kreis bey *A* berühret, diese Mittagslinie, von welchen aber die Theile des Kreises selbst, zunächst an *A*, kaum abweichen. Und auf diese *BD* ist *EA*, die Verticallinie des Orts *A*, eigentlich perpendicular; obwol auch gesagt werden kan, daß sie auf dem Kreise selbst bey dem Puncte *A* perpendicular sey. Wenn nun der Mittagskreis volkommen cirkelrund wäre, so würden alle in der Fläche desselben gezogene Verticallinien, in seinem Mittelpuncte *C* zusammen laufen; weil in einem Cirkel keine andere durch den Berührungspunct *A* gezogene gerade Linie, der berührenden Linie *AB* perpendicular seyn kan, als die zugleich durch den Mittelpunct *C* gehet. Wo aber der Mittagskreis von dem Umkreise eines Cirkels dergestalt abweichet, daß er diesen durchschneidet, daselbst kan die zu dem Mittagskreise gezogene Verticallinie unmöglich durch den Mittelpunct des Cirkels gehen. Es laufen zwar noch immer jede zwo Verticallinien zusammen, und schneiden einander: es geschiehet aber dieses nicht von allen in eben dem Puncte, und es kan ein solcher Schneidungspunct von einem andern weit genug entfernet seyn. Doch wenn die Abweichung der Mittagsfläche von einem Cirkel gering ist, so kan auch der Raum, in welchen alle diese Puncte fallen, so groß nicht seyn, und man kan, so lang die äusserste Strenge etwas überflüßiges wäre, diesen Raum mit eben dem Rechte für den Mittelpunct annehmen, als man den Mittagskreis selbst für einen Cirkel hält.

Wie uns der aus verschiedenen Puncten eben des Mittagskreises betrachtete Himmel erscheine.

§. 204. Wir wollen zum Anfange voraus setzen, die Mittagskreise seyn richtige Cirkel, und betrachten was folgen müßte, wenn sie es würklich wären: weil diese Folgen, mit den Erscheinungen zusammen gehalten, am deutlichsten zeigen müssen, ob, wie, und wie sehr diese Kreise von Cirkeln abweichen. Es T. II. F. 37. sey *AFG* (*T. II. Fig.* 37.) ein Cirkel, welcher für einen der Mittagskreise angenommen wird: und durch dessen Mittelpunct *C* sey die *PQ* der Axe des Himmels parallel gezogen. Man mag sich nun diese Axe in dieser oder jener Entfernung von *C* vorstellen, so muß doch, weil sie (156) irgendwo durch die Erde

gehen

gehen muß, welche in Absicht auf die Grösse des Sternhimmels als ein blosses Punct zu betrachten ist, die durch *C* gezogene *PQ* als ein Theil derselben angesehen werden. Es können, bey der über grossen Entfernung der Fixsterne von uns, zween Puncte des Sternhimmels weit genug von einander entfernet seyn ohne daß wir es merken: und aus dieser Ursache muß auch eine jede andere *PQ*, die durch irgend ein anderes Punct der Erde, der durch *C* gezogenen parallel gehet, als ein Theil der Weltaxe angesehen werden. T. II. F. 37.

Erster Fall. Geradestehende Sphäre.

§. 205. Die erste dieser *PQ*, so wir betrachten wollen, sey diejenige, welche den Mittagskreis bey *A* berühret, und dadurch zur Mittagslinie dieses Orts *A* wird. Da diese *PQ* von dem einen Pole an den andern läuft, so müssen diese Pole beide in die Mittagslinie des Orts *A*, und also in den Horizont desselben fallen. Es sind also an diesem Orte *A* beide Pole sichtbar, der eine genau in Norden, und der andere in Süden; der Horizont aber, welcher durch dieselbe hindurch gehet, gehet auch durch den Mittelpunct eines jeden Cirkels, welchen ein Stern bey seinem täglichen Umlaufe beschreibt, und theilet denselben in zwo Hälften, deren eine immer sichtbar, und die andere unsichtbar ist. Hieraus folgt, daß einem Auge in *A* ein jeder Stern eben so lange sichtbar seyn werde, als er ihm von dem Horizonte verdeckt wird, nehmlich in der Hälfte der Zeit seines Umlaufs, und daß, in der Zeit eines ganzen Umlaufs von vier und zwanzig Sternstunden, dieses Auge nach und nach alle Sterne werde sehen können, die sich an dem Himmel befinden.

§. 206. Aus eben der Ursache, weil nehmlich dem Beobachter bey *A* die Axe in den Horizont fällt, erscheinet ihm auch die Fläche des Gleichers, und die Fläche eines jeden Cirkels, welchen ein Stern bey seinem Umlaufe um die Axe beschreibt, dem Horizonte perpendicular: denn die Axe stehet auf jeder dieser Flächen senkrecht. Dadurch wird der orthographische Entwurf der Himmelskugel, wie sie unserm Beobachter erscheinet, gar leicht, er mag nun den Horizont oder die Mittagsfläche zur Fläche des Entwurfs machen. In beiden Fällen ist (*T. II. Fig.* 38.) *SM* die Axe, *C* die Erde, *AE* die Vorstellung des Aequators, und *FG* oder *fg* der Entwurf des von irgend einem Fixsterne um die Axe beschriebenen Cirkels. Stellet nun aber *SAME* den Horizont vor, so ist *F* oder *f* der Punct, T. II. F. 38.

T. II. F. 38. in welchem der Stern aufgehet, und *AF* oder *Af* seine Amplitudo ortiva, *G* oder *g* aber der Punct seines Untergangs, und *EG* oder *Eg* seine Amplitudo occidua, *CH* aber oder *Ch* ist ein Entwurf der Abweichung des Sterns von dem Gleicher, und also der Sinus derselben Abweichung; da im Gegentheil, wenn man sich den Entwurf in der Mittagsfläche vorstellet, *AF* oder *Af* die Abweichung ist, und die Amplitudo ortiva oder occidua durch *CH* oder *Ch* vorgestellet wird, welche ihr Sinus ist. Aus beiden folgt, daß dem Beobachter bey *A* immer die mittägige Amplitudo ortiva oder occidua eines Sterns, seiner südlichen Abweichung, und die mitternächtige Amplitudo ortiva oder occidua eines andern, seiner nordlichen Abweichung gleich erscheinen werde.

§. 207. Wenn *SAME* den Horizont vorstellet, so folgt daraus, daß die Flächen der Cirkel *AE*, *FG*, *fg* demselben sämtlich perpendicular sind, ferner, daß auch jede gerade Linie, welche einen dieser Cirkel *FG* bey *F* oder *G*, allwo er von dem Horizonte geschnitten wird, berühret, dem Horizonte perpendicular seyn werde. Da nun der Stern, welcher bey *F* aufgehet, eine kurze Zeit in der ersten dieser Berührungslinien sich zu erheben, und indem er bey *G* untergehet in der zweiten nieder zu sinken scheinet: so gehet er würklich nach einer Verticallinie auf, und nach einer andern wieder unter. Dieses wird ein gerader Aufgang, oder ein gerader Untergang genennet, und dem schiefen entgegen gesetzt, bey welchem ein Stern bey seinem Aufgange sich in einer Linie, die schief an den Horizont anlauft, von diesem entfernet, und bey seinem Untergange demselben schief nähert. Wegen dieses geraden Auf- und Unterganges wird von der aus *A* betrachteten Himmelskugel gesagt, daß sie gerade stehe, oder, daß sie eine Sphära recta sey.

T. II. F. 37. §. 208. Die (*T. II. Fig.* 37.) durch das Punct *A* gezogene Verticallinie *aA* fällt bey diesem Stande der Kugel immer in die Fläche des Gleichers, weil sie der Axe perpendicular ist. Es gehet also diese Fläche durch das Zenit, wie eine jede andere Verticalfläche, und ist unter denselben die vornehmste, weil die Fläche des Gleichers den Horizont immer in dem wahren Auf- und Untergange schneidet (179. 177). Demnach ist in der geradestehenden Himmelskugel die Abweichung eines Sterns zugleich seine Entfernung von dem Zenit, mit welcher er durch die Mittagsfläche gehet, und seine an der südlichen oder nordlichen Seite genom-

genommene Mittagshöhe, die Entfernung von dem Süd- oder Nordpol. Indem sich aber der Himmel um seine Axe drehet, wird die Höhe eines jeden in dem Gleicher angenommenen Sterns in gleichen Zeiten gleich stark geändert, nehmlich um 15 Grade in einer Sternstunde, und in grössern oder kleinern Zeiten nach Proportion. Denn um so viel rücket ein Stern in eben der Zeit in der Fläche des Gleichers fort (183). Da also diese hier eine Verticalfläche ist, so muß allerdings die Höhe desselben in derselben Zeit um eben so viel wachsen oder abnehmen. Dieses macht die Rechnung, durch welche die Höhe eines solchen Sterns für jeden gegebenen Zeitpunct gefunden wird, gar leicht, wenn nur bekant ist, in welchem Zeitpuncte er durch die Mittagsfläche gegangen ist, oder sonst eine gewisse Höhe gehabt hat. T. II. F. 37.

§. 209. Es kommen auch, bey diesem Stande der Kugel, alle Sterne die zugleich aufgehen, mit einander zugleich in eine jede andere durch die Axe gelegte Fläche, und culminiren also zugleich, und gehen zugleich unter. Und da eben dieses von den Puncten des Aequators richtig ist, den wir uns an der Himmelskugel gezeichnet einbilden, deren jedes, und folgends auch sein Anfang, wo dieser auch angenommen seyn mag, mit den Fixsternen zugleich herumkomt: so kan hier der Vorsprung eines Sterns vor dem andern eben sowol an dem Horizonte genommen werden, als er sonst immer vermittelst der Mittagsfläche gefunden wird (190). Es giebt nehmlich die Zeit, welche zwischen dem geraden Aufgange des einen Sterns, und dem geraden Aufgange des andern, oder zwischen dem geraden Untergange des vorhergehenden, und dem geraden Untergange des nachfolgenden verfliesset, diesen Vorsprung unmittelbar. Eben deswegen wird derselbe auch der Unterschied des geraden Aufgangs, Differentia Ascensionum rectarum, genennet, und konte eben sowol der Unterschied des geraden Untergangs heissen. Es ist nehmlich der gerade Aufgang, Ascensio recta, eines jeden Puncts des Himmels derjenige Punct des an dem Himmel beschriebenen Gleichers, welche in der geradestehenden Sphäre mit demselben zugleich aufgehet, und folglich auch mit demselben zugleich eine jede andere Fläche durchkreuzet, in welcher sich die Axe samt den beiden Polen befindet.

Die Mittellinie der Erde.

§. 210. Alle diese Erscheinungen ereignen sich würklich an unzählichen Orten, die in den verschiedenen Mittagskreisen auf dem Erdballe rings herum

T. II. F. 37. liegen: und es hindert nichts alle diese Oerter durch eine auf dessen Oberfläche in unsern Gedanken beschriebene Linie mit einander zu verknüpfen. Wäre die Erde eine volkommene Kugel, so würde diese Linie der Umkreis eines Cirkels seyn, dessen Fläche einer jeden *PQ*, und also auch der durch den Mittelpunct *C* gezogenen, perpendicular ist, durch welches Punct *C* sie ebenfalls gehet. Sie würde also ganz in die Fläche des Gleichers fallen, und eine jede andere der Fläche des Gleichers parallel gelegte Fläche, welche die Erde schneidet, würde durch diesen Schnitt ebenfalls einen Cirkel zum Vorschein bringen. Alles dieses würde sich auch eben so verhalten, wenn die Erde zwar nicht die Gestalt einer volkommen runden Kugel, aber doch eine von denen hätte, die herausgebracht werden können, wenn anstatt des halben Cirkels *FAG* sich eine andere krumlinichte Figur um die Linie *FG* rings herumdrehete; das ist eine von denen, welche die Drechselkunst auf einer gemeinen Bank den Körpern beybringt. Es kan nicht anders, als durch sehr mühsame und kostbare Messungen ausgemacht werden, ob die Erde eine dergleichen Gestalt würklich habe oder nicht. So lang uns diese nicht von dem Gegentheile überführen, müssen wir annehmen, daß sie sie habe. Alsdenn wird die Linie *FG*, um welche sich die krumlinichte Figur *FAG* herumdrehen muß, wenn die Gestalt der Erde herausgebracht werden soll, die Axe der Erde; und die äussersten Puncte derselben, die in die Oberfläche der Erde fallen, *F*, *G* werden ihre Pole. Die Durchschnitte derselben aber, welche durch diese Axe gehen, werden einander gleich und ähnlich, sowohl als ihre Hälften, in welche sie von eben der *FG* bey den Polen *F*, *G* getheilet werden. Hieraus aber folgt nicht, daß auch die Theile dieser Hälften *AF* und *AG* einander gleich, und auf einerley Art gekrümmet seyn müssen.

§. 211. Der Umkreis des durch *A* gehenden Cirkels, dessen Fläche der Axe *FG* perpendicular ist, heißt der **Gleicher der Erde**, und theilet die Oberfläche derselben in zwey Theile, den **nördlichen** und den **südlichen**, welche einander völlig gleich werden, wenn man sich die Erde als eine recht runde Kugel vorstellt, und auch bey vielen andern Gestalten derselben, gleich und ähnlich seyn können. Eben dieser Umkreis heisset auch bey vielen die **Mittellinie der Erde**, und die Schiffer, welche bey ihren Reisen denselben öfters durchkreuzen, nennen ihn schlechtweg die **Linie**. Er wird in Grade getheilt, wie ein jeder anderer Cirkel; man kan ihn aber auch in Stunden theilen, deren jede funfzehn Grade hält, jede dieser

wieder

wieder in sechzig Minuten, und eine Minute in sechzig Secunden. Die übrigen in der Oberfläche der Erde beschriebenen Cirkel, deren Flächen der Fläche des Gleichers parallel liegen, und immer kleiner ausfallen, je mehr sie sich von dem Gleicher der Erde nach ihren Polen zu entfernen, bekommen keinen andern Namen, als den der Parallelcirkel, oder der Parallelen. T. II. F. 37.

§. 212. Was aber den Mittagskreis anlangt, der durch diesen oder jenen in der Oberfläche der Erde angenommenen Punct gehet, und also zu diesem Orte gehöret, so wird unter dieser Benennung nur die Hälfte eines solchen Kreises verstanden, die von dem einem Pole *F*, durch den angenommenen Ort bis an den andern *G* reichet. Nur diejenigen, welche in einer solchen Hälfte wohnen, sehen, wenn ihnen die Himmelskugel gerade stehet, eben den Stern in eben dem Augenblicke der Zeit auf und untergehen. Denn wenn zween Beobachter, deren jedem die Himmelskugel gerade stehet, in den zwo verschiedenen Hälften eines ganzen Mittagskreises wohnen, so gehet dem einen eben das Punct des Himmels in eben dem Augenblicke auf, in welchem es dem andern untergehet: und man würde sich auch in vielen andern Fällen schwerlich nett genug ausdrücken können, wenn anstatt der halben, man sich der ganzen Mittagskreise bedienen wolte.

§. 213. Nunmehro kömt bey der Bestimmung der eigentlichen Gestalt der Erde alles darauf an, daß die Figur eines Mittagskreises gefunden werde. Denn wenn die Mittagskreise einander alle gleich und ähnlich sind, so werden durch einen einzigen auch alle übrigen bekant, die sonst besonders gemessen und berechnet werden müßten. Wir wollen aber, ehe wir uns in diese Untersuchung einlassen, noch die übrigen Erscheinungen erwegen, welche folgen müsten, wenn die Erde eine volkommen runde Kugel wäre, da denn auch jeder Mittagskreis ein halber Cirkel, und der Durchmesser desselben sowol als der Durchmesser des auf dem Erdboden beschriebenen Gleichers, zugleich der Durchmesser der Erde seyn würde.

Zweiter Fall. Schiefe Sphäre.

§. 214. Wenn nun der Beobachter sich auf einen solchen Mittagskreis *FAG* von dem Puncte des Gleichers *A* gegen einen der Pole *F* nach Belieben bis in *B* entfernet, und daselbst die Verticallinie *bB* ziehet, so gehet diese bey ihrer Verlängerung durch den Mittelpunct *C*; die durch eben das Punct *B* der

Axe

T. II. F. 37. Axe des Himmels parallel gezogene *PQ* aber, welche als ein Theil dieser Axe anzusehen ist, schliesset mit der *bB* den Winkel *PBb* ein, welcher dem *FCB* gleich ist, und also durch den Bogen *FB* gemessen wird, das ist durch den von dem Pole *F* bis an den Ort *B* reichenden Theil des Mittagskreises. Da dieser Winkel kleiner ist, als der rechte Winkel, welchen die durch *B* gelegte Horizontfläche dieses Orts mit der *bB* einschliesset, so muß auch der an der Seite *P* liegende Pol des Himmels über diesen Horizont erhaben erscheinen, indem der andere an der Seite *Q* durch denselben, oder vielmehr durch die Erde, verdeckt wird, und der Beobachter kan nur einen Pol des Himmels sehen, so wenig er sich auch von dem Gleicher entfernet hat, ausser wenn der andere durch die Strahlenbrechung hinlänglich gehoben, und dadurch ebenfalls sichtbar wird; worauf wir aber hier nicht rechnen. Nun aber ist *PBb* die Entfernung des in *B* sichtbaren Pols von dem Zenit dieses Orts, dessen Ergänzung die Polhöhe desselben angiebt. Da nun auch der Bogen *BA* den *FB* zu einem Quadranten ergänzet, so wird diese Höhe durch *BA* gemessen, und folgends die Höhe des Aequators zu eben den Ort *B* durch *FB*. Der Theil des Mittagskreises *BA*, welcher zwischen dem Orte *B*, und den durch *A* gehenden Gleicher der Erde liegt, heisset die Breite dieses Orts, und es wird in dem erklärten Verstande gesagt, daß die Breite eines jeden auf dem Erdboden angenommenen Puncts der aus demselben beobachteten Polhöhe gleich sey.

§. 215. Gehet der Beobachter auf eben dem Mittagskreise noch weiter nach *F*, als bis in *D*, zu welchem Puncte die Verticallinie *Dd* ist, die ebenfalls durch den Mittelpunct der Erde *C* gehet: so nähert sich der sichtbare Pol seinem Zenit immer mehr und mehr, und erhebet sich also über den Horizont; bis endlich bey *F*, da die Verticallinie selbst in die Axe fällt, der Abstand des Pols von dem Zenit gänzlich verschwindet. Da aber die Zahl der Grade der Breite *AD*, um welche er sich von *A* entfernet hat, immer das Maaß der Polhöhe des Orts *D* seyn muß, so ist klar, daß für jeden Grad, um welchen die Breite zunimt, auch die Polhöhe um einen Grad zunehmen müsse, für jede Minute um eine Minute und so ferner; und daß hinwiederum, wenn die Polhöhe um eine gewisse Zahl von Graden und Minuten zugenommen hat, daraus sicher geschlossen werden kan, daß auch die Breite um eben so viele Grade und Minuten vermehret worden sey. Da also die Grade eines Cirkels alle von gleicher Grösse sind, so kan daraus, daß *AB*

so

so viele Grade hat als *BD*, oder *DF*, immer geschlossen werden, daß auch *AB* mit einer Schnur gemessen, eben so lang werde befunden werden, als *BD* oder *DF*; und daß, wenn zween oder mehrere Bogen des Mittagskreises eben die Grösse haben, auch jeder derselben gleich viele Grade enthalten werde. Alles dieses stimmet mit den Beobachtungen, und mit den gröbern auf der Erde vorgenommenen Messungen, so gut überein, daß, ob es uns wol einige Abweichung derselben von der Gestalt einer volkommenen Kugel vermuthen läßt, es doch nicht erlaubet, uns diese Abweichung groß zu gedenken. Es wird aber hievon bald ausführlicher gehandelt werden. T.II.F.37.

§. 216. Es ist leicht einzusehen, daß, was von der Hälfte des Mittagskreises *AF* gezeigt worden ist, auch von der andern Hälfte desselben *AG* richtig seyn werde, wenn nur anstatt des an der Seite *P* liegenden Pols des Himmels der ihm an der Seite *Q* entgegengesetzte genommen wird. So bald nun ein Beobachter sich von *A* gegen *F* oder *G* zu entfernet, und dadurch dem Orte, aus welchem er den Himmel betrachtet, einige Breite verschaft hat, so höret dieser auf ihm geradestehend zu erscheinen. Denn es können die an sich unbeweglichen Flächen des Gleichers, und der Cirkel, welche die Fixsterne um die Axe des Himmels beschreiben, dem Horizonte nicht perpendicular bleiben, wenn dieser, samt der Verticallinie von der Lage abweicht, die er in der geraden Sphäre hatte. Es fallen also nunmehro auch die graden Linien, welche diese Cirkel da, wo sie von dem Horizonte geschnitten werden, berühren, nicht mehr gerade auf denselben, sondern schief; und die Sterne entfernen sich bey ihrem Aufgange schief von dem Horizonte, und nähern sich demselben, bey ihrem Untergange, ebenfalls schief. Diese Schiefe wird immer grösser, je mehr der Beobachter dadurch, daß er immer weiter nach *F* oder *G* fortgehet, die Breite und die Polhöhe seines Orts vermehret, und die spitzigen Winkel, welche die Flächen des Gleichers und der Bahnen der Fixsterne mit dem Horizonte einschliessen, werden dadurch immer kleiner und kleiner. Auch verschwinden ihm, wenn er sich dem Pole der Erde *F* nähert, an der Seite *Q* immer mehr und mehr Sterne, weil die Kreise, welche sie um die Axe beschreiben, ganz an die unsichtbare Seite des Horizonts fallen; und an der Seite *P* wird die Zahl derer, die ihm niemals untergehen, weil ihre Cirkel ganz über den Horizont fallen, immer grösser und grösser. Zugleich werden die Theile der von den Fixsternen um die Axe des Himmels beschriebenen Cir-

T. II. F. 37. kel, in welche sie von dem Horizonte zerschnitten werden, immer mehr ungleich: doch so, daß wenn die Abweichungen zweener dieser Cirkel von dem Aequator gleich sind, auch der grössere Theil des einen dem grössern Theile des andern, und der kleinere dem kleinern gleich ausfällt; die Theile des von dem Horizonte geschnittenen Aequators selbst aber einander immer gleich bleiben. Endlich entfernet sich auch, indem der eine Pol nach und nach erhöhet wird, das Punct des Horizonts, bey welchem ein Stern aufgehet, von seiner Stelle, und zwar nach Norden, wenn die Abweichung des Sterns nördlich ist, sonst aber nach Süden; und eben so ist es auch mit dem Puncte des Horizonts, bey welchem ein Stern untergehet: so daß nur die Sterne, die sich in dem Gleicher befinden, immer in dem wahren Morgen aufgehen, und in dem wahren Abend sich unter dem Horizont verbergen.

Vorstellung der schiefen Sphäre, und deren Gebrauch.

§. 217. Alles dieses kan eine Himmelskugel deutlich genug zeigen, obwol auf diesen Kugeln die Parallelen des Gleichers, welche die Sterne bey ihrem täglichen Umlaufe um die Erde beschreiben, nicht verzeichnet werden, und man also die zwischen dem Horizonte und dem Mittagskreise liegende Zahl der Grade eines solchen Parallelen nicht unmittelbar sehen kan; sondern erforschen muß, indem man die Kugel so lang um ihre Axe drehet, bis der Stern aus dem Horizonte in den Mittagskreis, oder aus diesem in jenen, gebracht wird, und auf die Zahl der Grade des Gleichers Acht hat, welche bey dieser Bewegung durch den Mittagskreis gehen. Ein orthographischer Entwurf der Himmelskugel aber auf der Mittagsfläche, in welcher sich der Beobachter aufhält, in welchen diese Parallelen gebracht worden sind, kan nicht nur die Sache fast auf einmal vorstellen, sondern auch zur Auflösung verschiedener Aufgaben dienen, welche durch die Rechnung oder Zeichnung zu verrichten in dem vorhergehenden gewiesen worden ist. Der Entwurf muß zu dieser Absicht etwas groß gemacht werden, dem Durchmesser nach
T. III. F. 39. wenigstens dreymal so groß als der in der 39sten Zeichnung beygefügte, in welcher der Durchmesser *POQ* die Axe, und der zu demselben um den Mittelpunct *O* beschriebene Cirkel, den Mittagskreis vorstellet. Dieser wird erstlich in seine vier Quadranten getheilt, damit *AE* den Gleicher vorstelle; und wenn man sich die Mühe nicht geben will, bis auf einzelne Grade zu gehen, so wird ferner jeder Quadrant wenigstens in 18 gleiche Theile von 5 Graden zerfällt. Man kan diese Grade von den vier Hauptpuncten *P*, *Q*, *A*, *E* an, nach

dieser

dieser oder jener Seite leicht zählen, und es ist nicht nöthig sie mit Ziffern zu versehen, welche zu Verwirrungen Anlaß geben können. Um nun den Entwurf zu vollenden, werden jede zween von dem Gleicher *AE* gleichweit entfernete Theilungspuncte mit einer geraden Linie verknüpft, welche der *AE* parallel fallen, und der Durchmesser des Parallelen seyn wird, welcher durch diese Theilungspuncte hindurchgehet. Jede dieser Sehnen wird von der Axe in zwo Hälften getheilt: und jede solche Hälfte ist der Sinus des zwischen derselben, und dem Pole *P* oder *Q* enthaltenen Theils des Mittagskreises, und der Cosinus desjenigen, welcher von dem Ende dieses Bogens an *A* oder *E* reichet. Dieser letztere Bogen ist die Abweichung des Parallelen, welchen jede Sehne insbesondere vorstellet: und es ist demnach auch ein jeder von dem Mittelpuncte *O* bis an eine der gezogenen Sehnen reichender Theil des Halbmessers *OP* oder *OQ* der Sinus der Declination des durch diese Sehne vorgestellten Parallelkreises. T.III.F.39.

§. 218. Die Horizontlinie *SM* wird nicht gezeichnet, sondern nur vermittelst der durch den Mittelpunct *O* gelegten Schneide einer Regel angegeben, welche mit der Axe *PQ* den Winkel *POS* einschliesset, so der gegebenen oder nach Belieben angenommenen Polhöhe gleich ist. Dadurch wird sogleich die geringste Abweichung bestimt, welche ein Stern bey dieser Polhöhe haben kan, ohne daß er jemals untergehe; und die Durchmesser der Parallelen der übrigen werden so getheilt, daß man die Puncte des Horizonts, bey welchen sie aufgehen, und ihre halbe Tagebogen mit einiger Aufmerksamkeit beynahe entdecken kan. Der Winkel *CGO* aber, oder *DGM*, mit dem die Fläche, in welcher der Stern seinen Umlauf zu verrichten scheinet, den Horizont schneidet, wird mit völliger Richtigkeit angegeben. Er ist der Höhe des Gleichers *AOM* gleich: und da die Zeichnung deutlich genug zeiget, daß der Bogen *AM* eben so groß sey, als die halbe Summe der Bogen $DM + FS$ (denn es ist $DM = AM + DA$, und $FS = SE - FE$, also auch $FS = AM - DA$, und demnach $DM + FS = 2AM$); so siehet man hieraus, wie das Maaß eines jeden Winkels *DGM* oder *SGF*, dessen Spitze zwar nicht in den Mittelpunct eines Cirkels, aber doch nicht ausser den Cirkel fällt, aus den beiden zwischen seinen verlängerten Schenkeln liegenden Bogen *DM* und *FS*, immer zu erhalten sey: wenigstens in dem Falle, wenn einer dieser nach Nothdurft verlängerten Schenkel, durch den Mittelpunct *O* gehet. Es wird aber auch gar leicht erwiesen, daß eben

T.III.F.39 die Messung in allen andern Fällen richtig sey: nur muß, wenn die Spitze des Winkels ausser dem Cirkel fällt, statt der halben Summe der zwischen seinen Schenkeln enthaltenen Bogen, der halbe Ueberschuß des grössern über den kleinern genommen werden.

§. 219. Damit aber die Entfernung des Puncts *G*, bey welchem die in den Parallelen *DF* liegenden Sterne aufgehen, von dem Puncte des wahren Aufgangs *O*, etwas genau in Graden und deren gröbern Theilen angegeben werden könne, zusamt der Länge der Zeit, in welcher sich jeder dieser Sterne über dem Horizonte, oder unter demselben aufhält: so wird der getheilte Halbmesser *OP* dergestalt auf eine Regel *HK* getragen, daß an jeder Seite derselben ein Theil von eben der Länge leer bleibe, obwol diese leeren Theile in der Zeichnung viel zu kurz erscheinen: das ist, es wird der Halbmesser des Mittagskreises zum Radius genommen, und die dadurch bestimte Sinus der Abweichungsbogen, welche ihren Anfang bey *A* oder *E*, und ihr Ende bey einem der Theilungspuncte dieses Kreises haben, werden von dem Puncte *G*, zu welchen $HG = OP$, an eine der zwo Schneiden der Regel getragen. Es ist nicht ganz überflüßig, wenn dieses auch an der andern Schneide geschiehet, weil man dadurch in den Stand gesetzt wird, dem dergestalt auf die Regel getragenen Maaßstab von ungleichen Theilen, die verkehrte Lage zu geben. Bey dem Ende eines jeden dieser Sinus wird der Bogen, zu welchem er gehöret, durch die Zahl seiner Grade angezeichnet, wie auch derjenige, auf welchen er sich als sein Cosinus beziehet, das ist, das Complement des vorigen. Wird nun der also eingetheilte Theil der Regel dergestalt an die Horizontlinie *SM* angebracht, daß sein Anfang in eines der Puncte *G* oder *O* falle; so erscheinet bey dem andern die Zahl der Grade des Bogens, zu welchen *GO* als sein Sinus gehöret, und wir haben (188) gesehen, daß dieser Bogen die Amplitudo ortiva oder occidua eines jeden in dem Parallelen *DF* liegenden Sterns seyn werde.

§. 220. Soll nun auch das Complement des Bogens gefunden werden, welchen ein in eben dem Parallelen *DF* liegender Stern von dem Horizonte bis an den Mittagskreis beschreibt, das ist, der Ueberschuß dieses Bogens über einen Quadranten, oder des Quadranten über denselben; so ist nur von eben dem Puncte *G*, in welchem die Vorstellung dieses Parallelen *GD* den Horizont *SM* durch-

durchschneidet, die der CD gleiche GB an die Axe PQ zu legen, welches, T. III. F. 39.
da CD dem Cosinus der Declination des Sterns gleich ist, vermittelst des auf die Regel HK gezeichneten Maaßstabes gar leicht geschiehet. Alsdenn ist in dem rechtwinklichten Dreyecke GBC, $GB : GC = 1 : \sin GBC$, und also auch $CD : GC = 1 : \sin GBC$. Wird aber das gesuchte Complement wieder Q genennt, so haben wir (187) auch gehabt CF oder $CD : CG = 1 : \sin Q$. Es ist also $\sin Q = \sin GBC$, und der gesuchte Bogen Q das Maaß des Winkels GBC, welches, wie oben (218) gefunden wird, wenn man die Summe der Bogen des Mittagskreises PL und QN, welche von den beiden Polen P, Q bis an die durch G, B gelegte Schneide der Regel reichen, halb nimt; und noch leichter gefunden werden könte, wenn man an die Regel HK eine andere dergestalt befestigen wolte, daß daraus ein sogenantes Parallellineal entstünde. Denn es könte vermittelst desselben die durch G, B gehende Schneide der Regel, ohne Schaden der Zeichnnng, der GB parallel durch O gelegt, und dadurch Q, das Maaß des Winkels GBC, unmittelbar entdeckt werden: von welchem der Uebergang zu den halben Tagbogen, und zu der Zeit, in welcher sich der Stern über oder unter dem Horizonte aufhält, gar leicht ist.

§. 221. Der hier beschriebene Stand der Sphäre aber wird der schiefe genant: und man kan sagen, die Himmelskugel stehe schief über einen jeden Ort des Erdbodens, der zwar eine Breite hat, die aber weniger als 90 Grade halten muß, weil sonst der Ort in einen der Pole fallen würde, welches einen besondern Umstand ausmachet. Hierauf gründen sich die Benennungen der schiefen Ascension und Descension, mit welcher das Punct des Gleichers beleget wird, welcher bey dieser oder jener Schiefe der Sphäre mit dem Sterne zugleich auf oder untergehet, und von der geraden Ascension derselben desto mehr entfernet ist, je schiefer die Himmelskugel stehet.

Dritter Fall. Sphära parallela.

§. 222. Wenn jemand den Himmel aus einem der Pole F oder G (T. II. F. 37.) betrachten könte, dem würde die Axe in die Verticallinie fallen, T. II. F. 37.
der Pol des Himmels aber in das Zenit, und die Fläche des Gleichers zugleich die Horizontfläche abgeben. Er würde also nur die Sterne sehen können, welche in der einen Hälfte der durch den Gleicher getheilten Himmelskugel lie-

T.II.F.37. gen; die übrigen würde ihm der Horizont immer bedecken. Die dem Gleicher parallel liegenden Cirkel, in welchen sich die Sterne rings um die Axe bewegen, würden ihm sämtlich dem Horizonte parallel erscheinen: er würde also keinen Stern auf- oder untergehen sehen, sondern es würden dieselben sämtlich in vier und zwanzig Sternstunden um ihn herumgehen. Dieser Stand des Himmels heisset Sphära parallela, und bedarf keiner weitern Erläuterung: zumahlen da wenige Hoffnung da ist, daß sich je ein gesitteter Mensch einem der Pole der Erde so sehr werde nähern können, daß ihm die Himmelskugel in dieser Lage erscheinen muß. Denn zur Zeit sind, so viel ich weiß, unsere Schiffer noch immer acht bis neun Grade von dem mitternächtigen Pole der Erde entfernet geblieben, ob sich wol einige wenige einer grössern Annäherung rühmen.

Die Planeten der Alten.

§. 223. Nunmehro sind wir im Stande uns einen deutlichen Begriff von den Sternbildern zu machen, welches nicht wol geschehen konte, bevor wir einsahen, warum wir nur von gewissen Stellen des Erdbodens den Himmel in vier und zwanzig Stunden ganz übersehen können, und würklich übersehen würden, wenn uns nicht in einem grossen Theile dieser Zeit das hellere Licht der Sonne, das viel schwächere aller übrigen Körper, die uns ausser derselben an dem Himmel vorkommen, völlig oder doch gröstentheils verdunkelte; allen übrigen Puncten des Erdbodens aber, die von der Mittellinie, nach einem der Pole der Erde beträchtlich entfernet sind, ein grosser Theil der Sterne von dem Horizont auf immer verdeckt bleibet. Es sind aber bey der Eintheilung der Sternbilder auch die übrigen Körper in Betrachtung zu ziehen, welche wir immer an dem Himmel sehen können, wenn sie sich weder unter unsern Horizont befinden, noch unseren Augen durch das hellere Licht der Sonne entzogen werden.

§. 224. Die Alten, welche die verschiedene Arten dieser Körper nicht von einander zu unterscheiden wußten, belegten sie sämtlich mit dem Nahmen der Irrsterne oder Planeten: und wir müssen ihnen bey einer Eintheilung, die sich völlig auf diesen allgemeinen Begriff gründet, ohne weitere Untersuchung, nachfolgen. Sie zählten derselben sieben: die Sonne, den Mond, den Mercur, die Venus, Mars, Jupiter und Saturnus. Alle diese Körper werden, bey dem täglichen Umlaufe des Sternhimmels um die Erde, von demselben dem Ansehen

hen nach mit fortgerissen, so daß mit Verfliessung der Zeit des Umlaufs eines Fix- T. II. F. 37.
sterns ieder derselben, in Absicht auf den Beobachtungsplatz, und der an demselben genommenen Merkmale, sich beynahe in eben dem Stande befindet, welchen er im Anfange dieser Zeit hatte. Es stehet aber auch jeder Planet in seiner besondern Bewegung, mit welcher er an dem Himmel sich von einigen Fixsternen zu entfernen, und andern zu nähern scheinet; und zwar geschiehet diese Bewegung vorzüglich von Abend gegen Morgen, und zugleich etwas gegen einen der zween Pole, so daß der Planet die an der Abendseite liegenden Fixsterne verläßt, und sich denen nähert, welche gegen Morgen vor ihm stehen, indem er zugleich von dem Gleicher nach dieser oder jener Seite mehr oder weniger abweichet, oder sich demselben nähert. Es haben aber auch alle Planeten, ausser der Sonne und dem Monde, öfters eine gegenseitige Bewegung vom Morgen gegen Abend, und scheinen über dieses zuweilen eine Zeitlang bey eben dem Fixsterne stille zu stehen. Die ersten Beobachter, wußten sich in diese Bewegung nicht zu finden: sie sahen dieselbe als gar nicht regelmäßig an, und gaben den Körpern bey welchen sie dieselbe antrafen einen Namen, welcher sich auf diese irrige Vorstellung gründet.

§. 225. Diese, dem Ansehen nach, unschädliche Unwissenheit, hatte bey dem allen eine unselige Folge. Man sahe die Bewegungen der Planeten als wilkührlich an, und unterwarf jeden derselben der Regierung eines vernünftigen Wesens, welches dadurch, nach dem Begriffe der damaligen Zeiten, zu einem Gott wurde. Man unterließ nicht diesen Abgöttern gewisse Beschäftigungen anzudichten, und sie, mit den dazu nothwendigen Eigenschaften und Kräften zu versehen, welche in den Bildern derselben, durch deren Verfertigung die größten Meister ihre Kunst in der That auf das tiefste erniedriget haben, zugleich mit ausgedrückt wurden. Und hierauf gründen sich die Zeichen, welche noch immer gebraucht werden diese Planeten anzudeuten, und jeden von den übrigen zu unterscheiden. ☿ ist nichts anders als der Schlangenstab des Mercurs, ♀ der mit einer Handhabe versehene Spiegel der Venus, ♂, so den Mars bedeutet, ein an ein Schild gelehnter Spieß oder Pfeil, ♄ die Sichel des Saturnus, und ♃ entweder eine Vorstellung des Donners, oder der erste Buchstabe des Nahmens Zevs, welcher mit dem Jupiter der Römer einerley war. Endlich bedeutet ☉ die Sonne und ☽ den Mond, wie jedermann leicht siehet.

Von

Von dem Thierkreise, und den Sternbildern.

§. 226. So wilkührlich aber auch die Bewegung der Planeten scheinen konte, so halten sie sich doch immer sämtlich in einer Art eines nicht allzu breiten Gürtels auf, welcher den Himmel ganz umgiebet, so daß keiner derselben jemals die Gränzen dieses Gürtels, weder an dieser noch an jener Seite, überschreitet, so sehr verschieden und in einander geschlungen auch übrigens die Wege seyn mögen, welche sie zwischen diesen Gränzen beschreiben. Dieser Gürtel kan in dem ortho-
T.III.F.40. graphischen Entwurfe der Kugel, (*T. III. F.* 40) in welchem P, Q die Pole sind, und AE den Gleicher vorstellet, also gebracht werden. Man zählet von dem Puncte A des Gleichers bis an C, und von E bis D, drey und zwanzig und einen halben Grad, und ziehet CD, welche Linie durch den Mittelpunct O gehen, und die Mitte des zu entwerfenden Gürtels seyn wird, indem sie einen der grösten Cirkel der Kugel vorstellet, dessen Fläche die Fläche des Gleichers unter dem durch AC gemessenen Winkel AOC von $23\frac{1}{2}$ Graden schneidet, und dessen Umkreis in der Oberfläche der Kugel selbst, so genau, als zu einer richtigen Vorstellung desselben nöthig ist, beschrieben werden kan, wenn man in dem durch die beiden Pole P, Q gehenden Umkreise $APEQ$, den Bogen PM, QN ebenfalls $23\frac{1}{2}$ Grade gibt, und sich alsdenn der Puncte M, N, deren jeder von C und D um einen Quadranten entfernet seyn wird, bey Beschreibung des durch CD vorgestellten Cirkels, als seiner Pole bedienet. Von diesem Kreise CD wird in dem folgenden, unter dem Nahmen der Ecliptic, sehr vieles zu sagen seyn. Gegenwärtig bedienen wir uns desselben nur zur Bestimmung der Gränzen des zu entwerfenden Gürtels, welche geschiehet, wenn man jeden der Bogen CF, CH, und DG, DK acht Grade giebt, und F mit G, wie auch H mit K durch gerade Linien verknüpfet, so die Durchmesser der kleinern Cirkel seyn werden, die diese Gränzen abgeben, und zugleich die Vorstellungen dieser Cirkel. In der Oberfläche der Kugel werden eben die Kreise um einen der Pole M oder N, und durch die Puncte F oder G an einer Seite, wie auch H oder K an der andern, leicht beschrieben. Der durch $FGKH$ vorgestellte Gürtel bekomt demnach eine Breite von 16 Graden.

§. 227. Es ist leicht zu erachten, daß die in diesem Streifen liegenden Sterne mit unter den ersten gewesen, welche in Bilder gebracht worden sind; da diese Bilder bey der Bestimmung des Orts, welchen jeder Planet zu einer gewissen

Zeit

Zeit einnimt, und der Bezeichnung des Weges desselben an den Sternhimmel, T.III.F.4. einen so wichtigen Nutzen leisten. Und eben dieses wird dadurch bestätiget, daß diese Bilder, wie sie Anfangs gewesen sind, blos aus Menschen und Thieren bestanden haben; weswegen auch der beschriebene Gürtel noch immer der Thierkreis, Zodiacus, genennet wird. Es kan seyn, daß unter den Thieren fürnehmlich diejenigen gewählet worden sind, welche sich auf die verdorbene Götterlehre der Egypter bezogen haben, von welchen bekant ist, wie sehr sie der Verehrung verschiedener Thiere, und insonderheit eines Ochsen, ergeben gewesen sind. Dieses konte jedoch die Griechen nicht hindern, eben die Bilder, mit einiger hin und her angebrachter Veränderung, auf ihre Fabel zu beziehen, und aus derselben die Gelegenheit anzugeben, bey welcher jedes an den Himmel versetzt worden seyn solte.

§. 228. Der Bilder des Thierkreises sind an der Zahl zwölfe, welche sonder Zweifel dienen solten, denselben in zwölf Theile zu theilen; wiewol diese Theile, wie sie durch die Bilder angegeben werden, sehr ungleich ausfallen mußten, da einige dieser Bilder einen viel grössern Theil des Himmels einnehmen, als andere. Auch liegen dieselbe nicht ganz zwischen den Gränzen des Thierkreises, sondern einige überschreiten diese Gränzen beträchtlich, indem andere mit einen viel engern Raume zufrieden sind. Die übrigen Sternbilder, welche zum Theil in der mitternächtigen, zum Theil an der mittägichen Seite des Thierkreises liegen, beziehen sich noch viel deutlicher auf die durch Fabeln verstelte alte Geschichte der Griechen, und einiger benachbarten Völker, vornehmlich der Phönizier. Es haben aber die Alten nicht alle Sterne, die sie sehen konten, in Bilder gebracht, sondern einige derselben zwischen diesen Bildern gleichsam zerstreuet gelassen, welche sie Sporades nenneten; aus welchen mit der Zeit andere Bilder entstanden sind, oder die bereits vorhandenen einen Zusatz erhalten haben. Und die um den Südpol liegenden Sterne, welche sie von ihren Wohnplätzen disseits der Mittellinie nicht sehen konten, mußten sie sämtlich der Nachwelt, und dem Fleisse der Schiffer und Astronomen, welche ihre Beobachtungen an der andern Seite der Mittellinie anstellen konten, überlassen. Einige Sterne haben auch besondere Nahmen bekommen, entweder jeder für sich, insonderheit bey den Arabern, von welchen wir die Sternkunde unmittelbar empfangen haben, oder auch in ihrer Verbindung mit andern; so daß man sich gewisse Sternbilder in andern vorstellen muß, zu welchen sie eigentlich nicht gehören. Und wie konte es bey einer

T.III.F.40. ner so wilkührlichen Sache anders seyn, als daß verschiedene Völker, und in eben dem Volke, Leute von verschiedener Lebensart, aus eben den oder verschiedenen Sternen sehr verschiedene Bilder zusammensetzten?

§. 229. Man kan annehmen, daß die zwölf Bilder des Thierkreises folgendergestalt von ihren ersten Erfindern an den Himmel gebracht worden sind. Sie stelten sich durch die Puncte *O*, in welchen die Ecliptic *CD* von dem Gleicher *AE* durchschnitten wird, und durch die zween Pole der Ecliptic *M*, *N*, den in *MON* entworfenen Cirkel vor, und zerschnitten dadurch auch den Thierkreis in zwo Hälften, deren eine, welche hier durch *FRSH* vorgestellet wird, grösten Theils an der mitternächtigen Seite des Gleichers *AE* zu liegen kommen muste, und die andere *GRSK*, an der mittägichen. Jede Hälfte der Ecliptic wurde ferner in zween gleiche Theile getheilt, und durch diese Theilungspuncte, samt den Polen der Ecliptic, ein Cirkel *MCND* beschrieben, welcher auch den Thierkreis dergestalt theilte. Endlich wurde noch jedes dergestalt herausgebrachte Viertel der Ecliptic in drey gleiche Theile zerfällt, und mit diesen neuen Theilungspuncten eben so verfahren; indem man nemlich durch jeden derselben die Hälfte des Umkreises eines Cirkels gehen ließ, welcher sich bey den Polen der Ecliptic endigte. Die dadurch herausgebrachten Theile des würklich auf der Kugel verzeichneten Thierkreises wurden einander sämtlich gleich, ob sie wohl der orthographische Entwurf sehr ungleich vorstellet: man zählte sie aber dem Laufe der Planeten, und vornehmlich der Sonne, gemäß, wie in dem Entwurfe geschehen ist, von Abend gegen Morgen, indem man *RS* zu dem Anfang des Thierkreises, und *O* zum Anfang der Ecliptic selbst machte. Und nun war nichts mehr übrig, als daß man diese zwölf Fächer, deren jeder einen Bogen der Ecliptic von 30 Graden enthielt, so gut es sich wolte thun lassen, mit Sternbildern ausfülte, welche sind: *I.* der Widder, *II.* der Stier, *III.* die Zwillinge, *IV.* der Krebs, *V.* der Löwe, *VI.* die Jungfrau, *VII.* die Wage, *VIII.* der Scorpion, *IX.* der Schütze, *X.* der Steinbock, *XI.* der Wassermann, *XII.* die Fische; nach den nicht unbekanten Versen:

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

§. 230.

§. 230. Die Alten haben diese und die übrigen Sternbilder etwas anders T.III.F.4. entworfen, als sie von den Neuern gezeichnet werden, welche sich sehr nach Johann Bayern richten, einen Juristen, welcher im Anfange des vorigen Jahrhunderts in Augsburg gelebt hat. Dieser hat nicht nur die Sternbilder sorgfältig gezeichnet, sondern auch die Sterne, aus welchen sie bestehen, durch denselben beigesetzte Buchstaben von einander unterschieden, und dadurch gewissermassen benennet, welche Benennungen, als das sicherste Mittel zur Vermeidung aller Zweydeutigkeit, in fast allgemeinen Gebrauch gekommen sind. Die Bilder des Thierkreises werden, ausser ihren wörtlichen Benennungen, auch durch geschriebene Zeichen angegeben, welche von den Bildern selbst hergenommen sind, und meistens deutlich genug einige Theile derselben ausdrücken. Eben die Worte und geschriebene Zeichen werden auch gebraucht, die Abtheilungen des Thierkreises und der Ecliptic anzudeuten, bey welchen, als so vielen Fächern, die Bilder bey ihrer ersten Einrichtung gestanden sind. Denn es befinden sich die Sternbilder nicht mehr in eben den Abtheilungen, sondern das Bild des Widders ist seit dem aus dem Fache *I* ganz in das folgende *II* übergegangen, indem der Stier in das nächste *III* gerücket, und eine eben dergleichen Veränderung auch bey den übrigen dadurch verursachet worden ist, daß der Anfang der Ecliptic *O*, und mit demselben der Anfang des Thierkreises *RS*, beynahe um 30 Grade nach der Abendseite zurückgewichen. Wir können uns aber dieser andern Bedeutung nicht bedienen, bevor wir von der Sache selbst eine deutliche Vorstellung werden erhalten haben; und halten uns bis dahin blos an die erste, nach welcher die Worte sowol als die geschriebene Zeichen die würklich aus den Sternen zusammengesetzten Bilder, wie sie auch in Absicht auf den Anfang der Ecliptic stehen mögen, anzeigen.

Beschreibung der Bilder des Thierkreises.

§. 231. Der Widder, *Aries* ♈, wird mit seinem Vordertheile gegen Abend auf den Füssen liegend vorgestellt, kehret aber den Kopf gegen Morgen, so daß der Stern, an dem linken Ohre desselben, welchen Bayer mit γ bezeichnet, dem ursprünglichen Anfange des Thierkreises am nächsten komt: welcher aus dieser Ursache als der erste Stern dieses und aller übrigen Bilder des Thierkreises angesehen wird.

II. Der Stier, *Taurus* ♉, erscheinet nur mit seinem Vordertheile: das übrige ist hinter dem Widder und sonst verborgen. Sein Kopf ist dergestalt

T. III. F. 40. nach Morgen gewendet, daß die Ecliptic zwischen den Sternen, welche die Spitzen der Hörner bezeichnen, hindurchgehet. Die Sterne bey den Augen, und unter denselben nach den Naslöchern zu, heissen zusammen die *Hyades* und *Suculae*, unter welchen der bey dem mehr mittägigen Auge auch den besondern Nahmen Aldebaran bekomt. Auf der Schulter stehen sechs andere Sterne nahe bey einander, welche die Plejaden heissen.

III. Die Zwillinge, *Gemini* ♊, werden als zween sitzende Jünglinge gezeichnet, deren einer an dem Kopfe, der andere in dem Gesichte, mit einem beträchtlichen Sterne gezieret ist. Jener, so mehr gegen Abend liegt, heisset *Castor*, und dieser *Pollux*, welches auch die gewöhnlichsten Nahmen der Jünglinge sind.

IV. Der Krebs, *Cancer* ♋, wird von den Alten ohne den Schwanz vorgestellet, welchen ihm die Neuern geben; kriecht aber, wie dieser, gegen Mitternacht und Morgen. Auf seinem Rücken stehen zween Sterne, welche die Esel genent werden, und ein neblichter, so ihre Krippe seyn sol.

Der Löwe, *Leo* ♌, lauft mit geschlungenem Schwanze nach der Strecke der Ecliptic von Morgen gegen Abend. An seiner Brust glänzet ein Stern, welcher das Herz des Löwen, oder *Regulus* genent wird.

VI. Die Jungfrau, *Virgo* ♍, wird als eine geflügelte und anständig bekleidete Weibsperson, mit dem Kopfe gegen Abend, nach der Länge des Thierkreises gezeichnet. Sie hält in der einen Hand eine unterwärts gekehrte Kornähre, in welcher ein Stern glänzet, der deswegen *Spica Virginis* genennet wird, und an dem gegenüberstehenden Flügel befindet sich ein anderer, der den besondern Nahmen *Vindemiatrix* führet.

VII. Die Wage, *Libra* ♎, ist ein kleines Bild in dem ersten Fache der zweiten Hälfte des Thierkreises. Die alten Griechen scheinen dasselbe nicht gehabt, sondern an dessen Stelle die Scheeren des darauf folgenden Scorpions bis hieher erstrecket zu haben: welches die Benennung *Chelae*, die sie diesem Bilde geben, bestärket.

VIII. Der Scorpion, *Scorpius* ♏, liegt grösten Theils an der mittägichen Seite der Ecliptic, und erstrecket daselbst seinen Schwanz weit ausser

dem

dem Thierkreise. Auf seinem Rücken glänzen drey Sterne, unter welchen der mittlere das Herz des Scorpions oder *Antares* heisset. T.III.F.40.

VIIII. Der Schütze, *Sagittarius* ♐, ist halb Mann und halb Pferd. Der oben mit einem fliegenden Gewande versehene Mann hält einen Bogen, mit dessen Pfeile er gegen Abend zielet, wohin auch sein Gesicht gekehret ist. Das Pferd befindet sich grösten Theils an der Mittagsseite ausser dem Thierkreise.

X. Der Steinbock, *Capricornus* ♑. Dieses Bild liegt, mit dem Kopfe und Hörnern gegen Abend gekehret, meist ganz zwischen den Gränzen des Thierkreises; sein hinterer nach Morgen gekehrter Theil aber ist ein geschlungener Fischschwanz.

XI. Der Wassermann, *Aquarius* ♒, wird kniend, und mit dem Gesichte nach Morgen gekehrt vorgestellt, nach welcher Seite er auch das Wasser aus seinem Gefässe giesset. Er ist mit etwas fliegenden Gewande umgeben.

XII. Die Fische, *Pisces* ♓. Deren sind zween, welche vermittelst eines langen und verschiedentlich geschlungenen Bandes, *Linum*, mit einander verknüpft sind. Beide liegen an der mitternächtigen Seite der Ecliptic, der eine ganz an der Gränze des Thierkreises, der andere aber in einer grossen Entfernung von derselben; weswegen auch jener der mittägiche, und dieser der mitternächtige Fisch genennet wird.

Beschreibung der mitternächtigen Sternbilder.

§. 232. Der mitternächtigen Sternbilder, welche nehmlich meistens ausser dem Thierkreise an der mitternächtigen Seite der Ecliptic liegen, wie sie vom Hipparchus 160 Jahr vor Christi Geburth berichtiget, und vom Ptolomäus auf uns gebracht worden sind, sind an der Zahl 21, zu welchen noch zwey andere, die ebenfalls alt sind, hinzugesetzt werden müssen, so daß der alten Bilder an dieser Seite in allen 23 werden, welche hier so beschrieben werden sollen, wie sie von der Gegend des Pols nach dem Thierkreise, und von Abend nach Morgen zu, auf einander folgen; weil ich hoffe, daß dieses die Kentniß derselben in etwas erleichtern werde. Es müssen zu dem Ende einige Sterne, als bekant, vorausgesetzt werden, und dieses sind gemeiniglich diejenigen, welche den sogenanten Heerwagen ausmachen; obwol dieses Bild mehr bey dem gemeinen Volke, als bey den Astronomen, gebräuchlich ist.

T.III.F.40. §. 233. Wenn wir nehmlich die Augen nach der Gegend des Pols wenden, so entdecken wir vorzüglich sieben Sterne, *Septemtriones*, deren viere, welche ein länglichtes Viereck bilden, die Räder des Wagens vorstellen, die übrigen aber die Deichsel desselben, oder vielmehr, drey hinter einander gespannte Pferde bedeuten sollen: wie denn der bey dem mittlern derselben einem sehr scharfen Auge sichtbare kleine Stern Alcor, auch der Reuter heisset. Lässet man nun durch die zwey hintern Räder dieses Wagens eine gerade Linie, oder vielmehr den Umkreis eines Cirkels, dessen Mittelpunct in das Auge fält, hindurch gehen, so ist in dieser Linie der Pol so weit von dem nächsten Rade entfernet, als dieses Rad von dem vordersten Pferde entfernet ist: und nahe bey dem dergestalt bestimmten Puncte befindet sich ein Stern, welcher, weil er zunächst an dem Pole lieget, der Polstern heisset. Dieser Stern ist der äusserste in dem Schwanze des

I. kleinen Bären *Vrsa minor*, *cynosura*, und bildet mit andern Sternen desselben einen Wagen, von der Gestalt desjenigen, der aus den Septemtrionen im Schwanze, und auf den Rücken des

II. grossen Bären, *Vrsa major*, gebildet wird, welchem jener auch sonst in vielen Stücken ähnlich, aber viel kleiner ist. Die Körper der zween Bären sind mit dem Rücken gegen einander gekehret, und so weit von einander entfernet, daß

III. der Drache, *Draco*, hinlänglichen Platz findet, sein Hintertheil zwischen dieselbe zu erstrecken. Er krümmet sich darauf unter die Füsse des kleinen Bären, und umschlingt, durch eine wiederholte Krümmung bey seinem Kopfe, den mitternächtigen Pol der Ecliptic.

IV. *Cepheus*, wird als ein fortschreitender König vorgestellet, zwischen dessen Fussohlen der Pol lieget, der Cörper aber, zunächst an dem Drachen, sich nach dem Thierkreise erstrecket.

V. *Cassiopea*, sitzt auf einem Throne in einer Stellung die dem Cepheus an der Morgenseite beynahe parallel ist, und kehret also den Kopf ebenfalls gegen den Thierkreis. Sie erhebt die eine Hand über ihren Kopf, und trägt in der andern einen Palmzweig. In einer noch kleinern Entfernung von dem Thierkreise erscheinet, etwas mehr gegen Morgen, die

VI.

VI. *Andromeda*, in Gestalt einer mit ihren ausgestreckten Armen an Ketten gebundenen Weibsperson, deren Cörper übrigens den vorigen parallel und nach eben der Seite gekehret ist. Zwischen diesem Bilde und dem Widder, welchem es mit den Füssen sehr nahe kömt, liegt *T.III.F.40.*

VII. das Dreyeck, *Triangulus, deltoton*, und an der Morgenseite dieses Dreyecks zu den Füssen der *Andromeda* schwebet

VIII. der *Perseus*. Er ist mit einem Schwerde bewafnet, welches er über den Kopf hält, und trägt an dem andern Arme das Haupt der Medusa nach dem Thierkreise hangend, gegen welchen auch seine Füsse gekehret sind. (Algol 1.2.)

VIIII. *Auriga*, kniet gleichsam auf den Thierkreis, fast zwischen dem Stiern und den Zwillingen. Er trägt in der einen auf dem Rücken gelegten Hand zwey junge Ziegen, und auf der Schulter eine alte, in welcher ein heller Stern prangt, welcher dahero *Capella* heisset; in der andern Hand hält er eine Peitsche oder etwas dergleichen.

X. *Bootes* stehet an der Morgenseite des grossen Bärs, als ob er ihn jagen wolte, mit dem Kopfe gegen den Kopf des Drachen gekehret, und trägt in beiden Händen etwas, so von verschiedenen verschiedentlich gezeichnet wird. An dem Saume seines kurzen Kleides, zwischen den Beinen, stehet der Stern *Arcturus*. (1.) Die Füsse erstrecken sich bis an die Jungfrau. Zwischen demselben aber und den Hinterfüssen des grossen Bärs liegt ein neueres Bild

XI. das Haar der *Berenice*, aus welchem die Alten einen Büschel Korn gemacht haben sollen. An der Morgenseite des *Bootes* aber erscheinet

XII. die mitternächtige Krone, deren hellster Stern auch *Gemma* heisset.

XIII. *Hercules* wird kniend vorgestellet, mit den Füssen gegen den Drachen, und mit dem Kopfe gegen den Thierkreis gekehret. Er hält in der einen Hand seine Keule, in die andere aber geben ihm die Neuern eine dreyköpfichte Schlange, die den *Cerberus* vorstellen sol, anstatt des Zweiges mit Aepfeln, oder etwas dergleichen, so ihm die Alten gaben.

XIIII. Der Schlangenmann, *Serpentarius, Ophiuchus*, stehet dem Hercules Kopf an Kopf entgegen, und erstreckt seine Füsse durch den ganzen Thierkreis, bis an den Scorpion. Er trägt in beiden Händen eine grosse Schlange, deren Kopf sich der Krone nähert.

XV.

T.III.F.40. *XV. Serpens*, ist diese Schlange, deren Schwanz sich an der andern Seite des Mannes gegen Morgen erstrecket. Unter dem Kopfe des Drachen, an der Morgenseite des Hercules, schwebet ferner

XVI. Die Leyer, eine Art einer Harpfe, so an einen Geyer gebunden ist, und deswegen auch *Vultur cadens* genennet wird. *Lucida lyrae* zieret die nach Abend gekehrte obere Seite dieser Harpfe. (Wega.)

XVII. Der Adler oder *Vultur volans* fliegt dem Gleicher parallel, und in einer geringen Entfernung von demselben, gegen Morgen. Bey dem Anfange seines Halses stehet die *Lucida aquilae.* Die Alten liessen diesen Adler den *Ganymedes* tragen, aus welchem nachher (Athair)

XVIII. Antinous gemacht worden ist, welcher mit Bogen und Pfeil nach Morgen zielend, bey dem Schützen, bis an den Thierkreis reichet, welchen er mit seinen gebogenen Knien berühret. Ueber dem mitternächtigen Flügel des Adlers erscheinet

XVIIII. Sagitta, ein blosser mit der Spitze nach der Morgenseite gekehrter Pfeil oder Wurfspieß.

XX. Der Schwan zeigt sich fliegend, mit ausgebreiteten Flügeln, und den Kopf zwischen der Leyer und dem Adler: sein Hintertheil aber ist nach dem Kopfe des Cepheus gekehret.

XXI. Der Delphin, stehet an der Morgenseite des Adlers mit dem Schwanze gegen seinen eigenen Kopf geschlungen, und noch etwas weiter nach dieser Seite

XXII. Equuleus, ein blosser nach Mitternacht sehender Pferdekopf. Neben demselben erscheinet der Kopf des

XXIII. Pegasus, dessen halber Körper samt den Flügeln sich von dannen weiter gegen Morgen erstrecket, indem sein Rücken gegen den Thierkreis, und insbesondere gegen die Bilder des Wassermanns und der Fische, gekehret ist.

Beschreibung der mittägichen Sternbilder.

§. 234. An der mittägichen Seite des Thierkreises stehen, ausser den neuen, funfzehn alte Sternbilder, welche, wenn wir sie von diesem Kreise weiter

gegen

gegen Mittag, und von Abend gegen Morgen zählen, in die nachfolgende Ord= nung gebracht werden können. T.III.F.40.

I. Orion, dessen Kopf zwischen dem Stiere und den Zwillingen bis an die mittägiche Gränze des Thierkreises reicht, pranget mit sehr hellen Sternen, unter welchen die, so seinen Gürtel ausmachen, auch gebraucht werden den sogenanten Jacobsstab zu bilden. Unter andern bekomt der Stern, an dem gegen Abend gekehrten Fusse des Orions den besondern Nahmen Rigel.

II. Der Haase sitzt zu den Füssen des Orions mit dem Rücken gegen den Gleicher gewendet, diesem parallel, und mit dem Kopf nach der Abendseite.

III. Der grössere Hund erscheinet hinter dem Haasen, mit dem Kopfe gegen den Thierkreis, und dem Hintertheile gegen Süden gekehret, mit der Brust aber nach Abend. Der Stern an seinem Maule ist der hellste unter allen Fixsternen, und bekomt den besondern Nahmen *Sirius* oder *Canicula*.

IIII. Der kleinere Hund, *Procyon*, stehet an der Morgenseite des vorigen, und an der mitternächtigen des Gleichers auf diesem, mit dem Kopfe gegen Abend gekehret.

V. Das Schiff, *Argo*, ist der Hintertheil einer alten Galeere, welche beiden Hunden gegen Morgen liegt, und sich fast bis an den südlichen Pol der Ecliptic erstrecket, indem ihr Vordertheil von Klippen gedeckt wird. An dem Steuerruder stehet der Stern *Canopus*.

VI. Die Wasserschlange, *Hydra*, trägt ihren Kopf unter dem Krebse, und beuget den Körper mit verschiedenen Krümmungen gegen Morgen und Mittag bis an die Wage. In diesem Bilde ist *Cor hydrae* ein sehr beträchtlicher Stern. Auf demselben aber stehen an der Seite des Thierkreises

VII. Das Gefäß, *Crater*, an der westlichen Seite unter den Hinterfüssen des Löwens, und

VIII. Der Rabe unter der Jungfrau, mit dem Kopfe nach Abend gekehret.

VIIII. Centaurus. Dieser wird, wie gewöhnlich, halb Mann und halb Pferd, unter der Wasserschlange und dem Raben, so gebildet, daß er den Kopf gegen den Thierkreis, und sein Vordertheil gegen Morgen kehret, mit beiden Händen aber einen Spieß hält, welchen er nach dem nächstfolgenden Bilde richtet. Aus vier Sternen bey den Hinterfüssen desselben haben die Neuern ein Kreutz gemacht.

T.III.F.40. *X.* Der Wolf liegt vor dem Centaur gegen Morgen, in einer Stellung, die sich nicht wohl beschreiben lässet, und wird von demselben in die Kehle gestochen. An der Morgenseite dieses Wolfs befindet sich

XI. Ara, ein kleiner Altar, auf welchem das Feuer gegen den südlichen Pol der Ecliptic brennet; und noch weiter gegen Morgen, liegt

XII. Die südliche Krone, bey der Brust des Schützen.

XIII. Piscis notius, stehet unter dem Wassermanne dem Thierkreise parallel, mit dem Kopfe gegen Morgen, und empfängt mit seinem durch den Stern Fomahant gezierten Maule das Wasser, welches jener ausgiesset.

XIIII. Der Wallfisch. Dieses Meerwunder schwimmet, mit dem Kopfe unter dem Widder fast bis an die Ecliptic reichend, gegen Morgen, und erstrecket seinen Körper gegen Abend bis an das von dem Wassermanne ausgegossene Wasser.

XV. Eridanus. Das Bild eines Flusses, welcher von dem gegen Abend gekehrten Fusse des *Orion* bis an den Wallfisch, und von dannen gegen Morgen läuft, darauf aber sich wieder gegen Abend und Mittag lenket, bis an einen grossen Stern welcher den Nahmen Acharnar führet.

Neuere Sternbilder und die Milchstrasse.

§. 235. Der Bilder, welche bald nach Entdeckung des südlichen America aus den Sternen gemacht worden sind, die so nahe an dem daselbst sichtbaren Pole liegen, daß sie den Alten immer verdeckt bleiben mußten, sind eilfe, nemlich: *I. Indus*, ein aufrecht stehender Americaner. *II. Pavo*, ein Pfau mit ausgebreitetem Schweife. *III. Grus* ein aufgerichtet stehender Kranich. *IIII. Phoenix*, welcher sich verbrennet. *V. Toucan*, ein americanischer Wasservogel. *VI. Hydrus*, eine Wasserschlange, so mit der *Hydra* nicht zu verwechseln ist. *VII. Dorado* ein Fisch. *VIII.* Ein fliegender Fisch. *VIIII. Chamaeleon. X. Apus*, der sogenante Paradiesvogel. *XI.* die Biene oder Fliege. *XII.* Das mittägige Dreyeck: wozu noch zwo kleine Wolken zu setzen sind, die in dieser Gegend beständig an dem Sternhimmel erscheinen. Die Neuern haben diesen noch die Taube des Noa, die Eiche König Carls, und das Kreutz beygefüget, dessen bey der Beschreibung des *Centaurus* Erwehnung geschehen ist.

§. 236. Hierzu kommen noch vierzehn andere Sternbilder, mit welchen der berühmte *La Caille* bey seiner Anwesenheit an dem Vorgebürge der guten Hoffnung die um den Südpol leer gebliebene Plätze des Himmels gefüllet hat; wobey er zugleich die nicht genau genug angesetzten Sterne dieser Gegend berichtete, und dadurch bewogen wurde in einigen Bildern kleine Veränderungen zu machen. Aber wir, die wir so weit nach Mitternacht wohnen, daß wir nicht einmahl die südlichen Bilder der Alten völlig übersehen können, mögen diese neuen Bilder, so verschiedene Werkzeuge der Naturforscher und Künstler vorstellen, hier völlig bey Seite setzen. T.III.F.40.

§. 237. An der mitternächtigen Seite des Thierkreises haben ebenfalls viele, und vornehmlich Hevelius aus den Sternen, welche die Alten zerstreut gelassen, verschiedene Bilder zusammen gesetzt, deren einige auf diesen und andere auf andern Himmelskügeln erscheinen. Auf den unsrigen stehen gemeiniglich *I. Camelopardalus*, an der Abendseite des grossen Bärs mit dem Kopfe nahe an dem Pole. *II.* Der Luchs, unter dem grossen Bäre an der Abendseite. *III.* Zween Jagdhunde Asterion und Chara, welche Bootes auf diesen Bären hetzt. Andere setzen das Herz K. Carls, und den Fluß Jordan ohngefehr in diese Stelle. *IIII.* Der kleine Löwe, zwischen eben dem Bären und dem grossen Löwen. *V. Sextans uraniae*, zwischen dem Löwen und der Wasserschlange. *VI. Cerberus*, dessen bereits beym Hercules gedacht worden ist. *VII.* Der Fuchs mit der Gans, aus welchen, andere den Fluß Tygris machen, zwischen dem Schwane und dem Adler. *VIII.* Die Eidexe, an der Morgenseite des Schwans. *IX.* Das kleinere Dreyeck unter dem grossen, und *X.* Die Fliege oder Biene, nahe dabey, über dem Widder. *XI.* Das sobieskische Schild, nahe an dem Thierkreise, zwischen dem Adler und dem Schützen. *XII.* Das Einhorn, an der Morgenseite des Orion zwischen den beiden Hunden. *XIII.* Der Scepter mit der Lilie, zwischen dem Widder und dem Kopfe der Meduse, *XIIII.* Der Berg Menalus, auf welchem Bootes stehet, zwischen der Jungfer und der Schlange. Es werden aber diese Bilder wenig gebraucht.

§. 238. Die in allen erzählten Bildern enthaltene Sterne, welchen wenigstens von einigen die erste Grösse zugeschrieben wird, sind die folgenden, deren Stellen sowol in dem vorhergehenden angemerket worden sind, als auch grösten-

T.III.F.40. theils selbst durch die Nahmen angegeben werden. 1. Sirius, Canicula; 2. Die Schulter des Orions; 3. dessen Fuß, Rigel; 4. das Ochsenauge; 5. Aldebaran; 6. Capella; 7. die Leyer; 8. Arcturus im Bootes; 9. das Herz des Scorpions; 10. die Kornähre der Jungfer; 11. das Herz der Wasserschlange; 12. das Herz des Löwen, Regulus; 13. der Schwanz des Löwen; 14. Fomahant, in dem Maule des südlichen Fisches; 15. Canopus, an dem Schiffe; 16. Acharnar, am Ende des Erydanus; 17. Procyon; 18. der Adler; 19. der Schwanz des Schwans. Da die Eintheilung der Sterne nach ihrer Grösse blos von dem stärkern oder schwächern Lichte hergenommen wird, mit welchem sie uns erscheinen; so ist es kein Wunder, wenn einige dieser Sterne von gewissen Astronomen hier ausgelassen, und zu den Sternen der zweiten Grösse gerechnet worden sind. Es betrift aber dieses vornehmlich die zuletzt gesetzten.

§. 239. Noch ist an dem Sternhimmel die Milchstrasse zu bemerken, welche denselben in Gestalt eines weißlichten bald schmälern bald breitern, und hin und her, fast in der Gestalt eines Stroms, gekrümten Streifens umgiebt. Sie gehet durch die Caßiopea, den Perseus, Auriga, und den nach Morgen gekehrten Theil des Orions, zwischen dem grossen und kleinen Hund nach dem Schiffe, in welcher Gegend sie am hellsten erscheinet, und erstrecket sich, nachdem sie das Schiff durchkreutzet hat, durch die Füsse des Centaurus, und das bey demselben liegende Kreutz, bis an das südliche Dreyeck, von dannen sie sich wieder nach der Nordseite wendet, indem sie den Altar, den Schwanz des Scorpions, und den Bogen des Schützen überdecket. Hier theilet sie sich in zween Arme, welche durch den Schlangenmann, den Adler und den Schwan gehen, sich bey dem Kopfe des Cepheus wieder vereinigen, und also bey dem Stuhl der Caßiopea an den Anfang dieser Strasse anschliessen.

§. 240. Wir wissen nicht zuversichtlich wovon diese Weisse herrühret. Gemeiniglich wird sie einer grossen Menge von Sternen zugeschrieben, die wegen ihrer Kleinigkeit einzeln unsichtbar sind; und andere in starker Anzahl bey einander stehende dergleichen kleine Sterne sollen die von der Milchstrasse gleichsam abgerissene kleine helle Fleckgen ausmachen, die hin und her an dem Himmel erscheinen, und, wenn sie sehr klein sind, neblichte Sterne heissen, sind sie

aber

aber grösser, wie die bey dem Südpole, den Nahmen der Wölkchen bekom- men, in deren Gestalt sie sich zeigen. Es versichern uns aber diejenigen, welche die Milchstrasse, oder die eben beschriebenen Wölkchen, bey heiterer Luft und recht finstern Nächten durch gute Fernröhre betrachtet haben, daß sie in denselben nicht mehrere von einander würklich abgesonderte Sterne entdecken können, als an andern völlig dunkeln Stellen des Himmels. Dadurch wir jene Muthmassung zwar nicht völlig widerlegt: denn warum solten die Sterne, welche die Milchstrasse ausmachen, nicht so klein, und deren so viele seyn, daß auch die besten Fernröhre zur völligen Absonderung derselben nicht hinlangen? aber sie verlieret doch vieles von ihrer Glaubwürdigkeit. Und wie können wir uns einbilden, daß wir im Stande sind, uns von allen Mannigfaltigkeiten, welche der unendliche Schöpfer in seiner herlichen Welt angebracht hat, deutliche Begriffe zu machen? T.III.F.40.

Verzeichnisse der Fixsterne.

§. 241. Die Sternbilder, die Himmelskugeln, und die auf eine Tafel in Gestalt einer Himmelscharte entworfenen Theile derselben, sind bequeme Mittel die gröbern Veränderungen zu entdecken, die sich bey den Fixsternen zutragen; sie bestimmen aber die Stellen derselben nicht so genau, daß sie auch sehr kleine Abweichungen von denselben mit einer völligen Zuverläßigkeit angeben könten. Ein schriftliches Verzeichniß, in welchem die Stelle eines jeden Fixsterns in Absicht auf gewisse unbewegliche Cirkelkreise, die man sich an dem Himmel vorstellet, durch Zahlen angegeben werden, ist dazu viel schicklicher: weswegen bereits die ältesten Sternforscher bedacht gewesen sind, den Nachkommen dergleichen Verzeichnisse zu hinterlassen, und ihnen die himlischen Körper gleichsam zuzuzählen. Es wird durch jeden Stern ein Cirkelbogen, dessen Mittelpunct die Erde ist, auf die Ecliptic perpendicular gezogen, so daß der ganze Umkreis, von welchem dieser Bogen ein Theil ist, durch die beiden Pole der Ecliptic gehen muß, und sowol der Punct der Ecliptic, durch welchen derselbe hindurch gehet, als auch die Grösse des zwischen diesem Puncte und dem Sterne enthaltenen Bogens, durch die gewöhnlichen Grade und deren Theile angegeben. Ein dergleichen Verzeichniß von mehr oder weniger Sternen heißt ein Catalogus derselben.

§. 242. Es ist hier der Ort nicht zu zeigen, wie diese Zahlen der Grade und deren Theile gefunden werden, warum die beschriebene Einrichtung des Cata-

T.III.F.40. logus vorzüglich beliebt worden ist, und was dieselbe bequemes oder unbequemes an sich hat. Der sehr mangelhafte Begriff von der Ecliptic, welchen uns die bisherigen Anmerkungen beybringen konten, wird erst durch die Betrachtung des Laufs der Sonne aufgekläret, und alsdann wird sich ein Theil dieser und anderer Fragen von selbst auflösen, die Auflösung der übrigen aber faßlich werden. Insonderheit werden wir einsehen, in welchem Verstande kein Verzeichniß dieser Art für alle Zeiten gelten könne, sondern ein jeder auch übrigens noch so richtiger alter Catalogus einiger Veränderung bedarf, wenn er uns die Lage eines Sterns in Absicht auf die Ecliptic so vorstellen sol, wie wir sie gegenwärtig finden. Es können aber auch bey der Unvolkommenheit der Instrumente der vorigen Zeiten, und der Art zu observiren, welche dadurch veranlasset wurde, die sehr alten Beobachtungen keineswegs als volkommen richtig angesehen werden. Der Fixsterne, insonderheit dererjenigen, welche durch gute Fernröhre gesehen werden, sind so viele, daß die Menschen sie schwerlich jemals alle werden ausforschen können: und ob schon überhaupt gesagt wird, daß die Ordnung derselben immer dieselbe bleibe, so sind doch bey verschiedenen einige Veränderungen vorgegangen, sowol in Ansehung des Orts, als auch in dem Glanze, mit welchem sie erscheinen: welches keinen Zweifel läßt, daß auch gegenwärtig sich dergleichen Veränderungen zutragen, und künftig zutragen werden. Alles dieses machte die Erneuerung eines Verzeichnisses der Fixsterne von Zeit zu Zeit nothwendig, und wird sie auch im Zukünftigen nothwendig machen.

§. 243. Der älteste Catalogus, welchen wir haben, ist uns vom Ptolomäus hinterlassen worden, wiewol er bis auf etwas weniges, nicht aus den eigenen Beobachtungen dieses Mannes, sondern aus den viel ältern des Hipparchus, verfertiget seyn sol. Er enthält in den beschriebenen Sternbildern 1022 Sterne, deren 15 von ihm zu der ersten Grösse gerechnet werden, 45 zu der zweiten; 208 zu der dritten; 474 zu der vierten, 217 zu der fünften, und 49 zu der sechsten, zu welchen noch 14 neblichte und dunkle kommen, welche die Zahl vollmachen. Dieses Verzeichniß ist bis zu den Zeiten gebraucht worden, in welchen die Wissenschaften sich wieder bey uns aufklärten. Die Araber, welche sich unter andern auch mit der Astronomie beschäftigten, als in Europa nichts als Aberglauben und Finsterniß herrschte, haben demselben wenig zuverläßiges beygefüget.

§. 244. Tycho von Brahe war der erste unter den Neuern, welche sich bemühet haben dieses alte Verzeichniß zu verbessern, zu welchem Ende er die Fixsterne mit allem möglichen Fleisse beobachtete, und sich dazu der besten Werkzeuge bediente, die er zu der Zeit ausdenken konte. Denn er lebte in dem sechszehnten Jahrhunderte, vor Erfindung der Pendeluhren und der Fernröhre. Sein Verzeichniß der von ihm dergestalt berichtigten Fixsterne enthält deren 777, welche Kepler auf 1000 vermehret, und diesen Catalogus seinen Rudolphischen Tafeln einverleibet hat. T.III.F.40.

§. 245. Gegen das Ende des siebenzehnten Jahrhunderts gab der berühmte Hevelius, oder wie sein eigentlicher Geschlechtsnahme lautet, Hevelke, ein Verzeichniß von 1888 Fixsternen heraus, deren 603 er selbst beobachtet hatte. Die übrigen sind aus andern, und die südlichen insbesondere aus den auf der Insel Helena angestelten Beobachtungen des Halley genommen.

§. 246. Endlich ist bald nach dem Anfange des gegenwärtigen Jahrhunderts Flamsteeds Brittischer Catalogus ans Licht getreten, welcher nicht weniger als 3000 Fixsterne enthält, deren Stellen dieser Astronom selbst vermittelst der besten, mit allem möglichen Fleisse gebrauchten Werkzeugen entdecket hat, welche Arbeit noch immer als die volkommenste in ihrer Art angesehen wird.

§. 247. Denn es wird die Beobachtung der Fixsterne noch immer fortgesetzt, und es hat der unermüdete *la Caille* allein, ausser 397 der scheinbaresten in allen Gegenden des Himmels, deren Stellen er mit einem ausserordentlichen Fleisse aufs genauste berichtiget hat, deren gegen 10000 um den Südpol beobachtet, und noch 600 in dem Thierkreise: was andere gethan haben zu geschweigen. Bey dem allen läßt uns die grosse Zahl aller, auch durch die Fernröhre, sichtbaren Fixsterne, welche allem Ansehen nach tief in die Millionen lauft, schwerlich jemals einen volständigen Catalogus derselben erwarten: zumalen da die oben (242) angeführten Ursachen von Zeit zu Zeit eine völlige Erneuerung der bereits geschehenen Arbeit erfodern.

Veränderungen, die sich bey den Fixsternen ereignen.

§. 248. Denn es sind würklich die Veränderungen, die sich bey den Fixsternen zutragen, an sich viel und mannigfaltig. Ausserdem, daß bey einigen derselben eine besondere Bewegung angemerket worden ist, mit welcher sie, wiewol sehr langsam, sich andern nähern oder von denselben entfernen: so sind auch

einige

T.III.F.40. einige, welche vor Alters gesehen worden sind, verschwunden, und zuweilen erscheinen andere, die vorher nicht da waren, deren einige bleiben, andere aber ebenfalls wieder verschwinden. Unter den leztern ist der merkwürdigste, so im November des Jahrs 1572 sich an dem Stuhle der Caßiopea mit einem alle übrigen Fixsterne, und selbst die meisten Planeten übertreffenden Glanze gezeiget hat, welcher aber mit der Zeit immer abnahm, so daß er nach 18 Monathen seit seiner ersten Erscheinung, gar nicht mehr zu sehen war. In dem Schlangenmanne erschien im October des Jahrs 1604 ein ebenfals sehr heller Stern, welcher aber nicht länger als ein Jahr sichtbar blieb. Andere verändern ihren Glanz, und werden aus Sternen der dritten oder vierten Grösse, Sterne der fünften oder sechsten, und umgekehrt: und es sollen derer, bey welchen eine dergleichen Veränderung gemerkt worden ist, gegen hundert seyn. Ja es giebt einige wenige, welche in einer bestimten Zeit beständig abzunehmen scheinen, und in einer andern wieder wachsen. Unter diesen stehet ein Stern in dem Wallfische, welcher bey seinem helsten Lichte, bis zur dritten Grösse und darüber steiget, alsdann aber nach und nach abnimt, bis er endlich eine Zeitlang gar verschwindet, so daß zwischen jeden zween Zeitpuncten, in welchen er das meiste Licht hat, beynahe 334 Tage verfliessen: wiewol es das Ansehen hat, daß sich hiebey verschiedene Abweichungen ereignen. In dem Schwane sind drey dergleichen veränderliche Sterne, unter welchen der beträchtlichste in 405 Tagen abnimt, verschwindet und wieder zunimt, so daß er am Anfange und am Ende dieser Zeit beynahe mit eben dem Glanze erscheinet: wiewol auch dieses nicht ohne Abweichungen. Auch erscheinen einige Fixsterne, welche den blossen Augen als einfach vorkommen, durch ein gutes Fernrohr gedoppelt oder dreyfach, und dieses entweder beständig, oder nur zu gewissen Zeiten.

Der
Astronomischen Vorlesungen
vierter Abschnitt.
Von der Gestalt und Grösse der Erde, der Refraction und Parallaxe.

Grundsätze.

§. 249.

Wir können uns nunmehro an die eigentliche Gestalt und Grösse der Erde machen; müssen aber zu dem Ende einige geometrische Betrachtungen voraussetzen, die sich fürnehmlich auf die bekanten Eigenschaften des Ausschnittes eines Cirkels gründen. Es kan nehmlich eine jede zu unserm gegenwärtigen Vorhaben diensame krumlinichte Figur, aus dergleichen Ausschnitten mit einer hinlänglichen Richtigkeit zusammengesetzt werden. Nur müssen die Winkel dieser Ausschnitte klein seyn, und desto kleiner, je mehr die Figur, die herausgebracht werden sol, von einem Cirkel abweicht. Die Ausschnitte werden so an einander gesetzt, wie sie in der 41sten Zeichnung erscheinen, da *C* der Mittelpunct des Ausschnittes *ACB* ist, *E* der Mittelpunct des folgenden *BED*, *G* der Mittelpunct des dritten *DGF*, und *K* der Mittelpunct des vierten *FKH*, u. s. f. Dadurch entstehet allerdings die aus den Bogen dieser Ausschnitte *AB*, *BD*, *DF*, *FH etc.* zusammengesetzte ungerade Linie *AP*, und man siehet leicht, daß wenn nur die Halbmesser der Ausschnitte gehörig genommen werden, man dieser *AP* eine jede Gestalt geben könne, bey welcher ihre Hohlung durchaus nach eben der Seite gewendet ist: so daß diese *AP* von einer jeden bereits beschriebenen Linie dieser Art, welche nehmlich durchaus nach eben der Seite hohl ist, desto weniger abweichen wird, je kleiner die Winkel *ACB*, *BED*, *DGF*, *FKH* und die folgenden, genommen werden. T.III.F.41.

T.III.F.41. §. 250. Man kan sich also von einer jeden krummen Linie einen Begriff machen, der von der Wahrheit sehr wenig abgehet, wenn man sich nur die Ausschnitte *ACB*, *BED*, *DGF*, *FKH*, *etc* bekant macht, durch deren Zusammensetzung die von derselben so wenig abweichende *AP* herausgebracht wird: das ist, die Winkel dieser Ausschnitte, und ihre Halbmesser. Es wird aber der zweite Halbmesser *BE* bekant, wenn der erste *AC* zusamt der *CE* gegeben wird, weil $BE = BC + CE$, und $BC = AC$. Eben so ist auch $DG = DE + EG = BE + EG$, und $FK = FG + GK = DG + GK$ u. s. f. Dadurch wird endlich alles auf den ersten Halbmesser *AC*, und auf den übrigen Theil der gebrochenen Linie *ACEGKR* zurück gebracht. Ist diese *ACEGKR* gegeben, das ist: sind ihre Seiten und Winkel bekant, so, daß man sie in einer Ebene beschreiben kan, so werden durch die Verlängerung dieser Seiten, oder einzelnen Theile derselben, *EC*, *GE*, *KG*, *&c.* die Winkel der Ausschnitte erhalten; und man darf hernach nur um *C* mit der Oeffnung *CA*, und um *E* mit der Oeffnung *EB*, die Bogen *AB*, *BD* beschreiben, und so bis ans Ende fortfahren. Die Halbmesser bieten sich von selbst dar, und es wird $BE = AC + CE$, und $DG = AC + CE + EG$, und $FK = AC + CE + EG + GK = HK$, wie dieses vermöge des eben gezeigten seyn muß. In so ferne kan man die krumme Linie *AP* als völlig bekant ansehen, sobald *AC* gegeben, und *CEGKR* in einer ebenen Fläche beschrieben ist.

§. 251. Wenn *AHP* ein Cirkelbogen ist, so fält der ganze Theil der gebrochenen Linie *CEGKR* in das Punct *C* zusammen, und die Halbmesser *AC*, *BE*, *DG*, *FK*, *PR* werden einander sämtlich gleich. Alsdenn verhält sich auch ein jeder Bogen *AB* zu einem andern *DF*, wie der Winkel *ACB* zu welchem jener gehöret, zu dem Winkel dieses andern *DGF*. Für alle übrige krumme Linien fallen die Puncte *C*, *E*, *G*, *K*, *R* mehr oder weniger aus einander, und die Halbmesser der Ausschnitte bekommen verschiedene Grössen. Es können also auch ihre Bogen nicht mehr gleich seyn, obschon die Winkel gleich sind, noch sich wie die Winkel gegen einander verhalten, wenn diese verschiedene Grössen haben.

§. 252. Was aber die Winkel *DeA*, *FgA*, *HkA* anlangt, welchen jeder Halbmesser mit dem ersten *AC* einschliesset wenn dieser gehörig verlängert wird, so ist, wenn man auf die Dreyecke *CEe*, *eGg*, *gKk* und die Verlängerungen

rungen der Seiten derselben acht hat, gar leicht zu schliessen, daß der Winkel DeA den beiden $DEB + BCA$ gleich sey, der Winkel FgA aber den zween $FGD + DeA$, und folgends den dreyen $FGD + DEB + BCA$, und HkA den zween $HKF + FgA$, das ist den vieren $HKF + FGD + DEB + BCA$, u. s. f. Hieraus aber folget ferner, daß so viele Halbmesser man auch annehmen mag, immer der Winkel, welchen der letzte unter denselben mit dem nach Nothdurft verlängerten ersten macht, der Summe aller derjenigen gleich seyn werde, welchen jeder nachfolgende Halbmesser mit dem unmittelbar vorhergehenden einschliesset. T.III.F.41.

Anwendung dieser Sätze.

§. 253. Werden nun so lang Ausschnitte von gehöriger Grösse an einander gesetzet, bis der Winkel PQA, welchen der Halbmesser des letzten PR mit dem verlängerten Halbmesser des ersten AQ einschliesset, gerade wird: so kan AP den Theil eines Mittagskreises, von dem Punct des Gleichers A bis an den Pol der Erde P, vorstellen, was dieser Mittagskreis auch für eine Krümmung haben mag. Alsdenn aber muß Q als der Mittelpunct der Erde angesehen, und also genant werden, weil er da lieget, wo die Axe derselben von der Fläche des Gleichers durchschnitten wird. Die Breite des Puncts der Erde B aber ist der Winkel BCA, welchen die Linien BC, und AC mit einander einschliessen, deren letztere in der Fläche des Gleichers liegt, indem beide auf dem Mittagskreise perpendicular stehen. Eben so wird die Breite des Orts D durch den Winkel DeA angegeben, die Breite des Orts F durch den Winkel FgA und so weiter: welche Winkel, so lang sie spitzig ausfallen, immer grösser sind als diejenigen, welche die von eben den Puncten B, D, F nach dem Mittelpuncte Q gezogene Linien mit der AQ einschliessen würden.

§. 254. Sol also die Gestalt des ganzen Theils des Mittagskreises AP, von dem Gleicher A bis an dem Pol P nach diesen Gründen bestimmet werden, so ist nichts nöthig, als daß man zu der bekanten AC die gebrochene Linie $CEGKR$ in den rechten Winkel AQR zu verzeichnen wisse (250). Ist dieses geschehen, und dadurch CQ gefunden worden, so ist $AQ = AC + CQ$ der Durchmesser des Gleichers der Erde, und die zugleich gefundene QR giebt, von PR abgezogen, den zwischen dem Pol und dem Mittelpuncte enthaltenen Theil der

T.III.F.41. Axe PQ. Es ist aber $PR = AC + CE + EG$ u. s. f. bis an R. Man kan auch aus einer solchen Zeichnung die Entfernungen der Puncte E, G, K von den geraden Linien AQ und PR genau genug vermittelst des Maaßstabes nehmen, nach welchen sie verfertiget worden ist: und was dergleichen Ausmessungen mehr sind, die etwa vorkommen dürften.

Den Winkel zwoer in eben der Mittagsfläche liegenden Verticallinien zu finden.

§. 255. Dieses alles nun auf einen Mittagskreis der Erde würklich anzuwenden, und dadurch die eigentliche Gestalt desselben herauszubringen ist vor
T. II. F.37. allen Dingen nöthig, daß man einen jeden Winkel BCD (*T. II. Fig.* 37.) zu finden wisse, welchen zwo auf diesem Mittagskreise senkrecht gezogene Linien bB, dD mit einander einschliessen, es mag nun die Erde kugelrund, und das Punct C, bey welchem diese Linien zusammen laufen, ihr Mittelpunct seyn, oder nicht. Es wird aber dieser Winkel auch alsdenn, wenn die Erde nicht völlig kugelrund ist, durch die Polhöhen der beiden Oerter B und D gegeben. Denn es ist klar, daß bey einer jeden Gestalt des Mittagskreises bey B die Abweichung des Pols vom Zenit dem Winkel bBP, und folgends auch dem bEP, gleich sey; bey D aber dem Winkel dDP oder EDC. Nun ist immer $bEP = EDC + ECD$, weil alle PQ einander parallel laufen, und also ECD oder $BCD = bEP - EDC = bBP - dDP$.

§. 256. Die Alten haben sich dieser Unterschiede der Polhöhen bedienet, und, indem sie zugleich die Länge des zwischen den beiden angenommenen Orten B und D enthaltenen Mittagbogens BD bald nur geschätzet, bald mit mehrern oder wenigern Fleisse gemessen, die Länge eines Durchmessers der Erde, welche sie kugelrund annahmen, heraus zu bringen gesucht. Gemeiniglich wird, diesen Messungen zufolge, die Länge eines Grads des Gleichers oder eines Mittagskreises, auf 15 teutsche Meilen gesetzt, woraus folgt, daß der halbe Durchmesser derselben beynahe 860, und der ganze Durchmesser beynahe 1720 dergleichen Meilen haben werde. Es wird aber dadurch die Grösse der Erde nur ohngefehr bestimmt, so lang die eigentliche Länge einer solchen Meile nicht genau angegeben wird, wozu viel sorgfältigere Messungen erfordert werden, bey welchen der Bogen BD nicht viel grösser, als ein Grad, oder 15 bis 20 gemeine teutsche Meilen, angenommen werden kan.

§. 257.

§. 257. Es ist schwer die Polhöhen zweener Oerter *B* und *D* so genau zu messen, als zur Bestimmung eines so kleinen Winkels *BCD* nöthig ist: da ein gar geringer bey diesen Höhen begangener Fehler denselben um so viel vermehren oder vermindern kan, daß die Verhältniß des Bogens *BD* zu dem Halbmesser *BC*, welche der fehlerhafte Winkel angiebt, weit genug von der Wahrheit abweichet. Viel bequemer und zugleich viel richtiger ist der nachfolgende Weg zu diesem Winkel zu gelangen; insonderheit wenn zween Beobachter einander behülflich sind, deren einer sich in *B*, der andere aber in *D* in eben dem Mittagskreise aufhält, welche Oerter ohngefehr zwanzig teutsche Meilen, von einander entfernt seyn können. Diese Beobachter vergleichen sich um einen Fixstern, welcher, in einer geringen Entfernung von dem Zenit eines jeden, durch die ihnen gemeinschaftliche Mittagsfläche gehet, und indem dieses geschiehet, misset jeder an seinem Orte den Abstand dieses Sterns von seinem Zenit, so genau als es ihm möglich ist. Wenn nun (*T. III. Fig.* 42. 43.) *bB* die Verticallinie des einen dieser Oerter, und *dD* die Verticallinie des andern vorstellet, welche verlängert einander bey *C* antreffen, und es werden von *B*, *C* und *D*, die Linien *BS*, *CS*, *DS* nach dem Fixsterne gezogen, so sind diese drey Linien einander parallel (142), und *bBS* ist die Entfernung des Sterns von dem Zenit des Orts *B*, *dDS* aber die bey *D*. Nun aber ist *BCS* = *bBS* und *DCS* = *dDS*. Es werden also diese Winkel bey *C* durch die Beobachtungen entdeckt, und man kan, indem man sie zusammen setzt, oder den kleinern von dem grössern abziehet, den gesuchten Winkel *DCB* herausbringen.

T. II. F. 37

T. III. F. 42. 43.

§. 258. Die Strahlenbrechung hat in diese Arbeit keinen oder einen gar geringen Einfluß; und desto richtiger können die Fehler derselben gebessert werden, wenn ja eine Verbesserung nöthig ist. Alsdenn aber ist auch die Länge des in der Oberfläche der Erde liegenden Bogens *BD* durch die Mittel, welche die mit der Ausübung beschäftigte Geometrie darbiethet, aufs genauste zu messen. Eigentlich solte dieser Bogen *BD* in die Oberfläche der See fallen, oder von derselben wenig entfernet seyn. Will also dieses die Beschaffenheit des Bodens nicht zulassen, so ist noch auszumachen, um wieviel der würklich gemessene über die Oberfläche der See erhöhte Bogen *BD* grösser sey, als der in der Oberfläche derselben, zwischen den Verticallinien *bC*, *dC* um *C* beschriebene, seyn würde: welches geschehen kan, wenn bekant ist, um wieviel jener Bogen über die Ober-

T. III. F. 42. 43. fläche der See erhaben sey, und dieser Ueberschuß ist von dem gefundenen Maasse des Bogens *BD* abzuziehen. Es wäre zu weitläuftig, alle diese Kleinigkeiten umständlich aus einander zu setzen; und ist desto weniger nöthig, da es eben so gar schwer nicht ist, dergleichen Rechnungen zu übersehen, bey welchen die Fehler, die sich unsern Sinnen beständig entziehen, in keine Betrachtung kommen.

Längen der Grade eines Mittagkreises.

§. 259. Nun ist es leicht aus dem Winkel *BCD* und dem dazugehörigen Bogen *BD* zu finden, wie lang der Bogen genommen werden müsse, wenn der Winkel *BCD* bis zu einen Grad vermehret oder vermindert werden sol, wenn man sich nur erinnert, daß der Winkel mit seinem Bogen zugleich um gleiche Theile anwachse. Es verhält sich nehmlich das gefundene Maaß des Winkels *BCD*, zu einem Grade, oder 3600 Secunden: wie sich die durch bekante Ruthen, Ellen, Schuhe oder etwas dergleichen, ausgedruckte Länge des Bogens *DB*, zu der Länge eines Grades dieses um den Mittelpunct *C* mit dem Radius *CB* beschriebenen Bogens verhält. Dieses heißt **einen Grad des Mittagskreises messen**, welche Arbeit von verschiedenen unternommen, und mit verschiedenem Erfolge ausgeführet worden ist. Wir wollen uns vornehmlich an die Messungen der Franzosen halten, welche sich dabey ihrer Toise von sechs pariser Schuhen bedienet und gefunden haben, daß unter dem Aequator in der Breite 0, ein Grad des Mittagkreises 56750 Toisen halte; in einer Breite von 45 Graden aber 57028, in der Breite von $49\frac{1}{3}$ Graden, 57072, in der Breite $66\frac{1}{3}$ Graden, 57422, und denselben nur noch eine andere in der Breite von drey und vierzig Graden ausgeführte Messung beyfügen, welche den Grad auf 56979 Toisen setzet. Diese Maasse zeigen augenscheinlich, daß die Mittagskreise keine Cirkel seyn, weil sonst in einer jeden Breite die Grade einander gleich seyn müßten: sondern daß sie, so wie eine Ellipse, bey ihrer grössern Axe mehr gekrümmet und einwärts gebogen ist, als bey der kleinern; bey dem Gleicher der Erde mehr, und bey den Polen derselben weniger gekrümmet seyn: woraus folgt, daß der Durchmesser des Gleichers länger sey, als die Axe der Erde.

§. 260. Weil aber auch die Winkel der Ausschnitte, zu welchen die dergestalt gemessenen Bogen gehören, einander gleich und also die Ausschnitte ähnlich sind, so verhalten sich die Halbmesser derselben wie die Bogen, und können durch

eben

eben die Zahlen ausgedrückt werden, welche die Bogen angeben, obwol die Einheiten dieser Zahlen nothwendig viel grösser werden, als die bey der Ausmessung der Bogen gebrauchte Toise. Hieraus folgt, daß wenn der Halbmesser bey dem Gleicher, mit welchem nehmlich daselbst ein Theil des Mittagkreises beschrieben werden muß, in 56750 gleiche Theile getheilet, und diese Zahl der Kürze halben a genennet wird, der anstatt desselben in der Breite 43° zu gebrauchende Halbmesser seyn werde $a + 229$; in der Breite 45°, $a + 278$; in der Breite $49°\frac{1}{3}$ $a + 322$; und endlich in der Breite $66°\frac{1}{3}$, $a + 672$. T.III.F.42. 43.

§. 261. Es müssen aber auch, wenn die gebrochene Linie *CR* (*T. III. Fig.* 41.) würklich beschrieben werden sol, die Halbmesser zu den übrigen Breiten von zehn zu zehn Graden, oder etwas dergleichen, bekant seyn. Diese mit aller der Richtigkeit zu erhalten, die so wenige Messungen geben können, kan nachfolgendes Mittel gebraucht werden, welches weder viele Geometrie, noch eine schwere Rechnung erfordert. Es wird eine gerade Linie von hinlänglicher Grösse *AB* (*T. III. Fig.* 44.) in neun gleiche Theile getheilt, deren jeder zehn Grade vorstellen sol, und nach Befinden in einzelne Grade und deren Theile zerfällt werden kan. Um nun einen der durch die Messung gefundenen Halbmesser, als zum Beyspiel, den zu der Breite 45° gehörigen, $a + 278$ richtig aufzutragen, wird durch *F*, alwo sich der 45ste Grad endiget, *FD* der *AB* perpendicular gemacht, und es werden aus einem schicklichen Maaßstabe *ST* auf diese Linie von *F* nach *D*, 278 Theile gesetzt. Auf eben die Art werden auch die Puncte *L*, *M*, *N* aus den Beobachtungen bestimt, zu welchen *A* mit gehöret, weil bey dem Gleicher der Ueberschuß des Halbmessers über a Nichts ist. Durch alle diese Puncte *A*, *L*, *D*, *M*, *N* oder doch durch die meisten derselben, wird bis an die *HB*, welche der *AB* durch den neunzigsten Grad perpendicular ist, die krumme Linie *AH* gezeichnet, und nach der größten Wahrscheinlichkeit immer mehr ausgearbeitet, welche die Grösse des Grades für jedes Punct der Breite, und zugleich die Verhältniß des in dieser Breite zu gebrauchenden Halbmessers zu einem jeden andern, mit einer Richtigkeit angeben wird, die uns in Ermangelung einer grössern befriedigen muß. T.III.F.41. T.III.F.44.

§. 262. Wenn nehmlich, zum Beyspiel, durch den vierzigsten der auf *AB* vorgestelten Grade eine Linie der *AB* perpendicular gezogen, und der Theil derselben zwischen *AB* und *AH* gemessen wird; so wird die Zahl der Theile des gebrauch-

T.III.F.44. gebrauchten Maaßstabs 205 anzeigen, daß in der Breite 40° die Länge des Grades über $a = 56750$ noch 205, und also in allen 56955 Toisen betrage, und daß daselbst die Länge des Halbmessers zu dem bey dem Gleicher, sich wie $a +$ 205 zu a verhalte. Die übrigen dergestalt gezogenen Linien, geben, wenn sie sämtlich nach dem angenommenen Maaßstabe ST gemessen werden, die Verhältnisse der Halbmesser und Grössen der Grade, welche hier, neben jedem zehnten Grade der Breite, angezeiget stehen; und es ist am Ende der Ueberschuß jeder dieser Zahlen über die zunächst vorhergehende angefüget worden, dessen wir uns sogleich werden bedienen müssen. Viel genauer aber werden diese Zahlen herausgebracht, wenn man sich eines grössern Maaßstabs bedienet, und überhaupt die Zeichnung so groß machet, als es das Papier leiden will.

0°	. . . $a +$	0 =	56750	 0
10°	. . . $a +$	10 =	56760	 10
20°	. . . $a +$	45 =	56795	 35
30°	. . . $a +$	112 =	56862	 67
40°	. . . $a +$	205 =	56955	 93
50°	. . . $a +$	348 =	57098	 143
60°	. . . $a +$	530 =	57280	 182
70°	. . . $a +$	780 =	57530	 250
80°	. . . $a +$	1070 =	57820	 290
90°	. . . $a +$	1470 =	58220	. . . . 400.

Verhältniß des Durchmessers des Gleichers zu der Erdaxe.

§. 263. Nach diesen Maassen, und insbesondere nach den zuletzt gesetzten Differenzen, ist die gebrochene Linie $CEGKR$ beschrieben worden. Jeder der Winkel QCb, bEd, dGf, fKb, u. s. w. hält zehn Grade: die Seite CE aber ist gleich 10 Theilen des gebrauchten Maaßstabs ST, die folgende EG hält deren 35, die daran stehende GK hält 67, und so bis an R, von welchem Puncte RQ auf die AQ perpendicular fällt. Und nun haben wir alles, so zur Beschreischreibung einer aus Cirkelbogen zusammengesetzten Linie erfordert wird, welche dem von der Mittellinie der Erde bis an den Nordpol derselben reichenden Theil eines Mittagskreises ohne sonderliche Abweichung ähnlich ist, und also diesen Theil genau genug vorstellet; und es könte diese Linie würklich zu der Zeichnung *CQR* beschrieben werden, wenn nicht die *A* alzugroß wäre, indem sie 56750 Theile des Maaßstabes *ST* enthalten müste. In der That wird die gebrochene Linie *CEGKR* genauer, wenn man dem ersten Winkel *QCb* nicht zehn, sondern nur fünf Grade giebt, jedem der folgenden aber, wie vorher, die Grösse von zehn Graden läßt, bis zu dem letzten, für welchen ebenfals nur 5 Grade übrig bleiben, mit welchen die gebrochene Linie an die *QR* anlauft. Die zu der also verfertigten *CEGKR* beschriebene ungerade Linie, in welcher der erste Bogen nur fünf Grade, jeder der folgenden 10, und der letzte wieder nur 5 Grade halten würde, und bey welcher auch die letzte Differenz 400 gebraucht werden müßte, würde in der That richtiger seyn. Es bestehet aber diese grössere Richtigkeit blos in der Vorstellung, und würde, wenn die Länge der *A* eine würkliche Ausführung zuliesse, in dieselbe keinen merklichen Einfluß haben. Und warum solten wir es hier so gar genau nehmen, da die übrigen Gründe unserer Arbeit ohnfehlbar einer starken Verbesserung bedürfen? Wir können uns ohne Bedenken an die Zeichnung *CQR* halten, und uns den angezeigten Theil des Mittagskreises, nach Maaßgebung derselben, durchgängig aus Bogen von zehn Graden zusammen gesetzt vorstellen: da denn *Q* den Mittelpunct der Erde, und die von diesem Puncte bis an den Mittagskreis verlängerte *QC*, den halben Durchmesser des Gleichers derselben vorstellen, die nach der Seite *Q*, ebenfals bis an den Mittagskreis verlängerte *RQ* aber diesen Kreis in dem mitternächtigen Pole der Erde erreichen wird. T.III.F.44.

§. 264. Nun giebt die Messung $CQ = 487$ und $QR = 895$, die Entfernung des mitternächtigen Pols von dem Puncte *R* aber, ist $= a + CEGKR = a + 1070$. Also ist der halbe Durchmesser des Gleichers $a + CQ = 56750 + 487 = 57237$; der Theil der Axe zwischen dem Pole und *Q* aber wird $a + 1070 - QR = a + 175 = 56925$. Es verhält sich also der halbe Durchmesser des Gleichers zu dem angezeigten Theile der Axe, wie 57237 zu 56925; und wenn angenommen wird, daß der andere Theil derselben diesem gleich sey, so hat auch der ganze Durchmesser des Gleichers zu der Axe

T.III.F.44. der Erde eben die Verhältniß. Die kleinere dieser Zahlen von der grössern abgezogen lässet 312, welche in 57237 etwas über 183mal enthalten ist: woraus folget, daß der Ueberschuß des halben Durchmessers des Gleichers der Erde über die Hälfte ihrer Axe etwas weniger als den 183sten Theil jenes Halbmessers betrage. Verschiedene einsichtsvolle Männer erhöhen diesen Unterschied bis auf den 178sten Theil, da ihn im Gegentheil andere fast doppelt so klein machen, indem sie ihn bis zu den 335sten, oder etwas dergleichen, vermindern: und es kan wol seyn, daß die letztern mehr Recht haben, als die erstern, welche bey ihren Schlüssen der neusten in Ungarn, Oesterreich und Italien angestelten Messungen entbehren musten. Indessen sind auf den 178sten Theil, um welchen der Halbmesser des Gleichers die halbe Axe der Erde übertreffen sol, die meisten Rechnungen gegründet; welches uns einigermaassen nöthiget, denselben hier beyzubehalten, und also die halbe Axe der Erde, oder die Entfernung des Nordpols von ihrem Mittelpuncte, auf 56917 solcher Theile zu setzen, deren in dem Halbmesser des Gleichers 57237 enthalten sind.

Grösse der Erde.

§. 265. Die dergestalt gefundenen Zahlen drücken den Durchmesser des Gleichers, die Axe der Erde, und andere solche Linien aus einer Einheit aus, um deren Grösse wir uns nicht zu bekümmern hatten, so lang wir blos auf die Verhältnisse einiger dieser Linien gegen andere sahen. Wird diese Einheit, die wir grösserer Deutlichkeit wegen u nennen wollen, durch ein bekantes Maaß angegeben, so können alsdenn alle diese Linien durch eben das Maaß ausgedrückt werden. Nun ist aber (260) die Grösse der Einheit u durch nichts anders bestimmt worden, als daß sie in dem Radius eines Cirkels so oft enthalten seyn solle, als oft eine Toise in einem Grade des Umkreises desselben enthalten ist. Es verhält sich also diese Einheit u zu der Toise, wie der Radius eines Cirkels zu einem Grade desselben. Diese Verhältniß ist wie 206264,8 zu 3600 (80). Denn die letztere dieser Zahlen zeigt die Menge der in einem Grade enthaltenen Secunden an, und die erstere ist die Zahl der Theile von eben der Grösse in dem Radius. Es kan also die Grösse der u gefunden werden, wenn gemacht wird $3600 : 206264{,}8 = 1 : u$. Diese Rechnung giebt $u = 57{,}29578$, und dieses ist die Zahl der in der Einheit u enthaltenen Toisen.

§. 266.

§. 266. Wird nun die gefundene Zahl 57237, welche den halben Durchmesser des Gleichers der Erde vermittelst der Einheit *u* ausdrücket, durch die eben herausgebrachte Zahl 57,29578 vervielfältiget, so komt 3279438, welche Zahl die Grösse dieses halben Durchmessers in Toisen angiebt. Auf eben die Art wird durch die Vervielfältigung der Zahl 56917, welche die halbe Axe durch *u* ausdrücket, die Zahl der in derselben enthaltenen Toisen 3261104 gefunden. Die Summe dieser zwo Zahlen ist 6540542, deren Hälfte 3270271 für den mittlern Halbmesser der Erde angenommen werden kan. Eben die Grösse wird auch dem halben Durchmesser der Erde zugeschrieben, wenn diese als eine völlig runde Kugel betrachtet wird. T.III.F.44.

§. 267. Ein Grad des mit diesem mittlern Halbmesser beschriebenen Cirkelkreises beträgt 57077 Toisen, wie aus der oben gebrauchten Verhältniß des Grades zu seinem Radius, oder auch aus dieser 0,0174533 : 1 (78) berechnet werden kan. Und so groß ist auch ein Grad des Mittagskreises in der Breite von ohngefähr 49¼ Graden. Wenigstens folgt dieses aus der zur Bestimmung dieser Grade gebrauchten krummen Linie. Wird nun dieser mittlere Grad in funfzehn gleiche Theile getheilt, so kömt die Länge einer teutschen Meile, deren funfzehn auf einen solchen Grad gerechnet werden. Es ist also diese Länge sehr genau von 3805 Toisen; und solcher Meilen sind in dem mittlern Halbmesser der Erde 859,47 enthalten, wofür ohne Bedenken 860 gesetzt werden können, und also für den ganzen mittlern Durchmesser 1720. Der Ueberschuß des halben Durchmessers des Gleichers über die Hälfte des mittlern Durchmessers der Erde, welcher 9167 Toisen beträgt, wird alsdenn etwas weniger als 2,5 Meilen geben, und um eben so viel wird dieser halbe Durchmesser die Hälfte der Axe übertreffen. Nach dem rheinländischen Maasse hält eine teutsche Meile von der berechneten Länge, 23630 Schuhe.

Maasse einiger andern Linien und Winkel.

§. 268. Dieses sind die Maasse, auf welche die Berichtigung der eigentlichen Gestalt der Erde fürnehmlich zu gründen ist. Sie sind nicht völlig richtig, und können also die gesuchte Gestalt nicht so genau geben, daß wir bey der Berechnung der übrigen Grössen, welche bey der Erde in Betrachtung kommen, mit völliger Zuversicht darauf bauen könten. Bey so gestalten Sachen

T.III.F.44 kan gar wol angenommen werden, daß jeder Mittagskreis der Erde eine genaue Ellipse sey. Denn da diese Kreise so wenig von Cirkeln abweichen, daß bey Zeichnungen von gewöhnlicher Grösse kaum einiger Unterschied zu merken ist: so können dieselben sich von einer Ellipse, deren grössere Axe dem Durchmesser des Aequators, die kleinere aber der Axe der Erde gleich ist, noch viel weniger entfernen: und wir können die Maasse der Linien und Winkel, deren Käntniß in der Astronomie von Nutzen ist, aus dieser angenommenen elliptischen Gestalt ohne Furcht eines sonderlichen Irthums herleiten.

T.III.F.45. §. 269. Es sey (*T. III. Fig.* 45.) *PAQ* die Hälfte einer solchen Ellipse, und in derselben *PQ* die Axe der Erde, welche durch den Mittelpunct derselben *C* gehet, und *AC* der halbe Durchmesser des Gleichers. Diese *AC*, welche die Hälfte der längern Axe der Ellipse ist, wollen wir, wie bisher a, und *PC*, die Hälfte der kürzern Axe derselben, c nennen: anstatt des Bruchs $\frac{cc}{aa}$ aber, dessen Grösse durch die Verhältniß der halben Axe der Erde c zu dem Halbmesser ihres Gleichers a bestimmt wird, der Kürze wegen m setzen. Wird nun von dem in dem Umkreise der Ellipse nach Belieben angenommenen Puncte D die DK der CA perpendicular gezogen, und y genennet, indem auch nunmehro die durch dieselbe von der CA abgeschnitene CK durch x angedeutet wird; so wird die Gleichung (38.), welche wir für die Ellipse immer hatten, $aayy = cc(aa - xx)$, oder $yy = \frac{cc}{aa}(aa - xx)$, in diese etwas kürzere, $yy = m(aa - xx)$ verwandelt. Man ziehe die DE, welche die Ellipse bey dem angenommenen Puncte D berühre, so einen gewissen in dem Mittagskreise *PAQ* angenommenen Ort der Erde vorstellet, und verlängere den halben Durchmesser des Gleichers CA, bis er diese DE in E erreichet. Man mache auch DM der DE perpendicular, und verlängere sie, an der einen Seite bis an AC, an der andern aber nach Belieben bis in N. So fält DE in die Horizontfläche des angenommenen Orts D, und NM wird die Scheitellinie desselben. Ja, da DE zugleich in die durch die Fläche der Zeichnung vorgestelte Mittagsfläche des Orts D fält, so ist diese DE eigentlich die Mittagslinie desselben Orts D, welche den verlängerten Halbmesser des Gleichers in E schneidet. Demnach ist der Winkel E die Neigung des Gleichers gegen den Horizont dieses Orts, oder kurz, die

Höhe

Höhe des Gleichers für D, und das Complement des Winkels E, das ist, T.III.F.45.
der Winkel DMA, ist die Breite des Orts D, oder die in demselben erscheinende Polhöhe. Wir können, weil hier keine andere Tangente vorkommen wird, die zu dem Winkel E gehörige durch den einzelnen Buchstaben t andeuten: aus welchem t und $\sin E$ oder $\cos E$ demnach die hier verlangten Grössen zu bestimmen seyn werden.

§. 270. Die erste dieser Grössen ist die Linie KC, oder die derselben bis an PQ parallel gezogene DF, welche den Radius des durch D in der Oberfläche der Erde zu beschreibenden Cirkelkreises angiebt, auf dessen Fläche die Axe PQ senkrecht stehet. Diese Linie ist jede x der Gleichung $yy = m(aa - xx)$. Wir haben aber auch gleich Anfangs (61) gehabt $KE = \frac{aayy}{ccx}$, und können also vermittelst der gegenwärtigen Verkürzung schreiben, $KE = \frac{yy}{mx}$. Nun aber ist in dem rechtwinklichten Dreyecke $EK : KD = 1 : t$, und also $\frac{yy}{mx} : y = 1 : t$, folgends $t = \frac{mx}{y}$, und $y = \frac{mx}{t}$. Wird nun dieser Ausdruck der y in der Gleichung $yy = m(aa - xx)$ an die gehörige Stelle gesetzt, so komt $\frac{mmxx}{tt} = m(aa - xx)$, woraus sogleich folgt, $mxx = ttaa - ttxx$, oder $mxx + ttxx = ttaa$. Dieses aber giebt $xx = \frac{ttaa}{m+tt}$, und $x = \frac{ta}{\sqrt{(m+tt)}}$, für den gesuchten Halbmesser.

§. 271. Wil man die Linie $DK = y$ eben so bestimmen, so darf man nur aus $y = \frac{mx}{t}$ machen $\frac{ty}{m} = x$, und diesen Werth des Buchstaben x in eben der Gleichung an die gehörige Stelle setzen. Dadurch entstehet $yy = m\left(aa - \frac{ttyy}{mm}\right)$, oder, wenn durchaus mit mm multipliciret wird, $myy = mmaa - ttyy$, woraus folget $myy + ttyy = mmaa$, oder $yy = \frac{mmaa}{m+tt}$, und

 $y =$

T.III.F.45. $y = \frac{ma}{\sqrt{(m+tt)}}$. Beide Werthe zusammen geben DC, die Entfernung des Orts D von dem Mittelpuncte der Erde. Denn es ist $DC^q = x^2 + y^2$, und also dieses Quadrat der $DC = \frac{ttaa + mmaa}{m + tt} = \frac{aa(mm + tt)}{m + tt}$, folgends die Entfernung DC selbst $= \frac{a\sqrt{(mm + tt)}}{\sqrt{(m + tt)}}$.

§. 272. Nun ist noch der Winkel CDM zu suchen übrig, welchen MN, die Scheitellinie des Orts D, mit der nach demselben aus dem Mittelpuncte der Erde gezogenen CD einschliesset. Es kan aber dieser Winkel aus dem bekanten DME alsbald gefunden werden, wenn nur in dem Dreyecke DMC, dessen Seite DC als bekant angesehen werden muß, nach dem wir gesehen haben, wie sie zu finden sey, noch eine Seite gegeben wird. Nun hatten wir unter den ersten geometrischen Sätzen (62) auch diesen $CM = \frac{aa - cc}{aa} x$, welcher durch m auch also ausgedrückt wird: $CM = (1 - m)\,x$. Wird nun auch hier für x der gefundene Werth desselben, $\frac{ta}{\sqrt{(m + tt)}}$ gesetzt, so komt $CM = \frac{(1 - m)\,ta}{\sqrt{(m + tt)}}$. Es ist aber auch, weil der spitzige Winkel bey M mit dem E einen rechten Winkel ausmachet, $\sin DMC = \sin DME = \cos E$, und wenn der gesuchte Winkel CDM durch Q bedeutet wird, $DC : CM = \sin DMC : \sin Q$; demnach aus dem erwiesenen $\frac{a\sqrt{(mm+tt)}}{\sqrt{(m + tt)}} : \frac{(1 - m)\,ta}{\sqrt{(m + tt)}} = \cos E : \sin Q$, oder wenn das Ueberflüßige weggelassen wird, $\sqrt{(mm + tt)} : (1 - m)\,t = \cos E : \sin Q$. Es ist also $\sin Q = \frac{(1 - m)\,t.\cos E}{\sqrt{(mm + tt)}}$, und weil, wie immer, $\tan E.\cos E = \sin E$, so kan auch gesetzt werden $\sin Q = \frac{(1 - m)\sin E}{\sqrt{(mm + tt)}}$.

§. 273. In allen diesen Vorschriften hat m ihre beständige Grösse, welche durch die Verhältniß $c : a$ gegeben wird; und wenn wir noch immer anneh-

nehmen $c = 56917$ und $a = 57237$, (264) und dadurch heraus- T.III.F.45.
bringen $\frac{c}{a} = 0{,}994409$, so wird $m = \frac{cc}{aa} = 0{,}988849$ und $mm = 0{,}977822$, demnach $1 - m = 0{,}011150$. Die übrige Rechnung kan so schwer nicht seyn, wenn man sich dabey der Logarithmen bedienet. Es wird aber der Winkel Q immer kleiner gefunden, als 20 Minuten: und daß DC von dem mittlern Radius der Erde (266) nie sehr abweichen könne, ist vor sich klar.

Würkung der Luft auf die Lichtstrahlen.

§. 274. Die mit einer so geringen Abweichung kugelförmige Erde nun st ringsherum mit Luft bedecket, welche die Lichtstrahlen, vermittelst welcher wir die himlischen Körper sehen, dergestalt bricht, wie gleich anfangs (126) angezeiget werden muste. Nunmehro aber sind wir im Stande diese Strahlenbrechung umständlicher zu betrachten. Es wird in der Naturlehre (*) gezeigt, daß die Höhe der Luft über der Erde zwischen zehen und zwanzig Meilen zu 20000 rheinl. Schuhen betrage. Wird also diese Höhe nach den grössern Meilen von 23630 Schuhen geschätzt, so kan dieselbe auf die runde Zahl von 10 Meilen gesetzt werden, welche fast zwölfe der vorigen ausmachen. Wenigstens kan die Luft über dieser Höhe die Lichtstrahlen nicht merklich brechen, und darum ist es uns hier eigentlich zu thun. Die Luft, welche die Erde in dieser Höhe ringsherum umgiebet, bildet mit derselben einen Körper, der mit eben dem Rechte für eine Kugel gehalten werden kan, als die Erde selbst. Da also der halbe Durchmesser der Erde allein 860 Meilen hält (267) so wird der halbe Durchmesser derselben bis an die Gränze des Luftkreises gerechnet, deren 870 ausmachen.

§. 275. Hieraus kan die Länge des Weges berechnet werden, den ein Lichtstrahl, vermittelst welches wir einen himlischen Körper selbst in dem Horizonte sehen, in der Luft nehmen muß. Wenn AC (*T. III. F. 46.*) den halben T.III.F.46.
Durchmesser der Erde, und BC den halben Durchmesser des Luftkreises vorstellet, A aber ist der Ort der Beobachtung, bey welchem DA die Erde berühret: so ist diese DA die Richtung, nach welcher der angenommene Strahl bey A in das Auge fält. Nun wird gesetzt, daß sich CB oder CD zu CA wie 87 zu 86 verhalte, und diese ist die Verhältniß des Radius zu dem Cosinus des Bogens BD. Es wird also dieser Bogen BD beynahe $8\frac{1}{3}$ Grade halten. Ist nun EF der einfallende

(*) In meiner Einleitung in dieselbe vom Jahr 1770 im 259. §.

T.III.F.46. fallende Strahl, welcher in der Luft dergestalt gebrochen wird, daß er bey A die Richtung DA bekomt, und man verlängert diesen Strahl, bis er die DA in G antrift: so ist DGF der Winkel, um welchen dieser Strahl in der Luft gebrochen wird, und beträgt also beynahe 33 Minuten (130). Wird aber DA in H verlängert, und FH gezogen: so siehet man leicht, daß der Winkel DHF kleiner ausfallen müsse, als die Hälfte des Winkels DGF, und daß also $2DHF$ kleiner seyn werde, als DGF. Nun ist $2DHF = DCF$, weil diese Winkel beide auf dem Bogen FD stehen, indem die Spitze des einen H in den Umkreis, die Spitze des andern C aber in den Mittelpunct des Cirkels fält. Es wird also auch DCF kleiner seyn als DGF, und also der Bogen FB noch nicht volle 9 Grade betragen. Unter diesen Bogen muß der Strahl in der Luft hinstreichen, welcher dem Auge bey A einen himlischen Körper in dem Horizonte sichtbar macht, und dieser Weg ist der längste unter allen, welchen ein Strahl in der Luft bis an die Oberfläche der Erde zu machen hat.

§. 276. Es ist also die Oberfläche, bey welcher nach unserer Vorstellung die Luft aufhöret, in der die von den himlischen Körpern nach A gehenden Lichtstrahlen gebrochen werden, gar nicht sehr gekrümmet, und desto geringer ist die Verschiedenheit, welche in dieser Krümmung davon herrühret, daß weder die Erde, noch die dieselbe umgebende Luft, die Gestalt einer genauen Kugel hat. Man kan dem ohngeachtet einen jeden Theil der Luft, in welchem alle Strahlen so gebrochen werden, daß sie sämtlich nach eben dem Puncte der Oberfläche der Erde lauffen, als den Abschnitt einer Kugel ansehen, und annehmen, daß alle diese Abschnitte einander gleich und ähnlich sind. Hieraus aber folgt, daß, so lang die innere Beschaffenheit der Luft überal einerley bleibt, auch alle Strahlen, welche nach irgend einem Puncte der Oberfläche der Erde dergestalt zu laufen, daß sie mit der Verticallinie desselben gleiche Winkel einschliessen, auch gleich stark gebrochen werden: und daß die Verschiedenheit, die sich hiebey ereignet, fast gänzlich davon herrühre, daß die Luft bald dichter, bald dünner; bald wärmer oder kälter, und mehr oder weniger mit Dünsten beschweret ist.

Die Grösse der Refraction zu finden.

§. 277. Nun kan an einem Beobachtungsplatze, von welchem die Himmelskugel geradestehend erscheinet: die Grösse der Refraction bey einer jeden Höhe eines Sterns leicht genug gefunden werden. Denn da bey diesem Stande der

Sphäre

Sphäre die Fläche des Gleichers zugleich eine Verticalfläche ist (208): und T.III.F.46.
also ein jeder Fixstern, der sich in dieser Fläche befindet, in einer Sternstunde seine Höhe um 15 Grade verändern muß: so darf nur der Augenblick der Zeit angemerkt werden, in welchem ein solcher Stern diese oder jene Höhe gehabt hat. Denn wenn dieser mit dem Zeitpuncte verglichen wird, in welcher eben der Stern, bey eben dem Umlaufe durch die Mittagsfläche gegangen ist: so kan aus der zwischen diesen zween Puncten verflossenen Zeit, die wahre Höhe des Sterns, welche er in dem Zeitpuncte der Beobachtung hatte, gar leicht berechnet werden. Diese wahre Höhe wird kleiner seyn als die beobachtete, weil der Stern durch die Refraction gehoben wird, und der Unterschied der beyden Höhen wird die Grösse derselben richtig angeben.

§. 278. Die genau beobachtete Amplitudo ortiva oder occidua eines Sterns kan zu eben den Zweck führen. Denn da dieselbe bey dem geraden Stande der Himmelskugel der Strahlenbrechung nicht unterworfen, und der Abweichung eines jeden Sterns gleich ist: so kan durch diese Amplitudo die wahre Mittagshöhe desselben immer gefunden werden. Wird nun auch die scheinbare Mittagshöhe eben dieses nach Belieben gewählten Sterns vermittelst eines Winkelmessers genommen, so giebt der Ueberschuß dieser Höhe über die wahre, den Winkel, um welchen der Stern durch die Strahlenbrechung gehoben worden ist.

§. 279. Bey einem schiefen Stande der Himmelskugel aber ist es nicht so leicht, die Grösse der Refraction für eine jede Höhe auszumachen. Zwar ist (197) gewiesen worden, wie aus der Polhöhe eines Orts, und der Entfernung eines Sterns von dem Pole, seine wahre Höhe für jeden Zeitpunct gefunden werden könne, wenn man auch den Zeitpunct hat, in welchem er das nächstemal durch die Mittagsfläche gegangen ist: und die dergestalt berechnete wahre Höhe, von der durch die Beobachtung gefundenen scheinbaren abgezogen, muß hier die Grösse der Refraction ebenfals geben. Es kan aber die Polhöhe eines Orts nicht für richtig angenommen werden, bevor sie von den Fehlern befreyet wird, welche die Strahlenbrechung nothwendig darein bringen muß: obwol, wenn diese Höhe mit einer volkommenen Richtigkeit bestimmet ist, ein neuer Fehler bey der Abweichung eines Sterns, und der daraus berechneten Entfernung desselben von dem Pole, gar wol vermieden werden kan. Denn man darf nur einen von denje-

T.III.F.46. nigen Sternen annehmen, welche in gar keiner, oder in einer sehr geringen Entfernung von dem Zenit, durch die Mittagsfläche gehen; weil die Mittagshöhe eines solchen Sterns von der Strahlenbrechung frey ist, und also bey völlig berichtigter Polhöhe, auch die Abweichung desselben richtig angeben wird (127). Da also endlich alles auf die Richtigkeit der Polhöhe ankömt: so ist kein Mittel übrig, als daß man die aus den Beobachtungen geschlossene, und nach aller Wahrscheinlichkeit von den Fehlern der Strahlenbrechung befreite Polhöhe, als völlig richtig annehme, und nachdem man einen Stern gewählet, dessen Stand die eben angezeigten Vortheile hat, die Höhe desselben für den Augenblick der Zeit, in welchem dieselbe vermittelst eines guten Winkelmessers genommen worden ist, aus den angezeigten Bogen und Winkeln berechne: alsdenn aber mit der dergestalt gefundenen Höhe, als ob sie völlig richtig wäre, verfahre. Die dadurch herausgebrachte Grösse der Refraction kan zwar nicht für völlig genau gehalten werden; sie ist aber gar wohl zu einer weitern Verbesserung dieser Höhe zu gebrauchen, und es kan überhaupt, durch eine wiederholte Arbeit, alles der Wahrheit immer näher gebracht werden, bis endlich eine hinlängliche Uebereinstimmung der Schlüsse zeiget, daß man Ursache habe zufrieden zu seyn.

§. 280. Ist einmal die Polhöhe zuverläßig ausgemacht, so wird zwar die Arbeit viel leichter: sie bleibt aber dem ohngeachtet weitläuftig genug, weil fast für jeden Grad der Höhe die Refraction besonders gefunden werden muß, wenn etwas volständiges herauskommen soll. Viel geschwinder kan eine auf die Gesetze der Strahlenbrechung gegründete Regel, welche aus einer einzigen oder etlichen wenigen Refractionen die übrigen zu finden lehret, zu den Zweck führen, und dergleichen Regeln sind von verschiedenen gegeben worden. Wir wollen uns an diejenige halten, die unter allen am meisten geschätzt wird, und dieselbe, so weit es sich hier thun läßt, aus völlig ausgemachten Grundsätzen herleiten.

Algemeines Gesetz der Strahlenbrechung.

T.III.F.47. §. 281. Es sey *A* (*T. III. F.* 47.) ein Punct in der Oberfläche der Erde, *B* ein anderes in der äusersten Gränze der Luft, *C* aber der Mittelpunct der Erde, nach welchem durch *A* und *B* gerade Linien laufen, die ganz in die durch *A*, *C*, *B* gelegte Fläche fallen werden. Komt nun in eben dieser Fläche ein Strahl nach der geraden Linie *SB* an *B*, welcher erstlich bey *B*, und sodann in seinem ganzen übrigen Wege durch die Luft dergestalt gebrochen wird, daß er endlich

endlich bey A anlanget, und daselbst in ein Auge würket: so liegt der ganze Weg T.III.F.47. dieses Strahls von B bis in A, seiner übrigen Krümmung ohngeachtet, ganz in eben der Fläche ACB, es kann in dieser Fläche eine gerade Linie BE gezogen werden, welche denselben bey B berühret, und diese BE ist nichts anders, als die verlängerte Richtung des Strahls SB. In eben der Fläche kan auch durch A eine gerade Linie gezogen werden, welche den gekrümten Strahl bey diesem Puncte berühret, und die Richtung angiebt, nach welcher er daselbst in das Auge fält. Diese AE wird die vorige SE bey irgend einem Puncte E antreffen, und mit derselben einen Winkel BEA einschliessen, dessen Oeffnung gegen die Erde gekehret ist. Wird aber die gerade Linie SBE in H verlängert, so stellet HEA den Winkel vor, um welchen der Strahl in der Luft von seinem Wege abgebracht worden ist: und EAZ ist der Winkel, welchen der nach EA in das Auge bey A einfallende Strahl mit der Verticallinie ZA einschliesset, und also die scheinbare Entfernung des vermittelst dieses Strahls gesehenen Sterns von dem Zenit. Wird nun auch durch A die AD der HS parallel gezogen, so ist DA der Strahl, in dessen Richtung das Auge A eben den Stern sehen würde, wenn weder die Luft noch sonst etwas da wäre, so die Strahlen brechen könte, und also DAZ die Ergänzung der wahren Höhe dieses Sterns, und sein wahrer Abstand von dem Zenit. Demnach ist EAD der Unterschied beider Höhen, der wahren und der scheinbaren, oder der Ueberschuß der wahren Abweichung des Sterns vom Zenit über die scheinbare: und dieser Winkel EAD, oder der ihm gleiche HEA ist zu dem Winkel EAZ zu bestimmen.

§. 282. Zu dem Ende wird EC gezogen, und in derselben das Punct D bemerket, in welchem sie von der AD geschnitten wird; der Winkel ACX aber dem Winkel AEH gleich gemacht, und XA verbunden. Weil nun auch der Winkel EHC den beiden Dreyecken EAH, CXH gemeinschaftlich ist, so werden diese Dreyecke einander ähnlich, und $AE : HE = XC : HC$. Demnach sind die vier nachstehenden Proportionen richtig:

$$\sin EBC : \sin EHC = HC : BC$$

$$\sin EHC : \sin EAC = XC : HC = (AE : HE)$$

$$\sin EAC : \sin AEC = EC : AC$$

$\sin BEC : \sin EBC = BC : EC$, woraus durch die Zusammensetzung der gleichen Verhältnisse geschlossen wird,

$$\sin BEC : \sin AEC = XC : AC.$$

T.III.F.47. Nun ist aber auch $ADE = DEB$, und also in dem Dreyecke AED, $\sin BEC : \sin AEC = AE : AD$, demnach $AE : AD = XC : AC$. Dadurch werden die Dreyecke AED, CXA, in welchen die gleichen Winkel bey C und A von diesen Seiten eingeschlossen werden, ebenfals ähnlich, und die Seiten derselben AE, CX werden von den Linien DF, AV, welche aus den Spitzen der gleichen Winkel D und A senkrecht darauf fallen, in einerley Verhältniß getheilet; so nehmlich, daß wird $CV : VX = AF : FE$. Wird nun aber AG der EC parallel gemacht, und DF, welche mit der AE einen rechten Winkel einschliesset, bis an dieselbe fortgezogen, so wird auch $AF : FE = FG : FD$, und demnach $CV : VX = FG : FD$. Nun verhält sich $FG : FD$ wie $\tan GAE$ zur $\tan EAD$. Es ist demnach $CV : VX = \tan GAE : \tan EAD$, welche Proportion zu erweisen war, und nun etwas umständlicher zu betrachten ist.

§. 283. Da der Winkel ACX dem EAD gleich gemacht werden muß, so kan er die gröste Refraction, welche auf 33 Minuten gesetzt wird, nie übertreffen, und ist, wenn ZAE sehr spitzig ist, viel kleiner (130). Es ist also auch XV immer dem Puncte A sehr nahe, und VC kaum kleiner als AC, obwol, bey jedem Wachsthume des Winkels ACV, diese VC abnimt. Wird nun der Winkel ZAE vergrössert, zum Beyspiel, um einen Grad, indem vors erste HEA seine Grösse behält, und XC in ihrer Lage bleibt; so wird XV nothwendig kleiner, aber, wegen ihrer geringen Entfernung von A, nur um etwas geringes. Nun wird aber, indem ZAE vergrössert wird, auch der dazu gehörige Refractionswinkel HEA vergrössert; und obwol bey der angenommenen Vergrösserung des Winkels ZAE, der Zuwachs des Winkels HEA gar gering ist: so hat derselbe doch auf die Vergrösserung der XV einen desto grössern Einfluß, je weiter E von X entfernet ist. Ausser dem aber wird eben dadurch, daß HEA zunimt, auch der Winkel ACX vergrössert, wodurch CX noch grösser, und CV kleiner wird. Der Schluß aus diesen allen ist, daß bey dieser, und so bey jeder andern Veränderung des Winkels ZAE, doch die Verhältniß $CV : VX$ ohngefehr die vorige bleiben werde, und daß man, ohne alzuweit von der strengen Wahrheit abzuweichen, diese $CV : VX$ einer gewissen beständigen Verhältniß $n : r$ werde gleich setzen können: woraus folget, daß auch die Verhältniß der Tangente eines jeden Winkels GAE, zu der Tangente des dazu gehörigen Refractionswinkels EAD,

EAD, immer dieselbe bleiben, und der Verhältniß $n:r$ gleich seyn werde; so T. III. F. 47.
daß, wenn diese Verhältniß durch genaue Beobachtungen für eine einzige Höhe ausgemacht wird, sie auch für eine jede andere gelten kan.

§. 284. Es kan aber die Verhältniß $n:r$ aus keiner Beobachtung geschlossen werden, bevor der Winkel *GAE*, dessen Tangente das dritte Glied der Proportion $n:r = tan\ GAE : tan\ EAD$ ausmacht, zu dem Winkel *ZAE* richtig bestimmet ist. Es ist aber dieser Winkel *GAE* der Unterschied der beiden *ZAE* und *ZAG*, und da $ZAG = ACE$, so ist auch $GAE = ZAE - ACE$, und es wird *GAE* zu einem jeden *ZAG* gegeben, sobald *ACE* gegeben wird. Nun ist dieser *ACE* in dem Falle, wenn *ZAE* klein genug ist, so klein, daß er ohne Bedenken weggelassen, und gesetzt werden kan $GAE = ZAE$. Wird also diese kleine scheinbare Entfernung des Sterns vom Zenit d genant, indem D eine jede andere dergleichen Entfernung bedeutet, und e den zu der kleinen d gehörigen Refractionswinkel, E aber den zu der grössern D gehörigen *EAD*, und V den *ACE*, indem der zur kleinern d gehörige Winkel dieser Art als Nichts betrachtet wird: so wird $n:r = tan\ d : tan\ e$, und $n:r = tan\ (D - V) : tan\ E$, also $tan\ d : tan\ e = tan\ (D - V) : tan\ E$, oder $tan\ e : tan\ E = tan\ d : tan\ (D - V)$. Sind nun zu zwo verschiedenen Höhen, derer erstere groß, und die zweite klein genug ist, die Winkel D, E, d, e gefunden worden, so sind die drey erstern Glieder dieser Proportion bekant, und man kan das vierte finden, wodurch der Winkel $D - V$ gegeben wird, welcher von D abgezogen, den gesuchten V übrig läßt.

§. 285. Die sorgfältigsten der heutigen Sternforscher setzen $V = 3E$, und machen also: $n:r = tan(D - 3E) : tan\ E$, und folgends auch $n:r = tan(d - 3e) : tan\ e$; woraus fliesset: $tan(D - 3E) : tan\ E = tan\ (d - 3e) : tan\ e$, oder $tan(D - 3E) : tan(d - 3e) = E : e$. Denn weil diese Winkel immer sehr klein sind, so kan anstatt der Verhältniß $tan\ E : tan\ e$ die Verhältniß der Winkel selbst gebraucht werden. Hiedurch wird es gar leicht die Verhältniß $n:r$ zu finden, welche immer eben dieselbe bleibt. Wenn ein Stern im Horizonte erscheinet, so ist $D = 90°$, und $E = 33'$, also $3E = 1°, 39'$, und $D - 3E = 88°, 21'$. Die Tangente zu $88°, 21'$ ist $347151,15$, und die zu 33 Minuten $95,996$, also die Verhältniß $n:r = 347151,15 : 95,996 = 3616,3 : 1$.

T.III.F.47. §. 286. Soll also zu einer scheinbaren Entfernung vom Zenit, als 50°, der Fehler der Refraction gefunden werden, so ist nur zu machen, $3616,3 : 1 = tan(50° - 3E) : tan\ E$. Es ist andem, daß das dritte Glied dieser Proportion dem gesuchten Winkel E bereits in sich fasset, welcher dadurch als bekant vorausgesetzt wird. Es ist aber auch dieser Winkel E aus den ältern Tafeln immer ohngefehr bekant, und ein kleiner bey demselben begangener Fehler hat in das vierte Glied der Proportion einen so geringen Einfluß, daß dieses dem ohngeachtet, sehr genau bestimmet wird. Ja es kan, wenn D kleiner ist als 45°, E aus dem dritten Gliede gar weggelassen und gesetzt werden, $n : r = tan\ D : tan\ E$; wie auch, weil alsdenn d noch kleiner ist, $tan\ D : tan\ d = E : e$.

Abweichungen von der Regel.

§. 287. Es kan aber die nach einer algemeinen Regel berechnete Refraction nie bey jeder Beschaffenheit der Luft gelten, weil die Strahlen in einer dichtern Luft stärker gebrochen werden, als in einer dünnern. Da uns nun vornehmlich zwo Ursachen bekant sind, so die Luft über einem Orte des Erdbodens dichter oder dünner machen, nehmlich der vermehrte oder verminderte Druck, welchen das Barometer anzeiget, und der veränderte Grad der Wärme, den das Thermometer sichtbar macht: so werden diese zwey Instrumente billig bey den Beobachtungen mit zu Rathe gezogen: und es wird vermittelst derselben die Refraction berechnet, welche die Strahlen bey einer gewissen Beschaffenheit der Luft haben würden; wozu diejenige, bey welcher das Queckſilber im Barometer 28 Zoll hoch, und das im Thermometer auf dem Frierungspuncte stehet, die bequemsten scheinet. Es verhalten sich aber bey eben dem Abstande des Sterns vom Zenit, und bey einerley Wärme, die Grössen der Refractionswinkel wie die Barometerhöhen: und für jede zehn Grade, um welche das Quecksilber in dem farenheitischen Thermometer fält, wird die Refraction um den sechzigsten Theil vermehret. Nach diesen zwo Regeln, die gröstentheils auf der Erfahrung beruhen, kan die Rechnung leicht genug verrichtet werden. Und es hat das Ansehen, daß eine dergestalt verfertigte Refractionstafel, in welcher nehmlich zu jeder scheinbaren Höhe eines Sterns die Grösse des Refractionswinkels angegeben wird, um den ihn die Luft bey der angenommenen Beschaffenheit hebet, für alle Orte des Erdbodens gelten werde: ausser daß in einer grössern Höhe über demselben, oder der Ober-

fläche

fläche des Meeres, die Refraction immer geringer seyn muß, als in einer kleinern, T.III.F.47.
weil dieses aus der Krümmung der Strahlen nothwendig folget. Die angenommene Beschaffenheit der Luft kan die oben angezeigte seyn, bey welcher das Quecksilber im Barometer 28 Zoll hoch, und das in dem Thermometer an dem Frierungspuncte stehet.

§. 288. Bey dem allen bleibt die Refraction in einer geringen Höhe, unter 10 bis 12 Graden, sehr ungewiß: weil in dem langen Wege, welcher alsdann ein Strahl in der Luft, gar nahe an der Oberfläche der Erde, zu machen hat (275), er nothwendig viele Dünste antreffen muß, die sehr veränderlich sind, und die Strahlen bald so bald anders brechen, ohne daß diese Veränderungen der Refraction unter gewisse Gesetze gebracht werden könten.

Von der Parallaxe.

§. 289. Durch die Verbesserung der von der Strahlenbrechung verursachten Fehler, werden die Strahlen, vermittelst welcher wir die himlischen Körper sehen, zu volkommen geraden Linien; und so werden wir sie nunmehro ansehen, indem wir die Luftkugel, welche dieselbe von den geraden Wegen abbringt, die sie ausser dieser Kugel beschreiben, in unsern Gedanken gänzlich vernichten. Alsdenn aber ist bey den Höhen, in welchen uns die Fixsterne zu jeder Zeit erscheinen, keine weitere Verbesserung nöthig. Denn da die Linien *SA*, *SB* (*T. III. Fig.* 48. 49.) welche nach eben dem Fixsterne von zween verschie- T.III.F.48.
denen Puncten der Erde *A* und *B* laufen, als völlig parallel angesehen werden 49.
müssen (142), so ist, wenn *CD* durch diese Puncte *A*, *B* hindurch gehet, bey den Winkeln *CAS*, *CBS*, oder *DBS*, *DAS* nicht der geringste Unterschied zu merken: und wir werden hernach sehen, daß die Sache sich eben so verhalten würde, wenn auch *AB* vielmal grösser wäre, als der ganze Durchmesser der Erde. Ist aber *CD* die zu irgend einem Orte der Erde gehörige Verticallinie, oder nur derselben parallel, so sind die Winkel *CAS*, *CBS* die aus den verschiedenen Puncten *A* und *B* genommene Abweichungen des Sterns von dem Zenit desselben Orts, welche demnach immer einerley bleiben, man mag das Auge in einer solchen Linie setzen wohin man will. Demnach erscheinen uns, die wir uns von der Oberfläche der Erde sehr wenig entfernen können, alle diese Abweichungen nicht grösser oder kleiner, als sie einem Auge erscheinen würden, das sich in dem

T.III. F.48. 49. dem Mittelpuncte derselben befände; wenn nur die durch den Mittelpunct der Erde gelegte Linie, von welcher die Abweichungen genommen werden, immer der Verticallinie des Beobachtungsplatzes parallel ist.

§. 290. Mit andern himlischen Körpern aber, die uns ungemein näher sind als die Fixsterne, verhält sich die Sache ganz anders. Wenn L ein Punct eines dieser Körper vorstellet, von welchem nach A und B die Strahlen LA, LB laufen, so ist der Winkel ALB nicht immer unbeträchtlich; und da dieser Winkel dem Ueberschusse des äussern Winkels CAL über den innern CBL, oder DBL über DAL, gleich ist, so können diese Winkel keineswegs als solche angesehen werden, die einerley Grösse haben. Dieses ist bey eben der Entfernung des Puncts L von A oder B noch vielmehr richtig, wenn eins dieser Puncte ausser der Erde genommen wird, so daß AB grösser wird als der Durchmesser derselben.

§. 291. Wenn AS, BS nach eben dem Fixsterne oder sonst in der Fläche ALB einander parallel gezogen werden, und man stellet sich auch durch L die LM vor, die in eben der Fläche der AS oder BS parallel läuft: so wird der Winkel ALM gleich dem SAL, und BLM gleich dem SBL, also $ALM - BLM = SAL - SBL$, und $ALM + BLM = SAL + SBL$. Nun ist in dem Falle, welchen die acht und vierzigste Figur vorstellet, $ALM - BLM = ALB$, in dem Falle der neun und vierzigsten aber ist, $ALM + BLM = ALB$: demnach in jenem $ALB = SAL - SBL$, und in diesem $ALB = SAL + SBL$. Es wird also durch zween der drey Winkel ALB, SAL, SBL, der dritte in beiden Fällen gegeben, und es ist, wenn die Linien AS und BS beide nach eben dem Fixsterne gezogen sind, SAL die Entfernung des Körpers L von diesem Fixsterne, wie sie einem Auge in A erscheinet; und SBL diejenige, welche ein Auge in B demselben zuschreibt: also ALB der Unterschied oder die Summe dieser scheinbaren Entfernungen. Ist aber AS die zu dem Ort A gehörige Scheitellinie, welcher durch B, so den Mittelpunct der Erde vorstellen mag, die BS parallel lauft: so ist SAL die Abweichung des Körpers L von dem Zenit des Orts A, oder die Ergänzung seiner Höhe, wie sie aus A gesehen wird, und SBL seine Abweichung von eben dem Zenit, als nach welchem BS eben sowol zulauft, wie sie dem Auge in B erscheinet, oder erscheinen würde. Demnach

nach ALB der Unterschied der beiden Abweichungen von eben dem Zenit, T.III.F.48.
oder der Unterschied der beiden aus A und B beobachteten Höhen. 49.

§. 292. Der auf diese oder eine andere Art bestimte Abstand des Orts an dem Sternhimmel, in welchem ein Körper L von dem Auge A gesehen wird, von demjenigen, welchen ihm das Auge B zuschreibt, wie sehr und nach welcher Seite auch B von A entfernet seyn mag, wird die Parallaxe dieses Körpers L genant. Sie ist mancherley nachdem A da oder dort lieget, und B so oder anders genommen wird, und nachdem man den Ort des Körpers L an dem Sternhimmel auf diese oder jene Weise bestimmet; und es werden die verschiedene Arten der Parallaxen durch Beyworte von einander unterschieden, die aus der Sache selbst fliessen.

§. 293. Der leichteste Fall ist der, welchen wir vor uns haben, da die Winkel SAL, SBL in eben die Fläche fallen, in welcher sich die drey Puncte A, B und L befinden; oder, wenn anstatt der Parallelen AS, BS, welche auch ausser der Fläche ABL gezogen werden können, die CD gebraucht wird, die nothwendig in diese Fläche fallen muß. Alsdenn erscheinet L immer in eben der Fläche, und die Parallaxe würket nicht mehr, als was wir gesehen haben. Sie wird auch durch die Winkel CAL, CBL immer auf einerley Art bestimmet, weil ALB immer dem Unterschiede dieser Winkel $CAL - CBL$ gleich ist.

§. 294. Und da in dem Dreyecke LAB, wie in einem jeden andern, die Proportion $\sin CAL : \sin ALB = LB : AB$ statt hat, so kan, wenn die Verhältniß $BL : AB$, samt dem Winkel CAL oder LAB gegeben ist, die Parallaxe ALB immer gefunden werden: und es wird dieselbe desto grösser, je kleiner BL in Ansehung der AB ist, und je weniger CAL von einem rechten Winkel abweichet, weil der Sinus eines rechten Winkels unter allen der gröste ist. Wenn ALB sehr klein ist, so kan hier, wie überal, anstatt des Sinus, der Bogen selbst genommen werden, zu welchem der Sinus gehöret.

Parallaxe der Höhen.

§. 295. Liegt nun A (T. III. F. 50.) in der Oberfläche der Erde, T.III.F.50.
und ist DB die Scheitellinie dieses Orts, welche bey dem Mittelpuncte der Erde C vorbeygehet, wie dieses, da die Erde keine volkommene Kugel ist, allerdings

T.III.F.50. geschehen kan: und man ziehet von A und C nach dem Puncte L gerade Linien, deren letztere die DB schneiden wird, wenn L in der durch DB und C gehenden Fläche liegt, welches wir hier annehmen: so ist DAL die Ergänzung der scheinbaren Höhe des Körpers L, oder seine Abweichung von dem Zenit, wie sie bey A durch die Beobachtung gefunden wird. Soll aber die Abweichung eben des Puncts L von dem Zenit des Orts vorgestellet werden, wie sie einem Auge in dem Mittelpuncte der Erde erscheinen würde, so muß CE der DB parallel gezogen werden, welche nach eben dem Zenit laufen, und überhaupt von der DB sehr wenig entfernet seyn wird. Alsdenn ist ECL die verlangte Abweichung: und da der Winkel DBL dem ECL gleich ist, so wird auch DBL diese Abweichung, oder die Ergänzung der Höhe des Körpers L angeben. Die durch DB und C gelegte Fläche ist die Mittagsfläche des Orts A, welche die Erde durch ihre Axe PQ schneidet, so daß die verlängerte DB ebenfalls an diese PQ anlaufen muß. Dadurch entstehet der Winkel PFA, welcher die Höhe des Aequators für den Ort A angiebt. Es kan also für diesen Ort A die Länge des Radius AC, samt der Grösse des Winkels CAB, welchen die von A nach dem Mittelpuncte der Erde gezogene AC mit AB der Scheitellinie des Orts A, einschliesset, wie (271. 272) gewiesen worden ist, aus der Gestalt der Erde geschlossen werden. Dadurch wird der Winkel CAL ebenfals bekant, sobald der DAL durch die Beobachtung gefunden ist; CL aber ist die Entfernung des Puncts L von C. Ist demnach auch diese gegeben, so wird aus $CL : CA = \sin CAL : \sin ALC$ die Parallaxe ALC, von welcher hier die Rede ist, für jede scheinbare Mittagshöhe gefunden, aber für keine andere.

§. 296. Es ist aber nur alsdenn nöthig mit der angezeigten Strenge zu verfahren, wenn CL in Ansehung der CA etwas klein ist, und alles sehr genau genommen werden muß. Ausserdem kan erstlich für CA der mittlere Halbmesser der Erde (266) angenommen werden, von welchem diese veränderliche CA niemals vielmehr, als um seinen 360sten Theil abweichet, welches keinen grössern Fehler in die Parallaxe bringen kan, als der den eben so vielsten Theil des Ganzen beträget: und zweitens kan man auch den Mittelpunct C selbst in die Verticallinie AB setzen, dadurch der Winkel CAB vernichtet, und CAL dem BAL gleich gemacht wird. Denn der Winkel CAB ist nie sehr beträchtlich (273), wiewol der von der Vernichtung desselben herrührende Fehler grösser seyn

mag

mag, als der vorige. Es heisset aber, der AC eine beständige Grösse geben, und den Mittelpunct C in die Verticallinie DB bringen, in der That nichts anders, als der Erde die Gestalt einer völlig runden Kugel zuschreiben, denn es werden dadurch alle Mittagskreise derselben zu Cirkeln gemacht. T.III.F.50.

§. 297. Wird nun, wie bey den angezeigten Umständen immer geschehen kan, die Erde als eine richtige Kugel betrachtet, so kan (*T. III. F.* 51.) LAC eine jede Verticalfläche vorstellen, in welcher sich der Punct L befindet, und der Winkel ALC die Parallaxe einer jeden Höhe, in welcher Verticalfläche diese auch genommen seyn mag. Demnach wird nunmehro vermittelst der Proportion $CL : AC = \sin DAL : \sin ALC$ die Parallaxe der Höhe genau genug gefunden, und desto genauer, je grösser CL in Ansehung der AC ist. Es bleibt aber in dieser Proportion die Verhältniß $CL : AC$ einerley, so lange der Abstand des Körpers L von C nicht geändert wird. Und alsdenn komt es bey der Bestimmung der Grösse der Parallaxe blos auf den Winkel DAL an, mit welchem dieselbe zugleich wächset und abnimt (294). Befindet sich der Körper in der Verticallinie DA, so verschwindet der Winkel DAL ganz und gar. Es kan also kein Körper, der sich irgendwo in dieser DA aufhält, einige Parallaxe haben, wie auch vor sich leicht zu sehen ist. Entfernet sich der Körper von D, nach L, H; so wird seine Parallaxe immer grösser, indem, wenn sie klein genug ist, die Parallaxe der Höhe selbst, sonst aber ihr Sinus, in eben der Verhältniß zunimt, in welcher der Sinus des Winkels DAL wächset. T.III.F.51.

Die Horizontparallaxe.

§. 298. Es kan aber dieser Winkel DAL nicht grösser werden, als der rechte Winkel DAH: weil AH in die Horizontfläche des Orts A fällt, die den sichtbaren Theil des Himmels von dem unsichtbaren absondert. Befindet sich also ein Körper in AH, so ist die Parallaxe seiner Höhe die größte unter allen, die er haben kan, und weil alsdenn $\sin DAH = 1$, so ist $CH : AC = 1 : \sin AHC$. Diese gröste Parallaxe wird die Horizontparallaxe des Körpers oder Puncts H genennet. Eben diese Horizontparallaxe des Puncts H ist auch der Winkel, unter welchen der halbe Durchmesser der Erde AC aus H gesehen wird, so daß dieser scheinbare Halbmesser, wie die Horizontparallaxe, aus der Entfernung CH, und aus dem Halbmesser AC selbst, gefunden werden kan, und wenn CH nicht zu klein ist, durch die Verdoppelung derselben der Winkel

 in

T. III. F. 51. in welchem eben das Auge den ganzen Durchmesser der Erde sehen würde, ohne merklichen Fehler herausgebracht wird. Man siehet leicht, daß dieses auch bey einem jeden andern kugelrunden Körper gelten müsse, dessen Mittelpunt in C lieget. Die Horizontparallaxe des Puncts H aus A betrachtet, giebt immer zugleich den Winkel, in welchem der halbe Durchmesser AC einem Auge in H erscheinet.

§. 299. Wenn wir der Kürze wegen den Winkel LAH, welcher die scheinbare Höhe des Puncts L über den Horizont angiebt, A nennen, die dazu gehörige Parallaxe ALC aber mit P, die Entfernung CH, mit D, und AC mit R bezeichnen; so wird die Proportion $CH : AC = \sin DAL : \sin ALC$ auch also ausgedruckt: $D : R = \cos A : \sin P$. Denn es ist $\sin DAL = \cos LAH = \cos A$. Nimt man aber anstatt der Erde einen andern Körper, dessen Halbmesser r grösser oder kleiner ist als R, und anstatt der Entfernung D, eine andere d, indem a die scheinbare Höhe dieses andern Körpers, und p seine Parallaxe in dieser Höhe bedeutet, so wird auch $d : r = \cos a : \sin p$. Aus diesen zwo Proportionen folgen, nachdem einige Glieder der einen diesen oder jenen Gliedern der andern gleich sind, oder sonst durch dieselbe bestimmt werden, verschiedene nicht unerhebliche Schlüsse, bey welchen wir uns desto weniger aufzuhalten haben, je leichter es ist, sie herauszubringen. Das einzige wollen wir anmerken, daß wenn die Verhältniß $D : R$ immer einerley bleibt, und also der $d : r$ gleich ist, die Parallaxen aber nicht viel über einen Grad betragen, seyn werde $\cos A : \cos a = P : p$. Ist nun P die Parallaxe im Horizonte, so ist $\cos A = 1$, und es wird eine jede andere Parallaxe aus derselben nach der leichten Vorschrift $p = P . \cos a$ berechnet.

§. 300. Nach dieser Vorschrift wird immer zu der scheinbaren Höhe a die Parallaxe p gefunden, welche von der a abgezogen, die wahre Höhe $a - p$ geben wird. Ist aber diese wahre Höhe $a - p$ gegeben, und man sol aus derselben die Parallaxe, und vermittelst derselben die scheinbare Höhe a finden; so kan immer zu der Höhe $a - p$, als ob sie die scheinbare wäre, die Parallaxe genommen werden. Diese wird von der p gar wenig verschieden seyn, und wenn man sie zu $a - p$ hinzusetzet, a so genau geben, daß die zu dieser Höhe, als ob sie in der That die scheinbare wäre, gehörige Parallaxe als volkommen richtig angesehen werden kan. Will man aber völlig genau verfahren,

fahren, so kan immer zu der durch die erste Rechnung entdeckten a, als ob sie T. III. F. 51. volkommen richtig wäre, und die scheinbare Höhe ohne Fehler angäbe, die Parallaxe p noch einmal gesucht, und, anstatt der vorigen, diese leztere p zu der wahren Höhe $a - p$ gesezt werden.

§. 301. Durch die Parallaxen der Höhen werden bey den himlischen Körpern, die derselben unterworfen sind, die Mittagshöhen, die Abweichungen von dem Gleicher, die Entfernungen von der Mittagsfläche, und überhaupt alle Erscheinungen geändert, in welche die Höhe einen Einfluß hat, und zu deren Bestimmung sie etwas beyträgt. Und diese Abweichungen betragen bey jedem dieser Körper mehr oder weniger, nachdem seine Parallaxe in einer gewissen Höhe grösser oder kleiner ist. Sie hat aber auch in der Sternkunde einen gar grossen Nutzen, und dienet vornehmlich zu finden, wie weit ein Körper, dessen Parallaxe nicht alzu klein ist, von dem Mittelpuncte der Erde entfernet sey. Man gebrauchet dazu vorzüglich die Horizontparallaxen, als die grösten, die ein Körper haben kan. Wenn auch hier P diese Parallaxe, D die Entfernung des Körpers, und R den halben Durchmesser der Erde bedeutet, so giebt die Proportion $D : R = 1 : \sin P$, die Verhältniß $D : R$, so bald nur P gefunden ist, und man hat die Entfernung D, weil R als bekant angesehen wird.

§. 302. Es ist andem, daß dieses nur in dem Falle richtig sey, wenn die Erde als volkommen rund betrachtet werden kan, und es verhält sich die Sache etwas anders, wenn auf die Abweichung derselben von der Gestalt einer Kugel mit gesehen wird. Wenn hier (*T. III. F.* 50.) der Winkel DAL gerade ist, T. III. F. 50. und also L im Horizonte erscheinet, so ist $CAL = LAB + CAB = 90° + CAB$, und also $\sin CAL = \cos CAB$; wodurch aus der Proportion $CL : CA = \sin CAL : \sin ALC$ diese andere wird, $CL : CA = \cos CAB : \sin P$, in welcher P die Horizontparallaxe in der Mittagsfläche bedeutet; die nehmlich der Körper L haben würde, wenn er aus A genau in dem Puncte des Horizonts erschiene, welches die Schiffer Süd nennen. Es wird aber, sobald P bekant ist, durch diese Proportion die Verhältniß $CL : CA$ ebenfals gegeben, weil man den Winkel CAB, für den Ort A, dessen Breite bekant ist, aus der Gestalt der Erde herleiten kan (272): und es kan alsdann auch die Verhältniß der Entfernung CL zu einem jeden andern Radius der Erde gefunden werden, nachdem (271.) gewiesen worden ist, wie jede zwo derglei-

 chen

T.III.F.50. chen zu zween in der Oberfläche der Erde angenommenen Oertern gehörige Entfernungen durch die Breiten dieser Oerter bestimmt, und also mit einander verglichen werden können.

§. 303. Es werden aber auch, wenn alles so genau genommen, und die Abweichung der Gestalt der Erde von einer Kugel mit in Betrachtung gezogen wird, selbst die in den Mittagsflächen genommene Horizontparallaxen eines Körpers, an Oertern von verschiedener Polhöhe oder Breite, von einander verschieden. Denn wenn wir wieder CL durch D, den Radius der Erde für den Ort A durch R, und seine Horizontparallaxe in der Mittagsfläche durch P ausdrucken, und die Buchstaben d, r, p, für einen andern Ort des Erdbodens eben diese Dinge bedeuten lassen, anstatt $\cos CAB$ aber, oder eines jeden andern dergleichen Winkels, die Einheit setzen, welches, da diese Winkel sehr klein sind, immer geschehen kan, so wird $D : R = 1 : \sin P$, und $d : r = 1 : \sin p$. Da nun $D = d$, so fliesset hieraus $R : r = \sin P : \sin p = P : p$. Es kan aber vermittelst dieser Proportion aus einer der P, p die andere geschlossen werden, wenn nur die Verhältniß der zu den beiden Oertern gehörigen R, r bekant ist.

Die Horizontparallaxe eines himlischen Körpers zu finden.

§. 304. Zu der würklichen Berichtigung der Horizontparallaxe eines himlischen Körpers aber giebt es verschiedene Wege, deren jeder seine Schwierigkeit hat, welche vornehmlich davon herrühren, daß diese Parallaxen überhaupt klein, und wenn wir den Mond ausnehmen, gar sehr klein sind, und also mit der äussersten Sorgfalt bestimmet seyn wollen. Es kan aber hier nur ein einziger dieser Wege erkläret werden, weil die übrigen verschiedenes voraussetzen, so erst in dem nachfolgenden beygebracht werden wird. Die Erde wird genommen, wie sie ist, und nicht als kugelrund betrachtet, ob wol die meisten himlischen Körper dieses gar wohl erlauben.

T.III.F.52. §. 305. Es sey (*T.III.F.52.*) $PAEQ$ einer der Mittagskreise der Erde, und in demselben A, E zween Beobachtungsplätze, einer an dieser Seite der Linie, der andere an der andern. Denn dieses ist besser, als wenn sie beide an eben der Seite des Gleichers genommen werden; und überhaupt wird die Parallaxe desto zuverläßiger herausgebracht, je weiter diese Plätze A, E von einander entfernet

sind.

sind. Werden nun, indem sich der Punct L, dessen Parallaxe gesucht wird, in der Mittagsfläche eben dieser Oerter A und E befindet, nach denselben die zwo Linien AL und EL gezogen, so ist (291) gewiesen worden, wie der Winkel ALE zu finden sey, und wir können also diesen Winkel hier als bekant annehmen. Die von L nach dem Mittelpuncte der Erde C gezogene LC theilet diesen Winkel in zween Theile, so daß $ALC + CLE = ALE$; und weil diese Winkel sehr klein sind, so kan auch gesetzt werden $\sin ALC + \sin CLE = \sin ALE$. Werden nun auch zu den Stellen A und E, deren Breiten bekant seyn müssen, die Scheitellinien DB, GF, und nach dem Mittelpuncte der Erde C die AC, EC gezogen: so sind die Winkel CAB, CEF samt den Entfernungen AC und EC aus der Gestalt der Erde bekant: die Winkel DAL aber und GEL können gemessen werden, worauf BAL und FEL, wie auch $CAL = CAB + BAL$ und $CEL = CEF + FEL$ sich ebenfals darbieten Nun ist $AC : CL = \sin ALC : \sin CAL$, und $EC : CL = \sin CLE : \sin CEL$; folgends $AC. \sin CAL = CL. \sin ALC$, und $EC. \sin CEL = CL. \sin CLE$. Wird nun gleiches zu gleichen gesetzt, so kömt $AC. \sin CAL + EC. \sin CEL = CL. \sin ALC + CL. \sin CLE = CL (\sin ALC + \sin CLE) = CL. \sin ALE$; und wenn beiderseits durch $\sin P$ multipliciret wird $(AC. \sin CAL + EC. \sin CEL) \sin P = CL. \sin P. \sin ALE$. Es sol hier P wieder die in der Mittagsfläche genommene Horizontparallaxe des Orts A bedeuten, wodurch wird $CL : AC = 1 : \sin P$, und also $CL. \sin P = AC$, welches an den gehörigen Ort gesetzt, giebt: $(AC. \sin CAL + EC. \sin CEL) \sin P = AC. \sin ALE$, oder $(AC. \sin CAL + EC. \sin CEL) : AC = \sin ALE : \sin P = ALE : P$. T.III.F.52.

§. 306. Diese Proportion bestimt allerdings die Parallaxe P aus dem Winkel ALE durch hinlänglich bekante Dinge. Es muß aber in derselben in dem Falle, da E an eben der Seite des Gleichers liegt, an welcher sich A befindet, zum ersten Gliede, anstatt der Summe, der Unterschied $AC. \sin CAL - EC. \sin CEL$ genommen werden, wie gar leicht zu sehen ist. Ist $CE = CA$, welches immer gesetzt werden muß, wenn man der Erde die richtige Gestalt einer Kugel zuschreibet, so kömt für den ersten Fall $\sin CAL + \sin CEL : 1 = ALE : P$ und für den zweiten $\sin CAL - \sin CLE : 1 = ALE : P$, welches sich sogleich zeiget, wenn in dem ersten Gliede der Proportion AC anstatt EC geschrieben wird.

Zusam-

Zusammengesetzte Parallaxe.

T.III.F.52. §. 307. Die bisher betrachtete Parallaxe können wir die Einfache nennen, weil sie durch den einzigen Winkel *ALC* gegeben wird. Sie hat in dem Falle statt, wenn die drey Puncte *A*, *C* und *L* sämtlich in eben der Fläche liegen, in welcher also *L* sowol aus *A* als aus *C* gesehen wird, so daß von der Lage dieser Fläche keine Frage ist. Nun kan zwar durch die drey Puncte *A*, *C* und *L* immer eine Fläche gelegt werden: es bekomt aber diese Fläche nicht immer eine schickliche Lage, welche in der Astronomie mit Bequemlichkeit könte ge-
T.IV.F.53. braucht werden. In solchen Fällen wird (*T. IV. Fig.* 53.) nur durch den einen Standpunct *A*, und durch den Gegenstand *L* eine Fläche *DM* gelegt, welche sich zu den übrigen Absichten schicket, durch den Punct *C* und *L* aber eine andere von eben der Art *EM*, welche die vorige schneiden wird. Geschiehet dieses in *LM*, so wird erstlich die Grösse des Winkels *CMN* ausgemacht, welchen die Flächen *DM* und *EM* mit einander einschliessen; und zweitens der Unterschied der beiden Winkel *ALM* und *CLM* erforschet, welchen die in diesen Flächen gezogene *AL* und *CL* mit der Schneidungslinie *LM* einschliessen. Dieses giebt eine zusammengesetzte Parallaxe, weil dabey zween Winkel gebraucht werden, deren jeder seine besondere Benennung bekommen kan.

§. 308. Sie komt fürnehmlich bey der Erde vor, wenn diese nicht als
T.IV.F.54. eine volkommen runde Kugel betrachtet werden kan. Es sey (*T. IV. F.* 54. 55.)
55. *A* ein Punct in der Oberfläche der Erde, und *DAG* sey die Verticallinie desselben, *L* der aus *A* betrachtete Gegenstand, und durch diesen *LM* der *DG* parallel, welche folgends in eine der Verticalflächen des Orts *A* fallen, und *ALM* dem Winkel *DAL* gleich machen wird. Es wird nun nicht angenommen, daß diese Verticalfläche *AGML* die Mittagsfläche des Orts *A* sey. Sie würde es aber seyn, wenn sie zugleich durch den Mittelpunct der Erde *C* hindurch gienge, welchen man sich demnach ausserhalb derselben *AGML*, an dieser oder jener Seite vorstellen muß. Es sey aber durch diesen Mittelpunct *C* eine andere Fläche *CME* dergestalt gelegt, daß *DG* auf dieselbe perpendicular falle, welche Fläche *CMG* demnach dem Horizonte des Orts *A* parallel seyn, und die Fläche *AGML* dergestalt schneiden wird, daß auch *AGM* und *GML* rechte Winkel werden. Wird aber auch von dem Mittelpuncte der Erde *C* nach *L* die *CL* gezogen, und *CM* verknüpft, so wird das Dreyeck *CML* ebenfalls

falls bey *M* rechtwinklicht, und in demselben der Winkel *LCM* die wahre Hö- *T.IV.F.*54.
he, in welcher *L* einem Auge in *C* erscheinen würde, folgends *CLM* die Ergänzung die- 55.
ser Höhe. Der Winkel *CMG* aber ist derjenige, welchen die durch *C* gelegte Fläche *CML* mit der durch *A* gelegten *DGML* einschliesset, und wird zuerst gesucht.

§. 309. Zu dem Ende wird in der Fläche *CMG*, aus dem Mittelpuncte der Erde *C* durch das Punct *G*, in welchem die verlängerte Verticallinie *DA* diese Fläche erreichet, die *CG* gezogen, und nach Belieben in *H* verlängert, welche *CGH* eben die Linie seyn wird, so in der 50sten Figur mit den nehmlichen Buchstaben bezeichnet ist. Es wird also diese *CGH* der Mittagslinie des Orts *A* parallel laufen: und weil *C* uns, die wir die mitternächtige Hälfte des Erdbodens bewohnen, von dem Puncte *G* gegen Norden liegt, so wird der Winkel *HGM* das Azimuth des Körpers *L*, wie dieses einem Beobachter in *A* erscheinet, und einem Auge in *G* erscheinen würde, vorstellen. Es ist nehmlich die durch *ACH* zu legende Fläche die Mittagsfläche des Orts *A*, welche mit der durch *L* gehenden Verticalfläche den Winkel *HGM* einschliesset, der immer von der Südseite, durch Ost oder West, nach der Nordseite zu gerechnet wird, und also, wie in der 54sten Zeichnung, kleiner, oder wie in der 55sten, grösser seyn kan, als ein rechter Winkel. Wird nun dieses Azimuth Z genennet, der Winkel *CLM* aber *B*, indem *CL* noch immer durch *D*, die Entfernung des Puncts *A* von dem Mittelpuncte der Erde, oder der Radius *AC* durch *R*, und der Winkel *CAG* durch *a*, die in der Mittagsfläche *ACH* genommene Horizontparallaxe aber durch *P* bedeutet wird, so ist

$$CG : R = \sin a : 1$$
$$R : D = \sin P : 1$$
$$D : CM = 1 : \sin B$$
$$CM : CG = \sin Z : \sin CMG.$$

Also $\sin B . \sin CMG = \sin a . \sin P . \sin Z$, und $\sin B : \sin a . \sin Z = \sin P : \sin CMG = P : CMG$. Der vermittelst dieser Proportion zu findende Winkel *CMG*, kan die Parallaxe des Azimuths genennet werden.

§. 310. Um nun auch die Parallaxe der Höhe, oder den Unterschied der Winkel *ALM* und *CLM* zu finden, drehe man die Fläche *CLM* so lange um *LM*, bis sie durch *DG* hindurch gehet. Bey dieser Bewegung beschreibet *CM* den Cirkelbogen *CE* um den Mittelpunct *M*, und es wird *EM* = *CM*, indem auch *EL* der *CL*, und der Winkel *ELM* dem *CLM* gleich bleiben.

 Also

T. IV. F. 54. 55. Also ist *ALE*, der Unterschied der beiden Winkel *ALM* und *ELM*, die verlangte Parallaxe. Nun ist aber der Bogen *CE* so klein, daß er für eine gerade Linie angenommen werden kan, welche auf *EM* perpendicular fällt, und das bey *E* rechtwinklichte Dreyeck *CEG* schliesset, zu welchem $HGM = Z$, und also $\sin CGE = \sin HGM = \sin Z$, folgends $\sin GCE = \cos Z$. Es ist demnach $GC : GE = 1 : \cos CGE = 1 : \cos Z$, und also $GE = GC. \cos Z$. Wird nun auch *AE* gezogen, so kan aus dieser *GE*, und der ebenfalls bekanten *AG* der Winkel *EAG* gefunden werden, welcher zu dem aus der Beobachtung bekanten *LAG* hinzugesetzt, oder davon abgezogen, nach dem *HGM* spitzig oder stumpf ist, den Winkel *EAL* giebet. Alsdenn bestimmet die Proportion $EL : EA$ oder auch $D : R = \sin EAL : \sin ALE$ die gesuchte Parallaxe. Es wird aber die Linie *AG* als bekant angesehen, weil sie aus dem bekanten Winkel *CAG*, welchen die Verticallinie *DG* mit dem Radius *AC* einschliesset, und aus diesem Radius *AC* leicht zu finden ist, wenn man sie als eine Seite des Dreyecks *AGC* ansiehet. Eben so leicht wird auch die dritte Seite *GC* dieses bey *G* rechtwinklichten Dreyecks *AGC* gefunden, aus welcher *GC* und dem Winkel *CGE* alsdenn auch die *GE*, wie eben gesagt worden ist, zu berechnen stehet.

§. 311. Eben diese Parallaxe kan auch gefunden werden, wenn man *GL* ziehet, und annimt daß sie der *EL* gleich sey, welches wegen des geringen Unterschiedes dieser Linien gar wol geschehen kan. Alsdenn ist *ALG* die Parallaxe zu den Standpuncten *A* und *G*, deren letzteres in den Mittelpunct der Erde fält, wenn man diese als kugelrund ansiehet, und *AG* für ihren Halbmesser nimt. Diese Parallaxe *ALG* wird also, wie (297) gewiesen worden ist, gefunden, und vermittelst derselben der Winkel *DGL*, samt dessen Ergänzung *LGM*. Aus diesem Winkel wird ferner vermittelst der Proportion $EL : EG = \sin LGM : \sin ELG$, der Winkel *ELG* geschlossen, welcher, wenn *HGM* spitzig ist, von *ALG* abgezogen, ist er aber stumpf, zu *ALG* hinzugesetzt, die verlangte Parallaxe *ALE* geben wird.

§. 312. In der ersten dieser Proportionen $\sin B : \sin a. \sin Z = P : CMG$, da *CMG* die Parallaxe des Azimuths vorstellet, ist *a* immer sehr klein, wodurch auch das zweite Glied derselben $\sin a. \sin Z$ viel kleiner wird als das erste. Also

ist

ist immer *CMG* viel kleiner, als die in der Mittagsfläche genommene Horizont- *T.IV.F.*54.
parallaxe *P*, und beträgt auch bey der allergrösten *P*, die wir an dem 55.
Himmel wahrnehmen, etwas gar geringes. Dadurch wird unnöthig, es mit den Winkeln *B* und Z so genau zu nehmen, weil diese Winkel weit genug von der Wahrheit abweichen können, ohne daß deswegen *CMG* um eine Secunde zu groß oder zu klein komme. Eben dieses ist auch richtig, wenn zur Erfindung der Parallaxe der Höhe *GE* gesucht wird. Da der Winkel *EAG* immer sehr klein ist, so kan ein geringer Fehler bey dieser Linie, welcher davon herrühret, daß in $GE = GE. \cos Z$, das Azimuth Z etwas zu groß oder zu klein genommen worden, den Winkel *EAG* nicht so sehr ändern, daß dadurch des vermittelst der Proportion $D : R = \sin EAL : \sin ALE$ gesuchten Winkels *ALE* Abweichung von der strengsten Wahrheit beträchtlich würde. Und überal kan *AG* dem zu dem Orte *A* gehörigen Radius der Erde *AC* gleich genommen werden. Aber vorzüglich klein ist der Winkel *GLE*, und es kan fast gar nichts betragen, wenn bey der Berechnung desselben anstatt *EG* die *CG* genommen wird. Diese und andere dergleichen Kunstgriffe können die Berechnungen der Parallaxen, bey welchen auf die eigentliche Gestalt der Erde mit gesehen werden muß, merklich erleichtern. So lang aber diese Gestalt, und vornehmlich die Verhältniß des Durchmessers des Gleichers der Erde zu der Länge ihrer Axe, nicht mit völliger Zuverläßigkeit bestimmet wird, bleiben die Parallaxen des Mondes immer zweifelhaft; wiewol diese Zweifel gröstentheils nur fast unmerkliche Kleinigkeiten betreffen können, wenn die Gestalt der Erde von einer vollkommen runden Kugel viel weniger abweichet, als gemeiniglich angenommen wird. Die übrigen himlischen Körper sind so weit von der Erde entfernet, und ihre Parallaxen, so klein, daß die Fehler, welche bey denselben entstehen, wenn man, wieder die strengste Wahrheit, der Erde die Gestalt einer genauen Kugel zuschreibt, kaum jemals in Betrachtung kommen.

Der
Astronomischen Vorlesungen
fünfter Abschnitt.
Von der Fläche der Sonnenbahn.

Grösse und Entfernung der Sonne.

§. 313.

Nach den Fixsternen, welche die Sternforscher auch aus der Ursache betrachten und in Ordnung bringen musten, damit sie sich in den Stand setzten, auf eine leichte Art von den Stellen und Bewegungen der übrigen himlischen Körper richtige Begriffe zu erlangen, biethet sich unserer nächsten Betrachtung die Sonne vorzüglich dar. Diese erscheinet uns nicht als ein blosser Punct, wie uns die Fixsterne erscheinen, wenn wir sie durch Fernröhre ansehen (139); die sie von den Nebenstrahlen befreyen, welche die von denselben erleuchtete Lufttheilchen in das Auge bringen. Denn diese machen, daß die mit den blossen Augen betrachteten Fixsterne blinken, und grösser erscheinen, als sie solten, weil wir die Nebenstrahlen von denen, die unmittelbar von dem Körper des Sterns kommen, nicht zu unterscheiden wissen. Die Sonne erscheinet uns als eine Scheibe von beträchtlicher Grösse, deren Theile gemeiniglich gleich stark leuchten, sie mögen in der Mitte der Scheibe, oder bey ihrem Rande liegen, wenn sie nur einander gleich genommen werden. Bey dem allen zweifelt niemand, daß die Sonne die Gestalt einer Kugel habe; und wer dieses leugnen wolte, könte gar leicht durch die von Zeit zu Zeit in derselben zum Vorschein kommende dunkle Flecken überführet werden. Denn diese zeigen durch ihre Bewegung, daß die Sonne nicht immer eben die Seite gegen uns kehre, sondern sich, wiewol langsam, um ihren Mittelpunct herumdrehe. Es kan aber kein sich drehender Körper uns immer als eine Scheibe erscheinen, wenn er nicht die Gestalt einer Kugel hat.

 §. 314.

§. 314. Der halbe Durchmesser der Sonnenscheibe zeiget sich uns nie unter einem Winkel, der kleiner wäre als 15 Minuten und 47 Secunden, und wächset bis zu 16 Minuten und 19 Secunden, zwischen welchen zwo Zahlen 16 Minuten und 3 Secunden in der Mitte stehen. Bey einem so kleinen Winkel kan der halbe Durchmesser dieser Scheibe von dem halben Durchmesser der Sonne selbst, nicht merklich verschieden seyn, wie jederman leicht sehen wird, der nur die Augen auf (*T. IV. Fig.* 56.) wirft, in welcher *S* den Mittelpunct der von der Erde unter dem Winkel *ATB* gesehenen Sonne, *AS* oder *SB* ihren halben Durchmesser, *AB* den Durchmesser der Scheibe, die wir zu sehen vermeinen, und *AC* seine Hälfte vorstellt. Denn der Winkel *SAC* ist weder grösser noch kleiner als *ATS*. Es verhält sich also der halbe Durchmesser der Sonne *AS* zu *AC* dem Halbmesser der Scheibe, wie der Radius zu dem Cosinus eines Winkels, welcher aufs höchste $16\frac{1}{3}$ Minuten ausmachet. Woraus folgt, daß der Unterschied dieser zwo Linien *AS*, *AC* kaum 112 solcher Theile betrage, deren zehen Millionen die *AS* ausmachen. Bey so gestalten Sachen giebt jede der angegebenen Zahlen, wenn sie verdoppelt wird, den scheinbaren Durchmesser der Sonne, welcher demnach veränderlich, und zu einer Zeit grösser ist, als zu einer andern. Diese Veränderung zeigt, daß die Sonne bald der Erde näher sey, bald sich mehr von derselben entferne. Denn wovon solte sie sonst herrühren? *T.IV.F.*56.

§. 315. Die Parallaxe der Sonne, selbst diejenige, mit welcher sie uns in dem Horizonte erscheinet, ist schwer auszumachen; wenigstens wollen die erklärten Mittel nicht hinlangen, dieselbe mit einer zuverläßigen Richtigkeit zu bestimmen. Dieses zeigt, daß sie sehr geringe seyn müsse, und überführet uns von einer gar grossen Entfernung der Sonne von unserer Erde. Durch andere Wege, welche eine nähere Käntniß des Himmels darbiethet, ist man endlich dahin kommen, daß diese Horizontparallaxe mit einiger Zuverläßigkeit auf $8\frac{1}{2}$ Secunden gesetzt werden kan: etwas darüber oder darunter. Und vermittelst dieser Parallaxe ist es leicht den Abstand der Sonne von uns, mit dem halben Durchmesser der Erde zu vergleichen. Denn wenn (*T. IV. Fig.* 57.) *T* den Mittelpunct der Erde und *S* *T.IV.F.*57.
der Mittelpunct der Sonne ist, und der Winkel *AST*, als die Horizontparallaxe des Puncts *S*, auf 8,6 Secunden gesetzt wird: So muß *TS* 206264,8 Theilchen enthalten, deren 8,6 auf *TA* gehen (80): weil die erste dieser Zahlen die Menge der in *TS* enthaltenen Secunden des Bogens *TA* ausdrücket, (299. 294), und

T.IV.F.57. also *TA* sich zu *TS* wie 86 zu 2062648, oder wie 1 zu 23984 verhalten. Es ist also der Mittelpunct der Sonne beynahe um 23984 halbe Durchmesser der Erde von dieser entfernet, welche Zahl 860 mal genommen (267), die Zahl der in dieser Entfernung enthaltenen Meilen 20626240 giebt. Wir können 20 Millionen von Meilen setzen, welche Zahl von der wahren gar wenig abweichet.

§. 316. Was aber die Verhältniß des halben Durchmessers der Sonne *SB* zu dem halben Durchmesser der Erde *TA* anlangt: so ist auch ohne Beyhülfe der oben beygebrachten Anmerkungen blos aus der gegenwärtigen Zeichnung zu schliessen, daß diese Verhältniß *SB* : *TA* der Verhältniß des Winkels *BTS* zu dem Winkel *AST*, das ist, der Verhältniß des scheinbaren Halbmessers der Sonne, zu der Horizontparallaxe derselben, gleich seyn werde. Da also die mittlere Grösse von *BTS*, 16 Minuten und 3 Secunden oder 963 Secunden beträgt (314), so ist $SB : AT = 963 : 8{,}6 = 112 : 1$, und der halbe Durchmesser der Sonne ist 112 mal so groß, als der Halbmesser der Erde.

§. 317. Bey dieser Grösse der Sonne, welche macht, daß bey ihrer ungeheuren Entfernung sie uns dennoch unter einem Winkel erscheinet, dessen Bogen grösser ist als die Hälfte eines Grades, ist die von der Erde gezogene Linie, welche ihren Ort an dem Himmel bestimmen soll, immer durch den Mittelpunct derselben zu ziehen, welches einige Schwierigkeit macht, da dieser Punct nicht besonders bezeichnet ist. Doch da eben die gerade Linie, welche nach dem Mittelpuncte der Sonnenscheibe gehet, verlängert, auch durch den Mittelpunct ihres Körpers gehen muß: so kan die Höhe dieses Puncts aus der Höhe des obern oder untern Randes der Scheibe geschlossen werden, wenn man von jener, den durch eine besondere Beobachtung oder sonst bekanten scheinbaren Halbmesser der Sonne, abziehet, oder zu dieser zusetzet. Und wenn der Zeitpunct gesucht wird, in welchem der Mittelpunct der Sonne, durch die Mittagsfläche gehet: so können die zween Zeitpuncte angemerket werden, in deren ersten der vorhergehende, und in dem zweiten der nachfolgende Rand der Sonne, diese Fläche berühret. Denn der gesuchte Zeitpunct stehet zwischen diesen zween genau in der Mitte. Geschickte Beobachter wissen noch andere Wege, zu diesem Zwecke zu gelangen.

Von dem Schatten der Sonne.

§. 318. Es kan zur Bestimmung des Standes der Sonne auch der Schatten gebraucht werden, welchen ein jeder von derselben erleuchteter Körper hinter sich wirft, oder ein vermittelst eines Lochs von den übrigen abgesonderter Strahl derselben, wenn nur dabey mit der gehörigen Vorsicht verfahren wird. Denn es komt auch hier auf die gerade Linie an, welche von dem Beobachtungsplatze nach dem Mittelpuncte der Sonne gehet. Wenn nun die Sonnenstrahlen sich sämtlich von diesem Mittelpuncte nach allen Seiten erstreckten; so wäre es gar leicht diese Linie zu ziehen: und in der That würde alsdenn der Mittelpunct das einzige seyn, so wir an der Sonne sehen könten. Wir wollen zuerst setzen, daß sich die Sache so verhalte. Sie verhält sich auch würklich so; nur ist der Mittelpunct nicht der einzige Punct der Sonne, von welchem die Lichtstrahlen nach allen Seiten fortgehen: sondern es ist von einem jeden andern Puncte ihrer Oberfläche eben das zu sagen. T.IV.F.57.

§. 319. Ist nun *S* (*T. IV. Fig.* 58.) der Punct, von welchem die Lichtstrahlen dergestalt ausfliessen, so muß ein jeder demselben entgegengesetzte Körper einen Schatten werfen, der ins unendliche läuft, sonst aber eine abgekürzte Pyramide, einen abgekürzten Kegel oder andern dergleichen Körper bildet, in dessen Oberfläche man gerade Linien ziehen kan, die sämtlich nach *S* laufen; und eine eben dergleichen Gestalt muß auch der durch ein Loch erleuchtete Raum eines sonst finstern Behältnisses bekommen. Wenn nehmlich in der Fläche *ASB* zweener von *S* ausfliessenden Strahlen *SA* und *SB*, von einem derselben bis an den andern, ein Körper reichet, in welchem die Linie *CD* gezogen werden kan; so läuft der von dieser *CD* beschattete Raum, zwischen *CA* und *DB* ohne Ende fort, indem er immer breiter und breiter wird: und eben die Bewantniß hat es auch mit dem von den Strahlen zwischen *SA* und *SB* erleuchteten Raume, wenn *CD* eine Ritze ist, die das Licht durchlässet. Hieraus aber ist die Gestalt des Schattens, welchen der daselbst angebrachte Körper wirft, oder des Raums, welcher durch ein an eben dem Orte gebohrtes Loch erleuchtet wird, leicht zu beurtheilen. T.IV.F.58

§. 320. Der Winkel *ASB*, welchen die zween äussersten Strahlen *AS*, *BS* einschliessen, zwischen welchen die von der Linie *CD* beschattete, oder durch dieselbe erleuchtete ebene Fläche *CADB* enthalten ist, ist derjenige, in welchem ein

Auge

T.IV.F.58. Auge in S die CD sehen würde; oder die Parallaxe des aus den zween Puncten C und D beobachteten Mittelpuncts der Sonne S (292). Wird also CD bey der Oberfläche der Erde angenommen, so kan sie groß genug seyn, ohne daß dieser Winkel ASB im geringsten zu merken wäre. Alsdenn aber erscheinen uns die Strahlen CA, DB so, als ob sie aufs genauste parallel wären; und der Ort der Sonne, welchen einer dieser Strahlen angiebt, ist von dem durch den andern angegebenen, nicht verschieden. Der Schatte eines nicht allzugrossen Körpers aber, wie auch der durch ein Loch von mäßiger Grösse erleuchtete Raum, durch zwo einander parallel liegende Flächen geschnitten, geben Prismen oder Cylinder, deren einander entgegengesetzte Grundflächen gleich sind, und gleiche einander parallel laufende Seiten haben, die gleiche Winkel einschliessen. Woraus die Gestalt des Schattens, den eine Platte, deren Umkreis überal gleichweit von einer ebenen Fläche entfernet ist, auf diese Fläche wirft, und die Gestalt des, durch ein auf eben die Art gebohrtes Loch erleuchteten Theils derselben, gar leicht zu schliessen ist.

§. 321. Da aber, was wir angenommen haben, die Wahrheit nicht ist; indem die Sonnenstrahlen nicht von einem Puncte derselben allein ausfliessen, sondern ein jedes Punct ihrer Oberfläche uns die seinigen zusendet: so kan auch alles
T.IV.F.59. dieses den Erscheinungen nicht völlig gemäß seyn. Wenn MN (*T.IV.Fig.* 59.) eine Fläche vorstellt, welcher die körperliche Linie CD parallel ist, und auf diese, vermittelst der sich von dem Mittelpuncte der Sonne S nach MN erstreckenden Strahlen, den Schatten AB wirft: so ist es zwar, bey den angezeigten Umständen, nicht möglich das Viereck $CABD$ von einem Parallelogram zu unterscheiden. Es erstrecken sich aber auch, von den an der Seite R liegenden Theilen der Sonne, Strahlen nach MN, deren äusserster, welcher bey C nicht gehemmet wird, nach E gehet, und durch diese Strahlen wird der Raum AE erleuchtet. An der andern Seite des Schattens leisten die Theile der Sonne bey T eben dieses. Sie erleuchten FB, und durch beides wird der Raum EF, auf welchen gar kein Licht fallen kan, kleiner als AB, und desto kleiner, je weiter CD von der Fläche MN entfernet ist. Ja es kan, wenn CD immer mehr und mehr von der MN entfernet wird, der Raum EF endlich zu einem Puncte werden, und bey einer noch grössern Entfernung gar verschwinden.

§. 322. Ist aber CD eine Ritze, durch welche die sich von dem Mittelpuncte der Sonne nach MN erstreckende Strahlen auf AB fallen, und diesen

Raum

Raum erleuchten: so fallen von der Seite T noch andere Strahlen ausser A nach M zu, und der letzte derselben ist TG, welcher dergestalt durch C gehet, daß er die Sonne bey T berühret. Von der andern Seite R ist eben das zu sagen, allwo RH den äusersten der Strahlen nach N vorstellt, die durch die Oeffnung CD kommen können. Es wird also nunmehr der ganze Raum GH erleuchtet, welcher den vorigen AB desto mehr übertrifft, je weiter man die Ritze CD von der Fläche MN entfernet. T.IV.F.59.

§. 323. Die Winkel ACE, ACG sind den Winkeln SCR, SCT gleich, in welchen die halben Durchmesser der Sonne aus C gesehen werden; und eben die Bewandniß hat es auch mit den Winkeln BDF, BDH, wenn das Auge in D gesetzt wird. Ist also $CS = DS$, und folgends auch $AS = BS$, so sind die Winkel ACE, ACG; BDF, BDH einander sämtlich gleich, welches immer der Fall ist, wenn CD bey der Oberfläche der Erde genommen wird. Dieses öfnet einen sehr leichten Weg, den Winkel CAN, oder DBN, welchen der von dem Mittelpuncte der Sonne S auf A oder B einfallende Strahl mit der MN einschliesset, aus den Winkeln CEN und DFN, oder CGN und DHN zu finden. Denn es ist $CAN = CEN - ACE$, und $DBN = DFN + BDF$, welches letztere giebt $CAN = DFN + ACE$, also $2CAN = CEN + DFN$: und so auch $CAN = CGN + ACG$, und $DBN = DHN - BDH$, das ist: $CAN = DHN - ACG$, also $2CAN = CGN + DHN$.

§. 324. Es höret aber der Schatten des Körpers CD bey E oder F nicht mit einemmal auf, sondern er wird von diesen Puncten nach G und H zu immer schwächer und schwächer, weil immer mehr Sonnenstrahlen, bey C und D vorbey, auf ein jedes Punct der EG und FH fallen, je mehr sich dasselbe von E gegen G, oder von F gegen H entfernet: und wenn CD eine Ritze ist, so nimt aus eben der Ursache das Licht von G gegen E, und von H gegen F immer zu. Es ist also nicht möglich die Puncte E, F, oder G, H mit der Richtigkeit anzugeben, die zu einer recht genauen Bestimmung der Winkel CEN, DFN, oder CGN, DHN erfordert wird. Da aber, wenn man nur auf die Stärke des Lichts acht hat, dadurch, daß anstatt der E, F, oder G, H Puncte angenommen werden, die den A, B näher liegen als die wahren, der eine der beiden Winkel CEN, DFN, oder CGN, DHN, fast um eben so viel grösser wird, als der andere abnimt, so können die dadurch in die Summen $CEN + DFN$, T.IV.F.59. und $CGN + DHN$ gebrachten Fehler so groß nicht seyn, und es wird dem ohngeachtet der Winkel CAN gar richtig gefunden. Gemeiniglich wird EF oder GH bey K, und CD bey I, in gleiche Theile getheilet, und angenommen, daß die durch die Theilungspuncte gezogene KI nach dem Mittelpuncte der Sonne S gehen werde. Dieses ist ebenfalls nicht völlig richtig, weil AE der BF und GA der BH nicht immer gleich sind, und also K die AB nicht nothwendig in zwey gleiche Theile theilet, welches doch geschehen muß, wenn KI der AC oder DB parallel werden soll. Es ist aber auch, wenn der Winkel DHN nicht gar sehr spitzig ist, dieser Fehler sehr gering.

Ein Mittagsweiser.

§. 325. Diese Sätze sind überhaupt von beträchtlichen Nutzen: gegenwärtig aber sollen sie nur dienen einen desto deutlichern Begriff von einem Gnomon zu erhalten, welchen wir einen Mittagsweiser nennen können. Dieser bestehet aus einer in der Fläche des Horizonts gezogenen in gleiche Theile getheilten Mittagslinie, und aus einem über diese Fläche schicklich erhabenen Körper, welcher seinen Schatten auf die Mittagslinie wirft, oder einen Sonnenstrahl durch eine zu dem Ende angebrachte Oeffnung auf dieselbe fallen läßt. Er dienet sowol den Augenblick der Zeit anzugeben, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagsfläche gehet, als auch zu diesem Zeitpuncte die Höhe der Sonne zu finden.
T.IV.F.60. Die sechzigste Zeichnung stellet einen zu diesem Endzwecke bestimten Weiser so ungekünstelt vor, als er nur kan gemacht werden. In demselben ist AB die getheilte Mittagslinie, und CB auf diese perpendicular, also ABC die Mittagsfläche. Man begreifet ohne Schwierigkeit, wie der auf diese Linie AB geworfene Schatten des Puncts C den Zeitpunct angeben könne, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Fläche ABC gehet. Fällt nun alsdenn der Schatten dieses Puncts C in D, so wird die Höhe der Sonne durch die Verhältniß der DB zur CB alsbald gegeben, welche CB also ein vor allemal durch die Theile der AB genau gemessen werden muß. Denn es verhält sich DB zur CB, wie der Radius zur Tangente der Höhe CDB.

§. 326. Bey der ungekünstelten Einrichtung des Gnomon, welche die Zeichnung vorstellet, wird BD immer zu kurz, und also CDB zu groß gefunden. Doch giebt es Fälle, in welchen man mit der Länge des Schattens, wie sie auf AB erschei-

erscheinet, und mit der dadurch bestimten Höhe der Sonne, zufrieden seyn kan: *T.IV.F.60.*
obwol diese durch die Länge *DB* bestimte Höhe dadurch, daß man von derselben die Hälfte des scheinbaren Durchmessers der Sonne (314) abziehet, immer der Wahrheit näher zu bringen ist. Es wird aber, insonderheit bey einer kurzen *CB*, diese Verbesserung für überflüßig gehalten, weil alsdenn es ohnedem nicht möglich ist die Höhe *CDB* so genau auszumachen. Hat aber *CD* eine beträchtliche Länge von zehen, zwanzig oder mehrern Schuhen, so ist wol das beste bey *C* eine von den Einrichtungen anzubringen, deren Gründe in den (323. 324) angeführten Sätzen liegen, vermittelst welcher die Höhe des Mittelpuncts der Sonne mit einer hinlänglichen Richtigkeit gefunden werden kan.

Besondere Bewegung der Sonne.

§. 327. Wird nun nach einer guten Uhr, von welcher noch immer gesetzt wird, daß sie nach einem Fixsterne gerichtet sey, so daß in der Zeit, in welcher der Stern aus dem sichtbaren Theile der Mittagsfläche bis wieder in denselben kömt, genau vier und zwanzig Stunden verfliessen: wird sage ich nach einer solchen Uhr täglich der Zeitpunct angemerkt, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagsfläche gehet, so wird die Zeit zwischen zween dergleichen Puncten, die zunächst auf einander folgen, immer grösser gefunden als vier und zwanzig Stunden. Der Ueberschuß ist nicht immer völlig von einerley Länge: im Durchschnitte aber beträgt derselbe 3 Minuten 56,5 Secunden. Hieraus folgt, daß der Vorsprung eines jeden Fixsterns vor der Sonne, oder der gerade Aufgang der Sonne von diesem Fixsterne an gerechnet, täglich zunehme; daß aber der Zuwachs, welchen er in vier und zwanzig Sternstunden erhält, nicht immer genau von eben der Grösse sey, und wenn auch hier das Mittel genommen wird, auf 56 Minuten 8,3 Secunden eines Grads gesetzt werden müsse. Denn weil ein Grad des Gleichers vier Minuten Zeit braucht durch die Mittagsfläche zu gehen, so gehen in 3 Minuten 56,5 Secunden beynahe 56 Minuten und 8,3 Secunden desselben durch diese Fläche.

§. 328. Da also dieser Vorsprung des Fixsterns vor der Sonne täglich stark zunimt, so muß er bald so beträchtlich werden, daß wir ihn auch ohne andere Beyhülfe mit den blossen Augen merken können. Zwar können wir nie einen Fixstern mit der Sonne zugleich sehen. Diese erleuchtet, sobald sie aufgehet, un-

T.IV.F.60 sere Luft viel zu sehr, als daß wir das schwache Licht der Fixsterne von dem, so uns die Theile der Luft zusenden, solten unterscheiden können; also erscheinet uns nichts, als ein überal gleich stark erleuchteter Himmel. Halten wir uns aber an eines der Sternbilder, die uns kurz vor dem Aufgange der Sonne bey dem Horizonte im Morgen erscheinen, so finden wir nach wenigen Tagen, daß dasselbe um eben die Zeit merklich höher, und mehr gegen Abend stehe, und von dannen rücket es immer weiter und weiter nach dieser Seite fort, bis wir es endlich, indem die Sonne aufgehen will, ganz nahe an dem Horizonte an der Abendseite erblicken. Dieses beweget uns, so lang wir blos auf die Erscheinungen acht haben, der Sonne eine besondere Bewegung rings um uns herum zuzuschreiben, die diesen Vorsprung verursachet. Diese scheinbare Bewegung der Sonne vermindert diejenige, mit welcher sie sonst mit den Fixsternen zugleich herumkommen würde, und macht, daß die Sonne etwas mehr als 24 Sternstunden Zeit braucht, ihren Umlauf von Morgen gegen Abend um die Erde herum zu verrichten. Eine mittelmäßige Achtsamkeit konte zeigen, daß eben diese scheinbare Bewegung der Sonne an dem Sternhimmel, bey jedem Umlaufe, fast nach allen Umständen immer einerley sey; und daß insbesondere die Zeit, in welcher vermittelst derselben ihr Mittelpunct ganz herumkomt, immer beynahe eben die Länge habe. Diese Zeit wird ein Jahr genennet, dessen eigentliche Währung in dem folgenden genau zu bestimmen seyn wird, und davon heisset die Bewegung der Sonne, von welcher hier die Rede ist, die jährliche Bewegung, zum Unterschiede der täglichen, welche, mit dem übrigen Heere des Himmels zugleich, von Morgen gegen Abend geschiehet. Es ist nothwendig, daß wir diese Bewegung nach allen Umständen betrachten.

§. 329. Der Augenblick des sichtbaren Durchgangs des Mittelpuncts der Sonne durch die Mittagsfläche ist die Zeit des wahren Mittags. Wird nun in diesem Zeitpuncte, so oft es sich thun läßt, auch die Mittagshöhe der Sonne genommen, und daraus die Abweichung derselben von dem Gleicher berechnet, (181), so zeiget sich, daß auch diese sehr veränderlich sey. Bald nach dem Anfange unsers Frühlings ist sie mitternächtig, aber sehr klein: sie wächst aber täglich, und dieses Wachsthum ist um diese Zeit gar beträchtlich, wird aber nach und nach immer schwächer, bis endlich gegen das Ende des Frühlings die Abweichung kaum mehr grösser wird, als sie den Tag vorher war. Mit dem Anfange des Sommers nimt sie wieder ab, und die Sonne nähert sich dem Gleicher

anfäng-

anfänglich in vier und zwanzig Stunden gar wenig, hernach aber immer mehr T.IV.F.60.
und mehr, bis sie am Ende des Sommers, ihn völlig erreichet, oder doch demselben sehr nahe kömt. Nach dieser Zeit wird die Abweichung südlich, sie wächst im Herbste, und nimt im Winter wieder ab, wie an der nördlichen Seite, bis sie endlich beym Ende des Winters gar klein, und bald darauf wieder nördlich wird. Die Rede ist hier blos von dem, so die Beobachtungen unmittelbar geben, welche, da sie blos in der Zeit des wahren Mittags gemacht werden, die Abweichung der Sonne in den Zwischenzeiten nicht entdecken können.

Die Bahn der Sonne an dem Sternhimmel.

§. 330. Durch beides, den von einem beliebigen Puncte des Gleichers gerechneten geraden Aufgang der Sonne, und ihre dazu gehörige Abweichung, wird eine Menge der Stellen, welche dieselbe nach und nach an dem Himmel eingenommen hat, richtig angegeben. Wolte man diese Stellen auf eine Kugel tragen, an welcher der Gleicher gezeichnet und richtig getheilet ist, und alle diese Puncte vermittelst einer in der Oberfläche dieser Kugel beschriebenen krummen Linie mit einander verknüpfen, so würde dadurch die ganze Bahn, welche die Sonne in der Zeit der Beobachtungen an dem Himmel beschrieben hat, genau genug bestimmet werden: und es wird gesetzt daß sie in dieser Zeit ganz herum gekommen sey. Es würde sich aber zeigen, daß diese scheinbare Bahn ein Cirkel sey, und zwar, weil er den Gleicher in zwo genaue Hälften theilet, einer der grösten Cirkel der Kugel: woraus zu schliessen ist, daß sein Mittelpunct in den Mittelpunct derselben falle, welcher mit dem Mittelpuncte der Erde einerley ist: und daß die würkliche Bahn der Sonne, was sie auch übrigens für eine Gestalt haben mag, ganz in der Fläche dieses Cirkels liegen müsse. Alles dieses wird durch unzählige Beobachtungen bestätiget, welche zugleich darthun, daß, eins in das andere gerechnet, die Sonne in diesem Cirkel in vier und zwanzig Sternstunden beynahe um 59 Minuten, das ist: fast um einen Grad, fortrücke.

§. 331. Es ist aber auch das übrige, so eben gesagt worden ist, nicht nach der äussersten Strenge zu erklären. Wird alles auf das genauste genommen, so ist es nicht möglich eine ebene Fläche anzugeben, und die Lage derselben vermittelst gewisser Fixsterne, durch welche sie hindurch gehet, zu bestimmen, von welcher der Mittelpunct der Sonne niemals im geringsten abwiche. Man begnüget sich

T.IV.F.60. also diese Fläche so zu legen, daß diese Abweichungen geringe werden, bald nach dieser bald nach der andern Seite geschehen, und erst nach geraumer Zeit zu einer Grösse anwachsen, die in Betrachtung gezogen werden muß. Alsdenn wird die Lage dieser Fläche geändert, und dieselbe in der Einbildung etwas verrücket, damit sie wieder eine Zeitlang mit eben so geringen Fehlern dienen könne. In diesem Verstande hat die Fläche der Sonnenbahn eine beständige Lage, und die Fixsterne liegen in Absicht auf dieselbe noch eben so, wie sie von den Alten beobachtet worden sind. Sie wird die Fläche der Ecliptic genennet, da der in dieser Fläche um den Mittelpunct der Erde beschriebene Cirkelkreis, welchen der Mittelpunct der Sonne bey deren Bewegung von Abend gegen Morgen an dem Sternhimmel zu beschreiben scheinet, die Ecliptic oder die Sonnenbahn heißt. Dieser Cirkel, ist derjenige, welcher den Thierkreis in zween einander gleiche Streifen zerschneidet, und bey der Beschreibung desselben in einige Betrachtung kommen mußte.

§. 332. Die Fläche der Ecliptic wird von der Fläche des Gleichers nothwendig in einer geraden Linie geschnitten, die durch den Mittelpunct der Erde gehet; da dieser Mittelpunct sowol in der einen als in der andern dieser Flächen
T.IV.F.61. liegt. Es sey (*T. IV. Fig. 61.*) *ABC* ein Theil der Fläche des Gleichers, und *DBC* ein Theil der Fläche der Ecliptic, welche beide durch den Mittelpunct der Erde *C* gehen, und einander in der geraden Linie *BC* schneiden. Wird nun noch eine dritte Fläche *ACF* dergestalt durch *C* gelegt, daß die Schneidungslinie *BC* perpendicular auf dieselbe zu stehen komme, so wird diese Fläche *ACF*, auch den vorigen *ABC* und *DBC* beiden perpendicular: und gleichwie die Axe des Gleichers *CP*, welche durch *C* seiner Fläche *ACB* perpendicular ist, nothwendig in die Fläche *ACF* fält; so fält auch die durch eben das Punct *C* der Fläche der Ecliptic *DBC* perpendicular zu stellende *CF* in eben die Fläche *ACF* und man kan diese *CF* die Axe der Ecliptic, das Punct *F* aber, in welcher diese die Himmelskugel erreichet, den einen Pol derselben nennen, gleichwie *P* ein Pol des Gleichers heisset. Wird
T.IV.F.62. nun, wie in der 62sten Zeichnung würklich geschehen ist, die Himmelskugel, mit der daran gezeichneten Ecliptic, in der Fläche *ACF* orthographisch entworfen: so wird die in *B* verlängerte *AC* der Entwurf des Gleichers, und die in *E* verlängerte *DC* der Entwurf der Ecliptic. Der Winkel *ACD* aber ist derjenige, welcher die Neigung der Fläche der Sonnenbahn gegen die Fläche des Gleichers angiebt; und man siehet leicht, daß diesem *ACD* der Winkel *PCF* gleich seyn werde, welchen die

in

in die Fläche des Entwurfs fallende Axe der Ecliptic *FCG* mit der Axe des Gleichers *PCQ* einschliesset. T. IV. F. 62.

§. 333. Man kan sich aber auch eine andere Fläche auf die *PAQB* perpendicular vorstellen, welche jene in der Axe *PQ* schneidet. Diese zwo Flächen *PAQB*, und die ihr durch *PQ* perpendicular gesetzte, werden sowol dem Gleicher als die Ecliptic, und zwar jeden dieser Cirkel in vier gleiche Theile, theilen. Die Umkreise der Cirkel nun, in welchen eben die zwo Flächen die Himmelskugel schneiden, deren einer durch die Pole *P*, *F* an der einen, und *Q*, *G* an der andern Seite gehet, der andere aber durch die Pole des Gleichers *P*, *Q*, und durch die Puncte, in welchen der Gleicher von der Ecliptic am Himmel geschnitten wird, heissen die beiden **Coluren**.

Wie sich die Sonne eigentlich zu bewegen scheine.

§. 334. Da die Sonne in einem Jahre die in *ED* entworfene Ecliptic ganz durchläuft, so muß sich ihr Mittelpunct nach und nach in jedem Puncte derselben befinden. Stünde sie bey einem dieser Puncte, demjenigen zum Beyspiel, das durch *H* vorgestellet wird, stille, so würde sie, indem sich der Himmel um seine Axe *PQ* drehet, wie ein jeder anderer Punct desselben, den Umkreis eines Cirkels beschreiben, der durch die der *AB* parallel gezogene *IK* vorgestellet werden kan, weil seine Fläche der Fläche des Gleichers parallel ist. Es rücket aber die Sonne in der Ecliptic beständig fort; und wenn *Hb* den Theil dieses Cirkels vorstellt, um welchen der Mittelpunct der Sonne, in der Zeit des täglichen Umlaufs des Himmels, sich nach dieser oder jener Seite von *H* entfernet hat: so beschreibet zwar der Punct der Ecliptic *b* einen eben dergleichen Cirkel, als *H* beschreibet: der Weg der Sonne aber, auf welchem sie in dieser Zeit würklich fortgegangen zu seyn scheinet, ist weder der eine noch der andere dieser Kreise, sondern eine Art eines Schraubengangs, welcher sich nach und nach von dem durch *H* beschriebenen Kreis gegen *b* entfernet, und sich in diesem letztern Puncte endet.

§. 335. Der Bogen *AI* mißt die Abweichung des Puncts *H* von dem Gleicher, wie ein jeder anderer, der, wenn man ihn fortsetzet, durch den Pol *P* gehet: und eben so mißt *AD* die Abweichung des Puncts der Ecliptic *D*, das am allerweitesten von dem Gleicher entfernet ist. Eben der Bogen *AD* ist auch

das

T.IV.F.62. das Maaß des Winkels *ACD*, welchen die Fläche der Ecliptic mit der Fläche des Gleichers einschliesset, und also die Abweichung der Ecliptic, oder die Schiefe derselben. Wenn also *Hh* den Bogen vorstellt, um welchen die Sonne in vier und zwanzig Stunden an dem Himmel fortrücket, so wird *Ii* der Zuwachs, welchen ihre Abweichung von dem Gleicher in dieser Zeit bekommen, oder den Abgang, welchen sie gelitten hat: mit einem Worte, der Unterschied der Abweichung des vorhergehenden Tags, von der Abweichung des gegenwärtigen. Wir haben (329) gesehen, daß dieser Unterschied immer desto kleiner werde, je mehr sich die Sonne von dem Gleicher gegen *E* oder *D* entfernet: und eben die Beobachtungen zeigen, daß derselbe ganz nahe an *E* oder *D* so klein sey, daß er schwerlich zu merken ist. Es ist leicht zu sehen, wovon alles dieses herrühre. Wenn *Hh* einen Grad der Ecliptic vorstellt, so wird, nach den Gesetzen des orthographischen Entwurfs, diese *Hh* desto kleiner, je näher der vorzustellende Grad bey *D* oder *E* genommen wird: so daß die Vorstellung des letzten Grades an *D* oder *E* fast gar keine Grösse bekömt. Wie groß kan also die *Ii* seyn, welche zu einer so kleinen *Hh* gehöret, besonders da auch der Winkel *ACD* spitzig genug ist?

§. 336. Wenn also selbst durch die äusersten Puncte der Ecliptic *D* und *E*, in welchen sie den Colur *PAQB* schneidet, die durch *DM*, *EN* vorgestelte Cirkel dem Gleicher parallel beschrieben werden, so kan der Weg der Sonne an dem Tage, an welchem ihr Mittelpunct durch das Punct *D* gehet, von dem Cirkel *DM* kaum abweichen, und an demjenigen, in welchem ihr Mittelpunct das Punct *E* erreichet, sich um nicht mehr von dem *EN* entfernen. Eigentlich erreicht der Mittelpunct der Sonne jeden dieser Cirkel nur in einem Augenblicke, und entfernet sich alsbald wieder von demselben, aber so wenig, daß diese Abweichung in etlichen Stunden gar nicht zu merken ist. In diesem Verstande wird die Sonnenbahn von diesen Cirkeln *DM* und *EN* eingeschlossen, deren jeder ein Wendecirkel, *Tropicus*, genennt wird; weil die Sonne, sobald sie einen derselben erreicht hat, wieder anfängt sich dem Gleicher zu nähern, von welchem sie sich vorher entfernete. Aus eben der Ursache bekommen die Puncte der Ecliptic *D* und *E*, deren Abweichung von dem Gleicher unter allen die gröste ist, die Benennung der Wendpuncte, der Cirkel *PAQB* aber, so durch diese Puncte *D*, *E* und durch die Pole *P*, *Q* hindurch gehet, heisset der Colur der Wendpuncte.

Schiefe

Schiefe der Sonnenbahn.

§. 337. Die durch den Bogen *AD* gegebene Abweichung des Wende- T.IV.F.62.
kreises *DM* von dem Gleicher *AB*, oder die durch eben den Bogen *AD* gemessene Schiefe der Sonnenbahn *ACD* zu finden, darf man nur die gröste Abweichung der Sonne aus ihrer grösten Mittagshöhe schliessen. Denn bey dieser grösten Abweichung befindet sich ihr Mittelpunct gewiß in dem Wendecirkel *DM*. Und wenn man versichert seyn könte, daß die Sonne in eben dem Zeitpuncte, in welchem ihre gröste Mittagshöhe beobachtet worden ist, auch die gröste Abweichung von dem Gleicher gehabt habe, so würde hiebey kein weiterer Zweifel statt finden. Nun kan aber die gröste Abweichung sich aufs höchste zwölf Stunden vor oder nach dieser Zeit der Beobachtung zugetragen haben. Also ist die Entfernung des Mittelpuncts der Sonne von dem Wendekreis *DM* unmerklich. Man kan sich der südlichen Abweichung der Sonne von dem Gleicher *BE* zu eben dem Zwecke bedienen, welche aus der kleinsten Mittagshöhe derselben geschlossen wird. Für das beste aber wird gehalten, daß man sowol die gröste als die kleinste Mittagshöhe auf das genauste suche, und diese von jener abziehe. Was übrig bleibt, ist der Bogen *ND*, und dieser ist doppelt so groß als *AD* oder *AN* = *BE*. Es darf also, wenn die Schiefe der Ecliptic auf diesem Wege gesucht wird, nicht einmal die Polhöhe bekant seyn.

§. 338. Wenn es nicht nöthig ist die Sache so genau zu nehmen, wird die Schiefe der Ecliptic auf drey und zwanzig und einen halben Grad gesetzt. Sie wird aber gegenwärtig etwas kleiner gefunden, indem die mittlere Grösse derselben die 23 Grade nur um 28 Minuten und 20 Secunden übertrift. Und überhaupt lässet die Vergleichung der ältern Beobachtungen mit den neuern kaum einigen Zweifel übrig, daß diese Schiefe, und mit derselben die Entfernung der Wendekreise von dem Gleicher, beständig abnehme, und zwar um 44 Secunden in einem Jahrhunderte. Sie ist ausser dieser noch andern kleinen Veränderungen unterworfen, welche sie bald grösser bald kleiner machen, und dadurch von Zeit zu Zeit wieder zu der angezeigten mittlern Grösse zurückbringen.

Eintheilung der Ecliptic.

§. 339. Da die Ecliptic den Gleicher in den zween Puncten schneidet, deren orthographischer Entwurf *C* ist, so muß der Mittelpunct der Sonne in jedem

T.IV.F.62. Jahre zweymal in den Gleicher kommen. Könte sich nun die Sonne an dieser Stelle aufhalten, oder gieng sie ohne Abweichung selbst in dem Gleicher fort, so würde sie auch bey ihrem täglichen Umlaufe um die Erde den Gleicher beschreiben, und also so lange über dem Horizonte sichtbar seyn, als sie unter demselben verdeckt ist. Wir haben gesehen, daß, da die Sonne an dem Sternhimmel sich nicht in dem Gleicher, sondern in der Ecliptic beweget, dieses nicht seyn könne. Und eine kurze Betrachtung der Zeichnung kan uns weisen, daß wenn die Sonne in dieser ihrer scheinbaren Bahn bey *C* um einen Grad fortgehet, ihre Abweichung mehr verändert werde, als bey irgend einem andern Puncte derselben; weil bey *C* der Entwurf eines Grades *Hh*, durch welchen der Zuwachs oder die Abnahme der Abweichung *Ii* bestimmet wird, so groß ist als er nur werden kan, nehmlich kaum kleiner, als der Bogen selbst. Bey dem allen werden die in *C* entworfenen Puncte, in welchen der Gleicher von der Ecliptic geschnitten wird, die Aequinoctialpuncte, oder die Puncte der Nachtgleichen genant, und der durch dieselbe und den Pol *P* oder *Q* beschriebene Colur, heißt der Colur der Nachtgleichen.

§. 340. Wird nun auch durch die zween Puncte der Nachtgleichen, und durch die Pole der Ecliptic in der Oberfläche der Kugel ein Kreis beschrieben, so theilet auch dieser, mit dem durch die Wendpuncte gehenden Colur, die Ecliptic in vier gleiche Theile, deren jeder sich, dem scheinbaren Laufe der Sonne gemäß, von der Abendseite gegen die nach Morgen erstrecket. Der erste dieser Quadranten hat seinen Anfang in dem Gleicher, und gehet von dannen bis an den mitternächtigen Wendekreis. Der zweite fängt in diesem Kreise bey dem Wendpuncte an, und erstreckt sich bis an den Gleicher. Eben die Bewantniß hat es auch mit den zween übrigen Quadranten, die diesen entgegen liegen. Der Anfang des ersten jener Theile, desjenigen nehmlich, welcher sich von dem Gleicher bis an den mitternächtigen Wendekreis erstrecket, ist zugleich der Anfang der Ecliptic selbst, und von eben diesem Puncte, das ist von dem Puncte der Nachtgleiche, bey welchem die Sonne anfängt nach Mitternacht abzuweichen, werden auch die Grade des Gleichers nach Morgen zu bis zu 360 in einem fort gezählet.

§. 341. Durch die Zahl der Grade und Minuten der Ecliptic, welche in jedem Zeitpuncte zwischen dem Anfange derselben, und dem Mittelpuncte der

Sonne

Sonne enthalten sind, wird der Ort der Sonne in dieser ihren scheinbaren Bahne T. IV. F. 62. angegeben; und von eben dem Anfange wird auch der gerade Aufgang derselben auf dem Gleicher genommen, indem man, wie bey einem jeden andern Puncte des Himmels geschehen muß, durch den Mittelpunct der Sonne, und durch die beiden Pole *P*, *Q* sich einen Abweichungskreis vorstellet, der den Gleicher in dem Puncte schneiden wird, welches mit dem Mittelpuncte zugleich durch jede Mittagsfläche, und in der gerade stehenden Sphäre auch zugleich durch den Horizont gehet.

§. 342. Es wird aber die Ecliptic, demjenigen gemäß, so oben (229) von der Eintheilung des Thierkreises gezeigt worden ist, auch etwas anders getheilt als der Gleicher. Man zerschneidet nehmlich jeden Quadranten derselben in drey gleiche Theile, jeden von 30 Graden, und nennet diese Theile **Zeichen**, welche von dem Anfange der Ecliptic nach der Morgenseite gezählet werden. Eben diese Theile bekommen auch andere Nahmen, von den Sternbildern des Thierkreises, welche damals, als diese Eintheilung zuerst gemacht worden ist, bey denselben gestanden sind, ob sie wol nun nicht mehr daselbst stehen; und eben davon haben sie auch die Benennung der Zeichen. Die Bilder selbst sind bereits (231) angezeiget worden, und es sind deren in jedem Viertheile der Ecliptic drey; in dem ersten, der **Widder**, **Stier**, die **Zwillinge**; in dem zweiten, der **Krebs**, der **Löwe**, die **Jungfer**; in dem dritten, die **Wage**, der **Scorpion**, der **Schütze**; und in dem vierten, der **Steinbock**, **Wassermann**, die **Fische**. Nach diesen Zeichen heisset der mitternächtige Wendekreis auch der **Wendekreis des Krebses**, und der mittägige, der **Wendekreis des Steinbocks**. Die Puncte der Nachtgleichen aber sind, der Anfang des Widders, und der Anfang der Wage, gleichwie die Wendpuncte, der Anfang des Krebses und der Anfang des Steinbocks; indem die Ecliptic selbst ihren Anfang bey dem Anfange des Widders nimmt.

Den geraden Aufgang eines Fixsterns zu finden.

§. 343. Nachdem die Schiefe der Ecliptic gefunden worden (338), kan aus der Abweichung des Mittelpuncts der Sonne von dem Gleicher, immer sowol ihre Länge, als auch ihr gerader Aufgang berechnet werden. Denn wenn (*T. IV. Fig.* 63.) *RC* einen Theil des Gleichers, und *CH* einen Theil der T. IV. F. 63. Ecliptic vorstellet, in welcher sich die Sonne bey *H* befindet, *HR* aber ist der

T.IV.F.63. durch dieses Punct gehende Abweichungsbogen: so ist in dem Dreyecke, welches diese Bogen auf der Oberfläche der Kugel bilden, der Winkel *R* gerade, *C* aber ist die bekante Schiefe der Ecliptic. Ist also auch der Bogen *HR* bekant, welcher die Abweichung der Sonne angiebt, so werden aus den drey bekanten Dingen *R*, *C* und *HR*, die Bogen *HC*, *RC* allerdings gefunden. Eben die Regeln, welche dazu dienen, geben auch den Winkel *H*, welchen der Abweichungsbogen mit der Ecliptic einschliesset, und können überhaupt gebraucht werden, wenn ausser den zween bekanten Winkeln *R* und *C* noch eins von den vier übrigen Theilen des Dreyecks *CHR* bekant ist, *H* nehmlich oder *HC* oder *RC*, alle übrigen herauszubringen. Sind aber die Bogen *CH*, *CR* bekant, so ist es leicht die Länge der Sonne samt ihren geraden Aufgang anzugeben: denn *C* ist entweder der Anfang der Ecliptic und des Gleichers, oder von demselben um 180 Grade entfernet.

§. 344. Wenn also, durch die fleißig beobachteten Mittagshöhen der Sonne, eine hinlängliche Zahl ihrer Abweichungen von dem Gleicher gefunden wird, so kan daraus die Geschwindigkeit berechnet werden, mit welcher sich dieselbe bey jedem Puncte der Ecliptic zu bewegen scheinet, daß ist, der Weg, welchen sie in einer gewissen Zeit zurück leget, indem sie sich in ihrer Bahn dort oder da befindet. Denn es wird zur Bestimmung dieses Weges nicht mehr erfordert, als daß man die Länge des Mittelpuncts der Sonne, welche er im Anfange der angenommenen Zeit hatte, von seiner Länge am Ende dieser Zeit, abziehe. Diese Geschwindigkeit ist allerdings bey verschiedenen Puncten der Ecliptic verschieden. Es ist aber die Veränderung derselben so groß nicht, daß sie in den verschiedenen Stunden eines Tages, oder zween auf einander folgender Täge, merklich wäre, weil, wenn sie am grösten ist, die Sonne in einer Stunde nur um 2 Minuten und 33 Secunden in ihrer Bahn fortrücket, da sie mit ihrer kleinsten Geschwindigkeit in eben der Zeit nicht weniger als 2 Minuten und 22 Secunden beschreibt, welches einen Unterschied von nicht mehr als 10 Secunden ausmachet. Eben die Gründe können auch die Geschwindigkeit angeben, mit welcher die Sonne in Absicht auf den Gleicher fortrücket, und dadurch ihren geraden Aufgang in einer gewissen Zeit vermehret, indem sie würklich diesen oder jenen Theil ihrer scheinbaren Bahn beschreibt. Und es ist bereits oben angemerket worden, daß, was dergestalt für einen Umlauf der Sonne gefunden wird, auch für gar viele andere, die unmittelbar auf einander folgen, gelten werde.

§. 345.

§. 345. Nunmehro ist nur noch der Ort des Anfangs der Ecliptic, oder eines jeden andern Puncts derselben, an dem Sternhimmel auszumachen. Denn nachdem der Winkel gefunden ist, welchen die Fläche dieses Cirkels mit der Fläche des Gleichers einschliesset, so bleibt zur völligen Bestimmung der Lage derselben nichts übrig, als daß auch die Puncte des Himmels angegeben werden, nach welchen sich die Linie erstrecket, in welcher diese zwo Flächen einander schneiden. Diese zween Puncte aber sind keine andern als der Anfang des Widders und der Wage, deren jeder durch den andern, wie auch durch ein jedes drittes Punct der Ecliptic oder des Gleichers gegeben wird, dessen scheinbare Entfernung von demselben bekant ist. Dazu aber ist der Vorsprung eines solchen Puncts vor einem Fixsterne, dessen Stelle völlig bekant ist, das bequemste Mittel. Es wird in der That der gerade Aufgang nicht nur der Sonne, sondern auch eines jeden andern himlischen Körpers, von dem Anfange des Gleichers nach Morgen zu gerechnet; und man verstehet nichts anders, als den Vorsprung dieses Punctes vor einem Sterne, wenn der gerade Aufgang des Sterns schlechtweg angegeben wird. Der Anfang des Gleichers gehet immer zuerst durch die Mittagsfläche, alsdenn folgt innerhalb 24 Sternstunden der andere Körper. T.IV.F.63.

§. 346. Es wird aber der gerade Aufgang eines Sterns also gefunden. Man bemerket an einer mit den Fixsternen laufenden guten Uhr den Zeitpunct, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagsfläche gehet, und zugleich die Mittagshöhe derselben, um daraus die Abweichung, welche sie in eben dem Zeitpuncte gehabt hat, hernehmen zu können. Alsdenn bemerket man auch die Zeit des Durchgangs des Sterns durch die Mittagsfläche, nach eben der Uhr. Die erste dieser Zeiten von der letzten abgezogen, giebt den Vorsprung der Sonne vor dem Sterne in Stunden und deren Theilen, da es denn leicht ist, eben den Vorsprung in Graden und Theilen der Grade anzugeben. Aus der Abweichung der Sonne aber wird der gerade Aufgang derselben, wie (343) gewiesen worden ist, geschlossen, welcher zu dem gefundenen Vorsprunge hinzugethan, den gesuchten geraden Aufgang des Sterns geben wird. Denn dadurch, daß der gerade Aufgang sowol als der Vorsprung der Sonne vor dem Sterne immer nach Morgen zu gerechnet wird, wird die Subtraction vermieden: und wenn durch die Addition der gerade Aufgang grösser gefunden wird als der ganze Cirkelkreis, so ist es leicht von der Zahl, durch welche er ausgedruckt wird, 360 Grade wegzulassen.

T.IV.F.63. §. 347. Diese Anweisung den geraden Aufgang eines Fixsterns zu finden setzt die Höhe des Gleichers als bekant voraus, und wird durch einen jeden in dieser, oder der Mittagshöhe begangenen Irthum fehlerhaft. Es giebt einen viel richtigern Weg zu diesem Zwecke zu gelangen, der sich darauf gründet, daß, indem die Sonne die Hälfte ihrer Bahn, von dem Gleicher bis wieder an denselben beschreibt, einer jeden Abweichung, die sie an der einen Seite des Colurs der Wendpuncte hat, eine andere an der andern Seite desselben gleich seyn muß, so daß der Colur, zwischen den Bogen, die diese Abweichungen angeben, genau in der Mitte liegt, und den von dem einen bis an den andern reichenden Theil des Gleichers in zwo Hälften theilet. Dieser Umstand wird also gebraucht. Man bemerket, indem die Sonne sich von dem Gleicher entfernet, ihren Vorsprung vor dem angenommenen Fixstern, und zugleich ihre Abweichung von dem Gleicher, auf das genauste. Einige Monathe darauf, wenn sich die Sonne dem Gleicher wieder nähert, suchet man für den Zeitpunct, in welchem die Abweichung der Sonne so groß ist als die vorige, den Vorsprung derselben vor eben dem Fix-
T.IV.F.64. sterne. Wenn nun (*T. IV. Fig. 64.*) AB einen Theil des Gleichers, und CDE einen Theil der Ecliptic vorstellet, in welchem sich der Wendpunct D befindet, durch welchen der Theil des Colurs DF gehet: die Puncte C und E aber sind diejenigen, bey welchen die Abweichungen der Sonne einander gleich waren, indem CE der AB parallel lauft; und es wird der Vorsprung der Sonne bey C durch c, der bey E aber durch e ausgedrucket, so ist wenn der Fixstern sich an der Seite B ausser EH befindet: $GH = c - e$, und also $GF = FH = \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}e$. Wird also diese FH zu dem kleinern Vorsprunge e hinzugesetzt, so komt $e + \frac{1}{2}c - \frac{1}{2}e = \frac{1}{2}c + \frac{1}{2}e$. Dieses ist der Vorsprung des Wendpuncts D vor dem angenommenen Fixsterne, aus welchem der gerade Aufgang desselben leicht zu schliessen ist: und nicht schwerer ist die Rechnung, wenn der Fixstern zwischen den Abweichungskreisen CG, EH liegen solte.

§. 348. Die Abweichungen der Sonne von dem Gleicher werden aus den Mittagshöhen derselben geschlossen, und sind einander gleich, wenn diese gleich sind. Nun können zwar, bey einem Uebergange der Sonne von dem Gleicher bis wieder an denselben, nur sehr selten zwo Mittagshöhen einander völlig gleich werden; besonders da diese Höhen bey einer geringen Abweichung der Sonne genommen werden müssen; weil sich daselbst die Abweichung, und mit derselben die Höhe,

von

von einem Mittage bis zu dem nächsten, stark ändert (329), wodurch der zu jeder Ab- T.IV.F.64.
weichung gehörige gerade Aufgang der Sonne desto richtiger bestimmet wird. Es ist also gemeiniglich die Abweichung bey *E*, welche durch die Beobachtung erhalten wird, etwas grösser oder kleiner als die bey *C*. Es kan aber alsdenn der Vorsprung *e*, zu der Höhe *EH*, die der *GC* volkommen gleich ist, durch die Rechnung gefunden werden, indem man sich auf die hier beobachtete Abweichung gründet, und annimt, daß in einem Zeitraume, der immer kleiner ist als 12 Stunden, der gerade Aufgang der Sonne, in eben der Verhältniß wachse oder abnehme, in welcher sich die Abweichung selbst verändert.

Veränderung des Anfangs der Ecliptic.

§. 349. Ist nun der gerade Aufgang eines Fixsterns gefunden worden, so wird dadurch zugleich der gerade Aufgang eines jeden andern gegeben, dessen Vorsprung vor demselben bekant ist. Es bleibt aber der gerade Aufgang der Fixsterne nicht immer einerley, sondern wächst beständig, indem sich der Anfang des Gleichers, welcher zugleich der Anfang der Ecliptic ist, nach der Abendseite von denselben entfernet. Zwar geschiehet dieses langsam genug: es wird aber doch dadurch der gerade Aufgang der Fixsterne in Jahresfrist merklich grösser, und nimt mit der Zeit beständig zu. Man siehet leicht, daß diese Veränderung von nichts andern herrühren könne, als daß die Linie, in welcher die Fläche der scheinbaren Sonnenbahn von der Fläche des Gleichers geschnitten wird, in jener von Morgen gegen Abend, und also in Absicht auf die Sonne zurückgehet, welches augenscheinlich zeiget, daß in der Lage der einen oder der andern dieser Flächen, wo nicht in beiden, eine anhaltende Veränderung, in Absicht auf die Fixsterne, vorgehen müsse. Nun verändert die Fläche der Ecliptic ihre Lage nur sehr wenig, und die Fixsterne, durch welche sie gegenwärtig gehet, sind beynahe eben diejenigen, welche die Alten in derselben gefunden haben. Es muß also die Sache vornehmlich auf eine beständige Veränderung der Fläche des Gleichers ankommen.

Eine Bewegung der Axe des Sternhimmels.

§. 350. Es sey *ABDE* (*T.IV. Fig.* 65.) die in ihrer Fläche, deren T.IV.F.65.
Veränderung hier in keine Betrachtung gezogen wird, um den Mittelpunct der Erde *C* beschriebene scheinbare Sonnenbahn, und *FC* dieser Fläche perpendicular; welche also durch den Pol der Ecliptic gehen, und diesen in der Oberfläche

T.IV.F.65. der Himmelskugel angeben wird, in welcher man sich die Ecliptic *ABDE* gezeichnet vorstellt. *AGDH* sey der Gleicher, dessen Fläche mit der vorigen den Winkel *HAE* von der (338) angezeigten Grösse einschliesset, indem sie dieselbe in der geraden Linie *ACD* schneidet. Auf diese Fläche *AGDH* sey die *PC* perpendicular, welche demnach die Axe des Himmels vorstellen, und durch die Pole desselben gehen wird, so daß ein Punct derselben *P* den mitternächtigen Pol angeben kan. Alsdenn ist *A* der Anfang der Ecliptic, und zugleich der Anfang des Gleichers, die Sonne beweget sich von *A* durch *B*, *D* nach *E*, in welcher Ordnung auch die Zeichen der Ecliptic auf einander folgen, und der gerade Aufgang wird von *A* nach *G*, *D*, *H* gerechnet. Da nun *AC*, und mit derselben ihre Verlängerung *CD* sich um *C*, dem Lauf der Sonne entgegen, und also von *A* gegen *E*, und von *D* gegen *B* drehet: so muß sich auch die an die Fläche *AGDH* unbeweglich angesetzte *PC* um die unbewegliche *FC* drehen, und um diese, so lang der Winkel *FCP* einerley Grösse behält, die Oberfläche eines geraden Kegels beschreiben, dessen Axe *FC* ist. Der Pol *P* selbst beschreibet bey dieser Bewegung, in der Oberfläche des Himmels, an welcher er von *P* in *I*, und von dannen in *K* fortgehet, den Cirkel *PIK*, dessen Halbmesser aus *C* unter dem Winkel *FCP* gesehen wird, welcher *FCP* der Schiefe der Ecliptic gleich (332), und also eben den Veränderungen unterworfen ist, welche diese Schiefe leidet.

§. 351. Da also in dem Cirkel *PIK* der Nordpol des Himmels, und in einem diesen entgegengesetzten, dessen Südpol, wiewol sehr langsam, fortgehen: so muß auch die Lage der Fixsterne, welche in Absicht auf die Fläche der Ecliptic und deren Axe beynahe immer die vorige bleibt, in Absicht auf die Pole des Gleichers, beständig geändert werden, so daß bey einigen Fixsternen ihre Entfernung von diesen Polen nach und nach grösser, bey andern aber kleiner wird. Es ist also die Abweichung eines jeden Fixsterns von dem Gleicher einer beständigen Veränderung unterworfen; gleichwie auch der gerade Aufgang desselben dadurch, daß der Anfang des Gleichers aus seiner Stelle rücket, in jedem Augenblicke, wiewol nur ungemein wenig, geändert wird.

§. 352. Bey so gestalten Sachen kan eine Himmelskugel, auf welcher, ausser den Sternbildern und dem Gleicher samt dessen Polen, auch die Ecliptic und die Pole derselben, richtig verzeichnet sind, zwar die Abweichung eines jeden Fixsterns

sterns von dem Gleicher, und seinen geraden Aufgang für einen gewissen Zeitpunct richtig vorstellen, aber nicht für einen jeden andern; und muß mit der Zeit von dem wahren Stande, die diese Dinge an dem Himmel haben, immer mehr abweichen. In den Sternbildern selbst gehet keine Veränderung vor, die hier in Betrachtung zu ziehen wäre: und, wenn man sich eine durch die Axe der Ecliptic *FC* und einen Fixstern *S* gelegte Fläche verstellet, die den Sternhimmel in einen Bogen *FSL* schneiden wird, welcher die Grösse eines Quadranten hat, und bey *L* mit der Ecliptic einen geraden Winkel einschliesset: so wird dieser Bogen *FL* von dem Sterne *S* immer auf einerley Art getheilet, und die Zahl der Grade in *SL* oder *FS* wird in vielen Jahren kaum merklich geändert. Was aber den Bogen *AL*, das ist die Entfernung des Puncts *L* von dem Anfange der Ecliptic *A* anlangt, so muß diese nothwendig wachsen, indem *A* gegen *E* zurück weichet. *T. IV. F. 65.*

Die Länge und Breite am Himmel.

§. 353. Es ist aber das Wachsthum dieses Bogens *AL* ziemlich gleichförmig, indem derselbe in jedem Jahre beynahe um 50,3 Secunden zunimt. Dieses wird aus der Vergleichung der ältern Beobachtungen mit den neuern geschlossen, und ist die Ursache, warum die Stelle eines Fixsterns oder andern himlischen Körpers, welche für alle Zeiten zu bestimmen ist, durch die Bogen *AL* und *LS* angegeben wird, und nicht durch die Abweichung und den geraden Aufgang desselben, deren Veränderungen bey weiten nicht so leicht zu übersehen sind. Es haben derowegen diese Bogen *AL* und *LS* auch ihre besondere Nahmen bekommen; und es heisset der von dem Anfange *A* bis an den durch den Stern *S* gelegten Quadranten *FL* reichende Theil der Ecliptic, die Länge dieses Sterns *S*, welche sich immer gegen Morgen erstrecket, und also bis zu zwölf Zeichen, oder 360 Grade anwachsen kan. Der von der Ecliptic bis an den Stern *S* reichende Theil des Quadranten *LS* aber heisset die Breite des Sterns, und ist nördlich oder südlich, aber nie grösser als 90 Grade. Wird der Bogen *SL* fortgesetzt, so gehet er auch durch den zweiten dem *F* entgegengesetzten Pol der Ecliptic, und wird zu einen sogenanten Cirkel der Breite.

§. 354. Es ist schwer die Länge und Breite eines Sterns durch unmittelbare Beobachtungen mit der gehörigen Zuverläßigkeit auszumachen. Sie wird aber aus dem geraden Aufgange desselben und aus seiner Abweichung von dem

T. IV. F. 66. Gleicher durch eine Rechnung herausgebracht, die leicht zu übersehen ist, und zugleich zeiget, wie hinwiederum aus der bekanten Länge und Breite der gerade Aufgang samt der Abweichung zu finden sey. Es sey (*T. IV. Fig.* 66.) *F* der Pol der Ecliptic, *P* der Pol des Gleichers, und *FP* der zwischen denselben liegende Theil des Colurs der Wendpuncte, welcher Bogen eben so viele Grade und Theile der Grade enthält, als die Schiefe der Ecliptic. *S* sey ein Fixstern, oder anderes Punct des Himmels, nach welcher in der Oberfläche der Kugel die Bogen *PS* und *FS* laufen, die ihren Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Kugel haben. Alsdenn ist *PS* die Ergänzung der Abweichung des Sterns *S* von dem Gleicher, und *FS* die Ergänzung seiner Breite. Der Winkel *FPS* aber, welchen der durch den Stern *S* gelegte Abweichungskreis *PS* mit dem Colur der Wendpuncte einschliesset, ist aus dem geraden Aufgange desselben leicht zu haben. Und eben so leicht wird die Länge aus dem Winkel *SFP* geschlossen, welchen der Cirkel der Breite *FS* mit eben dem Colur *FP* einschliesset, oder der Winkel *PFS* aus der Länge. Ist also der gerade Aufgang samt der Abweichung des Puncts *S* bekant, so sind in dem Dreyecke *FPS* die Seiten *FP*, *PS* und der Winkel *P* gegeben, und man kan daraus sowol die Seite *FS* als den Winkel *F*, und aus diesen ferner die Länge und Breite schliessen. Umgekehrt aber wird durch die Länge und Breite des Puncts *S* der Winkel *F* und der Bogen *FS* gegeben, so daß in eben dem Dreyecke *FPS* nunmehro, ausser dem Winkel *F*, die Seiten *FP* und *FS* bekant sind, aus welchen der Winkel *P* und die Seite *PS* auf eben die Art geschlossen werden. In beiderley Umständen ist auch der Winkel *S*, welchen der Abweichungskreis mit dem Kreise der Breite einschliesset, durch die Regeln zu erhalten, welche aus jeden drey Theilen eines sphärischen Dreyecks die drey übrigen zu finden lehren.

Vollendung einer Himmelskugel.

§. 355. Nach den dergestalt gefundenen Längen und Breiten, werden die Verzeichnisse der Fixsterne gemacht, welche an ihrem Orte (243 — 246) beschrieben worden sind. Und nunmehro können wir uns einen vollständigern Begriff von den gemeinen Himmelskugeln machen, welche nicht nur die Fixsterne in ihrer wahren Lage, samt den Kreisen, welche wir uns zwischen denselben einbilden, richtig vorstellen, sondern uns auch in den Stand setzen sollen, den Ort der Sonne für jeden Tag des Jahres in ihrer Oberfläche gehörig anzugeben. Die ersten, welche dergleichen Kugeln verfertiget haben,

haben, nahmen in der Oberfläche derselben zween Puncte an, deren einer den Pol des Gleichers, und der andere den Pol der Ecliptic vorstellen solte. Diese Pole musten um $23\frac{1}{2}$ Grade eines mit dem Radius der Kugel beschriebenen Cirkels von einander entfernet seyn: denn genauer kan man es in dergleichen Dingen schwerlich nehmen. Um diese Pole wurden alsdenn in der Oberfläche der Kugel zween Cirkel von eben dem Halbmesser würklich beschrieben, deren jeder die Kugel in zwo einander gleiche Hälften theilte; aus welchen sodann auch die den zuerst angenommenen entgegengesetzten Pole der beiden Cirkel gefunden werden konten. Sie nahmen alsdenn einen dieser Cirkel für den Gleicher und den andern für die Ecliptic an, und gaben denen an einer Seite derselben liegenden Polen die Nahmen der nordlichen, wodurch die ihnen entgegengesetzten die südlichen Pole wurden. Die dergestalt beschriebene Ecliptic muste nothwendig den Gleicher in zwo Hälften theilen, und es muste sich die Ecliptic von dem einen Puncte dieser Theilung nach den nordlichen Polen zu von dem Gleicher entfernen, wenn man die Theile derselben von der Abendseite nach der gegen Morgen erstreckte. Dieser Punct wurde nun für den Anfang sowol des Gleichers als auch der Ecliptic angenommen, und jeder dieser Kreise getheilet, jener in seine 360 Grade, und diese erstlich in ihre zwölf Zeichen, deren Nahmen bereits wiederhohlet worden sind, und jedes dieser Zeichen ferner in 30 Grade. Nun konten ferner die beiden Coluren, durch die Pole des Gleichers beschrieben werden, samt den zween Wendekreisen, deren Pole in eben die Pole des Gleichers fallen. T.IV.F.66.

§. 356. Es muste ferner vor eine Einrichtung gesorgt werden, vermittelst welcher durch jeden Punct der Ecliptic und durch die beiden Pole derselben ein Breitencirkel (353) gezogen, und auf diesen eine beliebige Zahl von Graden angegeben werden konte: welches vermittelst eines ganzen oder halben Rings von Messing oder Holz am leichtesten zu erhalten war. Alsdann konte jeder Stern, dessen Länge und Breite zu einem gewissen Zeitpuncte bekant war, auf die Kugel gebracht, und nachdem dieses mit allen, in einem zu eben dem Zeitpuncte berechneten mehr oder weniger vollständigen Catalogus enthaltenen Sternen geschehen, die Kugel durch die Zeichnung der Sternbilder vollendet werden. Nach diesen Gründen werden die gewöhnlichen Himmelskugeln würklich verfertiget, wiewol bey der Ausführung man sich solcher Mittel bedienet, durch welche dieselbe vervielfältiget werden, indem man die Sternbilder, samt den Theilen der Kreise, welche auf die Kugel

 gebracht

T.IV.F.66. gebracht werden sollen, vermittelst zu dem Ende gestochener Kupferplatten, auf Papier abdrücket, und mit diesen hernach die in der gehörigen Grösse aus Gyps gebildete Kugel überziehet; welches obwol nicht mit der volkommensten, jedoch mit einer hinlänglichen Richtigkeit geschehen kan.

§. 357. Es kan aber eine dergestalt verfertigte Kugel nur eigentlich für den angenommenen Zeitpunct (352), und weil es dabey auf die äuserste Strenge nicht ankomt, etwa fünf und zwanzig bis dreissig Jahr vorher und hernach dienen. Man müste, wenn man eine Himmelskugel verfertigen wolte, welche nicht nur die Fixsterne in ihrer Ordnung, sondern auch die nach der vorgetragenen Beschreibung getheilte Ecliptic in ihrer wahren Lage, überhaupt für jeden Zeitpunct, mit einer hinlänglichen Richtigkeit vorzustellen fähig wäre, die eigentliche Kugel, auf welche die Sterne verzeichnet werden sollen, oder würklich verzeichnet sind, von dem Gleicher und der Ecliptic absondern, und diese beiden Cirkel samt den Coluren in einen besondern Zusammenhang bringen, und diesen durch die beiden Wendekreise, samt zween anderen, um die Pole des Gleichers mit einer Oeffnung von $23\frac{1}{2}$ Graden beschriebenen Kreisen, noch mehr befestigen, welche zugleich, in dem einen Colur, die Pole der Ecliptic bestimmen würden. In diese aus Holz oder Messing verfertigte gehörig an einander zu fügende Ringe müste die mit den Sternbildern bezeichnete Kugel eingeschlossen, und mit den gleich anfangs in ihrer Oberfläche angenommenen Polen der Ecliptic an die Pole der Ecliptic der nunmehro würklich zusammengefügten Ringe dergestalt befestiget werden, daß sie sich nach Belieben um diese Pole drehen liesse. Man würde blos durch dieses Drehen die Sternbilder, in Absicht auf die Ecliptic und den Gleicher, beynahe so setzen können, wie sie in einem jeden abgewichenen Zeitpuncte, dessen Entfernung von dem gegenwärtigen bekant ist, zum Beyspiel, vor tausend oder zweytausend Jahren, gestanden sind, oder nach Verfliessung einer gegebenen Zahl von Jahren stehen werden: weil blos die Längen der Fixsterne sich mit der Zeit ändern, indem ihre Breiten beynahe immer die vorigen bleiben (349): in einer dergestalt eingerichteten Kugel aber, durch die angezeigte Drehung um die Pole der Ecliptic, der Anfang derselben von dem Kreise der Breite eines jeden Sterns so sehr entfernet, oder demselben so nahe gebracht werden kan, als man will.

§. 358. Es wird aber von den meisten nicht der Mühe werth geachtet der- T. IV. F. 66. gleichen Kugeln würklich zu verfertigen, und sie sind derowegen nie in allgemeinen Gebrauch gekommen. Denn der aus blossen Ringen zusammengesetzten, welche unter dem Nahmen Sphära armillaris bekant ist, fehlet es an der inwendigen mit den Sternen bezeichneten würklichen Kugel. Die gemeinen Himmelskugeln werden sämtlich, nach den (355. 356) angegebenen Gründen und Handgriffen, für einen gewissen Zeitpunct verfertiget, und können blos um die Axe des Gleichers gedrehet werden, welche zu dem Ende mit ihren äussersten Theilen, an einem Ringe haftet, der den Mittagskreis des Beobachtungsplatzes vorstellen soll, und in einem andern an einem Gestelle befestigten gemeiniglich hölzernen Ringe dergestalt versetzt werden kan, daß er der Fläche desselben immer perpendicular bleibt, indem die Mittelpuncte beider Ringe mit dem Mittelpuncte der Kugel zusammen fallen. Es kan demnach dieser hölzerne Ring den Horizont vorstellen, über welchen sich der eine Pol der Kugel so sehr erhöhen oder erniedrigen läßt, als es die Breite des Beobachtungsplatzes erfodert. Die übrigen Höhen werden durch einen besondern beweglichen Quadranten angegeben, dessen man sich auch sonst bedienen kan, die Entfernung eines Puncts der Oberfläche der Kugel von einem andern zu messen.

Gebrauch des Orts der Sonne auf der Kugel.

§. 359. Wenn wir nun das Jahr, für welches die Kugel eigentlich verfertiget worden ist, das Jahr der Kugel nennen, und die verflossenen und zukünftigen Jahre auf dasselbe beziehen: so ist der Ort der Sonne für jeden Tag des Jahrs der Kugel, oder eines nicht allzulang vorhergehenden oder darauf folgenden, gar leicht anzugeben, wenn nur das Zeichen und der Grad des Zeichens, in welchem die Sonne an diesem Tage würklich von der Erde gesehen wird, aus einem Calender oder sonst bekant sind: indem dazu nicht mehr erfodert wird, als eben das Zeichen und eben den Grad desselben in der Ecliptic der Kugel aufzusuchen. Dieser Punct stehet in Ansehung der auf die Kugel gezeichneten Sterne so, wie die Sonne an eben dem Tage in Ansehung der würklichen Sterne des Himmels stehet; und man kan, was hieraus auf einem jeden nach Belieben angenommenen Beobachtungsplatze vor Erscheinungen folgen werden, an der Kugel gar leicht sehen, wenn nur auch der Pol derselben, der Breite dieses Platzes gemäß, erhöhet ist.

T.IV.F.66. §. 360. Will man, zum Beyspiel, wissen, welche Sterne an diesem Tage mit der Sonne zugleich aufgehen, und welche untergehen, indem die Sonne aufgehet, so bringet man nur den Ort der Sonne in den ostlichen Theil des Horizonts, und siehet nach den Sternen, die sich alsdann in eben dem Theile desselben befinden, wie auch nach denen in dem westlichen. Die ersten gehen an diesem Tage mit der Sonne zugleich auf, die letztern aber gehen in dem Augenblicke unter, in welchem sich die Sonne über den Horizont erhebet. Und dieses ist, was Ortus und Occasus cosmicus genennet wird. Sollen aber die Sterne angegeben werden, welche mit der Sonne zugleich untergehen, oder welche aufgehen, indem die Sonne untergehet, so wird eben der Ort der Sonne in den westlichen Theil des Horizonts gebracht, und im übrigen eben so verfahren. Dieses ist der Aufgang und der Untergang der Sterne beym Anfange der Nacht, Ortus und Occasus acronyctus, welcher eben sowol unsichtbar ist als der vorige. Denn es wird kein Fixstern gesehen, so lange sich der Mittelpunct der Sonne nicht in der gehörigen Tiefe unter dem Horizonte befindet. Es wird aber auf eben die Art entdecket, welche Sterne sich in dem ostlichen oder westlichen Theile des Horizonts befinden, indem die Sonne eine gewisse Höhe über demselben, oder eine gewisse Tiefe darunter hat. Man darf nur dem in der Ecliptic der Kugel angemerkten Orte der Sonne, vermittelst des Höhenquadranten, diese Höhe oder Tiefe würklich geben, so erscheinen die gesuchten Sterne ohne weitere Mühe.

Einrichtung der Kugel für ein vergangenes oder zukünftiges Jahr.

§. 361. Sollen aber eben diese Entdeckungen für einen Zeitpunct, welcher vor dem Jahre der Kugel um einige hundert oder tausend Jahre vorher gehet, oder um eine nicht viel geringere Zahl von Jahren darauf folget, vermittelst der gewöhnlichen Kugel gemacht werden, so muß erstlich der Anfang der Ecliptic, wie er zu der gegebenen Zeit gestanden ist, oder stehen wird, in der Ecliptic der Kugel angemerkt, und zweitens der Pol des Gleichers zu eben dem Zeitraume auf der Kugel bestimmet werden. Das erste ist etwas leichtes, da die Ecliptic selbst nicht so merklich aus ihrer Stelle weicht, daß diese Abweichung hier in Betrachtung kommen könte, und nur ihr Anfang, wieder die Ordnung der Zeichen, von Morgen gegen Abend fortrücket (350). Denn weil die übrige Eintheilung dieses Kreises dem ohngeachtet die vorige bleibt, so müssen auch alle Theilungspuncte dessel-

desselben, diejenigen mit welchen sich die Zeichen anfangen und endigen, die Wendpuncte und alle übrigen, zugleich und eben so stark fortrücken, nicht anders als geschiehet, wenn ein körperlicher nach Belieben getheilter Ring sich um seinen Mittelpunct in sich selbst beweget. Diese Bewegung beträgt in einem Jahre 50,3 Secunden, und in zehn Jahren 8 Minuten 23,4 Secunden, demnach in hundert Jahren beynahe einen Grad und 24 Minuten, und also in tausend Jahren sehr genau 14 Grade. Hieraus folgt, daß der Punct des Himmels, bey welchem tausend Jahre vor dem Jahre der Kugel der Anfang der Ecliptic gestanden, in der auf derselben verzeichneten Ecliptic der vierzehnte Grad des ersten Zeichen seyn werde; und derjenige, in welches damals der Wendpunct des Krebses gefallen, der vierzehnte Grad des Zeichens des Krebses, wie dieses auf der Kugel stehet. T.IV.F.66.

§. 362. Ist demnach eine gewisse Zahl von Jahren angegeben, zum Beispiel 2350, in welcher der Anfang der Ecliptic, nach einer auf die eben angegebene Grösse seiner Bewegung gegründeten leichten Rechnung, um 32 Grade und 54 Minuten, oder fast um 33 Grade nach der Abendseite zurück gegangen ist; und es soll das Punct des Himmels angegeben werden, bey welchem die Sonne in dem 2350 Jahre vor dem Jahre der Kugel an dem Tage gestanden, an welchem sie in dem achten Grade des Stiers erschienen ist; so dürfen nur diesem achten Grade des Stiers noch die gefundenen 33 Grade zugesetzt werden, oder welches eben das ist, ein Zeichen und drey Grade. Dadurch wird der eilfte Grad des folgenden Zeichens der Zwillinge herausgebracht, welches in der Ecliptic der Kugel, als der gesuchte Ort der Sonne, zu bezeichnen seyn wird. Ist aber die Frage von demjenigen Jahre, welches nach dem Jahre der Kugel das 2350ste seyn wird, so wird eben die Zahl der 33 Grade, von dem gegebenen Orte bey dem achten Grade des Stiers, abgezogen. Der Ueberschuß ist der 5te Grad des Widders, der auf der Kugel verzeichneten Ecliptic, welcher Punct in Absicht auf die Sterne derselben eben so stehet, wie die Sonne in Absicht auf die Sterne des Himmels stehen wird, wenn sie im 2350sten nach dem Jahre der Kugel in dem achten Grade des Stiers erscheinet. In eben dem Jahre wird der Wendpunct des Krebses in den fünften Grad der Zwillinge fallen, anstatt daß derselbe in dem 2350sten Jahre vor dem Jahre der Kugel, in dem eilften Grade des Löwen anzutreffen war, wie dieser auf unserer Kugel würklich verzeichnet

T. IV. F. 66. net stehet. Denn von den Sternbildern, welche eben den Nahmen führen, ist hier nicht die Rede.

§. 263. Wenn nehmlich überhaupt ein Zeitraum T durch die Zahl der in demselben enthaltenen Jahre gegeben wird, in welchem der Anfang der Ecliptic um die leicht zu berechnete Zahl D von Graden und deren Theilen, von Morgen gegen Abend zurückgegangen ist: und es wird im Anfange dieser Zeit T die vom Anfange der Ecliptic an gemessene Länge eines gewissen Puncts des Himmels, durch die Zahl der Grade A angegeben, die Länge aber, welche eben der Punct am Ende dieser Zeit T hatte, durch B; welche Zahl von Graden von dem nunmehrigen, von dem vorigen verschiedenen, Anfange der Ecliptic gezählet wird, so ist immer $B = A + D$, und also $A = B - D$. Und es können diese leichten Vorschriften gebraucht werden einen Punct des Himmels, dessen Länge durch die für den Anfang der Zeit T getheilten Ecliptic bestimmet ist, durch einen Bogen der für das Ende eben der Zeit T eingetheilten, anzugeben, und umgekehrt: welches man nennen kan: einen Punct des Himmels aus der Ecliptic des Anfangs der Zeit T in die Ecliptic derselben, oder aus diesem in jenen, übertragen. Die gegenwärtige Absicht dieser Arbeit wird durch eine gar mittelmäßige Richtigkeit erreichet. In anderen Fällen ist eine grössere Strenge nöthig, und das vermittelst der angegebenen Rechnung herausgebrachte, erfodert einige Verbesserung.

§. 364. Die in den Gedanken vorgenommene Veränderung bey der Ecliptic, vermittelst welcher der Anfang derselben einem vergangenen oder noch zukünftigen Jahre gemäß gesetzt wird, verändert auch die Pole des Gleichers, und bringt sie an eine andere Stelle. Es ist uns fürnehmlich um den mitternächtigen Pol zu thun, durch dessen Stelle zugleich die Stelle des mittägigen bestimmet wird. Ist aber, nach der gegebenen Anweisung, in der Ecliptic der Kugel das Punct bezeichnet in welches in dem angegeben, verflossenen oder zukünftigen Jahre der mitternächtige Wendpunct fällt, so darf man nur an dieses Punct, welches in dem (362) beygebrachten Beispiele der fünfte Grad der Zwillinge oder der eilfte des Löwen ist, und sodenn an den Pol der Ecliptic den beweglichen Höhenquadranten anlegen. Das Punct dieses Quadranten, welches von dem Pole der Ecliptic gegen diese, und den in derselben bezeichneten Wendpunct, um $23\frac{1}{2}$ Grade ent-

entfernet ist, wird in den gesuchten Ort des Pols des Gleichers fallen, welcher demnach ebenfalls auf die Kugel gezeichnet werden kan; und wir wollen setzen, daß neben demselben der Buchstabe Q gesetzt worden sey, um diesen vormaligen oder zukünftigen desto besser von dem gegenwärtigen Pole der Kugel zu unterscheiden. Um diesen Punct Q müste durch den Anfang der Ecliptic der zu eben dem Zeitpuncte gehörige Gleicher beschrieben werden, wenn es der Mühe werth wäre, und man sich nicht scheuete, die Kugel dadurch einigermassen zu verderben. T.IV.F.66.

§. 365. Durch diese Bezeichnung des Pols Q und des Anfangs der Ecliptic wird die Kugel zu dem angenommenen vergangenen oder zukünftigen Jahre eingerichtet. Denn daß sie sich um den Pol Q nicht so drehen läßt, wie um den würklich an dem Mittagsringe befestigten, ist nichts wesentliches; ob es wol den Gebrauch etwas schwerer macht. Man kan dem ohngeachtet für jedes vor dem Jahre der Kugel verflossene, oder auf dasselbe folgende Jahr finden, in welchem Grade der Ecliptic die Sonne stehen müsse, wenn sie bey dem Aufgange eines nach Belieben angenommenen Sterns, oder bey dem Untergange desselben, an einem Orte, dessen Polhöhe bekant ist, auch selbst in dem Horizonte, um diese oder jene Zahl von Graden über den Horizont erhaben, oder unter denselben versenkt stehen soll. Und dieses ist uns zu wissen öfters nöthig, weil die Alten durch dergleichen Erscheinungen die Tage des Jahres angegeben haben, ehe sie einen richtigen Calender hatten.

Den ersten Aufgang und den letzten Untergang eines Sterns zu finden.

§. 366. Man kan aber dabey also verfahren. Wenn von dem Aufgange des Sterns die Rede ist, so bringe man denselben in den Morgenhorizont, und drehe den Mittagsring der Kugel so lang um seinen Mittelpunct, bis der Pol Q die Höhe des Orts bekomt, von welchem die Frage lautet, als vor Rom, 42 Grade. Dieses wird vermittelst des Höhenquadranten erhalten, welcher, wenn er gehörig an das Punct Q angebracht ist, zugleich einen Theil des Mittagskreises dieses Orts vorstellet, welches der Mittagsring der Kugel nicht thun kan, wenn er nicht zugleich durch Q gehet. Ist nun die Kugel in diesem Stande befestiget worden, so siehet man den Punct, der auf dieselbe

T.IV.F.66. gezeichneten Ecliptic, welcher in den östlichen oder westlichen Theil des Horizonts fällt, so gleich; derjenige aber, in welchem die Sonne sich befinden muß, wenn sie bey dem Aufgange des Sterns an dieser oder jener Seite der Mittagsfläche um eine gegebene Zahl von Graden über den Horizont erhöhet, oder unter demselben vertieft seyn soll, ist vermittelst des Höhenquadranten leicht zu entdecken. Und eben so wird auch verfahren, wenn die Frage von dem Untergange des Sterns ist; ausser daß man diesen nunmehr in den westlichen Theil des Horizonts bringen muß: wodurch zwar die Höhe des Pols Q geändert wird, aber auf eben die Art, wie in dem vorigen Falle geschehen muste, wieder berichtiget werden kan. Ist nun der gesuchte Ort der Sonne in der Ecliptic des Jahrs der Kugel dergestalt gefunden worden: so bleibt nichts übrig, als daß derselbe in die Ecliptic des in der Frage angegebenen, vergangenen oder zukünftigen Jahres, übergetragen werde, indem nehmlich, wenn A die Länge der Sonne in dem vorhergehenden, und B die Länge derselben in dem nachfolgenden Jahre bedeutet, man machet $B = A + D$, oder $A = B - D$, nachdem diese oder jene der beiden Längen A, B, in der Ecliptic der Kugel gefunden worden ist.

§. 367. Es ist bereits (360) angemerket worden, daß wenn ein Stern mit der Sonne zugleich aufgehet, dessen Aufgang, wegen des Lichts der Sonne, nicht gesehen werden könne. Es kan aber auch der Aufgang eines Sterns nicht gesehen werden welcher kurz vor der Sonne in den ostlichen Theil des Horizonts tritt, weil alsdann unsere Luft, von der in einer geringen Tiefe unter demselben stehenden Sonne, noch allzusehr erleuchtet wird. Nach und nach aber entfernet sich die Sonne, indem sie in ihrer Bahn gegen Morgen fortrücket, immer mehr von dem Sterne, die von dem Aufgange des Sterns bis zum Aufgange der Sonne verfliessende Zeit wird länger, und die Sonne komt endlich bey dem Aufgange des Sterns so tief unter dem Horizonte zu stehen, daß sie die Luft über den Beobachtungsplatz nicht mehr so sehr erleuchten kan, daß diese vermögend wäre, den Stern zu verdunkeln: welche Tiefe, nachdem der Stern einen stärkern oder schwächern Glanz hat, auf 12 bis 15 Grade gesetzt wird. Denn von den gar kleinen Sternen ist hier nicht die Rede. An diesem Tage erscheinet der Stern zuerst im Aufgange, wird aber bald darauf von dem Lichte der ihm verfolgenden Sonne wieder verdunkelt, und bleibt

bleibt also nur eine gar kurze Zeit sichtbar. In den darauf folgenden Tagen wird die Zeit, in welcher der Stern nach seinem Aufgange gesehen werden kan, immer grösser, und der Stern steigt in derselben immer höher und höher, bevor er von der sich dem Morgenhorizonte nähernden Sonne verdunkelt wird. T. IV. F. 66.

§. 368. Der Tag des Jahres, in welcher ein Stern dergestalt zuerst aufgehet, kan eben dadurch von allen vorhergehenden und nachfolgenden Tägen dieses Jahres unterschieden werden: und dazu haben die Alten diesen Aufgang gebraucht, welcher auch Ortus heliacus genennt wird, weil bey demselben der Stern zuerst aus den Sonnenstrahlen hervorkömt. Eine beträchtliche Zeit nach diesem Aufgange, binnen welcher der Stern immer in dem Morgenhorizonte sichtbar wird, hat sich die Sonne durch ihre Bewegung von Abend gegen Morgen so sehr von ihm entfernet, und an der andern Seite demselben genähert, daß sie nunmehro kaum untergegangen ist, indem der Stern aufgehet. Alsdenn erscheinet derselbe zuerst in einer grössern oder kleinern Höhe über dem Horizonte, und bleibt bis zu seinem Untergange sichtbar. Es wird aber diese Zeit der Sichtbarkeit, welche anfänglich viele Stunden betragen kan, durch die sich dem Sterne an der Abendseite nähernde Sonne immer mehr verkürzet, und endlich so kurz, daß der Stern fast in eben dem Augenblicke, in welchem er an der Abendseite des Horizonts von dem Lichte der Sonne verlassen und dadurch sichtbar wird, sich unter dem Horizonte versenket. Ist dieses geschehen, so wird der Stern völlig unsichtbar, und bleibt es so lange, bis die Sonne, nachdem sie bey ihm vorbeygegangen ist, sich an der Morgenseite wieder so weit von demselben entfernet hat, daß er bey seinem Aufgange gesehen werden kan.

§. 369. Dieser letztere Untergang, mit welchem ein Stern eine Zeitlang ganz unsichtbar wird, heisset sein Occasus heliacus, und ist von den Alten eben so wol gebraucht worden, als der Aufgang dieser Art, einen oder etliche auf einander folgende Täge des Jahres, von den übrigen Tägen desselben, zu unterscheiden. Der nach der gegebenen Anweisung in der damahligen Ecliptic gefundene Ort der Sonne an dem Tage eines dergleichen Aufgangs oder Untergangs, wird uns dienen eben den Tag nach unserm Calender anzugeben, so

T.IV.F.66. bald wir uns diesen etwas genauer bekant gemacht haben werden. Eben die Bewantniß hat es auch mit den übrigen Aufgaben, welche vermittelst der Himmelskugel aufgelöset worden, die sich fast von selbst darbiethen, wenn nur die Dinge, von welchen sie handeln, hinlänglich bekant sind: indem alles darauf ankömt, daß man die Kugel demjenigen, so in der Aufgabe als bekant angegeben wird, gemäß stelle. Denn sobald dieses geschehen ist, erscheinet auch das gesuchte an derselben, oder kan doch aus dem, so sich würklich zeiget, ohne Weitläuftigkeit geschlossen werden. Dieses letztere ist insonderheit von den gegebenen oder gesuchten Zeiten zu verstehen, welche, da sie an sich unsichtbar sind, durch die nach richtigen Gründen bestimte Bogen des Gleichers, oder, wenn es nicht nöthig ist die Sache so genau zu nehmen, durch die Theile des an dem Mittagsringe befestigten Stundenscheibchens, in Stunden und Minuten angegeben werden; von welchen sogleich ausführlich gehandelt werden soll.

Der
Astronomischen Vorlesungen
sechster Abschnitt.
Von dem Tage und dessen Theilen.

Eintheilung des Tages.

§. 370.

Wir können nun in der Betrachtung des Laufs der Sonne fortfahren, deren Licht und Wärme in unsere Verrichtungen einen so starken Einfluß hat, daß die Menschen dadurch bewogen, und fast gezwungen worden sind, die Zeit fürnehmlich nach der Bewegung derselben einzutheilen. Das erste so sich zu dem Ende darboth, war der Tag, samt der vorhergehenden oder darauf folgenden Nacht, welche zwo Zeiten gemeiniglich zusammen genommen werden, wenn man Täge zählet: es war also nur eine geschickte Eintheilung des Tages festzusetzen. Diese haben einige Völker auf diese, andere auf eine andere Art gemacht und verschiedene derselben haben den Tag von verschiedenen Zeitpuncten angefangen, nachdem sie dabey ihre besondere Absichten hatten. Nunmehro richtet man sich in Europa, und vielen andern Ländern, nach der Eintheilung der Astronomen, welche unter allen die schicklichste ist.

§. 371. Der Tag wird an einem jeden Orte von dem Zeitpuncte an, in welchem der Mittelpunct der Sonne durch die Mittagsfläche durchgegangen ist, bis an denjenigen gerechnet, in welchen er eben den Theil dieser Fläche das nächstemal erreichet. Es wird nehmlich jede Mittagsfläche, oder jeder Mittagskreis, durch die Axe des Himmels in zween Theile getheilt, und von diesen Theilen ist die Rede. Hierinnen stimmen wir mit den Astronomen überein: wir nehmen aber den Anfang des Tages in der einen dieser Hälften, indem ihn jene in der

T.IV.F.66. andern nehmen, so daß sich der astronomische Tag in dem Zeitpuncte anfängt, mit welchem sich die erste Hälfte des gemeinen endiget. Jeder derselben, sowol der gemeine als der astronomische, wird durch das Beiwort des natürlichen von einem jeden andern Tage unterschieden.

§. 372. Um nun diesen Tag einzutheilen, stellet man sich durch die Axe des Himmels noch eilf andere Flächen gelegt vor, so daß mit der Mittagsfläche deren zwölfe werden, deren jede von der Axe getheilt wird. Dadurch werden vier und zwanzig Flächen erhalten, deren jede von der Axe an sich gegen den Sternhimmel erstrecket, und mit jeder ihr zunächst liegenden einen Winkel von 15 Graden einschliesset. Man kan diese Flächen zu halben Cirkeln machen, die ihren gemeinschaftlichen Mittelpunct in der Axe, und sämtlich eben den Halbmesser haben. Alsdenn heissen sie die Stundencirkel; die nicht selbst an den Sternhimmel gezeichnet werden müssen, weil sie unbeweglich an der Mittagsfläche des Orts haften, zu welchen sie gehören. Indem sich der Himmel drehet, komt nach und nach ein jeder Abweichungskreis in einen jeden dieser Stundencirkel.

T.IV.F.67. §. 373. Die 67ste Zeichnung ist ein orthographischer Entwurf dieser Cirkel, auf die nach dem Nordpole gekehrte Seite einer Fläche, die der Axe perpendicular, und also der Fläche des Gleichers parallel gesetzt ist. Man kan sich zwischen jeden zween der entworfenen Flächen so viel andere vorstellen, daß dadurch der Stundenwinkel von 15 Graden in 60 kleinere Winkel getheilet wird, deren jeder 15 Minuten hält, um in diesen Flächen die Minutencirkel zu zeichnen: und jeder dieser Minutenwinkel kan ferner auf eben die Art in 60 Secundenwinkel, von 15 Secunden eines Grades, zerschnitten werden. Es läßt sich aber, was von den Stundencirkeln gesagt wird, so leicht auf die Cirkel der Minuten und Secunden anwenden, daß es nicht nöthig ist sich dabey aufzuhalten. Ja es werden gemeiniglich auch diese unter dem Nahmen der Stundencirkel begriffen. Die dem Entwurfe beygeschriebene römischen Zahlen sind für die gemeine Eintheilung, auf welche sich unsere gewöhnliche Uhren gründen, die innern Ziffern aber, für die astronomische.

§. 374. Mit dem Augenblicke nun, in welchem der Mittelpunct der Sonne den Theil der Mittagsfläche verläßt, da sie am höchsten stehet, und gemeiniglich

meiniglich sichtbar ist, endiget der Astronom seinen Tag, und fängt einen neuen an. Zu eben der Zeit zählen wir im gemeinen Leben zwölf Uhr um Mittag, und endigen damit die erste Hälfte des Tages, welcher anfieng, als der Mittelpunct der Sonne durch den dem vorigen entgegen gesetzten Theil der Mittagsfläche gieng, in welchem sie gemeiniglich unsichtbar ist, und immer am niedrigsten stehet. In dem Zeitpuncte, in welchem die Sonne den zunächst nach Abend zu an der Mittagsfläche liegenden Stundencirkel erreichet, setzen wir, mit den Astronomen, das Ende der ersten Stunde, und den Anfang der zweiten, und so verfahren wir nach Mittag immer, bis endlich zu Mitternacht die gemeine Art zu zählen sich von der astronomischen entfernet, indem die Astronomen von diesem Zeitpuncte die Stunden in einem fort, bis zu der vier und zwanzigsten rechnen. T.IV.F.67.

§. 375. Dieses ist der eigentliche Grund unserer Eintheilung des Tages. Wir verfahren eben so, wenn anstatt der Sonne wir uns nach einem Fixsterne richten, und würden eben so verfahren, wenn wir dazu einen andern Körper annehmen wolten, als zum Beyspiel, den Mond. Wir lassen die beschriebene Eintheilung des Raums rings um die Axe der Erde, und nennen die Zeit, welche der Stern braucht aus einem Stundencirkel in dem nächst folgenden überzugehen, eine Sternstunde; welche Stunden einander alle gleich sind. Eben so würden wir die Zeit, welche der Mittelpunct des Mondes anwendet, aus dem obern Theile der Mittagsfläche in die erste Stundenfläche überzugehen, die erste Mondstunde nennen, diejenige, welche er braucht von dieser in die dritte zu gelangen, die zweite, und so die dritte und vierte; ohne darauf zu sehen, ob diese Zeiten einander gleich sind, oder nicht. Dieses ist der rechte Begriff, den wir uns von einer scheinbaren Stunde machen müssen, welche ihre Benennung von dem himlischen Körper bekomt, nach dessen Bewegung wir uns dabey richten. Sie ist nur in dem Falle der vier und zwanzigste Theil des Umlaufs dieses Körpers, wenn derselbe immer eben die Zeit anwendet aus einem Stundencirkel in den zunächst folgenden überzugehen, ausserdem aber keinesweges: wiewol immer vier und zwanzig aufeinander folgende Stunden die ganze Zeit des Umlaufs, von der Mittagsfläche bis wieder in dieselbe, ausmachen. So ist auch eine Minute nicht immer der sechzigste Theil einer Stunde, sondern eine Minute bedeutet überhaupt die Zeit, welche der angenommene Körper braucht aus einem Minutencirkel sich bis zu dem nächstfolgenden zu bewegen; und eben die Be-

wantniß

T.IV.F.67. wantniß hat es auch mit den Secunden. Die Winkel, welchen die Fläche eines Secundencirkels mit der ihr zunächst liegenden einschliesset, sind alle von einer Grösse, und jeder derselben beträgt 15 Secunden eines Grades; die scheinbaren Zeitsecunden aber können gar wol ungleich seyn, so wol als die scheinbaren Stunden und Minuten.

Gründe der Sonnenuhren.

§. 376. Hieraus ist die ganze Einrichtung der Sonnenuhren zu begreifen, sowol derjenigen, welche unbeweglich an ihrem Orte verbleiben müssen, als auch der meisten übrigen, die überal gebraucht werden können. Sie zeigen die scheinbaren Sonnenstunden: könten aber einen Sonderling, welcher sich bey der Eintheilung seiner Zeit überal nach dem Monde richten wolte, ebenfalls befriedigen.

T.IV.F.68. Man stelle sich (*T. IV. Fig.* 68.) eine dünne Platte *AB* genau in der Mittagsfläche des Orts vor, dem die Uhr dienen soll, und ziehe in derselben *CD* der Axe des Himmels parallel. Durch diese *CD* lege man eine andere dergleichen Platte *EF* so, daß sie mit der vorigen *AB* rechte Winkel einschliesse. Diese rechte Winkel theile man ferner durch zwo andere Platten *GH*, *IK*, jeden in seine zwo Hälften, und jede dieser Hälften in drey gleiche Theile vermittelst anderer Platten, welche in der Zeichnung nicht erscheinen. Dadurch werden der rings um die Axe *CD* gelegten Platten vier und zwanzig, deren jede mit der ihr zunächst liegenden einen Winkel von 15 Graden einschliesset, welcher der vier und zwanzigste Theil von vier rechten Winkeln ist, die rings um *CD* herumstehen. Ob nun wohl die bey der Oberfläche der Erde gezogene *CD* eigentlich nicht als ein Theil der Weltaxe angesehen werden kan, da sie nicht durch den Mittelpunct der Erde gehet: so ist sie doch von dieser Axe, welcher sie parallel lieget, durch unsere Sinne nicht zu unterscheiden, und der Fehler, welcher dadurch begangen wird, daß man *CD* für einen Theil der Axe des Himmels hält, ist wegen der geringen Parallaxe der Sonne, ganz und gar unmerklich. Ist aber dieses, so können auch die durch *CD* gelegten Platten statt der Flächen gebraucht werden, die man sich durch die Weltaxe gelegt vorstellen muß, um in denselben die Stundencirkel zu beschreiben; weil jede dieser Platten einem der Stundencirkel parallel liegen, und von demselben nicht mehr abweichen wird, als *CD* von der Axe abweichet.

§. 377. Wenn also die Sonne sich in der, so weit es nöthig ist, erweiterten Fläche *AB* befindet, so ist es Mittag. Ist sie von dannen in die ebenfalls nach Nothdurft erweiterte Fläche *IK* übergegangen, zwischen welche und *AB* zwo Stundenflächen fallen, so sind vom Mittage an drey Stunden verflossen. In der Fläche *EF* befindet sich die Sonne nach Mittag um sechs Uhr, und früh um sechs Uhr; das einemal an der Seite *EC*, das anderemal an der entgegengesetzten. Es ist aber an dem Schatten, welchen die Platten werfen, wenn sie von der Sonne beschienen werden, gar wohl zu merken, ob sich die Sonne in einer der Flächen befinde, deren Lagen die Platten angeben, und welche diese sey? Denn es wird die Platte, in deren Fläche sich der Mittelpunct der Sonne befindet, an beiden Seiten gleich stark erleuchtet, und wirft ausser ihrer Fläche keinen Schatten. Wird nur eine Seite einer Platte erleuchtet, so befindet sich immer die Sonne an dieser Seite, und daraus ist eben so leicht zu schliessen, ob dieselbe die Fläche einer Platte bereits verlassen habe, oder ob sie sich dieser Fläche nähere. *T.IV.F.63.*

§. 378. Die dergestalt zusammengesetzten und richtig gestelten Platten würden also allerdings eine Sonnenuhr geben: sie zeigen aber auch wie eine dergleichen Uhr auf vielerley Art viel bequemer eingerichtet werden könne. Da an der Gestalt der Platten, welche einander in der Axe *CD* schneiden, nichts gelegen ist, so darf man nur in jeder derselben ein Punct oder mehrere Puncte annehmen, die einen Schatten werfen, oder eine Ritze, durch welche das Licht in einen übrigens beschatteten Raum eindringen kan. Diese Puncte werden am besten in der Axe *CD* selbst genommen, durch welche alle Stundenflächen hindurchgehen; und gemeiniglich wird diese Axe cörperlich gemacht, damit sie einen Schatten werfen möge. Alsdenn ist weiter nichts nöthig, als daß, durch andere in einer schicklichen Entfernung von der Axe gesetzte Puncte oder Linien, die Lage einer jeden Stundenfläche angegeben werde. Diese Puncte oder Linien können sämtlich in eben die, so oder anders gesetzte Fläche, gebracht werden, gleichwie die Linien *DG*, *DE*, *DI*, *DB* samt den übrigen, deren jede mit der Axe *CD* eine der Stundenflächen *AB*, *GH*, *EF*, *IK* festsetzet, alle in die Fläche *MN* fallen, welche dem Horizonte parallel seyn, oder diesen unter einem beliebigen Winkel, in dieser oder jener Linie schneiden mag. Alsdenn ist es Mittag, wenn der Schatten der Axe auf die verlängerte *DB* fällt, drey Uhr nach Mittag, wenn dieser Schatten die Linie *DG* bedecket, sechs Uhr, wenn er auf

T.IV.F.68. *DE* trift u. s. w. Man kan aber auch die Stundenlinien, welche die Stelle dieser *DG*, *DE*, *DI*, *DB* vertreten sollen, oder die Stundenpuncte, in verschiedenen Flächen, oder in der gekrümten Oberfläche einer Walze, einer Kugel oder eines andern Körpers zeichnen, weil ein jeder ausser der *CD* in der Fläche *AB* gezeichneter Punct, wenn er von dem Schatten dieser Axe bedecket wird, den Mittag richtig angiebt, und es mit einem jeden in einer der übrigen Stundenflächen gezeichneten Puncte eine ähnliche Bewantniß hat. Insbesondere können die geraden Linien, welche durch die in den Stundenflächen nach Belieben angenommene Puncte *A*, *G*, *E*, *K*, *F* der Axe *CD* parallel laufen, sie mögen übrigens liegen wie sie wollen, gar füglich als Stundenlinien gebraucht werden.

Ebene Sonnenuhren.

§. 379. Gemeiniglich werden die Stundenlinien in eine ebene Fläche gebracht, welche bey dem Gebrauche ihre Lage, ohne einige Veränderung behalten muß. Und in dieser Lage ist die Fläche entweder der der Axe des Gleichers parallel gemachten Axe der Uhr parallel, oder diese Axe lauft an die Uhrfläche an, und erreichet sie in einem Puncte, welches alsdann das Centrum der Uhr genennt wird. Da man sich immer die Axe der Uhr als die Axe des Gleichers selbst vorstellen kan: so gehet in dem ersten Falle die erweiterte Uhrfläche durch beide Pole des Himmels; in dem zweiten aber ist immer einer dieser Pole über die Fläche der Uhr erhaben, und der andere unter derselben vertieft: so daß die Axe der Uhr, gegen den über ihre Fläche erhabenen Pol verlängert, mit dieser Fläche einen Winkel einschließt, welcher die Polhöhe der Uhr genant werden soll. Dieser Winkel kan gerade oder spitzig seyn, und so klein, daß dadurch die Fläche der Uhr der Axe beynahe parallel wird.

§. 380. Wenn die Fläche der Uhr der Axe perpendicular ist, so ist sie der Fläche des Gleichers parallel, und wird eine Aequinoctialuhr genennet, welche unter allen am leichtesten zu beschreiben ist. Denn die Stundenwinkel derselben sind einander alle gleich, und jeder derselben hält genau funfzehn Grade: mit einem Worte, eine Aequinoctialuhr hat völlig das Ansehen der 67sten Zeichnung, oder gründet sich doch allein auf dieselbe. Was aber die übrigen Uhren anlangt, deren Polhöhe weniger beträgt als 90 Grade: so ist bey denselben zugleich der

Winkel

Winkel in Betrachtung zu ziehen, welchen ihre Fläche mit der Mittagsfläche des Orts, an welchem die Uhr zu stehen kommen soll, einschliesset, welcher, wenn man ihn bald an der Morgenseite der Mittagsfläche, und bald an ihrer Abendseite annimt, nie grösser ist, als ein rechter Winkel. *T.IV.F.68.*

§. 381. Ist der Winkel, welchen die Mittagsfläche mit der Fläche der Uhr einschliesset, gerade, so gehet die Linie, in welcher die Horizontfläche von der Fläche der Uhr geschnitten wird, immer gerade von Abend gegen Morgen. Denn die Horizontfläche ist der Fläche des Mittags ebenfalls perpendicular: und zwo einer dritten perpendiculare Flächen können einander nicht anders, als in einer geraden Linie schneiden, die dieser dritten Fläche perpendicular ist. Es fällt also auch die Fläche des Winkels, welcher die Polhöhe der Uhr angiebt, in die Mittagsfläche, und der Winkel selbst ist aus der Polhöhe des Orts, und der Neigung der Uhrfläche gegen den Horizont, gar leicht zu schliessen. Es sey (*T.IV.F. 69.*) *T.IV.F.69.* *AB* die in der Horizontfläche gezogene Mittagslinie des Orts, welchem die Uhr dienen soll, *CD* die in der Mittagsfläche richtig gesetzte Axe, und also *DCB* die Polhöhe eben dieses Orts, *EF* aber sey die Linie, in welcher die Mittagsfläche von der Fläche der Uhr geschnitten wird, und also *EFA* der Winkel, welchen die Fläche der Uhr mit dem Horizonte, oder der in demselben gezogenen Mittagslinie einschliesset: so ist *DGF* die Polhöhe der Uhr, und dieser Winkel ist die Summe der beiden *GFC* + *GCF*, welche ihm in dem Dreyecke *GCF* gegenüber stehen. Soll die Uhr an die andere Seite der Fläche *EF* gezeichnet werden, so daß nun nicht die von *G* durch *D* verlängerte *GD* nach den über ihre Fläche erhabenen Pol lauft, sondern die *GC*; so wird die Polhöhe *EGC* auf eben die Art gefunden. Es giebt aber auch Fälle, in welchen für die Polhöhe der Uhr nicht die Summe, sondern der Unterschied der Winkel *DCF* und *EFC* genommen werden muß; zu deren Entdeckung eine sehr leichte Zeichnung hinlanget.

§. 382. Es sind aber unter dieser Art Uhren, deren Flächen der Mittagsfläche perpendicular sind, indem sie zugleich an die Axe anlaufen, ausser der Aequinoctialuhr nur diejenigen würklich im Gebrauche, bey welcher diese Fläche entweder selbst in den Horizont fällt, oder auf diesem senkrecht stehet, und also die Horizontfläche in einer Linie schneidet, die genau von Morgen gegen Abend lauft. Die Horizontaluhr ist die vollständigste unter allen Sonnenuhren, die ganz auf

T.IV.F.69. eine und eben dieselbe Ebene verzeichnet sind. Sie wird erleuchtet, so lang sich die Sonne über den Horizont aufhält, und ist also fähig das ganze Jahr durch alle Stunden anzugeben: welches nicht statt hat, wenn die Sonne in einem Zeitpuncte, in welchem sie würklich über der Fläche einer Uhr erhaben ist, und also diese Fläche erleuchten würde wenn keine andere Verhinderung da wäre, sich unter dem Horizonte des Orts befindet. Die Polhöhe des Orts ist zugleich die Polhöhe der zu demselben gehörigen Horizontaluhr. Ueber eine gerade nach Mittag gekehrte Verticaluhr aber ist nicht der nordliche, sondern der südliche Pol erhaben, und zwar um einen Winkel, welcher zugleich die Höhe des Gleichers über den Horizont des Orts angiebt. Alles dieses, nebst andern dergleichen Umständen wird gar leicht eingesehen, wenn man der Einbildung durch einige leichte Zeichnungen, und im Nothfalle, durch Blätter, welche nach Belieben so oder anderst gelegt werden können, etwas zu Hülfe kömt.

Vorbereitung zu den Verticaluhren.

§. 383. Unter den übrigen Uhren, die ein Centrum haben, obwol ihre Flächen der Mittagsfläche nicht perpendicular sind, sind nur diejenigen von einem würklichen Nutzen, die vertical stehen, und also an die Mauer eines Gebäudes gezeichnet, oder sonst der Oberfläche derselben parallel befestiget werden können. *T.IV.F.70.* Es sey *AB* (*T. IV. Fig.* 70.) die Verticalfläche, auf welche die Uhr gezeichnet werden soll, welche die Horizontfläche *BD* in der *BE* schneidet. *MN* sey die in dieser Fläche gezeichnete Mittagslinie des Orts, und *NC* die über dieser Linie gehörig erhöhte Axe, so nehmlich, daß der Winkel *CNM* der Polhöhe dieses Orts gleich geworden. Wird nun diese Axe bis an die Fläche der Uhr verlängert, so ist das Punct *C*, in welchem sie dieselbe erreichet, das Centrum der Uhr, und die Linie *CM*, in welcher eben die Fläche von der durch *CMN* gehenden Mittagsfläche geschnitten wird, ist diejenige, auf welche der Schatten der Axe zu Mittag fällt. Da die Fläche *AB* sowol auf dem Horizonte senkrecht stehet, als die Mittagsfläche *CNM*, so ist auch diese Linie vertical, und demnach das Dreyeck *CMN* bey *M* rechtwinklicht, der Winkel *MCN* aber die Ergänzung der Polhöhe *CNM*, oder die Höhe des Gleichers des Orts, welchem die Uhr dienen soll. Da aber auch die Horizontlinie *MB* der *CM* perpendicular ist, so ist *NMB* der Winkel, welchen die Uhrfläche *AB* mit der Fläche *CNM* einschliesset, und es kan, wenn nur die Mittagslinie *MN* richtig gezeichnet ist, dieser Abweichungswinkel *NMR*

durch

durch Grade, oder sonst angegeben werden. Wird in der Horizontfläche *NR* der *EB* perpendicular gezogen, so verhält sich die nach Willkühr angenommene *MN* zu der *NR* wie der Radius zum Sinus des Winkels *NMR*; und *MR* zu eben der *NR*, wie der Radius zur Tangente desselben. Da also dieser Winkel so leicht zu finden ist, so wird derselbe gemeiniglich als bekant angesehen. T.IV.F.70.

§. 384. Die in der Horizontfläche *BD* der *BE* perpendicular gezogene *NR* ist auch der Uhrfläche *AB* perpendicular, und bildet demnach mit der in dieser Fläche gezogenen *CR* und der Axe *CN* das rechtwinklichte Dreyeck *CRN*, dessen Fläche ebenfalls auf der Fläche der Uhr senkrecht stehet, wodurch der Winkel *NCR* zur Polhöhe der Uhr wird. Also ist diese Polhöhe aus der Verhältniß *CR* : *RN* oder *CN* : *RN* leicht zu schliessen; und mit dem Winkel *MCR*, welchen die gerade unter der Axe liegende *CR* mit der Linie der zwölften Stunde *CM* einschliesset, hat es keine grössere Schwierigkeit. Es hat aber die Linie *CR* einen wichtigen Nutzen, indem sie nicht nur dienet, die Axe *CN* an die fertig gezeichnete Uhr richtig anzusetzen, sondern auch diese Zeichnung sehr erleichtern kan. Sie ist der orthographische Entwurf der Axe *CN* in der Fläche der Uhr. und kan gar wohl durch diese Benennung von den übrigen Linien derselben unterschieden werden.

§. 385. Eben dadurch aber, daß die Fläche *CRN* durch die Axe *CN* gehet, wird sie auch immer zu einer Stundenfläche, wiewohl es sich selten trift, daß sie eben zu einer vollen Stunde gehörte, sondern gemeiniglich über die nächste volle Stunden auch Minuten angiebt. Dem ohngeachtet wäre die Grösse des Winkels, welchen diese Fläche *CRN* mit der Mittagsfläche *CMN* einschliesset, vermittelst einer Uhr, deren Zeiger mit der Sonne zugleich herumkomt, unmittelbar zu finden. Man dörfte nur anmerken, wie viele Stunden und Minuten dieser Uhr der Schatten der Axe *CN* brauchet aus der Linie der zwölften Stunde *CM* in die *CR* überzugehen: und für jede Stunde dieser Zeit, dem gesuchten Winkel funfzehn Grade, für jede Minute aber funfzehn Minuten eines Grades, zu schreiben. Es kan aber auch ohne diese Weitläuftigkeit der Winkel, welchen die Fläche *CRN* mit der *CMN* einschliesset, durch die Rechnung gefunden werden, so bald *NCM* und *RMN* bekant sind. Denn die rechtwinklichten Dreyecke *CMN*, *CMR* und *CRN* bilden eine solide Ecke, in welcher *NCR* mit *P*, *RCM* mit *B*,

T. IV. F. 70. und *NCM* mit *H* bezeichnet werden kan, der Winkel bey *M* aber, welchen die Fläche *NCM* mit der *CMR* einschliesset, mit *M*, und der zwischen den Flächen *CMN*, *CRN* enthaltene, welcher gesucht wird, mit *N*. Alsdenn wird dieser Winkel *N* aus den gegebenen *H* und *M* vermittelst der bekanten Regel $1 : tan\ M = cos\ H : cot\ N$ gefunden: wie denn überhaupt, vermittelst der Trigonometrie, aus jeden zween der fünf Winkel *B*, *P*, *H*, *M*, *N*, die übrigen dreye berechnet werden können.

§. 386. Nun wird der Winkel *H*, welcher der Höhe des Gleichers gleich ist, immer als bekannt angenommen. Zur Entdeckung eines der übrigen vier Winkel *B*, *P*, *M*, *N* aber, welcher gemeiniglich *M* ist, wird gar nicht erfordert, daß die Axe *NC* gleich anfangs körperlich gemacht, und in ihrer rechten Lage an die Uhrfläche *AB* angebracht werde, wenn nur der Augenblick des wahren Mittags, vermittelst des Schattens der Sonne, oder einer richtig gesetzten Uhr, angegeben werden kan. Man darf nur in einer schicklichen Entfernung von der Fläche der Uhr ein Punct vor *N* annehmen, und daselbst unbeweglich befestigen: wozu der Mittelpunct einer kleinen runden Platte, so der Uhrfläche parallel gemacht worden, oder eines in eine dergleichen Platte gebohrten runden Löchleins, gar wol zu gebrauchen ist. Von diesem Puncte *N* kan sogleich die *NR* der Fläche der Uhr perpendicular gezogen, und dadurch das Punct *R* bestimmet werden. Wird aber auch in eben der Fläche *AB* das Punct *M* entdecket, in welches der Schatten des Puncts *N* in dem Augenblicke des Mittages fällt, oder fallen würde, wenn dieser Punct *N* körperlich wäre; so kan durch dieses Punct *M* in der Fläche der Uhr die Linie der zwölften Stunde *CM* dem Horizonte perpendicular gezogen, und *NM*, die Entfernung des Puncts von der *CM*, welche *NM* immer dem Horizonte parallel seyn wird, gemessen werden. Aus dieser *NM* und dem bekanten Winkel *MNC* wird nun ferner die *MC* gefunden, und durch diese Länge das Centrum der Uhr *C* bestimt, durch welches, und das zuerst gefundene Punct *R* ferner der Entwurf der Axe *CR* gezeichnet werden kan, welcher mit der *CM* den Winkel $RCM = B$ einschliesset. Eben die *NM* giebt auch, wenn sie mit der *NR* zusammen gehalten wird, den Winkel *M*, und es öffnen sich dadurch verschiedene Wege zu den übrigen der fünf Winkel *B*, *P*, *H*, *M*, *N*, und insbesondere den Winkel *N*, zu gelangen.

Würkliche Ausführung der ebenen Uhren.

§. 387. Wird nun durch die Axe CN noch eine andere Stundenfläche CFN gelegt, welche mit der Mittagsfläche CMN einen Winkel einschliesset, dessen durch Grade angegebene Grösse, so aus der Stunde, zu welcher die Fläche CFN gehöret, gar leicht zu schliessen ist, wir S nennen wollen: so ist aus diesem Winkel S und aus dem gefundenen, N derjenige, welchen eben die Fläche CFN mit der CRN einschliesset, gar leicht zu haben. Denn wenn wir diesen letztern Winkel T nennen, so ist entweder $T = S - N$, oder $T = N - S$, oder $T = S + N$, nachdem die Fläche CFN in Ansehung der beiden vorigen CRN und CMN diese oder jene Lage hat, und entweder darzwischen, oder an dieser oder jener Seite ausser dieselben fällt. Der Winkel S wird immer gefunden wenn man 15 Grade durch die Zahl der Stunde multipliciret, zu welcher er gehören soll. Dadurch wird auch der Winkel T für jede Stundenlinie entdecket, und die Linien der halben und Viertelstunden, wenn diese auch in die Uhr gebracht werden sollen, haben keine grössere Schwierigkeit. Ist aber zu einer ebenen Sonnenuhr, wenn sie auch weder horizontal nach vertical wäre, der Entwurf der Axe CR richtig gezogen, die Polhöhe der Uhr, welche wir durch P bezeichnet haben, gefunden, und zu dieser oder jener Stundenlinie der Winkel T entdecket worden; so kan diese Stundenlinie nach verschiedenen Wegen auf die Fläche der Uhr gebracht werden, und man kan unter denselben diejenigen wählen, welche sich für jeden besondern Fall am besten schicket. T.IV.F.70

§. 388. Denn wenn (*T. IV. Fig.* 71.) AB die so oder anders gekehrte Fläche der Uhr, und in derselben CR der orthographische Entwurf der Axe, C aber das Centrum ist, durch welches man sich in der Fläche GCR, die auf der Fläche der Uhr senkrecht stehet, die Axe CG in ihrer wahren Lage vorstellen kan: so kan man sich auch durch ein beliebiges Punct R oder G eine Fläche IH dieser Axe CG perpendicular gesetzt einbilden, welche dadurch der Fläche des Gleichers parallel wird, ja als ein Theil dieser Fläche angesehen werden kan. Diese Fläche IH wird der GCR perpendicular seyn, auf welcher die AB ebenfalls senkrecht stehet. Demnach werden diese zwo Flächen IH und AB einander in einer geraden Linie HK schneiden, die eben der Fläche CGR perpendicular ist, und folgends auch mit der CR den rechten Winkel CRH oder CRK, und mit der GR die gleichfalls rechten Winkel GRH, GRK einschliesset, T.IV.F.71.

T.IV. F.71. schliesset. Der Winkel CGR ist ebenfalls gerade, und es ist demnach die GR, vermittelst des bekanten Winkels GCR, aus der angenommenen CR oder CG leicht zu finden. Wird nun in der Fläche IH an die GR der Winkel RGL angesetzt, welcher dem zu einer gewissen Stunde berechneten T gleich ist, so wird RL die Tangente dieses Winkels LGR oder T, zu dem Radius GR. Es kan also, da GR bekant ist, diese RL durch die Rechnung oder Zeichnung gefunden, und dadurch in der HK das Punct L bestimmet werden, von welchem die Linie eben dieser Stunde LC an das Centrum lauft. Denn die durch GC und GL gelegte Fläche GCL, welche die Fläche der Uhr in dieser LC schneidet, ist die Fläche der zu dem Winkel T gehörigen Stunde.

§. 389. Aus den bekanten Seiten CR, RL des rechtwinklichten Dreyecks CRL aber kan auch der Winkel LCR gefunden werden, welchen die Stundenlinie CL mit dem Entwurfe der Axe CR einschliesset: und man kan vermittelst dieses Winkels RCL die Stundenlinie CL unmittelbar auf die Fläche der Uhr bringen, ohne daß es nöthig ist die HK zu ziehen, welches, da die Tangente RL zu einem grossen Winkel RGL sehr lang wird, nicht immer füglich geschehen kan. Es wird aber auch dieser Winkel LCR, welcher eine Seite der bey R rechtwinklichten soliden Ecke $GCRL$ abgiebt, aus der bekanten Seite desselben GCR und dem Winkel $RGL = T$, unmittelbar geschlossen. Ist aber der Winkel LCR bekant, so hat man auch die Ergänzung desselben zu einem rechten Winkel CLR, dessen man sich, nachdem das Punct L in der HL gefunden worden ist, ebenfalls bedienen kan, die Stundenlinie LC von L nach C zu erstrecken, so weit auch dieses Centrum von der HK und dem Puncte R entfernet seyn mag. Man ist zuweilen gezwungen sich auch anderer Hülfsmittel zu bedienen, die sich aber gröstentheils von selbst darbiethen.

§. 390. Wenn die Fläche der Uhr der Axe parallel liegt, so werden die Stundenlinien durch die in der HK gefundenen Puncte L, derselben, und also auch ihrem Entwurfe CR parallel gezogen. Uebrigens ist für eine jede Uhr, auf welche die Mittagsfläche senkrecht fällt, $N = 0$, und also $T = S$. Ist aber die Uhr der Mittagsfläche parallel, und also die Fläche der sechsten Stunde derselben perpendicular, so ist N ein rechter Winkel. Da nun T immer kleiner ist als ein rechter Winkel, so ist in diesem Falle $T = 90° - S$. Uebrigens

kan,

kan, wie bereits oben angemerket worden ist, bey einer jeden dergleichen Uhr, wenn die Stundenlinien lang genug sind, ein jedes in der Axe angenommenes Punct die Stelle des Zeigers vertreten. Wird aber die körperliche Axe lang genug gemacht, so wird durch ein jedes einzelnes in einer Stundenlinie angegebenes Punct, die dazu gehörige Stunde eben so gut, als durch die ganze Linie angegeben. *T.IV.F.71.*

Andere Mittel die Stunden des Tages zu finden.

§. 391. Wir haben aber ausser einer unbeweglichen Axe, oder eines Puncts derselben, und der damit unveränderlich verbundenen Stundenlinien, auch noch andere Mittel die Stunden des natürlichen Tages vermittelst der Sonnenstrahlen zu finden, welche überall angebracht werden können, und nicht, wie jene an einen gewissen Ort gebunden sind. Sie waren vor der Erfindung der Pendeluhren das bequemste, so diese Stunden mit Zuverläßigkeit angeben konte, und werden auch heut zu Tage mit einem Nutzen gebraucht, der sie öfters unentbehrlich machet. Wir haben die Betrachtung, auf welche sich diese Mittel gründen, bereits machen müssen (197), und es komt nur darauf an, daß wir dieselbe auf unsern gegenwärtigen Zweck anwenden.

§. 392. Es sey *PZM* (*T. V. Fig.* 72.) der Mittagskreis eines Orts, *T.V.F.72.* und in demselben *P* der daselbst sichtbare Pol des Himmels, Z aber das Zenit desselbigen Orts. Der Mittelpunct der Sonne erscheine an der Himmelskugel in *S*, und es sey durch dieses Punct ein Abweichungskreis, oder der Theil desselben *PS*, wie auch der Theil eines Verticalcirkels Z*S* beschrieben. Diese Bogen werden mit dem Theile des Mittagskreises *P*Z ein Kugeldreyeck *PS*Z bilden, in welchem *P*Z die Ergänzung der Polhöhe des auf der Erde angenommenen Orts vorstellet. Wird also diese Polhöhe durch *P* bedeutet, so kan *cP* den Bogen *P*Z selbst angeben: und eben so wird *cD* den Bogen *PS*, und *cA* den Bogen Z*S* anzeigen, wenn die Abweichung der Sonne durch *D*, und ihre Höhe durch *A* bezeichnet wird. Der Winkel *MZS*, welcher Z heissen soll, wird durch das Azimuth der Sonne gemessen: der Winkel Z*PS* aber giebt die Stunden und Minuten des natürlichen Tages an, in welchen die Sonne aus dem Mittagskreise *PZM* in *S* gelangen wird, oder, wenn man sich *S* an der Morgenseite vorstellet, die sie brauchet, von *S* in den Mittagskreis zu kommen, mit einem Worte, die Stunden vor oder nach Mittag, die zu dem Zeit-

T. V. F. 72. puncte gehören, in welchem sich die Sonne in S befindet. Wir wollen aus dieser Ursache diesen Winkel ZPS durch T andeuten: und was kan hindern ihn den Zeitwinkel zu nennen? Da es nun leicht ist, anstatt des Winkels MZS seine Ergänzung zu zween rechten Winkeln PZS zu setzen, so giebt immer eines der fünf Dinge P, D, A, T, Z eine der Seiten oder einen der Winkel des Dreyecks PZS, und wird hinwiederum durch diese Seite oder diesen Winkel gegeben. Es können also durch die Auflösung dieses Dreyecks PZS, aus dreyen dieser fünf Dinge, immer die zwey übrigen gefunden werden.

§. 393. Und was insbesondere den Winkel T anlangt, durch welchen die Zeit gegeben wird, mit der wir uns eigentlich beschäftigen: so wird derselbe durch jede drey der vier Dinge, P, D, A, Z gegeben, und also erstlich durch P, D, A, zweitens durch P, D, Z, drittens durch P, A, Z, und viertens durch D, A, Z. Wenn nun die Polhöhe P gegeben ist, so ist bey P, D, A nichts als die Höhe A durch die Beobachtung auszumachen, weil die Abweichung der Sonne D immer als bekant angesehen wird; und diese A kan überal genau genug gefunden werden, weswegen dieser Fall vorzüglich gebraucht wird. Bey P, D, Z ist zwar nur das Azimuth Z zu suchen, in welches die Strahlenbrechung keinen Einfluß hat. Es setzet aber die Ausfindung desselben eine genau gezogene Mittagslinie voraus, welche selten da ist. Dadurch wird der Gebrauch dieses Falls sehr eingeschränket. Bey P, A, Z ist zugleich D bekant, wodurch derselbe auf einen der vorigen P, D, A oder P, D, Z zurückgebracht wird. Was aber den letzten Fall D, A, Z anlangt, so kan derselbe gebraucht werden, wenn die Polhöhe unbekant ist, er verlangt aber, daß sowol Z als A durch die Beobachtung gefunden werde. Dieses zu leisten, ist nun zwar selten möglich. Es giebt uns aber doch dieser Fall eine Proportion an die Hand, der wir uns mit Nutzen werden bedienen können. Die Regel nehmlich, vermittelst welcher aus den Seiten PS, ZS und aus dem Winkel PZS der Winkel ZPS gefunden wird, ist diese: $\sin PS : \sin ZS = \sin PZS : \sin ZPS$. Da nun aus $PS = cD$ und $ZS = cA$ folget, $\sin PS = \cos D$ und $\sin ZS = \cos A$, die Winkel $MZS = Z$ aber, und der darnebenstehende PZS eben den Sinus haben, so wird diese Proportion auch also ausgedruckt: $\cos D : \cos A = \sin Z : \sin T$. Die geometrische Zeichnung, vermittelst welcher diese Aufgaben gelöset werden, ist in vielen Fällen

len so leicht, und giebt so vieles Licht, daß es nicht überflüßig seyn wird, sie besonders zu betrachten. T. V. F. 72.

§. 394. Es sey (*T. V. Fig.* 73.) *PZM* die nach Morgen gekehrte Seite der Mittagsfläche, und in derselben *PQ* die Axe, *ZN* die Verticallinie, *AE* die Vorstellung des Gleichers, und *MH* die Vorstellung des Horizonts, in welcher *M* die mittägige Seite ist. Wird nun *AF* = *EG* der Abweichung der Sonne für einen gewissen Tag gleich gemacht, und *FG* gezogen, so wird *CD* der Sinus dieser Abweichung, also *CD* = *sin D*, und *FG* die Vorstellung des Cirkels, von welchem man annimt, daß ihn die Sonne an diesem Tage beschreibe, so daß der orthographische Entwurf des Orts derselben diesen ganzen Tag lang in die *FG* fallen muß. Es sey ferner *MK* = *HL* die an einem gewissen Zeitpuncte dieses Tages beobachtete Sonnenhöhe; so stellet *KL* den dem Horizonte parallel liegenden Cirkel vor, in welchem sich die Sonne bey diesem Zeitpuncte befunden hat, und es ist *CT* = *sin A*. In diese *KL* fällt also die Vorstellung des Orts, welchen die Sonne in dem Augenblicke der Beobachtung an dem Sternhimmel einzunehmen schien, welche Vorstellung den ganzen Tag über in *FG* fällt. Demnach ist *S* diese Vorstellung: und die Sonne befand sich zur Zeit der Beobachtung in der aus *S* auf die Mittagsfläche *PZM* aufgerichteten Perpendicularlinie. Wird also der durch diesen Ort der Sonne gehende Abweichungskreis in *PBQ*, und der zu dem Puncte gehörige Verticalbogen in *ZIN* entworfen, so gehen diese Entwürfe beide durch *S*, und es ist *CB* = *cos T*, und *CI* = *cos Z*. T. V. F. 73.

§. 395. Demnach werden aus *P*, *D* und *A* die beiden Winkel *T* und *Z* gar leicht gefunden; denn es ist eben nicht nöthig zu dem Ende die Ellipsen *PBQ*, *ZIN* zu beschreiben. Man kan den um *C* mit dem Radius *CA* = *CE* beschriebenen Cirkel für denjenigen annehmen, aus welchem die Sinus und Tangenten hergenommen sind, und diesen Radius zur Einheit machen. Sobald nun die beiden Linien *FG* und *KL* der gegebenen Anweisung gemäß gezogen sind, zeigt sich das Punct *S*, und man hat die Verhältniß *DF* : *DS*, welche der Verhältniß *CA* : *CB* oder 1 : *cos T* gleich ist: wie auch die Verhältniß *KT* : *ST*, das ist: *MC* : *IC* oder 1 : *cos Z*. Und alsdenn ist es leicht, die zu diesen *cos T* und *cos Z* gehörigen Bogen oder Winkel zu finden. Es wird aber der zu dem *cos T* gehörige Bogen grösser als ein Quadrant,

 wenn

T. V. F. 73. wenn B mit der halben Ellipse PBQ an die andere Seite der PQ fällt, und der zu $\cos Z$ gehörige Bogen, wenn I, mit der Hälfte der Ellipse ZIN, an die andere Seite der ZN zu liegen komt.

§. 396. Eben so leicht sind auch verschiedene andere der angezeigten Aufgaben aufzulösen, bey vielen aber ist die Beschreibung der Ellipsen nicht zu vermeiden. Zu den erstern gehöret die, so zu den gegebenen P, D und T die Höhe A samt dem Winkel Z heischet, welcher ein Genüge zu thun man nur, nach gezogener FG, die CB dem $\cos T$ gleich machen, und vermittelst der Proportion $CA : CB = DF : DS$ das Punct S bestimmen darf. Die durch dieses Punct der MH parallel gezogene KL wird die Höhe MK unmittelbar geben, und zugleich die KT so theilen, daß dadurch die Proportion $KT : ST = 1 : \cos Z$ ihre Richtigkeit erhält: und was dergleichen Auflösungen mehr sind, deren umständliche Erörterung unser Zweck nicht erfordert, ob sie wohl bey Verfertigung besonderer Arten der Sonnenuhren unentbehrlich, und auch sonst von Nutzen seyn mögen.

§. 397. Sehen wir aber den Fall, in welchem aus P, D und A die Winkel T und Z gefunden werden, um welchen es uns eigentlich zu thun ist, etwas genauer an, so führet uns derselbe zu einer Anweisung diese Winkel durch eine Rechnung herauszubringen, die sich blos auf die ebene Trigonometrie gründet. Man siehet leicht, daß in dem Dreyecke CDR der spitzige Winkel bey R der Polhöhe gleich sey, und also $\sin P : 1 = CD : CR = \sin D : CR$ oder $CR = \frac{\sin D}{\sin P}$. Da nun $CT = \sin A$, so wird hieraus geschlossen $RT = \sin A - \frac{\sin D}{\sin P}$. Nun ist auch $RT : TS = 1 : \tan P$, also $TS = \sin A . \tan P - \frac{\sin D . \tan P}{\sin P}$, oder, weil überal $\cos : 1 = \sin : \tan$; $TS = \sin A . \tan P - \frac{\sin D}{\cos P}$. Aus dieser TS ist nun der $\cos Z$ leicht herauszubringen. Denn da $CT = \sin A$, so ist $TK = \cos A$, und wir haben $TK : TS = MC : IC = 1 : \cos Z$, also $\cos A : (\sin A . \tan P - \frac{\sin D}{\cos P}) = 1 : \cos Z$,

und

und $\cos Z = \tan A . \tan P - \frac{\sin D}{\cos A . \cos P}$, indem hier für $\frac{\sin A}{\cos A}$ gesetzt T. V. F. 73. wird $\tan A$. Diese Regel gilt für eine jede nordliche Abweichung, und wenn vermittelst derselben der $\cos Z$ negativ gefunden wird, so ist dieses ein Zeichen, daß CI an die andere Seite der ZN falle, und also Z grösser sey, als ein rechter Winkel. Ist aber die Abweichung der Sonne südlich, so fällt das Punct R an die entgegengesetzte Seite des Gleichers $\acute{A}E$ zwischen C und N. Es ist also nicht mehr $RT = CT - CR$, sondern $RT = CT + CR$, und es muß dem zufolge genommen werden $\cos Z = \tan A . \tan P + \frac{\sin D}{\cos A . \cos P}$. In beiden Fällen aber wird aus dem gefundenen Z der Winkel T vermittelst der Proportion $\cos D : \cos A = \sin Z : \sin T$ geschlossen (393).

Gebrauch der gleichen Höhen der Sonne.

§. 398. Hat man nun den Verticalcirkel, in welchem die Höhe A genommen worden ist, durch eine in der Fläche desselben gezogene Horizontlinie bemerket: so wird vermittelst dieser Rechnung die Mittagslinie bestimt, als welche mit jener in dem Horizonte gezogenen Linie den Winkel Z einschliessen muß. Und wenn eine Pendeluhr so weit nach den natürlichen Tag gestellet ist, daß sie mit der Sonne zugleich herumkomt, und man hat an derselben den Zeitpunct bemerket, bey welchem die Sonne die Höhe A gehabt hat, so wird aus dem Winkel T, wenn man ihn wie gewöhnlich durch Stunden und deren Theile ausdrücket, die Zeit gefunden, welche diese Uhr in dem Augenblicke des wahren Mittags weisen muß. Da aber P, D, und A gar genau bekant seyn müssen, wenn die Winkel Z oder P mit aller möglichen Richtigkeit verlangt werden: so pflegen die Sternforscher, wenn es die Umstände leiden wollen, gemeiniglich einen andern Weg zu nehmen, auf welchem die Fehler leichter zu vermeiden sind. Man bemerket vor Mittag die Stunde, Minute und Secunde, welche die Uhr in dem Augenblicke weiset, in welchem die Sonne eine beliebige Höhe A hat. Nach Mittag bemerket man, bey eben der Höhe A, die Zeit der Uhr mit einer nicht geringern Sorgfalt. Wird nun die Zeit in einem fortgezählt, und ist a

T. V. F. 73. die Zahl der vor Mittag angemerkten Stunden, Minuten, Secunden, b aber die Zahl der nach Mittag gefundenen, so wird nach eben der Uhr $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ für die Zeit des wahren Mittags angenommen (171).

§. 399. Die Sache würde völlig richtig seyn, wenn die Sonne in der Zeit $b - a$, welche von dem Augenblicke, in welchem die Uhr a angab, bis an b verflossen ist, ihre Abweichung nicht geändert hätte. Denn in diesem Falle wäre der Zeitwinkel T vor Mittag dem T nach Mittag völlig gleich, und $2T$ wäre derjenige, so in der Zeit $b - a$ beschrieben worden ist. Es wäre also die Hälfte dieses letztern Winkels T, in der Hälfte der Zeit $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$ beschrieben worden, welche Zeit zu a hinzugesetzt, den Zeitpunct geben muß, welchen die Uhr in dem Augenblicke des wahren Mittags angiebt. Es ist aber $a + \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$. Eben so ist es auch mit dem Winkel Z, dessen man sich bedienen kan die Mittagslinie anzugeben. Wäre bey eben der Höhe A der an der westlichen Seite der Mittagsfläche liegende Winkel Z dem an der ostlichen völlig gleich, so würden die zwo Horizontlinien, deren eine vor Mittag und die andere nach Mittag jede in der Fläche dieser Höhe A gezogen werden kan, den Winkel 2 Z miteinander einschliessen, und keine andere als die Mittagslinie würde diesen Winkel in seine zwo Hälften Z theilen. Es kan aber die Gleichheit der Winkel Z vor und nach Mittag eben so wenig bestehen, wenn nicht die Abweichung D, durch welche der eine dieser Winkel bestimmet wird, so groß ist, als die D des andern.

Ein zu den gleichen Sonnenhöhen dienliches Werkzeug.

§. 400. Jedoch sind die Fehler, welche begangen werden, wenn man auf die Veränderung der Abweichung der Sonne in einer Zeit, die immer kürzer genommen werden kan als zwölf Stunden, nicht acht hat, sondern annimt, daß diese Abweichung einen ganzen natürlichen Tag lang immer dieselbe bleibe, so gering, daß es in gar vielen Fällen nicht nöthig ist, sie zu verbessern. Und alsdenn ist es nicht schwer ein Instrument zu verfertigen, vermittelst welches der Zeitpunct b, in welchem die Sonne nach Mittag in eben der Höhe stehet, welche sie vor Mittag in dem Zeitpuncte a hatte, sehr genau gefunden werden kan. Denn es ist eben nicht nöthig, daß man die Grössen dieser Höhen entdecke, wenn nur an der

Gleich-

Gleichheit derselben kein Zweifel ist. Das nachfolgende Werkzeug scheinet mir insonderheit bequem zu seyn, ob ich es wohl nicht probiret habe. T. V. F. 73.

§. 401. Es wird von starken Bleche eine Art eines Kasten verfertiget, dessen Länge zween, drey oder mehrere Schuhe halten kan, die gröste Breite aber den achten oder zehnten Theil der Länge ausmacht: denn er kan nach Befinden an dem einen Ende viel schmäler seyn als an dem andern; die Tiefe aber kan der Hälfte der grösten Breite beynahe gleich genommen werden. Dieser länglichte Kasten wird (*T. V. Fig.* 75.) so vorgestellt, als ob der mittlere Theil, den T. V. F. 75. man sich gar leicht vorstellen kan, aus demselben herausgebrochen wäre, damit das übrige, worauf es vornehmlich ankomt, desto deutlicher ausfallen möchte. Er wird bey *AB* mit einer Platte oder sonst geschlossen, und daselbst mit einem unbeweglich daran haftenden Haken versehen, welcher sich bey *C* in eine abgerundete Spitze endiget, vermittelst welcher das ganze dergestalt an dem glatten, festen und etwas vertieften Untersatz *D* gehenket werden kan, daß seine übrige Bewegung völlig frey bleibet. In diesem Zustande wird die durch *C* und dem Mittelpuncte der Schwere des ganzen Zusammenhangs gehende gerade Linie *CG* nothwendig vertical, und anders kan das Instrument nicht ruhen: welche Ruhe desto sicherer zu machen, das Rohr bey seinem andern Ende *G* mit etlichen Pfunden fest angegossenen Bleyes beschweret ist. Bey *E* ist der Kasten an der einen Seite offen, und diese Seite wird beym Gebrauche nach der Sonne gekehret, deren Strahlen auf einen kleinen Spiegel *F* fallen, und von demselben beynahe in die Verticallinie *CG* zurückgeworfen werden, zu welchem Ende der Spiegel dergestalt an einer Axe befestiget ist, daß man seine Neigung gegen diese *CG* nach Belieben ändern kan.

§. 402. Die von dem Spiegel zurückgeworfenen Strahlen gehen bey *H* durch ein kleines in eine daselbst angebrachte messingene Platte gebohrtes Loch, und fallen auf den Boden des Kastens *IK*, allwo auf einen etwas dunkeln Grund eine Eintheilung gemacht ist, vermittelst welcher die verschiedenen Theile dieses Bodens von einander zu unterscheiden sind: und es bleibt der Kasten an der von der Sonne abgekehrten Seite zwischen *K* und *L* offen, damit diese Theilung zu Gesicht komme. Alles dieses haftet unbeweglich an einander; und auch der Spiegel *F* wird, nachdem er so gesetzt worden ist, daß er die Sonnenstrahlen

durch

T. V. F. 75. durch das Löchlein *H* auf den Boden *IK* wirft, fest mit dem Kasten verbunden: welches zwo aufrechtstehende Platten, in welchen sich die Axe des Spiegels drehen läßt, allein leisten können, wenn sie mit der messingenen Grundplatte, in der das Loch *H* gebohret ist, ein Ganzes ausmachen, welches federhart geschlagen worden, damit es die Axe nach ihrer Länge zusammendrücke; und dieses Ganze kan mit einer einzigen Schraube an dem Kasten befestiget werden. Bey so gestalten Sachen muß die Sonne, wenn ihre Strahlen auf eben das Punct des Bodens *IK* fallen sollen, nothwendig einerley Abweichung von der Verticallinie *CG*, und einerley Höhe haben, obwol diese Strahlen an eben dem Tage nicht das zweitemal auf eben das Punct des Bodens *IK* gebracht werden können, ohne das Instrument um die Verticallinie gehörig herumzudrehen; ja öfters, wegen eines Gebäudes oder etwas dergleichen, so den einfallenden Strahlen im Wege stehet, so gar die Stelle des Untersatzes *D* mit einer andern verwechselt werden muß.

§. 403. Indem die Sonne vor Mittag steiget, gehen die Strahlen auf dem Boden des Kastens von *I* nach *K*, und kehren von *K* nach *I* zurück, wenn dieselbe nach Mittag niedergehet. Dadurch wird es leicht, ohne Versetzung des Spiegels, verschiedene Beobachtungen nach einander zu machen, welches nicht nur wegen der Wolken nothwendig ist, die sich öfters in den Weg setzen, und einige derselben unbrauchbar machen; sondern auch zu einer desto grössern Gewißheit führet. Wolte man auf die Oefnung *H* eine Glaslinse legen, welche das Bild der Sonne auf den Boden *IK* wirft, so würden die Gränzen des dadurch erleuchteten Theils desselben viel deutlicher erscheinen. Der Spiegel *F* aber kan eine blosse Glasplatte seyn, welche an der Seite, die sonst mit der so genanten Folie belegt wird, rauh gemacht, und mit einer schwarzen Farbe bedecket, an der andern aber recht eben geschliffen und poliret ist; damit sie nur von dieser und nicht auch von der andern Seite die Strahlen zurückwerfen möge.

§. 404. Soll vermittelst dieses Instruments der Winkel entdecket werden, welchen die in einer Horizontfläche *MN* (*T. V. Fig. 76.*) liegende gerade Linie *AB* mit der Mittagslinie einschliesset, so darf man nur vor Mittag, bey einer gewissen Höhe der Sonne, den Schatten *CD* bemerken, welchen ein von dem daran hangenden Gewichte nach der Scheitellinie gedehnter Faden auf diese Fläche *MN* wirft, und nach Mittag, bey eben der Höhe der Sonne, die

T. V. F. 76.

Arbeit wiederhohlen. Es ist nicht nöthig daß dabey der Faden an seiner vorigen Stelle bleibe: ja man darf nicht einmal die Stellen desselben bezeichnen. Man nimt nur den Winkel EFB, welchen der nachmittägige Schatten EF mit der AB nach eben der Seite einschliesset, nach welcher der vormittägiche CDB gekehret war. Die halbe Summe dieser Winkel $\frac{1}{2}EFB + \frac{1}{2}CDB$ wird der nach eben der Seite stehende Winkel GHB seyn, welchen die Mittagslinie GH mit der AB macht. Denn wenn man die beiden Linien DC, FE verlängert, bis sie einander in I antreffen, so wird der Winkel DIF von der durch diesen Punct I gehenden Mittagslinie IH in zwo Hälften getheilet. Nun ist $DIF = EFB - CDB$, und folgends $HIF = \frac{1}{2}EFB - \frac{1}{2}CDB$, demnach IHB oder $GHB = EFB - HIF = EFB - \frac{1}{2}EFB + \frac{1}{2}CDB = \frac{1}{2}EFB + \frac{1}{2}CDB$. Vermittelst des dergestalt berechneten Winkels GHB ist es leicht in der Fläche AB eine Mittagslinie zu ziehen, welche desto zuverläßiger seyn wird, je mehr Paare bey eben der Sonnenhöhe genommener Schattenlinien CD und EF zu ihrer Bestimmung gebraucht werden: und es kan, wenn dieses die Umstände erfodern, der Faden, dessen Schatten diese Linien angeben soll, für jede derselben an einen besondern Ort gesetzt werden. T.V.F.76.

Verbesserung des durch gleiche Sonnenhöhen gefundenen Mittags.

§. 405. Da aber, wenn mit völliger Strenge zu verfahren ist, die durch gleiche Sonnenhöhen gefundene Winkel T und Z allerdings einer Verbesserung bedürfen, ausser wenn sich die Sonne sehr nahe an den Wendekreisen befindet, da ihre Abweichung in einigen wenigen Stunden nicht merklich geändert wird; so ist nun zu zeigen, wie diese Verbesserung würklich erhalten werde. Wir müssen zu dem Ende anmerken, daß, wenn überhaupt dD die Veränderung bedeutet, welche in der zwischen den zwo Beobachtungen verflossenen Zeit $b - a$ in der Abweichung der Sonne vorgegangen ist, und man lässet D die vormittägiche Abweichung bedeuten, wenn sie nördlich ist, $-D$ aber, wenn sie südlich ist: die Abweichung der Sonne nach Mittag in dem ersten Falle $D + dD$, und in dem andern $-D + dD$ seyn werde, so lang sich die Sonne, durch die Veränderung ihrer Abweichung, dem Nordpole nähert: und daß im Gegentheile, wenn sie sich von diesem Pole entfernet, zu der vormittägichen Abweichung D, die nachmittägiche $D - dD$, zu der vormittägichen $-D$ aber, die nachmittägiche

T.V.F.76. $-D-dD$ seyn werde. Denn es folget hieraus, daß eine zur Berechnung der hier nöthigen Verbesserung für den Fall, da die mitternächtige Abweichung der Sonne zunimt, herausgebrachte Regel, gar leicht, und durch die blosse Veränderung der Zeichen, mit welchen D und dD belegt sind, auf die übrigen Fälle angewendet werden könne.

§. 406. In diesem Falle aber, in welchem sowol D als dD mitternächtig ist, an welchen wir uns halten wollen, entfernet sich auch das Punct I von
T.V.F.73. M gegen H, wie gar leicht aus der Zeichnung (*T. V. Fig.* 73.) zu sehen ist, wenn man sich die der AE parallel zu ziehende FG etwas näher an P vorstellet, indem KL unverändert bleibt, und $\cos Z$ nimt ab, indem D zunimt. Wird nun diese Veränderung der CI, welche vorgehet, indem D zu $D+dD$ anwächset, durch $d.\cos Z$ angedeutet, so haben wir vormittags $\cos Z = \tan A.\tan P - \frac{\sin D}{\cos A.\cos P}$, und nachmittags, $\cos Z - d.\cos Z = \tan A.\tan P - \frac{\sin(D+dD)}{\cos A.\cos P}$, woraus, durch Abziehung der letztern von dem ersten, geschlossen wird $d.\cos Z = \frac{\sin(D+dD)-\sin D}{\cos A.\cos P}$. Nun ist aber dD immer sehr klein, weil in dem vierten Theile eines Tages, welches ohngefehr die Währung der Zeit $b-a$ zu seyn pflegt, die Abweichung der Sonne gar wenig geändert wird. Wir können demnach, wie bereits bey anderer Gelegenheit geschehen ist, setzen: $\sin(D+dD) = \sin D + dD.\cos D$, und also $\sin(D+dD) - \sin D = dD.\cos D$, und hieraus schliessen $d.\cos Z = \frac{\cos D}{\cos A.\cos P}.dD$.

§. 407. Es ist uns aber eigentlich um den kleinen Bogen zu thun, um welchen Z zunimt, indem seinem Cosinus der Theil $d.\cos Z$ entzogen wird, welchen kleinen Bogen dZ vorstellen soll. Und da wissen wir, daß alsdenn seyn werde $d.\cos Z = \sin Z\,dZ$. Nun hatten wir oben (393) die Proportion, $\cos A : \cos D = \sin T : \sin Z$, oder $\sin Z = \frac{\sin T.\cos D}{\cos A}$, welches in das vorige ge-

bracht

bracht, giebt $d.\cos Z = \frac{\sin T.\cos D}{\cos A}.dZ$. Hieraus aber folget $\frac{\sin T.\cos D}{\cos A}.$ T. V. F. 73

$dZ = \frac{\cos D}{\cos A.\cos P}.\ dD$, und $dZ = \frac{dD}{\cos P.\sin T}$. Diese dZ ist also der Ueberschuß des nachmittägichen Azimuths über das vormittägiche, und der Fehler, welcher begangen wird, wenn man eins dem andern gleich setzet. Es wird derselbe aus der Proportion $\cos P.\sin T : 1 = dD : dZ$ zu einem jeden dD gefunden, weil P als bekant vorausgesetzt wird, der Winkel T aber, vermittelst der Uhr, immer zu haben ist. Und es ist eben nicht nöthig, daß diese P und T so gar genau bestimmet seyn. Denn obwol die Proportion selbst zeiget, daß dZ immer grösser seyn müsse als dD, weil sowol $\cos P$ als $\sin T$ kleiner sind als die Einheit; so ist doch in unserer Gegend $\cos P$ nur ohngefehr $= 0,6$, und, da die Beobachtungen gemeiniglich zwo bis drey Stunden vor und nach dem Mittag angestellet werden, $\sin T$ beynahe eben so groß, wodurch die Verhältniß $dD : dZ$ auf $0,36 : 1$, oder $36 : 100$ gesetzt wird. Es bleibt also immer dZ klein genug, und die P, T müssen sehr von der Wahrheit abweichen, wenn dadurch in die dZ ein Fehler von etlichen Secunden gebracht werden soll.

§. 408. Stellet nun der (*T. V. Fig.* 74.) um C beschriebene Cirkel den Horizont vor, der von dem Verticalcirkel, in welchem vor Mittag die Höhe A genommen worden, in CH geschnitten wird, Ck aber ist der zu eben der Höhe A nach Mittag gefundene Durchschnitt, so muß kK dem auf die angezeigte Weise berechneten dZ gleich gemacht, und der dadurch bestimte Winkel HCK vermittelst der MC gleich getheilet werden, wenn diese MC die richtige Mittagslinie werden soll. Wird diese Verbesserung bey Seite gesetzt, und anstatt des HCK der Winkel HCk durch die CM in zwo Hälften zerschnitten, so weicht diese Cm nothwendig von der Mittagslinie CM ab, und der Fehler bestehet in dem Winkel MCm, um welchen sie zu weit nach Abend lieget. Es ist leicht zu sehen, daß dieser Winkel T. V. F. 74.

MCm halb so groß sey, als KCk, und folgends durch $\frac{dD}{2\cos P.\sin T}$ angegeben werde, welches die Hälfte von dZ ist. Befindet sich die Sonne in dem andern Theile ihrer Bahn, in welchem sie sich dem Südpole nähert, so wird der

T.V.F.74. Fehler durch $\frac{-dD}{2\cos P.\sin T}$ ausgedruckt, weil nunmehro die Cm an der Ostseite der wahren Mittagslinie CM zu liegen komt.

§. 409. Und nunmehro kan auch der kleine Winkel dT gefunden werden, um welchen, indem die nördliche D zunimt, der Zeitwinkel T zu groß gefunden wird, wenn man sich der gleichen Höhen ohne Verbesserung bedienet. Der Fehler rühret davon her, daß Cm für die wahre Mittagslinie gehalten, und anstatt derselben gebraucht wird. Demnach ist der Winkel dT derjenige, zu welchem das Azimuth Mm gehöret. Wird also in der 72sten Figur der Winkel MZS dem gegenwärtigen MCm gleich genommen, so wird $ZPS = dT$, und man kan diesen Winkel dT aus dem MCm, vermittelst der Proportion $\sin PS : \sin ZS = \sin MZS : \sin ZPS$ schliessen. Weil nunmehro die Winkel MZS, ZPS sehr klein sind, so können anstatt ihrer Sinus die Bogen genommen werden, welche sie messen: $\sin PS$ ist noch immer $\cos D$; ZS aber ist bey so kleinen Winkeln von $PS - PZ$ kaum zu unterscheiden. Eigentlich ist dieser Bogen ZS um etwas fast unmerkliches grösser als die Ergänzung der Mittagshöhe der Sonne, so daß, wenn diese Höhe durch M angedeutet wird, gar wol gesezt werden kan $\sin ZS = \cos M$. Alle diese Ausdrücke in die eben wiederhohlte Proportion gebracht, geben $\cos D : \cos M = \frac{dD}{2\cos P.\sin T} : dT$, oder $dT = \frac{\cos M}{2\cos D.\cos P.\sin T}.\, dD$; wodurch dT immer aus der dD gefunden wird, weil es auch hier nicht nöthig ist, die Bogen D, P, T, so genau zu haben, und M aus P und D gar leicht berechnet werden kan.

§. 410. Es ist übrig, daß der also berechnete Winkel dT durch Zeitsecunden ausgedruckt werde, welches, wie gewöhnlich ist, geschiehet, wenn man für jede 15 Secunden eines Grades eine Secunde der Stunde rechnet. Es sey e diese Zahl der Zeitsecunden. Ist nun der Augenblick des Mittags, aus den ohne Verbesserung gebrauchten Höhen nach der oben gegebenen Anweisung geschlossen worden, allwo wir den Zeitpunct, welchen die gebrauchte Uhr in diesem Augenblicke angeben muß, durch $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ ausgedrucket haben, so ist der wahre

Mittag

Mittag $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - e$, wenn sich die Sonne zu der Zeit dem Nordpole nähert, T. V. F. 74.
und $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + e$, wenn sie sich von demselben nach den Südpol entfernet: das ist, es ist Mittag, in dem ersten Falle, wenn die Uhr die Zahl der Secunden $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b - e$ weiset: und in dem zweiten, wenn sie $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b + e$ angiebt.

§. 411. In der Ausübung werden gemeiniglich vor Mittag mehr als eine Höhe genommen: und nach Mittag wird, so weit dieses geschehen kan, die Zeit angemerket, in welcher die Sonne sich wieder, bis zu einer jeden dieser Höhen erniedriget hat. Man rechnet alsdann die vor Mittag angemerkten Zeiten zusammen, und eben dieses thut man auch mit den Zeiten nach Mittag, bey welchen die Sonne die vor Mittag gebrauchten Höhen hatte; jede dieser Summen wird durch die Zahl der gebrauchten verschiedenen Höhen, 5 oder 7 oder wie viel ihrer sonst seyn mögen, getheilet, und die dadurch herausgebrachten Zeiten werden, die erste der a und die zweite der b gleich gesetzt, welche, wie vorher, gebraucht werden, die noch zu verbessernde Zeit des Mittags $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ zu finden. Die Berechnung der zur Verbesserung nöthigen e, erfordert nicht, daß die Höhen selbst bekant seyn, und es kan die zu der Zeit $\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a = T$ gehörige e bey der gegenwärtigen Bedeutung der Buchstaben a und b eben so leicht gefunden werden, als wenn a die Zeit bedeutet, an welcher vormittags eine einzelne Höhe beobachtet worden ist, und b diejenige, bey welcher die Sonne nach Mittag eben die Höhe gehabt hat. Die Ursache dieses weitläuftigern Verfahrens aber ist gar leicht zu ermessen (172).

Ungleichheit der natürlichen Täge.

§. 412. Ist nun an einer Pendeluhr, deren Zeiger in der Zeit des zur Beobachtung gewählten natürlichen Tages genau zweymal herumkomt, der Punct des wahren Mittags gefunden worden; so wird zwar diese Uhr, so lang dieser Tag währet, die Stunden desselben und deren Theile ohne merklichen Fehler angeben. Sie kan aber dieses nicht viele Täge nach einander leisten, sondern muß den Mittag und eine jede andere Stunde mit der Zeit früher oder später weisen, als sie sich würklich ereignen, und eine volkommen richtig verfertigte Sonnenuhr, die den Fehlern der Strahlenbrechung nicht unterworfen wäre, oder eine recht genaue Beobachtung, sie angeben würde. Denn eine Pendeluhr muß, wenn sie gut seyn soll, alle Stunden, alle Minuten und Secunden einander

T.V.F.74. völlig gleich machen. Wenn wir uns aber auch eine Sonnenuhr ganz ohne Fehler vorstellen, oder vielmehr zu den durch den Mittelpunct der Erde selbst gelegten Stundencirkeln zurück kehren, und dabey in unsern Gedanken alle Strahlenbrechung vernichten: so können doch bey aller Gleichheit der Winkel, welche die Flächen dieser Kreise mit einander einschliessen, die Stunden des natürlichen Tages einander nicht gleich seyn, noch viel weniger aber können die natürlichen Täge das ganze Jahr durch einerley Länge haben: weil die Sonne nicht immer eine gleiche Zeit anwendet aus einer der Stundenflächen in die nächstfolgende über zu gehen.

§. 413. Zwar ändert die grössere oder kleinere Abweichung der Sonne von dem Gleicher für sich in dieser Zeit gar nichts, weil nicht darauf gesehen wird, durch welches Punct des Stundenkreises die Sonne hindurch gehet. Denn da ein jeder Abweichungskreiß zugleich ganz in die Fläche eines jeden Stundencirkels fällt, so ist es eins, in welchem Puncte desselben sich die Sonne zu der Zeit befindet. Wenn die Sonne mit einem Fixsterne zugleich durch eine Stundenfläche gehet, so gehet sie nur deswegen später als der Stern durch die nachsolgende, weil sie in der Zeit in einen andern Abweichungskreis übergegangen ist, der weiter gegen Morgen lieget. Dadurch bekomt der Fixstern einen Vorsprung vor der Sonne, welcher vermehret wird, indem der Stern in den Stundenkreiß übergehet der auf den zweiten folget, und so immer fort. Und von der Zahl der Minuten und Secunden, um welche der Vorsprung des Sterns vor der Sonne in jeder Stunde vermehret wird, hängt der Ueberschuß der Länge der scheinbaren Sonnenstunde, über die Stunde des Fixsterns lediglich ab. Da also die Sternstunden alle von eben der Länge sind, so können die Sonnenstunden einander nicht gleich werden, wenn nicht der Vorsprung des Sterns vor der Sonne in jeder Sternstunde um eben die Zahl der Minuten und Secunden eines Grades vermehret wird. Und sollen auch alle Hälften, alle Drittel und andere gleichnahmigen Theile gleich ausfallen, so muß überhaupt der Vorsprung des Sterns vor der Sonne in gleichen Theilen der Zeit gleich stark zunehmen, und die Sonne sich von Abend gegen Morgen so bewegen, daß dieses gleichförmige Wachsthum erfolge.

§. 414. Es ist aber dieses die Bewegung nicht, die wir an der Sonne würklich wahrnehmen: und wer nur auf die Schiefe der Ecliptic acht hat, siehet leicht, daß etwas dergleichen nicht erfolgen würde, wenn sich auch die Sonne in

dieser ihrer scheinbaren Bahn gleichförmig bewegte; insonderheit wenn er seiner T. V. F. 74.
Einbildung mit einer Himmelskugel zu Hülfe komt. Ein bey den Wendpuncten genommener Grad der Ecliptic lieget dem Gleicher beynahe parallel, und ist weit genug von demselben entfernet; da im Gegentheile ein ganz an dem Gleicher genommener Grad dieser Bahn, unter den beträchtlichen Winkel von $23\frac{1}{2}$ Graden, an denselben anlauft. Dadurch werden die zween Abweichungskreise, zwischen welchen der erstere dieser Grade liegt, mehr von einander entfernet, als diejenigen, die den letztern zwischen sich einschliessen, und der zwischen jenen enthaltene Theil des Gleichers wird beträchtlich grösser, als der zwischen diesen. Es muß also der Vorsprung eines Sterns vor der Sonne stärker zunehmen, wenn dieselbe bey einem der Wendpuncte einen Grad ihrer scheinbaren Bahn beschreibt, als wenn sie bey den Nachtgleichen um einen Grad fortrücket: und aus eben den Gründen ist zu schliessen, was erfolgen werde, indem die Sonne einen der zwischen die Wendpuncte und Nachtgleichen fallenden Grad ihrer Bahn beschreibet, nachdem derselbe näher an den erstern oder an den letztern eines dieser Puncte lieget. Es wird aber, wenn gesetzt wird, daß die Bewegung der Sonne in ihrer scheinbaren Bahn gleichförmig sey, jeder Grad derselben in eben der Zeit zurück gelegt. Nun ist zwar diese Bewegung nicht gleichförmig. Es kan aber dadurch, daß der in einer bestimten Zeit beschriebene Theil der Ecliptic bald grösser bald kleiner wird, der Vorsprung des Sterns vor der Sonne, welcher aus der gleichförmigen Bewegung derselben erfolgen würde, zu einer Zeit eben so gut vermehret werden, als er zu einer andern vermindert wird, und die Beobachtungen zeigen, daß in seiner Ordnung würklich bald dieses bald jenes erfolge.

§. 415. Doch sind diese Veränderungen von einer Stunde zu der darauf folgenden gar sehr gering, und werden erst nach etlichen Tägen merklich. Dadurch werden alle Stunden eben des natürlichen Tages einander so genau gleich, daß es nicht möglich ist einige Verschiedenheit in denselben wahrzunehmen. Der längste aller natürlichen Täge im Jahre übertrift gegenwärtig den kürzesten nur um eine Minute. Also kan die längste Stunde die kürzeste um nicht mehr als $2\frac{1}{2}$ Secunden übertreffen, woraus leicht zu schliessen ist, wie wenig die Stunden eben des natürlichen Tages von einander verschieden seyn können. Bey dem allen entfernet sich der Anfang des natürlichen Tages nach und nach weit genug von dem Puncte, in welches er fallen würde, wenn die natürlichen Täge einander völlig gleich wären.

T.V.F.74. wären. Denn wenn wir von dem Ende eines solchen Tages zu zählen anfangen, welcher von dem darauf folgenden zweiten um die Zahl der Secunden *m* übertroffen wird, den der nachfolgende wieder um die Zahl der Secunden *n* übertrift, so muß das Ende dieses letztern Tages sich um die Zahl der Secunden $m + n$ später ereignen, als es sich geendiget haben würde, wenn die beiden folgenden Täge dem ersten gleich geblieben wären. Und so gehet es immer, so lang die Täge dergestalt zu wachsen fortfahren.

Der mittlere Tag, und dessen Grösse.

§. 416. Bey so gestalten Sachen schicken sich die scheinbaren Stunden, wie sie durch den Lauf der Sonne in Absicht auf die unbeweglichen Stundenflächen angegeben werden, so bequem sie auch sind unsere tägliche Verrichtungen an gewisse Zeitpuncte zu binden, nicht wol die Währung einer Bewegung oder etwas dergleichen auszudrucken: weil durch die Ungleichheit derselben die Rechnung ohne Noth schwerer gemacht wird, als sie seyn könte. Alle diese Betrachtungen erfordern eine völlige Gleichheit der Theile, aus welchen die verschiedenen Zeiten zusammen gesetzt werden. Nun sind zwar die Sterntäge samt ihren Stunden und Minuten einander immer gleich. Aber die Abweichung der Stunden eines solchen Tages von den Stunden eines natürlichen ist allzugroß und unbeständig, weil ein jeder Fixstern in jeder dieser Stunden durch die Mittagsfläche gehen kan, und zu seiner Zeit würklich gehet. Das beste war also einen Tag zu schaffen, dessen Länge zwischen der grösten und kleinsten der natürlichen im Mittel stünde, und denselben in gleiche Stunden Minuten und Secunden zu theilen. Dieses ist würklich geschehen, und es wird ein solcher Tag der mittlere, ein durch denselben und dessen Theile gemessener Zeitraum aber die mittlere Zeit genennet. Man könte ihn die wahre Zeit nennen, wenn das Wort in diesem Verstande üblich wäre.

§. 417. Bey dem mittlern Tage ist zweyerley auszumachen: die eigentliche Länge desselben, und sein Anfang, welcher durch eine unveränderliche Regel für alle Zeiten dergestalt festzusetzen ist, daß er von dem Anfange des natürlichen Tages nie sehr abweiche. Was nun das erste anlangt, so ist längst bekant, daß das Jahr 365 natürliche Täge enthalte, und an den kleinen Ueberschuß von ohngefehr 6 Stunden ist hier nichts gelegen. Dieses ist die Zeit, in welcher die

Sonne

Sonne von einem Puncte der Ecliptic bis wieder so nahe an dasselbe gelanget, daß sie keinen vollen Tag brauchet, es zu erreichen, oder die Zahl der Tage, welche verfliessen, bis die Sonne in eben den Quadranten der Ecliptic wieder eben die Abweichung bekomt, die sie beym Anfange derselben hatte; und war also nicht schwer auszumachen. Da aber die Sonne in dieser Zeit von Abend gegen Morgen um den ganzen Sternhimmel herumkomt, so ist die Zahl, welche angiebt, wie oft ein Fixstern in derselben durch die Mittagsfläche gehet, um eins grösser, und es sind in eben dieser Zeit 366 Sterntage enthalten. Nun sollen 365 mittlere Täge den auf einander folgenden 365 natürlichen gleich seyn. Bezeichnen wir also den mittlern Tag durch M, und den Sterntag durch S, so sind $365\ M = 366\ S$, und demnach $M : S = 366 : 365$, folgends $M - S : M = 1 : 366$ und $M - S : S = 1 : 365$. Die Länge des Sterntages S ist bekant, und $M - S$ ist der Ueberschuß eines mittlern Tages über denselben. T. V. F. 74.

§. 418. Die gefundene Verhältniß $M : S$ ist zugleich die Verhältniß einer Stunde, einer Minute, einer Secunde des mittlern Tages zu einer Stunde, einer Minute, einer Secunde des Sterntags. Es geben demnach 366 Secunden des Sterntages 365 Secunden des mittlern, und man muß jeden 365 Secunden, oder jeden $6', 5''$ des mittlern Tages eine Secunde zusetzen, wenn man die Zahl 366 oder $6', 6''$ der in denselben enthaltenen Secunden des Sterntags haben will. Soll nun $M - S$, der Ueberschuß des mittlern Tages über den Sterntag, in Secunden des erstern gefunden werden, deren $M = 86400$ enthält, so wird, wenn man in der Proportion $366 : 1 = M : M - S$ anstatt des dritten Gliedes die Zahl 86400 setzt, gefunden $M - S = 236,0 = 3', 56''$. Soll aber eben der Ueberschuß $M - S$ durch Secunden des Sterntags gegeben werden, deren S die vorige Zahl 86400 in sich begreift, so giebt die auf die Proportion $365 : 1 = S : M - S$ gegründete Rechnung $M - S = 236'', 7 = 3', 56'', 7$. Hieraus folgt, daß wenn eine Uhr nach der mittlern Zeit gesetzt ist, der Sterntag nur 23 Stunden 56 Minuten und 4 Secunden dieser Uhr haben werde. Gehet aber eine Uhr mit den Fixsternen, so machen 24 Stunden 3 Minuten und $56'', 7$ derselben den mittlern Tag aus.

Anfang des mittlern Tages.

§. 419. Um nun auch die Gründe der Regel zu übersehen, durch welche der Anfang des mittlern Tages für alle Zeiten bestimmet wird, stelle man sich

T. V. F. 77. vor, daß *ABDE* (*T. V. Fig.* 77.) der Gleicher, *C* dessen Mittelpunct und *CP* die Axe sey: *AFDG* aber sey die Ecliptic, in welcher sich der Mittelpunct der Sonne von *A* nach *F* u. s. w. beweget. Wenn nun *A* der gemeinschaftliche Anfang der Ecliptic und des Gleichers, oder der Anfang des Zeichens des Widders ist, so gedenke man sich ein Punct, welches von *A* an sich in dem Gleicher *ABDE*, und zwar volkommen gleichförmig, rings herum beweget, so daß es diesen Kreis in eben der Zeit beschreibt, in welcher die Sonne die ganze Ecliptic durchlauft, ob zwar diese letztere Bewegung nicht gleichförmig ist. Hat nun das dergestalt bewegte Punct *H* in einer gewissen Zeit den Bogen *AH* beschrieben, so verhält sich dieser Bogen *AH*, zu dem ganzen Umfange des Gleichers oder der Ecliptic, wie die Zeit in welcher er beschrieben wird, sich zu der Zeit verhält, in welcher *H* den ganzen Umfang des Gleichers, und die Sonne den ganzen Umfang der Ecliptic beschreibt. Es wird also, wenn die Zeit des ganzen Umlaufs bekant ist, die Länge dieses Bogens *AH* durch die Zeit, in welcher er beschrieben wird, und hinwiederum die Zeit durch den Bogen gegeben. Wird aber von *A* an auf die Ecliptic *AFDG* ein Bogen getragen, welcher dem *AH* gleich ist, so wird dadurch die Länge des Weges angegeben, welchen die Sonne in derselben von dem Puncte *A* an in eben der Zeit beschreiben würde, wenn ihre Bewegung gleichförmig wäre: so daß sie sich am Ende dieser Zeit bey dem Puncte befinden müste, mit welchem sich dieser Bogen endiget. Dieses aber ist nur selten der wahre Ort der Sonne, welchen sie in diesem Zeitpuncte einnimt: und wenn *S* diesen wahren Ort andeutet, so ist *AS* gemeiniglich kleiner oder grösser als *AH*.

§. 420. Nun folget aus der gleichförmigen Bewegung des Puncts *H* in dem Gleicher, daß zwischen jeden zween aufeinander folgenden Zeitpuncten, in welchen *H* durch die Mittagsfläche gehet, immer eine gleichlange Zeit verfliessen werde. Man siehet aber auch bey einiger Achtsamkeit, daß in der ganzen Zeit des Umlaufs der Sonne von *A* durch *F*, *D*, *G* bis wieder an *A*, das Punct *H* eben so oft durch die Mittagsfläche eines jeden in der Oberfläche der Erde angenommenen Orts gehen werde, als der Mittelpunct der Sonne durch diese Fläche hindurchgehet. Es wird demnach die Zeit, welche von einem Durchgange des Puncts *H* durch diese Fläche bis zu dem zunächst folgenden verfliesset, genau die Länge eines mittlern Tages ausmachen, und es konte gar füglich der Anfang eines jeden dieser Tåge selbst in den Augenblick eines solchen Durchgangs gesetzt werden. Stellet man sich nun auch durch den Pol P und den wahren Ort der Sonne S den Abweichungsbogen PS gelegt vor, welcher verlångert den Gleicher in I schneidet, so fållt der wahre Mittag in den Zeitpunct, in welchen I mit S zugleich die Mittagsflåche erreichet. Demnach ist IH der Vorsprung der Sonne vor dem Puncte H, welches als eine Aftersonne angesehen werden kan, so die mittlere Zeit eben so angiebt, wie wir uns bey der Bestimmung der scheinbaren nach der wahren Sonne richten; oder aber der Vorsprung dieser Aftersonne H vor der wahren S. T. V. F. 77.

§. 421. Ist der Vorsprung IH bekant, so ist die Zahl der Minuten und Secunden, um welche der wahre Mittag vor den mittlern, oder dieser vor jenen vorhergehet, leicht zu finden. Denn da von Theilen der mittlern Zeit die Rede ist, darf man nur für jede 15 Minuten, die der Bogen IH enthålt, eine Zeitminute, und für jede 15 Secunden desselben, eine Zeitsecunde setzen. Es wird aber der Bogen IH in einer oder etlichen wenigen Stunden kaum geåndert, weil auch die Bewegung des Puncts I in einer so kleinen Zeit beynahe gleichförmig ist. Wenn also die Zahl der Secunden ausgemacht ist, um welche der Anfang der ersten mittlern Stunde früher oder spåter fållt, als der Anfang der ersten wahren Stunde, so ist auch der Anfang der zweiten mittlern Stunde von dem Anfange der zweiten scheinbaren um eben die Zahl der Secunden entfernet, und der Anfang der dritten mittlern, von dem Anfange der dritten scheinbaren. Hierdurch wird begreiflich, wie der Vorsprung IH, auf welchen alles ankömt, für jeden Ort der Sonne in ihrer scheinbaren Bahn S leicht genug zu berechnen ist. Es muß die Zeit bekant seyn, welche die Sonne braucht von dem Anfange der Ecliptic A bis in S zu gelangen. Wir haben gesehen, daß durch diese Zeit der Bogen AH gegeben werde, welchen die Sonne mit der angezeigten gleichförmigen Bewegung in eben der Zeit beschreiben würde. Dieser Bogen ist demjenigen gleich, welchen man die mittlere Långe der Sonne nennet: AI aber ist der gerade Aufgang derselben, welcher aus ihrer wahren Långe AS und aus der Schiefe der Ecliptic SAI immer zu haben ist. Also ist IH der Ueberschuß der mittlern Långe der Sonne AH über ihren geraden Aufgang AI, oder dieses über jene. Und der wahre Mittag ereignet sich vor dem mittlern, wenn der gerade Aufgang der Sonne kleiner ist, als ihre mittlere Långe; ist aber der gerade Aufgang der

T. V. F. 77. Sonne grösser als ihre mittlere Länge, so folgt der wahre Mittag auf den mittlern.

§. 422. Eine nach diesen Gründen verfertigte Tafel kan etliche Jahre dienen, aber nicht immer. Es gehet mit der Zeit eine beträchtliche Veränderung mit dem Puncte *A* vor, welches in der Ecliptic nach den vorhergehenden Sternbildern des Thierkreises fortrücket (349). Dadurch wird die scheinbare Geschwindigkeit, mit welcher die Sonne jeden der von dem Anfange *A* gezählten Graden der Ecliptic beschreibet, nothwendig geändert, so lang dieselbe bey eben dem Fixsterne mit eben der Geschwindigkeit vorbey gehet: und wir haben (331) gesehen, daß sich dieses beynahe so verhalte. Es kan also die Zeit, in welcher ein von *A* angenommener Theil der Ecliptic von bestimter Grösse beschrieben wird, nicht immer von einerley Länge bleiben; und auf diese Zeit komt, bey der Berechnung der Abweichung der mittlern Zeit von der scheinbaren, alles an. Auch wird durch die Veränderung der Schiefe der Ecliptic *SAI* der zu eben der Länge *AS* gehörige gerade Aufgang der Sonne *AI* grösser oder kleiner. Bey dem allen gilt die Regel selbst für alle Zeiten. Gegenwärtig ist der Anfang des mittlern Tages von dem Anfange des wahren nie viel mehr als um 15 Zeitminuten entfernet, um welche bald der Anfang des mittlern Tages vor dem Anfange des wahren, bald dieser vor jenem vorhergehet. Uebrigens gründet sich die Berechnung der mittlern Zeit, nebst vielen andern Erscheinungen auf die genaue Kentniß des Umlaufs der Sonne, zu dessen Betrachtung wir uns nach und nach wenden müssen.

Der

Der Astronomischen Vorlesungen siebenter Abschnitt.

Eintheilung der Oberfläche der Erde.

Das Jahr.

§. 423.

Die Zeit des Umlaufs der Sonne kan auf verschiedene Art bestimmet werden, nachdem man dieses oder jenes Punct des Himmels als unbeweglich ansiehet, bey welchen der Umlauf anfangen und sich endigen soll. Die Fixsterne sind würklich ohne Bewegung; und wenn man sich einen derselben selbst in der Ecliptic vorstellet, so endiget die Sonne ihren völligen Umlauf in der Zeit, in welchem ihr Mittelpunct von diesem Fixsterne bis wieder zu denselben gelanget, so daß er ihn beidemal zu bedecken scheinen würde, wenn der Stern mit der Sonne zugleich gesehen werden könte. Ueberhaupt aber verrichtet die Sonne einen Umlauf in Absicht auf die Fixsterne, wenn ihre, von diesen oder jenen Fixstern an gerechnete Länge, wieder die vorige Grösse bekömt. Wenn demnach zu einen gewissen Zeitpunct der Unterschied der Längen der Sonne und eines Fixsterns aus richtigen Beobachtungen geschlossen wird, und es wird viele Jahre hernach an einem andern Zeitpuncte eben der Unterschied der Längen der Sonne und eben des Fixsterns gefunden; so ist nicht zu zweifeln, daß in dieser Zeit, in Absicht auf die Fixsterne, die Sonne so oftmals herumgekommen sey, als viele Jahre in derselben enthalten sind. Es sind also in einem solchen Umlaufe eben so viele mittlere Täge und deren Theile enthalten, als viele natürliche Täge und deren Stunden und Minuten in demselben enthalten sind; und es kan ohne Bedenken die Zahl der Secunden des natürlichen Tages, welche die zwischen den zwo Beobachtungen verflossene Zeit ausdrücket, vor die Zahl der in eben dem Zeitraume enthaltenen

T. V. F. 77. haltenen Secunden des mittlern Tages angenommen werden. Demnach wird, wenn man diese Zahl durch die Zahl der in eben der Zeit enthaltenen Jahre theilet, die Länge eines solchen Umlaufs in eben dergleichen Zeittheilen gefunden; und zwar, weil durch die Theilung die von einiger Unrichtigkeit der Beobachtungen herrührende Fehler zugleich vermindert werden, desto genauer, je grösser die Zahl der Jahre ist. Die mittlere zwischen den Zahlen, welche verschiedene auf die Art gebrauchte Fixsterne geben, beträgt 365 Täge, 6 Stunden 9 Minuten und 10 Secunden.

§. 424. Dieses ist also die Länge eines so genanten Sternjahres. Wird aber der Anfang der Ecliptic gebraucht, sich bey dem Umlaufe der Sonne darnach zu richten, so giebt die Zeit des Laufs der Sonne von diesem Puncte bis wieder an dasselbe, die Länge des gemeinen Jahres, welches man immer verstehet, wenn dieses Wort ohne Zusatz gebraucht wird. Noch mehr aber wird alle Zweideutigkeit durch die Benennung des tropischen Jahres vermieden, wodurch es von dem vorigen, und nach einem dritten Jahre unterschieden wird, welches wir an seinen Orte sehen werden. Dieses ist kleiner als das Sternjahr. Denn da der Anfang der Ecliptic immer von dem gegen Morgen liegenden Sternbildern nach denen gegen Abend fortrücket, und also der Sonne entgegen gehet, so muß dieselbe nothwendig diesen Punct ehe erreichen, als sie bey dem Puncte des Sternhimmels anlanget, von welchem sie beym Anfange des Jahres ausgieng. Und hieraus ist der Ueberschuß der Länge eines Sternjahres über die Länge des gemeinen, leicht zu finden. Eins ins andere gerechnet rücket die Sonne in ihrer Bahn in einer Stunde um 2 Minuten 7,8 Secunden fort. Der Anfang der Ecliptic aber beweget sich derselben in einem Jahre um 50,3 Secunden entgegen (353). Folgends hat sie, nachdem sie diesen Anfang erreichet hat, noch 50″,3 zu beschreiben, bis sie das Punct des Sternhimmels erreichet, von welchem sie beym Anfange des Jahres ausgegangen war, und damit das Sternjahr endiget. Diesen Weg zu machen braucht sie die Zeit von 1225 Secunden, das ist 20 Minuten und 25 Secunden. Um so viel wird also das Sternjahr länger seyn als das gemeine, und da jenes über 365 Täge, 6 Stunden 9 Minuten und 10 Secunden hält, so wird das gemeine Jahr diese Zahl der Täge nur mit 5 Stunden 48 Minuten und 45 Secunden übertreffen. Gemeiniglich wird das Jahr um einige Secunden länger angegeben: die äusserste Gränze sind 365 Täge, 5 Stunden und 49 Minuten.

§. 425. Es kan aber auch die Länge des Jahres unmittelbar gefunden werden, wenn man zween genau bestimte Zeitpuncte bemerket, in welchen die Sonne in ihrer scheinbaren Bahn eben den Ort einnimt. Die Puncte der Nachtgleichen sind dazu vorzüglich bequem, weil die Veränderung der Schiefe der Ecliptic in dieselbe keinen Einfluß hat. Der Zeitpunct aber, in welchem die Sonne durch eines dieser Puncte hindurch gehet, kan unter andern gefunden werden, wenn man an dem Mittage mit welchem der Tag anfängt, an welchem die Sonne den Gleicher erreichet, ihre Abweichung nimt, und am Ende desselben, das ist, an dem darauf folgenden Mittag, ebenfalls. Denn es kan angenommen werden, daß sich die Sonne an diesem ganzen Tage, wie an einem jeden andern, gleichförmig bewege. Wird nun (*T. V. Fig.* 78.) der Theil der Ecliptic, welchen die Sonne an diesem Tage beschrieben hat, indem sie von A nach B gegangen ist, durch AB vorgestellt, und der von demselben bey C geschnittene Theil des Gleichers durch DE; AD aber und BE sind die beobachteten Theile der Abweichungskreise: so ist $AD : BE = AC : CB$, und $AD + BE : AD = AB : AC$. Nun aber verhält sich AB zur AC, wie die Zeit welche, die Sonne gebraucht hat aus A in B über zu gehen, zu derjenigen, in welcher sie AC beschrieben hat, das ist, wie der zwischen den zwo Beobachtungen verflossene natürliche Tag, zu dem bis an den Augenblick des Durchgangs durch C verflossenen Theil desselben. Es kan also dieser Theil vermittelst der Verhältniß $AD + BE : AD$ immer gefunden, und durch Stunden und Minuten des natürlichen Tages ausgedruckt werden. Zween dergleichen Zeitpuncte aber geben die Länge des tropischen Jahres, wenn die von dem einen bis an den andern verflossene Zeit durch die Zahl der in derselben enthaltenen Jahre getheilet wird, in Tägen, Stunden und Minuten der mittlern Zeit, weil die Zahl der in einem solchen Jahre enthaltenen Secunden der mittlern Zeit mit der Zahl der ungleichen Secunden der natürlichen Täge, die dasselbe ausmachen, völlig einerley ist (423). Man siehet leicht, daß aus der bekanten Länge des tropischen, die Länge des Sternjahres eben sowol, und durch eben das Mittel geschlossen werden könne, als jene Länge aus dieser geschlossen werden konte.

T. V. F. 77.

T. V. F. 78.

§. 426. Was aber die Völker bewogen hat sich bey der Eintheilung der Zeit nach dem tropischen Jahre zu richten, ist vornehmlich die verschiedene Länge der Täge und Nächte, welche in diesem Zeitraume ordentlich auf einander folget,

samt

T. V. F. 78 samt den damit verknüpften Jahreszeiten. Wir nennen nehmlich auch diejenige Zeit schlechtweg einen Tag, in welcher sich die Sonne über unsern Horizont aufhält, und setzen demselben die Nacht entgegen, in welcher uns die Sonne unter dem Horizonte verdeckt ist. Diese Täge und Nächte sind bey uns von gar verschiedener Länge, welche lediglich von dem Puncte der Ecliptic herrühret, bey welchem sich die Sonne befindet, und also in jedem tropischen Jahre in eben der Ordnung wieder kommen muß. Es ist aber auch die gröste und kleinste Tageslänge in verschiedenen Ländern gar sehr verschieden, und die Jahreszeiten in denselben sind einander so sehr unähnlich, daß dadurch eine gar natürliche Eintheilung der Oberfläche unserer Erde dargebothen wird, die uns in den Stand setzet, alle diese Verschiedenheiten in einem Blicke zu übersehen.

Grösse des von der Sonne erleuchteten Theils des Erdbodens.

§. 427. Wenn die Sonne ein einzelnes Punct wäre, und ihre Strahlen in der Luft nicht gebrochen würden, so würde sie auf einmal die Hälfte der Oberfläche der Erde unmittelbar erleuchten; so daß sie von jedem Puncte dieser Hälfte gesehen werden könte. Denn wenn die Erde durch ihren Mittelpunct vermittelst einer Fläche geschnitten wird, die zugleich durch den Mittelpunct der Sonne gehet, und dadurch die (*T. V. Fig.* 79.) um den Mittelpunct *C* beschriebene Scheibe zum Vorschein kömt, welche die gerade Linie *AB* bey *A* berühret, so muß, wenn der Mittelpunct der Sonne von dem Orte *A* in dieser geraden Linie *AB*, und also in dem Horizonte des Orts *A*, gesehen werden soll, sich derselbe in der *CD* befinden, welche mit *AB* parallel lauft. Wenigstens beträgt der Winkel, welchen die von *C* bis an den Mittelpunct der Sonne gezogene gerade Linie daselbst mit der verlängerten *AB* einschliesset, noch nicht 9 Secunden; welche hier in keine Betrachtung kommen. Demnach kan *AE* für einen Quadranten angenommen werden, welcher auf der Oberfläche der Kugel um *E* ringsherum getragen, allerdings diese Oberfläche in zwo Hälften theilet, deren eine in dem angenommenen Verstande von der Sonne erleuchtet wird, die andere aber finster bleibet.

§. 428. Hat man aber zugleich auf die Luft acht, welche die Strahlen bricht, und verursachet, daß wir den Mittelpunct der Sonne sehen können, ob

er

er gleich 32 und mehr Minuten unter dem Horizonte unsers Beobachtungsplatzes T. V. F. 79. versenket ist: so muß ein Winkel *DCF* von 32 oder 34 Minuten an die *CD* gehörig angesetzt, und dadurch der Quadrant *AE* um eben so viel Minuten vermehret werden, damit der Bogen *AG* herauskomme, welcher sich von der aus *C* nach dem Mittelpuncte der Sonne laufenden *CF*, bis an den Ort *A* erstrecket, von welchem der Mittelpunct der Sonne in der *AB* gesehen wird. Dieser um *G* rings herum getragene Bogen *GA* wird nunmehr die Gränze des Theils des Erdbodens seyn, von welchem der Mittelpunct der Sonne, wenigstens vermittelst der gebrochenen Strahlen, gesehen werden kan, und denselben von denjenigen absondern, welchem dieser Mittelpunct gänzlich verborgen bleibt. Werden endlich alle diejenigen Oerter des Erdbodens zu dem von der Sonne erleuchteten Theil gerechnet, von welchem, obwol nicht sein Mittelpunct, doch etwas von diesem Körper gesehen werden kan, solte es auch nur der äusserste Rand seyn; so kan sich die Sonne noch fast um die Hälfte ihres Durchmessers von der *CF* entfernen, ohne daß sie dem Orte *A* gänzlich bedeckt werde, und der Winkel, in welchem der halbe Durchmesser von der Erde gesehen wird, beträget zuweilen mehr als 16 Minuten (314). Wird also ein Winkel *FCH* von dieser Grösse zu dem vorigen *DCF* hinzugethan, so entstehet der Bogen *AI* von 90 Graden und 48 bis 50 Minuten, welcher in der gegenwärtigen Absicht eben so gebraucht werden kan, als in den vorigen mit *GA*, *EA* geschehen ist. So breit ist also der die Erde rings um *I* umgebende Streifen, um welchen der Theil ihrer Oberfläche, in welchem die Sonne noch einigermaassen gesehen wird, die Hälfte derselben übertrift, nehmlich 12 bis $12\frac{1}{2}$ Meilen, deren 15 einen Grad des Gleichers der Erde ausmachen.

§. 429. Es ist aber auch an einem Orte des Erdbodens *K*, welcher etwas weiter als *A* von dem *I* entfernet ist, über welchem sich der Mittelpunct der Sonne in dessen Verticallinie *CH* befindet, nicht ganz finster. Denn obwol kein Theil der Sonne von einem in dieser Gegend liegenden Orte gesehen werden kan, wenn nicht seine Entfernung von dem Mittelpuncte der Erde *C* um so viel grösser ist als die *AC*, daß er noch von der verlängerten *BA* getroffen wird: so wird doch die über demselben in einer gar beträchtlichen Höhe stehende Luft erleuchtet, welche das empfangene Licht hinwiederum nach allen Seiten zerspreitet, und dadurch die Finsterniß, in welcher sich der Ort *K* ausserdem befin-

T. V. F. 79. den würde, mehr oder weniger mindert, je weniger oder mehr dieser Ort *K* von dem *A* indem durch *I* und *A* gehenden Umkreis *IAK* entfernet ist. Die Erfahrung giebt, daß diese Entfernung *AK* über 15 Grade steigen könne, wiewol sie so genau nicht zu bestimmen ist, weil dabey vieles auf die Beschaffenheit des Auges ankömt. Dieses Licht ist die Dämmerung, deren wir Morgens vor dem Aufgange der Sonne, und Abends nach deren Untergang, im Sommer aber hier zu Lande selbst um Mitternacht geniessen. Wir können den Bogen *IK*, bey dessen Ende *K* die Dämmerung gänzlich aufhöret, auf 106 Grade rechnen; wobey vorausgesetzt wird, daß die Luft völlig rein sey. Denn daß neblichtes Wetter die Dämmerung vermindern müsse, ist an sich klar.

§. 430. Bey dem allen wird in dem zunächstfolgenden Betrachtungen angenommen werden, daß die Sonne nicht mehr als die Hälfte des Erdbodens zugleich erleuchte, wie dieses geschehen würde, wenn die Sonne ein blosses Punct und die Erde nicht von ihrer Luft umgeben wäre. Es wird aber ein jeder Theil der von der Sonne erleuchteten Hälfte der Oberfläche der Erde auch von derselben erwärmet: und es würken die Sonnenstrahlen dabey desto kräftiger, je näher der Winkel, mit welchen dieselben auf diesen Theil der Oberfläche einfallen, einem geraden Winkel kömt, und am aller kräftigsten, wenn dieser Winkel würklich gerade ist. Nach diesem Umstande richtet sich der Zuwachs der Wärme, um welchen sie daselbst in einer gewissen Zeit zunimt: und die ganze Wärme, die der Platz empfängt, wird desto grösser, je länger die Zeit währet, in welcher sie dergestalt vermehret wird. Eben so nimt die Wärme nach und nach wieder ab, wenn die Ursachen, welche sie vermindern können, stärker würken als die Sonnenstrahlen. Ohnstreitig kömt dabey auf die Beschaffenheit des erleuchteten Bodens, und der denselben umgebenden Länder oder Seen, wie auch auf den Zustand der Luft sehr vieles an. Es gehöret aber die Untersuchung dieser letztern Ursachen mehr in die Naturlehre, als in die Sternkunde.

Lage des von der Sonne erleuchteten Theils des Erdbodens.

T. V. F. 80. §. 431. Wenn nun *PAQE* (*T. V. Fig.* 80.) der orthographische Entwurf der Erde auf einem ihrer Mittagskreise ist, in welchem die in *S* verlängerte *AE* die Fläche des Gleichers vorstellet, und es befindet sich die Sonne in dieser Linie *AS*; so wird die Erde von einem ihrer Pole *P* bis von den andern *Q* erleuchtet,

leuchtet, und die Strahlen, welche dieses leisten, fallen sämtlich der *AS* beynahe parallel, auf die Oberfläche derselben. Sie machen also mit den zunächst um *A* liegenden Theilen dieser Oberfläche, rechte Winkel: auf die übrigen Theile derselben aber, die an den Mittagskreis *PAQ* liegen, fallen die Sonnenstrahlen desto schiefer, je mehr diese Theile von dem Puncte des Gleichers *A* gegen die Pole *P* und *Q* entfernet sind, bis sie endlich, bey den Polen *P*, *Q* selbst, dem Horizonte parallel werden: woraus die Kraft die sie anwenden können, die verschiedenen an *PAQ* liegenden Theile der Erdfläche zu erwärmen, leicht zu ermessen ist. T. V. F. 80.

§. 432. Da aber die Sonne, bey ihrem täglichen Umlaufe um die Erde, sich zugleich von der Fläche des Gleichers noch *R* oder *T* zu entfernen, oder von einer dieser Gegenden dem Gleicher zu nähern scheinet: so können wir diese scheinbare Bewegung in unserer Vorstellung theilen, und der Sonne nur die eben beschriebene lassen, mit welchem sie in jedem Jahre einmal nach *T* und einmal nach *R*, um beynahe $23\frac{1}{2}$ Grade, von dem Gleicher abweichet, und wieder zu denselben zurückkehret: und es hindert nichts anzunehmen, daß der Mittelpunct der Sonne, bey dieser sehr ungleichen Bewegung derselben, beständig in der Fläche des Colurs der Wendpuncte bleibe. Die andere Bewegung, mit welcher die Sonne in einem Tage von Morgen gegen Abend um uns herumzulaufen scheinet, können wir ganz der Erde zuschreiben, indem wir setzen, daß dieselbe sich, an jedem natürlichen Tage einmal, von Abend gegen Morgen um ihre Axe *PQ* herumdrehe. Wir werden an seinem Orte sehen, daß wir uns dadurch gar nicht sehr von der Wahrheit entfernen, indem eine von der hier angenommenen wenig verschiedene Bewegung würklich bey der Erde statt hat. Es ist uns aber gegenwärtig blos um eine leichte und deutliche Erklärung der Erscheinungen zu thun, welche sehr befördert wird, wenn wir die verschiedene Bewegung eines Körpers aus einander setzen. Daß aber die Erscheinungen, welche aus dem beschriebenen Drehen der Erde erfolgen, keine andern seyn, als die wir haben würden, wenn die Sonne würklich an jedem Tage, dem Gleicher parallel, von Morgen gegen Abend um uns herumliefe, ist gar leicht einzusehen.

§. 433. Lassen wir nun, bey dem zuerst angenommenen Stande der Sonne in der Linie *AS* die Erde sich in der Zeit eines natürlichen Tages, mit einer gleichförmigen Bewegung, um ihre Axe *PQ* herumdrehen, so sehen wir sogleich,

T. V. F. 80. daß ein jedes Punct ihrer Oberfläche sich so lang in der verfinsterten Hälfte derselben aufhalten werde, als in der erleuchteten. Es würde also, wenn die Sonne diese ganze Zeit über in diesem Stande verharrete, der eigentliche Tag genau so lang seyn, als die dazu gehörige Nacht, und die geringe Abweichung derselben von der Fläche des Gleichers, die sich in dieser Zeit begiebt, kan in dieser Gleichheit der Theile des natürlichen Tages keine Veränderung machen, die hier in Betrachtung gezogen zu werden verdiente. Ein bey *A* gerade auf den Horizont aufgerichteter Körper wirft alsdenn im Mittage keinen Schatten, und ein daselbst gegrabener Brunnen wird zu eben der Stunde bis auf seinen Boden erleuchtet. Alle übrige in einer Entfernung von *A* auf den Mittagskreis *PAQ* gesetzte Verticallinien aber werfen einen Schatten nach *P* oder *Q*, welcher bey einerley Länge dieser Linien desto länger ist, je mehr dieselbe von der *AS* nach *P* oder *Q* abweichet. Denn die Winkel, welche die Sonnenstrahlen mit jeder Verticallinie einschliessen, werden immer grösser und grösser, je mehr sich dieselbe dem Polen *P*, *Q* nähert, und diejenigen, welche sie mit dem Horizonte machen, das ist, die Mittagshöhen der Sonne, nehmen dabey beständig ab, bis endlich bey den Polen selbst die erstern dieser Winkel gerade, und die letztern Nichts werden. Hieraus ist die Veränderung der Wärme oder Kälte, welche die Sonne bey diesem Stande, in welchem sie sich des Jahres zweymal befindet, an jedem Orte des Erdbodens hervorbringet, leicht genug zu ermessen. Sie erwärmet denselben am Tage beynahe eben so sehr, als er in der Nacht gekühlet wird, und läßt also seine Wärme ohngefehr wie sie vorher war. Sie erwärmet aber einen jeden Ort bey Tage desto stärker, je kleiner seine Breite ist, und am allerstärksten diejenigen, so gar keine Breite haben.

T. V. F. 81. §. 434. Befindet sie sich aber (*T. V. Fig.* 81.) die Sonne in der Linie *CS*, die mit dem Gleicher *AE* den Winkel *ACS* einschliesset, welchen wir uns ebenfalls in der Fläche des Colurs der Wendpuncte vorstellen; so ist die Fläche des Cirkels, welche den erleuchteten Theil der Erdkugel von dem finstern absondert, dieser *SC* perpendicular, und wird also durch *FG* vorgestellt, welche Linie mit der Axe *PQ* den Winkel *FCP* oder *GCQ* einschliesset, der dem *ACS* gleich ist: und dieser *ACS* ist die Abweichung der Sonne. Es liegt also der eine Pol *P* in der finstern Hälfte der Oberfläche der Erde so tief versenkt, als die Sonne von dem Gleicher abweichet, und eben so hoch ist auch der andere Pol *Q* in der erleuch-

erleuchteten Hälfte derselben über die Gränze FG erhaben. Denn es ist $FP = GQ = AB$, und durch den Bogen AB wird die Abweichung der Sonne angegeben. Eben dieser AB ist auch die Breite des Orts B, auf welchen die Sonnenstrahlen im Mittage seiner Verticallinie CBS parallel fallen. T. V. F. 81.

§. 435. Drehet sich nun die Erde, wie vorher, um ihre Axe PQ, so wird zwar auch nunmehro der Gleicher derselben AE von der Fläche FG in zwo gleiche Hälften getheilt, und ein jeder seiner Puncte hält sich so lang in dem erleuchteten Theile der Erde auf, als in dem finstern: so daß alle auf dem Gleicher genommene Oerter des Erdbodens, bey jeder Abweichung der Sonne, und also das ganze Jahr durch, gleiche Täge und eben so lange Nächte bekommen. Die übrigen Cirkel aber, welche bey dem täglichen Umlaufe der Erde von Puncten beschrieben werden, die ausser dem Gleicher liegen, werden von der Fläche FG, die den erleuchteten Theil von dem finstern absondert, alle in ungleiche Theile getheilet: und es übertrift der grössere Theil eines jeden dieser Cirkel den kleinern Theil desselben desto mehr, je weiter der Cirkel von dem Gleicher abstehet, oder, je grösser die Breite des Orts ist, zu welchem er gehöret, bis endlich diese Cirkel nahe bey den Polen P, Q gar nicht mehr geschnitten werden, sondern der grösseste unter denselben von der Fläche FG, bey den Puncten F und G blos berühret wird. So sehr verschieden aber auch die Verhältniß der Theile ist, in welche diese Kreise von der Fläche FG getheilt werden; so werden doch jede zween derselben, die von dem Gleicher gleich weit abstehen, einer an dieser Seite und der andere an der andern, auf einerley Art getheilet: und da diese Cirkel als völlig gleiche angesehen werden, so wird auch der grössere Theil des einen dem grössern Theile des andern, und der kleinere dem kleinern gleich. Nur fällt von der einen Seite des Gleichers der grössere Theil eines solchen Kreises in den finstern Theil der Erdkugel, wenn an der andern Seite der grössere Theil in den erleuchteten fällt, und eben die Bewantniß hat es auch mit den kleinern Theilen derselben.

§. 436. Hieraus ist leicht zu schliessen, was es bey einem dergleichen Stande der Sonne ausser der Fläche des Gleichers mit der Länge der Täge und Nächte über den ganzen Erdboden vor eine Bewantniß haben werde: und eine weitere Aufklärung desselben müsse fast in einer blossen Wiederhohlung mit etwas geänderten Worten bestehen. Sonst wird nunmehro der Ort B, auf welchen die

T. V. F. 81. Sonnenstrahlen senkrecht fallen, am stärksten erwärmet, und die übrigen desto schwächer, je mehr sie von denselben gegen *F* und *G* entfernet sind. Vergleichen wir aber diesen Stand der Sonne mit dem vorigen, da sich dieselbe in der Fläche des Gleichers aufhielte, so werden nunmehro die an dem Mittagskreise von *B* bis an *G* liegende Oerter unstreitig mehr erwärmet, als damals, weil bey denselben nicht nur die Länge des Tages, sondern auch die Mittagshöhe der Sonne zugenommen hat. In *AB* hat zwar die Länge des Tages ebenfalls etwas zugenommen, aber die Mittagshöhen sind vermindert worden, so daß hier mehr eine Verminderung als eine Vermehrung der Wärme zu vermuthen ist. Von *A* an aber bis an *P* werden die Theile der Oberfläche der Erde gewiß weniger erwärmet als in dem vorigen Stande, weil daselbst nicht nur die Tageslängen, sondern auch die Mittagshöhen der Sonne abgenommen haben. Die stärkste Veränderung hat sich bey *P* und *Q* zugetragen, da bey dem erstern dieser Puncte der ganze Bogen *PF* nunmehro von den Sonnenstrahlen gar nicht getroffen, bey *Q* aber der ganze unter dem Pole liegende Bogen *QG* erwärmet und erleuchtet wird. Es mußte also, bey dem Uebergange der Sonne aus ihrem vorigen Stande in den gegenwärtigen, die Wärme an allen Orten des Erdbodens von dem Puncte *B* an bis an den erleuchteten Pol *Q*, und zwar bey diesem am allermeisten, zunehmen: und im Gegentheil von eben dem Puncte *B* bis an den verfinsterten Pol *P*, und bey diesem am meisten, vermindert werden.

§. 437. Beyde Ursachen, welche die Wärme an der einen Seite des Puncts *B* vermehren und an der andern vermindern, nehmen immer zu indem die Sonne fortfähret von demselben abzuweichen, so daß an jedem Tage der Wärme an der einen Seite mehr zugesetzt, und an der andern mehr entzogen wird, als an dem vorhergehenden. Endlich erreicht die Sonne den an der Seite *Q* liegenden Wendkreis, da ihre Abweichung die gröste ist, und das Punct *B*, auf welches die Sonnenstrahlen im Mittage gerade einfallen, sich am meisten von dem *A* entfernt befindet, nehmlich eigentlich um 23 Grade 28 Minuten und 20 Secunden, oder beynahe um $23\frac{1}{2}$ Grade. Alsdenn ist die Veränderung der Abweichung der Sonne in einem Tage so gering, daß sie hier in keine Betrachtung komt, und wenn man sich durch das Punct *B* in der Oberfläche der Erde einen Cirkel beschrieben vorstellt, dessen Fläche der Fläche des Gleichers parallel liege, welcher derjenige seyn wird, den das Punct *B* bey dem Umlaufe der Erde um ihre Axe

beschreibt:

beschreibt: so wird jedes Punct desselben im Mittage nach der Richtung seiner T. V. F. 81.
Verticallinie beschienen, so daß einem in dieses Punct gesetzten Auge die Sonne zu der Zeit in dem Zenit erscheinen muß. Zugleich haben auch die Bogen *PF* und *QG*, deren jeder immer dem *AB* gleich ist, ihre äusserste Grösse erreichet, welche demnach ebenfalls bis an $23\frac{1}{2}$ Grade steiget, so daß, wenn man jedem der Bogen *PF* und *QG* diese Grösse giebt, und durch die dergestalt bestimte Puncte in der Oberfläche der Erde, um die Pole *Q*, *P* Cirkel beschreibt; die dem Gleicher parallel seyn werden; diese Cirkel alle Puncte der Erde in sich begreifen müssen, welche an einem oder mehrern Tagen des Jahres nicht aus der erleuchteten oder verfinsterten Hälfte der Erde kommen, und also zu dieser Zeit keine eigentliche Nacht oder keinen eigentlichen Tag haben.

§. 438. Wenn nun die Sonne, mit der einzigen Bewegung, welche wir ihr gelassen haben, wieder von dem Wendkreise nach dem Gleicher zurückkehret: so bleiben zwar, ehe sie denselben erreichet, die Ursachen, welche diese Hälfte der Erde mehr erwärmen, und jene mehr abkühlen müssen, noch immer; sie werden aber immer schwächer und schwächer. Es muß demnach nunmehro an der einen Seite des Puncts *B* die Wärme, und an der andern die Kälte an jedem Tage einen kleinern Zuwachs bekommen, als an dem vorhergehenden. Bey dem allen wächset die Wärme an der einen, und die Kälte an der andern Seite des Puncts *B* noch immer, und es ereignet sich die gröste Hitze an der Seite des erleuchteten Pols *Q*, samt der grösten Kälte an der Seite des verfinsterten *P*, nicht ehe, als nachdem die Sonne dadurch, daß sie in ihrer Bahn von dem disseitigen Wendpuncte um ein Zeichen, und beynahe die Hälfte des folgenden, fortgerückt ist, und sich dadurch dem Gleicher beträchtlich genähert hat. Aus eben den Ursachen richtet sich auch die Wärme der übrigen Jahreszeiten nach dieser Stelle, und wird, in so ferne sie bloß an der Würkung der Sonne herrühret, bey uns an jedem Tage desto grösser, je weniger an demselben die Sonne von der Mitte des Löwen entfernet ist. Das dieser Mitte entgegengesetzte Punct der Ecliptic ist die Mitte des Wassermanns; und wir müssen die gröste Kälte erwarten, wenn sich die Sonne bey demselben befindet.

Die fünf Streifen des Erdbodens.

§. 439. Da die Sonne, nachdem sie bey ihrer Rückkehr die Fläche des Gleichers erreichet hat, hernach an der Seite *P* eben so sehr von derselben abwei-

chet

T. V. F. 81. chet als an der vorigen: so muß sie nunmehro an dieser Seite eben die Würkungen äussern, die wir betrachtet haben. Wenn demnach auch *AD* der Schiefe der Ecliptic, das ist, beynahe $23\frac{1}{2}$ Graden, gleich gemacht, und durch das Punct *D* in der Oberfläche der Erde ein Cirkel dem Gleicher derselben parallel beschrieben wird: so müssen in dessen Umkreise alle Puncte der Erde liegen, auf welche die Sonnenstrahlen senkrecht fallen, wenn sich diese in dem an der Seite *P* liegenden Wendkreise befindet, gleichwie wir an der Seite *Q* einen dergleichen Kreis hatten. Durch diese zween Kreise also, wie auch durch diejenigen, welche wir durch die Puncte *F*, *G* beschrieben haben, wird die Oberfläche in fünf Theile getheilet, deren jeder ganz andere Jahreszeiten hat als die übrigen, wodurch diese Eintheilung in der Erdbeschreibung unentbehrlich wird.

§. 440. Man nennet diese Theile **Zonen**, **Gürtel** oder **Streifen**, ob sie
T. V. F. 82. wol nicht alle die Gestalt der Streifen oder Gürtel haben. In der 82sten Zeichnung wird die in ihre Streifen getheilte Erde besonders vorgestellt. *PQ* ist wieder die Axe, und *AE* der Entwurf des Gleichers. Jeder der Bogen *AB*, *AD* hält beynahe $23\frac{1}{2}$ Grade, und die durch *Dd*, *Bb* vorgestelten Cirkel der Erde, werden ebenfalls Wendkreise genennt, wie die an dem Himmel. Der zwischen diesen Wendkreisen liegende die ganze Erde rings umgebende Streifen *DdbB* aber heißt der heisse Streifen der Erde, **Zona torrida**. Er wird von dem Gleicher in zwo Hälften getheilt, die einander in allen Stücken gleich kommen, und seine ganze Breite beträgt gegenwärtig 46 Grade und 56 bis 57 Minuten. Eigentlich ist dieses von den Graden des Mittagskreises *PAQ* zu verstehen, welche bey dem Gleicher kleiner sind, als bey den Polen: es ist aber hier gar nicht nöthig auf die kleine Abweichung der Erde von der Gestalt einer vollkommenen Kugel acht zu haben. Wir können auch annehmen, daß jede aus dem Mittelpuncte der Erde *C* durch irgend ein Punct dieser Cirkel *Dd*, *Bb* gezogene Linie, als *CD*, *Cd*, oder *CB*, *Cb*, bey ihrer Verlängerung, immer einen oder andern Punct der Wendkreise des Himmels antreffen werde; obwol, da die Erde bey den Polen zusammengedrücket ist, anstatt des *C* ein anderes dem *A* etwas näheres Punct genommen werden müste, wenn dieses an der Seite *A* in der völligen Strenge erfolgen solte, und so auch an der andern *E*. Insbesondere trägt jeder Wendkreis der Erde den Nahmen des himlischen Wendkreises, mit welchen er dergestalt verknüpft ist.

§. 441.

§. 441. Jeder der Bogen *PF*, *QG* hält, wie wir gesehen haben, eben so viele Grade und Minuten als *AB* oder *AD*; die durch die Puncte *F*, *G* dem Gleicher parallel beschriebenen Cirkel aber, welche *Ff* und *Gg* vorstellen, heissen die Polcirkel, einer der mitternächtige, und der andere der mittägige. Die Theile der Oberfläche der Kugel, welche diese Cirkel einschliessen, werden, ob sie wol keinesweges diese Gestalt haben, die kalten Streifen oder Gürtel, Zonå frigidå genent, und durch eben die Beynahmen des mitternächtigen und mittägichen von einander unterschieden. Die Grade des Bogens *PF*, *QG* sind grösser als die in *AB*, also beträgt der Bogen *FPf* oder *GQg*, nach Meilen gerechnet, mehr als *BAD*. Endlich werden die zwischen einem der Wendkreise, und dem ihn zunächst liegenden Polcirkel beschlossene Theile der Erdfläche *DdfF* und *BbgG*, die gemäßigten Streifen, Zonå temperatå genennet, und ebenfalls durch das Beywort des mitternächtigen und mittägichen von einander unterschieden. Der Bogen *DF* oder *BG* beträgt den Ueberschuß eines Quadranten über *DAB*, das ist 43 Grade und 3 Minuten: und es sind die beiden gemäßigten Streifen, in nichts, als nach ihrer Lage, von einander verschieden. T.V.F.82.

§. 442. Das hauptsächlichste, wodurch sich diese Erdstriche von einander unterscheiden, ist aus dem, so eben gezeigt worden ist, leicht herzuleiten. Wenn wir auch nunmehro die kleine Veränderung, die in der Abweichung der Sonne in vier und zwanzig oder wenigern Stunden vorgehet, als unbeträchtlich, bey Seite setzen, so komt einem jeden Bewohner der hitzigen Streifen die Sonne des Jahres zweymal in sein Zenit. Denn in völliger Strenge geschiehet dieses nur alsdenn, wenn der Zeitpunct, in welchem die Abweichung der Sonne der Breite des von ihm bewohnten Orts gleich ist, genau in seinem wahren Mittag fällt. Es sind aber die Zeitpuncte, in welchem sich die Sonne dem Zenit eines solchen Orts am meisten nähert, beynahe gleichweit von einander entfernet, wenn der Ort selbst auf den Gleicher der Erde liegt: liegt aber der Ort ausser dem Gleicher, so werden die Theile des Jahres, deren einer von einem dieser Puncte bis an das andere währet, überhaupt desto mehr ungleich, je grösser seine Breite ist. Es kan der Ort einem der Wendkreise so nahe liegen, daß der kleinere dieser Theile nur einige Tage oder Stunden, und also der grössere fast das ganze Jahr beträgt. Fällt aber der Ort selbst in einem der Wendkreise *Bb*, *Dd*, so verschwindet dieser kleinere Theil ganz, und der Bewohner dieses

T. V. F. 82. Orts siehet die Sonne nur an einem Tage des Jahres in seinem Zenit. Es wird aber hiebey auf die Ungleichheit der Bewegung der Sonne in der Ecliptic, und auf die davon herrührenden Abweichungen, nicht gesehen.

§. 443. Den Bewohnern der gemäßigten Streifen erscheinet die Sonne niemals im Zenit, sondern wenn die Breite des in einem dieser Streifen liegenden Orts durch L, und die Breite desjenigen, auf welchen die Sonnenstrahlen an einem gewissen Tage senkrecht einfallen, (welche immer der Abweichung der Sonne an eben dem Tage gleich ist) durch H bedeutet wird, so ist am Mittage dieses Tages die Entfernung der Sonne von dem Zenit des Orts, $L - H$, wenn die Breiten beide in eben die Hälfte der Erdkugel fallen, und $L + H$, wenn sie in den verschiedenen Hälften liegen; so daß der Unterschied dieser Entfernungen an eben dem Orte, immer $2H$ beträgt, und der gröste unter allen wird, wenn die Abweichung H die gröste ist, AB nehmlich an der einen Seite und AD an der andern. Liegen zween Oerter von eben der Breite L in den verschiedenen Hälften der Erdkugel: so ist an eben dem Tage für den einen die Entfernung der Sonne von dem Zenit $L + H$, und für den andern $L - H$, also der Unterschied dieser Entfernungen ebenfalls $2H$. Ausserdem ist leicht zu sehen, daß die Tageslänge des einen dieser Oerter zugleich die Länge der Nacht des andern seyn werde. An eben dem Orte L aber ist die Länge des Tages bey der Abweichung H der Länge der Nacht gleich, welche dieser Ort hat, wenn die Sonne an der andern Seite des Gleichers, eben so stark, das ist, um eben den Bogen oder Winkel H, von demselben abweichet.

§. 444. Es gehet nehmlich die Sonne in den drey Zonen, welche wir besehen haben, täglich auf und unter, und wird erst in den Polkreisen in dem Augenblicke, in welchem sie durch die Mittagsfläche gehet, selbst in dem Horizonte sichtbar. Dieses geschiehet zweymal im Jahre, an den Tagen, an welchen sich die Sonne in einem der Wendkreise befindet; und sie erscheinet in der Mitternachtstunde im Horizonte, wenn dieser Wendkreis mit dem Polcirkel an eben der Seite des Gleichers liegt; und in der Mittagsstunde, wenn diese Kreise an verschiedene Seiten des Gleichers fallen: so daß die Sonne an eben dem Tage dem einen Polcirkel in der Mitternachtstunde in dem Horizonte erscheinen muß, an

welchem

welchem sie der andere in der Mittagsstunde daselbst siehet. In beiden Fällen geschiehet kein eigentlicher Aufgang oder Untergang derselben, und der natürliche Tag wird nicht in den eigentlichen Tag und die dazu gehörige Nacht getheilet. Und da überhaupt von dem Orte des Erdbodens, auf welchen die Sonnenstrahlen senkrecht fallen, bis an denjenigen, bey welchem die Sonne, indem sie durch die Mittagsfläche gehet auch in dem Horizonte erscheinet, ein Quadrant des Mittagskreises reichet: so wird die Sonne an einem jeden Orte der kalten Zonen zugleich in der Mittagsfläche und in dem Horizonte erscheinen, wenn ihre Abweichung der Entfernung des Orts von dem Pole, das ist, der Ergänzung seiner Breite, gleich ist; und es wird dieses um den Nordpol herum sich in der Mitternachtstunde zutragen, wenn die Abweichung der Sonne nördlich ist, und in der Mittagsstunde, wenn die Sonne nach Süden abweichet. Ist die Abweichung der Sonne kleiner als die Ergänzung der Breite des Orts, so gehet die Sonne an demselben auf und unter: ist sie aber grösser, so bleibt ihm die Sonne einige natürliche Täge lang beständig über dem Horizonte, wenn die Abweichung der Sonne nördlich ist, und unter demselben, wenn sich die Sonne an der andern Seite des Gleichers befindet. Eben die Bewantniß hat es auch mit den Oertern um den Südpol: und überhaupt kan einige Betrachtung der Zeichnungen alles deutlicher machen, als viele Worte. T. V. F. 32.

Fernere Eintheilung des Erdbodens.

§. 445. Dieses sind die Haupttheile der Oberfläche der Erde, deren jeder ferner durch Cirkel, welche durch jeden Grad der Breite, dem Gleicher parallel, in derselben beschrieben werden, nach Befinden weiter getheilet wird. Die Alten haben in der That noch eine andere Eintheilung beliebt. Sie giengen auf einem der Mittagskreise von dem Gleicher so lang fort, bis sie an einen Ort kamen, dessen längster Tag zwölf und eine halbe Stunde betrug. Durch diesen Ort beschrieben sie einen Cirkel dem Gleicher parallel, und nenten den zwischen diesen zween Cirkeln beschlossenen Theil der Erdfläche das erste Clima. Von dannen giengen sie weiter, bis in einen Ort, dessen längster Tag dreyzehn Stunden enthielt, und beschrieben durch denselben einen andern solchen Cirkel, der das zweite Clima gab. Und so fuhren sie von halben Stunden zu halben Stunden immer fort, wodurch bis an den Polkreis vier und zwanzig dergleichen Streifen entstunden, in deren jedem alle Oerter rings um die Erde herum begriffen waren, T.V.F.78. deren längste Täge in die angezeigten Gränzen fallen. Sie benanten aber ein jedes Clima von einem berühmten Orte, so ohngefehr mitten in demselben lag. Und da ihnen an der Mittagsseite des Gleichers keine dergleichen Oerter bekant waren, so begnügten sie sich anzuzeigen, welchem der disseitigen von einem wichtigen Orte benanten jedes an jener Seite des Gleichers liegende Clima entgegen gesetzt sey: wobey sie ein Clima als demjenigen entgegen gesetzt ansahen, in welchem der längste Tag gleich viele halbe Stunden enthält.

§. 446. Diese Eintheilung beruhet auf der Berechnung der Breite eines Orts, an welchem der längste Tag eine gegebene Zahl von Stunden und Minuten der scheinbaren Zeit enthält, welches uns auf die allgemeine Betrachtung der T.III.F.39. Längen der Täge und Nächte zurück führet. Zwar ist bereits (*T. III. Fig.* 39) ein orthographischer Entwurf der Himmelskugel vorgestellet worden, welcher zu dem gegenwärtigen Zwecke eben so gut dienen kan, als er fähig ist die Zahl der Stunden anzugeben, welche ein Fixstern, dessen Abweichung von dem Gleicher bekant ist, bey einer jeden Polhöhe über dem Horizonte und unter demselben zubringt. Es kan aber auch für jeden Ort des Erdbodens, dessen Breite bekant ist, die Länge des Tages, an welchem die Sonne um eine gegebene Zahl von Graden und deren Theilen von dem Gleicher abweichet, durch einen solchen Entwurf der Erdkugel gefunden werden, welche zugleich einige andere hieher gehörige Fragen auflöset, und demnach unsere Betrachtung gar wol verdienet.

Längen der Täge und Nächte.

T.V.F.83. §. 447. Es sey (*T.V.F.* 83.) *PQ* die Axe der Erde, durch welche, und zugleich durch den Mittelpunct der Sonne, die Fläche des Cirkels *PAQE* gehet, so daß es an einem jeden Orte der Erde Mittag oder Mitternacht wird, wenn derselbe durch den täglichen Umlauf dieses Körpers um die Axe *PQ*, in diese Fläche *PAQE* gebracht wird, bey welchem Puncte derselben sich auch die Sonne befinden mag. Nach dieser Mittagsfläche *PAQE* richten sich auch die übrigen Stundenkreise, deren Flächen sämtlich durch *PQ* hindurch gehen, indem sie mit einander die bekanten Winkel von 15 Graden einschliessen. *AE* ist der Entwurf des Gleichers, und *FG* stellet auch nunmehro den Cirkel vor, welcher den von der Sonne erleuchteten Theil der Erde von dem finstern absondert, welches seyn wird, wenn der durch den Bogen *PF* gemessene Winkel *PCF*, zu dem Tage, dessen Länge gesucht

sucht wird, der Abweichung der Sonne gleich ist. *BD* sey der Entwurf des T.V.F.83. Cirkels, welchen ein in der Oberfläche der Erde angenommener Ort, bey dem täglichen Umlaufe derselben um die Axe *PQ* beschreibt, und also *AB* die Breite dieses Orts. Weil nun *BD* der *AE* parallel liegt, so wird diese Linie bey *H* von der Axe *PQ* in zween gleiche Theile getheilet. Der in der Oberfläche der Kugel um diesen Mittelpunct *H* von *B* bis an *D* beschriebene halbe Cirkelkreis ist der Weg, welchen der angenommene Ort, in der Hälfte eines natürlichen Tages, von *B* bis an *D*, oder von *D* bis an *B* beschreibt; die in *BH* und *HD* entworfenen Theile dieses Kreises aber sind vierthel desselben, deren jedes in sechs Stunden beschrieben wird.

§. 448. Eben dieser Cirkelkreis, dessen Halbmesser *BH* oder *HD* ist, und dessen Fläche auf der *PAQE* senkrecht stehet, wird auch durch die in *FG* entworfene Fläche in zwey ungleiche Theile zerschnitten, deren eine in den erleuchteten und der andere in den finstern Theil der Oberfläche der Erde fällt. Der Entwurf des ersten dieser Theile ist *BK*, welcher in der gegenwärtigen Zeichnung aus dem Halbmesser *HB* und aus *HK* zusammengesetzt erscheinet, der andere aber ist der Unterschied des Halbmessers *HD* und eben der *HK*. Es ist also in dem Falle, welchen die Zeichnung vorstellet, der in *BK* entworfene Cirkelbogen, grösser als ein Quadrant, und *DK* kleiner: da im Gegentheil, wenn anstatt des *B* das Punct *b* an der andern Seite des Gleichers genommen, und mit demselben eben so verfahren wird, der durch *bk* vorgestelte Bogen kleiner ausfällt als ein Quadrant, der in *kd* vorgestelte aber den Quadranten übertrift. In beiden Fällen aber ist der durch *KB* vorgestelte Bogen derjenige, welchen ein jeder in der Oberfläche der Erde angenommener Ort, dessen Breite *AB* ist, von dem in *K* entworfenen Puncte, bey welchem er aus dem verfinsterten in den von der Sonne erleuchteten Raum übertritt, bis an das in der Mittagsfläche liegende Punct *B* beschreiben muß; und der an der andern Seite dieser Fläche *PAQE* liegende durch eben die *BK* vorgestelte Bogen, wird nach Mittag von eben dem Orte beschrieben. Im Gegentheil beschreibet dieser Ort von *D* an, allwo er sich zu Mitternacht befindet, bis an dem in *K* entworfenen Punct, bey welchem er in den erleuchteten Raum übergehet, den in *DK* entworfenen Bogen, und derjenige, welchen er an der andern Seite der Mittagsfläche, von der Gränze des erleuchteten Raums bis an *D* beschreibt, ist von eben der Grösse. Mit dem

T.V.F.83. an der andern Seite des Gleichers entworfenen Bogen *bk*, *dk* hat es eben die Bewantniß. Die Sonne erscheinet dem angenommenen Orte in dem Horizonte, wenn sich dieser in einem der in *K*, *k* entworfenen Puncte befindet: und der Weg, welchen derselbe von einem dieser Puncte bis zur Mittagsfläche, oder von der Mittagsfläche bis zu dem Puncte machen muß, wird immer durch den in *KB* oder *KD*, *kb* oder *kd* entworfenen Bogen vorgestelt.

§. 449. Ein jeder solcher Bogen heißt ein halber Tagbogen, oder ein halber Nachtbogen, nach dem er in dem erleuchteten oder in dem finstern Theil der Oberfläche der Erde fällt. Denn der in *KB* entworfene Bogen ist demjenigen ähnlich, in welchen der Mittelpunct der Sonne sich von dem Morgenhorizonte bis an den Mittagskreis zu erheben, oder von diesem bis an den Abendhorizont zu erniedrigen scheinet; der durch *DK* aber dem, in welchen eben der Mittelpunct vor dem Aufgange der Sonne von der Mittagsfläche bis an den Morgenhorizont steiget, oder nach deren Untergang von dem Horizonte bis an diese Fläche niedergehet. Aus der Zahl der in jedem dieser Bogen enthaltenen Graden und Theilen der Grade, ist die Zeit, in welcher sich die Sonne in demselben aufhält, gar leicht zu schliessen (183), welche uns ferner zur Käntniß der Länge des Tages und der darauf folgenden Nacht führet.

§. 450. Es werden aber zu jeder Breite *AB* und zu jeder Abweichung der Sonne *PF* die Bogen, von welchen die Rede ist, beide bekant, sobald derjenige gefunden wird, welcher *HK* zu seinem Entwurfe, und folgends, wenn *HB* oder *HD* zum Radius genommen wird, eben die *HK* auch zu seinem Sinus hat. Ist also diese *HK* durch die Zeichnung der beiden Linien *BD* und *FG* gefunden worden, so ist nichts übrig, als daß man die Zahl der Grade und Minuten eines Bogens entdecke, dessen Sinus sich zum Radius verhält, wie *HK* zur *HB* oder *HD*, und dieses kan durch die blosse Zeichnung auf verschiedene Art geschehen. Wird alsdann dieser Bogen zu einem Quadranten hinzugesetzt, und von demselben abgezogen, so wird durch das eine der halbe Tagbogen, und durch das andere der halbe Nachtbogen herausgebracht, wobey eine geringe Achtsamkeit hinlänglich ist, jeden dieser Bogen mit seinem wahren Nahmen zu belegen.

§. 451. Zu der endlichen Absicht, welche gegenwärtig ist, die Längen der Täge und Nächte zu finden, scheinet das bequemste zu seyn, daß man auf *HB* und *HD* von dem Puncte *H*, die zu dem Radius *HB* oder *HD* gehörigen Sinus der Stundenwinkel von 15, 30, 45 Graden und so weiter, trage, welches eben die Würkung haben wird, als wenn der zu dem Durchmesser *DB* gehörige Umkreis in seine vier und zwanzig gleiche Theile getheilet wäre, deren jeden der angenommene Ort, bey seiner Bewegung um die Axe *PQ*, in einer Stunde zurücklegt. Dieses kan nicht nur bey der *BD*, sondern zugleich auch bey einer jeden andern in dem Mittagskreis *PAQE* der *AE* parallel gezogenen Sehne geschehen, wenn sowol die *CA*, als auch die *CE* dergestalt getheilt werden, und man durch jede zween Theilungspuncte, die zu eben der Zahl von Graden gehören, und den zu derselben gehörigen Sinus endigen, eine Ellipse beschreibt, die zugleich durch die Pole *P*, *Q* gehet; und es können diesen noch andere dergleichen Ellipsen beygefüget werden, welche zu den Hälften, oder noch kleinern Theilen der Stunden gehören. Alsdann wird eine, statt der Linie *FG* angelegte Regel, auf der gehörig gezogenen *BD* oder *bd*, die in dem halben Tage oder der halben Nacht enthaltene Stunden, durch die zwischen den Ellipsen liegende Theile der *BK* oder *KD* an der einen, und der *bk* oder *kd* an der andern Seite des Gleichers, unmittelbar angeben: und es wird nicht schwer seyn, auch die Zahl der überschüssigen Minuten zu beurtheilen. T. V. F. 83.

§. 452. Einige Betrachtung dieser Zeichnung wird an die Hand geben, wie hinwiederum aus der Breite eines Ortes *AB*, und der vermittelst der halben Länge eines Tages, oder der darauf folgenden Nacht gegebenen *BK* oder *DK*, die Abweichung der Sonne *PF* zu finden sey; oder aus eben der *BK* und der Abweichung *PF* die Breite *AB*. Dieses letztere kan dienen, einen jeden Parallelen zu entwerfen, bey welchem ein Clima, das wievielste dieses auch seyn mag, sich anfängt oder endiget, und die Breite der Oerter, durch welche dieser Kreis hindurchgehet, anzugeben. Es wird in dieser Absicht *PF* der grösten Abweichung von $23\frac{1}{2}$ Graden, welche die Sonne haben kan, gleich gemacht, da sich dann das übrige wie von selbst giebt, insonderheit wenn der halben Ellipsen vier und zwanzig sind, welche die halben Stundenkreise vorstellen. Denn alsdenn gehet jede *BD*, welche ein Clima von dem nächsten absondert, durch einen der Puncte, in welchen die Ellipsen von der *FG* geschnitten werden.

§. 453. Es werden aber diese Aufgaben durch eine auf eben die Zeichnung gegründete Rechnung genauer, und gewissermassen auch leichter aufgelöset. Wenn

T.V.F.83. Wenn wir zum Behuf dieser Rechnung hier wieder die Breite AB durch den einzelnen Buchstaben L andeuten, die Abweichung der Sonne PF aber durch D, so wird zu dem Radius $CA = 1$, die $CH = \sin L$, und $HB = \cos L$. Das Dreyeck KHC aber giebt $HK : HC = \tan D : 1$, das ist $HK : \sin L = \tan D : 1$. Wann nun der gesuchte Bogen, dessen Entwurf HK ist, durch A bedeutet wird, und folgends sein Sinus durch $\sin A$, so wird auch aus $HB : HK = 1 : \sin A$, oder $\cos L : HK = 1 : \sin A$, welche Proportion mit der vorigen $HK : \sin L = \tan D : 1$, diese neue $\cos L : \sin L = \tan D : \sin A$ giebt, oder $1 : \tan L = \tan D : \sin A$, vermittelst welcher aus jeden zween der drey gegebenen Winkel oder Bogen L, D, A der dritte gefunden wird. Der Bogen A wird durch die Zeit gegeben, um welche die Hälfte des Tages länger oder kürzer ist, als sechs Stunden; und hinwiederum bestimmet die Zahl der Grade und Minuten dieses Bogens A den Ueberschuß der Länge des Tages oder der Nacht über zwölf Stunden, aus den hinlänglich erklärten Gründen.

§. 454. In dem vorhergehenden (186), da wir den Bogen, welchen der Mittelpunct der Sonne oder ein Fixstern beschreibt, indem er von dem Horizonte bis an den Mittagskreis aufsteiget, durch eine Zeichnung herausbrachten, ist ohne einer anderweitigen Veränderung, nicht PF, sondern AB der Abweichung des dergestalt steigenden Puncts, und nicht AB, sondern PF der Breite oder Polhöhe des Beobachtungsplatzes ähnlich gemacht worden, so daß FG den Horizont desselben vorstellen muste. Es ist also erlaubt die beiden Bogen D und L mit einander zu verwechseln, und AB nach Belieben dem D oder L ähnlich zu machen, wenn nur das andere für PF gebraucht wird; und es wird auf beide Arten eben der Bogen A gefunden. In der That wird auch durch diese Verwechslung in der Proportion $1 : \tan L = \tan D : \sin A$ nichts geändert, und es bleibt $\sin A = \tan L. \tan D$, es mag L den Bogen AB und D den PF, oder L den PF und D den AB bedeuten; weil doch in beiden Fällen die Tangenten der Bogen AB und DF in einander multipliciret werden müssen, damit $\sin A$ herauskomme. Der Uebergang aber von der Linie HK zu den Bogen oder
T.III.F.39. Winkel A, welcher vermittelst des daselbst gebrauchten in der 39sten Zeichnung vorgestellten Entwurfs mit einiger Weitläuftigkeit geschiehet, kan gar sehr erleuchtert werden, wenn auch die nunmehro (451) beschriebenen Ellipsen in denselben gebracht werden, welche vermittelst der HK die gesuchte Zeit, in welcher nehmlich

der

der zu dieser *HK* gehörige Bogen beschrieben wird, und vermittelst der Zeit die *HK*, unmittelbar angeben. Durch diesen Zusatz werden auch die Stundenkreise der Kugel in den Entwurf gebracht, und es wird eine Zeichnung erhalten, welche in Ermangelung einer würklichen Kugel zur Auflösung nicht nur der gegenwärtigen, sondern auch einiger andern Aufgaben gebraucht werden kan, deren verschiedene sie mit einer Richtigkeit leistet, so von einer Kugel, deren Durchmesser nicht grösser ist, als der Durchmesser des Entwurfs, kaum zu erwarten stehet; zumalen wenn die Zahl der entworfenen Ellipsen so gros ist, daß vermittelst derselben auch die Theile der Stunden richtig angegeben werden. Und die Mühe welche man sich bey diesen Auflösungen zu geben hat, bestehet meistentheils in der blossen Anlegung einer Regel. T. V. F. 83.

§. 455. Soll die Breite der Oerter, durch welche ein Cirkel gehet, so ein Clima von dem ihm zunächst liegenden absondert, durch die Rechnung gefunden werden; so wird, weil sich diese Eintheilung nur nach den längsten Tägen richtet, welche wir haben, wenn sich die Sonne in dem Wendkreise des Krebses befindet, in der Proportion $1 : tan\ L = tan\ D : sin\ A$ überal gesetzt $D = 23°,28'$. Der Bogen A aber bekomt für die Gränze des ersten Clima, $7\frac{1}{2}$ Grade, für die Gränze des zweiten 15°, für die Gränze des dritten $22\frac{1}{2}$ Grade u. s. f. Die gesuchte Breite ist alsdenn L, welche vermittelst der also geordneten Proportion $tan\ D : 1 = sin\ A : tan\ L$, oder $1 : cot\ D = sin\ A : tan\ L$ gefunden wird. Es ist aber diese Eintheilung der Oberfläche der Erde nicht mehr im Gebrauche, da die Lage eines jeden Puncts derselben, welche es in Ansehung des Gleichers und der Pole hat, durch seine Breite viel genauer angegeben werden kan: und wenn diese bekant ist, zur völligen Berichtigung nichts übrig bleibt, als daß auch angezeigt werde, in welche Stelle seines Parallelcirkels dieser Punct zu setzen sey, nachdem die Oerter anderer Puncte in den ihrigen, entweder nach Willkühr angenommen, oder nach richtigen Gründen bestimmet worden sind.

Längen der Oerter des Erdbodens.

§. 456. Es werden dazu die Mittagskreise gebraucht, so durch die Oerter hindurchgehen: und wenn (*T. V. Fig.* 84.) die Lage eines Puncts der Oberfläche der Erde *M* in Absicht auf einen der Pole *P* und den Gleicher *ABD*, bekant ist, so wird der Ort eines andern *N* in dem durch seine Breite angege- T. V. F. 84.

T. V. F. 84. benen Parallelen *EF* völlig bestimt, wenn nur noch der Winkel gegeben wird, welchen die durch *N* gelegte Mittagsfläche *PCB* mit der durch *M* gelegten *PCA* bey der Axe *PC*, und der in der Fläche *PCB* liegende Mittagskreis *PNB*, mit dem in der Fläche *PCA* liegenden *PMA* bey dem Pole *P*, einschliesset. Es ist klar, daß alsdenn von der Lage des Puncts *N* in Absicht auf den Gleicher und den Ort *M*, nichts zu fragen übrig bleibe: der Winkel *APB* aber wird durch die Zahl der Grade des Bogens *AB*, oder *EN*, oder eines jeden andern zwischen *PMA*, *PNB* liegenden Theils eines Parallelen gemessen: und man nennet diesen Winkel oder sein Maaß, den Ueberschuß der Länge des Orts *N* über die Länge des andern *M*, wie auch die von dem Orte *M*, dessen Lage als bekant angesehen wird, gerechnete Länge des *N*. Wenn die beiden Mittagsflächen, von der Fläche des Gleichers in *AC*, *BC*, und von der Fläche eines Parallelen in *EG*, *NG*, geschnitten werden, so ist $ACB = EGN$ der Winkel, von welchem gesprochen wird.

§. 457. Die Längen werden gewöhnlicher Weise von Abend gegen Morgen genommen, und sind auf der Erde eben das, was wir (191) bey den Sternen und andern himlischen Körpern den Vorsprung genennet haben. Doch hindert nichts dieselbe auch von Morgen gegen Abend zu erstrecken, und es kan daraus kein Irthum erfolgen, wenn nur zugleich angezeigt wird, daß von der westlichen, und nicht der gemeinen östlichen Länge die Rede sey. Vielmehr werden dadurch die grossen Zahlen vermieden, durch welche jene Längen, ausgedruckt werden, wenn die westlichen Längen klein sind, und nur einige wenige Grade halten. Denn da immer die östliche Länge übrig bleibt, wenn die westliche von 360 Graden abgezogen wird, so kan dieselbe bis gar nahe an diese Zahl steigen. Auch werden dadurch, daß man die Längen bald östlich bald westlich machet, deutlichere Zeichnungen erhalten; weswegen wir uns dieser Freyheit hier ebenfalls bedienen wollen.

§. 458. Wir haben kein Punct auf der Erde, welches uns bewegen könte die Längen vielmehr von demselben als von einem jeden andern zu rechnen: und gleichwol wäre es überhaupt unschicklich bald dieses bald ein anderes Punct des Gleichers zum Anfang der Längen zu machen. Es muste also das Punct der Erde, durch welches der Mittagskreis gehen sollte, welcher diesen Anfang bestimte,

nach

nach Willkühr genommen werden. Dieses haben verschiedene Erdbeschreiber auf verschiedene Art gethan, nachdem sie dabey diese oder jene Nebenabsicht hatten, und der dazu gebrauchte Mittagskreis wird der erste genennet. Ptolomäus beschrieb denselben durch die äusserste der canarischen Inseln, weil ihm weiter gegen Abend keine Länder bekant waren. Die Franzosen sind durch einen königlichen Befehl angewiesen ihn durch die Insel Fer zu ziehen, und setzen ihn also 20 Grade von Paris, gegen Abend. Die Holländer nehmen den Mittagskreis des hohen Berges auf der Insel Tenerifa, für den ersten an. Auch ist es nicht ungewöhnlich den Mittagskreis irgend einer Hauptstatt zum ersten zu machen, insonderheit wenn dieselbe einen berühmten Beobachtungsplatz einschliesset, oder in der Nähe hat. Diese Verschiedenheit verursachet, daß wir etwas mehr acht haben müssen: sonst bringt sie der Erdbeschreibung keinen Nachtheil. Es komt nicht darauf an, welcher Mittagskreis zum ersten gemacht wird, sondern blos auf die Ausfindung der, von dem dadurch bestimten Anfang, nach Morgen oder Abend zu gerechneten Länge, zu deren Ausfindung die nachfolgenden Gründe dienen. T. V. F. 84.

Verschiedenheit der Uhren bey verschiedenen Längen.

§. 459. In der 85sten Zeichnung wird die Erde durch *ABE*, als auf die Fläche ihres Gleichers orthographisch entworfen, vorgestellet, da denn die Axe derselben, welche nunmehro auf der Fläche des Entwurfs perpendicular stehet, durch den blossen Mittelpunct *P* angegeben wird, welcher zugleich die beiden Pole vorstellet. Ein jeder Halbmesser des um *P* beschriebenen Cirkels aber, *PA* oder *PB* ist der Entwurf eines der Mittagskreise der Erde, und der Winkel *APB* giebt den Unterschied der Längen jeder zween Oerter an, durch deren einen der Mittagskreis *PA*, durch den andern aber, dessen Entwurf *D* seyn mag, der *PB* hindurchgehet. Wird nun ein Punct *S* angenommen, das nicht aus der unbeweglichen Fläche *PS* weichet, indem die Erde sich, in Absicht auf dieses Punct *S*, von *A* nach *B* gleichförmig um ihre Axe *P* herumwälzet: wie wir würklich die Sonne als ein dergleichen Punct ansehen, indem wir die Bewegung, mit welcher sie in einem natürlichen Tage um uns herum zu gehen scheinet, vor eine Würkung jener Bewegung der Erde halten: so verhält sich die Zeit *T*, in welcher der Mittagskreis *PA* aus seiner gegenwärtigen Lage in *PB* übergehet, zu der Zeit des ganzen Umlaufs, nach welchem die Fläche *PA* wieder durch das angenommene Punct *S* gehet, wie der Bogen *AB* zu dem ganzen Umkreise. Es T. V. F. 85.

T. V. F. 85. wird also, da die Zeit des ganzen Umlaufs, das ist, der natürliche Tag, in vier und zwanzig Stunden getheilet wird, der Mittagskreis *PA* eine Stunde Zeit brauchen in *PB* zu gelangen, wenn der Bogen *AB* 15 Grade hält; zwo Stunden, wenn dieser Bogen 30 Grade in sich begreift, und so nach Proportion wenn er eine andere Grösse hat. Und zwar werden dieses die gewöhnlichen wahren Sonnenstunden seyn, wenn der als unbeweglich angenommene Punct *S* der Mittelpunct der Sonne ist. Alsdenn aber haben alle Bewohner der in dem Mittagskreise *PA* liegenden Oerter ihren Mittag, wenn sich dieser Kreis in der Stellung befindet, in welcher er gezeichnet ist. Die in *PB* aber haben ihren Mittag albereits vor einer längern oder kürzern Zeit gehabt, und werden den nächsten nicht ehe haben, als wenn dieser Kreis *PB* durch das drehen der Erde in die Fläche komt, in welcher gegenwärtig *PA* liegt. Nun hat zu der Zeit der Mittagskreis *PA* die Fläche, in welcher sich die Sonne befindet, noch nicht erreicht; die Bewohner desselben haben also noch nicht Mittag, sondern eine für dieselbe richtig nach der Sonne gestelte Uhr weiset so viele Stunden vor Mittag, als vielmal 15 Grade in dem Bogen *AB* enthalten sind.

§. 460. So ferne müssen demnach in allen Mittagskreisen, die dem *PA* gegen Morgen liegen, die Uhren früher gehen, und indem die für *PA* eingerichteten den Mittag angeben, eine von den Nachmittagsstunden weisen, die der Grösse des Bogens *AB* gemäß ist. Ist aber der Zeitpunct, in welchem die Uhren in *PB* den Mittag angeben, von dem Puncte des Mittags in *PA* um die Zeit *T* entfernet, so muß auch derjenige Zeipunct, in welchem die Uhren in *PB* eine jede andere Stunde und Minute anzeigen, von dem, an welchem in *PA* eben die Stunde und Minute gezählet wird, um eben die Zeit *T* entfernet seyn. Woraus folget, daß überhaupt in einem jeden Zeitpuncte die Uhr des Mittagskreises *PB* um die Zeit *T* früher gehen werde, als die Uhr des *PA*, welcher mehr westlich ist; so daß, wenn die Zeit *T* durch Stunden und deren gewöhnliche Theile angegeben wird, in eben dem Augenblicke, in welchem die mehr östliche Uhr die Stunde *H* weiset, die mehr westliche die Stunden und Minuten $H - T$ angeben wird.

§. 461. Wird also der Gleicher nicht in Grade, sondern in vier und zwanzig gleiche Theile getheilet, und jeder dieser Theile in 60, u. s. w. so giebt der

der Unterschied der Uhren *T*, die von dem Mittagskreise *PA* gerechnete Länge *AB* des Orts *D*, unmittelbar in dergleichen Theilen, und die sehr leichte Rechnung, vermittelst welcher die Zeit in Grade des Gleichers verwandelt wird, indem man 15 Grade für eine Stunde rechnet, ist hinlänglich sie auch durch diese und ihre Theile auszudrucken. Also komt bey der Ausfindung der Längen alles darauf an, daß man den Unterschied der Uhren *T* in den zween Mittagskreisen *PA* und *PB* zu finden wisse. Dazu aber giebt es verschiedene Mittel. Und überhaupt kan eine jede Erscheinung, die nur einen Augenblick oder eine nur gar kurze Zeit währet, und an zween Oertern beobachtet werden kan, deren einer in dem Mittagskreise *PA* der andere aber in *PB* liegt, dazu gebraucht werden. T.V. F. 85.

Wie der Unterschied der Längen zweyer Oerter gefunden wird.

§. 462. Sind die zween Oerter so wenig von einander entfernet, daß aus jedem derselben die Spitze eines hohen Berges gesehen werden kan, so ist ein auf dieser Spitze plötzlich entzündetes oder gelöschtes Feuer hinlänglich. Zween Beobachter merken, jeder an seinem Orte, und nach der Uhr desselben, den Zeitpunct, in welchem sie das Feuer erscheinen oder verschwinden sehen. Der Unterschied der Minuten und Secunden, welche die beiden Uhren in diesem Zeitpuncte zeigen, ist die Zeit *T*, durch welche die Länge gegeben wird. Ist aber die Entfernung des einen Orts von dem andern so groß, daß es nicht möglich ist von jedem derselben einen Ort des Erdbodens zugleich zu sehen, so bedienet man sich zur Bestimmung eines dergleichen Zeitpuncts irgend einer Begebenheit des Himmels, die aus den zween Oertern zugleich beobachtet werden kan. Dergleichen sind der Anfang oder das Ende, am besten aber, die Mitte einer Mondfinsterniß, weil sich diese am genausten bestimmen läßt; die Verfinsterung eines Trabanten des Jupiters, oder eine jede Entfernung eines himlischen Körpers von einem andern, die schnell geändert wird, und uns also in den Stand setzet, den Augenblick der Zeit, in welcher sie diese oder jene Grösse erreichet hat, genau genug anzugeben.

§. 463. Die Begebenheiten des Himmels haben ausserdem noch den Vorzug, daß man sie berechnen und also voraus wissen kan, in welchem durch die Uhr dieses oder jenes Orts angegebenen Zeitpunct, sie sich zutragen werden. Es läßt sich, zum Beyspiel, mit ziemlich geringen Fehlern vorher sagen, in welcher

T. V. F. 85. Stunde, Minute und Secunde der Berliner Uhr der Anfang, das Mittel und das Ende einer in etlichen Monaten oder Jahren zu erwartenden Mondfinsterniß fallen werde. Weis nun jemand dieses, der an irgend einem Orte des Erdbodens dieselbe Finsterniß, nach der Uhr dieses Orts, würklich beobachtet hat, so ist es ihm leicht alsbald, ohne weitere Nachricht, die Zeit T zu finden, und vermittelst derselben die von dem Mittagskreise der Berliner an gerechnete Länge seines Orts anzugeben. Und wenn die Beobachtung von der Art ist, daß sie auch zur See auf einem Schiffe genau genug verrichtet werden kan, so wird dadurch die Länge des Orts, an welchem sich das Schiff zu der Zeit befindet, mit einer Richtigkeit entdecket, die den Schiffer befriedigen kan, welchem öfters sehr viel daran gelegen ist den eigentlichen Ort zu wissen, an welchem er sich befindet. Nur muß auch die Rechnung richtig seyn, und die Zeit der gebrauchten Erscheinung, nach der Uhr des Orts, dessen Mittagskreis als der erste angesehen wird, genau genug angeben.

§. 464. Durch diese Einschränkung werden den Seefahrern verschiedene Mittel entzogen, deren wir uns auf dem Lande, zur Erfindung der Längen, mit Nutzen bedienen können: wozu noch komt, daß sie die Gelegenheit eine brauchbare Beobachtung anzustellen, nicht immer erwarten können, ohne indessen ihr Schiff einer grossen Gefahr auszusetzen. Das bequemste, so allen Schwierigkeiten abhelfen könte, wäre eine Uhr welche etliche Monathe lang, zur See wie auf dem Lande, ihren Lauf mit völliger Richtigkeit fortsetzte: und es hat das Ansehen, daß dergleichen Uhren ihrer Volkommenheit nahe sind, wenn sie dieselbe nicht bereits erreichet haben. Wäre ein Schiff mit einem dieser Zeitmesser versehen, und dieser in London, nach der mittlern Zeit, richtig gestellet worden, so könte man auf demselben in jedem Augenblicke die Zeit wissen, welche die londner Uhr angiebt, und es wäre leicht, für eben den durch London gehenden Mittagskreis, die scheinbare Zeit eben des Augenblicks zu berechnen. Nun kan auch auf dem Schiffe, wo sich dieses auch befinden mag, aus der Höhe der Sonne die scheinbare Zeit des Augenblicks, in welchem diese Höhe genommen wird, zu dem Mittagskreise desselben Orts, geschlossen werden (397); und wenn die Sonne unsichtbar ist, so kan ein Fixstern zu eben dem Zwecke führen. Da also, für eben den Augenblick der Beobachtung, die scheinbare Zeit des Mittagskreises von London aus dem Zeitmesser zu erfahren wäre, so hätte man alles, was zur Ausfindung der Länge nöthig ist.

§. 465.

Die Oerter des Erdbodens auf eine Kugel zu bringen.

§. 465. Wenn die Längen und Breiten verschiedener in der Oberfläche der Erde liegender Oerter bekant sind, so ist es nicht schwer in der Oberfläche einer Kugel Puncte anzubringen, welche diese Oerter in ihrer wahren Lage vorstellen. Denn es ist nicht nöthig dazu einen Körper von einer andern Gestalt zu nehmen, da die Erde von einer volkommenen Kugel so wenig abweichet. Man wählet in der Oberfläche der Kugel zween Puncte, die durch einen ihrer Durchmesser mit einander verknüpft werden können, zu Polen derselben, und beschreibt einen Cirkel, welcher von jedem dieser Pole überal gleich weit entfernet ist. Dieser wird den Gleicher vorstellen, und ist von einem beliebigen Anfange in seine Grade zu theilen, welche zugleich Grade eines jeden andern in der Oberfläche der Kugel zu beschreibenden Cirkels, in dessen Fläche der Mittelpunct der Kugel fällt, abgeben werden. Durch den Anfang des Gleichers aber wird der erste Mittagskreis gehen, und kan, wenn man will, ebenfals in der Oberfläche der Kugel gezeichnet werden, wiewol die Lage desselben durch die beiden Pole und den Anfang des Gleichers hinlänglich bestimmet wird. Soll nun ein Ort, dessen Länge und Breite bekant ist, auf die Kugel gebracht werden, so werden erstlich auf den Gleicher desselben, von dessen Anfange die Grade, und so weit es geschehen kan, auch die Minuten der Länge gezählt, und es wird, durch das Ende des dadurch bestimten Bogens, ein anderer Mittagskreis beschrieben, auf welchem von dem Gleicher die Grade und Minuten der Breite getragen werden. Dadurch wird erhalten was verlangt wurde; und mit den übrigen Oertern, deren Längen und Breiten bekant sind, wird auf eben die Art verfahren. Man siehet leicht, daß man die Längen nunmehro überal von Morgen gegen Abend zählen, und sich hüten müsse die mittägigen Breiten mit den mitternächtigen zu verwechseln. Wird dieses in Acht genommen, so bekomt allerdings ein jedes auf die Kugel getragenes Punct, in Absicht auf den Gleicher und den ersten Mittagskreis, die Lage, welchen der durch dasselbe vorgestellte Ort auf der Erde hat, und jedes derselben erscheinet von einem jeden andern um so viel Grade und Minuten des Gleichers entfernet, als die Oerter auf der Oberfläche der Erde von einander entfernet sind. Es wird überhaupt die Kugel, mit den darauf verzeichneten Puncten, der die Oerter, welche durch diese Puncte vorgestellet werden, tragenden Erde ähnlich, und jede zwischen zween dieser Puncte in der Oberfläche beschriebene Cirkelbogen bekommen eben die Zahl der Grade und Minuten, welche diejenigen T. V. F. 85.

haben,

T.V.F.85 haben, die man sich auf der Oberfläche der Erde, zwischen den durch jene Puncte vorgestellten Oertern einbilden kan; wenn nur der Mittelpunct zu diesen leztern Cirkelbogen eben so genommen wird, als der Mittelpunct zu dem auf der Kugel beschriebenen genommen worden ist. Gemeiniglich sind diese Puncte das Mittel der Erde und der Kugel.

§. 466. Wenn nur die Breite eines Orts bekant ist, anstatt der Länge desselben aber die Entfernung dieses Orts von einem andern, der bereits richtig auf der Kugel stehet, in Graden des Gleichers oder des Mittagskreises gegeben wird: so kan dieser Ort ebenfalls auf die Kugel gebracht, und dadurch die Länge desselben bestimmet werden. Den wenn man in der Oberfläche derselben ein Theil
T.V.F.86. des Parallelkreises *AB* (*T. V. Fig.* 86.) beschreibet, in welchem der verlangte Punct *B* liegen muß, und von dem richtig angesetzten Puncte *D*, bis an diesen Bogen *AB* die gegebene Entfernung *DB* erstrecket: so wird allerdings die Stelle dieses Puncts *B* und seine Länge bestimt. Nur muß auch bekant seyn, ob der Ort *B* dem bekanten *D* gegen Morgen oder gegen Abend liege. Auf eben die Art kan auch verfahren werden, wenn nicht *D* sondern *B* der bereits richtig angesetzte Punct ist, von dem Orte *D* aber allein die Länge, samt der Entfernung desselben von *B* bekant ist. Denn nunmehro kan ein Theil des Mittagskreises *AD* beschrieben werden, in welchen *D* kommen muß, und die aus *B* bis an diesen Bogen *AD* reichende Entfernung *DB* bestimmet in demselben die Stelle des Puncts *D*, samt seiner Breite, wenn nur auch bekant, ob dieser grösser oder kleiner sey, als die Breite des *B*. Auch siehet man leicht, wie ein Punct *A* auf die Kugel zu bringen sey, dessen Entfernungen *AB*, *AD* von zween bereits richtig angesetzten Puncten *B* und *D* in Graden des Gleichers oder des Mittagskreises bekant sind. Dadurch aber, daß ein Ort auf die Kugel gebracht wird, wird allerdings seine Länge und Breite bestimmet, wozu also die Entfernungen von bekanten Oertern, so wie gewiesen worden ist, gebraucht werden können, wiewol auch hier die Rechnung alles viel genauer giebt, wenn nur die bey derselben als bekant angenommene Grössen mit einer hinlänglichen Richtigkeit gefunden sind: bey welcher wir uns aber nicht aufhalten wollen.

§. 467. Es ist nöthig eine gewisse Zahl von Puncten dergestalt auf die Kugel zu bringen, damit man sich bey der Zeichnung der Flüsse, die bey den

dadurch

dadurch vorgestelten Oertern vorbey laufen, bey dem Entwurfe der Seeküsten, T. V. F. 86.
und bey Bestimmung der Gränzen der Länder, darnach richten könne. Alsdenn giebt eine dergleichen Kugel eine richtige Vorstellung der Oberfläche der Erde, so weit sie bekant ist, aus welcher man sich von der Grösse und Gestalt ihrer Theile, und der Seen, welche sie umgeben oder sonst unterbrechen, einen richtigen Begriff machen, und die Entfernung eines jeden auf der Kugel vorgestelten Orts von einem jeden andern, wie auch die Lage des einen in Ansehung des andern, mit Zuverläßigkeit hernehmen kan. Ausserdem werden auch, neben dem Gleicher, die zween Wendkreise, samt den Polarcirkeln auf die Kugel gezeichnet, und durch dieselbe in die fünf Streisen zertheilet, welche die Zonen der Erde angeben, deren Eigenschaften oben betrachtet worden sind. Diesen wird noch die Vorstellung der Ecliptic beygefüget, so schief zwischen den zween Wendkreisen liegt, und dieselbe beide berühret, wiewol sie zu der Erde eigentlich nicht gehöret. Es ist aber dieses das schicklichste Mittel die Abweichung der Sonne von dem Gleicher für jeden Tag des Jahres unmittelbar auf die Kugel zu bringen, indem man nur die Sonne in dasjenige Punct der gezeichneten und zu dem Ende getheilten Ecliptic setzet, welcher den Ort vorstellet, an welchem sich dieselbe an dem Tage würklich befindet.

Nutzen einer Erdkugel.

§. 468. Man siehet unter andern an einer solchen Kugel in einem Blicke daß die Erde rings herum bevölkert sey, und die Nahmen, durch welche die Bewohner derselben von einander unterschieden werden, würklich statt finden. Es werden nehmlich im griechischen genent: Synöci, die auf eben dem Mittagskreise in eben der Breite wohnen, und also die nehmlichen Jahreszeiten und die nehmlichen Stunden des Tages haben: Periöci, die auf eben dem Parallelkreise, und in eben der Mittagsfläche, aber in den verschiedenen Hälften derselben wohnen, so daß sie zwar die nehmliche Jahreszeit geniessen, in Ansehung der Stunden aber dergestalt von einander abweichen, daß diese Mittag haben, wenn es bey jenen Mitternacht ist: Antöci, die an den zwo verschiedenen Seiten des Gleichers, in eben der Breite, und in eben dem Mittagskreise wohnen. Diese haben den Mittag zugleich; was aber die Jahreszeiten anlangt, so ist es bey diesen Sommer, wenn es bey jenen Winter ist, und eben der Gegensatz hat auch in den übrigen Monathen statt: Antipodes, die an den zwo verschiedenen Seiten

T. V. F. 86. des Gleichers in eben der Breite wohnen, und zugleich in den verschiedenen Theilen eben der Mittagsfläche, so daß die von dem Wohnplatze der einen an den Wohnplatz der andern gezogene gerade Linie durch den Mittelpunct der Erde gehen würde. Bey diesen sind sowol die Tagesstunden, als die Jahreszeiten einander entgegen gesetzt. Jene zählen in eben dem Zeitpuncte so viele Stunden nach Mitternacht, als diese nach Mittag zählen, und haben Winter, wenn diese des Sommers geniessen.

§. 469. Die gewöhnliche Art Erdkugeln zu verfertigen, welche auch bey den Himmelskugeln gebraucht wird, ist, daß man die dazu nöthigen Zeichnungen erst auf Papier bringt, und dieses hernach mit dem gehörigen Fleiße auf eine dazu von Gyps verfertigte Kugel leimet, welche noch mit einem Horizonte und einem Mittagsringe versehen wird, in welchem die Axe dergestalt befestiget ist, daß sich die Kugel um dieselbe frey drehen läßt. Bey dieser Einrichtung, welcher noch verschiedene Nebendinge beygefügt werden, leistet sie, ausser dem angezeigten, noch andern Nutzen, welchen die Handhabung derselben gleichsam von selbst dar-
T. V. F. 83. biethet. Wird sie der 83sten Zeichnung gemäß, dergestalt gesetzt, daß der zu einer gewissen Zeit von der Sonne erleuchtete Pol derselben P sich über ihren Horizont FG um den Bogen PF erhaben befindet, welcher der Abweichung der Sonne gleich ist: und man bringet alsdenn die Kugel dadurch, daß man sie um ihre Axe drehet, in den Stand, welchen die Erde zu einer, nach der Uhr unsers oder eines jeden andern Orts gerechneten Stunde dieses Tages würklich hat: so stellet die über ihren Horizont sichtbare Hälfte der Kugel die Hälfte der Erde vor, welche in diesem Zeitpuncte von der Sonne erleuchtet wird, die unter der Seite des Mittagsrings, welche eigentlich die Mittagsfläche vorstellet, liegende Puncte der Oberfläche der Kugel geben die Oerter an, die zu der Zeit ihren Mittag haben: die in der westlichen Hälfte des Horizonts liegenden diejenige, denen die Sonne aufgehet, und die in der ostlichen die, welchen sie untergehet. Auch machen es die auf die Kugel gezeichnete Mittagskreise leicht die Stunde anzugeben, welche jeder Einwohner der Erde zu der Zeit an seiner Uhr zählet: und die dem Gleicher parallel beschriebene Cirkel, welche gröstentheils von dem Horizonte getheilet werden, geben für eben die Zeit die Länge der Täge und Nächte über den ganzen Erdboden.

§. 470.

§. 470. Wolte jemand die Axe einer von ihrem Horizonte und Mittags- *T. V. F. 83.*
ringe befreyten Erdkugel der Axe der Erde parallel machen, und zugleich die Vorstellung seines Wohnplatzes auf dieser Kugel in die Mittagsfläche desselben bringen: so würde diese Erdkugel, so lang sie in dem beschriebenen Stande verbleibt, in jedem Augenblicke von der Sonne eben so erleuchtet werden, wie die Erde von derselben erleuchtet wird: und dadurch würden die Oerter sichtlich werden, bey welchen zu der Zeit die Sonne auf und unter gehet; es würde sich zeigen wie lang überal der Tag ist, und was man an jeden besondern Ort nach der Uhr desselben vor eine Stunde zähle, samt andern dergleichen Begebenheiten. Insbesondere würde diese Kugel für den Platz, an welchen sie errichtet ist, eine Sonnenuhr abgeben.

Von den Landkarten.

§. 471. Bey dem allen kan die Kugel, wegen der geringen Grösse die man ihr geben kan, wenn sie nicht unbehülflich werden soll, nicht allen Nutzen leisten, welcher von einer richtigen Vorstellung der Oberfläche der Erde und ihrer besondern Theile erwartet wird, und es war nothwendig diesen Mangel durch die Land- und Seekarten abzuhelfen. Diese stellen einen grössern oder kleinern Theil der Erdkugel in einer Ebene vor, welches um desto richtiger geschehen kan, je kleiner dieser Theil seyn soll. Denn alsdenn sind die Theile der Mittagskreise und der Parallelcirkel, die auf der Kugel in denselben fallen, so wenig gekrümmet, daß sie, ohne einen sonderlichen Fehler, für gerade Linien angenommen werden können; welche die Eintheilung des Rechtecks, in welches die Karte gebracht werden soll, gar leicht machen; und zum Ueberflusse wird ein dergleichen Netz in der 87sten Zeichnung vorgestellet, in welchem *SM* ein Theil des Mittagskreises ist, *T. V. F. 87.*
der durch die Mitte des vorzustellenden Landes gehet. Dieser wird in so viele gleiche Theile getheilet, als viele Grade der Breite die Karte fassen soll, und es werden durch die Puncte dieser Theilung gerade Linien der *SM* perpendicular gezogen, welche als Theile der durch dieselbe hindurchgehenden Parallelcirkel angesehen werden können. Doch dürfen die äussersten dieser Linien *AB*, *CD* nicht eben volle Grade der *SM* abschneiden, wenn dadurch ein allzugrosser Theil der Tafel unnütze werden sollte. Nun werden die Grade der Parallelcirkel, in welche *AB* und *CD* fallen, aus den Graden der *SM*, welche zugleich Grade des Gleichers sind, berechnet (270), und von *S* nach *A* und *B*, wie auch von *M* nach *C* und *D* getragen. Zu den

T.V.F.87. Puncten dieser Theilung werden die Grade der Länge geschrieben: und von *C* nach *A*, wie auch von *D* nach *B* die Grade der Breite. Alles übrige ist aus der Zeichnung klar, und es werden die Puncte, welche Städte und andere merkwürdige Plätze vorstellen sollen, in dieses Netz eben so eingetragen, wie sie auf die Oberfläche einer Kugel gebracht werden.

§. 472. Man kan sich auch einen hohlen Cylinder von Papier, dergestalt um eine Erdkugel gelegt vorstellen, daß er diese überal in dem Gleicher berühre, welches erfordert, daß der Cylinder gerade sey, und die Axe desselben in die Axe der Kugel falle. Alsdenn ist die Entfernung der Oberfläche des Cylinders von der Oberfläche der Kugel, nahe an dem Gleicher, sehr gering, und wird erst bey zunehmender Breite beträchtlich. Es können also die Theile der Mittagskreise zunächst an dem Gleicher durch gerade Linien vorgestelt werden, die in der Oberfläche des Cylinders der Axe desselben parallel liegen, und die in diesen Linien anzunehmende Grade der Breite, können den Graden der Länge gleich gemacht werden. Man siehet leicht, daß, wenn alsdenn die nach diesen beynahe richtigen Gründen getheilte Oberfläche zu einer Ebene aufgebogen wird, dadurch ein Netz entstehen müsse, dessen Theile sämtlich Quadrate von einerley Grösse sind. Die wenige Kunst, welche in diesem Netze herschet, ist ein Bewegungsgrund dasselbe auch bey einer Vorstellung des grösten Theils der Oberfläche der Erde, bis nahe an die Pole, zu gebrauchen, wenn man dabey auf die eigentliche Gestalt der Länder und Seen nicht zu achten hat, die freylich, in einer beträchtlichen Entfernung von dem Gleicher, durch dieses Netz gar sehr verdorben wird. Gewisse Seekarten stellen zwar ebenfals sowol die Mittagskreise als die Parallelcirkel durch gerade Linien vor, deren erstere den letztern perpendicular sind; sie machen aber die Grade der Breiten einander ungleich, um dadurch gewisse Absichten zu erreichen, die allein den Schiffern nutzen können.

§. 473. Ist das vorzustellende Land so groß, und so weit von dem Gleicher *AE* (*T. V. Fig.* 88.) gegen einen der Pole *P* oder *Q* entfernet, daß es
T.V.F.88. durch das eben beschriebene Netz allzusehr verunstaltet werden müste, so darf man nur, anstatt des Cylinders, einen hohlen Kegel *FGH* nehmen, ein schickliches Netz zu erhalten. Der Winkel dieses Kegels *FGH* muß so groß seyn, daß,

wenn

wenn die Kugel dergestalt in denselben geschoben wird, daß ihre Axe PQ in die T.V. F.88.
Axe des Kegels GC fällt, die innere Oberfläche desselben die Oberfläche der Kugel rings herum in den Parallelcirkel IK berühre, der mitten durch das vorzustellende Land gehet. Alsdenn wird die Oberfläche des Kegels an beiden Seiten dieses Parallelen IK sehr wenig von der Oberfläche der Kugel abweichen, und man wird die Bogen der Mittagskreise, so weit sie in das vorzustellende Land fallen, als Theile der geraden Linien FIG, HKG ansehen können, die in der Oberfläche des Kegels nach dessen Spitze G laufen; die Grade der Breite aber als Theile dieser geraden Linien. Durch die dergestalt bestimten Puncte werden in der Oberfläche des Kegels die Cirkel IK, LM, NO beschrieben, welche die Stelle der Parallelen der Kugel vertreten sollen, deren jeder demnach überal gleich weit von der Spitze des Kegels G entfernet seyn wird. Wird nun die dergestalt getheilte Oberfläche des Kegels FGH in eine Ebene aufgebogen, so komt dadurch das verlangte Netz zum Vorschein, welches aus gleichweit von einander entfernten Cirkelbogen bestehen wird, die sämtlich ihren Mittelpunct in der Spitze des Kegels G haben, und aus geraden Linien, die alle nach diesem Puncte zu laufen: und es kan nach allem, so gezeigt worden ist, gar nicht schwer seyn, ein dergleichen Netz zu berechnen und würklich zu zeichnen.

§. 474. Aber auch dieses Netz ist nicht wol zu gebrauchen, wenn die Zahl der Grade, mit welcher sich das vorzustellende Land von Mittag nach Mitternacht erstrecket, etwas gros ist; und noch viel weniger, wenn die Hälfte der Oberfläche der Erde in einer Fläche vorgebildet werden soll. Man ist in diesen Fällen gezwungen die Mittagskreise und Parallelen einer Erdkugel, nach diesen oder jenen Gründen, in einer Ebene zu entwerfen, und sich dieses Entwurfs als eines Netzes zu bedienen, welches die Stellen der merkwürdigen Städte und andern Theile des Erdbodens bestimmet. Wolte man dazu einen orthographischen Entwurf nehmen, so könte man zwar daraus in gewissen Absichten merkliche Vortheile ziehen. Da aber in diesem Entwurfe gewisse Cirkelbogen immer sehr klein, und andere viel grösser erscheinen: so schicket sich derselbe überhaupt gar schlecht zu dem gegenwärtigen Entzwecke; es müste dann das Land rings um einen der Pole, oder nur in einer geringen Entfernung von demselben liegen. Dieses hat die Erdbeschreiber bewogen zu den Vorstellungen der halben Oberfläche der Erde, oder eines beträchtlichen Theils dieser Hälfte, eine ganz an-

T.V.F.88. dere Art eines Entwurfs zu wählen, welchen sie den stereographischen nennen, dessen Gründe hier nicht wol übergangen werden können.

Stereographischer Entwurf der Erdkugel.

§. 475. Man nehme eine auf ihr Gestell gesetzte Erdkugel, wie sie gemeiniglich verfertiget werden, mit den in ihrer Oberfläche beschriebenen Mittagskreisen, dem Gleicher und dessen Parallelen, und erhöhe diesen oder jenen Pol derselben nach Belieben. Man bringe einen der Mittagskreise dieser Kugel in die Fläche des messingenen Mittagsrings, und befestige dieselbe in dieser Stellung. Alsdenn schneide man die Kugel in der Einbildung durch den Horizont, vermittelst einer Fläche, welche auch durch ihren Mittelpunct gehen wird. Diese Fläche, welche nach Belieben auch ausser dem Umkreise des Horizonts erweitert werden kan, wird die Fläche des Entwurfs abgeben. Das Auge wird in den obern Pol des Horizonts gesetzt; also in die Oberfläche der Kugel, und nach allen Seiten von dem Horizonte um den Quadranten eines Cirkelkreises entfernet. Wäre nun die Kugel volkommen durchsichtig, so würde diesem Auge ein jedes Punct der unter dem Horizonte liegenden Hälfte der Kugel in einer geraden Linie erscheinen, welche die Fläche des Entwurfs innerhalb des Umkreises des Horizonts in einem Puncte durchsticht; und dieses Punct ist die Vorstellung jenes in der Oberfläche angenommen. Wird aber in der Oberfläche der obern Hälfte der Kugel ein Punct angenommenen, und durch dasselbe, von dem Orte des Auges eine gerade Linie bis an die Fläche des Entwurfs gezogen, so wird das Punct, in welchem die Linie diese Fläche erreichet, ob es wohl ausserhalb des Umkreises des Horizonts fält, der Entwurf des angenommenen Puncts. Gemeiniglich wird nur die untere Hälfte der Kugel entworfen. Man ist aber öfters gezwungen auch verschiedene Puncte der obern in den Entwurf zu bringen, wenn man sich nicht die Arbeit ohne Noth schwer machen will.

§. 476. Hieraus folgt, daß ein jedes Punct der Oberfläche der Kugel gar leicht stereographisch entworfen werden könne, wenn man nur durch dasselbe einen Verticalcirkel ziehet, und das Azimuth dieses Cirkels, samt den Abstand des Puncts von dem Zenit oder Nadir der Kugel erforschet. Ich bediene mich dieser Worte bey der Erdkugel in eben dem Verstande, in welchem sie bey dem Sternhimmel gebraucht werden, welchen wir uns einbilden, in der völligen

Hofnung,

Hofnung, daß sie ohne einer weitern Erklärung verständlich seyn werden. Ist T. V. F. 89.
nun (*T. V. Fig.* 89.) *OANB* dieser Verticalcirkel, und in demselben *AB* die durch den Mittelpunct *C* gehende Linie, mit welcher die Fläche desselben die Fläche des Entwurfs schneidet, *O* das in das Zenit gesetzte Auge, und demnach *N* das Nadir, *P* aber das in der untern oder obern Hälfte der Kugel gegebener Punct, so ist *Q* der Entwurf desselben in der nach Nothdurft verlängerten *AB*: welches Punct *Q* demnach gefunden wird, wenn man nur *OP* verknüpft, und, wo es nöthig ist, diese *OP* bis an die verlängerte *AB* verlängert.

§. 477. Der Abstand des zu entwerfenden Puncts *P* von dem *N* ist der Bogen *NP*, dessen Hälfte den Winkel an dem Umkreise *NOP* mißt, welcher auf eben dem Bogen *NP* stehet: *CQ* aber ist die Tangente des Winkels *NOP* oder *COQ*, zu dem Radius *CO*, welcher zugleich der Halbmesser der Kugel ist. Nach diesem Begriffe wird *CQ*, aus der bekanten Zahl der Grade und Minuten des Bogens *NP*, fast noch leichter gefunden: indem sie vermittelst der Tafel der Tangenten durch Zahlen ausgedruckt wird, die sich auf die Einheit *OC* beziehen. Ist nun *SAMB*, (*T. V. Fig.* 90.) dessen Durchmesser dem T. V. F. 90.
Durchmesser der Kugel ebenfalls gleich genommen worden, der in der Fläche des Entwurfs beschriebene Umkreis des Horizonts, und in demselben *SM* der Entwurf des Mittagskreises, welcher durch das Zenit gehet, der Winkel *MCA* das von der Mittagsgegend *M* an gerechnete Azimuth, des Puncts *P* und des durch denselben gelegten Verticalcirkels, folgends *AB* der Entwurf dieses Cirkels, welcher in der vorigen Zeichnung gebraucht worden ist; und es wird in dieser *AB*, von dem Mittelpuncte *C* an die *CQ* der gefundenen *CQ* (*T. V. Fig.* 89.) gleich gemacht: so wird in dieser Fläche der Entwurf des Puncts *P*, T. V. F. 89.
durch *Q* mit völliger Richtigkeit angegeben.

§. 478. Es ist aber in der Anwendung die Linie *AB*, auf welche der Entwurf *Q* fält, selten von der *MS* verschieden, weil das Punct *P* gemeiniglich im Mittagskreise liegt, welcher durch das Zenit der Kugel *O* gehet; und alsdenn können die Puncte *P* der 89sten Zeichnung die Pole der Kugel seyn, da denn der Winkel *POP*, welchen die Hälfte des halben Umkreises *PNP* misset, gerade, und jede *QC* die Tangente der Ergänzung des an der andern Seite der *ON* liegenden Winkels *NOP* wird. Da auch eben der Mittagskreis

OANB

T.V.F.90. *OANB* den Gleicher, und jeden demselben parallel gemachten Cirkel der Kugel, in zwo Hälften theilet, so daß der Durchmesser eines solchen Cirkels zugleich eine Sehne in dem *OANB* wird: so wird jeder dieser Durchmesser in der *AB* entworfen, wenn man nur für *P* seine äussersten Puncte annimt. Fällt aber in der 90sten Zeichnung *AB* nicht in *SM*, so ist sie fast immer der *SM* perpendicular, indem sie den Verticalcirkel vorstellet, welcher den Horizont in der Linie schneidet, die gerade nach Abend und Morgen gehet.

Geometrische Gründe eines stereographischen Entwurfs.

§. 479. Es sind aber zu einem vollständigen Entwurfe der Kugel nur gar wenige wie *Q* zu entdeckende Puncte nöthig. Denn gleichwie der Entwurf eines jeden in der Oberfläche der Kugel beschriebenen Cirkels, dessen Fläche durch das ins Zenit gesetzte Auge *O* gehet, immer eine gerade Linie ist, welche durch den Mittelpunct *C* läuft, oder denselben zur Seite läßt, nachdem die *ON* in die Fläche des Cirkels fällt, oder nicht: so ist auch der Entwurf eines jeden andern in der Oberfläche der Kugel beschriebenen Cirkelkreises, dessen Fläche nehmlich nicht durch *O* gehet, wieder ein dergleichen Kreis: und die Winkel, welche verschiedene solche Kreise in der Fläche des Entwurfs mit einander einschliessen, sind denjenigen gleich, mit welchen die Kreise selbst einander in der Oberfläche der Kugel schneiden. Wir müssen die geometrischen Sätze erwegen, auf welche diese besondern Eigenschaften der stereographischen Entwürfe gegründet sind, samt der Anweisung dieselbe in allen Fällen würklich auszuführen.

§. 480. Es sey ein gemeiner gerader oder schiefer Kegel, vermittelst einer gerade auf seine Grundfläche fallende andere Fläche durch die Axe geschnitten: und es sey *ABC* (*T.VI.Fig.* 91.) das dadurch zum Vorschein gebrachte
T.VI.F.91. Dreyeck, *BC* der Durchmesser der Grundfläche und *BDC* die Hälfte ihres Umkreises. Man theile den Winkel *BAC* in zween gleiche Theile, *BAE* = *EAC*, und da die Winkel bey *E*, wenn der Kegel nicht gerade ist, nothwendig ungleich ausfallen: so setze man an die andere Seite der Linie *AE*, und an ein beliebiges Punct derselben *F*, den Winkel *GFA*, welcher dem *AEC* gleich sey. Man verlängere die *GF* bis an *AC* in *H*: und schneide den Kegel durch die *GH* vermittelst einer Fläche die auf *BAC* perpendicular sey. Es kan gezeigt werden,

daß

daß dieses die Hälfte eines Cirkels *GIH* geben werde, dessen andere Hälfte in den andern Theil des Kegels fällt. Denn wenn durch das in der *GH* nach Belieben angenommene Punct *K* die *LM* der *BC* parallel gezogen, und der Kegel durch diese *LM* eben so geschnitten wird, so ist bekant, daß die zum Vorschein gebrachte Figur *LIM* ein halber Cirkel seyn werde. Die zwo Flächen *GIH*, *LIM* aber, welche beide der *ABC* perpendicular sind, schneiden einander in der *IK*, welche sowol auf *GH* als auf *LM* senkrecht fällt. Es ist also *GIH* ein halber Cirkel, wenn zu einem jeden in der *GH* angenommenen Puncte *K* das Rechteck aus *GK*, *KH* dem Quadrate aus *IK* gleich ist. Nun ist aber, weil $GFA = AEC$ und $GAF = EAC$, auch der Winkel *AGF* dem Winkel *ACE*, und dem diesen *ACE* gleichen *AML* gleich, folgends $LGK = KMH$, die Linien *GH* aber und *LM* schneiden einander bey *K* ebenfals mit gleichen Winkeln. Es sind demnach die Dreyecke *LGK* und *KMH* dergestalt ähnlich, daß die Proportion $LK : GK = KH : KM$ ihre Richtigkeit erhält. Hieraus aber folgt $LK \times KM = GK \times KH$, und weil *LIM* ein halber Cirkel ist, so ist $LK \times KM = IK^q$, also auch $GK \times KH = IK^q$. T. VI. F. 91.

§. 481. Wenn die *GH* verlängert wird, bis sie die ebenfals verlängerte *BC* in *N* erreichet, so wird das Dreyeck *FEN* gleichschenklicht. Denn da $GFA = FEN$, so ist auch $EFN = FEN$: und umgekehrt kan man der *GH* ihre rechte Lage geben, bey welcher nehmlich der Winkel *GFA* dem *AEC* gleich ist, wenn man nur zu der nach Belieben angenommenen Grundlinie *EF* das gleichschenklichte Dreyeck *EFN* vollendet. Werden nun die Flächen, in welchen die halben Cirkel *BCD*, *GHI* beschrieben sind, erweitert, bis sie einander in *NO* schneiden, so wird, weil die einander dergestalt schneidende Flächen beide der *ABC* perpendicular sind, auch diese *NO* sowol der *BN* als auch der *GN* perpendicular: und eine jede neue durch *AE* gelegte Fläche *AEP*, welche die erweiterte Fläche *GIH* in der *FP*, und die erweiterte *BDC* in der *EP* schneidet, bildet in der ersten das rechtwinklichte Dreyeck *FNP*, und in der zweiten das bey *N* ebenfals rechtwinklichte Dreyeck *ENP*, welche Dreyecke, weil $FN = EN$, und *NP* beiden gemeinschaftlich ist, auch bey *F* und *E* gleiche Winkel haben. Und dergestalt werden die beiden Flächen *GIH*, *BDN* von einer jeden nach Belieben durch *AE* gelegten geschnitten, daß nehmlich die Winkel *NFP*, *NEP* oder *HFP*, *CEP* einander gleich werden.

Ll §. 482.

T.VI.F.91. §. 482. Wenn nun ein Auge in *A* gesetzt und die Fläche *GIH* zur Fläche des Entwurfs gemacht wird, so ist der halbe Cirkel *GIH* der Entwurf des halben Cirkels *BDC*, und der Winkel *HFP* der Entwurf des Winkels *CEP*: woraus leicht geschlossen wird, daß bey den angenommenen Bedingungen, da nehmlich das Dreyeck *FNE* gleichschenklicht, und also der Winkel *AFG* dem *AEC* gleich ist, der Entwurf eines Cirkels ein Cirkel, und der Entwurf eines jeden in der Fläche *BDC* liegenden Winkels, dessen Spitze in der *AE* liegt, ein Winkel von der nehmlichen Grösse seyn werde, dessen Spitze *F* nothwendig in eben die *AE* fallen muß, welche den Winkel *BAC* in seine zwo Hälften theilet. Es haben aber diese Bedingungen bey dem stereographischen Entwurfe einer Kugel immer
T.VI.F.92. statt. Denn wenn *OANB* (*T. VI. Fig.* 92.) wieder den durch den Ort des Auges *O* und den Mittelpunct der Kugel *C* gelegten Cirkel bedeutet: indem *AB* in den Horizont der Kugel, und also in die Fläche des Entwurfs fält; und es ist *DE*, eine der Sehnen dieses Cirkels, zugleich der Durchmesser eines andern in der Oberfläche der Kugel beschriebenen kleinern oder grössern dergleichen Kreises, welche *DE* durch die ihr perpendicular gezogene *CP* in gleiche Theile zertheilet wird: so wird durch diese *CP* zugleich der eine Pol *P* des um *DE* beschriebenen Cirkels angegeben, und der Bogen *PD* dem *PE* gleich gemacht. Auf diesen gleichen Bogen *PD*, *PE* aber stehen die Winkel *DOP*, *POE*, mit ihren Spitzen *O* in dem Umkreise des Cirkels. Es sind demnach diese Winkel ebenfals gleich, und *DOE* wird vermittelst der *OP* in seine zwo Hälften getheilet. Die gerade Linie *PF* aber, welche den Cirkel bey *P* berühret, ist auf den Halbmesser *CP* perpendicular, und demnach der Winkel *GPF* um den *CPG* kleiner als der rechte *CPF*. Der *OGC* aber, so dem *FGP* gleich ist, ist einer der spitzigen Winkel des rechtwinklichten Dreyecks *OCG*, und also in dem gegenwärtigen Falle um den Winkel *COG* kleiner als der rechte. Nun ist *COG* $=$ *CPG*, also auch *PGF* $=$ *GPF*, das ist, das Dreyeck *FGP* ist gleichschenklicht; woraus folget, daß das Dreyeck *HGI*, dessen Seite *IH* der *PF* parallel liegt, ebenfals gleichschenklicht seyn werde. Denn für den Fall da das Punct *P* in den Quadranten *OA* genommen worden ist, wird der Beweis, nach dem gegenwärtigen, gar leicht eingerichtet.

§. 483. Bey so gestalten Sachen muß der auf die Horizontfläche zu bringende Entwurf des zu dem Durchmesser *DE* gehörigen Cirkels, welchen man

sich als die Grundfläche eines Kegels gedenken kan, der seine Spitze in O hat, T.VI.F.92.
allerdings ein Cirkel seyn, dessen Durchmesser in AB zwischen den nach Nothdurft verlängerten OE und OD liegt: die Vorstellung eines jeden Winkels aber, welchen in der Fläche des zur DE gehörigen Cirkels, die Linien einschliessen, in welchen diese Fläche von zwo andern durch OP gelegten geschnitten wird, muß diesem Winkel gleich ausfallen. Ja da eine jede der durch DE parallel liegende Fläche, als, die durch PF, von zwoen durch OP gelegten Flächen geschnitten, einen Winkel von eben der Grösse giebt: so wird auch der in die Fläche AB gebrachte Entwurf zugleich einen jeden solchen Winkel vorstellen, in welches Punct der nach Belieben verlängerten OP auch die Spitze desselben fallen mag.

§. 484. Ist nun insbesondere die der DE parallel gemachte Fläche diejenige, so durch PF gehet, und also die Kugel bey F berühret, deren Halbmesser CP auf PF, und also auch auf die Fläche senkrecht ist; und es gehen in der Oberfläche der Kugel durch den Berührungspunct P zween Cirkelkreise, deren fortgesetzte Flächen auch die durch PF gelegte die Kugel berührende Fläche schneiden: so berühret jede dieser Schneidungslinien bey P denjenigen Cirkel, in dessen Fläche sie liegt, eben so wie die in der Fläche $OANB$ liegende PF diesen Cirkel daselbst berühret; und jede zwo solcher ihre Cirkel berührende Schneidungslinien, schliessen mit einander eben den Winkel ein, welchen die Umkreise der Cirkel selbst bey P mit einander einschliessen. Nun kan durch jede dieser Berührungslinien, und zugleich durch die OP, eine Fläche gelegt werden, gleichwie die Fläche $OANP$ durch die PF und zugleich durch die OP hindurch gehet. Dadurch aber wird der Winkel, welchen zwo dieser Linien mit einander einschliessen, in der Horizontfläche AB entworfen; und der Entwurf wird dem entworfenen Winkel völlig gleich; woraus folget, daß auch der Winkel, welchen die Entwürfe der einander schneidenden Kreise bey G machen, demjenigen, welchen die Kreise selbst bey P einschliessen, gleich seyn werde. Denn wenn die Cirkelbogen AB, CD (*T. VI. Fig.* 93.) Theile dieser Entwürfe sind, welche einander bey Q schneiden, und daselbst von den geraden Linien QE, QF berühret werden; so ist der Winkel der Bogen DQB dem Winkel ihrer Tangenten EQF immer gleich. T.VI.F.93.

§. 485. Wenn aber QG, QH die Halbmesser sind, mit welchen die Bogen AB, CD, in der Fläche des Entwurfs, um die Mittelpuncte G, H beschrieben werden

T.VI.F.93. können, so ist auch der Winkel *GQH* dem Winkel der Bogen *BQD* gleich. Denn da die Winkel *GQF*, *HQE* beide gerade sind, so muß der Winkel *FQE* dem Winkel *GQH* nothwendig gleich werden, wenn die *QG*, mit der daran haftenden *QF* aus ihrer gegenwärtigen Lage so lange um *Q* gedrehet wird, bis sie in *QH* fält und also *QF* in *QE* zu liegen komt. Hieraus ist der Schluß leicht zu machen: und dieser Begriff dienet zugleich den Winkel *BQD*, welcher eigentlich dem *GQH* gleich ist, von den übrigen Winkeln, welche die Bogen bey *Q* mit einander einschliessen, zu unterscheiden: wiewol auch $AQC = BQD = GQH$. Wenn also ein Bogen *AB* gezeichnet ist, zusamt der Lage des Radius *QG*, welcher zu einem in diesem Bogen gegebenen Puncte *Q* gehöret; so ist es leicht durch *Q* einen andern Bogen *CD* zu beschreiben, welcher mit dem *AB* einen gegebenen Winkel *BQD* einschliesse. Man darf nur *GQH* dem gegebenen Winkel gleich machen, und in der *QH* den Mittelpunct zu dem durch *Q* zu beschreibenden Bogen nach Belieben annehmen. Denn jede zween durch *Q* beschriebene Cirkelkreise, deren einer seinen Mittelpunct in der *QG* hat, der andere aber den seinigen in der *QH*, schneiden einander bey *Q* mit gleichen Winkeln, so gros oder klein auch ihre Halbmesser seyn mögen, weil alle diese Kreise daselbst von eben den Linien *QF*, *QE* berühret werden: und es sind diese Halbmesser sonst zu bestimmen, wenn über dieses die Cirkel von einer gewissen Grösse ausfallen sollen. Ist der Radius *QG* nicht gegeben, wol aber die *QF*, welche den mit demselben beschriebenen Bogen *AQB* berühret; so wird die Lage des Radius *QH*, welcher mit dem nicht gezeichneten *QG* den Winkel *GQH* einschliessen soll, eben so leicht gefunden, wenn man nur *FQH* der Ergänzung des Winkels *HQG* oder *EQF*, mit welchem die Bogen bey *Q* einander schneiden sollen, gleich machet. Denn dadurch wird allerdings *FQG* ein rechter Winkel, und man komt völlig auf das vorige zurück.

Die Ausfertigung stereographischer Entwürfe.

§. 486. Diese Sätze sind hinlänglich eine Erdkugel, zu einer jeden Erhebung des Pols derselben über ihren Horizont, auf der Fläche desselben stereo-
T.VI.F.94. graphisch zu entwerfen. Man beschreibet einen Cirkel *OMNS* (*T.VI.Fig.* 94.) von der Grösse, welche der Entwurf haben soll, und theilet denselben vermittelst der *SM*, die durch den Mittelpunct *C* gehet, in zwo Hälften. Dieser Cirkel sol eigentlich den Horizont vorstellen, und *SM* die Linie, in welcher derselbe von dem

dem durch das Zenit und Nadir der Kugel gehenden Mittagskreise geschnitten wird, die zugleich der Entwurf dieses Mittagskreises abgiebt. Man kan sich aber viele Mühe ersparen, wenn man eben den Cirkel *OMNS* auch für den Mittagskreis annimt, indem man sich vorstellet, daß dieser so lang um die *SM* gegen den Horizont geneiget worden sey, bis er ganz in diesen gefallen ist. Denn dadurch wird es unnöthig den Mittagskreis besonders zu zeichnen, zu theilen, und die in demselben gefundene Linien in den Entwurf überzutragen. Das Punct *O*, welches den halben Umkreis *SOM* in seine zween Quadranten *SO* und *OM* theilet, ist alsdenn der zugleich in den Horizont niedergelegte Augpunct. Nun wird von *S* gegen *N*, so bey der Stellung der Kugel, in welcher man sie entwerfen will, zum Nadir gemacht worden ist, die Polhöhe des Orts, getragen, und also der Pol *P* in der Mittagsfläche angegeben, von welchem hier angenommen wird, daß er der mitternächtige sey, und der demselben gerade entgegengesetzte *Q* der mittägige. Beide Pole werden auf der zu dem Ende verlängerten *SM* entworfen, der eine vermittelst der *OP* in *H*, und der andere vermittelst der verlängerten *OQ* in *I*. Von *P* an wird der Mittagskreis in Theile von so vielen Graden getheilet, als deren zwischen jeden zween Parallelen, die man in den Entwurf zu bringen willens ist, enthalten seyn sollen; und es ist wolgethan, wenn man die Puncte dieser Theilung mit Ziffern bezeichnet, welche die Grade von *P* durch *S* bis an *Q*, und von *P* durch *M* gegen eben den Pol *Q* angeben. T.VI.F.94.

§. 487. Ist nun nach dieser Vorbereitung ein Parallelcirkel zu entwerfen, derjenige zum Beyspiel, welcher in der Oberfläche der Kugel um 30 Grade von dem mitternächtigen Pol entfernet ist: so werden von *O* durch die mit dieser Zahl der Grade bezeichnete Puncte *D* und *E* die Linien *OF*, *OG* gezogen, welche den Durchmesser des Entwurfs *GF*, samt seiner Lage, in der Fläche des Entwurfs bestimmen werden; so daß weiter nichts zu thun übrig bleibt, als, nachdem der Mittelpunct durch die Theilung der *GF* gefunden worden ist, denselben um diesen Mittelpunct durch *F* würklich zu beschreiben. Dieser Punct *F* ist gemeiniglich derjenige, so in den Cirkel *OMNS* fält, denn selten wird mehr als die untere Hälfte der Kugel in den Entwurf gebracht: da denn auch die ausser den *OMNS* fallende Theile der Kreise, welche die Parallelen vorstellen, wegbleiben müssen.

T.VI.F.94. §. 488. Auf eben die Art wird mit allen gleichweit von *P* entfernten und mit eben der Zahl bezeichneten Theilungspuncten verfahren, ausser, wenn einer derselben in *O* zu liegen kömt. Denn wenn das Punct *E* mit *O* zusammen fält, so wird der Cirkel von der durch diese Puncte zu ziehenden *OE* nicht geschnitten, sondern nur berühret, welche *OE* demnach der *SM* parallel läuft, und diese nirgends erreichet. Es wird also hier nur das einzige Punct *F* entdecket, der Entwurf aber des Parallelen, welcher durch *O* gehet, wird eine gerade Linie, und durch dieses *F* der *SM* perpendicular. Weil jeder der in den halben Umkreis *PSO* gebrachten Theile immer weiter und weiter getheilet werden kan, bis endlich ein Theilungspunct in *O* fält, so kan man sich diese gerade Linie auch in den Fällen, da sie nicht gezeichnet werden darf, doch immer vorstellen: da denn leicht einzusehen ist, daß die Entwürfe der übrigen Parallelkreise, welche an den verschiedenen Seiten *S* und *M* dieser geraden Linie liegen, sich auch nach verschiedenen Seiten krümmen werden.

§. 489. Damit nun auch die übrigen Mittagskreise vorgestellet werden können, welche durch die Pole der Kugel gehen, und daselbst, mit den in *SM* entworfenen, Winkel von einer angenommenen Grösse einschliessen: so wird die *HI* deren äusserste Puncte die Vorstellungen der beiden Pole *P* und *Q* sind, in zwey gleiche Theile getheilet, und durch die also gefundene Mitte *K* die *KL* derselben perpendicular gezogen, welche nach beiden Seiten nach Nothdurft zu verlängern seyn wird. Bedeutet nun *a* den Winkel, welchen jeder der zu entwerfenden Mittagskreise mit dem ihn zunächst liegenden einschliesset, welcher *a* gemeiniglich durch eben die Zahl der Grade gemessen wird, um welche jede zween der entworfenen Parallelcirkel von einander abstehen, so wird gemacht $HK : KR$ $1 : tan\ a$, $HK : KT = 1 : tan\ 2a$ u. s. f. Die dergestalt gefundenen Puncte *K*, *R*, *T*, werden die Mittelpuncte der Entwürfe der Mittagskreise seyn, welche sämtlich durch die Entwürfe der Pole *H* und *I* gehen müssen, und also so, wie mit *VX* geschehen ist, dessen Mittelpunct in *T* fält, beschrieben werden können. Denn die gerade Linie *HI*, welche eigentlich der Entwurf des von *P* durch *N* nach *Q* gehenden Mittagskreises ist, kan auch als diejenige angesehen werden, welche diesen Entwurf bey *H* berühret, und mit dieser Berührungslinie schliesset der Halbmesser *HT* den Winkel *KHT* ein, welcher demnach das Complement des *XHK* seyn wird, welchen der mit diesem Halbmesser beschriebene Bogen *VX*

bey

bey *H* mit der *HK* einschliesset. Hieraus wird der Schluß leicht gezogen, wenn man nur erweget, daß der Unterschied der Complemente zweener spitziger Winkel, immer zugleich der Unterschied der Winkel selbst sey. Mit den Entwürfen der übrigen Mittagskreise, deren Mittelpuncte gefunden werden, wenn man auf die an die andere Seite der *HI* verlängerte *KL*, die *KR*, *KT*, *etc.* über trägt, hat es eben die Bewantniß. Der Winkel, welchen jeder dieser Entwürfe mit dem ihm zunächst liegenden bey *H* einschliesset, bekomt also immer die Grösse des *a*, welche er haben soll. *T.VI.F.94.*

§. 490. Alles dieses noch mehr zu erleutern wird in der 95sten Zeichnung ein volständiger Entwurf dieser Art vorgestellet, zu welchem die Polhöhe 30° gewählet worden ist, weil bey derselben alle Gestalten vorkommen, welche die Entwürfe der Parallelen des Gleichers haben können. Dieses giebt ein Netz zu einer Abbildung der halben Oberfläche der Erde, in welches auch die beiden Wendkreise, samt den Polkreisen gebracht werden können, und in welchem jeder Mittagskreis für den ersten angenommen werden kan. Sollen nun in ein dergleichen Netz die verschiedenen Städte und Länder, samt den übrigen in eine Landkarte gehörigen Dingen gebracht werden: und man hält sich genau an die gegebenen Begriffe, nach welchen die zu entwerfende Hälfte des Erdbodens zur untern gemacht, und das Auge in das Zenit der Kugel gesetzt wird; so kommen bey der Lage des Netzes, in welcher es gezeichnet ist, die Abendländer zur rechten, und die Morgenländer zur linken zu liegen. Es konte aber bey einer dergestalt gezeichneten Karte die von einer so ungewöhnlichen Lage zu befürchtende Verwirrung vermieden werden, wenn man dieselbe durchsichtig machte, und hernach umkehrte, und dieses ist der Begriff, welchen man sich von den auf stereographische Netze gegründeten Vorstellungen der halben Oberfläche der Erde, oder einiger kleinern Theile derselben, wie sie würklich gezeichnet werden, machen muß, wenn alles aufs genauste soll genommen werden. Die Entwürfe der Halbkugeln, welche in den Samlungen von Landkarten gemeiniglich zu erst erscheinen, sind von dieser Art, und es ist bey denselben der erste Mittagskreis in die Fläche des Entwurfs gebracht worden, welche wir immer auch den Horizont der Kugel genennet haben, in welchem demnach auch die beiden Pole kommen musten. Der Gleicher gehet nun durch den Ort des Auges, und wird von einer durch den Mittelpunct des Horizonts gezogenen geraden Linie vorgestellet. Gemeiniglich *T.VI.F.95.*

sind

T.VI.F.95. sind auf eine solche Karte noch zween andere Abbildungen gezeichnet, zu welchen der Gleicher in die Fläche des Entwurfs gebracht worden ist, so daß zu der einen der eine Pol, und zu der andern der andere, in das Zenit, als den Ort des Auges, fallen muste, wodurch die Vorstellungen aller Mittagskreise gerade Linien werden. Das stereographische Netz für ein Land, welches einen beträchtlichen Theil des Erdbodens ausmachet, ist ein Theil eines nach den gegebenen Gründen, in der gehörigen Grösse, entworfenen Netzes, zu welchen die Polhöhe derjenigen, welche in der Mitte desselben Landes bemerket wird, gleich genommen, und der erste Mittagskreis so gesetzet worden ist, daß eben die Mitte des Landes auch beynahe die Mitte der Karte werden muste. Dergleichen grosse Netze sind durch die blosse geometrische Zeichnung schwerlich zu wege zu bringen. Sie müssen wol ganz oder zum Theil berechnet werden; und dazu ist die Anweisung aus den Sätzen, auf welche man sich bey der Zeichnung gründet, herzuleiten.

Ein besonderer Entwurf.

§. 491. In der Sternkunde werden noch andere Entwürfe der Puncte und Linien, die wir uns auf der Oberfläche der Erde vorstellen, gebraucht, die sich zum Theil auch bey der Sonne und andern himlischen Körpern anwenden lassen; unter welchen der nachfolgende eine vorzügliche Betrachtung verdienet.
T.VI.F.96 In *O* (*T. VI. Fig. 96.*) ist ein Auge, welches nie aus der Fläche weichet, in welcher es sich samt einer von demselben entfernten geraden Linie *PQ* befindet. Diese Fläche *OPQ* wird als unbeweglich angesehen, wie sie sich auch würklich bewegen mag. Die *PQ* aber ist die Axe einer völlig runden oder bey ihren Polen *P*, *Q* zusammengedruckten Kugel, um welche sich diese, in Absicht auf die als unbeweglich angenommene Fläche *OPQ*, mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit, herumdrehet. Wird nun der Ort des Auges *O* mit dem Mittelpuncte der Kugel *C* verknüpft, so wird diese dem Auge, wo nicht genau, doch ohngefehr als eine Scheibe vorkommen, die ihren Mittelpunct in der *OC* hat, welche der Fläche der Scheibe perpendicular ist. In dieser Scheibe nun, so durch *AB* vorgestellet werden kan, wird ein in der Oberfläche der Kugel angenommenes Punct *D*, welches bey dem Drehen derselben würklich den Umkreis eines Cirkels beschreibt, eine gerade oder krumme Linie zu beschreiben scheinen, deren Käntniß, samt der Weise, sie im kleinen zu zeichnen, verlangt wird.

§. 492.

§. 492. In der Anwendung ist *OC* fast immer so gros, daß die von *O* an die verschiedene Puncte der Kugel *PDQ* gezogene gerade Linien als völlig parallel angesehen werden können, und es ist nicht nöthig, daß wir uns auf andere Fälle einlassen. Ist alsdenn das Auge *O* ganz ohne Bewegung, so daß der Winkel *OCP* immer derselbe bleibt, so wird der verlangte Entwurf des von *D* beschriebenen Cirkels orthographisch, und demnach, nach der verschiedenen Lage der *OC* in Ansehung der Axe *PQ*., eine gerade Linie, ein Cirkel oder eine Ellipse. Wir haben aber dem Auge *O* nicht alle Bewegungen entzogen; sondern ihm diejenige, mit welcher es in der Fläche *OPQ* von einem Puncte zu dem andern gehen, und dadurch den Winkel *OCP* ändern kan, gelassen. Hat aber das Auge eine dergleichen Bewegung, so kan auch die Fläche des Entwurfs *AB* nicht immer dieselbe bleiben. Sie ist mit der Linie *OC* unbeweglich verknüpft, und es kan der Winkel *OCP* nicht verändert werden, wenn die Neigung der *AB* gegen die Axe *PQ* die vorige bleiben soll. Alsdann aber wird auch der Entwurf des von *D* beschriebenen Cirkels, in der also bewegten Fläche *AB*, nothwendig geändert. Bey dem allen wird sich auch in dem Falle, da der Winkel *OCP* verändert, und als veränderlich betrachtet wird, der verlangte Entwurf auf der Fläche *AB* verfertigen lassen, wenn wir nur in dieser Fläche, ohngeachtet ihrer Bewegung, den Ort zu entwerfen wissen, in welchem sich *D* zu einer gewissen Zeit befindet. Denn es ist klar, daß die durch eine hinlängliche Zahl solcher Puncte gezogene Linie, den verlangten Entwurf des von *D* beschriebenen Cirkels geben werde. Wir wollen die Anwendung nur auf unsere Erde machen, weil diese vorzüglich gebraucht wird, wenn *O* den Mittelpunct der Sonne vorstellet. Alsdenn ist *BDA* der erleuchtete Theil der Erdkugel und *AEB* der finstere: so daß die Fläche des Entwurfs zugleich die Gränze giebt, welche diese zwo Hälften von einander absondert. Die Fläche *OPQ* aber giebt eine allgemeine Mittagsfläche für alle Orte des Erdbodens ab, deren jeder in dem Augenblicke, in welchem er sich in dieser Fläche befindet, Mittag oder Mitternacht rechnet: welches wir alles umständlich gesehen haben. T.VI.F.96.

§. 493. Es sey *paqe* (*T.VI.Fig.* 97.) die Gestalt der durch ihre Axe *pq* geschnittenen Erde; wobey angenommen wird, daß die Fläche des Schnitts durch den Mittelpunct der Sonne gehe, und daß sich dieser Mittelpunct beständig in derselben aufhalte, ob wol der Winkel *SCp*, welchen die von dem Mittelpuncte T.VI.F.97.

T.VI.F.97. der Erde C nach demselben gezogene Linie CS mit der Axe pq einschliesset, mit der Zeit geändert wird, welches alles wir uns auch in dem vorhergehenden so vorgestellet haben. Die Linie ae sey der Durchmesser des Gleichers, und L ein in der Oberfläche der Erde angegebener Ort, welcher für einen gewissen Zeitpunct in eine der Ebenen zu entwerfen ist, auf welche SC perpendicular fält. Wird nun LB dem Umkreisse der Erde $paqe$ bey L perpendicular gemacht, und bis an den Durchmesser des Gleichers verlängert, wie auch CL gezogen: so ist aBL die Polhöhe oder Breite des Orts L, und wir haben (271. 272) gesehen, wie aus derselben der Winkel aCL, und der Radius CL zu bestimmen sind, welche demnach, zusamt dem Winkel LCp, welcher jenen aCL ergänzet, ebenfals als bekant angesehen werden müssen. Man beschreibe, grösserer Deutlichkeit wegen, um C mit dem Radius CL den Cirkel $PAQE$, der eine Kugel vorstellen soll, in deren Oberfläche sich L ebenfals befinden wird, und ziehe DCF auf SC perpendicular, welche die Fläche des Entwurfs eben so gut vorstellen kan, als eine jede andere, die ihr parallel lieget.

§. 494. Da wir uns die Sonne in der verlängerten CS vorstellen, so ist ACS die Abweichung derselben von dem Gleicher, und dieser Winkel ist dem PCF gleich, welcher demnach die Abweichung ebenfals angeben wird. Bliebe dieser Winkel einen Tag lang unverändert, so wäre der Entwurf des Cirkels, welchen L an diesem Tage um die Axe PQ beschreibt, eine Ellipse, deren kleinere Axe in CF fält, die grössere aber dieser CF perpendicular ist. Da aber würklich der Winkel PCF einer beständigen Veränderung unterworfen ist, so kan die zu einer gewissen Grösse desselben entworfene Ellipse den von L beschriebenen Cirkel nur in so ferne vorstellen, als man die von dieser Veränderung herrührende Fehler in keine Betrachtung ziehet, welche in der That in einer Zeit von weniger als einer Stunde klein genug sind. Wird nun LI auf die Axe PQ perpendicular gezogen, von welcher sie bey K in zwo Hälften getheilet wird: so ist LI der Durchmesser des zu entwerfenden Cirkels, und K sein Mittelpunct. Wenn also der Radius CL zur Einheit angenommen, und der Kürze wegen der Winkel LCP durch P, die Abweichung der Sonne aber $ACS = PCF$ durch D bedeutet wird, so hat man sogleich $LK = \sin P$, und diese LK ist zugleich die Hälfte der längern Axe der zu beschreibenden Ellipse, welche demnach bey jeder Veränderung des Winkels D einerley bleibt, sowol als $CK = \cos P$. Denn der Winkel PCL ist unveränderlich.

§. 495.

§. 495. Lässet man aber auch aus K, L und I auf DF die Perpendicularlinien KO, LM und IN fallen, so ist O der Entwurf des Mittelpuncts K des zu dem Durchmesser LI gehörigen Cirkels, und MN der Entwurf dieses Durchmessers, von welchem wir wissen, daß er die kleinere Axe der Ellipse abgiebt, welche demnach sich von M bis an N erstrecket. Da also $1 : \cos D = CK : CO = \cos P : CO$, so wird $CO = \cos D . \cos P$. Und da in den rechtwinklichten Dreyecken KCG, MLG, welchen der Winkel KGO gemeinschaftlich ist, auch die Winkel KCG, MLK einander gleich sind, und also $MLK = D$; so ist auch $1 : \sin D = LK : MO = \sin P : MO$, welches man leicht siehet, wenn man sich durch K eine Linie der MO parallel an die LM gezogen vorstellet. Demnach ist $MO = \sin P . \sin D$, und eben so gros ist auch ON; woraus die $CM = CO - OM$ und $CN = CO + ON$ leicht zu berechnen sind, wenn man sie besonders haben will. Da aber auch die Winkel $LCF = P + D$, und $ICF = P - D$ bekant sind, und CL der Radius ist, so werden diese letztern Linien, durch $CM = \cos(P + D)$ und $CN = \cos(P - D)$, sogleich gegeben; und es kan aus denselben $MN = CN - CM$, und $MO = ON = \frac{1}{2} CN - \frac{1}{2} CM$ geschlossen werden; wie auch $CO = \frac{1}{2} CN + \frac{1}{2} CM$. Endlich giebt die Proportion $\cos PCF : 1 = CK : CG = \cos P : CG$ diese $CG = \dfrac{\cos P}{\cos D}$. T.VI.F.97

§. 496. Die durch das zuletzt bestimte Punct G in der Fläche des Entwurfs der CF perpendicular gezogene Linie ist diejenige, in welcher die Fläche des von dem Puncte L beschriebenen Kreises die Fläche des Entwurfs schneidet. Sie theilet also diesen Kreis meistentheils in zween ungleiche Theile, deren einer von der Sonne erleuchtet wird, der anders aber im finstern lieget, und schneidet zugleich den Entwurf desselben so, daß der eine Theil den erleuchteten Theil des Kreises, und der andere den finstern vorstellet. Der erleuchtete Theil des von L beschriebenen Kreises, wird auch in der Fläche der gegenwärtigen Zeichnung, durch LG vorgestellt, und der verfinsterte durch GI (448), aus welcher demnach leicht zu sehen ist, welcher von den Theilen der also durchschnittenen Ellipse, die den Entwurf des Kreises in der Fläche DF abgiebt, den Weg vorstellen werde, welchen das Punct L am Tage oder in der Nacht machet. Und nun haben wir alles, so zur Beschreibung der Ellipse nöthig ist, die den Weg des Puncts L rings um die Axe PQ mit einer vollkommenen Richtigkeit vorstellen würde, wenn D unverän-

T.VI.F 97. derlich wäre, und also die durch *DF* vorgestelte Fläche des Entwurfs immer eben die Lage behielte.

T.VI.F 98. §. 497. In der 98sten Zeichnung erscheinet diese Ellipse so, wie sie durch die bisher betrachtete 97ste Figur bestimmet wird, und eben die an die *CF* beider Zeichnungen gesetzte Buchstaben bedeuten einerley Puncte, indem auch die *LI* einander gleich sind. Die durch *G* der *CF* perpendicular gezogene Linie *OcOr* aber schneidet die Ellipse in die zwey Theile, *OcMOr*, und *OrNOc*, deren ersterer bey der angenommenen Breite des Orts *L*, und der Abweichung der Sonne *D*, den Theil des Weges vorstellet, welchen dieser Ort am Tage machet, der zweite *OrNOc* aber denjenigen, welchen er in der Nacht beschreibt: so daß, bey dem angenommenen Orte des Auges in dem Mittelpuncte der Sonne, wenn *F* gegen Mitternacht gerichtet wird, *Oc* das Punct seyn wird, bey welchem der Ort *L* aus dem verfinsterten Theile der Erdkugel in den erleuchteten übergehet, und also die Sonne aufgehen siehet, *Or* aber derjenige, bey welchem er in den finstern Theil der Erdkugel eintritt, und die Sonne sich unter seinem Horizonte verbirget. Hieraus folget, daß die rings um die Erde gehende Gränzlinie, welche zu derselben Zeit den erleuchteten Theil ihrer Oberfläche von dem verfinsterten absondert, durch die Puncte *Oc* und *Or* gehen werde: die also von dem Umkreise eines um *C* durch diese Puncte *Oc* und *Or* beschriebenen Cirkels nicht weiter abweichen wird, als die Erde von der Gestalt einer genauen Kugel abweichet. Eben dieser Umkreis wird auch die Ellipse bey *Oc* und *Or* berühren, wie man leicht siehet.

Der Entwurf eines Orts für jeden Zeitpunct.

§. 498. Um nun in dieser Ellipse den Entwurf des Puncts zu finden, in welchem sich der auf der Oberfläche der Erde angegebene Ort in einem gewissen Zeitpuncte würklich befindet, welchen wir grösserer Deutlichkeit wegen in eine der Nachmittagsstunden setzen wollen: so beschreibe man um den Mittelpunct der Ellipse *O* mit der Oefnung *OL* einen Cirkel. Dieser wird derjenige seyn, welchen das Punct *L* der 97sten Zeichnung würklich um *K* beschreibt, wenn die Abweichung der Sonne *D* an dem Tage, an welchem dieses geschiehet, als unveränderlich betrachtet wird: und der durch *L* bedeutete Ort wird seinen Mittag haben, wenn er sich in dem Puncte befindet, welches, wie *H*, den halben Umkreis *LHI* in seine zween Quadranten *LH* und *HI* theilet. Wird also der Bogen *HT* demjenigen gleich gemacht, welchen das Punct *L* in der vom Mittage an bis an den gegebenen Zeitpunct verflossenen Zeit zurücklegen muß, wenn

es

es an dem angenommenen Tage mit einer gleichförmigen Bewegung ganz herum- kommen soll; so ist die verlangte Vorstellung leicht zu finden. Man darf nur *TZ* der *HC* parallel ziehen, welche den Theil der Ellipse *LMI* in dem verlangten Punct *V* schneiden wird (33). Es wird aber der Bogen *HT* leicht gefunden, wenn auch hier für jede Stunde der wahren Zeit, welche das Punct braucht aus *H* in *T* zu kommen, 15 Grade, gerechnet werden. T.VI.F.98.

§. 499. Man siehet leicht, daß wenn der Zeitpunct vor Mittag gegeben wird, der Bogen, welchen das Punct *L*, in der von diesem Zeitpuncte an bis an den wahren Mittag verfliessenden Zeit, beschreibt, von *H* nach *L* getragen, und übrigens wie vorher verfahren werden müsse. Wenn also der halbe Umkreis *LHI* von funfzehn zu funfzehn Graden getheilet, und jeder Theilungspunct so gebraucht wird, wie bey *T* geschehen ist: so wird die ganze Hälfte *LMI* mit Puncten versehen, welchen die Zahlen beygeschrieben werden können, die da anzeigen, zu welcher Stunde des Tages sich der angegebene Ort gerade über jeden derselben befindet. Eben die der *HC* parallel gezogene Linien, welche diese Stundenpuncte geben, theilen auch die andre Hälfte der Ellipse *LNI* dergestalt in Stunden, und es ist leicht zu sehen, wie man verfahren müsse, wenn diese Stunden weiter getheilet werden sollen. Alsdenn siehet man auch die wahre Zeit des Aufgangs der Sonne bey *Oc*, und ihres Untergangs bey *Or*. Gemeiniglich sind nur diejenigen Stundenpuncte von Nutzen, welche zwischen diese Puncte *Oc* und *Or* fallen, und zu der Zeit gehören, in welcher sich der Ort *L* in der erleuchteten Hälfte des Erdbodens befindet.

§. 500. Ist nun die Abweichung der Sonne *D* genau diejenige, welche sie in dem gegebenen Zeitpuncte, zu welchem der Entwurf *V* gehöret, würklich hat, so wird auch dieses Punct mit völliger Richtigkeit bestimt: die übrigen Puncte der Ellipse *LMIN* aber weichen von der genausten Wahrheit desto mehr ab, je grösser der zwischen derselben und dem Puncte *V* liegende elliptische Bogen ist: wovon die Ursache in der Veränderung der *D* lieget. Wolte man die äuserste Strenge beobachten, so müsten wenigstens alle übrige Stundenpuncte durch ihre besondere *D* bestimmet werden; und dieses ist eben so schwer nicht, wenn man sich zu dieser Bestimmung der Rechnung bedienet, zu deren Behuf durch *C*, den Mittelpunct der Erde, in der Fläche des Entwurfs *RC* auf die Mittagslinie *CH* perpendicular gezogen ist.

§. 501. Bedeutet nun *T* den Bogen *HT*, der den Winkel *HOT* misset, und durch den zwischen dem Augenblicke des wahren Mittags und dem gegebenen Zeitpuncte verfliessenden Zeitraum immer gegeben wird, so ist $1 : \sin T =$

 OT

T.VI F.98. OT oder $OH = OL : OV = \sin P : OV$, also $OV = CX = \sin P . \sin T$, welche CX demnach blos durch den Zeitwinkel T und den beständigen Winkel P gegeben wird, ohne daß D in denselben einigen Einfluß hätte. Ferner ist $1 : \cos T = OT : TV$, und, wie wir oben gesehen haben, $HO : NO = 1 : \sin D$. Es ist aber auch $HO : NO = TV : ZV$, also $1 : \sin D = TV : ZV$; demnach, wenn man diese Proportion mit der vorigen $1 : \cos T = OT : TV$ zusammen nimmt, $1 : \sin D . \cos T = OT : ZV = \sin P : ZV$, also $ZV = VY = \sin P . \sin D . \cos T$.

§. 502. Die Rechnung, welche die erste dieser Vorschriften $CX = \sin P . \sin T$ erfodert, ist leicht genug: die letztere wird dadurch etwas schwer, daß CO für jede Abweichung der Sonne berechnet werden muß, ehe man LI ziehen, und die VY oder VZ anbringen kan. Es kan aber diese Arbeit merklich erleichtert werden. Denn da $MO = \sin P . \sin D$, so ist $MO - VY = \sin P . \sin D - \sin P . \sin D . \cos T = \sin P . \sin D \, (1 - \cos T)$, und eben so groß ist auch $ON - VZ$. Nun aber ist leicht zu erweisen, daß bey einem jeden durch T bedeuteten Bogen oder Winkel die Gleichheit $1 - \cos T = 2 \, (\sin \tfrac{1}{2} T)^2$ statt habe. Dadurch aber wird $\sin P . \sin D \, (1 - \cos T) = 2 \sin P . \sin D (\sin \tfrac{1}{2} T)^2$, und dieses letztere läßt sich durch die Logarithmen berechnen. Ist aber $MO - VY$ oder $ON - VZ$ dergestalt gefunden worden, so wird $XY = XV - VY = CM + MO - VY = CM + 2 \sin P . \sin D . (\sin \tfrac{1}{2} T)^2$, und $XZ = XV + VZ = CN - NO + VZ = CN - 2 \sin P . \sin D (\sin \tfrac{1}{2} T)^2$, in welchen Vorschriften CM, CN fast keine weitere Schwürigkeit machen, da $CM = \cos (P + D)$ und $CN = \cos (P - D)$, ohne einige Rechnung, durch die Tafel gegeben werden. Durch die beiden Linien CX und XY aber, oder CX und XZ werden die Puncte Y und Z allerdings gegeben.

§. 503. Die Linie GOr oder GOc wird gefunden, wenn man in dem Ausdrucke $CX = \sin P . \sin T$, den Buchstaben T den Bogen bedeuten läßt, welchen der angenommene Ort in der Hälfte des Tages oder der Hälfte der Nacht beschreibt, welchen zu finden, an seinem Ort (453) gewiesen worden ist. Denn dadurch wird allerdings $CX = GOr$, weil $MIOr = MLOc$ den halben Tagebogen und $NOr = NOc$ den halben Nachtbogen vorstellet. Auf diese Art wird zwar die Linie $MINL$ aufs richtigste herausgebracht werden, deren Ende an ihren Anfang, welcher zum Beyspiel bey N genommen seyn mag, nicht anschliessen kan,

wenn

wenn die Abweichung der Sonne D sich in der Zeit des natürlichen Tages, für welchen der Entwurf verlangt wird, merklich geändert hat. Denn weil der Anfang des nachfolgenden Tages mit dem Ende des vorhergehenden in jeder Absicht einerley ist: so muß, wenn der Weg, welchen das in der Oberfläche der Erde angenommene Punct L an etlichen auf einander folgenden Tägen um deren Axe beschreibt, nach diesen Gründen entworfen werden soll, ein einziger krumlinichter Zug entstehen, welcher sich zwar für jeden Tag, beynahe wie eine Ellipse, umschlinget, aber keinesweges eine wahre Ellipse ist. Es ist aber gar selten nöthig so gar genau zu verfahren: zumalen, wenn sich die Abweichung der Sonne an dem gegebenen Tage nicht sehr ändert, oder der Weg nur vor einige Stunden zu entwerfen ist. In diesem Falle wird immer nur die Ellipse beschrieben, welche die wahre Vorstellung seyn würde, wenn in dem angenommenen Zeitraume die Abweichung der Sonne volkommen dieselbe bliebe, welche sie beym Anfange oder Ende, oder besser, im Mittel derselben hatte: und man bedienet sich bey der Beschreibung dieser Ellipse nicht einmal immer der Rechnung, sondern bringt dieselbe durch die blosse Zeichnung heraus. T.VI.F.98.

Entwurf der Stundenkreise.

§. 504. Wenn zu einer hinlänglichen Anzahl in der Oberfläche der Erde angenommener Oerter L, die sämtlich sich in eben dem Mittagskreise befinden, und also bey verschiedenen Breiten eben die Länge haben, die Puncte V gefunden werden, über welchen sich jene Oerter in eben dem Zeitpuncte befinden, so zum Beyspiel das Ende der zweiten Stunde nach Mittag seyn mag: so wird die zu diesem Zeitpuncte gehörige Stundenlinie von dem einen Pole bis zum andern entworfen, wenn man alle diese Puncte V mit einander verknüpfet, und durch die zugleich gefundene Puncte Z wird dieser Entwurf ferner von dem letztern Pole bis an den erstern fortgesetzt. Stellet man sich aber die Erde als eine vollkommene Kugel vor, so wird die dergestalt zu verzeichnende Linie der orthographische Entwurf eines Cirkels, und also eine Ellipse, welche durch die Entwürfe der beiden Pole gehet. Denn die Fläche des dergestalt entworfenen Stundenkreises schneidet die mit dem Durchmesser DF beschriebene Scheibe $AFBD$ (*T. VI. Fig.* 99.), deren Umkreis die von der Sonne erleuchtete Hälfte des Erdbodens von der finstern absondert, in einem ihrer Durchmesser AB, welcher zugleich die grössere Axe der Ellipse $APBQ$ ist, und die Ellipse in ihre zwo Hälften theilet, deren eine den erleuchteten, die andere aber den finstern Theil des Stundenkreises vorstellet. Wenn nun in der Scheibe T.VI.F.99.

T. VI. F. 99. *AFBD* auch nunmehro *DF* die Mittagsfläche vorstellet, von welcher angenommen wird, daß sich die Sonne beständig in derselben aufhalte, und es sind *P*, *Q* die in dieser *FD* entworfene Pole, *P* der erleuchtete und *Q* der finstere: die angenommene Stunde aber ist noch immer die zweite nach Mittag, so ist *AC* die zweite Stundenlinie zu einer in der Fläche *AFBD* zu beschreibenden Sonnenuhr, deren Mittelpunct in *C* fält, die Polhöhe aber der Abweichung der Sonne *D* gleich ist. Dieses siehet man aus demjenigen, so von den Sonnenuhren gesagt worden ist, gar leicht ein, insonderheit wenn eine Erdkugel zu Hülfe genommen wird, deren Pol um *D* über ihren Horizont erhöhet worden ist, damit dieser Horizont die Fläche des Entwurfs vorstellen möge. Es wird also der Winkel *FCA*, und ein jeder anderer dergleichen, auf eben die Art gefunden, wie zu einer Sonnenuhr, auf deren Fläche die Fläche des Mittags senkrecht fält, ein jeder Stundenwinkel gefunden wird, indem man sich nehmlich der Proportion $1 : \sin D = \tan T : \tan FCA$ bedienet, in welcher die Buchstaben *D*, *T* noch immer die erklärte Bedeutung haben. Denn *D* ist hier die Polhöhe der Uhr, und *T* der Winkel, welchen die Fläche des zu entwerfenden Stundenkreises mit der Mittagsfläche einschliesset. Die volständig beschriebene Sonnenuhr giebt diese Linien *AB* alle.

§. 505. Da nun die Ellipse durch die beiden Pole *P* und *Q* gehen muß: so kan, nachdem die grössere Axe derselben *AB* richtig gezogen ist, aus einem der Pole *P* die *PE* derselben senkrecht gemacht, und bis an den Cirkelkreis *AFBD* in *G* verlängert werden, welches die Linien *PE*, *GE* beide bekant machet. Es verhält sich aber *PE* zur *GE*, wie die kleinere Axe der Ellipse zur grössern, und wie die Hälfte der kleinern zu der Hälfte der grössern: demnach fehlet weiter nichts, so zur Beschreibung derselben *APBQ* erfordert wird. Eben diese Verhältniß der kleinern Axe der Ellipse zu der grössern wird auch entdecket, wenn man den Winkel suchet, welchen die Fläche des zu entwerfenden Stundenkreises mit der Fläche des Entwurfs einschliesset. Denn es verhält sich die grössere Axe zu der kleinern wie der Radius zum Cosinus dieses Winkels (29). Einige weitere Ausmerksamkeit aber kan zeigen in wieferne eben diese Anweisung gebraucht werden könne, wenn vorausgesetzt wird, die Erde sey bey ihren Polen dergestalt zusammengedruckt, daß alle Durchschnitte derselben, welche durch die Axe geschehen, gleiche Ellipsen geben.

Der Astronomischen Vorlesungen achter Abschnitt.

Von dem Monathe, dem Monde, dessen Schatten, und dem Schatten der Erde.

Von dem bürgerlichen Jahre.

§. 506.

Ob zwar die Wiederkehr der Jahreszeiten an einem jeden Orte des Erdbodens sich nach dem tropischen Jahre richtet, welches zugleich auf die Eintheilung der Oberfläche unserer Erde den angezeigten Einfluß hat, wodurch viele unsrer Verrichtungen an dieses Jahr gebunden werden: so ist doch dasselbe im bürgerlichen Leben nicht in der völligen Strenge zu beobachten, da es aus keiner ganzen Zahl von Tagen bestehet, sondern über 365 noch beynahe den vierten Theil eines Tages enthält. Man würde, nachdem man ein Jahr mit dem Anfange des bürgerlichen Tages, in der Mitternachtstunde angefangen hatte, das darauf folgende ohngefehr um 6 Uhr früh, das nächste um Mittag, und das dritte um beynahe 6 Uhr Abends anfangen müssen, wovon die Unschicklichkeit sogleich in die Augen fält. Das bürgerliche Jahr muß immer mit dem Tage zugleich angehen, wobey die alzustarke Abweichung desselben von dem tropischen nicht anders vermieden werden kan, als wenn, so oft es nöthig ist, ein ganzer Tag eingeschaltet, und dadurch das Jahr um einen Tag länger gemacht wird. Wenigstens ist diese Einschaltung das bequemste Mittel, welches gehörig angewendet, die Abweichung so klein macht, als sie nur werden kan: und man siehet leicht, wie bey dieser Einschaltung zu verfahren wäre, wenn das tropische Jahr würklich aus $365\frac{1}{4}$ Tägen bestünde. Da alsdann das Ende des vierten Jahres, welches zugleich der Anfang des fünften ist, wieder in die Mitternachtstunde fallen würde, so dürfte

T.VI.F.99. man nur diesem vierten Jahre einen Tag mehr, und also 366 Täge geben, um den Anfang des bürgerlichen Jahres wieder in den Zeitpunct zu bringen, bey welchem das tropische den seinigen nimt. Drey gemeine Jahre mit dem darauf folgenden Schaltjahre würden die ganze Verbesserung ausmachen. In der That hat Julius Cäsar, bey seiner Berichtigung des römischen Calenders, diese sehr einfache Einschaltung beliebt; dieselbe ist, vornehmlich in den Abendländern, beynahe 1600 Jahr lang überal gebraucht worden, und wird noch jetzt von denen beybehalten, die sich zu der griechischen Religion bekennen.

§. 507. Da aber das tropische Jahr die angenommene Grösse nicht hat, sondern mit viel grössern Rechte nur auf 365 Täge 5 Stunden und $48\frac{3}{4}$ Minuten gesetzt wird: so konte diese Einschaltung den vorgesetzten Zweck nicht völlig erreichen, und das julianische Jahr muste mit der Zeit weit genug von dem tropischen abweichen. Der Ueberschuß desselben über das tropische Jahr, wie es hier angesetzt wird, beträgt $11\frac{1}{4}$ Minuten. Diese geben in vier Jahren 45 Minuten oder $\frac{3}{4}$ Stunden, welche über die Gebühr eingeschaltet werden, und diese $\frac{3}{4}$ Stunden machen nach 32 Schaltjahren, da sie zwey und dreyßigmal eingeschaltet worden sind, genau einen natürlichen Tag aus, welcher demnach hätte weggelassen, und das zwey und dreyßigste Schaltjahr zu einem gemeinen gemacht werden sollen. Da dieses nicht geschehen ist, so muste nach jeden 128 Jahren der Anfang des julianischen Jahres um einen ganzen Tag später fallen, als der Anfang des tropischen.

§. 508. Der römische Bischof Gregorius hat im Jahre 1582 diesen Fehler verbessert, indem er, mit Auslassung ganzer zehn Täge, welche seit der nicäischen Kirchenversamlung zu viel eingeschaltet waren, den 15 October dieses Jahres unmittelbar auf den vierten folgen ließ. Er verordnete überdieses, daß zwar jedes vierte Jahr, nach wie vor, ein Schaltjahr seyn solte, doch aber mit Auslassung dreyer Schalttäge aus vierhundert Jahren, welche er so vertheilte, daß er die Jahre 1700, 1800, 1900 zu gemeinen, das Jahr 2000 aber wieder zu einem Schaltjahre machte: und in dieser Ordnung solte es immer fortgehen. Dieses ist das gregorische Jahr, nach welchem sich gegenwärtig fast ganz Europa richtet.

§. 509.

§. 509. Es sind in der That die Fehler dieser Einschaltung gering genug. T.VI.F.99.
Da bey der angenommenen Grösse des tropischen Jahres in 128 Jahren 31 Tage eingeschaltet werden müssen, so kommen derer auf vierhundert Jahre $96\frac{7}{8}$, statt welcher in dieser Zeit würklich 97 eingeschaltet werden, welches um $\frac{1}{8}$ eines Tages, das ist, um 3 Stunden zu viel ist. Da nun diese 3 Stunden achtmal genommen wieder einen Tag geben, so folgt, daß die Gregorianer in dem Zeitraume 400 achtmal genommen, oder in 3200 Jahren, einen Tag zu viel einschalten, und also jedes vom Anfange ihrer Einrichtung an gezähltes dreytausend zweyhundertstes Jahr zum gemeinen Jahre machen müssen, wenn sie nie mehr, als beynahe um einen ganzen Tag, von dem Himmel abweichen wollen. Gesetzt nehmlich das tropische Jahr habe auf das genauste die Länge von 365 Tagen 5 Stunden und $48\frac{3}{4}$ Minuten, und behalte dieselbe ohne Veränderung zu allen Zeiten.

Abweichung des gregorischen Jahres.

§. 510. Dem ohngeachtet weichet in dem Zeitraume von 400 Jahren, welcher bey der gregorischen Einschaltung zum Grunde gelegt wird, der Anfang des bürgerlichen Jahres von dem Anfange des tropischen zu gewissen Zeiten um mehr als einen Tag ab. Dieses deutlich zu machen, wollen wir das tropische Jahr mit dem Zeitpuncte anfangen, in welchem die Sonne in das Zeichen des Widders trit, uns selbst aber in einen der Oerter der Erde versetzen, nach dessen Uhr sich in diesem Zeitpuncte ein Tag anfängt, welchen wir zugleich zu dem ersten Tage des bürgerlichen Jahres machen wollen. Dieses Jahr soll in dem Zeitraume von 400 Jahren das erste seyn, also das erste nach 1600 seit unsers Herrn Geburth, oder ein anderes dergleichen. Alsdenn wird das Jahr darauf der Augenblick der Nachtgleiche um 5 Stunden $48\frac{3}{4}$ Minuten nach dem Anfange des Jahres eintreten, das nachfolgende um 11 Stunden und $37\frac{1}{2}$ Minuten, und das dritte um 17 Stunden und $26\frac{1}{4}$ Minuten. In dem vierten hierauf folgenden Jahre müste die Nachtgleiche um 23 Stunden 15 Minuten später fallen, als der Anfang des Jahres, wenn dieses nicht zum Schaltjahre gemacht würde. Da dieses aber geschiehet, und dadurch der Anfang des bürgerlichen Jahres um vier und zwanzig Stunden weiter hinausgesetzt wird, so fält in diesem Jahre der Augenblick der Nachtgleiche würklich um 45 Minuten vor dem Anfange des Jahres: und da derselbe in den nächsten vier Jahren eben so zurück rucket, wie in den vier vorhergehenden; so werden nunmehro die Zeiten, um welche die

T.VI.F.99. Nachtgleiche später einfält, als der Anfang des Jahres, sämtlich um 45 Minuten kleiner als sie in den vorhergehenden Jahren waren. Das zweite Schaltjahr setzt die Nachtgleiche noch um andere 45 Minuten vor dem Anfange des bürgerlichen Jahres, und so jedes anderes; woraus folgt, daß nach vier und zwanzig Schaltjahren, (und so viele sind deren in dem ersten Jahrhunderte) die Nachtgleiche sich um 18 Stunden vor dem Anfange des Jahres ereignen werde.

§. 511. Von diesem Zeitpuncte nun rücket der Augenblick der Nachtgleiche in den nächsten vier Jahren um 23 Stunden und 15 Minuten fort, und ereignet sich also am Ende des letzten dieser Jahre, welches zugleich der Anfang des ersten im zweiten Hunderte ist, um 5 Stunden 15 Minuten nach dem Anfange des Jahres. Da nun in den nächsten drey Jahren die Nachtgleiche noch immer fortrücket, so muß dieselbe nach dem letzten derselben um nicht weniger als 22 Stunden $41\frac{1}{4}$ Minuten nach dem Anfange des Jahres einfallen. Die darauf folgenden Schaltjahre verkürzen diese Abweichung in der That: mit dem Ende des zweiten Jahrhunderts aber kommen noch andere $5\frac{1}{4}$ Stunden hinzu, und es fält am Ende dieses Jahrhunderts die Nachtgleiche ganze $10\frac{1}{2}$ Stunden später, als der Anfang des Jahres. Eben so ist es auch mit dem Ende des dritten, da die Nachtgleiche sich um $15\frac{3}{4}$ Stunden später, als der Anfang des Jahres ereignet. Diese Abweichung ist die gröste unter allen in ihrer Art: weil beym Ende des vierten Jahrhunderts, durch eine neue Einschaltung, der Augenblick der Nachtgleiche wieder um drey Stunden vor den Anfang des Jahres gesetzt wird. Es kommen aber in den ersten drey Jahren des vierten Jahrhunderts zu diesen $15\frac{3}{4}$ Stunden noch 17 Stunden $26\frac{1}{4}$ Minuten hinzu, um welche der Augenblick der Nachtgleiche noch später fält, so daß sich derselbe in allen um 33 Stunden $11\frac{1}{4}$ Minuten verspätet. Und dieses ist die gröste Abweichung nach dieser Seite. Denn durch die folgenden Einschaltungen wird die Nachtgleiche dem Anfange des Jahres wieder näher gebracht, und endlich vor denselben gesetzt, so daß sie nunmehro sich vor dem Anfange des Jahres ereignen muß.

§. 512. Die Zeit der Abweichung an dieser Seite, mit welcher nehmlich der Augenblick der Nachtgleiche vor dem Anfange des Jahres vorher gehet, ist ebenfals bald grösser bald kleiner: sie kan aber nie mehr als 24 Stunden betragen. Denn sie rühret blos von der Einschaltung her, welche nie geschiehet wenn sich die Nachtgleiche

gleiche vor dem Anfange des Jahres ereignet. Da also auch niemals mehr als ein ganzer Tag auf einmal eingeschaltet wird, so ist es nicht möglich, daß dadurch dieser Zeitpunct um mehr als einen Tag vor den Anfang des Jahres vorausgesetzt werden solte. Der einzige Fall, in welchem derselbe in dem gregorischen Calender um einen ganzen Tag vor dem Anfange des Jahres vorhergehet, ist das 3200 Jahr des angenommenen Zeitraumes, in welchem, nach unserer Rechnung, der Anfang des tropischen Jahres ohne Einschaltung wieder genau in den Anfang des bürgerlichen fält. Wird also in diesem Jahre die gewöhnliche Einschaltung beobachtet; so wird dadurch allerdings der Anfang des bürgerlichen Jahres um einen vollen Tag verspätet. T.VI.F.99.

Die Monathe.

§. 513. Bey der Eintheilung des bürgerlichen Jahres in 12 Monathe ist viel wilkührliches. Solte jeder derselben dreyssig Täge bekommen, so blieben fünf Täge, und im Schaltjahre, sechs übrig, welche in die Monathe dergestalt hätten vertheilet werden können, daß fünf oder sechse derselben 31 Täge bekämen und die übrigen 30. Es wird aber anstatt dessen die folgende Ordnung beobachtet:

Martius	*Augustus*	*Ianuarius*
Aprilis	*September*	*Februarius.*
Maius	*October*	
Iunius	*November*	
Iulius	*December*	

Die Monathe, deren Nahmen vorstehen, bekommen 31 Täge, die übrigen 30, der Februar aber bekomt im gemeinen Jahre 28, und im Schaltjahre 29.

§. 514. Die Veranlassung das Jahr in zwölf Monathe zu theilen, hat der Mond gegeben; welcher Körper unter allen, die wir am Himmel wahrnehmen, nach der Sonne am meisten in die Augen fält, indem er uns ohngefehr so gros erscheinet, als die Sonne, und uns ein Licht zusendet, welches, in Ermangelung des Lichts derselben, zu verschiedenen unserer Verrichtungen hinlänglich ist. Dieser Körper verändert seine Gestalt in einem Zeitraume von beynahe $29\frac{1}{2}$ Tägen

T.VI.F.99. gar sehr. Er erscheinet uns in demselben einmal als eine über und über gleich stark erleuchtete Scheibe, die wir den Volmond nennen: und nach der Hälfte dieser Zeit, oder nach vierzehn Tägen, wird er völlig unsichtbar, welches wir dadurch ausdrucken, daß wir sagen, es sey Neumond. Denn bald hernach erscheinet uns ein geringer Theil des Mondes wieder erleuchtet, in der Gestalt einer Sichel; und diese wird von Tag zu Tag breiter, bis endlich die inwendige Gränze dieser Sichel sich in eine gerade Linie verwandelt, und dadurch dem Monde die Gestalt einer halben Scheibe giebt. Dieses nennen wir das erste Mondviertel, welches die Zeit von dem Neumonde bis an den Volmond wieder in zwo Hälften theilet, deren eine $7\frac{3}{8}$ Tage beträgt, oder wenn der Bruch weggelassen wird, eine Woche. Von dem ersten Viertel wächset der erleuchtete Theil des Monds noch immer, indem die Gränze desselben, welche bey diesem Viertel geradlinicht war, sich auswärts beuget, und dieses von Tag zu Tag mehr, bis endlich dadurch die völlige Rundung des Volmonds entstehet.

§. 515. Von dem Volmonde nimt alsdenn der erleuchtete Theil der Scheibe wieder ab, bis zum letzten Viertel, und so weiter zum Neumonde, und dieses dergestalt, daß die Zeit vom Volmonde bis zum letzten Viertel, der vom ersten Viertel bis zum Volmonde verflossenen, beynahe gleich wird, und die vom letzten Viertel bis zum Neumonde, der vom Neumonde bis zum ersten Viertel. Eben die Bewantniß hat es auch mit jeden zwo andern Erscheinungen des Monds vor und nach dem Volmonde, die beide eben die Gestalt und Grösse haben. Die Zeit, welche von einer dieser Erscheinungen bis an die andere verfliesset, wird immer von dem Zeitpuncte des Volmonds in zwey Theile getheilet, deren Unterschied gering, und nicht ohne Mühe zu entdecken ist.

§. 516. Alles dieses macht den Gebrauch des eigentlichen Mondenmonaths gar leicht und bequem; und es brauchte nicht vieles Nachsinnen demselben eine Länge zu geben, bey welcher der Neumond immer in den ersten Tag des Monaths fallen muste. Man durfte nur auf einen Monath von 30 Tagen einen von neun und zwanzigen folgen lassen, auf diesen wieder einen von dreißigen, und so immer wechselsweise. Dieses würde den Neumond auf immer an den ersten Tag des Monaths gebunden haben, und den Volmond an den mittelsten Tag desselben, wenn der Zeitraum von einem Volmonde oder Neumonde zu dem nächsten würklich

lich nicht mehr oder weniger als 29 Täge und 12 Stunden betrüge. Es ist aber T.VI.F.99. derselbe um 44 Minuten und beynahe 3 Secunden grösser, und dieser Ueberschuß verursachet in 33 Monathen einen Fehler von einem ganzen Tage und $13\frac{2}{3}$ Minuten. Es war leicht diesen 33 Monathen einen Tag zu zusetzen, indem man einen derselben um einen Tag länger machte. Der dadurch übrig gelassene Fehler von $13\frac{2}{3}$ Minuten in 33 Monathen ist klein genug, und konte erst nach 3477 Monathen einen ganzen Tag ausmachen. Eine eben nicht sehr genaue Beobachtung des Mondes konte die Nothwendigkeit hiervon zeigen, und die Zeit, in welcher ein Tag einzuschalten war, an die Hand geben.

Das Mondenjahr.

§. 517. Bey dieser Einrichtung wird zwar der Anfang und das Mittel eines jeden Monaths durch ein sichtbares Zeichen angegeben, ja fast jeder Tag desselben von einem jeden andern durch eine besondere Gestalt, in welcher sich der Mond an demselben zeiget, unterschieden. Es läßt sich aber aus einer gewissen Zahl solcher Mondenmonathe das Sonnenjahr nicht zusammensetzen. Zwölfe derselben kommen diesem Jahre am nächsten. Da aber deren sechse 30 Täge, und die übrigen nur 29 Täge halten müssen, so bekomt das aus diesen zwölf Monathen zusammengesetzte Mondenjahr nicht mehr als 354 Täge, und also 11 Täge weniger, als das gemeine Sonnenjahr, welches deren 365 enthält. Die Absicht, daß der Neumond immer an einem gewissen Tage des Monaths gebunden bleiben solte, leidet keine andere Einschaltung, als die eines ganzen Monaths von 29 oder 30 Tägen. Diese aber kan den Anfang des Mondenjahrs unmöglich immer auf einen gewissen Tag des Sonnenjahrs bringen; und die Stunden samt deren Theile, um welche beiderley Jahre die angegebene ganze Zahlen der Täge übertreffen, machen die Sache noch verwirter.

§. 518. Das einzige, so durch die Einschaltung ganzer Monathe verhindert werden konte, ist eine allzustarke Abweichung des Anfangs des Mondenjahres, von der Zeit des Umlaufs der Sonne, bey welchem dieser Anfang bald in den Sommer, bald in den Winter oder eine andere Jahreszeit gefallen wäre. Und dazu hat der Zeitraum von 19 Jahren, welchen Meton zuerst in Griechenland bekant gemacht hat, vorzüglich bequem geschienen. Nach dieser Zeit fallen die Neumonden, und also auch die Volmonden, wieder auf eben die Täge des

Sonnen-

T.VI.F.99. Sonnenjahres, ja beynahe in eben die Stunden. Denn wenn wir die Länge des Sonnenjahres noch immer auf 365 Täge, 5 Stunden $48\frac{3}{4}$ Minuten sezen, so enthalten 19 dieser Jahre 6939 Täge, 14 Stunden $26\frac{1}{4}$ Minuten. Wird aber die Zahl 6939 durch die Summe von 30 und 29, welche 59 ist, getheilet, so komt 117, mit dem Ueberschusse von 36, welches anzeigt, daß in 6939 Tägen 117 Monathe von 30 und eben so viel von 29 Tagen enthalten sind, und noch über dieses 36 Täge. Diese 36 Täge geben einen Monath von 30 mit 6 übrigen Tägen, durch welche sechs Monathe von 29 in eben so viele von 30 verwandelt werden können. Dadurch wird die Summe aller Monathe von dreyßig Tägen, die in dem Zeitraume von 19 Jahren enthalten sind, $117 + 1 + 6 = 124$, und die Summe aller Monathe von 29 Tägen, $117 - 6 = 111$, welche Zahlen gehörig eingetheilt, so daß ein Jahr gemeiniglich 12, zuweilen aber 13 Monathe bekomt, den Anfang des Mondenjahres bey Verfliessung der 19 Jahre wieder auf eben den Tag bringen werden, auf welchen er im Anfange derselben gefallen ist; zum Beyspiel, auf den Tag der einen oder andern Nachtgleiche.

§. 519. Wil man genau ausmachen, ob und wie sehr die Zeit von 235 Monathen von 19 genau genommenen Sonnenjahren abweiche, so darf man nur 29 Täge, 12 Stunden 44 Minuten und 3 Secunden, welche die Länge eines Monaths ausmachen, 235mal nehmen. Es werden dadurch 6939 Täge 16 Stunden $31\frac{3}{4}$ Minuten herausgebracht: neunzehn Sonnenjahre aber halten nicht mehr als eben so viele Täge, 14 Stunden und $26\frac{1}{4}$ Minuten, welche von den vorigen abgezogen 2 Stunden $5\frac{1}{2}$ Minuten übrig lassen. Um so viel sind also 235 Monathe grösser als 19 Sonnenjahre; und um so viel wird gefehlet, wenn man diese zwo Währungen einander völlig gleich sezet. Dieser Abweichung und allen übrigen Schwierigkeiten, welche bey der Vergleichung des Mondenjahres mit der Zeit des Umlaufs der Sonne, unveränderlich sind, mit einem mal abzuhelfen, und alle Jahre, so weit es möglich war, einander gleich zu machen, ist in dem römischen Calender, dessen wir uns bedienen, das Mondenjahr gänzlich bey Seite gesezt worden. Es wurden also blos die 365 Täge des gemeinen Jahres in zwölf einander beynahe gleiche Theile getheilt, welche bey uns den Nahmen der Monathe führen, und zum Unterschiede der Monden-Monathe auch Sonnenmonathe genennet werden.

Täge der Volmonde.

§. 520. Es ist andem, daß bey dieser Eintheilung des Jahres die Neu- T.VI.F.99. monde, und mit denselben die Volmonde und Viertel, immer auf andere und andere Täge der beynahe wilkührlich angenommenen Sonnenmonathe fallen. Und doch müssen diese Täge voraus bekant seyn, theils weil sie in verschiedene unserer Verrichtungen einen Einfluß haben, vornehmlich aber, weil sich nach denselben das Osterfest der Christen, nebst verschiedenen andern Festtägen richtet. Denn es ist in der nicäischen Kirchenversammlung festgesetzt worden, daß Ostern immer an dem Sontage gefeyert werden soll, welcher zunächst auf den nach der Nachtgleiche des Frühlings einfallenden Volmond folget, um zu verhindern daß der Ostertag der Christen nicht auf den Tag des jüdischen Pascha falle, welcher selbst der Tag des angezeigten Volmondes ist: und nach dem dergestalt bestimten Ostertage richten sich die Pfingsten, samt allen übrigen sogenanten beweglichen Festen, die nicht an gewisse Monathstäge gebunden sind, sondern bald früher bald später fallen. Es lassen sich aber auch die Monathstäge, auf welche die Volmonde nach der mitlern Bewegung, welche die Mondenmonathe einander völlig gleich machet, ob sie es zwar eigentlich nicht sind, in jedem Jahre fallen, auch sonst ohne grosse Schwürigkeit ausmachen.

§. 521. Vorzüglich ist der Tag des Ostervolmondes zu bestimmen, welcher nehmlich unmittelbar vor dem Ostertage vorher gehet. Dazu hat man sich vor dem der sogenanten güldenen Zahl bedienet. Es wurden nehmlich, von dem Anfange des Jahres vor der Geburth des Heilandes an, neunzehn Jahre gezählet. Mit dem Anfange des zwanzigsten dieser Jahre wurde ein neuer Zeitraum von neunzehn Jahren angefangen, und so immer fort gefahren. Man nahm an, daß in jedem ersten Jahre eines solchen Zeitraumes der Ostervolmond auf eben den Monathstag falle, und so in jedem zweiten, in jedem dritten, und so weiter. Nun war es eben nicht schwer jedem dieser Täge ausfindig zu machen, indem man eine Beobachtung zum Grunde setzte, und von dem Tage dieses Volmonds die Mondenmonathe fortzählte: da sich denn die Täge aller Volmonde in jedem der angenommenen neunzehn Jahren geben musten: unter welchen derjenige, so zunächst auf den Tag der Nachtgleiche des Frühlings folget, leicht auszulesen war, indem gesetzt wurde, daß diese Nachtgleiche, durch die vom Kayser Julius eingeführte Einschaltung, beständig an den 21sten März gebunden bleibe. Die der-

T.VI.F.99. gestalt verfertigte Tafel wurde auch für den nächsten Zeitraum von neunzehn Jahren gebraucht, und für jeden der folgenden, so daß man nur zu wissen brauchte, das wievielste jedes seit der Geburth des Herrn gerechnetes Jahr in einem dieser Zeitraume sey, um für dasselbe den Tag, auf welchen der nächste Volmond nach dem 21sten März einfält, aus der Tafel nehmen zu können. Dieses aber zu erfahren, durfte man nur von der sogenanten Jahrzahl, neunzehn, so oft es geschehen konte, abziehen, und dem was übrig blieb ein Jahr zusetzen. Die dergestalt gefundene Zahl war die verlangte, welche wegen ihres Nutzens, und vielleicht auch aus andern Ursachen den Nahmen der güldenen Zahl führet. Es ist aber aus dem, so wir (518) gesehen haben, klar, daß diese Art zu rechnen endlich um viele Täge von dem Himmel abweichen, und den Volmond früher geben müsse, als er in der That einfält.

Astronomische Epacten.

§. 522. Viel richtiger werden die Neumonden das ganze Jahr durch vermittelst der Epacten gegeben. Wir werden gleich sehen was dieses vor Zahlen sind, und wie vermittelst derselben die mitlern Neumonden mit völliger Zuverlässigkeit bestimmet werden. Wenn nehmlich die Zeit von einem Neumonde bis zum andern, die wir öfters gebraucht haben, das ist, 29 Täge, 12 Stunden, 44 Minuten und 3 Secunden, von den 31 Tägen abziehet, die den Jennermonath ausmachen, so bleibt 1 Tag, 11 Stunden 15 Minuten und 57 Secunden übrig, welche anzeigen, daß wenn der erste Neumond des Jahres genau in den Anfang desselben fält, welches der Augenblick des Mittags des ersten Jenners ist, der zweite Neumond 1 Tag $11\frac{1}{4}$ Stunden und etwas drüber, vor dem Ende dieses Monaths, oder den Anfang des Hornung, einfallen werde. Diese Zahl der Täge, Stunden und ihrer Theile ist nun die Epacte des Hornungs. Und die Epacte eines jeden andern Monaths ist die Zahl der Täge Stunden und ihrer Theile, um welche sich der nächste Neumond vor dem Anfange dieses Monaths, in eben dem Falle ereignet, wenn nehmlich der erste Neumond des Jenners genau in dessen Anfang fält. Sol also die Epacte des Märzmonaths gefunden werden, so sind der Epacte des Hornungs noch die 28 Täge dieses Monaths zuzusetzen. Dadurch kommen nicht mehr als 29 Täge, 11 Stunden 15 Minuten und 57 Secunden heraus, welches weniger ist als ein eigentlicher Monath von 29 Tägen, 12 Stunden, 44 Minuten und 3 Secunden. Es

gehet

gehet also eben der Neumond, welcher unmittelbar vor dem Anfange des Hornungs vorher gieng, auch unmittelbar vor dem Anfange des Märzes vorher, und die Epacte dieses Monaths beträgt 29 Täge, 11 Stunden, 15 Minuten und 57 Secunden. Werden nun zu dieser Epacte wieder die 31 Täge des Märzes gesetzt so kommen 60 Täge, 11 Stunden 15 Minuten und 57 Secunden, um welche eben der Neumond vor dem Anfange des Aprils vorhergehet. Es ist aber dieser Neumond nicht der nächste vor dem Anfange des Aprils, weil in dem gefundenen Zeitraume zween ganze Mondenmonathe enthalten sind. Werden diese abgezogen, so bleibt 1 Tag 9 Stunden 47 Minuten und 51 Secunden übrig, die zwischen dem nächsten Neumonde und dem Anfange des Aprils verfliessen: und auf diese Art wird die Epacte eines jeden der folgenden Monathe gefunden. Man setzet zu der Epacte des vorhergehenden Monaths die Zahl der Täge des Monaths dessen Epacte man finden will, und ziehet von der Summe die Länge eines Mondenmonaths ab; der Ueberschuß ist die gesuchte Epacte, wie diese in der nachstehenden Tafel neben dem Nahmen des Monaths stehet, zu welchem sie gehöret. T.VI.F.99.

Jan.	0^d, 0^h, 0′, 0″	May	1^d, 21^h, 3′48″	Sept.	6^d, 18^h, 7′, 36″
Feb.	1, 11, 15, 57	Jun.	3, 8, 19, 45	Oct.	7, 5, 23, 33
März	29, 11, 15, 57	Jul.	3, 19, 35, 42	Nov.	8, 16, 39, 30
April	1, 9, 47, 51	Aug.	5, 6, 51, 39	Dec.	9, 3, 55, 27

§. 523. Wenn auch zu der Epacte des December die Zahl der Täge dieses Monaths 31 hinzugesetzt, und von der Summe die Länge eines eigentlichen Monaths abgezogen wird, so komt die Epacte von 10 Tägen 15 Stunden 11 Minuten und 24 Secunden, welche anzeigt, daß der nächste Neumond so viele Täge, Stunden und Minuten vor dem Anfange des Jahres, so auf das zuerst angenommene folget, einfallen werde. Mit diesem Neumonde rücken sodann auch die Neumonde aller übrigen Sonnenmonathe zurück, und fallen um 10 Täge, 15 Stunden 11 Minuten und 24 Secunden früher, als sie in dem vergangenen Jahre einfielen. Diese ist die Epacte eines gemeinen Jahres. Denn die Epacte des Schaltjahres ist um einen Tag grösser, weil dieses Jahr einen Tag mehr, als das gemeine, in dem der Hornung desselben enthält, von deren letzten die monathliche Epacte eben so zurück gezählet wird, als von dem 28sten des Hornungs

T.VI.F.99. eines gemeinen Jahres. Die Epacte zweyer gemeinen Jahre ist also 21 Tåge 6 Stunden 22 Minuten 48 Secunden, doppelt so groß als die vorige, weil in jedem gemeinen Jahre die Neumonden gleich stark vorrucken, und durch die Zusammensetzung dieser beiden Epacten komt die zu drey gemeinen Jahren gehörige von 31 Tågen, 21 Stunden 34 Minuten und 12″, welche anzeiget, wie weit eben der Neumond vor dem Anfange des Jahres vorgerücket. Weil aber diese Zeit mehr beträgt, als ein Monath von 29 Tågen, 12 Stunden 44 Minuten und 3″, so ist der dadurch angezeigte Neumond nicht der nächste vor dem Anfange des Jahres, sondern es muß dieser Monath von der gefundenen Zeit abgezogen werden, damit die eigentliche Epacte von 2 Tågen, 8 Stunden, 50 Minuten und 9″ heraus komme. Wird endlich hierzu noch die Epacte des Schaltjahres gesetzt, wodurch 14 Tåge, 1 Minute und 33 Secunden kommen, so ist dieses die Epacte zu vier auf einander folgenden Jahren, woraus die Epacten zu 8, 12, 16, 20 und mehrern Jahren leicht zu berechnen ist.

§. 524. Ist nun auch die Epacte eines gewissen Jahres aus den Beobachtungen geschlossen worden, als die zum Schaltjahr 1760 gehörige, die nach der pariser Uhr 13 Tåge 5 Stunden und beynahe 2 Minuten beträgt, so bekomt man die Epacte eines jeden andern Jahres, wenn man zu derselben, so oft es nöthig ist, die Epacte zu vier Jahren, und sodenn, wenn das Jahr das erste nach dem Schaltjahre ist, die Epacte von einem Jahre, ist es das zweite, die Epacte von zwey Jahren, und so fort, hinzusetzet: von der Summe aber so viele ganze Mondenmonathe abziehet, als in derselben enthalten sind. Wird alsdenn zu dieser Epacte des Jahres auch die Epacte des Sonnenmonaths hinzugethan, dessen Neumond verlangt wird, und dadurch die Zeit gefunden, welche zwischen dem Anfange des Monaths und dem unmittelbar vorhergegangenen Neumonde verflossen ist: so darf man nur von diesem Neumonde an einen ganzen Mondenmonath fortzählen, um den Zeitpunct zu finden, in welchem der mittlere Neumond des vorgegebenen Sonnenmonaths fällt. Dieses Fortzählen aber geschiehet auf einmal, wenn man von 29 Tågen 12 Stunden und 44′ die gefundene Epacte des Monaths (die immer kleiner seyn wird, als diese Zahl) abziehet, und eine kleine Tafel kan die Arbeit noch mehr erleichtern. Auf diese Art werden die mitlern Neumonde das ganze Jahr durch gefunden, und zugleich die darauf folgenden mitlern Vollmonde, wenn man zu dem Zeitpuncte des Neumonden die Hälfte eines Mondenmonaths, das ist, 14 Tåge 18 Stunden und 22 Minuten hinzusetzet.

§. 525.

§. 525. Es kan die dergestalt berechnete Zeit beynahe um einen ganzen Tag von derjenigen entfernet seyn, in welcher sich der Neumond oder Volmond würklich an dem Himmel ereignet. Noch mehr aber kan gefehlet werden, wenn man sich, anstatt der erklärten astronomischen, derjenigen Epacten bedienet, nach welchen der römische Calender berechnet wird: weil bey deren Einrichtung mehr auf die Leichtigkeit der Rechnung, und darauf, daß dieselbe durch alle Zeiten gleichförmig bleiben möge, als auf die strengste Richtigkeit gesehen worden ist. Weswegen auch die Protestanten in Teutschland ihre Osterrechnung, nicht auf diese gregorische Epacten, sondern auf den wahren Zeitpunct des zunächst nach der Nachtgleiche des Frühlings einfallenden Volmondes, wie dieser durch die rudolphinische Tafeln angegeben wird, zu gründen vor das beste gehalten haben. Wir müssen aber diese Berechnung, welche voraussetzet, daß man den eigentlichen Ort des Mondes an dem Himmel für jeden Zeitpunct anzugeben wisse, noch zur Zeit ausgesetzt seyn lassen, bis wir uns um die eigentliche Bewegung der himlischen Körper werden bekümmern können, und uns indessen an die blossen Erscheinungen halten. T.VI.F.99.

Die Bahn des Mondes.

§. 526. Wir sehen aber den Mond sich, so wie die Sonne, an dem Sternhimmel in einem fort von Abend gegen Morgen bewegen, und er entfernet sich bey dieser Bewegung nicht einmal sehr von der Bahn der Sonne. Denn seine gröste Abweichung von der Ecliptic beträgt nie mehr als 5 Grade und 18 Minuten, welches kaum den acht und sechzigsten Theil der Länge derselben ausmachet: so daß, wenn man diesen an dem Sternhimmel beschriebenen Kreis gerade biegen, und durch *AB* (*T. VI. Fig.* 100.) vorstellen will, man dieser *AB*, in einer Entfernung von nicht mehr als den acht und sechzigsten Theil derselben, oder den vier und dreyßigsten ihrer Hälfte $AC = CB$, die *ab* zu beiden Seiten parallel ziehen muß, um die Kreise vorzustellen, zwischen welchen sich der Mittelpunct des Mondes beständig aufhält, ohne sie zu überschreiten. Bey einer so geringen Breite dieses Streifen kan diese gänzlich bey Seite gesetzt, und angenommen werden, daß sich der Mond würklich in der Fläche der Ecliptic bewege, so lang es uns nur um die Erklärung solcher Erscheinungen zu thun ist, die keine genauere Bestimmung erfordern. T. VI. Fig 100.

T. VI. Fig. 100. §. 527. Es verändert aber der Mond bey diesem Umlaufe um die Erde seine Entfernung von dem Mittelpuncte derselben sogar sehr nicht. Sein Durchmesser erscheinet nie viel grösser als $33\frac{1}{2}$ Minuten, und nie viel kleiner als $29\frac{1}{2}$, woraus folget, daß die gröste Entfernung desselben von dem Mittelpuncte der Erde, sich zu der kleinsten beynahe wie 67 zu 59 verhalte. Der Unterschied dieser Zahlen ist 8, welche Zahl über 7mal in 59 enthalten ist. Dieses zeuget nun zwar von einer an sich gar nicht unbeträchtlichen Veränderung des Abstandes: die aber doch in die gröbern Erscheinungen einen so geringen Einfluß hat, daß wir uns zum Anfange die Bahn des Mondes um die Erde als den Umkreis eines Cirkels vorstellen können, der seinen Mittelpunct in dem Mittelpuncte der Erde hat. Der mitlere scheinbare Durchmesser des Mondes wird von sorgfältigen Beobachtern auf 31 Minuten und 31 Secunden gesetzt.

§. 528. Da aber doch die Veränderung des Abstandes des Monds von dem Mittelpuncte der Erde an sich beträchtlich genug ist: so kan auch die Horizontparallaxe desselben nicht immer von einerley Grösse seyn. Und man siehet nach einer kleinen Betrachtung leicht, daß die Horizontparallaxe des Monds in eben der Verhältniß wachsen und abnehmen müsse, in welcher sein Durchmesser grösser oder kleiner erscheinen würde, wenn man ihn aus dem Mittelpuncte der Erde betrachten könte. Denn da die Horizontparallaxe des Monds der Winkel ist, in welcher ein Auge in dem Monde den halben Durchmesser der Erde sehen würde, so muß sie allerdings in eben der Verhältniß wachsen und abnehmen, in welcher sich der Mond der Erde nähert, oder von derselben entfernet, das ist, in derjenigen, in welcher zugleich der scheinbare Durchmesser des in eben der Entfernung gesehenen Mondes geändert wird. Es kan diese Parallaxe auf verschiedene Arten entdecket werden. Die begreiflichste und sicherste bestehet in der Vergleichung zwoer Mittagshöhen des Mondes, die zu gleicher Zeit an zween Orten des Erdbodens genommen werden, die, auf eben dem Mittagskreise, weit genug von einander entfernet sind (305): und es beträgt ihre mitlere Grösse beynahe 57 Minuten und 26 Secunden, oder 3446 Secunden.

§. 529. Wenn also die Horizontparallaxe der Sonne auf 8,7 Secunden gesetzt wird, so zeiget die Vergleichung dieser Parallaxen, daß uns der Mond 396 mal näher sey als die Sonne; denn so oft sind 8,7 in 3446 Secunden enthalten.

Werden

Werden nun aber in dem Dreyecke *TLS* (*T. VI. Fig.* 101.), dessen Winkel bey *L* gerade ist, der *TL* 8,7 und der *TS* 3446 Theile gegeben, so bekomt der Winkel *TSL* ohngefehr $8\frac{1}{2}$ Minuten. Diesen Winkel schliesset also eine von dem Mittelpuncte der Sonne *S* nach dem Mittelpuncte der Erde *T* gezogene gerade Linie mit derjenigen ein, die von eben dem *S* nach dem Mittelpuncte des Mondes reichet, wenn dieser bey seiner mitlern Entfernung von der Erde so stehet, wie er in der Zeichnung vorgestellet wird. Bey einer andern Entfernung ist dieser Winkel bey eben dem Stande des Mondes kaum um eine Minute grösser (528), sonst aber, wenn der Winkel *LTS* nicht gerade ist, immer kleiner. Es ist also eine von der Erde an den Mittelpunct der Sonne gezogene gerade Linie, einer sich von dem Monde eben dahin erstreckenden, beynahe parallel: und kan bey Betrachtungen, die sich nicht mit jeder Kleinigkeit beschäftigen, als derselben völlig gleichlaufend angesehen werden. Der Winkel, in welchem einem Auge in der Sonne die ganze Bahn des Mondes erscheinen würde, kan also kaum mehr als 17 bis 19 Minuten betragen, welche Grösse die Hälfte des Winkels, in welchem wir von der Erde den Durchmesser der Sonne sehen (314), gar wenig übertrift. *T. VI. Fig.* 101.

§. 530. Aus der Horizontparallaxe des Monds kan die Entfernung desselben von dem Mittelpuncte der Erde berechnet werden. Denn wenn in der 101sten Figur der Winkel *TLS* gerade ist, und der um *T* beschriebene Kreis die Erde, *S* aber den Mittelpunct des Mondes vorstelt, so ist der Winkel *TSL* die Horizontparallaxe des Monds, und wenn *TL* zum Radius gemacht wird, *LS* die Cotangente dieses Winkels, die gesuchte *TS* aber seine Cosecante. Nun wird aus der Tafel, zu dem Radius $TL = 1$, die Cosecante von 57 Minuten und 26 Secunden, vermittelst einer kleinen Rechnung, gefunden 59,86. Dieses ist also der mitlere Abstand des Mittelpuncts des Monds von dem Mittelpuncte der Erde, welcher leicht in teutschen Meilen angegeben werden kan, nachdem die Grösse einer solchen Meile (267) bestimt ist.

Die Oberfläche des Mondes.

§. 531. Bey dieser geringen Entfernung ist es kein Wunder, daß wir den Mond durch gute Telescope so deutlich sehen können. Es siehet auch ein blosses Auge gewisse Theile der Oberfläche des Monds merklich heller als die übrigen: durch das Fernrohr aber erscheinen diese Flecken genau genug begränzet, so

daß

T. VI. Fig. 101. daß sie mit besondern Namen belegt, und dadurch von einander unterschieden werden konten. Wird der Mond viele Täge nach einander betrachtet, in welchen die verschiedenen Theile seiner Oberfläche dem Lichte der Sonne bald so bald anders ausgesetzt sind, so lassen die Schatten, welche einige dieser Theile auf andere werfen, uns nicht zweifeln, daß der Mond ein dunkler Körper sey, welcher uns, wie die meisten Körper die wir auf der Oberfläche der Erde sehen, blos durch das Licht sichtbar wird, welches er von der Sonne empfängt, und nach allen Seiten zerspreitet. Eben diese Schatten zeigen deutlich, daß auf dem Monde viele und hohe Berge, mit den dazwischen liegenden Thälern, und einer Art anderer Vertiefungen sind. Von Flüssen, Seen oder sonst mit Wasser bedeckten Stellen aber finden wir nicht die geringste Spur: und es zeigt sich die Oberfläche des Monds, wenn uns nur unsere Wolken erlauben wollen nach derselben zu sehen, immer so helle, daß wir gar nicht denken können, es sey dieser Körper in einen Dunstkreise eingehüllet, in welchem sich so, wie in unserer Luft, Nebel und Wolken zusammenziehen können. Die genauesten Beobachtungen der Strahlen, welche, indem sie von den Fixsternen kommen, dichte bey dem Monde vorbeygehen, stellen dieselben als durchaus geradlinicht dar, und lassen keinen Schein einiger Brechung, welche nothwendig erfolgen müste, wenn der Mond, so wie unsere Erde, mit Luft umgeben wäre.

§. 532. Die Flecken um die Mitte des Monds bleiben uns immer sichtbar, so lange sie hinlänglich erleuchtet sind. Am Rande entziehen sich einige nach und nach unserm Gesichte, indem andere an der entgegengesetzten Seite zum Vorschein kommen. Wir sehen also zwar meistens, aber doch nicht völlig, immer eben die Seite des Mondes, welches wir nicht erklären können, wenn wir nicht demselben, wenigstens so weit er sich zeiget, die Gestalt einer Kugel zuschreiben, die in Absicht auf unsere Erde etwas um ihren Mittelpunct, bald nach dieser bald nach einer andern Seite, hin und her wanket. Alle übrige Erscheinungen bestärken dieses, und wer will zweifeln, daß der Mond diese Gestalt einer Kugel durchaus habe, ob uns zwar ein gar grosser Theil seiner Hälfte nie zu Gesicht komt; wenn nur dabey einige kleine Abweichungen von der volkommensten Rundung zugestanden werden.

§. 533. Der mitlere Winkel, in welchem uns der halbe Durchmesser des Mondes aus dem Mittelpuncte der Erde erscheinen würde, wird auf 15 Minuten und 42 Secunden gesetzt, oder auf 942 Secunden. Wird dieser mit der Horizontparallaxe des Monds verglichen, die 3446 Secunden ausmachet, so findet sich, daß er sich zu derselben wie 1 zu 3,66 verhalte. Da nun die Horizontparallaxe der Winkel ist, in welchem der halbe Durchmesser der Erde aus dem Mittelpuncte des Mondes gesehen wird, und folgends in eben der Entfernung, in welcher ein in den Mittelpunct der Erde gesetztes Auge den Mond betrachtet; so folgt, daß auch der halbe Durchmesser des Monds sich zu dem halben Durchmesser der Erde wie 1 zu 3,66 verhalte, das ist, daß der halbe Durchmesser der Erde etwas weniger betrage, als den halben Durchmesser des Monds viermal genommen. Wird umgekehrt 942 durch 3446 getheilet, so zeiget sich, daß der Halbmesser des Monds 0,27 des Halbmessers der Erde ausmache, welches etwas weniges mehr als ein Viertel ist. Da also der Mond von der Sonne fast eben so weit entfernet ist, als die Erde, so kan der Winkel, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge den Halbmesser des Mondes sehen würde, kaum mehr als den vierten Theil desjenigen, in welchem es den Halbmesser der Erde siehet, das ist, kaum mehr als 2 Secunden, betragen. T. VI. Fig. 101.

Gestalt des uns sichtbaren erleuchteten Theils des Mondes.

§. 534. Und nun haben wir alles, so zur Erklärung der Gestalten erfodert wird, in welchen uns der Mond nach und nach in jedem seiner Monathe erscheinet. Wegen des grossen Abstandes der Sonne von dem Monde, welcher niemals beträchtlich grösser oder kleiner ist, als der Abstand derselben von der Erde, wird immer nur etwas weniges mehr, als die Hälfte der Oberfläche des Mondes, von der Sonne erleuchtet. Diese erleuchtete Hälfte stehet nur in dem Falle dem Auge gerade entgegen, wenn sich dieses in der geraden Linie befindet, die sich von dem Mittelpuncte des Mondes bis an die Sonne erstrecket; und alsdenn siehet dasselbe den Mond als eine über und über erleuchtete cirkelrunde Scheibe. Ist aber (*T. VI. F.* 102.) *LS* die von dem Mittelpuncte des Mondes nach dem Mittelpuncte der Sonne laufende Linie, und es befindet sich das Auge ausser derselben in der *LT*, so weit von *L* entfernet, daß es, wegen dieser Entfernung, beynahe die Hälfte der Oberfläche des Mondes übersehen könte, und man bildet sich ein, daß der Körper des Monds durch die beiden Linien *LS*, *LT* vermittelst einer Fläche geschnitten, und dadurch der um *L* T. VI. Fig. 102.

T. VI. Fig. 102. beschriebene Cirkel zum Vorschein gebracht worden sey: so stellet der der LS perpendicular gelegte Durchmesser dieses Cirkels AB den Umkreis vor, welcher den von der Sonne erleuchteten Theil des Mondes ACB von dem finstern ADB absondert. Die der TL perpendicular gezogene EF aber ist der Durchmesser desjenigen Kreises, welcher den, einem in der LT weit genug von L entfernten Auge sichtbaren Theil der Oberfläche des Mondes, von dem unsichtbaren absondert. Es würde nehmlich dieses Auge den Bogen EGF ganz übersehen, wenn sich nicht der Theil desselben BF ausser dem von der Sonne erleuchteten Theile des Monds befände. So aber siehet dasselbe nur den Theil desselben EGB: und hieraus ist die Gestalt, in welcher ihm der erleuchtete Theil der Oberfläche des Mondes erscheinet, ohne grosse Schwürigkeit zu beurtheilen; insonderheit da es nicht nöthig ist alles so genau zu nehmen, weil bey der geringen Grösse, in welcher sich uns der Mond zeiget, wir doch nicht alle kleine Veränderungen dieser Erscheinungen wahrnehmen können.

§. 535. Wenn nehmlich aus irgend einem Puncte der Linie LT, die von dem Monde bis an die Erde reichet, eine andere TS nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogen wird, so ist diese Ts der LS beynahe parallel, und demnach der Winkel TLS von der Ergänzung des LTs zu zween rechten Winkeln wenig verschieden. Wird aber T selbst in der Oberfläche der Erde genommen, so ist der Winkel LTs derjenige, welchen eine von diesem Puncte T nach dem Mittelpuncte des Monds L gezogene gerade Linie TL mit der von demselben nach der Mitte der Sonne laufenden Ts einschliesset, und dieser Winkel, oder der Bogen welcher ihn misset, kan gar wol der scheinbare Abstand des Mondes von der Sonne, oder dieser von jenem, genennt werden. Nun aber wird der Winkel TLS durch den Bogen CG gemessen, welcher dem BF gleich ist, also misset $ECGB$, die Ergänzung dieses Bogens BF zu dem halben Umkreise, den scheinbaren Abstand LTs, und dieser Bogen EGB, ist dem Auge, welches wir in der LT weit genug von L entfernet angenommen haben, in der durch SL und LT gelegten Fläche, sichtbar.

§. 536. Es erscheinet aber der Bogen EGB diesem Auge kaum anders, als ihm die gerade Linie EH erscheinen würde, welche aus dem halben Durchmesser des Mondes LE, und aus LH, dem Cosinus des Bogens FB oder EGB,

zusam-

zusammengesetzt ist. Der ganze von der Sonne erleuchtete und zugleich gegen das Auge gekehrte Theil der Oberfläche des Mondes aber erscheinet dem Auge als eine auf die Fläche *EF* gebrachter orthographischer Entwurf, welcher aus der Hälfte einer mit dem Radius *LE* beschriebenen Scheibe, und aus einer daran gesetzten halben Ellipse bestehet, deren grössere Axe halb genommen eben der *LE*, die Hälfte der kleinern aber der *LH* gleich ist. Es wird nehmlich angenommen, daß die Lichtstrahlen, vermittelst welcher wir den Mond sehen, sämtlich der *EF* perpendicular sind. Dadurch wird allerdings der orthographische Entwurf der durch *LB* vorgestellten halben Scheibe zur Hälfte einer Ellipse, deren Axen die angezeigten Grössen haben, und die ganze Gestalt des Mondes ist in dem Falle, welcher vor uns lieget, da nehmlich der Winkel *TLS* spitzig, und die scheinbare Entfernung des Mondes von der Sonne grösser ist, als ein Quadrant, aus der halben Scheibe *MENL* (*T. VI. Fig.* 103.) und aus der halben Ellipse *MHNL* zusammengesetzt. T. VI. Fig. 102. T. VI. Fig. 103.

§. 537. Der zweite Fall aber, in welchem die Entfernung des Mondes von der Sonne kleiner ist, als ein Quadrant, kan durch eben die Zeichnung vorgestellet werden, wenn nur die *LS* durch *D* nach *R* verlängert wird, und man sich die Sonne an dieser Seite *R* vorstellet, indem die Erde noch immer ihren Ort in der verlängerten *LT* behält. Wird alsdenn *Tr* nach dem Mittelpuncte der Sonne zu gezogen, so ist der Winkel *LTr* die scheinbare Entfernung des Mondes von der Sonne, und dieser Winkel ist spitzig, *RLT* aber stumpf. Es ist aber *ACB* nun nicht mehr der erleuchtete, sondern der finstere Theil des Umkreises *ACBD*, und das Auge siehet von dem erleuchteten Theile desselben *ADB* nicht mehr, als den Bogen *FB*, welcher vorher finster war. Also ist auch in der 103ten Zeichnung *MENH* nicht mehr der Entwurf des erleuchteten, sondern des gegen das Auge gekehrten finstern Theils der Oberfläche des Mondes; und *MFNH*, so in dem vorigen Falle finster war, ist der Entwurf des nunmehro erleuchteten Theils derselben; welcher demnach entstehet, wenn man aus der halben Scheibe *MFNL* die halbe Ellipse *MHNL* herausschneidet. Die Hälfte der kleinern Axe dieser Ellipse ist auch hier der Cosinus der Entfernung des Mondes von der Sonne, zu dem Radius *LM*, weil beyde Winkel bey *T* (*T. VI. Fig.* 102.) eben den Cosinus haben. Wird dieser Winkel *T* gerade, welches geschiehet, wenn *LT* in die *AB* fält, und die Entfernung des Mondes von der Sonne T. VI. Fig. 102.

 durch

T. VI. Fig. 103. durch einen Quadranten gemessen wird, so verschwindet der Cosinus dieser Entfernung, und mit demselben *LH* samt der halben Ellipse *MHNL* (*T. VI. F.* 103.), so daß blos die Hälfte der Scheibe *MENL* oder *MFNL* übrig bleibt, welcher die Gestalt des Mondes angiebt. Fällt aber *LT* in die *RS*, so siehet man auch blos aus der Zeichnung, daß die Gestalt des erleuchteten oder finstern Theils des Mondes, welche uns alsdenn erscheinet, oder erscheinen würde, wenn sie Licht hätte, eine volle Scheibe seyn werde.

§. 538. Indem nun der Mond in seinem Kreise, von der Linie *TS* (*T. VI. Fig.* 104.), die von der Erde *T* nach dem Mittelpuncte der Sonne läuft, von Abend gegen Morgen gehet, so wird der Winkel *LTS*, welcher anfänglich gar keine, oder doch eine unbeträchtliche Grösse hatte, nachdem bey *N* der Mittelpunct des Mondes entweder genau durch die Linie *TS* hindurch gieng, oder etwas von derselben, nach der mittägichen oder mitternächtigen Seite der Ecliptic abwich; es wird, sage ich, der Winkel *LTS* immer größer und größer, bis er endlich, wenn der Mond bey *P*, in der nach dieser Seite verlängerten *TS* anlangt, die Hälfte des Umkreises zu seinem Maasse bekomt. Von dieser Grösse nimt der Winkel *LTS* an der andern Seite der Linie *PS* wieder ab, und verschwindet, oder wird doch unbeträchtlich, indem der Mond bey *N* anlangt. Dadurch bekomt die halbe Ellipse, welche in der 103ten Zeichnung an eine halbe Scheibe angesetzt, oder aus derselben geschnitten werden muß, um die Gestalt, in welcher der Mond erscheinet, herauszubringen, nach und nach eine jede Breite *LH*, und es ereignet sich jede Gestalt in einem Monathe zweymal, zuerst in dem Zunehmen, und zuletzt in dem Abnehmen des Mondes, ausser dem Volmonde und Neumonde, deren jeder in jedem Monathe nur einmal erscheinet. Bey dem Stande des Mondes, welcher mit L^1 und L^4 bezeichnet ist, sehen wir den Mond wie *MFNH*; bey L^2 und L^3 wie *MENH*, und bey Q^1 oder Q^2, wie eine halbe Scheibe.

T. VI. Fig. 104.

Scheinbare Bewegung des Mondes um die Erde.

§. 539. Setzen wir nun zu dieser Bewegung des Mondes, mit welcher derselbe sich immer von Abend gegen Morgen von der Sonne entfernet, und an der Abendseite derselben nähert, die bereits angenommene Bewegung der Erde, mit welcher sich diese in vier und zwanzig Sternstunden einmal um ihre Axe herumdrehet; um dadurch die Bewegung zu erklären mit welcher die Sonne samt allen

allen übrigen himlischen Körpern, durch eine von Morgen nach Abend gerichtete T. VI. Fig.
Bewegung, Kreise zu beschreiben scheinen, deren Flächen der Fläche des Gleichers 104.
parallel liegen: so sehen wir leicht, warum wir diese Bewegung an dem Monde ebenfals wahrnehmen. Da nehmlich seine Bewegung von Abend gegen Morgen viel langsamer ist, als das Drehen der Erde nach eben der Seite, so muß, indem sich die Erde dergestalt drehet, der Mond immer mehr und mehr, an der Abendseite einer jeden Mittagsfläche, zurückbleiben. Weil aber dieser Bewegung des Mondes, die wir als blos scheinbar ansehen müssen, so lange wir das Drehen der Erde vor wahr halten, die andere Bewegung desselben, mit welcher er sich von der Sonne nach der Morgenseite entfernet, entgegen ist: so folget, daß jeder Zeitraum, der sich von dem Augenblicke anfängt, in welchem der Mond durch die Mittagsfläche eines Orts gehet, und sich mit dem unmittelbar darauf folgenden Durchgange endiget, immer länger seyn müsse, als ein natürlicher Tag, dessen Anfang und Ende durch den Durchgang des Mittelpunctes der Sonne durch eben die Fläche bestimmet wird. Der Mond beweget sich von der Sonne bis wieder an dieselbe beynahe in $29\frac{1}{2}$ Tägen, welches so viel ist als 59mal 12 Stunden. Er entfernet sich also in 24 Stunden um 12 Grade und beynahe 12 Minuten von derselben, welche zwölf Grade und zwölf Minuten ohngefehr 48 bis 49 Minuten Zeit brauchen würden, durch die Mittagsfläche zu kommen, wenn die Bahn des Mondes dem Gleicher parallel wäre. Dadurch wird der Zeitraum, welcher zwischen zween unmittelbar auf einander folgenden Durchgängen des Mondes durch eben die Mittagsfläche verfliesset, beynahe auf 24 Stunden und 48 Minuten des natürlichen Tages gesetzt, und der vier und zwanzigste Theil dieser Zeit übertrift eine Stunde des natürlichen Tages beynahe um 2 Minuten.

§. 540. Bey der Erklärung der Erscheinungen, welche theils von dem Drehen der Erde, und theils von der würklichen Bewegung des Mondes in Absicht auf die Sonne, herrühren, darf dieser Ueberschuß der Zeit des scheinbaren Umlaufs desselben von einer Mittagsfläche bis wieder an denselben, über die Länge des natürlichen Tages, nicht ausser Acht gelassen werden: auch, wenn man die übrigen Abweichungen, die theils von der ungleichen Bewegung des Mondes in seiner Bahn herrühren, und theils davon, daß er innerhalb den angezeigten Gränzen bald nach Mittag und bald nach Mitternacht von der Ecliptic abweichet,

T. VI. Fig. 104. indessen bey Seite setzet. Mit Vorbehaltung dieser Verbesserungen ist es zu verstehen, wenn gesagt wird, daß (*T. VI. Fig.* 104.) der Neumond N mit der Sonne zugleich auf und untergehe. Denn in der rechten Strenge gehet er später als die Sonne unter, wenn er mit derselben zugleich aufgehet, weil er eine längere Zeit braucht einen Tagebogen zu durchlaufen, welcher mit dem von der Sonne beschriebenen beynahe einerley ist. Auf eben die Art sind die übrigen dergleichen Ausdrücke zu erklären, welche nur das gröbere der Erscheinungen angeben sollen.

§. 541. Der Volmond P stehet der Sonne gerade entgegen. Er gehet also auf, wenn die Sonne untergehet, und erst nach dem Aufgange der Sonne wieder unter, so daß er sich die ganze Nacht durch über dem Horizonte zeiget, und uns leuchtet. Ueberhaupt beschreibt der Mond bey diesem Stande beynahe eben den Tagebogen, welchen die Sonne beschreibt, wenn sie sich bey dem ihrem gegenwärtigen Orte entgegengesetzten Puncte der Ecliptic befindet, und hat fast eben die Mittagshöhe. Aus dieser Ursache geniessen wir das Licht des Mondes im Winter am meisten, und er ist zu der Zeit eine viel längere Zeit sichtbar, als im Sommer, wenn wir nehmlich alle Stunden der Nacht, in welchen er scheinet, zusammen nehmen. Denn so lang der Mond zwar nicht ganz vol ist, aber doch zwischen L^2 und L^3 uns beynahe cirkelrund erscheinet, wird der Theil der Nacht, welchen er erleuchtet, nicht viel kleiner gefunden; zumalen wenn man noch, wie geschehen muß, zu jeder Stunde dieses Theils, zwo Minuten zusetzet. Zur Zeit des Volmonds giebt eine richtig gestelte Sonnenuhr, durch den Schatten ihrer Axe, die Stunde der Nacht mit einer desto grössern Richtigkeit an, je weniger diese Stunde von dem eigentlichen Zeitpuncte des Volmondes entfernet ist.

§. 542. Befindet sich der Mond bey Q^1 im ersten Viertel, da er von der Sonne um drey Zeichen nach der Morgenseite entfernet ist; so beschreibet er beynahe eben den Tagekreis, welchen die Sonne nach drey Monathen beschreiben wird, weil sie in dieser Zeit ohngefehr eben so weit in der Ecliptic fortrücket. Es ist aber der Mond nicht in dem ganzen Theile dieses Kreises, welcher über dem Horizonte stehet, sichtbar: denn wir sehen ihn nicht, oder achten wenigstens seiner wenig, so lang uns die Sonne leuchtet. Gehet aber die Sonne unter, so befindet sich der um drey Zeichen von derselben entfernte Mond immer in der Gegend der Mittagsfläche. Daselbst erscheinet er uns also zuerst, und zwar an der Abendseite dieser Fläche, wenn sich die Sonne zu der Zeit in der nordlichen Hälfte der Ecliptic befindet, und an ihrer Morgenseite, wenn der Ort der Sonne eines der mittägigen Zeichen ist; und wir sehen den Mond bey diesen Umständen desto mehr von unserm Mittagskreise entfernet, je mehr zu der Zeit die Sonne von der Fläche des Gleichers abweichet. Alles dieses ist leicht genug einzusehen, wenn man der Einbildungskraft mit einer Himmelskugel zu Hülfe komt, indem man, wie hier noch zur Zeit geschiehet, den Mond sich ebenfals in der Fläche der Ecliptic bewegen läßt. Es komt alles auf die Lage der Pole dieses Kreises an, in welchen sie sich, bey dem Untergange der Sonne, in Absicht auf den Horizont befinden: denn durch diese muß die Verticalfläche gelegt werden, welche die zur Zeit des Untergangs der Sonne über den Horizont stehenden Hälfte der Ecliptic in zween Quadranten theilen soll. Und auf eben die Art können wir überschlagen, wie lange uns ohngefehr der Mond leuchten werde, wenn er sich ausser Q^1 bey L^1 oder L^2 befindet; nachdem die Sonne diesen oder jenen Ort in der Ecliptic einnimt. Ueberhaupt sehen wir den Mond nicht aufgehen, so lang er sich von N durch $L^1Q^1L^2$ von der Sonne entfernet, sondern wir erblicken ihn beym Untergange der Sonne, oder kurz vorher, zuerst in einer grössern oder kleinern Höhe über dem Horizonte, und zwar so, daß sein cirkelrunder Theil, der immer gegen die Sonne gekehret seyn muß, gegen Abend lieget. T. VI. Fig. 104.

§. 543. Ist aber der Mond in seinem letzten Viertel bey Q^2, so gehet er vor der Sonne auf, und beschreibt über dem Horizonte beynahe eben den Tagebogen, welchen die Sonne drey Monathe vorher beschrieb. Er ist uns aber mit seinem Lichte nicht länger, als bis zum Aufgange der Sonne nützlich; in welchem Zeitpuncte er sich an der Morgenseite der Mittagsfläche, und desto mehr von derselben entfernt befindet, je mehr die Sonne von der Fläche des Gleichers nach dem Nordpole abweichet: da im Gegentheil, wenn die Abweichung der Sonne von dem Gleicher mittägig ist, der Mond vor dem Aufgange der Sonne die Mittagsfläche bereits verlassen, und sich von derselben desto mehr nach der Abendseite entfernet hat, je näher sich die Sonne an dem Südpole befindet. Wir sehen nunmehr den Mond nicht untergehen: und eben dieses ist auch zu sagen, so lange sich derselbe von P durch $L^3Q^2L^4$, in der zweiten Hälfte seiner Bahn, der Sonne nähert. Befindet er sich bey L^3, so ist der Zeitpunct seines

Aufgangs

T. VI. Fig. 104. Aufgangs mehr von dem Aufgange der Sonne entfernet, als bey Q^2; und bey L^4 erfolgt dieser in einer kürzern Zeit nach jenen. Der cirkelrunde Theil der Gestalt aber, in welcher der Mond erscheinet, ist nunmehr nach Morgen gekehret, weil sich die Sonne auf dieser Seite aufhält.

Genauere Betrachtung der Bewegung des Mondes.

§. 544. Dieses sind die Erscheinungen, deren Gründe einzusehen eine gröbere Betrachtung des Laufs des Mondes hinlänglich war. Das übrige erfodert eine viel genauere Käntniß desselben, die nicht ohne Schwürigkeit erhalten werden konte. Die ersten Beobachter musten so gar in Verlegenheit seyn, wenn sie den Ort dieses Körpers an dem Sternhimmel anmerken wolten. Es wird derselbe durch die gerade Linie angegeben, welche von dem Mittelpuncte der Erde durch den Mittelpunct des Mondes hindurch gehet: und es ist leicht einzusehen, daß ein jedes anderes in oder bey der Erde angenommenes Punct, welches man anstatt des Mittelpuncts der Erde dazu brauchen wolte, sich zur Bestimmung dieses Orts gar nicht schicken würde. Nun aber befinden wir uns immer in der Oberfläche der Erde, und die von unserm Auge durch den Mittelpunct des Mondes gehende Linie, in welcher wir den Mond sehen, weichet meistentheils von derjenigen, die von dem Mittelpuncte der Erde sich eben dahin erstrecket, gar sehr ab: so daß fast jede Beobachtung des Mondes durch eine starke Parallaxe gebessert werden muß, wenn sie uns den Ort desselben, wie er uns aus dem Mittelpuncte der Erde erscheinen würde, mit der gehörigen Zuverlässigkeit angeben soll. Doch hat ein unermüdeter Fleiß den grösten Theil dieser Schwürigkeiten nach und nach glücklich überwunden.

§. 545. Das erste, so wir zu einer genauern Bestimmung des Laufs des Mondes annehmen müssen ist, daß derselbe, bey jedem monathlichen Umlaufe beynahe in eben der durch den Mittelpunct der Erde gelegten Fläche verharre, so daß, wenn man sich eine ebene Fläche vorstelt, die durch zween verschiedene Puncte, in welchen sich der Mittelpunct des Mondes in zween Zeitpuncten seines monathlichen Umlaufs befunden hat, und durch den Mittelpunct der Erde hindurch gehet, man diese Fläche nur etwas weniges an dem Mittelpuncte der Erde hin und her wanken lassen darf, um durch diese kleine und langsame Veränderung ihrer Lage es dahin zu bringen, daß sie der Mittelpunct des Mondes bey diesem ganzen Umlaufe nicht verlasse. Diese Fläche der Mondbahn schneidet demnach die T. VI. Fig. ebenfals durch den Mittelpunct der Erde gehende Fläche der Ecliptic in einer ge- 104. raden Linie, so die Knotenlinie genennet wird: der Winkel aber, welchen sie mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, beträgt nie weniger als fünf Grade, und nie mehr als fünf Grade und 18 Minuten: welche Veränderung ihrer Neigung gegen die fast völlig unveränderliche Fläche der Ecliptic eine der Folgen ihrer veränderten Lage ist. Und hievon komt es, daß der Mond bey jedem Umlaufe, um 5 Grade und darüber, nach beiden Seiten von der Fläche der Ecliptic abweichet.

§. 546. Bey so gestalten Sachen würde die Bahn, in welcher sich der Mond an dem Sternhimmel rings um uns herum zu bewegen scheinet, uns nicht als ein Cirkelkreis vorkommen, wenn wir sie auch aus dem Mittelpuncte der Erde betrachten könten: weil nehmlich die Theile derselben nicht sämtlich in eben die unbewegte Fläche fallen. Setzen wir aber die angezeigte kleine Veränderung der Lage dieser Fläche bey Seite, so schneidet sie allerdings den Sternhimmel in einem seiner grösten Cirkel, und theilet also die Ecliptic, welche ihren Mittelpunct ebenfals in dem Mittelpuncte der Erde hat, in zwey gleiche Theile, von welcher sie hinwiederum eben so getheilet wird. Einer dieser Theile der scheinbaren Mondbahn fält an die mitternächtige Seite der Ecliptic, der andere aber an die mittägige. Die Puncte, in welchen die beiden Bahnen einander schneiden, sind beiden gemeinschaftlich, und werden die Knoten der Bahn des Mondes genant, die durch die sogenante Knotenlinie mit einander vereiniget werden. Dieses ist der Weg, welchen der Mond an dem Sternhimmel, zwischen denen zwo der Ecliptic parallel liegenden Gränzen, zu nehmen scheinet. Wird, wie gleich anfangs (*T. VI. Fig.* 100.) geschehen ist, der T. VI. Fig. Streifen des Himmels, ausser welchem er von dem Mittelpuncte der Erde niemals 100. gesehen werden kan, eben gebogen, und dadurch in das Rechteck *ab* verwandelt, in welchem *ACB* die Ecliptic ist: so bildet die Bahn des Mondes die wie eine Schlange gekrümte Linie *ADCEB*, deren Theil *ADC* ihre mitternächtige Hälfte ist, und *CEB* die mittägige. Die Puncte *A* und *B* fallen an dem Himmel in eins zusammen, und dieses *A* oder *B* ist ein Knoten der Mondbahn, mit welchem in unserer Zeichnung der mitternächtige Theil derselben seinen Anfang nimt. Er heisset das Drachenhaupt, und wird also bezeichnet ☊: zu der Benennung aber mag eine Vorstellung, wie die gegenwärtige ist, die Veranlassung gegeben haben: denn ein Drache ist nichts anders, als eine grosse Schlange. Der zweite

 Knoten

T. VI. Fig. 100. Knoten ist *C*, bey welchem die Bahn anfängt mittägig zu werden. Dieser heißt der Drachenschwanz, und hat das Zeichen ☋. Der Mond entfernet sich in dem ersten Viertel seiner Bahn *AD* von der Ecliptic, bis fast an die von derselben um 5 Grad 18 Minuten entfernete Gränze *ab*, in dem zweiten Viertel *DC* nähert er sich derselben; in dem dritten *CE* entfernet er sich nach der andern Seite fast eben so weit, und nähert sich ihr wieder in dem Viertel *EB*.

§. 547. Der Ort des Mondes in Absicht auf die Ecliptic wird eben so bestimt, wie dieses bey den übrigen himlischen Körpern geschiehet, die sich ausser derselben befinden. Man stellet sich nehmlich in der um den Mittelpunct der Erde beschriebenen Himmelskugel einen Kreis vor, der durch die beiden Pole der Ecliptic und den Mittelpunct des Mondes hindurchgehet. Da dieser Kreis die Ecliptic nothwendig schneidet, so ist der Punct, in welchem dieses geschiehet, der Ort des Mondes in derselben: sein Abstand aber von dem Anfange der Ecliptic oder dem ersten Puncte des Widders, ist alsdenn die Länge des Mondes: und die Breite desselben ist der Theil eben des durch die beiden Pole der Ecliptic gehenden Kreises, welcher von der Ecliptic bis an den Mond reichet. Verändert der Mond seinen Ort, so gehet gemeiniglich sowol in der Länge als in der Breite desselben eine Veränderung vor, und diese Veränderung ist die Bewegung des Mondes nach seiner Länge oder Breite. Nach einer gewissen Zeit bekomt der Mond seine Länge, die er im Anfange dieser Zeit hatte, wieder; und alsdenn hat er nach der Ecliptic einen ganzen Umlauf gemacht. In dem Augenblicke des Neumondes ist die Länge des Mondes mit der Länge der Sonne völlig einerley, was auch seine Breite seyn mag; und in dem Augenblicke des Volmondes ist die Länge des Mondes um sechs Zeichen grösser oder kleiner, als die Länge der Sonne.

§. 548. Hieraus folgt daß die Zeit, in welcher der Mond in Absicht auf die Ecliptic ganz herum komt, beträchtlich kleiner seyn müsse, als der bisher betrachtete Mondenmonath von 29 Tägen 12 Stunden 44 Minuten und 3 Secunden. Denn wenn der Mond nach der Ecliptic einen ganzen Umlauf gemacht hat, hat er die Sonne noch nicht erreichet, welche indessen fortgerückt ist; und seine Länge ist nothwendig kleiner, als die Länge der Sonne. Indessen ist die mitlere Länge der Zeit, in welcher er diesen Umlauf verrichtet, aus der Länge eines solchen Monaths, leicht zu schliessen. Wir wissen, wieviel die Sonne, nach ihrer mitlern Bewegung, in 29 Tagen 12 Stunden und 44 Minuten fortrücke, indem dieses aus der täglichen Bewegung derselben leicht zu rechnen ist. Es be- T. VI. Fig. trägt nehmlich diese Länge 29 Grade, 6 Minuten und 24 Secunden, oder 100. 104784 Secunden. Sol der Mond, nachdem er bey einem gewissen Puncte seiner Bahn mit der Sonne einerley Länge hatte, dieselbe wieder erreichen, so muß er, ausser dem ganzen Umkreise, noch einen Bogen von so vielen Secunden beschreiben. Nun hält der ganze Umkreis eines Cirkels 1296000 Secunden, welche zu dem berechneten Bogen hinzugethan, 1400784 Secunden für die eigentliche Länge des Bogens geben, die der Mond in der Zeit eines Monaths beschreiben muß. Da also die Bewegung desselben als gleichförmig angesehen wird, so verhält sich die Zahl dieser Secunden 1400784 zu der Zahl 1296000, das ist der Weg eines Monaths zu dem ganzen Umkreise, wie die Zahl der in dem Monathe enthaltenen Zeitsecunden, 2551443, zu der Zahl der Zeitsecunden, welche die Währung eines Umlaufs angiebt. Diese Zahl ist also 2360585, welche 27 Täge, 7 Stunden 43 Minuten und 5 Secunden ausmachen, in welcher Zeit der Mond seinen Umlauf nach der Ecliptic einmal ganz verrichtet. Werden dieser Zeit noch die 6 bis 7 Zeitsecunden zugesetzt, die er braucht, die wenigen Secunden zu beschreiben, um welche indessen der Anfang der Ecliptic zurückgegangen ist, so werden, für die Zeit seines Umlaufs in Ansehung der Fixsterne 27 Täge, 7 Stunden 43 Minuten und 11 Secunden herausgebracht. In vier und zwanzig mitlern Stunden verändert der Mond seine Länge um 13 Grade 10 Minuten und 35 Secunden; und auch hier ist von der mitlern Bewegung desselben die Rede.

§. 549. Der Stand des Mondes, bey welchem seine Länge mit der Länge der Sonne einerley ist, heisset die Conjunction oder Zusammenkunft desselben mit der Sonne, welches Wort auch von andern himlischen Körpern in eben dem Verstande gebraucht wird; ist aber die Länge des Mondes von der Länge der Sonne um sechs Zeichen verschieden, so stehet er in der Opposition oder dem Gegenscheine mit derselben, welches ebenfals von einem jeden andern himlischen Körper bey dem nehmlichen Umstande gesagt werden kan. Beides zugleich, sowol die Opposition des Mondes, als auch seine Conjunction, wird ohne Unterschied mit dem Nahmen einer Syzygie belegt. Die Zeit von einer Conjunction bis zu der nächsten, oder von einer Opposition bis zu der unmittelbar darauf folgenden, heisset Mensis synodicus, der Monath der Zusammenkunft; die Zeit des

T. VI. Fig. 100. ganzen Umlaufs des Mondes aber, oder diejenige, bey deren Anfang und Ende er eben die Länge hat, Mensis periodicus, der Monath des Umlaufs. Jene Zeit ist eben die, so wir uns bisher unter dem Nahmen eines eigentlichen Monaths vorgestelt haben, und wir können ihr denselben lassen, indem wir den periodischen Monath dadurch von demselben unterscheiden, daß wir diesen nur die Zeit des Umlaufs nennen.

Von den Knoten der Mondbahn.

§. 550. Was aber den Ort eines der zween Knoten der Mondbahn anlangt, so kan derselbe bestimmet werden, wenn man nur den Mond in dem Zeitpuncte beobachtet, in welchem er keine Breite hat. Denn alsdann befindet er sich gewiß in einem der Knoten, und seine Länge ist mit der Länge dieses Puncts völlig einerley. Noch genauer wird der Ort des Knotens durch die Länge eines Fixsterns angegeben, der sich in der Fläche der Ecliptic befindet, indem er uns von dem Monde bedecket wird. Zwar hat in beide Erscheinungen die Parallaxe einen starken Einfluß, besonders wenn die Beobachtungen in einer beträchtlichen Entfernung von dem Zenit angestellet werden müssen. Sollen aber zween zu verschiedenen Zeiten beobachtete Stellen eines Knoten nicht weiter gebraucht werden, als dadurch zu bestimmen, um wieviel derselbe in einer gewissen Zeit in der Ecliptic fortrücket; so dürfen, wenn nur die Zeiten der Beobachtungen weit genug von einander entfernet sind, die dadurch herausgebrachten Längen so volkommen richtig nicht seyn. Denn wenn aus dem Bogen der Ecliptic, um welchen sich der Knote in dieser langen Zeit von der Stelle, die er beym Anfange derselben einnahm, entfernet hat, derjenige geschlossen wird, in welchem er in einer viel kürzern Zeit eines Jahres oder Monathes fortgegangen ist, so werden die beym Anfange und dem Ende der langen Zeit etwan begangene Fehler nothwendig verkleinert, welches auch bey allen andern Schlüssen dieser Art statt findet. Es bewegen sich aber die Knoten der Mondbahn, wieder die Ordnung der Zeichen, so geschwind, daß sie in 18 Monathen beynahe ein ganzes Zeichen zurück legen. Eigentlich komt jeder derselben in 18 gemeinen Jahren, 228 Tägen, 4 Stunden, 52 Minuten und 52 Secunden in der Ecliptic ganz herum, und gehet also in einem Tage um 3 Minuten und 11 Secunden zurück. Da also der Mond in eben der Zeit um 13 Grade 10 Minuten, 35 Secunden fortgehet, so entfernet sich derselbe dadurch von seinen Knoten, um die Summe dieser zwo Längen, welche 13 Grade 13 Minuten und 46 Secunden ausmachet.

§. 551.

§. 551. Die richtigste Bestimmung des Orts der Knoten, der mitlern Bewegung derselben und der mitlern Bewegung des Mondes selbst, wird vornehmlich von dem Schatten hergenommen, welche die Erde und der Mond, als dunkele Körper, der Sonne gegenüber werfen. Wäre die Sonne und jeder dieser Körper so klein, daß sein Schatten als eine gerade Linie, ohne Breite oder Dicke betrachtet werden könte: so würde der Schatten der Erde immer ganz in die Fläche der Ecliptic fallen, und keinen Körper treffen, der sich nicht ebenfals in dieser Fläche befindet. Der Schatten des Mondes aber würde nie in der Fläche der Ecliptic anzutreffen seyn, als in dem Augenblicke, in welchem der Mond selbst durch dieselbe hindurch gehet. Es wäre also ein sicheres Merkmal, daß der Mond in der Fläche der Ecliptic sey, wenn entweder sein Schatten die Erde oder der Schatten der Erde den Mond trift; und man dürfte nur in dem Zeitpuncte, in welchem sich dieses zuträgt, den Ort des Mondes oder der Sonne in der Ecliptic ausmachen, um die Stelle eines seiner Knoten zu erlangen. Die dicken Schatten, welche diese Körper bey ihrer beträchtlichen Grösse, der noch viel grössern Sonne entgegen werfen, sind dazu gewisser Maassen noch geschickter. Wir müssen aber diese Schatten, von welchem bereits verschiedenes angemerket worden ist, nun umständlicher betrachten, um dieselbe so sehr als möglich ist zu nutzen. *T. VI. Fig. 100.*

Von dem Schatten der Erde und des Mondes.

§. 552. Es sey (*T. VII. Fig.* 105.) *S* die Sonne, *O* ein dunkler Körper, der Mond oder die Erde, beide kugelrund. Diese Körper *S* und *O* seyn durch ihre Mittelpuncte, und die gerade Linie *SO*, welche diese Puncte mit einander verknüpfet, vermittelst einer Ebene geschnitten, welche von jedem einen seiner grösten Cirkel zum Vorschein bringen wird, wodurch wir in den Stand gesetzet werden von den Körpern selbst zu urtheilen, wenn wir betrachten, daß einerley folgen müsse, man mag die zwo Kugeln so oder anders durch *SO* schneiden, oder auch die Fläche des Schnitts um diese Linie *SO* rings herum kehren. Wird *SO* nach Belieben verlängert und die beide Cirkel berührende *ABCD* gezogen, (welche die verlängerte *SO* in *C* schneiden wird, wenn *O* kleiner ist als *S*, wie wir dieses, der Beschaffenheit der Sache gemäß, annehmen müssen) so wird eine andere durch *C* gezogene Linie, welche die kleinere Scheibe bey *b* berühret, bey ihrer Verlängerung, die grössere ebenfals bey *a* berühren, und den Winkel *SCb* dem *SCB* gleich machen; folgends auch, wenn sie nach dieser Seite verlängert *T. VII. Fig. 105.*

 wird,

T. VII Fig. 105. wird, *dCE* gleich dem *DCE*. Dadurch wird der Raum *BCb* bestimt, welcher, im ganzen genommen, die Gestalt eines geraden Kegels hat, zu welchem *OE* die Axe ist: und diesem Kegel ist bey der Spitze *C* ein anderer Kegel *DCd* entgegen gesetzt, der um eben die Axe ins Unendliche fortlauft.

§. 553. Die Sonne *S* wirft in den Kegel *BCb* gar kein Licht: indem aller übriger Raum um den Körper *O*, wenigstens von einem Theile derselben, erleuchtet wird. Und da jedem weit genug von den Kugeln *S* und *O* entferneten Auge, diese als Scheiben vorkommen, so erscheinen einem Auge, daß dieselbe aus einem Puncte der Axe *OE* betrachtet, die zween Mittelpuncte dieser Scheiben, als ein einziges: zugleich aber erscheinet die Scheibe *O* grösser als die Sonnenscheibe, und bedeckt nicht nur diese, sondern auch einen beträchtlichen Raum um dieselbe, wenn sich das Auge zwischen *O* und *C* aufhält. Wird das Auge genau in *C* gesetzt, so bedeckt die Scheibe *O* die Scheibe der Sonne ganz, und nicht mehr. Befindet sich aber das Auge in dem Theile der Axe *CE*, so erscheinet ihm die Scheibe *O* kleiner als die *S*, und läßt einen um den Mittelpunct der Sonnenscheibe beschriebenen ringförmigen Raum unbedeckt, der desto breiter ist, je weiter sich das Auge von *C* nach *E* entfernet. Sobald das Auge von der Axe *OE* abweichet, fallen die zween Mittelpuncte aus einander, und der eine entfernet sich von dem andern desto mehr, je mehr sich das Auge von *OE* entfernet: die Grössen der Scheiben aber bleiben fast gänzlich die vorigen, wenn die Entfernung desselben von *O* nicht zugleich merklich geändert wird. Hieraus ist leicht einzusehen, in welcher Gestalt die von der dunkeln *O* bedeckte helle Scheibe *S* in jedem Falle erscheinen werde. Wird das Auge in die Linie *BD*, oder sonst in die Oberfläche der Kegel gesetzt, so berühren die Umkreise der Scheiben einander inwendig, indem die Puncte *B* und *A* in eins zusammen zu fallen scheinen.

§. 554. Weil in dem Dreyecke *SBC* der äussere Winkel *ABS* den beiden innern *BSO* und *BCO* gleich ist, so ist der Winkel *BCO*, welchen die Seite des Kegels *BC* mit seiner Axe *OC* einschliesset, der Unterschied der beiden *ABS* und *BSO*. Wenn nun die Linie *AC*, von der *SB*, die den um *O* beschriebenen Cirkel ebenfals berühret, bey *B* geschnitten wird, so ist der Winkel *ABS* derjenige, in welchem ein Auge in *B* den halben Durchmesser der Sonne

sehen

sehen würde, und von dem, in welchem derselbe dem in den Mittelpunct O gesetzten Auge erscheinet, nicht zu unterscheiden: BSO aber ist die Horizontparallaxe der Sonne, wenn der Körper O die Erde ist, und überhaupt der Winkel, in welchem der Halbmesser des Körpers O von einem Auge gesehen wird, welches seinen Stand in dem Mittelpuncte der Sonne hat. Also ist überhaupt der Winkel BCO gleich dem Unterschiede der scheinbaren Halbmesser der Körper S und O, wenn jeder derselben aus dem Mittelpuncte des andern betrachtet wird. T. VII. Fig. 105.

§. 555. Wird aber durch Ff eine Fläche vorgestellet, auf welcher die Axe OC senkrecht stehet, so bildet der auf dieselbe fallende Schatten eine finstere Scheibe, die desto grösser ist, je näher die Fläche Ff an O lieget. Der Mittelpunct dieser Scheibe ist I, und ihr halber Durchmesser HI, in welcher Linie die Fläche von dem Dreyecke BCO geschnitten wird. Diese HI erscheinet einem in den Mittelpunct des dunkeln Körpers O gesetztem Auge, in dem Winkel HOI, welcher dem Unterschiede der beiden Winkel BHO und HCO gleich ist. Der erste dieser Winkel BHO ist von demjenigen, unter welchem der Halbmesser des Körpers O einem Auge in I erscheinen würde, desto weniger zu unterscheiden, je kleiner HI ist; der andere aber HCO oder BCO ist der eben durch die beiden scheinbaren Halbmesser der Körper S und O bestimte Winkel des Kegels. Wird die Axe CE ausser dem Puncte E vermittelst der Fläche Gg eben so geschnitten; so entstehet aus dieser Fläche eine Scheibe, deren Mittelpunct E und der halbe Durchmesser DE ist. Diese Scheibe unterscheidet sich dadurch von der vorigen, daß sie alle Puncte der Fläche Gg in sich begreift, aus welchen der Körper O ganz in der Sonne gesehen wird, so daß jedes anderes Punct der Fläche Gg mehr Licht von der Sonne empfängt, als ein Punct dieser Scheibe. Der Winkel DOE aber, in welchem der Halbmesser dieser Scheibe DE aus O gesehen wird, ist eben so, wie der Winkel HOI, zu berechnen, ausser daß hier der Winkel des Kegels $ECD = OCB$ der grössere ist. Denn in dem Dreyecke OCD ist $ECD = EOD + BDO$, und also $EOD = ECD - BDO$. Dieser Winkel BDO aber lässet sich, wenn ED klein ist, von demjenigen, in welchem der Halbmesser des Körpers O aus E gesehen wird, nicht unterscheiden.

§. 556. Es können noch zwo andere gerade Linien AG und ag gezogen werden, welche die zween um S und O beschriebene Kreise berühren, indem

T. VII. Fig. 105. sie einander zwischen *S* und *O* in der *SE* schneiden. Ist *K* dieser Schneidungspunct, so wird durch den Winkel *GKg* ein anderer gerader Kegel angegeben, dessen Axe in die *SE* fält, und also mit jeder in der Oberfläche des Kegels durch dessen Spitze gezogenen geraden Linie, einen Winkel von der Grösse *EKG* einschliesset. Jedes in diesem kegelförmigen Raume, an der Seite *E* des dunkeln Körpers *O* liegende Punct, ausser den bereits betrachteten, wird nur von einem Theile der Sonne erleuchtet, welcher dem in dasselbe gesetzten Auge als eine ausgeschnittene Scheibe erscheinet, deren Gestalt man sich leicht einbilden kan. Es ist aber dieser Theil der Oberfläche der Sonne desto kleiner, und die ausgeschnittene Scheibe, in deren Gestalt er erscheinet, da wo sie die gröste Breite hat, desto schmäler, je weiter das Auge von der Axe *OE* entfernet ist, und ein in *KG*, oder sonst in die Oberfläche des Kegels gesetztes Auge, sieht die Sonne ganz, indem die Scheiben, welche demselben die Körper *S* und *O* vorstellen, einander blos von aussen berühren, und keine einen Theil der andern decken würde, wenn sie beide sichtbar wären. Aus dieser Ursache wird der kegelförmige Raum, welcher zwischen den Linien *Bg* und *bG* ins Unendliche lauft, der **Halbschatten** des Körpers *O* genennet.

§. 557. Der Winkel *GKE* = *gKE* oder *BKO*, welchen die Seite dieses Kegels *Kg* mit seiner Axe *KE* einschliesset; ist in dem Dreyecke *BKS* der äussere, und also den beiden innern *BSO* und *SBK* zusammen gleich. Der letztere dieser Winkel *SBK* oder *SBa* aber ist von demjenigen, in welchem der Halbmesser der Sonne aus *O* gesehen wird, nicht zu unterscheiden. Also ist, wenn jeder der zween Körper *S* und *O* aus dem Mittelpuncte des andern betrachtet wird, der Winkel *gKE* die Summe der scheinbaren Grössen ihrer Halbmesser. Der Winkel *FOI* aber, in welchem die Hälfte des Durchmessers der von dem Halbschatten auf die Fläche *Ff* geworfenen Scheibe einem Auge in *O* erscheinet, ist die Summe der Winkel *BKO* und *BFO*, welcher letztere, so lang *IF* klein bleibt, und also *OF* die *OI* wenig übertrift, kaum kleiner ist, als der Winkel, in welchem ein in *I* gesetztes Auge den Halbmesser des Körpers *O* siehet. Eben so ist es auch, wenn der Halbschatten auf *Gg* geworfen wird. Der Winkel *EOG*, in welchem der halbe Durchmesser desselben einem Auge in *O* erscheinet, ist die Summe der Winkel *GKE* und *OGK*, welcher letztere wieder kaum kleiner ist, als derjenige, in welchem der Halbmesser des Körpers *O* aus *E* gesehen wird, so lang *OG* die *OE* nicht alzusehr übertrift.

Von

Von dem Schatten der Erde insbesondere.

§. 558. Jst nun der dunkele Körper *O* die Erde, indem der um *ST. VII. Fig.* beschriebene Kreis noch immer die Sonne bedeutet, und man stellet sich mit dem *105.* Halbmesser *OI*, welcher der Entfernung des Monds von der Erde gleich ist, um ihren Mittelpunct *O* eine hohle Kugel beschrieben vor; so kan ein kleiner Theil der ebenen Fläche *Ff* rings um *I* als ein Theil der Oberfläche dieser Kugel angesehen werden, und man kan annehmen, daß die Erde den cirkelrunden Schatten, dessen Mittelpunct *I* und der Halbmesser *IH* ist, selbst in diese gekrümte Oberfläche werfe. Alsdenn ist der Winkel *BSO* die Horizontparallaxe der Sonne, *BHO* aber von der Horizontparallaxe des Mondes kaum zu unterscheiden, da *H* von *I* so gar wenig entfernet ist: demnach ist, bey dem Schattenkegel, der Winkel *BCO* gleich dem Ueberschuße des aus *B* oder *O* gesehenen scheinbaren halben Durchmessers der Sonne *ABS* über die Horizontparallaxe derselben *BSO*, und es wird nur um die 8,7 Secunden gefehlt, die diese Parallaxe ausmachen, wenn man den Winkel des Kegels *BCO* dem scheinbaren Halbmesser der Sonne gleich setzet. Der Winkel *HOI* aber, in welchem der Halbmesser der Schattenscheibe aus dem Mittelpuncte der Erde *O* gesehen wird, bleibt übrig, wenn man von der Horizontparallaxe des Mondes *BHO*, den Winkel des Kegels *HCO* abziehet, das ist, wenn man von der Horizontparallaxe des Mondes den scheinbaren Halbmesser der Sonne wegnimt, und, wenn auf das genauste verfahren werden soll, dem Ueberschuße die Horizontparallaxe derselben zusetzet.

§. 559. Alle diese Dinge müssen für eben den Zeitpunct bekant seyn, für welchen der scheinbare halbe Durchmesser des Schattens berechnet werden soll. Jm Mittel hält der scheinbare halbe Durchmesser der Sonne 16 Minuten und 3 bis 4 Secunden, das ist 964 Secunden. Wird also die Horizontparallaxe derselben noch immer auf 8,7 Secunden gesetzt, so bekomt der Winkel bey dem Kegel *BCO* 16 Minuten und 12,7 Secunden, oder 972 Secunden. Die mitlere Horizontparallaxe des Mondes hält 57 Minuten und 26 Secunden, und also der scheinbare Halbmesser des Schattens, beynahe 41 Minuten, 14 Secunden, oder 2474 Secunden. Wird nun mit demselben der halbe Durchmesser des Mondes selbst, welcher im Mittel auf 15 Minuten und 45 Secunden, oder 945 Secunden gesetzt wird, gehörig verglichen, so zeigt sich, daß der scheinbare

T. VII. Fig. 105. Halbmesser des Schatten sich zu dem scheinbaren Halbmesser des Mondes, wie 55 zu 21 verhalte, das ist, wie etwas mehr als 2,6 zu 1

§. 560. Der Kegel *BCb* würde ganz ohne Licht, und folgends die Scheibe des Schattens, welche wir betrachten, völlig dunkel seyn, wenn nicht die Erde in Luft eingehüllet wäre. Da aber dieses ist, so gehen nur die Lichtstrahlen bey derselben in gerader Linie vorbey, welche gar nicht in die Luft eindringen, sondern diese aufs höchste nur berühren; alle übrigen werden einwärts gebrochen. Und wenn der Strahl *ABCD* völlig gerade seyn soll, so muß man sich vorstellen, daß er einer von diesen die Luftkugel blos berührenden Strahlen sey. Alle übrigen Strahlen, die in einer geringern Entfernung von der Erde durch die Luft durchdringen, werden einwärts gebrochen, und dadurch wird in den Kegel *BCb*, und in die Schattenscheibe um *I*, Licht gebracht, welches sonst nicht dahin kommen konte. Es ist aber die Brechung dieser Strahlen verschieden, nachdem der Weg, welchen sie in der Luft machen müssen, länger oder kürzer ist, und es werden diejenigen, welche ganz an der Oberfläche der Erde in der Luft fortgehen, am allermeisten gebrochen. Wir wissen beynahe, wie stark ein solcher Strahl, welcher an der Oberfläche der Erde dem Horizonte parallel läuft, gebrochen worden sey, indem er von irgend einem der himlischen Körper bis dahin gekommen ist, welchen wir alsdenn in dem Horizonte sehen. Es wird nehmlich der Winkel, um welchen der Strahl durch diese Brechung von seinem geraden Wege abgebracht wird, auf 32 Minuten und 24 Secunden gesetzt. Nun wird der Strahl, indemer sich wieder von der Erde entfernet, nach eben der Seite eben so stark gebrochen. Es beträgt also der ganze Winkel, um welchen er von der geraden Linie, nach welcher er sonst fortgegangen wäre, bey seinem Durchgange durch die Luft abgebracht wird, zweimal so viel, das ist 1 Grad, 4 Minuten und 48 Secunden; und wenn *BC* der ungebrochene, *BL* aber der bey *B* am meisten gebrochene Strahl ist, so hat der Winkel *CBL* oder *HBL* diese angezeigte Grösse. In diesem Winkel wird der Bogen *HL*, in welchen alle in der Ebene der Zeichnung bey *B* gebrochene Strahlen fallen, aus *B* oder *O* gesehen, und es kan gesagt werden, daß dieser Bogen *HL* selbst 1 Grad 4 Minuten und 48 Secunden halte. Es ist also deselbe viel grösser als der halbe Durchmesser der Schattenscheibe *HI*, welcher nicht rehr als 41 Minuten und 14 Secunden enthält; woraus folgt, daß diese um *I* beschriebene Scheibe, von dem in der Luft

gebro-

gebrochenen Lichtstrahlen über und über, wiewol nicht eben stark, erleuchtet werde. T. VII. Fig. 105.
Die Rede ist von dem, so bey den angenommenen mitlern Maassen erfolgen kan, und in den allermeisten Fällen würklich erfolgen muß. Weil aber diese Grössen veränderlich sind, und die in der Luft sich aufhaltende Dünste die Durchsichtigkeit derselben öfters gar sehr vermindern; so kan es auch Fälle geben, in welchen *HL* kleiner ist, als *HI*, und in die mit dem Halbmesser *HI* um *I* beschriebene Scheibe so wenig Licht fält, daß unsere an die Oberfläche der Erde gebundene Augen dasselbe kaum oder gar nicht merken können. Ueberhaupt wird diese Scheibe durch unsere Luft, welche nie alle Lichtstrahlen durchläßt, etwas größer gemacht, als sie sonst seyn würde, und man kan den Zuwachs, welchen ihr Halbmesser dadurch erhält, immer auf dessen vierzigsten Theil setzen. Das Licht nimt bey dem Umfange derselben nach und nach ab, welches eine genauere Bestimmung unnöthig machet.

Von dem Schatten des Mondes insbesondere.

§. 561. Ist nun aber die um *O* beschriebene Kugel der Mond, so ist der Winkel *BSO* derjenige, in welchem sein halber Durchmesser aus der Sonne gesehen wird, welchen wir oben (533) kleiner gefunden haben, als $2\frac{1}{2}$ Secunden. In dem Winkel *ABS* aber würde ein in den Mittelpunct des Mondes gesetztes Auge den halben Durchmesser der Sonne sehen, und dieser ist in dem Falle, um welchen es uns hier zu thun seyn wird, da nehmlich der Mond zwischen der Sonne und der Erde stehet, um den 396sten Theil größer als derjenige, in welchem eben der Halbmesser aus dem Mittelpuncte der Erde gesehen wird. Denn um so viel ist alsdenn der Mond der Sonne näher, als die Erde. Da nun der gröste Winkel, in welchem der halbe Durchmesser der Sonne von der Erde gesehen wird 16 Minuten und 20 Secunden, das ist, 980 Secunden beträgt (314), so hält der Ueberschuß des Winkels *ABS* bey dem Monde, über den aus dem Mittelpuncte der Erde gesehenen scheinbaren Halbmesser der Sonne, noch nicht gar $2\frac{1}{2}$ Secunden. Es ist also der Winkel zu dem Schattenkegel *BCO*, demjenigen, unter welchem ein in den Mittelpunct der Erde gesetztes Auge den halben Durchmesser der Sonne siehet, sehr genau gleich. Denn eigentlich ist $BCO = ABS - BSO$. Es übertrift aber der Winkel *ABS* den aus dem Mittelpuncte der Erde gesehenen halben Durchmesser der Sonne um $2\frac{1}{2}$ Secunden, welche beynahe auch den Winkel *BSO* messen. Nun könte aber der Unterschied dieser zween Winkel nicht so klein seyn, wenn der Mittelpunct der Erde, indem der

T. VII. Fig. 105. Mond zwischen derselben und der Sonne durchgehet, von der Spitze des Schattenkegels C, sonderlich entfernet bliebe.

§. 562. Wenn also Ff eine durch den Mittelpunct der Erde gelegte Fläche vorstellet, auf welche der Schatten des Mondes fält, und weil diese Fläche der Axe des Schattens perpendicular ist, in derselben eine dunkle Scheibe bildet: so ist der Winkel HOI, in welchem der Halbmesser dieser Scheibe aus dem Mittelpuncte des Mondes gesehen wird, gleich dem Ueberschuße des scheinbaren halben Durchmessers des Mondes, über den scheinbaren halben Durchmesser der Sonne, wenn beide aus dem Mittelpuncte der Erde betrachtet werden: denn es ist immer $HOI = BHO - BCO$. Es muß demnach der erstere dieser Winkel grösser seyn als der letztere, wenn der Schatten des Mondes würklich die Fläche Ff erreichen, und von dieser geschnitten werden soll. Sind die beiden Winkel einander gleich, so fält nur die Spitze des Schattens in diese Fläche. Ist aber der scheinbare Halbmesser der Sonne grösser als der scheinbare Halbmesser des Mondes, so liegt die durch den Mittelpunct der Erde gelegte Fläche ausser der Spitze des Schattens C, so wie Gg, und der Ueberschuß des Halbmessers der Sonne über den Halbmesser des Mondes misset den Winkel EOD, in welchem ED, der halbe Durchmesser der um E zu beschreibenden Scheibe erscheinet, deren Umkreis alle Puncte der Fläche Gg einschliesset, aus welchen ein dahin gesetztes Auge den Mond noch ganz in der Sonnenscheibe siehet. Da der gröste scheinbare halbe Durchmesser der Sonne 16 Minuten und 20 Secunden hält: der kleinste aber nur 15 Minuten und 47 Secunden; der gröste scheinbare Halbmesser des Mondes aber oben (527) auf 16 Minuten und 52 Secunden, und der kleinste auf 14 Minuten und 52 Secunden gesetzt worden ist: so kan der halbe Durchmesser des Mondes sowol grösser als kleiner seyn, als der halbe Durchmesser Sonne, und es haben alle diese Fälle, mit den daraus folgenden Erscheinungen, zu gewissen Zeiten statt. Ist der scheinbare Durchmesser des Mondes so groß als er werden kan, der scheinbare Durchmesser der Sonne aber hat seine geringste Grösse, so hat der Winkel HOI beynahe 1 Minute. Ist aber der scheinbare Durchmesser des Mondes der kleinste, und der scheinbare Durchmesser der Sonne der gröste, so steigt der Winkel DOE bis auf 1 Minute und 35 Secunden. Der erste dieser Winkel ist beynahe der 57ste Theil der Horizontparallaxe des Mondes. Da also diese Parallaxe zugleich

gleich der Winkel ist, in welchem der halbe Durchmesser der Erde aus dem Mittelpuncte des Mondes gesehen wird: so ist auch der Halbmesser der Scheibe, welche einem in den Mittelpunct des Mondes gesetzten Auge die Erde vorstellen würde, bis 57mal grösser, als der Halbmesser des Schattens *HI*, und eben so leicht läßt sich auch der gröste Halbmesser *ED* mit dem halben Durchmesser der Erde vergleichen. Meistentheils aber sind beide Halbmesser *HI* und *ED*, in Absicht auf den halben Durchmesser der Erde, fast blosse Puncte. T.VII. Fig. 105.

§. 563. Der Winkel des Halbschattens *BKO* ist die Summe der Winkel *SBK* oder *SBa* und *BSO*, deren ersterer derjenige ist, in welchem der halbe Durchmesser der Sonne aus dem Monde gesehen wird, der letztere aber die scheinbare Grösse des aus dem Mittelpuncte der Sonne betrachteten Halbmessers des Mondes. Es übertrift also eigentlich der Winkel *BKO* denjenigen, in welchem der halbe Durchmesser der Sonne aus dem Mittelpuncte der Erde gesehen wird, um ohngefehr zweymal $2\frac{1}{2}$, das ist, um 4 bis 5 Secunden. Man kan diesen kleinen Ueberschuß weglassen, und auch den Winkel *BKO* demjenigen, in welchem der halbe Durchmesser der Sonne der Erde erscheinet, gleich setzen. Alsdenn wird der Winkel *FOI*, in welchem der halbe Durchmesser des auf die Fläche *Ff* geworfenen Halbschattens *FI* einem in den Mittelpunct des Mondes *O* gesetzten Auge erscheinen würde, welcher immer den beiden Winkeln *BKO* und *BFO* gleich ist, die Summe der aus dem Mittelpuncte der Erde betrachteten scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes. Diese Summe beträgt im Mittel 31 Minuten und 48 Secunden, das ist 1908 Secunden, indem die mitlere Horizontparallaxe des Mondes, oder der Winkel, in welchem dem Mittelpuncte desselben der Halbmesser der Erde erscheinet, 3446 Secunden hält. Die Vergleichung dieser Zahlen weiset, das der erstere dieser Winkel in dem letzteren 1,8mal enthalten sey; und eben so verhält sich auch der halbe Durchmesser des auf die Fläche *Ff* geworfenen Halbschattens, zu dem halben Durchmesser der Erde. Jener Halbmesser ist nicht viel grösser als die Hälfte des halben Durchmessers der Erde, oder der vierte Theil ihres ganzen Durchmessers. Eigentlich hält der Halbmesser des auf die Fläche *Ff* geworfenen Halbschattens bey seiner mitlern Grösse 0,58 des halben Durchmessers der Erde, es mag nun diese Fläche an die eine oder an die andere Seite der Spitze *C* fallen.

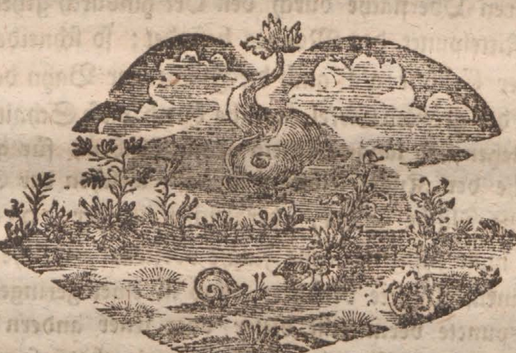
Bedeckung der Sonne durch den Mond.

T. VII. Fig. 105. §. 564. Wenn die in einen der Durchmesser des Halbschattens *IF* fallende *HF*, so zwischen den zween Strahlen *aF* und *AH* lieget, deren einer von dem Puncte *a* des Durchmessers der Sonne *Aa*, der andere aber von dem gerade entgegen gesetzten *A*, dergestalt gezogen ist, daß sie den Mond bey *B* berühret: wenn, sage ich, diese *HF* bey *M* nach Belieben getheilet, und die *MN* gezogen wird, welche den Mond ebenfals berühret, so wird der Durchmesser der Sonne vermittelst des Puncts *N*, sehr genau in eben der Verhältniß *FM* : *MH* getheilet, weil *MN* bey *B* ohne einen merklichen Fehler durch eben das Punct durchgehen muß, in welchem die *AH* und *aF* einander schneiden. Demnach ist auch *NA* ; *Aa* = *FM* : *FH*. Nun aber ist *Na* derjenige Theil des Durchmessers der Sonne, welcher einem in *M* gesetzten Auge von dem Monde bedecket wird, so daß dasselbe an der Seite, an welcher es in Absicht auf *H* lieget, nur den Theil des Durchmessers *AN* sehen kan. Wird also *FH* in eine beliebige Zahl gleicher Theile getheilet, die gemeiniglich zwölfe ist, so ist aus der Anzahl dieser Theile, die zwischen *F* und *M* fallen, die Grösse des dem Auge in *M* von dem Monde bedeckten Theils des Durchmessers der Sonne leicht zu schliessen. Und man siehet, daß alles sich eben so verhalten werde, wenn die Schattenscheibe ausser *C* fält, und also *E* den Mittelpunct derselben vorstellet: wiewol hier anstatt des Puncts *H*, *D* genommen werden muß, so an der andern Seite des Mittelpuncts *E* lieget. In diesem Falle ist die anstatt der *HF* zu gebrauchende *Dg* die Summe aus *Eg* + *ED*, dem halben Durchmesser des Halbschattens, und des kleinen Kreises, welcher alle Puncte einschliesset, aus welchen der Mond ganz in der Sonne gesehen wird, gleich; da in dem vorigen *FH* der Ueberschuß des halben Durchmessers des Halbschattens über den halben Durchmesser des Schattens gleich war.

T. VII. Fig. 106. §. 565. Ist nun (*T. VII. Fig.* 106.) *Na*, die Grösse des von dem Monde bedeckten Theils des Durchmessers einer nach Belieben angenommenen Scheibe *Aa*, welche die Sonne vorstellen soll, durch die Lage eines Puncts *M* in der Schattenscheibe, dergestalt bestimmet worden; so wird die Grösse und Gestalt des von dem Monde bedeckten Theils dieser Scheibe selbst angegeben, wenn man nur durch das Punct *N*, bey welchem sich der verdeckte Theil des Durchmessers endiget, mit einem Radius *NL*, der sich zu dem Radius der Sonnenscheibe *AS*,

wie

wie der scheinbare Halbmesser des Mondes zu dem scheinbaren Halbmesser der Sonne verhält, einen andern Kreis so beschreibet, wie es die Zeichnung auf dem ersten Anblick zu erkennen giebt. Uebrigens können die Sätze von den Schatten runder Körper, welche hier nur auf die Erde und den Mond angewendet worden sind, auch zur Bestimmung der Schatten der übrigen himlischen Körper gebraucht werden, welche ihr Licht von der Sonne erhalten, und uns blos vermittelst desselben sichtbar werden. Denn diese werfen nothwendig einen Schatten der Sonne gegen über, welcher, wenn der dunkle Körper kleiner ist als die Sonne, sich in einer Spitze endiget, und von einem Halbschatten umgeben wird, der ins Unendliche lauft. Die Grössen aber, welche bey diesem Schatten zu betrachten sind, hangen, wie bey dem Monde und der Erde, blos von der Grösse des erleuchteten Körpers, der Grösse der Sonne, und von dem Zwischenraume zwischen beiden ab. T. VII. Fig. 106.



Der

Der
Astronomischen Vorlesungen
neunter Abschnitt.
Von den Mondfinsternissen.

Durchgang des Monds durch den Erdschatten.

§. 566.

Die Axe des Schattens der Erde fält immer in die Fläche der Ecliptic, in welcher sich sowol der Mittelpunct der Sonne, als der Mittelpunct der Erde befindet. Stellet man sich nun um den Mittelpunct der Erde eine Kugel beschrieben vor, deren Oberfläche durch den Ort hindurch gehet, in welchem sich zu der Zeit der Mittelpunct des Mondes befindet; so schneidet diese Oberfläche sowol die Fläche der Ecliptic als auch die Fläche der Bahn des Mondes, und man kan die Bogen der größten Cirkel, welche durch diese Schnitte in der Oberfläche der Kugel entstehen, so lange sie klein genug bleiben, für gerade Linien, den Theil der Oberfläche der Kugel selbst aber, auf welchen der Schatten der Erde
T. VII. Fig. 105. fält, für eine ebene Fläche halten, dergleichen in der 105ten Zeichnung die *Ff* war: und wenn man sich eine ebene Fläche vorstellet, welche die Oberfläche der Kugel bey irgend einem Puncte berühret, und in einer geringen Entfernung von diesem Berührungspuncte vermittelst dieser oder jener andern Fläche geschnitten wird, die zugleich durch den Mittelpunct der Kugel gehet; so werden verschiedene Umstände noch deutlicher. Denn in dieser kleinen Entfernung fält die berührende Fläche mit der Oberfläche der Kugel beynahe zusammen, so sehr sie sich auch nach und nach von derselben entfernen mag: wenigstens können unsere Sinnen keinen Unterschied merken.

§. 567.

§. 567. Ist nun in der 107ten Zeichnung *AB* der in der Oberfläche dieser Kugel, welche wir uns durch den Mittelpunct des Mondes einbilden, gesehene kleine Theil der Ecliptic, und *AC* ein in seine Minuten und Secunden getheilter Grad derselben, so kan der Erdschatten in seiner gehörigen Verhältniß gegen diesen Grad immer gezeichnet werden, wenn man dem Halbmesser desselben *CB* die oben (559) angezeigte Grösse giebt. Hier ist die mitlere Grösse von 41 Minuten und 12 Secunden genommen worden, zu welcher man aber immer noch den sechzigsten Theil, das ist 41 Secunden hinzusetzen kan, weil die gemeiniglich mit vielen Dünsten beschwerte Luft, welche die Erde umgiebet, den Schatten derselben nothwendig etwas vergrössern muß. Man siehet leicht, daß zu einem dergleichen Entwurfe, bey welchem auf die blosse Aehnlichkeit gesehen wird, der Grad *AC* nach Belieben angenommen werden könne; weil der zu demselben gehörige Radius, welcher in die Zeichnung keinen Einfluß hat, immer so gros gedacht werden kan, als ihn die Länge des angenommenen Grades erfodert. Der Mittelpunct des Schattens *C* stehet alsdenn dem Orte der Sonne gerade entgegen, und wird gefunden, wenn man jenem sechs ganze Zeichen zusetzet. Die durch *C* auf *AB* perpendicular gezogene *PQ* aber stellet einen Theil des zu diesem Orte gehörigen Breitencirkels vor, dessen Grade eben so gros sind, als die in *AB*. T. VII. Fig. 107.

§. 568. Da nun die Sonne in der Ecliptic immer von Abend gegen Morgen fortrücket, so entfernet sich auch der Schatten mit eben der Geschwindigkeit von *C* gegen *A*; und nach eben der Seite beweget sich der Mond, mit einer etwas über dreyzehnmal grössern Geschwindigkeit. Was aber die Bahn anlangt, welche der Mond bey dieser Bewegung beschreibt: so ist leicht einzusehen, daß dieselbe in die Oberfläche eben der Kugel, die wir uns eingebildet haben, oder in die Ebene, welche dieselbe bey *C* berühret, fallen werde; und daß, wenn *C* selbst einer der Knoten ist, und die gerade Linie *DE* mit der *AB* den Winkel *DCB* oder *ACE* bildet, welcher der Neigung der Fläche der Mondbahn gegen die Fläche der Ecliptic gleich ist, und also nie viel mehr hält, als fünf Grade; diese *DE* den Weg des Mondes in einer geringen Entfernung von *C*, sehr genau vorstellen werde. In diesem Falle ist also der Winkel *MCD*, welchen die Bahn des Mondes *DE* mit dem Breitencirkel *PQ* einschliesset, die Ergänzung des *DCB*, welchen sie mit der Ecliptic macht. Eben dieses wird auch ohne einen sonderlichen Fehler statt haben, wenn in der verlängerten Vorstellung der Ecliptic

T. VII. Fig. 107. *AB* der Knote nicht weit von *C* entfernet ist. Fält aber dieser Knote in *F* oder *G*, mit einer beträchtlichen Entfernung von dem *C*: so ist zwar die *FG*, welche nunmehro die Bahn des Mondes vorstellet, noch immer eine gerade Linie; weil in einer Zeit von wenigen Stunden sich der Mond immer in eben der durch den Mittelpunct der Erde gelegten Fläche aufhält, welche eine jede andere Fläche nothwendig in einer geraden Linie schneidet: und weil bey dem Umstande, welchen wir vor uns haben, die Breite des Mondes *CM* bey seinem Durchgange durch den Breitencirkel *PQ* immer klein genug ist, so wird auch der Winkel, welchen die Bahn des Mondes bey diesem Durchgange mit dem Breitencirkel einschliesset, durch den ihm völlig gleich gemachten *FMC* oder *GMC* sehr genau vorgestellet, und dadurch die Bahn des Mondes *FG* so weit richtig entworfen. Es wird aber dieser Winkel *FMC* oder *GMC* nun nicht mehr das Complement des *DCB*, und behält nicht bey jeder Breite *CM* eben die Grösse. Denn sobald *CF* eine Grösse von mehrern Graden bekömt, so kan man sich das Dreyeck *CFM* nicht mehr als geradlinicht vorstellen, sondern es muß als ein Kugeldreyeck angesehen werden, welches bey *C* einen rechten Winkel hat. Denn obwol *CM* noch immer für eine gerade Linie gehalten werden kan, so ist sie doch würklich ein Bogen, und kan als ein solcher betrachtet werden. Alsdann aber ist aus den Eigenschaften der Kugeldreyecke zu schliessen, daß der spitzige Winkel *FMC* oder *GMC* immer grösser ausfallen müsse, als die Ergänzung des *F* oder *G*, und zwar so, daß dieser Winkel bey *M* die Ergänzung des *F* oder *G* desto mehr übertrift, je grösser die Seite *CF* oder *CG* wird, und je weiter sich also der Knote *F* oder *G* von dem *C* entfernet. Wenn demnach zu einer noch grössern Entfernung des Knoten als *CF* oder *CG* ist, die Bahn des Mondes *HI* oder *KN* genau entworfen werden sol, so kan dieselbe keinesweges der *FG*, und noch weniger der *LE* parallel seyn. Diese Abweichung wird nach und nach so gros, daß sie nicht bey Seite gesetzt, und als Nichts betrachtet werden kan: in dasjenige aber, so wir unmittelbar vor uns haben, hat dieselbe einen so geringen Einfluß, daß wir gar wol alle durch die Linien *LE*, *FG*, *HI*, *KN* vorgestelte Wege des Mondes als einander parallel ansehen mögen.

§. 569. Der um den Mittelpunct *L*, mit einem Halbmesser von 15 Minuten und 49 Secunden des Grades *AC*, beschriebene Cirkel stellet den vollen Mond in seiner mitlern Grösse vor, dessen Mittelpunct sich in der *DE*, oder einer

derselben

derselben parallel laufenden Linie, von Abend gegen Morgen beweget, indem der Mittelpunct des Schattens zugleich in der *BA* nach *A* fortgehet: da denn, weil die erstere Bewegung viel geschwinder ist, nothwendig öfters der ganze Mond, oder ein Theil desselben, durch die Schattenscheibe durchgehen muß. Geschiehet dieses, so wird der Mond an seiner nach Morgen, und zugleich mehr oder weniger nach Mittag oder Mitternacht gekehrten Seite, zuerst verdunkelt, der also beschattete Theil desselben wächset immer mehr, und nimt alsdann wieder ab, so daß die an der Abendseite liegende Theil desselben ihr Licht am letzten wieder bekommen. Alles dieses kan einige Betrachtung der Zeichnung deutlicher machen, als viele Worte es thun würden. Es rühret aber der eigentliche Weg, welchen der Mond durch die Schattenscheibe, und in einer kleinen Entfernung von derselben, zu nehmen scheinet, wenn diese Scheibe als unbewegt betrachtet wird, von dem Fortrücken dieser Scheibe und von der würklichen Bewegung des Mondes in seiner Bahn, zugleich her, und es ist leicht die Richtung dieser relativen Bewegung, samt ihrer Geschwindigkeit, anzugeben, wenn jene Bewegungen, von welchen sie herrühret, völlig bekant sind. T. VII. Fig. 107.

§. 570. Denn wenn (*T. VII. Fig.* 108.) *ABCD* einen Raum vorstellet, dergleichen die Schattenscheibe der Erde ist, welcher nach der Linie *AB* mit einer gewissen Geschwindigkeit fortrücket, die immer dieselbe bleibt, *L* aber ist ein Körper, welcher in dem unendlichen Raume würklich die gerade Linie *LE* mit einer gleichförmigen Bewegung beschreibet; und man will den Weg verzeichnen, welchen dieser Körper in dem Raume *ABCD* nehmen wird, den man sich als eine bewegte Tafel vorstellen kan: so darf man nur *EF* der Länge gleich machen, um welche dieser Raum nach *AB* in der Zeit *T* fortrücket, in welcher der Körper *L* den Weg *LE* zurücke legt, und *LF* ziehen. Nach dieser *LF* wird der Körper *L* in dem Raume *ABCD* gleichförmig fortgehen, und dieselbe in eben der Zeit *T* ganz beschreiben. Denn wenn *LG* der *EF* parallel und gleich genommen, und sowol dem Raume *ABCD* als auch dem Körper *L* die durch *LG* oder *EF* angegebene Bewegung beygebracht wird, das ist, wenn man sich vorstellet, daß sowol der Raum *ABCD* als der Körper *L* mit der Geschwindigkeit *EF* oder *LG* nach dieser Richtung zurück geschoben werden: so wird allerdings die Bewegung des Raums vernichtet; der Körper *L* aber beweget sich in dem nunmehro ruhenden Raume, völlig so, wie er sich in Absicht auf T. VII. Fig. 108.

T. VII. Fig. 108. denselben vorher bewegte, da beide die Bewegung *EF* oder *LG* annoch hatten. Wird aber auch *GF* gezogen, welche der *LE* gleich und parallel seyn wird, so ist bekant, daß aus den beiden gleichförmigen Bewegungen nach *LE* und *LG* eine ebenfals gleichförmige Bewegung nach *LF* folge, mit welcher diese Linie in eben der Zeit *T* beschrieben wird, in welcher der Raum *ABCD* nach *AB* um die Länge *EF* fortrückte, und der Körper *L* in dem unendlichen Raume die *LE* zurücklegte (*).

§. 571. In der Anwendung, welche wir hievon zu machen haben, stellet *LE* die Geschwindigkeit vor, mit welcher der Mond in seiner Bahn fortgehet, und *EF* diejenige, mit welcher die Sonne in der Ecliptic fortrücket: denn diese ist mit der Geschwindigkeit des Schattens völlig einerley. Es ist also *LE* über dreyzehnmal so gros als *EF*. Der Winkel *LEA* aber ist derjenige, welchen bey dem Knoten die Bahn des Mondes mit der Vorstellung der Bahn der Sonne einschliesset, und hält also etwas über 5 Grade. Demnach ist der Winkel *EFG* beynahe so gros, als zween rechte Winkel, und mit einem ziemlich geringen Fehler $LE - EF = LF$. Die Verhältniß $FL : EF$ aber ist beynahe $12\frac{1}{2} : 1$ oder $25 : 2$, und da $LF : EF = \sin LEF : \sin ELF$; die Verhältniß kleiner Winkel aber von der Verhältniß ihrer Sinus wenig verschieden ist, so hält auch der Winkel *ELF* beynahe 0,08 des Winkels *LEF*, das ist, 24 Minuten: und um so viel übertrift der Winkel *LFA*, welchen die relative Bahn des Mondes mit dem durch *AB* vorgestelten Theil der Ecliptic einschliesset, den Winkel *LEA* oder *GFA*, mit welchem dessen wahre Bahn an dieselbe anlauft. Man kan also in der 107ten Zeichnung die um *C* beschriebene Schattenscheibe sich ganz ohne Bewegung vorstellen, und aus diesem leichtern Begriffe alle Erscheinungen einer Mondsfinsterniß herleiten, wenn man nur den Winkel *DCB* oder *ACE* ohngefehr um 24 Minuten vergrössert, und die Bewegung des Mondes in seiner Bahn dem Ueberschuße der Bewegung des Mondes über die Bewegung der Sonne gleich machet. Es ist hier nicht um eine genaue Berechnung der Finsternisse zu thun, zu welcher freylich alles viel genauer genommen werden muß. Der Ueberschuß aber der stündlichen Bewegung des Mondes über die stündliche Bewegung der Sonne beträgt eigentlich im Mittel 30 Minuten und 28 Secunden, das ist 1828 Secunden.

Verschie-

(*) S. der Einleitung in die Naturlehre 54. §.

Verschiedene Arten der Mondsinsternisse.

§. 572. Es kan sich zutragen, daß der Mittelpunct der Scheibe *L*, die den vollen Mond vorstellet, selbst durch den Mittelpunct des Schattens *C* hindurchgehet: wenn nehmlich in dem Augenblicke, in welchem jener Mittelpunct den Knoten erreichet, auch der Mittelpunct des Schattens sich in demselben befindet. Denn da dieser letztere nie von der Fläche der Ecliptic abweichet, der Mittelpunct des Mondes aber sich nie in derselben findet, ausser wenn er mit einem der Knoten zusammenfält: so können diese zween Mittelpuncte sich ausser den Knoten mit einander nicht vereinigen. Kommen sie aber daselbst zusammen, so beschreibt der Mittelpunct des Mondes, bey seinem Durchgange durch die Schattenscheibe, immer einen ihrer Durchmesser, und hält sich also in derselben so lang auf, als nur möglich ist. Denn eine jede Sehne dieser Scheibe, welche er ausser dem beschreiben möchte, ist kleiner als ihr Durchmesser. Die Verfinsterung des Mondes gehet an, sobald die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Knoten der Summe der Halbmesser der beiden Scheiben gleich wird, und höret auf, sobald der Mond sich an der andern Seite *E* wieder eben so weit von dem Knoten entfernet hat. Ist die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Knoten nicht grösser oder kleiner, als der halbe Durchmesser der Schattenscheibe, so wird die Scheibe des Mondes bis an ihren Mittelpunct verdunkelt; und es bedeckt der Schatten diese Scheibe ganz und gar, so lang eben die Entfernung nicht grösser ist, als der Ueberschuß des halben Durchmessers *CB* über den halben Durchmesser des Mondes. Alles dieses ist leicht zu begreifen, wenn man nur in den Gedanken, den Mittelpunct *L* mit der um denselben beschriebenen Scheibe, nach und nach auf *DE* von *D* nach *E* fortschiebet. *T. VII. Fig. 107.*

§. 573. Diese Verfinsterung ist total, weil sie den ganzen Mond trift, und central, weil im Mittel derselben der Mittelpunct des Mondes genau von dem Mittelpuncte des Schattens bedecket wird, welches anzeiget, daß sich zu der Zeit der Mittelpunct des Mondes in der geraden Linie befinde, die durch den Mittelpunct der Sonne und durch den Mittelpunct der Erde hindurch gehet. Wenn wir uns auch nunmehro an die mitlern Grössen halten, und den Halbmesser des Schattens der Erde mit der sie umgebenden Luft auf 2515, den halben Durchmesser der Mondscheibe aber auf 945 Secunden setzen, so ist die Summe

T. VII. Fig. 107. dieser Halbmesser 3460 Secunden, und ihre Differenz 1570 Secunden. Die ganze Finsterniß währet also doppelt so lang, als der Mond Zeit brauchet, sich dem Schatten der Erde um 3460 Secunden zu nähern. Da also eine Näherung um 1828 Secunden eine Stunde Zeit erfodert, so erfodern die 3460 Secunden eine Zeit von beynahe 1 Stunde, 53 Minuten, und doppelt so lang, das ist 3 Stunden und 46 Minuten währet die ganze Verfinsterung, von ihrem ersten Anfange an bis an das Ende. Die 1570 Secunden aber, welche die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte der Sonne nicht überschreiten darf, so lang die Finsterniß total seyn soll, erfodern in eben dem Verstande etwas über 51 Minuten Zeit. Doppelt so lang also, das ist 1 Stunde und 42 bis 43 Minuten, wird, bey den angenommenen Grössen, der Mond ganz verfinstert bleiben. Die wahren Maaße sind bald grösser bald kleiner als diese mitlern, und geben bald eine längere bald eine kürzere Währung.

§. 574. Gehet der Mittelpunct des Mondes nicht durch den Mittelpunct der Schattenscheibe, so ist das schicklichste, daß man sich diese Scheibe um dasjenige Punct der Ecliptic beschrieben vorstelle, dessen Länge in dem Zeitpuncte der Opposition von dem Orte der Sonne um 6 Zeichen entfernet ist, und daselbst unbeweglich ruhen lasse. Ist nun *C* dieses Punct der Ecliptic *AB*, ausser welchem der Knote in *F* oder *G*, oder sonst in die verlängerte *AB* fält: so ist die durch *C* der Ecliptic perpendicular gezogene *PQ* ein Theil desjenigen Cirkels, auf welchem die Breite des Mondes, zur Zeit seiner Conjunction mit dem Mittelpuncte des Schattens *C*, oder seiner Opposition gegen die Sonne, nach *P* oder *Q* genommen werden muß, nachdem sie mitternächtig oder mittägig ist: und es wird die Grösse dieser Breite durch die Theile des zuerst angenommenen Grades *AC* angegeben (567). Es theilet aber diese *PQ*, den Theil der relativen Bahn des Mondes (die man sich noch immer der nach den angezeigten Gründen gezogenen *DE* parallel vorstellen kan) welcher in die Schattenscheibe fält, und dadurch zu einer Sehne dieser Scheibe wird, nicht genau in zwo gleiche Hälften, da sie keiner dieser Bahnen perpendicular ist: sondern es muß, wenn diese Sehnen in gleiche Theile getheilt werden sollen, eine andere Linie *RS* der *DE* perpendicular gemacht werden: welche auch einer jeden durch *FG*, *HI* oder *KN* vorgestelten Bahn des Mondes, die der *DE* parallel lieget, senkrecht fallen wird. Diese *RS*

macht

macht mit der *PQ* einen spitzigen Winkel, *RCP*, welcher dem *ACE* gleich ist, T. VII. Fig.
und es entstehen dadurch ähnliche Dreyecke, die gar leicht zu übersehen sind. 108.
Langet nun der Mittelpunct des Mondes, mit seiner relativen Bewegung in Absicht auf den Schatten, in dieser *RS* an, so ist er am tiefsten in den Schatten versenkt, indem seine Entfernung von dem Mittelpuncte des Schattens *C* die kleinste ist, die er bey diesem Durchgange haben kan; und in eben dem Zeitpuncte, in welchem sich der Mittelpunct des Mondes in der Linie *RS* befindet, fält auch das Mittel der Zeit der Verfinsterung. Wir können den Theil dieser *RS*, welcher von *C* bis an die relative Bahn des Mondes reichet, dessen kleinste Entfernung nennen, welche, wenn der Winkel *RCP* = *ACE*, samt der auf *CP* zu nehmenden Breite des Mondes bekant sind, leicht genug gefunden werden kan.

§. 575. Ist nun diese kleinste Entfernung grösser als die Summe des Halbmessers der Schattenscheibe und des Halbmessers des Mondes, so erfolget keine Mondsfinsterniß, sondern es gehet der Mond bey dem Schatten der Erde vorbey, ohne daß er von diesem getroffen würde. Ist die kleinste Entfernung der Summe dieser Halbmesser gleich, welche wir im Mittel auf 3460 Secunden gesetzt haben, so wird zwar der Mond von dem Schatten der Erde berühret, aber kein Theil desselben würklich verdunkelt, welches nur alsdenn erfolget, wenn die kleinste Entfernung weniger beträgt, als diese Summe. Und auch bey diesem Umstande ist die Verfinsterung nicht gros, so lang die kleinste Entfernung von der Summe der Halbmesser nur wenig übertroffen wird, indem der Schatten nicht ehe bis an den Mittelpunct des Mondes reichet, als wenn die kleinste Entfernung dem Halbmesser des Schattens allein, gleich ist. Ist aber diese Entfernung noch kleiner, so wird auch der Mittelpunct des Mondes von dem Schatten bedeckt. Endlich wird auch nunmehro der ganze Mond verfinstert, wenn die kleinste Entfernung nicht einmal den Unterschied der Halbmesser übertrift, dessen mitlere Grösse 1570 Secunden beträgt. Nach eben der kleinsten Entfernung richtet sich auch die Länge der Zeit, in welcher der Mittelpunct des Mondes sich in der Schattenscheibe aufhält, wie auch die ganze Währung der Finsterniß.

§. 576. Es kan also eine Mondfinsterniß gar wol total seyn, ob sie gleich nicht central ist: denn der Mond kan ganz verfinstert werden, auch

wenn

T. VII. Fig. 108. wenn er in seiner Bahn bey dem Mittelpuncte des Schattens vorbeygehet. Ausser dem aber kan der verfinsterte Theil des Mondes so klein seyn als man will; da denn die Finsterniß partial genennet wird.

Gränzen der Mondfinsternisse.

§. 577. Hieraus lässet sich auch ohngefehr die kleinste Entfernung bestimmen, welche der Mittelpunct des Schattens von dem nächsten Knoten haben muß, wenn eine Mondfinsterniß statt haben soll, das ist, der zwischen dem Mittelpuncte des Schattens und dem Knoten enthaltene Theil der Ecliptic. Wenn
T. VII. Fig. 109. (*T. VII. Fig.* 109.) *FC* einen Theil der Ecliptic, *FL* einen Theil der wahren Bahn des Mondes, der um *C* beschriebene Cirkel den Schatten der Erde, und der kleinere bey *L* den Mond vorstellen, *CR* aber wird von dem Mittelpuncte *C* auf die Bahn des Mondes perpendicular gezogen: so darf die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von *C* nicht viel mehr betragen, als 3462 Secunden, wenn eine Finsterniß statt haben soll. Wird aber der Winkel *F* auf seine geringste Grösse von 5 Graden gesetzt, so verhält sich sein Sinus zum Radius wie 87 zu 1000, und eben so verhält sich auch in dem rechtwinklichten Dreyecke *LFC* die *CL* zu dem zwischen dem Knoten *F* und dem Mittelpuncte des Schattens *C* enthaltenen Theil der Ecliptic, welcher demnach komt, wenn 3462000 Secunden in 87 getheilet werden. Diese Theilung giebt 39793 Secunden, die genau genug 11 Grade ausmachen. Es wird aber durch eine genauere Berechnung, bey welcher die wahre Bewegung des Mondes, samt den Veränderungen des Durchmessers des Erdschattens, der scheinbaren Grösse des Mondes, und des Winkels *F* in Betrachtung kommen, gefunden, daß auch ein Theil des Mondes verfinstert werden könne, wenn in dem Augenblicke des mitlern Volmondes die mitlere Entfernung des Mittelpuncts des Schattens von dem Knoten bis $3\frac{1}{2}$ Grade grösser ist, als 11 Grade; gleichwie auf der andern Seite sich die Verfinsterung gewiß ereignen wird, wenn eben die mitlere Entfernung sich um $3\frac{1}{2}$ Grad kleiner findet. Dadurch werden die Gränzen der mitlern Entfernung des Mittelpuncts des Schattens von dem Knoten, das ist derjenigen, die blos durch die mitlere Bewegung der Sonne und des Knotens bestimmet wird, in welchen sich eine Mondfinsterniß zutragen muß, auf $7\frac{1}{2}$ Grade gesetzt: die Gränzen derjenigen aber, in welcher sich eine Mondfinsterniß zutragen kan, ob es wol nicht sicher ist, daß sie würklich erfolgen werde, auf $14\frac{1}{2}$ Grade.

§. 578.

§. 578. Der mitlere Abstand des Mittelpuncts des Erdschattens von dem ihm zunächst liegenden Knoten, ist allezeit dem mitlern Abstande des Mittelpuncts der Sonne von dem andern Knoten gleich, und kan also aus einer Tafel genommen werden, welche die mitlern Bewegungen der Sonne und der Knoten angiebt. Nun ist (522) gewiesen worden, wie, vermittelst der astronomischen Epacten die Täge und Stunden der mitlern Volmonde das ganze Jahr durch gefunden werden. Wird nun, zu der Zeit eines jeden dieser Volmonde, die mitlere Entfernung der Sonne von dem ihr zunächst liegenden Knoten gesucht, indem man nehmlich die Länge der Sonne von der Länge des Knoten, oder diese von jener abziehet: so ist man versichert, daß an diesem Volmonde sich eine Finsterniß ereignen werde, wenn die Entfernung kleiner gefunden wird als $7\frac{1}{2}$ Grade. Beträgt sie mehr als $14\frac{1}{2}$ Grade, so geschiehet keine Verfinsterung. Fält aber die Entfernung zwischen $7\frac{1}{2}$ und $14\frac{1}{2}$ Grade, so ist die Finsterniß desto weniger oder mehr zweifelhaft, je mehr sich die Entfernung der ersten oder der zweiten dieser Gränzen nähert.

T. VII. Fig. 109.

§. 579. Es können auch aus den Mondfinsternissen, welche sich in einem Zeitraume von 18 Jahren zutragen, diejenigen geschlossen werden, die sich in dem zunächst darauf folgenden Zeitraume von eben der Grösse ereignen, und wir werden hernach sehen, daß dieses bey den Verfinsterungen der Erde, die durch den Mond geschehen, ebenfals statt habe. Denn nach 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tägen, bey deren Anfange sich eine Mondfinsterniß ereignet hatte, ereignet sich immer eine andere beynahe von eben der Grösse; wenn jene nur einigermassen beträchtlich gewesen ist. Denn wenn man eine Conjunction des Mondes mit dem Erdschatten annimt, nahe genug bey einem der Knoten, so stehet der Mittelpunct des Schattens nach 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tägen, um 9 Grade, 59 Minuten, 48 Secunden von dem Puncte dieser Conjunction entfernet: wie aus der mitlern Bewegung der Sonne leicht berechnet werden kan. Der Mond aber hat in dieser Zeit, ausser seinen ganzen Umläufen, in Absicht auf die Ecliptic 9 Grade 58 Minuten und 52 Secunden zurück gelegt, so daß ihm die Schattenscheibe nur um 56 Secunden zuvor gekommen ist. Da dieses bey den mitlern Bewegungen nichts beträchtliches ausmacht, so kan man diesen Zeitpunct vor den Augenblick des Volmondes annehmen. Nun ist der Knote, bey welchem sich im Anfange des Zeitraumes von 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tägen der Erdschatten befand, in derselben

T. VII. Fig. 109. um 11 Zeichen, 18 Grade, 40 Minuten und 59 Secunden fortgerückt, und befindet sich also am Ende derselben um 11 Grade und 19 Minuten, von der Stelle, die er damals hatte, nach Morgen zu entfernet. Werden nun diese 11 Grade und 19 Minuten mit den 9 Graden 59 Minuten und 48 Secunden zusammen gehalten, so findet sich, daß der Knote nur um einen Grad 19 Minuten und 12 Secunden von seinem vorigen Orte mehr nach Morgen zu entfernet sey, als der Mittelpunct des Schattens. Hat sich also der Knote, beym Anfange des Zeitraumes, an der Abendseite des Mittelpuncts befunden, so liegt er am Ende desselben dem Mittelpuncte fast um $1\frac{1}{3}$ Grade näher, und die Finsterniß am Ende des Zeitraumes ist etwas stärker, als die beym Anfange. Befand sich aber beym Anfange des Zeitraumes der Knote an der Morgenseite des Mittelpuncts, so ist er am Ende desselben um $1\frac{1}{3}$ Grad mehr von demselben entfernet, und die Finsterniß am Ende ist kleiner, als die beym Anfange.

Umständliche Betrachtung der relativen Bewegungen.

§. 580. Es kan aber dieses alles nur beynahe zutreffen, so lang anstatt der wahren Bewegungen der Sonne und des Mondes nur die mitlern gebraucht werden, welche von jenen meistentheils weit genug abweichen. Doch sind diese wahren Bewegungen, und die von denselben herrührenden übrigen Grössen das einzige, so uns noch zur richtigen Verzeichnung einer Mondfinsterniß fehlet, auf welche alsdenn die Berechnung aller Umstände derselben gegründet werden kan, wenn sie nöthig erachtet wird. Wir wollen aber, ehe wir uns zu diesen genauern Bestimmungen wenden, die algemeinen Gründe betrachten, von welchen wir, aus der Bewegung zweener Puncte, die Bewegung eines derselben in Absicht auf den andern schliessen können; das ist, auf diejenige, welche wir jenem Puncte zuschreiben, wenn wir uns diesen ohne alle Bewegung vorstellen. Wir haben (570) gesehen, daß diese relative Bewegung die deutliche Vorstellung einer Mondfinsterniß gar sehr erleichtere, und sie komt uns auch in vielen andern Fällen gar wol zu statten. Es ist aber nur von solchen Bewegungen die Rede, die eine kurze Zeit währen, und in derselben eine so geringe Veränderung leiden, daß sie als geradlinicht und gleichförmig angesehen werden können.

§. 581.

§. 581. Beweget sich aber (*T. VII. Fig.* 110.) ein Körper *A* in der geraden Linie *Aa*, immer mit der nehmlichen Geschwindigkeit, indem ein anderer Körper *B* die gerade Linie *Bb* mit einer Geschwindigkeit beschreibt, die ebenfals immer dieselbe bleibt, zu der Geschwindigkeit aber des Körpers *A* sich wie *Bb* zur *Aa* verhält, welches seyn wird, wenn diese Wege *Aa*, *Bb* in gleichen Zeiten zurück gelegt werden: so ist überhaupt richtig, daß die relative Bewegung des Körpers *A* in Ansehung des *B*, oder des Körpers *B* in Ansehung des *A* dadurch, daß man jedem dieser Körper eine neue Bewegung zusetzet, nicht geändert werde, wenn nur die Geschwindigkeiten dieser neuen Bewegungen einander gleich, und ihre Richtungen parallel sind. Sol nun die Bewegung des einen dieser Körper *A* in Ansehung des andern *B* gefunden werden, diejenige nehmlich, welche man dem *A* zuschreiben muß, wenn man sich den Körper *B* als ruhend vorstellen wil; so darf man nur dem Körper *A* eine neue Bewegung nach *Ac* beybringen, deren Richtung der *Bb* parallel, sonst aber gerade entgegen gesetzt ist, die Geschwindigkeit aber dieser neuen Bewegung *Ac* der Geschwindigkeit *Bb* gleich machen. Denn wenn eben diese Bewegung auch dem Körper *B* beygebracht, das ist, wenn dieser Körper in der Linie *bB* mit eben der Geschwindigkeit zurück getrieben wird, so wird seine Bewegung völlig vernichtet, und die Bewegung, welche der Körper *A* durch den Zusatz der Bewegung *Ac* zu seiner vorigen *Aa* erhält, ist diejenige, mit welcher er in Absicht auf den nunmehro würklich ruhenden *B* fortgehet. Es wird aber diese aus den beiden *Aa* und *Cc* zusammengesetzte Bewegung vermittelst des zu dem Winkel *cAa* und den Seiten *Ac*, *Aa* beschriebenen Parallelograms *ca* gefunden, dessen Durchmesser *Ad*, durch seine Lage die Richtung, und durch seine Grösse die Geschwindigkeit derselben angiebt. *T. VII. Fig.* 110.

§. 582. Diese Auflösung ist algemein, und schickt sich zu einer jeden Lage, so die Linien *Aa*, *Bb* haben können: die besondern Fälle aber, auf welche sie hier anzuwenden seyn wird, sind sehr einfach. Man siehet leicht, daß wenn (*T. VII. Fig.* 111.) die Körper *A* und *B* beide sich in eben der geraden Linie *MN* bewegen, *A* mit der Geschwindigkeit *a*, und *B* mit der Geschwindigkeit *b*; die Geschwindigkeit des Körpers *A*, mit welcher er sich in eben der geraden Linie *MN* dem *B* nähert, oder von demselben entfernet, die Summe der Geschwindigkeiten $a + b$ seyn werde, wenn die Körper nach verschiedenen *T. VII. Fig.* 111.

T. VII. Fig. 111. Seiten gehen, der eine nach M und der andere nach N; gehen sie aber beide nach eben der Seite M oder N, der Unterschied derselben $a - b$. Und wir haben bereits als bekant annehmen können, daß eben die Rechnung statt habe, wenn MN ein Theil des Umkreises eines Cirkels ist, in welchem sich die Körper A, B beide bewegen.

T. VII. Fig. 112. 113. §. 583. Bewegen sich aber (*T. VII. Fig.* 112. 113) die Körper A und B zwar nicht in der Linie MN selbst, wol aber in einer Fläche, die durch diese Linie MN hindurch gehet, in welcher sie die Wege Aa und Bb zugleich beschreiben: so können diese Bewegungen auf die MN bezogen werden, indem man nur von den Puncten A, B, a, b, die AC, BD, ac, bd der MN perpendicular fallen läßt: da denn der Körper A sich nach MN mit der Geschwindigkeit Cc, der Körper B aber mit der Geschwindigkeit Dd bewegen wird. Denn es kan ein kurzes Nachdenken zeigen, daß diese Bewegungen nach MN gleichförmig seyn werden, da die nach Aa, Bb gleichförmig sind, obwol die Geschwindigkeit Cc nothwendig kleiner ist als Aa, und Dd kleiner als Bb. Bey diesen Geschwindigkeiten nun, mit welchen sich die Körper A, B nach MN bewegen, hat eben die Frage statt, so eben beantwortet worden ist; wie groß nehmlich die Geschwindigkeit seyn werde, mit welcher sich A dem Körper B nähert, oder von demselben entfernet, wenn dieser in Ansehung der MN als unbeweglich betrachtet wird? Und man siehet leicht, daß dieselbe eben so wie die vorige zu beantworten sey, wenn nur anstatt der Aa die Geschwindigkeit Cc, und anstatt der Bb die Dd genommen wird. Erstrecken sich diese Linien Cc, Dd, von ihren Anfangspuncten C, D nach verschiedenen Seiten, die eine nach M und die andere nach N, so ist die Geschwindigkeit, mit welcher sich A dem B, in Absicht auf die Linie MN nähert, oder von derselben entfernet, $Cc + Dd$. Erstrecken sich aber die Linien Cc, Dd beide nach eben der Seite M oder N, so nähert sich A dem B, oder entfernet sich von demselben, mit der Geschwindigkeit $Cc - Dd$. Es ist leicht in der Anwendung die verschiedenen Fälle auseinander zu setzen, insonderheit wenn dabey einige Zeichnung gebraucht wird, wodurch die besondern Regeln, die in dieser Absicht gegeben werden könten, überflüßig werden.

§. 584. Wenn A und B zween himlische Körper sind, die sich in einer geringen Entfernung von der Ecliptic bewegen, so kan man einen Theil dieses Kreises, samt den daran zu beiden Seiten liegenden Streifen, in der Einbildung

der-

dergestalt biegen, daß der Theil der Ecliptic zu einer geraden Linie MN, und der Streifen eben wird. Alsdenn wird Cc die Bewegung des Körpers A in die Länge, indem Cc denjenigen Theil der Ecliptic vorstellet, um welchen die Länge dieses Körpers A dadurch verändert worden, daß er aus A in a übergegangen ist; und in eben dem Verstande wird, um wieviel sich der Körper B in eben der Zeit in die Länge bewegt hat, durch Dd angegeben. Sind also diese Bewegungen in die Länge, für einen gewissen Zeitraum, welcher gemeiniglich eine Stunde ist, bekant, so wird durch die gegebene Anweisung gefunden, um wieviel sich in dieser Zeit der Körper A dem B in Absicht auf die Länge genähert, oder von demselben entfernet hat. Wird aber durch ein beliebiges Punct O die PQ der MN perpendicular gemacht, auf welche die AE, ae; BF, bf perpendicular, und folgends der MN parallel fallen: so ist $EO = AC$ die Breite des Puncts A, und $eO = ac$ die Breite des a: demnach Ee die Bewegung des Puncts A in die Breite, oder die Veränderung, welche in der Breite des Körpers A vorgegangen ist, indem er sich durch Aa beweget hat. In eben dem Verstande ist Ff die Veränderung der Breite des Körpers B, welche aus den Breiten $BD = OF$ und $bd = Of$ geschlossen wird, wie Ee aus OE und Oe. Sind aber diese Veränderungen Ee und Ff beide bekant, so kan ferner nach eben der Anweisung gefunden werden, um wieviel Theile eines Grades die Breite des Körpers A in Absicht auf den Körper B, vermehret oder vermindert worden sey. Wir wollen die dergestalt zu entdeckende Veränderung der Länge des Körpers A in Absicht auf den Körper B, uns unter X vorstellen, und die Veränderung der Breite des A in Absicht auf die Breite des B unter Y. Beides sind gerade Linien, deren Längen durch die Grade und Minuten der MN gegeben werden, die denen in PQ gleich sind. T. VII. Fig. 112. 113.

§. 585. Sind nun diese Linien X, Y beide bekant, so kan auch bey den angenommenen Bedingungen der Weg verzeichnet und berechnet werden welchen der Körper (T. VII. Fig. 114.) A in Absicht auf den B an dem Himmel nehmen wird, wenn man sich diesen B als ruhend vorstellet, indem würklich, so lang die kleine Zeit, die wir H nennen wollen, währet, die Körper A und B beide, wie gesetzt worden ist, fortgehen. Es sey B der Ort, an welchem sich der Körper B beym Anfange der Zeit H befindet, indem MN auch nunmehro die Ecliptic ist, und die derselben perpendicular gezogene BD die Breite. DC sey die von D an ge- T. VII. Fig. 114.

T. VII. Fig. 114. rechnete Länge des Orts, welchen der Körper A im Anfange der Zeit H einnimt, CA der MN perpendicular, und gleich der Breite dieses Orts: AE gleich der Y, und $CF = X$. Wird nun das Rechteck CG vollendet, so ist AG der relative Weg, welchen A in der Zeit H, in Ansehung des an seinem Orte ruhenden B beschreibet. Der Winkel bey A, welchen er mit dem Breitencirkel AC einschliesset, wird durch die Proportion $Y : X = 1 : tan\ A$ gefunden, und die Länge des in der Zeit H gemachten Weges AG, unter andern durch diese, $cos\ A : 1 = AE : AG$. In der Anwendung befindet sich der Körper B gemeiniglich in C, welches die Sache etwas leichter machet. Nur müssen überal die verschiedenen Lagen der Linien X und Y wol in acht genommen werden.

§. 586. Die gerade Linie BG ist eigentlich ein Theil des an der Himmelskugel, der Ecliptic parallel, durch B beschriebenen Kreises, und da durch die BD, AC, GF Theile der Breitenkreise vorgestellet werden, welche, wenn sie an der Kugel fortgesetzt werden, durch die Pole der Ecliptic gehen müssen: so ist an dem Himmel allerdings GE kleiner als FC, obwol diese Linien beide einerley Zahl von Minuten haben. Denn die Grade, und also auch die Minuten des Kreises, zu welchen BG gehöret, sind kleiner als die Grade der Ecliptic, welche den Graden der Cirkel AC, BD, GF, auf welchen die Breiten genommen werden, immer gleich sind. Und zwar verhält sich, wenn FC, GE zwischen zween solchen Cirkeln enthalten sind, $FC : EG$ wie der Radius zu dem Cosinus der Breite des Puncts B, woraus geschlossen wird $EG = FC.\ cos\ lat.\ B$. Dieser EG muß eigentlich Y gleich genommen, und also gesetzt werden $Y = FC.\ cos\ lat.\ B$. Es ist zwar nur in dem Falle nöthig so genau zu rechnen, wenn die Breite des Puncts B beträchtlich ist, weil zu kleinen Bogen der Cosinus kaum kleiner ist, als der Radius. Wird aber dem ohngeachtet durchaus gesetzt $Y = FC.\ cos.\ lat.\ B$, so wird dennoch mit der nach dieser Vorschrift gefundenen Y, bey der Entdeckung des Winkels A und der Länge AG, nicht anders als nach der eben gegebenen Anweisung verfahren. Denn man kan sich immer die CEA der MN und GB genau perpendicular, und nur die FG etwas weniges gegen dieselbe geneigt vorstellen.

Berech-

Berechnung der Mondfinsternisse.

§. 587. Um nun versichert zu seyn, ob eine Mondfinsterniß sich zu der Zeit, in welcher sie die mitlern Bewegungen angeben, würklich erfolgen werde, und wenn sie erfolgt, dieselbe nach allen ihren Umständen zu entwerfen, ist vor allen Dingen der Augenblick des wahren Volmondes zu suchen. Zu dem Ende wird, für den Zeitpunct des mitlern Volmondes, der wahre Ort der Sonne, wie auch die wahre Länge und Breite des Mondes, aus den Tafeln genommen, deren Gebrauch wir uns erlauben können, obwol die Gründe derselben erst in dem nachfolgenden beygebracht werden sollen. Durch den Ort der Sonne wird die Stelle gegeben, in welcher sich der Mittelpunct des Erdschattens in eben dem Zeitpuncte befindet, welche mit der wahren Länge des Mondes zusammen gehalten, zeigen wird, ob die Zeit des mitlern Volmondes mit der Zeit des wahren zutreffe, ob diese bereits vergangen, oder noch zukünftig sey, mit einem Worte, ob die Zeit des wahren Volmondes mit der Zeit des mitlern einerley sey oder nicht. Das leztere ereignet sich fast immer; und alsdenn ist der Zeitpunct auszumachen, in welchem sich der wahre Volmond zuträgt. *T. VII. Fig. 114.*

§. 588. Zu dem Ende wird auch der Ort der Sonne, samt der Länge und Breite des Mondes für einen Zeitpunct berechnet, welcher von dem Augenblicke des mitlern Volmondes um eine ganze Stunde entfernet ist, und vermittelst der Vergleichung dieser Oerter mit dem vorigen geschlossen, um wieviel die Sonne in dieser Zeit fortgerücket sey, wie auch, um wieviel in eben der Stunde der Mond seine Länge sowol als auch seine Breite verändert habe. Es sind aber auch diese stündliche Bewegungen aus besonders dazu verfertigten Tafeln unmittelbar zu haben. Wird nun die stündliche Bewegung der Sonne von derjenigen abgezogen, durch welche die Länge des Mondes in eben der Zeit vermehret worden ist; so bleibt die relative Bewegung übrig, mit welcher sich der Mond in eben der Zeit der Sonne, oder vielmehr dem Schatten der Erde, genähert oder von demselben entfernet hat: denn dieser Schatte bewegt sich volkommen so, wie die Sonne. Wenn nun diese stündliche Näherung oder Entfernung M genant wird, indem N den Unterschied der Länge des Mondes von der Länge des Erdschattens zur Zeit des mitlern Volmondes bedeutet: so verhält sich M zu N wie eine Stunde zu der Zeit Q, in welcher der Mond sich dem Erdschatten um N nähert, oder von demselben entfernet; welche Zeit Q demnach zu dem

T. VII. Fig. 114. Augenblicke des mitlern Volmondes hinzugesetzt, oder davon abgezogen, den Zeitpunct des wahren Volmondes geben wird. Man kan alsdann zu dem dergestalt gefundenen Zeitpuncte die Längen des Mittelpuncts des Schattens und des Mondes von neuen suchen, um zu sehen, ob eine weitere Verbesserung nöthig ist. Diese Verbesserung geschiehet auf eben die Art, ausser daß man nunmehro anstatt des mitlern, den zuerst gefundenen Zeitpunct des wahren Volmondes gebrauchet.

§. 589. Ausser der wahren Länge und Breite des Mondes zu der Zeit des Volmondes, wird auch die Horizontparallaxe des Mondes, samt den Durchmessern der Sonne und des Mondes, wie diese einem in den Mittelpunct der Erde gesetzten Auge erscheinen würden, aus den Tafeln genommen, und daraus, nebst dem übrigen so oben (558) angezeiget worden ist, der halbe Durchmesser des Schattens für eben den Zeitpunct geschlossen. Da denn, wenn die Summe und die Differenz der Halbmesser des Schattens und des Mondes mit der Breite des Mondes zusammen gehalten wird, es sich zeigen muß, ob mit diesem Volmonde eine Finsterniß verknüpft sey, oder nicht, und wie groß dieselbe ohngefehr seyn dörfte. Zu dem Entwurfe einer Mondfinsterniß aber, von welcher man versichert ist, daß sie statt finde, wird noch über dieses erfodert, daß der Winkel berechnet sey, welchen die relative Bahn des Mondes, zur Zeit des Volmondes, mit dem durch den Mittelpunct des Schattens gezogenen Cirkel der Breite einschliesset; zusamt den Weg, welchen derselbe in dieser Bahn in einer Stunde zurück legt. Die Gründe dieser Berechnung sind (585) gegeben worden: wir haben aber auch bequeme Tafeln, welche uns beides darbiethen. Auch kan es nicht schaden, wenn zugleich angemerkt wird, an welcher Seite des Schattens zu der Zeit der nächste Knote der Mondbahn liege.

§. 590. Sind alle diese Dinge ausgemacht, und ist, zum Beyspiel, zu einem gewissen Mittagskreise und der Uhr desselben,

Die wahre Zeit des Volmondes	= =	13 St. 2′, 10″
Die wahre Breite des Mondes	= nördlich,	38, 42
Der Halbmesser der Schattenscheibe	= =	46, 05

Der

Der Halbmesser des Mondes . . . $16', 42''$ T. VII. Fig. 114.
Die relative Bewegung des Mondes, in einer Stunde . 34, 45
Der Winkel dieser Bahn, mit dem Cirkel der Breite . $84°, 22, 55$
indem der Knote ☋ an der Ostseite des Schattens lieget: so wird:

1°. Eine Linie *PQ* (*T. VII. Fig.* 115.) von hinlänglicher Grösse zu einem Grade gemacht, und in 60 Minuten getheilet, diese aber ferner in so viele Secunden, als füglich erhalten werden können. Eben deswegen muß *PQ* nicht zu klein seyn, wenn man nicht seine Zuflucht zu der Rechnung nehmen wil, welche bey Theilchen, die das Auge kaum mehr sehen kan, immer nöthig ist. T. VII. Fig. 115.

2°. Alsdenn wird die gerade Linie *AB* für einen Theil der Ecliptic angenommen, und ein Punct derselben *C* für den Mittelpunct des Schattens, welchem der Knote ☋ gegen Morgen liegt. Diese Gegend fält in der Zeichnung zur linken, und die Abendgegend zur rechten. Denn es ist die Absicht, die Zeichnung so einzurichten, daß wenn man dieselbe, mit dem Gesichte gegen Mittag gekehret, von unten ansehen wil, man die verschiedenen Linien derselben dahin bringen könne, daß sie mit den Linien des Himmels, welche sie vorstellen sollen, zusammen zu fallen scheinen.

3°. Durch den Mittelpunct des Schattens *C* wird *CD* der *AB* perpendicular gezogen, und in derselben, von *C* nach *D*, die aus dem Maaßstabe *PQ* genommene Breite des Mondes *CL* von 38 Minuten und 42 Secunden, nach der mitternächtigen Gegend getragen.

4°. Durch *L* ziehet man eine gerade Linie *EF*, welche mit der *LC* den nach dem Knoten ☋ gekehrten Winkel *CLF* von 84 Graden 22 Minuten und 55 Secunden einschliesset, um durch diese *EF* die relative Bahn des Mondes, in Absicht auf den bey *C* ruhenden Mittelpunct des Schattens, vorzustellen, da *CL* ein Theil des durch *C* gehenden Cirkels der Breite ist. Es sind verschiedene Mittel diesen Winkel genauer zu erhalten, als ihn das gewöhnliche Werkzeug geben kan, und es muß bey demselben so wenig gefehlet werden als nur möglich ist.

T. VII. Fig. 115. 5°. Nunmehro werden an dem Maasstabe *PQ* die 34 Minuten und 45 Secunden genommen, um welche der Mond in einer Stunde von *E* nach *F* fortrücket, und es wird diese Länge *RS* wieder in 60 gleiche Theile getheilet, deren jeder den Raum angeben wird, welchen der Mond nach eben der *EF* in der Zeit einer Minute zurück leget. Leidet es die Grösse, so kan eben die *RS* noch weiter getheilet, und dadurch der Weg für jede bestimte Zahl Secunden angegeben werden.

6°. In dem Beyspiele, welches wir vor uns haben, ereignet sich der wahre Volmond um 1 Uhr, 2 Minuten, 10 Secunden nach Mitternacht. Dieser Ueberschuß von 2 Minuten und 10 Secunden wird aus dem Maaßstabe *RS* genommen, und von *L* gegen *E* getragen, um den Punct *I* zu bestimmen, in welchem sich der Mond bey dem Ende der 1sten Stunde befunden hat; von welchem Puncte *I*, alsdenn die Länge *RS* zu beiden Seiten fortgesetzet werden kan, um auch diejenigen Puncte der Bahn anzugeben, in welchen sich der Mittelpunct um *XII*, um *XI*, wie auch um *II* und *III* Uhr befindet. Werden nun, wie hier zum Theil würklich geschehen ist, diese in jeder Stunde zurückgelegten Wege noch weiter getheilet, so kan dadurch der Ort des Mondes in seiner relativen Bahn auch für jede Minute, oder einen noch kleinern Theil der Zeit, unmittelbar angegeben werden, da man sich sonst dazu des Maaßstabes *RS* bedienen müste.

7°. Nunmehro kan mit dem aus dem Maaßstabe *PQ* genommenen Radius von 46 Minuten und 5 Secunden, um den Mittelpunct *C* ein Cirkel beschrieben werden, welcher die Schattenscheibe vorstellet; wiewol meistentheils die an der Seite *L* liegende Hälfte dieser Scheibe, oder etwas über die Hälfte, hinlänglich ist. Alsdann ist die Zeichnung vollendet, vermittelst welcher, für einen jeden nicht alzusehr von dem Augenblicke des Volmondes entfernten Zeitpunct, die Größe der Finsterniß, und die eigentliche Gestalt des von dem Schatten bedeckten Theils der Mondscheibe, samt den übrigen bey dieser Finsterniß vorkommenden Umständen hergeleitet werden, und zum Theil sichtlich vorgestelt werden können.

8°. Denn man darf nur in der relativen Bahn des Mondes den Punct annehmen, mit welchem, in dem gegebenen Zeitpuncte, der Mittelpunct des Mondes

Mondes zusammenfält, und um denselben mit einem Radius, welcher dem Halbmesser des Mondes gleich ist, und also in dem gegenwärtigen Beyspiele 16 Minuten und 42 Secunden des Maaßstabes *PQ* enthält, einen Cirkel beschreiben; so zeiget sich unmittelbar, ob und auf was Art der Mond in diesem Zeitpuncte von der Erde beschattet wird. T.VII. Fig. 115.

§. 591. Die Finsterniß hat ihre äusserste Grösse, wenn sich der Mittelpunct des Mondes in der Linie *CG* befindet, die aus dem Mittelpuncte des Schattens auf die relative Bahn desselben senkrecht fält, und also den in dem Schatten enthaltenen Theil dieser Bahn in zwo Hälften theilet. Wird also der Mittelpunct der Vorstellung des Mondes in das Punct *G* gesetzt, in welchem *CG* die *EF* schneidet, und diese *CG* gehörig verlängert: so wird durch *HK* der in den Schatten versenkte Theil des Durchmessers der Mondenscheibe angegeben, welcher demnach mit dem ganzen verglichen werden kan. Es ist gewöhnlich diesen Durchmesser in zwölf gleiche Theile zu theilen, und durch die Zahl dieser Zolle, so in der *HK* enthalten sind, die Grösse der Finsterniß auszudrucken. Die bey dem Puncte *G* in der Bahn des Mondes *EF* stehende Zahl giebt den Zeitpunct dieser Verfinsterung an, welche die gröste genennet werden kan, weil, wenn sich der Mittelpunct des Mondes bey *G* befindet, er am tiefsten in den Erdschatten versenket, und seine Entfernung von dem Mittelpuncte des Erdschattens *GC* die kleinste ist. Eben der Zeitpunct ist auch das Mittel der ganzen Währung der Finsterniß.

§. 592. Die Finsterniß gehet an, wenn *CE*, die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von der Mitte des Schattens, der Summe der Halbmesser dieser zwo Scheiben gleich wird, und also in unserm Beyspiele bis zu 62 Minuten und 47 Secunden abnimt; und höret auf, indem an der andern Seite die Entfernung *CF* wieder eben diese Grösse erreichet. Wird also $CE = CF$ aus dem Maasstabe *PQ* genommen, so ist es leicht die Puncte *E* und *F* zu finden, in welchen sich der Mittelpunct des Mondes beym Anfange und Ende der Finsterniß befindet; indem man nehmlich diese Länge aus *C* bis an die Bahn des Mondes erstrecket: und alsdenn sind auch die Zeitpuncte gegeben, mit welchen die Finsterniß ihren ersten Anfang nimt, und ihr letztes Ende erreichet, als welche bey dem Puncte *E*, *F* angezeichnet stehen, wodurch zugleich die ganze Wäh-

 rung

T. VII. Fig. 115. rung der Finsterniß bekant wird. Andere merkwürdige Zeitpuncte sind eben so leicht zu entdecken, und insbesondere diejenigen, an welchen sich der Mond ganz in den Schatten der Erde versenket, und an der andern Seite wieder anfängt sich zu zeigen. Denn zu diesen Puncten, (welche in dem angenommenen Beyspiele nicht vorkommen) ist die Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte des Schattens, der Ueberschuß des Halbmessers des Schattens über den Halbmesser des Mondes. Die Zeit aber, welche verfliesset indem der Mond von dem ersten dieser Puncte bis zu dem letztern übergehet, giebt die Währung der gänzlichen Verfinsterung, und wird, so wie diejenige, in welcher er den Theil der Bahn *EF* durchlauft, von dem Zeitpuncte, an welchem er sich bey *G* befindet, in zwey gleiche Theile getheilet.

§. 593. Eben so leicht übersiehet man auch die Rechnungen, welche gebraucht werden müssen, dasjenige zu ersetzen, so die Zeichnung nicht genau genug anzugeben vermag. Da die Bewegung des Mondes, mit welcher wir hier zu thun haben, gleichförmig ist: so verhält sich eine Stunde zu einer jeden andern durch Stunden und deren Theile ausgedruckten Zeit *T*; wie der Weg, den der Mond in seiner relativen Bahn in einer Stunde zurücklegt, zu dem Theile dieser Bahn *V*, welchen er in der Zeit *T* durchlauft. Da nun der stündliche Weg desselben gegeben ist, so kan diese Proportion dienen, den in einer jeden Zeit *T* zurückgelegten Weg *V*, und umgekehrt, die zu dem Wege *V* gehörige Zeit *T* zu finden. Nun ist in dem rechtwinklichten Dreyecke *GLC* der Winkel *GLC* bekant, zusamt der grösten Seite desselben *CL*, welche in Theilen des Maaßstabes *PQ* gegeben wird, von welchen wir annehmen können, daß sie Secunden eines Grades vorstellen. Es können also auch die übrigen Seiten desselben *GL* und *CG* durch eine Rechnung gefunden werden, welche die Zahl der in denselben enthaltenen Theile von eben der Grösse angeben wird. Die erstere dieser Seiten *GL* wird das Mittel der Finsterniß anzeigen, wenn man die Zeit berechnet, welche der Mond braucht sich dem Schatten der Erde um so viel Secunden, als deren in der *GL* enthalten sind, zu nähern. Die *CG* aber kan dienen *CH* und *HK* zu finden, da *CK* und *GH* in eben den Theilen gegeben sind, nehmlich in Secunden, und sodann, aus der mit der *GH* oder dem Durchmesser 2*GH* verglichenen *HK*, die Grösse der Finsterniß zu schliessen. Eben die *CG* ist auch eine Seite der rechtwinklichten Dreyecke *CGE*, *CGF*, welche einander völlig

gleich,

gleich, und deren Seiten $CE = CF$ ebenfals gegeben sind. Es kan also aus diesen zwo Seiten die dritte $GE = GF$, gefunden, und dadurch der Anfang und das Ende der Finsterniß bestimmet werden, wenn auch nunmehro die Zeit berechnet wird, in welcher der Mond sich dem Erdschatten um GE nähert, oder von demselben um eben die länge GF entfernet, um diese Zeit derjenigen, in welcher er sich bey G befindet, zuzusetzen, oder davon abzuziehen. Und durch eine eben dergleichen Rechnung wird auch der Anfang und das Ende der gänzlichen Verfinsterung entdeckt, wenn sich diese zuträgt. T. VII. Fig. 115.

Nutzen der Beobachtung einer Mondfinsterniß.

§. 594. Der Raum, in welchem der Mond durch den Schatten der Erde gehet, ist nicht ganz finster: sondern wird gemeiniglich durch die in der Luft gebrochene Strahlen stark genug erleuchtet. Deswegen wird der Mond, auch bey seiner stärksten Verfinsterung, gar selten, und vielleicht niemals ganz und gar, unsichtbar, ob er wol immer viel dunkler als sonst, und zuweilen blutroth, erscheinet. Dieses, und daß in dem Erdschatten das Licht von der Mitte nach dem Umkreise zu nach und nach zunimt, so daß es kaum möglich ist die eigentliche Gränze dieses Schattens mit einer völligen Zuverlässigkeit anzugeben, macht es auch fast unmöglich den eigentlichen Zeitpunct, mit welchem eine Mondsfinsterniß anfängt, oder sich endiget, oder bey welchem sich der Schatten der Erde auf der Scheibe des Mondes bis an diesen oder jenen der darauf erscheinenden Flecken erstrecket, so genau, als es zu wünschen wäre, zu beobachten. Und doch haben diese Finsternisse bey der Berichtigung des Laufs des Mondes, und der Bewegung der Knoten seiner Bahn, ihren grossen Nutzen.

§. 595. Vornehmlich aber können die Mondfinsternisse gebraucht werden den Unterschied der Längen zweener auf verschiedenen Mittagskreisen liegender Oerter des Erdbodens zu finden, und dadurch die Erdbeschreibung immer mehr zu verbessern. Denn jedes Auge, welches den Mond zur Zeit seiner Verfinsterung über dem Horizonte erscheinet, siehet den Anfang, und das Ende, wie auch die Verfinsterung eines jeden Flecken des Mondes, in eben dem Zeitpuncte: ob wol dieser Zeitpunct an jeden zween auf verschiedenen Mittagskreisen liegenden Oertern verschiedentlich benennet wird, indem sich bey dieser Benennung jeder Ort nach seiner eigenen Uhr richtet, und diesen Zeitpunct früher oder später angiebt, nachdem seine Uhr eben die Stunde des Tages

T. VII. Fig. 115. früher oder später anzeiget. Wenn man also nur versichert seyn könte, daß der Anfang einer Mondfinsterniß, oder ihr Ende, oder ein anderer Umstand derselben, welcher sich in einem gewissen Zeitpuncte zuträgt, auch an beiden Orten in eben dem Augenblicke angemerket worden sey; so würde der Unterschied der Uhren, nach welchen diese Bemerkung geschehen ist, den Unterschied der Längen dieser Oerter alsbald geben. Da dieses aber nicht ist, sondern in die Beobachtung der Zeit des Anfangs oder des Endes, ausser verschiedenen andern Dingen, so gar die Einbildung einigen Einfluß haben kan; so müssen die durch dieses Mittel bestimten Längen immer etwas zweifelhaft ausfallen.

§. 596. Das beste ist, man beobachte an jedem Orte nicht nur den Anfang einer Mondfinsterniß, sondern auch ihr Ende; nicht nur den Anfang der gänzlichen Verfinsterung, sondern auch das Ende derselben; nicht nur die Zeit der Bedeckung eines gewissen Puncts des Mondes, sondern auch die Zeit der Entdeckung desselben, und schließe daraus die Zeit des Mittels der Finsterniß oder des Mittels der Bedeckung des angenommenen Punctes. Denn wenn bey der Beobachtung des Anfangs der Finsterniß eben so sehr gefehlet wird, als bey der Beobachtung des Endes, so wird der Zeitpunct, an welchem der Mond am tiefsten in den Erdschatten versenket war, eben so richtig entdecket, als ob ganz und gar nicht gefehlet worden wäre: und eben die Bewantniß hat es mit der Bedeckung und Entdeckung eines jeden deutlich zu unterscheidenden Puncts des Mondes. Es ist aber nichts anders zu vermuthen, als daß ein sorgfältiger Beobachter eine jede solche Entdeckung um eben so viele Secunden der Zeit zu spät ansetzen werde, als er die Bedeckung zu früh angesetzt hat, weil in beiden Fällen eben die Ursachen, unter welchen die Stärke des Lichts wohl die vornehmste ist, beynahe eben die Empfindung erregen müssen. Und es hindert nichts bey eben der Finsterniß mehrere dergleichen Beobachtungen zu samlen, und dadurch die Schlüsse noch zuversichtlicher zu machen.

Der

Astronomischen Vorlesungen

zehnter Abschnitt.

Von den Sonnenfinsternissen.

Die Erdfinsterniß.

§. 597.

Wenn nicht der Schatten der Erde den Mond, sondern der Schatten des Mondes, oder auch nur sein Halbschatten, die Erde trift; so sehen die Bewohner derselben, die sich an den dergestalt beschatteten Oertern aufhalten, die Sonne nie ganz; sondern sie wird ihnen, wo nicht völlig, doch zum Theil von dem Monde bedecket (556). Dieses nennen sie eine Sonnenfinsterniß, indem sie die Erscheinung blos auf sich selbst beziehen. Denn ein Auge welches sich zu der Zeit ausser dem Halbschatten der Erde befindet, kan die Sonne ganz sehen: und wenn der Ort desselben ausser der Oberfläche der Erde auch sonst gut gewählet ist, so siehet dasselbe nur auf der Scheibe, welche ihm die Erde vorstellet, einen cirkelrunden Schatten, der gegen seinen Mittelpunct immer stärker und stärker wird, sich von Abend gegen Morgen bewegen, und die verschiedenen Theile dieser Scheibe nach und nach, mehr oder weniger verdunkeln. Es ist also dasjenige, was die Einwohner der Erde eine Sonnenfinsterniß nennen, würklich eine Erdfinsterniß; und wir müssen sie als eine solche betrachten, ehe wir uns auf die Erscheinungen einlassen, die von dem besondern Orte herrühren, in welchem sich der Beobachter auf der Oberfläche der Erde befindet. Die dadurch herausgebrachten Schlüsse werden algemein, und für jeden Bewohner der Erde gleich richtig seyn, weil diese dabey nur im Ganzen, und nicht nach ihren besondern Theilen betrachtet wird.

§. 598.

T. VII. Fig. 115. §. 598. Zur Erleichterung einer völlig deutlichen Vorstellung der Umstände, mit welchen sich eine Erdsinsterniß ereignet, wird das Auge in die gerade Linie gesetzt, welche den Mittelpunct der Erde mit dem Mittelpuncte der Sonne verknüpft, und angenommen, daß es in dieser Linie verbleibe, obschon die Lage derselben geändert wird, indem dieser oder jener der zween Mittelpuncte, durch welche sie hindurch gehet: in seiner Bahn fortrücket. Alsdenn übersiehet dieses Auge, wenn es nur auch weit genug von der Erde entfernet wird, beynahe die ganze von der Sonne erleuchtete Hälfte der Erdkugel, und diese erscheinet ihm als eine helle Scheibe, in welche zwar die Seen, trockene Länder, bergigte und ebene Gegenden, welche die Oberfläche unserer Erde ausmachen, verschiedene Flecken bringen müssen; die wir aber annoch in keine Betrachtung ziehen, weil sie zu nichts dienen können, als die verschiedenen Oerter des Erdbodens von einander zu unterscheiden, welcher hier blos im Ganzen betrachtet wird. Es wird aber das Auge in dieser Linie so weit von der Erde entfernet, daß es den von dem Mittelpuncte der Sonne erleuchteten Theile derselben ganz übersehen könne, welches am sichersten geschiehet, wenn es seine Stelle selbst in diesem Mittelpuncte der Sonne bekömt; und dahin wollen wir es setzen.

§. 599. Wird nun die Erde durch ihren Mittelpunct vermittelst einer ebenen Fläche dergestalt geschnitten, daß die angenommene Linie, welche von demselben nach dem Mittelpuncte der Sonne lauft, auf diese Fläche senkrecht falle, so ist die durch diesen Durchschnitt zum Vorschein gebrachte Scheibe völlig diejenige, welche das Auge, in der ihm angewiesenen Stelle, statt der kugelrunden Erde, zu sehen vermeinet, und über und über von der Sonne erleuchtet. Wird aber diese Fläche auch ausser der Erde gehörig erweitert, und man stellet sich vor, daß der zwischen der Sonne und der Erde durchgehende Mond seinen Schatten und Halbschatten auf dieselbe werfe: so siehet eben das Auge diesen Schatten, so weit er auf die Oberfläche der Erde fält, nicht anders als es denselben sehen würde, wenn die Fläche sichtbarlich da wäre, so daß der Schatten des Mondes einige Theile derselben würklich verdunkeln könte, welches das Auge in den Stand setzen würde, dieselbe von den übrigen hellern Theilen der Fläche zu unterscheiden. Diese Fläche ist diejenige, welche in der 105ten Zeichnung durch die gerade Linie *Ff* oder *Gg* vorgestellet wird, wenn *O* den Mond bedeutet.

§. 600.

§. 600. Wenn nun die Fläche der 116ten Zeichnung durch den Mittelpunct der Sonne *S*, durch den Mittelpunct der Erde *T*, und durch den Mittelpunct des Mondes *L* gehet, so fält die Linie *ST* ganz in diese Fläche, und die durch *T* derselben perpendicular gezogene *AB* stellet die eben beschriebene Fläche vor, in welcher das in *S* gesetzte Auge alle auf dem Erdboden sichtbare Puncte, samt den darauf fallenden Schatten siehet; jedes an der Stelle, in welcher die von *S* durch dasselbe gezogene gerade Linie die Fläche *AB* erreichet. Und wenn auch *SL* gezogen, und bis an *I* verlängert wird, so erscheinet eben dem Auge der Mittelpunct des Mondes, in diesem *I*, welches zugleich die Mitte seines Schattens ist, um welche mit der gehörigen Oefnung der Cirkel beschrieben werden muß, welcher den Halbschatten auf eben der Fläche *AB* vorstellen sol. Zur Zeit einer Erdfinsterniß nun ist immer der Winkel *TSI* sehr klein, und erreichet nie die Grösse des vierten Theils einer Minute. Denn es kan sich keine Erdfinsterniß zutragen, so lang dieser Winkel *TSI* nicht kleiner ist, als er seyn muß, wenn der Halbschatten des Mondes *FLG* die Erde bey *F* berühren sol. Wird aber die Erde daselbst von dem Halbschatten berühret, so ist *TI* die Summe des Halbmessers der Erde *TF* und des auf die Fläche *AB* geworfenen Halbschattens *FI*. Nun haben wir (563) gesehen, daß die mitlere Grösse des *FI* nicht mehr betrage, als 0,58 des Halbmessers der Erde *TF*. Es verhält sich also immer beynahe *TF* zu *TI* wie 1 zu 1,58. Da also der Winkel *TSF*, in welchem der Halbmesser der Erde aus der Sonne gesehen wird, 8,7 Secunden beträgt, so kan nach dieser Rechnung der *TSI* nicht über 13,7 Secunden steigen. Da bereits dieses weniger ist, als 15 Secunden, so muß noch viel mehr, bey einer wirklichen Verfinsterung der Erde, der Winkel *TSL* = *TSI*, um welchen dem in *S* gesetzten Auge der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde entfernt scheinet, kleiner seyn als eben die Grösse des vierten Theils einer Minute. Selbst die *TG*, welche aus dem Halbmesser der Erde und dem ganzen Durchmesser des Halbschattens zusammengesetzt ist, wird von *S* in einem Winkel gesehen, der kleiner ist, als der dritte Theil einer Minute.

T. VIII. F. 116.

§. 601. Bey so gestalten Sachen können alle gerade Linien, die von *S* nach irgend einem Puncte der Erde, und, so lang die Erdfinsterniß währet, nach irgend einem Puncte des Mondes oder seines Schattens gezogen werden können, als der *ST* parallel, und folgends der Fläche *AB* senkrecht angesehen wer-

T. VIII. F. 116. den: und man kan umgekehrt annehmen, daß eine jede in dem eben bestimten Raume der Fläche *AB* perpendicular gemachte Linie, bey ihrer Verlängerung, durch den Mittelpunct der Sonne *S* gehen werde. Stellet man sich aber um *T* durch den Mittelpunct des Mondes eine Kugel vor, in deren Oberfläche, welche zuweilen der Mondhimmel genennet wird, der Bogen *LO* fält, und von welcher der Mond, so lang die Erdfinsterniß währet, nicht abweichen wird, ob er wol in derselben nicht nothwendig eben den Bogen *LO* beschreibt: so erscheinet einem in *O* gesetzten Auge der halbe Durchmesser der Erde *TF* in einem Winkel von 3446 Secunden, welche die mitlere Horizontparallaxe des Mondes ist, und *FI* in einem von 1908 Secunden. Beides zusammen giebt 5354 Secunden, welche beinahe 90 Minuten ausmachen. Wird nun dem zufolge, so wir eben gesehen haben, die *LI* als der *OT* parallel betrachtet, so folgt hieraus, daß die von *T* nach *L* gezogene *TL* mit der *TO* einen Winkel *OTL* von eben der Grösse einschliessen, und der Bogen *LO*, welcher diesen Winkel misset, kaum merklich gekrümt seyn werde. Es kan also dieser Bogen *LO*, der die gröste Entfernung angiebt, welche bey einer Erdfinsterniß der Mittelpunct des Mondes *L* von der nach der Sonne laufenden *TS* haben kan, für eine gerade Linie angenommen werden; und der ganze Theil der Oberfläche der Kugel, welchen ein um *O* durch *L* beschriebener Cirkelkreis umschliesset, für eine völlig ebene Fläche, in welche auch alle von eben dem Umkreise umschlossene Theile der übrigen Cirkelbogen, welche um den Mittelpunct *T* in der Oberfläche der Kugel beschrieben werden können, in Gestalt gerader Linien fallen. Auch werden die Winkel, welche diese geraden Linien mit einander einschliessen, denjenigen welche die Bogen selbst bilden, desto genauer gleich, je weniger ihre Spitzen von dem Puncte *O* entfernet sind, und es ist dabey kein merklicher Fehler zu befürchten, so lange diese Entfernung nicht grösser ist als *LO*. Alle diese Linien und Winkel nun, werden von den nach dem Auge *S* laufenden Gesichtsstrahlen, wenn diese bis an die Fläche *AB* verlängert werden, in dieser Fläche, mit einer beynahe volkommenen Richtigkeit, orthographisch entworfen.

§. 602. Wenn demnach nicht nur die Fläche der Ecliptic, samt dem durch eben die *TS* gehenden Breitenkreise, sondern auch ein Theil der Mondbahn, welcher entweder ebenfals durch *O* gehet, oder durchaus wenig genug von diesem Puncte entfernet ist, in der Fläche *AB* orthographisch entworfen

werden,

werden, zusamt dem Orte dieser Bahn, welchen der Mond in einem gewissen Zeitpuncte einnimt: und es wird in eben der Fläche der Durchschnitt der Erde richtig gezeichnet, wie auch der Halbschatten des Mondes, wie beides auf dieselbe fält: so stellet der Entwurf die Verfinsterung der Erde so vor, wie sie dem in S gesetzten Auge in diesem Zeitpuncte würcklich erscheinet, und man kan sich desselben bedienen zu erforschen, was es in diesem Zeitpuncte mit der Verfinsterung vor eine Bewantniß habe. Der orthographische Entwurf wird, wie gewöhnlich, vermittelst eines Maasstabes verfertiget, dessen Theile an sich wilkührlich sind. Man stellet sich aber zu besonderer Bequemlichkeit vor, daß diese Theile die Minuten oder Secunden eines mit dem Radius $TO = TL$ beschriebenen Cirkels bedeuten. Dadurch werden nicht nur die kleinen und wenig von O entfernten Bogen, welche in die Oberfläche der um T mit diesem Radius beschriebenen Kugel fallen, richtig mit einander verglichen, sondern, weil ein kleiner Theil der AB zunächst an T ebenfals als ein mit dem Radius OT beschriebener Cirkelbogen angesehen werden kan, dessen Mittelpunct in O fält: so wird auch der Halbmesser der Erde TF durch eben die Theile des Maasstabes angegeben, wenn man deren so viele nimt, als viele Minuten und Secunden in der Horizontparallaxe des Monds enthalten sind; und eben die Bewantniß hat es auch mit dem Durchmesser des Schattens FG, oder der Hälfte desselben. Lässet man aber die in dem scheinbaren Durchmesser der Sonne enthaltene Minuten und Secunden eben dergleichen Theile bedeuten, so wird die Grösse ausgedrückt, welche dieser Durchmesser haben müste, wenn uns die Sonne in der Entfernung $TO = TL$ nicht grösser oder kleiner erscheinen solte, als wir sie würklich sehen, und wir können die Scheibe, welche uns dieselbe vorstelt, mit der Scheibe des Monds, und allen übrigen an dem Mondhimmel genommenen Grössen, unmittelbar vergleichen. T. VIII. F. 116.

§. 603. Der durch den Bogen LO gemessene Winkel LTS, oder auch der Bogen LO selbst, ist die anscheinende Entfernung des Mondes von der Sonne, in diesem oder jenem vor oder nach dem Augenblicke des Neumondes genommenen Zeitpuncte, welche LO vor dem Neumonde, da sich der Mond der ST nähert, immer kleiner und kleiner wird, und kurz hernach wieder anfängt zu wachsen. Es ist also unter allen diesen Entfernungen, bey eben dem Neumonde,

T. VIII. F. 116. eine die allerkleinste, bey welcher wir uns etwas aufhalten müssen, und uns dieselbe zu dem Ende insbesondere unter LO vorstellen wollen. Sie kan unter allen übrigen mit dem geringsten Fehler der Entfernung des Mittelpuncts der Schattenscheibe I von dem Mittelpuncte der Erde gleich gesetzt werden. Und daraus folget, daß in keinem Neumonde, in welchem LO nicht kleiner ist als die Summe $TF + FI$, sich eine Erdfinsterniß zutragen könne. Ist aber LO oder die ihm gleiche Entfernung des Mittelpuncts I von T, kleiner als diese Summe der Halbmesser $TF + FI$, so wird immer ein desto grösserer Theil der Erdscheibe von dem Schatten bedeckt, je kleiner sie ist: bis endlich die Schattenscheibe ganz in dieselbe fält, da denn bey einer noch kleinern LO sich der Mittelpunct dieser Scheibe I dem Mittelpuncte F immer mehr nähert, und würklich mit demselben zusammenfält, wenn der Mittelpunct des Mondes, in dem Augenblicke seines Durchgangs zwischen der Erde und der Sonne, sich selbst in O befindet. Ist LO nicht grösser als TF, so fängt auch der Mittelpunct I an auf die Erdscheibe zu fallen, und nähert sich dem Mittelpuncte derselben desto mehr, je mehr die LO von dem Halbmesser der Erde übertroffen wird. Und alsdenn wird ein Theil der Erdscheibe rings um dieses Punct I von dem vollen Schatten bedecket, wenn zu der Zeit der scheinbare Durchmesser des Mondes grösser ist, als der scheinbare Durchmesser der Sonne (562). Sind diese beiden Durchmesser einander gleich, so wird dieser Theil zu einem blossen Puncte. Ist aber der scheinbare Durchmesser der grössere, so wird das Punct I von einem cirkelrunden Raume umgeben, in welchem das Licht von aussen nach innen zu nicht mehr abnimt, weil von allen Puncten desselben der Mond ganz in der Sonne gesehen wird (562). In allen Fällen wird die Grösse dieses den Mittelpunct I umgebenden cirkelrunden Raumes durch den Unterschied des scheinbaren Halbmessers der Sonne und des Mondes angegeben, welcher dem halben Durchmesser desselben gleich ist.

§. 604. Die kleinste Entfernung LO, auf welche wir bey allen diesen Umständen sehen müssen, ist immer kleiner, als die Breite des Mondes in dem Augenblicke seiner Zusammenkunft mit der Sonne. Denn die kleinste Entfernung fält immer aus dem Mittelpuncte der Sonne der Bahn des Mondes perpendicular, da im Gegentheile der Breitenbogen, der Ecliptic perpendicular ist, und bey seiner Verlängerung durch ihren Pol gehet. Nun kan der Theil der Bahn, welchen der Mond zur Zeit einer Finsterniß beschreibet, keinesweges der

Ecliptic

Ecliptic parallel seyn, da er mit derselben in dem von der Sonne nicht weit ent= T. VIII. F.
fernten Knoten zusammen lauft, und also mit dem durch den Mittelpuncte der= 116.
selben gehenden Breitenkreise schiefe Winkel einschliesset. Bey dem allen kan eine kurze Betrachtung, und die Anwendung desjenigen, so wir bey der Mondfinsterniß gesehen haben (574), zeigen, daß der Ueberschuß der Breite des Mondes zur Zeit des Neumondes, über die kleinste Entfernung seines Mittelpuncts von dem Mittelpuncte der Sonne, so gering sey, daß so lang es nicht um die gröste Richtigkeit zu thun ist, jene gar wol anstatt dieser gebraucht werden kan.

Gränzen einer Erdfinsterniß.

§. 605. Hiervon lassen sich nun die Merkmale hernehmen, aus welchen zu erkönnen ist, bey welchen Neumonden sich eine Erdfinsterniß zutragen könne, oder nicht. Es kan keine solche Finsterniß erfolgen, wenn in dem Augenblicke des Neumondes die Breite des Mondes grösser ist, als die Summe der halben Durchmesser der Erde und der Schattenscheibe. Und solte ja, kurz vor oder nach diesem Zeitpuncte die scheinbare Entfernung des Mondes von der Sonne kleiner seyn als die Summe, so würde doch diese Verfinsterung gar klein ausfallen, und kaum in einige Betrachtung kommen können. Man hat also nur auf die Summe dieser Halbmesser $TF + FI$ zu sehen, sowol wenn sie die gröste, als auch wenn sie die kleinste ist, um überhaupt die Bedingungen anzugeben, bey welchen sich eine Erdfinsterniß ereignen kan, oder ereignen muß. Wenn gesetzt wird, daß bey einem gewissen Neumonde die Summe $TF + FI$ die gröste sey, welche je statt findet, und die Breite des Mondes ist alsdann kleiner, so kan sich eine Erdfinsterniß ereignen: sie wird aber nicht nothwendig folgen, weil die Summe würklich zu der Zeit kleiner seyn kan, als sie gesetzt worden ist, wodurch es möglich wird, daß die Breite grösser sey. Wird aber gefunden, daß die Breite des Mondes kleiner sey als die kleinste dieser Summen, so muß sich eine Erdfinsterniß zutragen, weil die Summe nicht noch kleiner werden kan.

§. 606. Sind nun auf die Art die zwo Breiten gefunden, deren eine die Erdfinsterniß möglich die andere aber gewiß machet, so kan zu jeder derselben vermittelst des Winkels, welchen die Mondbahn mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, auch berechnet werden, wie weit in dem Augenblicke des Neumondes,

T. VIII. F. 116. da Mond und Sonne gleiche Längen haben, diese von dem nächsten Knoten entfernet seyn müsse, wenn der Mond jene Breite würklich haben sol. Dieses würde die Gränzen der Finsterniß genau genug bestimmen, wenn nicht auch hier blos die mitlern Bewegungen gebraucht werden könten, deren Abweichung von den wahren gar beträchtlich ist. Wird aber auf die daher entstehenden Fehler ebenfals gerechnet, so zeiget sich endlich, daß keine Erdfinsterniß seyn könne, wenn die Sonne um mehr als 21 Grade von dem nächsten Knoten entfernet ist; und daß, wenn diese Entfernung kleiner ist als 15 Grade, gewiß sich eine solche Finsterniß zutragen werde. Woraus folget, daß wenn die Entfernung grösser ist als 15 Grade, und kleiner als 21, die Finsterniß destomehr zweifelhaft seyn werde, je mehr sich die Sonne von der ersten dieser Gränzen entfernet, und der zweiten genähert hat. Es müssen sich also die Erdfinsternisse häufiger zutragen, als die Finsternisse des Mondes, welche unmöglich werden, wenn die Entfernung der Sonne von dem nächsten Knoten grösser ist als $14\frac{1}{2}$ Grade, und zweifelhaft, sobald diese Entfernung $7\frac{1}{2}$ Grade übersteiget.

§. 607. Vermittelst dieser für die Erdfinsterniß angegebenen Gränzen nun, wird eben so gefunden, ob in einem gewissen Neumonde sich eine Erdfinsterniß zutragen werde, wie dieses bey einer an einem Volmonde zu vermuthenden Mondfinsterniß geschiehet. Man berechnet die mitlere Länge der Sonne, und des ihr zunächst liegenden Knoten, für die Zeit des mitlern Neumondes, welche die Epacten geben, und findet, indem man die kleinere dieser Längen von der grössern abziehet, die Entfernung der Sonne von diesem Knoten. Diese wird alsdenn mit den Gränzen 15 und 21 Grade zusammen gehalten, um zu erfahren ob die Finsterniß gewiß, wahrscheinlich, oder unmöglich sey. Es muß sich aber auch nach 18 Jahren und $10\frac{1}{2}$ Tägen, in deren Anfang eine Erdfinsterniß gefallen ist, eine andere beynahe von eben der Grösse ereignen. Dieses ist bereits (579) angemerket worden, und es lassen sich die Gründe, aus welchen auf die Mondfinsternisse geschlossen worden ist, gar leicht auf die gegenwärtigen anwenden, wenn nur anstatt des Erdschattens die Sonne gesetzt, und anstatt des Volmondes die Rechnung von dem Neumonde angefangen wird. Der Knote ist nach den 18 Jahren $10\frac{1}{2}$ Tägen beynahe um $1\frac{1}{3}$ Grad, von seinem vorigen Orte in Absicht auf die Sonne, weiter nach Morgen, fortgerücket (579). Er ist also, wenn er sich an der Abendseite der Sonne befindet, derselben bey der

nachfolgenden Finsterniß um $1\frac{1}{3}$ Grade näher, als bey der vorhergehenden; lag *T. VIII. F. 116.*
aber im Anfange der 18 Jahre und $10\frac{1}{2}$ Täge der Knote der Sonne gegen Morgen, so ist er am Ende derselben um $1\frac{1}{3}$ Grade mehr von derselben entfernet. Das erste macht die nachfolgende Finsterniß etwas grösser, als die vorhergehende; und das letztere kleiner. Es ist aber auch hier blos von einer Erdfinsterniß die Rede, und keineswegen von einer Verfinsterung der Sonne, wie wir diese von der Erde sehen.

Entwurf und Berechnung einer Erdfinsterniß.

§. 608. Nunmehro ist auszumachen, ob eine aus diesen Gründen zu vermuthende Erdfinsterniß würklich erfolgen müsse: und wenn sie gewiß ist, was sie in dem wahren Augenblicke des Neumonden vor eine Gestalt und Grösse haben werde? Dieses geschiehet auf eben die Art, die bey den Mondfinsternissen gebraucht wird. Es wird für den Augenblick des mitlern Neumondes der wahre Ort der Sonne aus den Tafeln genommen, wie auch die wahre Länge und Breite des Mondes. Beide Längen zusammen gehalten, werden zeigen, ob sich in diesem Zeitpuncte der wahre Neumond würklich ereigne, oder ob er bereits vergangen, oder noch zukünftig seyn werde. Man berechnet auch, um wie viel die Sonne zu dieser Zeit in einer Stunde in ihrer Bahne fortrücket, und um wie viele Grade und deren Theile der Mond in eben der Zeit einer Stunde, die Länge, welche er hat, verändere; damit durch den Abzug der stündlichen Bewegung der Sonne von der stündlichen Bewegung des Mondes gefunden werden könne, um wie viele Grade und deren Theile der Mond sich der Sonne in einer Stunde nähere, oder von derselben entferne (582). Wird nun der Raum dieser stündlichen relativen Bewegung des Mondes in Absicht auf die Sonne, durch M bedeutet, indem N den Unterschied der Längen der Sonne und des Mondes, in dem Augenblicke des mitlern Neumondes, anzeiget, so wird vermittelst der Proportion $M:N$, so eine Stunde zu der Zeit Q, welche der Mond brauchet sich der Sonne um N zu nähern oder von derselben zu entfernen, diese Zeit Q würklich gefunden, welche zu der Zeit des mitlern Neumondes hinzugesetzt, oder davon abgezogen, alsdenn die Zeit des wahren Neumonden ziemlich genau angiebt. Man kan aber diesen Zeitpunct noch genauer bestimmen, wenn man den dergestalt gefundenen wahren Neumond anstatt des mitlern gebrauchet, und die ganze Rechnung erneuert. Für den also bestimten Augenblick des wahren Neumondes, wird

T. VIII. F. 116. wird sodann auch die Breite des Mondes, aus der Veränderung, welche bey derselben in einer Stunde vorgehet, geschlossen: indem man nehmlich diese stündliche Veränderung, nach der Verhältniß einer Stunde zu der Zeit *Q*, vermehret oder vermindert, und, was dadurch herausgebracht wird, zu der Breite, welche der Mond in dem Zeitpuncte des mitlern Neumondes hatte, hinzusetzet, oder davon abziehet.

§. 609. Ausserdem werden auch, für den Augenblick des wahren Neumondes, die scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes aus den Tafeln genommen, deren Summe der halbe Durchmesser des Schattens, der Unterschied aber der Radius der kleinen dessen Mittelpunct umgebenden Scheibe seyn wird, von welcher ohnlängst (603) gesprochen worden ist. Alsdenn ist zu dem Entwurfe der Finsterniß, wie diese in dem Augenblicke des Volmondes erscheinen wird, nichts mehr übrig, als daß auch die Horizontparallaxe des Mondes, für eben den Zeitpunct, genau bestimmet werde. Nunmehro wird T. VII. Fig. 117. (*T. VII. Fig.* 117.) ein Maasstab *PQ* angenommen, dessen Theile, wenn alles deutlich ausfallen soll, so groß genug seyn müssen, daß jedes derselben wenigstens in zehn sichtbare Theile zertheilt werden kan. Denn eigentlich solten dieser letztern Theile sechszig seyn, weil die Theile des Maasstabes *PQ* selbst Minuten bedeuten, welche in dem gegenwätigen sehr kleinen Maasstabe fast die letzten sind, die sich mit Zuversicht angeben lassen. Nachdem nun die gerade Linie *AB*, welche einen Theil der Ecliptic vorstellen soll, von der Abendseite gegen Morgen gezogen, und derselben durch ein schickliches Punct *C* die *DE* perpendicular gemacht worden ist: so nimt man für *AC* den Halbmesser des um *C* zu beschreibenden Cirkels, welcher in der Fläche des Entwurfs die Erdscheibe vorstellen soll, so viele Theile des Maasstabes *PQ*, als viele Minuten und deren Theile in der mitlern Horizontparallaxe enthalten sind, so der Mond zu der Zeit wirklich hat: als welche zugleich den Winkel angiebt, in welchem der mitlere Halbmesser der Erde aus dem Mittelpuncte des Mondes gesehen wird. Aus eben dem Maasstabe wird *CF* der Breite des Mondes gleich gemacht, und dadurch der Mittelpunct des Schattens *F* in der Fläche des Entwurfs angegeben, um welchen sodann, mit dem auf eben dem Maasstabe genommenen Radius *FG*, die Scheibe des Halbschattens beschrieben werden kan, zusamt dem kleinen Cirkel, welcher

entwe-

entweder den völligen Schatten vorstellet, oder die Puncte der Erde angiebt, *T. VIII. F.* 117.
aus welchen der Mond ganz in der Sonne gesehen wird: wenn nehmlich die Grösse dieses Scheibchens merklich ist. Mehr ist zu dieser Vorstellung nicht nöthig. Sie zeiget alle Umstände der Finsterniß in dem Augenblicke des Neumondes, und man könte die vornehmsten derselben durch Worte angeben, und die Erdfinsterniß central, total oder partial nennen, wenn diese Wörter hier eben so gebräuchlich wären, als bey den Mondfinsternissen.

§. 610. Die übrigen Erscheinungen, welche das in dem Mittelpuncte der Sonne angenommene Auge ausser dem Zeitpuncte des Neumonden bemerken kan, rühren grösttentheils von der Bewegung her, mit welcher der Mond in seiner Bahn fortrücket. Denn es muß dabey auch diejenige Bewegung in Betrachtung gezogen werden, welche dieses Auge, indem es sich selbst samt der Sonne als unbeweglich ansiehet, der Erde zuschreiben muß. Solte also die Finsterniß so vorgestellet werden, wie sie dem Auge in einem gewissen Zeitpuncte ausser dem Neumonde, zum Beyspiel, eine Stunde vorher oder hernach, erscheinet; so müste nicht nur der Mittelpunct des Schattens, in seiner hier nicht gezeichneten geradlinichten Bahn, von der Stelle *F* um so viele Theile des Maasstabes *PQ* nach dieser oder jener Seite entfernet werden; als viele Minuten und deren Theile der Mond zu der Zeit, in einer Stunde, in der seinigen zurück leget: sondern es müste auch der Mittelpunct der Erdscheibe in der *AB* um so viel von *C* gerechnete Theile der *PQ* vorwärts oder zurück gesetzt werden, als viele Minuten und Secunden der Ecliptic die Sonne, mit der Geschwindigkeit, die sie zu der Zeit der Finsterniß hat, in einer Stunde beschreibet. Dieses würde nicht viel weniger Mühe verursachen, als wenn man die Zeichnung ganz von forne anfangen wolte, welche samt einigen andern Unbequemlichkeiten zu vermeiden, auch hier die relative Bewegung gebraucht wird, mit welcher sich der Mittelpunct des Schattens *F* der Erdscheibe erstlich nähert, und hernach wieder von derselben entfernet. Dieses benimt dem Puncte *C* seine Bewegung gänzlich, und bringt alle Veränderungen, die bey dem Entwurfe zu machen sind, damit er sich für einen andern Zeitpunct schicken möge, auf die einzige Versetzung des Schattens zurück.

T. VIII. F. 117. §. 611. Es ist (581) umständlich gezeigt worden, wie aus den Bewegungen zweener Puncte *F* und *C* die Bewegung des einen *F* in Absicht auf das andere *C* zu finden sey; das ist, die Direction dieser relativen Bewegung und ihre Geschwindigkeit, und wir haben gesehen, daß dieselbe geradlinicht und gleichförmig seyn werde, wenn die Bewegung der Puncte *F* und *C* beide geradlinicht und gleichförmig sind. Und da über dieses Tafeln vorhanden sind, welche die Direction *MF* dieser relativen Bewegung durch den spitzigen Winkel *CFM* angeben, der von derselben, und dem Theile des Breitencirkels *FC* eingeschlossen wird, und immer an der Seite des nächsten Knoten lieget: ihre Geschwindigkeit aber durch die Zahl der Minuten und Secunden bestimmen, um welche der Mittelpunct *F* in einer Stunde auf der Bahn *MF* fortrücket: so kan hier beides, die Lage der Bahn *MF* und die stündliche Bewegung des Puncts *F* in derselben, als bekant angenommen werden. Wird also diese Zahl der Minuten und Secunden der stündlichen relativen Bewegung auf dem Maasstabe *PQ* genommen, und besonders durch *RS* angegeben, welche in 60 gleiche Theile getheilet wird, und jeder dieser Theile, so weit das Auge zureichen wil, wieder in sechszig andere: so kan alsdenn dieser neue Maasstab *RS* gebraucht werden, ohne Zeitverlust, in der nach beiden Seiten hinlänglich verlängerten *MF*, den Ort des Schattens, für einen jeden vor dem Neumonde vorhergehenden oder darauf folgenden Zeitpunct, zu finden. Denn es ist jeder auf der Linie *RS* von ihrem Anfange genommene Theil dem Wege gleich, welchen das Punct *F*, in der beym Ende desselben angezeigten Zahl der Minuten und Secunden, zurück leget. Wenn also, wie auch bey dem Entwurfe der Mondsinsterniß geschehen ist, von dem Orte, welchen dieses Punct *F* zur Zeit des Neumondes einnimt, so viele Theile des Maasstabes *RS* nach der Abendseite getragen werden, als viele Minuten und Secunden seit der letzten vollen Stunde bis an den wahren Neumond verflossen sind; und dadurch das Punct der relativen Bahn *FM* angegeben wird, in welchem sich der Mittelpunct des Schattens damals befunden hat: so kan von diesem Puncte die getheilte *RS* so oft auf diese Bahn getragen werden, als nöthig erachtet wird. Es ist leicht auch die Stunde und Minute beyzuschreiben, in welcher sich der Mittelpunct des Schattens bey jedem dergestalt erhaltenen Theilungspuncte befindet; und alsdenn wird der wahre Ort des Schattens unmittelbar durch die Zeit gegeben.

Gebrauch des Entwurfs einer Erdfinsterniß.

§. 612. Ist nun die Vorstellung so weit in einer Grösse verfertiget worden, die bey der vorgeschriebenen Grösse der Theile des Maasstabes *PQ* nicht viel kleiner seyn wird, als ein Schuh, und man wil wissen, ob die Erdscheibe in einem gewissen Zeitpuncte würklich verfinstert werde, und, wenn sie verfinstert wird, in welcher Gestalt und Grösse, der von dem Schatten und Halbschatten bedeckte Theil dieser Scheibe, dem Auge erscheinen werde: so darf man nur um das Punct der Bahn *MF*, bey welchem sich der Mittelpunct des Schattens zu der Zeit befindet, mit dem Radius *FG*, dessen Grösse so lang die Finsterniß währen kan, immer einerley bleibt, einen Cirkel beschreiben, und diesem, um eben den Mittelpunct den kleinern Cirkel beyfügen, welcher den Schatten des Mondes angiebt. Der von diesen Cirkeln bedeckte Theil der Erdscheibe, wird den beschatteten Theil derselben in seiner wahren Gestalt und Grösse, samt dessen Lage in Absicht auf die Ecliptic und den Breitenbogen, vorstellen. T. VIII. F. 117.

§. 613. Die gröste Verfinsterung ereignet sich bey dem Puncte *H*, in welchem die aus *C* auf die relative Bahn *FM* gerade fallende *CH* diese schneidet; weil, wenn sich der Mittelpunct des Schattens bey diesem Puncte *H* befindet, sein Abstand von *C* der kleinste ist: und die Zeit dieser stärksten Bedeckung, wird durch die Minutenzahl angegeben, die bey *H* geschrieben stehet, oder doch stehen solte. Sol beides, so wohl die Zeit der stärksten Verfinsterung, als auch der Abstand *CH*, um welchen zu der Zeit der Mittelpunct *F* von dem *C* entfernet ist, genauer bestimmet werden, so werden in dem rechtwinklichten Dreyecke *CHF*, dessen Winkel *CFH* samt der Seite *CF* bekant sind, die Seiten *CH* und *HF* berechnet. Sie werden in Theilen des Maasstabes *PQ* gefunden, als in welchen *CF* gegeben wird, und sodann bleibt bey *CH* nichts weiter zu fragen übrig. Die Zeit aber, welche der Mittelpunct des Schattens braucht aus *F* in *H*, oder aus *H* in *F* überzugehen, welche wir *T* nennen können, indem *H* eine Stunde bedeutet, wird vermittelst der Proportion $RS : FH = H : T$ gefunden.

§. 614. Auf eben die Art werden auch die übrigen Umstände der Verfinsterung durch die Zeichnung, und wenn diese nicht hinlänglich erachtet wird,

 durch

T. VIII. F. 117. durch die Rechnung herausgebracht. Sollen die Zeitpuncte angegeben werden, in deren erstern die Finsterniß anfängt, indem der Schatten die Erde an der Abendseite nur berühret, in dem zweiten aber, mit einer andern Berührung an der Morgenseite, wieder aufhöret; so wird die Summe der beiden Halbmesser *CA* + *FG* aus *C* zu beiden Seiten der *CH* an die Bahn *FM* getragen. Erreicht sie nun diese in den Puncten *I* und *K*, so ist *I* der Ort des Mittelpuncts des Schattens beym Anfange der Verfinsterung, und *K* beym Ende derselben: die Zeitpuncte aber, in welchen der Mittelpunct des Schattens sich in diesen Stellen befindet, stehen darneben angezeiget, oder sind doch, vermittelst des Maaßstabes *RS* leicht zu haben. Die Mitte der Verfinsterung fält in den Zeitpunct, in welchen der Mittelpunct des Schattens durch *H* gehet; und dieser Zeitpunct wird eben so gefunden. Die Verfinsterung nimt vor demselben eben so zu, wie sie nachher wieder abnimt; und es werden immer, in gleichen Zeiten vor und nach der Mitte der Finsterniß, gleiche und ähnliche Theile der Erdscheibe von dem Schatten bedeckt.

§. 615. Nachdem die Zeitpuncte gefunden sind, mit welchen die Erdfinsterniß ihren Anfang genommen, und ihr Mittel oder Ende erreichet hat, ist es leicht ihre halbe oder ganze Währung anzugeben. In dem gezeichneten Beyspiele nimt die Verfinsterung ihren Anfang um 8 Uhr und 21 Minuten. Ihr Mittel erreichet sie um 10 Uhr 50 Minuten, und das Ende, um 1 Uhr 19 Minuten. Es ist also ihre halbe Währung 2 Stunden und 29 Minuten lang, und die ganze beträgt 4 Stunden 58 Minuten. Der Mittelpunct des Schattens erreichet die Erde um 9 Uhr, 28 Minuten, und verläst dieselbe wieder um 12 Uhr 11 Minuten, demnach hält er sich in derselben nicht länger auf, als zwo Stunden und 43 Minuten, in welcher Zeit dieser Mittelpunct die ganze Sehne *MN* durchlaufen muß. Hieraus kan man sich von der längsten Währung, die eine Erdfinsterniß haben kan, einen Begriff machen. Wenn man anstatt der *MN* einen Durchmesser setzet, auf welchem der Mittelpunct des Schattens fortgehen sol, damit bey der Geschwindigkeit, mit welcher er sich würklich in der *MF* beweget, die Finsterniß so lang dauren möge als es möglich ist, so giebt die Messung, daß dazu drey und eine halbe Stunde Zeit erfodert werde: für die ganze Währung der Finsterniß aber, von dem Zeitpuncte an, in welchem der Schatten die Erdscheibe zuerst trift, bis an denjenigen, mit welchem er dieselbe gänzlich verläßt,

läßt, werden auf eben die Art fünf und eine halbe Stunde gefunden. Dieses ist nun zwar nicht immer so. Denn die Geschwindigkeit des Schattens wird bald etwas grösser, bald kleiner, und die übrigen Grössen bleiben auch nicht gänzlich unverändert. Bey dem allen kan die Zeit der grösten Währung einer Erdfinsterniß von der gefundenen nicht sehr abweichen, und man kan sich daraus eine beynah genaue Vorstellung von der Geschwindigkeit machen, mit welcher der Schatten des Mondes über der Erdscheibe fortflieget. T. VIII. F. 117.

§. 616. Ist zur Zeit der Verfinsterung der Unterschied der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes so groß, daß auch das kleine Scheibchen um *F*, dessen etlichemal Erwähnung geschehen ist, mit einiger Zuverläßigkeit beschrieben werden kan, so werden vermittelst desselben, durch ein eben dergleichen Verfahren, auch diejenigen Zeitpuncte gefunden, bey welchen der Mond anfängt einigen Bewohnern des Erdbodens die Sonne ganz zu bedecken, oder doch ganz in der Scheibe derselben zu erscheinen. Die Rechnung aber, welche auch hier alles genauer giebt, als das Auge, wird vermittelst dieser Zeichnung gar leicht übersehen. Es komt alles auf die Auflösung ebener und geradlinichter Dreyecke an, deren Seiten durch die Theile des Maaßstabes *PQ* ausgedruckt werden, so Minuten bedeuten, und überal wird die Zeit, welche der Mittelpunct des Schattens brauchet einen gewissen Theil der Bahn *FM* zu beschreiben, entdecket, wenn man diesen Theil mit dem Wege einer Stunde, welchen die *RS* vorstellet, gehörig vergleichet. Auf eben die Art werden verschiedene andere Fragen erörtert, welche die Erdfinsterniß überhaupt oder insbesondere betreffen.

Einige Anmerkungen und Zusätze.

§. 617. Es hat aber ein dergestalt verfertigter Entwurf ein paar kleine Fehler, welche davon herrühren, daß gar kleine Winkel als nichts betrachtet, und ausser Acht gelassen worden sind. Der erste wird begangen, wenn man den halben Durchmesser der Schattenscheibe auf der Fläche des Entwurfs der Summe der scheinbaren Durchmesser der Sonne und des Mondes gleich machet, welche er doch um 4 bis 5 Secunden übertrift (563). Allein dieses kan leicht vermieden werden, wenn es die Grösse des Risses erfodert. Der zweite rühret davon her, daß man die aus dem Mittelpuncte der Sonne durch den Mittelpunct des Mondes gezogene gerade Linie, welche den Ort des Schattens in der Fläche des

T. VIII. F. 117. Entwurfs bestimmen sol, als derjenigen parallel ansiehet, die den Mittelpunct der Sonne mit dem Mittelpuncte der Erde verknüpft, wodurch der Mittelpunct des Schattens dem Puncte *C* zu sehr genähert wird. Denn wenn
T. VIII. F. 118. (*T. VIII. Fig.* 118.) *S* den Mittelpunct der Sonne, *C* den Mittelpunct der Erde, und *L* den Mittelpunct des Mondes vorstelt, von welchem *LO* der in der Fläche des Entwurfs liegenden *CF* parallel lauft: so ist eigentlich der von der verlängerten *CF* angetroffene Punct *f*, der Mittelpunct der in der Fläche des Entwurfs zu beschreibenden Schattenscheibe, an dessen Stelle die der *OC* parallel laufende *LF* das Punct *F* angiebt, welches um *Ff* dem *C* näher ist. Es ist aber auch dieser Fehler leicht zu verbessern, sobald er sichtbar wird. Denn da sich *SO* zur *OC* oder *LF*, wie *OL* oder *CF* zur *Ff* verhält, und *OC* die Entfernung des Mondes von der Sonne zur Zeit des Neumondes ist; *OC* aber dessen Entfernung von der Erde: und aus dem vorhergehenden (529) bekant ist, daß *OC* beynahe den 395sten Theil der *SO* betrage; so kan auch *Ff* nicht mehr als den 395sten Theil der *CF* ausmachen, welches kaum mehr ist als ein Viertel des hundertsten Theils derselben.

§. 618. Sol demnach alles aufs genauste genommen werden, so muß,
T. VIII. F. 119. wenn *C* (*T. VIII. Fig.* 119.) der Mittelpunct der Erdscheibe, und *F* der Mittelpunct des in die Fläche derselben fallenden Schattens ist, welchen der orthographische Entwurf angiebt, die *CF* beynahe um ein Viertel ihres hundertsten Theils vermehret, und wenn dadurch *Cf* herausgebracht wird, der Mittelpunct des Schattens in *f* gesetzt werden. Hieraus folget, daß wenn *FM* der orthographische Entwurf der Bahn des Mondes ist, welcher durch die gegebene Anweisung gefunden wird; die dieser *FM* durch *f* parallel laufende *fn* der wahre Entwurf dieser Bahn seyn werde, welcher dem in den Mittelpunct der Sonne gesetzten Auge von dem Theile der Bahn, welchen der Mond zur Zeit der Verfinsterung beschreibet, genau bedecket wird. Denn wenn man auch nach Belieben *CN* ziehet, und bis in *n* verlängert, so ist immer $CN : Nn = CF : Ff$, und also *n* der eigentliche Ort des Mittelpuncts des Schattens für den Zeitpunct, für welchen ihn der orthographische Entwurf in *N* angiebt. Es folget hieraus, daß auch *fn* um den 395sten Theil der *FN* grösser seyn werde, als dieselbe, welches fast das einzige ist, so diese Verbesserung der Zeichnung anrathen kan, in welcher meistentheils die auf die Bahn des Mondes beynahe senkrecht fallende

CF

CF so klein ist, daß ein so geringer Theil derselben unsichtbar wird, und also die beiden Entwürfe *FM* und *fm* in einen zusammen fallen. Ueber dieses giebt diese Verbesserung eine etwas genauere Rechnung, wenn man sich derselben bedienen will. T. VIII. F. 119.

§. 619. Es kan allen diesem in der 117ten Zeichnung noch der Entwurf des Stundencirkels beygefüget werden, welcher durch den Mittelpunct der Sonne gehet, und dadurch, daß man diesen Mittelpunct, so lang die Verfinsterung währet, als unbeweglich ansiehet, auch selbst unbeweglich wird. Da sich die Sonne in der Linie aufhält, welche durch *C* der Fläche des Entwurfs perpendicular ist, so ist auch der Entwurf dieses Cirkels eine gerade Linie *PQ*, die mit der Vorstellung der Ecliptic *AB* einen Winkel *PCA* oder *PCB* einschliesset, dessen Grösse nach der an seinem Orte gegebenen Anweisung zu finden ist, wiewol man ihn auch aus den Tafeln haben kan. Wenn man sich (*T. VIII. Fig.* 120.) das Kugeldreyeck *abc* vorstellet; in welchem *a* der Ort der Sonne, *ab* ein Theil der Ecliptic und *cb* ein Theil des Gleichers ist, welcher jenen in *b* schneidet, *ac* aber ein Theil des durch die Sonne gehenden Stundencirkels, welcher bey *c* mit dem Gleicher einen rechten Winkel einschliesset: so ist in diesem Dreyecke der Winkel *b* samt der Seite *ab* bekant, und, nach Anweisung der sphärischen Trigonometrie, $r : \cos ab = \tan b : \cot a$. Wird also in dem geradlinichten und rechtwinklichten Dreyecke *ABC*, der Winkel *ACB* dem *b*, welchen die Ecliptic mit dem Gleicher einschliesset, gleich gemacht, $AB : DB$ aber der Verhältniß des Radius zum Cosinus der Entfernung der Sonne vom Anfange des Widders oder der Wage *ab*, und die *DC* gezogen, so ist, weil $AB : DB = \tan ACB : \tan DCB$, dieser Winkel *DCB* das gesuchte Complement des Winkels *a* zu einem rechten Winkel, welches in dem Entwurfe *PCE* ist, indem *a* den Winkel *PCA* oder *PCB* bedeutet. T. VIII. F. 120.

§. 620. Der vermittelst des dergestalt gefundenen Winkels *PCE* in *PQ* zu entwerfende Stundenkreis, welcher auch der algemeine Mittagskreis genennet wird, gehet, wie alle übrige dergleichen Entwürfe durch die Pole der Erde, deren Entwürfe demnach beide in die *PQ* fallen müssen, wie die Pole der Ecliptic in die *DE*. Dieses haben wir, mit vielen andern so dazu gehö-

gehöret, bereits (491) gesehen. Was aber die *PQ* selbst anlangt, so fält dieselbe in *DE*, wenn sich die Sonne in einem der Wendpuncte befindet. Ist aber der Ort der Sonne von diesen Puncten entfernet, so fält der mitternächtige Theil dieser Linie *PC* an die Morgenseite der *DE*, so lang sich die Sonne von dem Anfange des Steinbocks durch den Widder bis zum Anfange des Krebses beweget: gehet sie aber von diesem Puncte durch die Wage bis wieder zum Anfange des Steinbocks fort, so fält *PC* an die Abendseite der *DC*. Dieses siehet man leicht, vornehmlich wenn man die Winkel betrachtet, welche die auf eine Erdkugel gezeichnete Ecliptic, das ganze Jahr durch, mit den Mittagskreisen derselben einschliesset.

Andere die Erdfinsternisse betreffende Aufgaben.

§. 621. Ist nun nach diesem allen auch die Schattenscheibe für einen gewissen Zeitpunct an ihre rechte Stelle gesetzt worden, so kan vermittelst der oben angezeigten Gründe immer geschlossen werden, in welcher Gestalt und Grösse der von dem Monde nicht bedeckte Theil der Sonne, einem in das nach Belieben angenommene oder gegebene Punct dieser Scheibe gesetzten Auge, zu der Zeit erscheinen würde. Fält dieser Punct *R* in die Erdscheibe, so ist er auch dem orthographischen Entwurfe des in der Oberfläche liegenden Orts, welcher alsdenn eben die Erscheinung hat, so nahe, daß er von demselben gar nicht unterschieden werden kan. Denn da alle Strahlen, welche von der Sonne auf die Erdscheibe fallen, dieser beynahe perpendicular sind: so kan ein Sonnenstrahl, welcher durch irgend ein Punct der Oberfläche der Erde durchgehet, bey seiner kurzen Verlängerung bis an die Fläche des Entwurfs, sich gar nicht weit von der geraden Linie entfernet haben, die von eben dem Puncte der Oberfläche jener perpendicular fält. Es kan also auch der Ort der Oberfläche der Erde, von welchem ein Auge die Sonne eben so bedeckt siehet, als das in *R* gesetzte, genau angegeben werden, wenn man nur den Punct dieser Oberfläche zu finden weiß, dessen Entwurf in das angenommene oder gegebene *R* fält, das ist, die Länge und Breite desselben. Dieses aber kan auf verschiedene Art, und am leichtesten vermittelst der Erdkugel verrichtet werden, wenn man den von einer gleichgrossen Himmelskugel geborgten Höhenquadranten zu Hülfe nimt.

Man bemerket 1°) den Ort, in welchem sich die Sonne in dem Augenblicke des wahren Neumondes befindet, in der Ecliptic der Kugel, und bringt dieses Punct in das Zenit derselben, wodurch der Pol, welcher zu der Zeit von der Sonne erleuchtet ist, um so viele Grade und Minuten über ihren Horizont erhaben wird, als die Abweichung der Sonne von dem Gleicher ausmachet. Alsdenn stellet die über den Horizont erscheinende Hälfte der Kugel, den von der Sonne erleuchteten Theil der Oberfläche der Erde so weit vor, als dieser in den Entwurf gebracht ist; ohne nehmlich die besondern Oerter derselben von einander zu unterscheiden: und man hat auf dem Horizonte den Bogen *PA*, oder *QA*, wie auch *PB*, oder *QB*, der von Norden oder Süden bis an die Ecliptic reichet, unmittelbar. Es können auch die Puncte der Ecliptic *A*, *B*, in welchen sie den Horizont schneidet, in diesem gezeichnet werden. T. VIII. F. 117.

Nun wird 2°) die Kugel um ihre Axe so gedrehet, daß auch die auf derselben vorgestelten Bilder der Länder, und übrigen Oerter des Erdbodens, diejenige Lage bekommen, welche die Länder und Oerter selbst, in der von dieser erleuchteten Hälfte des Erdbodens in dem angenommenen Zeitpuncte würklich haben. Es ist nehmlich der Augenblick des Neumondes nach der Uhr eines gewissen Orts berechnet worden. Für diesen Ort wird der an der Axe der Kugel haftende Stundenzeiger richtig gesetzt, so nehmlich, daß wenn der Ort an den Mittagsring der Kugel gebracht wird, dieser Zeiger genau zwölfe weiset. In dieser Stellung bleibt der Zeiger fest; die Kugel aber wird so lang um ihre Axe gedrehet, bis eben der Zeiger die Stunde und Minute angiebt, welche in der Zeichnung durch die Ziffer angezeiget wird, die neben dem Puncte der Bahn des Mondes stehet, in welches der Mittelpunct des Schattens gesetzt werden mußte; welches viel richtiger, als vermittelst des kleinen Stundenringes geschehen kan, wenn man dabey zugleich auf den viel grössern Gleicher der Kugel siehet, und durch denselben, was der Stundenring nur ins gröbere angiebt, gehörig verbessert. In diesem Stande wird die Kugel befestiget, und an das Zenit derselben der Höhenquadrant angeschraubt.

3°) In der Fläche des Entwurfs wird aus dem Mittelpuncte der Erdscheibe *C*, durch das gegebene Punct *R*, der Radius *CT* gezogen, welcher die Winkel *ACT* *PCT*, samt den übrigen dieser Art, angeben wird, deren jeder

T. VIII. F. 117. das Punct des Horizonts der Kugel anzeiget, durch welches der Höhenquadrant gelegt werden muß, wenn seine Schärfe in der Oberfläche der Kugel durch den gesuchten Ort gehen soll. Denn *CT* ist würklich der orthographische Entwurf dieses Quadranten. Alsdenn ist nichts übrig, als daß auch der Abstand des Orts von dem Zenit der Kugel, durch die zwischen diesen zween Puncten enhaltenen Theile des Höhenquadranten, gegeben werde.

4°) Dieses aber ist, wenn eben nicht die volkommenste Richtigkeit verlangt wird, etwas leichtes. *CR* ist der orthographische Entwurf des verlangten Abstandes, und also der Sinus desselben: man darf also nur den zu diesem Sinus *CR* gehörigen Bogen, des mit dem Radius der Kugel beschriebenen Kreises, durch die Zeichnung finden, oder berechnen, um diesen Abstand zu erhalten, welcher den gesuchten Punct der Oberfläche völlig bestimmen wird.

§. 622. Wer erweget, wie wenige Oerter des Erdbodens in Absicht auf ihre Länge und Breite so genau bekant sind, als dieses die Verfertigung einer volkommenen Erdkugel erfodert, wird die hier gegebene Anweisung richtig genug finden. Wolte sich aber jemand die Mühe geben, wie in der
T. VIII. F. 122. 122 Zeichnung würklich, wiewol nur im kleinen, geschehen ist, in seinem Entwurfe der Erdscheibe, ausser den bisher erklärten Stücken, auch alle übrige Stundenkreise zu bringen, samt einer hinlänglichen Zahl derjenigen Kreise, die dem Gleicher parallel liegen; der würde sich die Arbeit gar sehr erleichtern, und ohne Beyhülfe der Erdkugel die Länge und Breite des Puncts der Oberfläche der Erde anzuzeigen wissen, dessen Vorstellung *R* in der Erdscheibe für einen gewissen Zeitpunct gegeben ist. Denn er könte die Breite aus den Vorstellungen der Parallelen schliessen, zwischen welchen dieses Punct *R* lieget, indem er diese von dem Gleicher nach dem Pole oder von dem Pole nach dem Gleicher zählte. Die von dem Mittagskreise *PQ* nach eben dem *R* gezählten Stundencirkel aber würden ihm die Stunden und deren Theile angeben, die von der Uhr des durch *R* vorgestelten Orts in eben dem Zeitpuncte gewiesen wird. Nun ist auch die Stunde und Minute bekant, so die Uhr des Beobachtungsplatzes zu eben der Zeit weiset. Denn auf diese beziehen sich die Ziffern, welche in der Zeichnung bey der Bahn des Mondes *MN* stehen,

und

und es drücket unter denselben diejenige, an welche der Mittelpunct des Schattens gesetzt werden muste, jene Zeit aus. Wird also diese Zahl von Stunden und Minuten mit derjenigen, welche die Uhr des Orts *R* in demselben Zeitpuncte angiebt, zusammen gehalten, und der Unterschied beider Uhren entdeckt, so wird eben dadurch die von dem Beobachtungsplatze gerechnete Länge dieses Orts angegeben. T. VIII. F 122.

§. 623. Es werden aber auch vermittelst der Erdkugel, oder vermittelst eines Entwurfs derselben, in welchem die Cirkel der Längen und Breiten, in einer hinlänglichen Anzahl erscheinen, noch viele andere Fragen aufgelöset. Ist insbesondre ein dergleichen Entwurf, wie er hier beschrieben wird, für diese oder jene Erdfinsterniß verfertiget worden, so kan man an demselben erkennen, bey welchem Puncte der Oberfläche der Erde der Halbschatten dieselbe zuerst berühren, und bey welchem er sie wieder gänzlich verlassen werde: wie auch, welchen Ort der eigentliche Schatten, oder die Axe desselben, zuerst und zuletzt treffen werde: welchen Ort des Erdbodens eben die Axe, oder eine andere von einem bestimten Puncte der Schattenscheibe nach der Sonne gezogene gerade Linie, die den Mond irgendwo berühret, in dem Augenblicke treffen werde, da seine Uhr Mittag, oder eine jede andere Stunde weiset; und was dergleichen Umstände mehr sind, welche der bedächtliche Umgang mit einem solchen in der gehörigen Grösse verfertigten Entwurfe von selbst an die Hand geben wird. Ueberal wird das gesuchte Punct der Oberfläche der Erde durch seine Länge und Breite so gegeben, wie dieses von dem *R* gewiesen worden ist, und man wird dadurch in den Stand gesetzt, denselben auf einer Erdkugel oder Landkarte anzuzeigen. Die vielen Zeichnungen aber, welche bey diesen Arbeiten auf der Fläche des Entwurfs gemacht werden müsten, können vermieden werden, wenn die Schattenscheibe in ihrer rechten Grösse auf ein besonderes Blatt entworfen, und einer ihrer Halbmesser *FS*, in welchem man sich immer das gegebene oder angenommene Punct *R* vorstellen kan, nach den oben angezeigten Gründen (565) getheilet wird. der Mittelpunct dieser Scheibe wird in der Bahn des Mondes an die gehörige Stelle gebracht, und dadurch eben das erhalten, was ein in der Fläche des Entwurfs beschriebener Kreis leisten würde, insonderheit, wenn das Blatt vermittelst etwas ölichten durchsichtig gemacht wird.

Die Sonnenfinsterniß.

T. VIII. F. 122. §. 624. Die Bedeckung der Sonne, welche ein jeder Bewohner des Erdbodens merken muß, über welchen der Schatte des Mondes weggehet, ist, wie wir gleich Anfangs gesehen haben, für denselben eine Sonnenfinsterniß. Denn es ist aus allen, so bisher gezeigt worden ist, zu schliessen, daß nicht alle Einwohner der Erde in eben dem Neumonde, in welchem der Schatte des Mondes auf die Erde fält, eine Sonnenfinsterniß haben können: und die sie haben, sehen sie weder zu eben der Zeit, noch in eben der Grösse; so daß man sagen kan, es erscheine eine Sonnenfinsterniß einem jeden Orte des Erdbodens anders, als allen übrigen. Diese besondern Erscheinungen sind nun umständlich zu betrachten.

§. 625. Die Sonne zeiget sich uns immer als eine runde Scheibe, und der Mond würde zu jeder Zeit in eben der Gestalt erscheinen, wenn er über und über erleuchtet wäre. Doch wird uns der dunkele Theil des Mondes sichtbar, wenn er einen leuchtenden Körper bedecket; und völlig deutlich, wenn dieser bedeckte Körper die Sonne ist. Diese zwo Scheiben kan man sich immer an dem Himmel des Mondes vorstellen, an welchem sich der Mittelpunct dieses letztern Körpers würklich befindet, und die Minuten samt deren Theilen, durch welche ihre scheinbare Grössen ausgedruckt und mit einander verglichen werden, von einem der grossen an diesem Himmel zu beschreibenden Cirkel hernehmen. Sie sind einander selten gleich: gemeiniglich ist die eine grösser als die andere: bald diese bald jene, und der Unterschied der Durchmesser derselben kan über den zehnten Theil des ganzen betragen. Beide Scheiben scheinen an dem Gewölbe des Himmels, welches wir uns einbilden, von Abend gegen Morgen fortzurücken, aber die dunkele geschwinder als die helle, und wir mögen immer sagen, daß dieses an dem Mondhimmel geschehe. Bey einer Sonnenfinsterniß erreichet endlich die dunkele Scheibe die helle, und tritt dem Ansehen nach in dieselbe. Dieses geschiehet an der Abendseite der Sonne, mehr oder weniger gegen Mittag oder Mitternacht. Von dannen rücket die dunkele Scheibe nach Morgen fort, so daß ihr Mittelpunct einen Bogen zu beschreiben scheinet, der so wenig gekrümt ist, daß er für eine gerade Linie angenommen werden kan, und bedecket die Sonnenscheibe immer mehr und mehr, bis sie sich endlich wieder aus derselben herausbegiebet, und sie darauf an ihrer Morgenseite gänzlich verläßt.

§. 626.

§. 626. Die Sonnenscheibe erscheinet in dem Zeitpuncte, in welchem der Mittelpunct der dunkeln Scheibe sich dem Mittelpuncte derselben so sehr genähert hat, als bey dieser Bewegung möglich ist, am allermeisten bedecket, und durch die Grösse ihres alsdenn verfinsterten Theils wird auch die Grösse der Finsterniß angegeben. Es wird an dem Himmel durch den Mittelpunct der beiden Scheiben eine gerade Linie gezogen, und der in diese Linie fallende Durchmesser der Sonnenscheibe, mit dem von dem Monde bedeckten Theile desselben verglichen; eben so wie dieses bey der Mondfinsterniß zu geschehen pflegt, indem man nehmlich auch hier den Durchmesser der Sonne in zwölf Zolle theilet, und durch die Zahl dieser Zolle, die in den bedeckten Theil desselben fallen, die Grösse der Finsterniß angiebt. Die Finsterniß ist total oder partial, nachdem der angezeigte Durchmesser ganz oder nur zum Theil bedecket wird. Und man siehet leicht, daß vermittelst der bekanten Verhältnisse des scheinbaren Durchmessers der Sonne zu dem Durchmesser des Mondes zur Zeit der Finsterniß, und vermittelst der Verhältniß des Durchmessers, zu dem in einem gewissen Zeitpuncte bedeckten Theile desselben, oder auch zu dem Zwischenraume, um welchen der Mittelpunct der Mondscheibe von dem Mittelpuncte der Sonnenscheibe entfernet scheinet, die Gestalt und Grösse des damals bedeckten oder unbedeckten Theils der Sonnenscheibe, durch zween in einer Ebene beschriebene Kreise, auf das genauste vorgestelt werden könne. Es kan seyn, daß bey dieser Vorstellung der Mittelpunct der Scheibe des Mondes genau in den Mittelpunct der Sonnenscheibe fält, wenn nehmlich in dem Augenblicke, für welchen sie gemacht werden sol, das Auge des Beobachters sich in der geraden Linie befindet, die durch die Mittelpuncte der Sonne und des Monds hindurch gehet. Alsdenn ist die Finsterniß central, und die Sonne erscheinet entweder nur in diesem Augenblicke, oder auch eine kurze Zeit vorher und hernach, ganz von dem Monde bedecket; das erste, wenn der scheinbare Durchmesser des Mondes dem scheinbaren Durchmesser der Sonne gleich ist, und das zweite, wenn er diesen übertrift. Ist aber zu der Zeit der scheinbare Durchmesser des Mondes kleiner als der scheinbare Durchmesser der Sonne, so bleibt an dem Umfange der Sonnenscheibe ein durchaus gleich schmahler Ring sichtbar. Fallen die Mittelpuncte der zwo Scheiben nicht völlig zusammen, so kan bey einer geringen Entfernung des einen von dem andern zwar die Finsterniß total seyn, und einige Zeit währen, wenn der scheinbare Durchmesser

T. VIII. F. 122.

T. VIII. F. 122. des Mondes grösser ist als der scheinbare Durchmesser der Sonne, oder der Mond kan gantz in der Sonne erscheinen, wenn sein Durchmesser der kleinere ist. Es bekomt aber in diesem letztern Falle der Ring, welcher unbedeckt bleibet, nicht überal einerley Breite.

Die Grösse einer Sonnenfinsterniß für jeden Ort des Erdbodens, und jeden Zeitpunct.

§. 627. Sollen nun, für einen gewissen Beobachtungsplatz, alle diese Erscheinungen, wie sie sich nach und nach, jede zu ihrer Zeit ereignen müssen, vorhergesagt werden: so komt es nur darauf an, daß man in einem dergleichen Entwurfe der erleuchteten Oberfläche der Erde, als bisher gebraucht worden ist, den Entwurf dieses Platzes, zu einem jeden gegebenen Zeitpuncte, richtig anzugeben wisse. Dieses aber ist etwas leichtes, wenn der Weg des Platzes, welchen er bey der täglichen Bewegung der Erde um ihre Axe nimt, nach der (498) gegebenen Anweisung, richtig entworfen und getheilet worden ist. Denn alsdenn ist jeder mit einer gewissen Zahl von Stunden und Minuten bezeichnete Punct des Entwurfs dieses Weges der Entwurf der Stelle, in welcher sich der Beobachtungsplatz in dieser Stunde und Minute befindet; und man muß sich den Beobachtungsplatz selbst gerade über diesen Punct, das ist, in der Linie, welche durch denselben der Fläche des Entwurfs perpendicular stehet, vorstellen. Die Grösse und Gestalt der Finsterniß werden vermittelst dieses Orts durch die folgenden Gründe bestimmet.

T. VIII. F. 121. §. 628. Wenn (*T. VIII. Fig.* 121.) *PQ* ein Theil der Fläche des orthographischen Entwurfs, und in derselben *C* der Mittelpunct der Erde ist, *F* der Ort des Mondes in dem Entwurfe seiner relativen Bahn, und *R* der Entwurf des Ortes, von welchem die Finsterniß beobachtet werden sol: und es werden durch *F* und *R*, die Linien *FL*, *RS* der Fläche *PQ* perpendicular gemacht: so gehet jene *FL* genau durch den Mittelpunct des Mondes, diese *RS* aber so wenig bey dem Mittelpuncte der Sonne vorbey, daß angenommen werden kan, dieser Punct falle genau in die *RS*. Denn eigentlich befindet sich der Mittelpunct der Sonne in der verlängerten *CD*, welche der Fläche *PQ* ebenfals perpendicular ist. Es beträgt aber der

Winkel

Winkel, welchen die von *R* nach dem Mittelpuncte der Sonne gezogene gerade Linie daselbst mit der *CD* einschliesset, nie mehr als die Horizontparallaxe der Sonne und meistentheils viel weniger. Ist nun *O* der in der Oberfläche der Erde, gerade über *R*, liegende Ort des Beobachters, so bildet sich derselbe den Mondhimmel, dessen Mittelpunct eigentlich *C* ist, als um *O* beschrieben ein, weil in diesem Puncte sich sein Auge befindet, und er kan dieses thun, da die Rede hier von einem Augenblicke ist, in welchem der Mond seine Entfernung von *O* nicht verändert. In die Oberfläche dieser Kugel setzet er den Mittelpunct des Mondes in *L*, alwo er würklich ist, den Mittelpunct der Sonne aber, welchen er in der verlängerten *OS* siehet, in das Punct *S*. Sodenn beschreibet dieser Beobachter in der Fläche der Parallelen *RS*, *FL*, um den Mittelpunct *O* einen Cirkelbogen *SL*, in welchen er von *S* nach *L* den scheinbaren Halbmesser der Sonne *Ss*, und von *L* nach *S* den scheinbaren Halbmesser des Mondes *Ll* setzet, deren erstern er in dem Winkel *SOs*, den zweiten aber in *SOl* siehet, und beurtheilet, indem er auf die *ls* Acht hat, die Grösse der Finsterniß. T. VIII. F. 121.

§. 629. Der Winkel *SOs* ist von demjenigen, in welchem ein Auge in *R* oder *C* den Halbmesser der Sonne sehen würde, nicht zu unterscheiden. Der Winkel *LOl* aber ist, wegen der geringen Entfernung des Mondes, zwar um etwas merkliches grösser, als der aus *R* oder *C* gesehene halbe Durchmesser des Mondes: er kan aber doch, wenn man es der Mühe werth achtet, leicht gefunden werden. Es verhält sich ohne einen beträchtlichen Fehler *OS* zur *RS*, wie der Winkel, in welchem der Halbmesser des Mondes aus *R* oder *C* gesehen wird, zu dem gesuchten *LOl*. Es wird aber, da das Dreyeck *CRO* rechtwinklicht ist, die *RO* aus dem halben Durchmesser der Erde *CO* und der bekanten *CR* gegeben, und *RS* ist beinahe die Entfernung des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde. Allein obwol die Verhältniß *OS* : *RS* oder *OS* : *RO* auch durch eine blosse Zeichnung mit einer hinlänglichen Richtigkeit gefunden, und dadurch die Berechnung des Winkels *LOl* gar sehr erleichtert werden könte: so wird sie doch gemeiniglich als überflüßig bey Seite gesetzt, und für *Ll* der Halbmesser des Mondes angenommen, wie er einem in den Mittelpunct der Erde gesetzten Auge erscheinen würde. Wolte jemand diese Verbesserung beobachten, so müste er auch den Winkel *SOL*, um welchen

T VIII. F. 121. welchen der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte der Sonne entfernet erscheinet, wenn das Auge in *O* gesetzt wird, in eben der Verhältniß *RS* : *OS* grösser machen, als denjenigen, in welchem ein Auge in *R* diese Entfernung *LS* sehen würde. Alsdenn aber würde er in der Anwendung finden, daß diese zwo Verbesserungen einander gröstentheils vernichten.

§. 630. Nun ist *SL* beynahe eine gerade Linie, welche der *RF* parallel lieget, und mit dieser das Rechteck *SRFL* bildet. Es kan also, wenn wir blos die Gestalt und Grösse der Finsterniß zu wissen verlangen, anstatt der *SL* die *RF* genommen werden, welche ihr beynahe völlig gleich ist, und in der Fläche des Entwurfs durch die beiden Puncte *R* und *F* bestimmet wird. Ein um *R* (*T. VIII. Fig.* 117.) mit dem aus dem Maasstabe *PQ* genommenen scheinbaren Halbmesser der Sonne beschriebener Cirkelkreis, samt einem andern um *F* beschriebenen, dessen Halbmesser so viele Theile eben des Maasstabes *PQ* hat, als viele Minuten und Secunden wir dem halben Durchmesser des Mondes zuschreiben, wenn wir ihn aus *C* oder *R*, betrachten, wird die Grösse und Gestalt der Finsterniß unmittelbar geben. Die Verbesserung von welcher eben die Rede war, entfernet das Punct *F* etwas mehr von *R*, und macht also die *RF* grösser. Sie vergrössert aber auch den Halbmesser des um *F* zu beschreibenden Cirkels, welcher die Scheibe des Mondes vorstellen sol, so daß fast eben so viel verlohren gehet, als man erhalten wolte.

§. 631. Der Punct *F* ist in dem orthographischen Entwurfe der Mondbahn mit der Zahl der Stunden und Minuten bezeichnet, zu welcher er gehöret, und also genau genug bestimmet. Der Punct *R* aber ist der Entwurf des Beobachtungsplatzes für eben den Zeitpunct, und wird, wenn der Cirkel, welchen dieser Ort bey seinem Umlaufe um die Axe der Erde zur Zeit der Verfinsterung beschreibet, ebenfals entworfen und gehörig getheilet ist, in diesem Entwurfe durch eben die Zahl der Stunden und ihrer Theile angegeben, welche bey dem Puncte *F* stehet. Es ist also, wenn der Entwurf der ganzen von der Sonne erleuchteten Hälfte der Erde, deren wir uns bisher bedient haben, zu klein seyn solte, daß er alles mit der gehörigen Schärfe geben könte, oder wenn man sich die Mühe, einen dergleichen vollständigen Entwurf zu verfertigen, ersparen wil, nichts nöthig, als daß man

den

den Parallelcirkel des Beobachtungsplatzes, welchen nehmlich derselbe beschreibet, indem sich die Erde an dem Tage der Finsterniß um ihre Axe drehet, besonders entwerfe, und wie oben (498) gewiesen worden ist, in die Stunden und Minuten theile. Man kan zu dem Ende den Maasstab *PQ* so groß nehmen, daß auch die letztern Theile eine beträchtliche Grösse bekommen: und solte das Pappier zu klein seyn, so ist es eben nicht nöthig, daß es diesen Entwurf ganz fasse. Ein Theil desselben, welcher alle Puncte enthält, in welchen sich der Beobachtungsplatz, so lang die Finsterniß währet, nach und nach befindet, ist hinlänglich, und es ist leicht diesen Theil vermittelst eines gröbern Risses zu bestimmen. T. VIII. F. 121.

§. 632. Wil man dem Entwurfe des Parallelcirkels, um welchen es eigentlich zu thun ist, noch einige andere beyfügen, die demselben zu beiden Seiten nahe genug liegen, und diese ebenfals gehörig theilen; so kan die Zeichnung auch ausser dem Beobachtungsplatze an allen den Oertern gebraucht werden, die in diesen Parallelen liegen, wenn nur dabey auch auf die Verschiedenheit der Stunden gesehen wird, welche die Uhren dieser Oerter in eben dem Zeitpuncte angeben müssen, fals ihre Längen verschieden sind. Mit einem Worte, es wird nur derjenige Theil der 122sten Zeichnung entworfen, welchen man zu brauchen gedenket: und man bedient sich dieses Theils eben so, wie man sich des ganzen Entwurfs bedienet, wenn nicht mehr Schärfe verlangt wird, als derselbe bey seiner Grösse geben kan. Zur Erläuterung desjenigen aber, so von diesem Gebrauche noch zu sagen ist, scheinet dieser volständige Entwurf geschickter zu seyn, als ein anderer.

§. 633. In diesem Entwurfe befindet sich jeder Ort des Erdbodens, zu der nach seiner Uhr gezählten Stunde, in demjenigen Stundenkreise, welcher mit der Zahl dieser Stunde bezeichnet ist. Wenn also, zum Beyspiel, *GHK* der Entwurf des Parallelen des Beobachtungsplatzes ist, so sind die bey der Bahn des Mondes *MN* bemerkten Stunden, welche der Maasstab *RS* in ihre Minuten theilet, eben diejenigen, die von der Uhr dieses Platzes angegeben werden: so daß jede zween Puncte der Bahnen *GHK* und *MN*, bey welchen eben die Zahlen der Stunden und Minuten stehen, oder stehen solten, zusammen gehören, indem das in der Bahn des Mondes *MN* ange-

T. VIII. F. 122. nommene dasjenige ist, so wir bisher mit *F* bezeichnet haben, das in der Bahn *GHK* liegende aber *R*. Ist also der Zwischenraum zwischen zween dergleichen zu eben dem Augenblicke gehörigen Puncten grösser als die Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes, so erscheinet die Sonne in diesem Augenblicke an dem Beobachtungsplatze gar nicht verfinstert. Ist der Zwischenraum der Summe gleich, so fängt die Verfinsterung an diesem Orte an, oder höret eben auf, nachdem *F* an der Abend oder Morgenseite des Punctes *R* lieget. Ist der Zwischenraum kleiner als die Summe, so erscheinet die Sonne den Bewohnern desselben Orts würklich von dem Monde bedecket, und man kan die Gestalt und Grösse der Finsterniß, wie oben angezeiget worden, und in der Zeichnung, vermittelst der um *F*, *R* beschriebenen Kreise, für 1 Uhr und 35 Minuten würklich geschehen ist, angeben. Am allerstärksten aber ist die Finsterniß, wenn eben der Zwischenraum so klein ist, als er nur werden kan, und es wird die Gestalt und Grösse des bey dieser stärksten Verfinsterung sichtbaren Theils der Sonne auf eben die Art gefunden.

Eben die, an verschiedenen Stellen des Erdbodens, beobachtete Sonnenfinsterniß.

§. 634. Wird anstatt des Beobachtungsplatzes, für welchen der Entwurf eigentlich gemacht ist, ein anderer Ort in der Oberfläche der Erde genommen, dessen Parallelcirkel, von dem vorigen *GHK*, verschieden ist, so beziehen sich die Puncte in welchen der Entwurf dieses Parallelen von den Stundenkreisen geschnitten wird, und die zu denselben gesetzte Ziffer, auf die Uhr dieses andern Orts; indem die Stelle des Mondes in seiner Bahn noch immer nach der Uhr des Beobachtungsplatzes angegeben wird. Sol also auch dieser zu der Uhr des zweiten Orts angezeiget werden, so sind die der Bahn des Mondes beygeschriebene Ziffern, dem Unterschiede der beiden Uhren gemäß, zu verändern, welches leicht geschehen kan, wenn die Länge dieses zweiten Orts, in Absicht auf die Länge des Beobachtungsplatzes bekant ist. Wolte man diese Ziffer unverändert stehen lassen, so müste für jeden Zeitpunct der Mond von der Stelle, die er nach der Uhr des Parallelen *GHK* einnehmen muste, in seiner Bahn um so viele Stunden und deren Theile

nach

nach Abend zurück gezogen werden, als die Uhr des zweiten Orts den Mittag, und jede andere Stunde, früher angiebt, denn die Uhr des Beobachtungsplatzes: welches seyn wird, wenn dieser Ort dem Beobachtungsplatze gegen Morgen lieget, liegt er aber demselben gegen Abend, so müste der Mond, wieder um eben so viele Stunden, als der Unterschied beider Uhren beträgt, nach der Morgenseite fortgerücket werden. Und es ist leicht einzusehen, daß eben dieses statt haben werde, wenn beide Oerter in eben dem Parallelen *GHK* liegen. T. VIII. F. 122.

§. 635. Hieraus wird zugleich begreiflich, wie aus der für einen gewissen Beobachtungsplatz nach den Tafeln entworfenen, und an einen andern Ort der Oberfläche der Erde beobachteten Sonnenfinsterniß, der Unterschied der Längen dieser Oerter zu finden sey, wenn ihre Breiten bekant sind. Es wird voraus gesetzt, daß der Entwurf völlig richtig sey, und die Grösse der Finsterniß, wie sie in jedem Zeitpuncte an dem Beobachtungsplatze erscheinet, genau genug angebe. Dieses nun ist zwar nicht völlig zu erreichen, weil weder die Tafeln völlig richtig sind, noch auch bei dem Entwurfe alle Kleinigkeiten beobachtet werden. Es können aber auch die gröbern Abweichungen des Entwurfs aus den Beobachtungen gebessert werden. Dieselben rühren fürnehmlich von dem Puncte der Ecliptic her, bey welchem sich der wahre Neumond ereignet, dessen Entfernung von dem nächsten Knoten die Tafeln etwas zu groß oder zu klein angeben können. Dadurch werden auch die Breiten des Mondes, zur Zeit der Finsterniß, fehlerhaft, indem der Winkel, welchen die relative Bahn desselben *MN* mit der Ecliptic *AB* einschliesset, wenn beide verlängert werden, unverändert bleibt. Es komt also die ganze Verbesserung darauf an, daß die Spitze dieses Winkels in der Ecliptic weiter vorwärts oder zurückgeschoben werde, welches geschiehet, indem man die verbesserte Bahn der gezeichneten *MN* an dieser oder jener Seite parallel machet; und daß man die Ziffern, mit welchen die Theile der Mondbahn bezeichnet sind, um so viele Minuten vermehre oder vermindere, als es die Erscheinungen erfodern; unter welchen die ganze Währung der Finsterniß, samt den Zeitpuncten, mit welchen sie angefangen und sich geendiget hat, die vornehmsten sind. Wiewol dabei auch der scheinbare Durchmesser des Mondes nicht ganz ausser Acht gelassen werden darf.

T. VIII. F. 122. §. 636. Hat man sich von dieser Seite befriediget, und es ist aus einer richtigen Beobachtung der Zeitpunct bekant, in welchem sich an dem Orte, dessen von dem Beobachtungsplatze gerechnete Länge gesucht wird, der Anfang der Finsterniß ereignet hat: so wird, da dieser Zeitpunct nach der Uhr dieses Orts angegeben wird, der Entwurf desselben in seinen Parallelen, durch die dabei geschriebene Zahl der Stunden und Minuten angezeigt. Dieser Punct ist von demjenigen, in welchem sich der Mittelpunct des Mondes in seiner Bahn zu eben der Zeit befindet, um die Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes nach der Abendseite entfernet. Es wird demnach die Stelle des Mondes in seiner Bahn gefunden, wenn man diese, aus dem Maasstabe *PQ* genommene Summe, von dem Entwurfe des Orts bis an die Mondbahn erstrecket, welche sie in dem gesuchten Punct erreichen wird. Alsdenn wird die Zeit, in welcher sich der Mond an dieser Stelle befindet, durch die dabei geschriebene Ziffer gegeben, welche sich auf die Uhr des Beobachtungsplatzes beziehet: da also auch die Zahl der Stunden und Minuten bekant, welche die Uhr des andern Orts in eben dem Augenblicke weiset, so ist der Unterschied beider Uhren gar leicht zu finden. Zu grösserer Gewißheit kan auch mit dem Ende der Finsterniß, wenn dieses an dem Orte, dessen Länge mit der Länge des Beobachtungsplatzes zu vergleichen ist, genau genug beobachtet worden, eben diese Arbeit wiederhohlet werden. Ja es giebt ein jeder nach der Uhr dieses Orts genau bestimte Grösse der Finsterniß, den Unterschied der Längen: weil es leicht ist aus dieser Grösse den Abstand des Mittelpuncts des Mondes von dem Entwurfe des Orts zu finden, an welchem zu einer gewissen, nach der Uhr desselbigen Orts gerechneten Zeit, die Finsterniß in dieser Grösse erschienen ist.

Die eigentliche Berechnung einer Sonnenfinsterniß.

§. 637. Ueberhaupt würde die auf einen orthographischen Entwurf gegründete Rechnung die Grösse der Finsterniß, samt ihren übrigen Umständen, mit welchen sie an einem gewissen Orte des Erdbodens erscheinet, richtiger geben: und alsdenn dürfte auch die Zeichnung weder so gros, noch sonst so genau seyn, als sie seyn muß, wenn sie das gesuchte unmittelbar darstellen sol. Die Dreyecke, welche bey dieser Rechnung aufzulösen sind, fallen sämtlich in die Fläche des Entwurfs, und können vor sich, mit einiger Aufmerksamkeit betrachtet, die

Rech-

Rechnung auf den kürzesten Weg leiten. Zwar bleiben noch immer einige kleine Fehler übrig, so lang bey dem Entwurfe Kleinigkeiten bey Seite gesetzt werden, und diese die Rechnung ebenfals übersiehet. Es wird aber die Beobachtung derselben desto mehr für überflüßig gehalten, je weniger die Tafeln, auf welche sich doch endlich die gantze Arbeit gründet, als volkommen richtig angesehen werden können: zumahlen da der Fehler, welchen ein mit der nöthigen Vorsicht verfertigter Entwurf für sich, und ohne einer weitern Rechnung, in die Zeit der Erscheinungen bringt, selten über ein paar Minuten steiget. T. VIII. F. 122.

§. 638. Sollen aber die Umstände, mit welchen eine Sonnenfinsterniß von einem gewissen Orte des Erdbodens gesehen wird, so genau als möglich ist angegeben werden: so ist das sicherste Mittel, daß man den Abstand der Sonnenscheibe von der Scheibe des Mondes berechne, wie sie uns an der innern Oberfläche der Himmelskugel, so wir uns einzubilden gewohnt sind, unmittelbar erscheinet. Dieses kan auf verschiedene Art geschehen, indem diese Entfernung sowol aus der bekanten Länge und Breite zweener himlischer Körper, als aus dem Vorsprunge des einen vor dem andern, und beider Abweichung von dem Gleicher; wie auch aus den Höhen derselben und dem Unterschiede ihrer Azimuthe, geschlossen werden kan. Ueberal sind die Parallaxen mit in Betrachtung zu ziehen, welche vornehmlich den Ort des Himmels, an welchem wir den Mond von der Oberfläche der Erde sehen, von demjenigen, an welchem er uns erscheinen würde, wenn wir uns in den Mittelpunct der Erde setzen könten, gar sehr verschieden macht. Dieses giebt der letzten Methode einen grössern Vorzug vor den übrigen. Denn es sind die Parallaxen der Höhen ohne viele Mühe aus den Tafeln zu haben: die Azimuthe aber haben, wenn man sich die Erde als kugelrund vorstellet, keine Parallaxe, und bekommen sie nur durch die Abweichung derselben von der eigentlichen Gestalt einer volkommenen Kugel. Aber auch in dem Falle, wenn man nöthig findet, auf diese Abweichung mit zu rechnen; würden weder die Parallaxen der Azimuthe, noch die Veränderungen, welche dadurch in die Parallaxen der Höhen gebracht werden, die Schwierigkeit sehr vermehren, wenn die Gestalt der Erde auf das genauste bekant wäre.

§. 639. Die Rechnung selbst wird ohne viele Weitläuftigkeit am deutlichsten begriffen, wenn wir uns vornehmen eine Zeichnung zu verfertigen, welche die Finsterniß so, wie sie in einem gewissen Zeitpuncte würklich an der Himmels-

T. VIII. F. 122. kugel erscheinet, aufs genauste vorstellen sol; indem man sich immer den Theil der Oberfläche dieser Kugel, in welchem sich Sonne und Mond zu der Zeit befinden, als eine Ebene vorstellet, auf welche die Zeichnung zu bringen ist. Man wird sich die Lage dieser Himmelsgegend am besten einprägen, wenn an einer Himmelskugel, deren Pol über ihren Horizont so sehr erhöhet ist, als der Pol des Himmels über den Pol des Beobachtungsplatzes, man den Punct der Ecliptic, bey welchem sich die Sonne am Tage der Finsterniß befindet, kentlich machet, und alsdenn die Kugel dem Zeitpuncte, für welchen eigentlich gerechnet werden sol, gemäß um ihre Axe drehet, damit nehmlich der in der Ecliptic gezeichnete Punct, in Absicht auf den Mittagsring, die gehörige Lage bekomme; welches leicht vermittelst des Stundenrings, aber genauer vermittelst der Grade des Gleichers, zu erhalten ist. Denn wenn die Kugel in dieser Lage bleibt, und man sich das Auge in den Mittelpunct derselben einbildet: so ist es leicht sich einen Begriff von dem dermahligen Stande der Sonne, in Absicht auf den Horizont und den Mittagskreis zu machen. Vornehmlich aber sind dabey die drey größten Cirkel zu betrachten, die durch den Mittelpunct der Sonne gehen, indem der erste zugleich das Zenit, der zweite dem Pol des Gleichers, und der dritte den Pol der Ecliptic durchstreichet; mit einem Worte, der Cirkel der Höhe, der Stundencirkel und der Cirkel der Breite, welche sämtlich in eben dem Augenblicke durch den Mittelpunct der Sonne gehen. Die zunächst an dem Mittelpuncte der Sonne lie-
T. VIIII. F. 123. genden Theile dieser Kreise werden in der 123 Zeichnung durch gerade Linien vorgestelt, die mit einander Winkel einschliessen, so denjenigen gleich sind, mit welchen sich die Flächen dieser Cirkel gegen einander neigen: übrigens aber bald so bald anders zu liegen kommen. Diese besondere Lage nun ist vornehmlich zu beobachten, welche die Kugel, wenn sie mit einiger Aufmerksamkeit betrachtet wird, deutlich vorstellet.

§. 640. Was aber die Winkel selbst anlangt, so ist der erste derjenige, welchen der durch den Mittelpunct der Sonne gehende Stundenkreis mit dem Kreise ihrer Breite einschliesset. Es ist bereits gewiesen worden, wie dieser Winkel zu berechnen sey (619); denn wir brauchten ihn bey dem orthographischen Entwurfe ebenfals. Hier dienet er blos zur Bestimmung eines andern Winkels. Ist in der 123sten Zeichnung *S* der Mittelpunct der Sonne, und *SN* der Anfang des Bogens, welcher von demselben nach dem Pole des Gleichers lauft, *SE* aber

aber der Anfang desjenigen, der nach dem Pole der Ecliptic gehet; so ist *NSE* T.VIIII. F.
der Winkel, von welchem hier die Rede ist, welcher auch der Positionswinkel 123.
genennet wird.

§. 641. Der zweite Winkel ist derjenige, welchen eben der durch *S* gehende Stundenkreis mit dem Verticalcirkel dieses Puncts *S* einschliesset. Dieser Winkel *NSZ* ist besonders zu berechnen, wozu die Anweisung in dem vorhergehenden (197) gegeben worden ist. Es wird nehmlich dieser Winkel von zwo Seiten eines Kugeldreyecks eingeschlossen, in welchem zwo andere Seiten, der Abstand nehmlich des Zenits von dem Pole, und der Abstand der Sonne von demselben, bekant sind, und der zwischen den Flächen dieser Kreise enthaltene Winkel durch die Zeit gegeben wird. Wird nun der also gefundene Winkel *NSZ* an die gehörige Seite der *NS* gesetzt, so giebt sich der Winkel *ESZ*, der eigentlich gebraucht wird, als die Summe oder der Unterschied der beiden vorigen *NSE* und *NSZ*, und man siehet leicht, wie dieser Winkel *ESZ* durch Grade und deren Theile auszudrucken sey.

§. 642. Die durch *S* der *ES* perpendicular gezogene *AB* ist der zunächst an *S* liegende Theil der Ecliptic, deren Grade mit den Graden der Cirkel, zu welchen *SZ* und *SE* gehören, von einerley Grösse sind; so daß, wenn nach Belieben eine Länge angenommen wird, welche den Grad oder die Minute eines dieser Cirkel vorstellen sol, dieselbe auch vor die übrigen gelten muß. Wenn also so viele solcher Minuten von *S* nach *C* getragen werden, als deren in der Breite eines himlischen Körpers, welcher hier der Mond ist, enthalten sind, so fält der Ort dieses Körpers würklich in die durch *C* der *AB* parallel gezogene *CL*; denn es wird gesetzt, daß die Länge desselben von der Länge des *S* so wenig verschieden sey, als dieses würklich bey den Finsternissen statt findet. Es ist aber *CL* der Anfang eines Kreises, welcher an der Himmelskugel der Ecliptic parallel lieget, und folgends kleiner ist als diese, und kürzere Grade hat. Wird also auch die Länge des Mondes aus *S* in *D* getragen, so darf man, wenn nunmehro der Ort des Mondes *L* auf das genauste bestimmet werden sol, die *DL* der *SE* nicht eigentlich parallel machen. Man muß, wie bey der Verfertigung des Netzes zu einer Landkarte, sprechen: wie der Radius zum Cosinus der Breite *SC*, so die Länge *SD* zu der *CL*, welche den Ort des Himmels, in welchem uns

der

T. VIIII. F. 123. der Mond in dem Augenblicke erscheinen würde, in welchem wir die Sonne in S sehen, wenn wir unser Auge in dem Mittelpuncte der Erde hätten, richtig angeben wird. Eben diese Vergrösserung oder Verminderung der Grade und deren Theile ist auch in andern ähnlichen Fällen nicht ausser Acht zu lassen.

§. 643. Nunmehr kan die Höhe des Mondes gefunden werden, oder vielmehr der Ueberschuß der wahren Höhe desselben über die Höhe der Sonne, oder dieser über jene. Es wird von L die LF der Verticallinie ZS perpendicular gezogen, so ist SF der gesuchte Unterschied der Höhen. Die LF selbst aber ist der Theil des um das Zenit als seinen Pol beschriebenen Kreises, welcher zwischen den zween Vertikalcirkeln enthalten ist, deren einer durch S und der andere durch L gehet. Dieser um Z beschriebene Kreis bekömt den Namen eines Almicantharat; und sein Radius ist der Sinus des Abstandes des Mondes vom Zenit, oder der Cosinus seiner wahren Höhe, welche aus der Höhe der Sonne und aus dem Unterschiede SF leicht zu rechnen ist.

§. 644. Der durch L gehende Verticalcirkel schneidet von dem Horizonte das Azimut des Mondes ab, gleichwie der durch S gehende das Azimut der Sonne. Wird die Erde als völlig kugelrund angesehen, so wird keines dieser Azimute durch eine Parallaxe geändert; wil man aber auf die eigentliche Gestalt der Erde Acht haben, so ist zwar die Veränderung, welche dadurch in das Azimut der Sonne gebracht, so gering, daß sie nicht in Betrachtung gezogen werden kan: die Parallaxe des Azimuts des Mondes aber kan bey einer Rechnung, die nach der äussersten Strenge geschehen sol, nicht immer bei Seite gesetzt werden. Weil S und folgends auch SZ dabei unverändert bleiben, so bestehet die Würkung derselben blos in einer Vergrösserung oder Verkleinerung des Bogens LF und der übrigen, welche zwischen den durch S und L gehenden Vertikalcirkeln dem LF parallel liegen. Es ist aber diese Veränderung des LF leicht genug zu finden. Wir haben in der Abhandlung der Parallaxen (309) gesehen, daß bei der daselbst angenommenen Bedeutung der Buchstaben, sich die Horizontparallaxe des Mondes P zu der Parallaxe des Azimuts verhalte, wie $\sin B$ zu $\sin a . \sin Z$. Nun aber verhält sich die Parallaxe des in dem Horizonte zu nehmenden Azimuts, zur Parallaxe des durch L gehenden Almicantharats, wie $1 : \sin B$, weil B den Abstand dieses Punctes L von dem Zenit, oder die Ergänzung seiner

Höhe

Höhe bedeutet. Wird also diese letztere Parallaxe, um welche *LF* vermehret oder vermindert wird, *Q* genant, so entstehet $1 : \sin a.\ \sin Z = P : Q$. Wir wollen setzen, daß vermittelst dieser Proportion die *Q* gefunden und dadurch die *FL* dergestalt gebessert worden sey, daß nunmehro der durch *L* gehende Verticalcirkel derjenige ist, in welchem dem in der Oberfläche der Erde angenommenen Beobachtungsplatze der Mond zu der bestimten Zeit würklich erscheinet. T. VIII. F. 123.

§. 645. Nun wird auch die Parallaxe der Höhe der Sonne sowol, als des Mondes gesucht, und jene von dieser abgezogen. Der Unterschied wird von *F* nach *G* getragen und dadurch das Punct *G* bestimmet, durch welches *GH* der *FL* parallel gezogen werden muß, um auch den Theil des Almicantharats anzugeben, in welchen der Mond durch die Parallaxe der Höhe gebracht wird. Denn da diese Parallaxe nicht allein den Mond, sondern auch die Sonne erniedriget, so kan diese an ihrer Stelle *S* gelassen werden, wenn der Mond um so viel weniger erniedriget wird, welches geschiehet, wenn man *FG* dem Unterschiede beider Parallaxen gleich machet. Wird nun *LH* der *FG* parallel gezogen, so ist *H* der Ort, an welchem der Mond zu der angesetzten Zeit von dem Beobachtungsplatze gesehen wird.

§. 646. Eigentlich ist *GH* etwas grösser als *FL*, weil diese Bogen beide gleich viele Secunden halten, obwol der Radius zu *FL* kleiner ist, als der zu *GH*. Es kan aber der Unterschied selten etwas beträchtliches ausmachen, und endlich ist dem *GH* seine wahre Grösse leicht zu geben. Denn es verhalten sich die Bogen *FL*, *GH* wie die Halbmesser der Kreise, zu welchen sie gehören: diese aber sind, der Cosinus der wahren Höhe des Mondes, zu dem Bogen *FL*, und der Cosinus seiner scheinbaren, zum *GH*. Wird nun nach diesem allen *SH* gezogen, so hat man alles, was zur Bestimmung der Länge dieser Linie, und der Grösse des Winkels *HSG* nöthig ist. Jene *HS* ist der Theil eines der grösten Cirkel der Kugel, welche die scheinbare Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte der Sonne angiebt: der Winkel *HSG* aber wird von der Fläche dieses Cirkels, und der durch den Mittelpunct der Sonne gelegten

T.VIIII.F. 123. ten Verticalfläche, eingeschlossen. Wird also um *S*, mit einer Oefnung die dem scheinbaren Halbmesser der Sonne gleich ist, ein Cirkel beschrieben, und um *H* ein anderer der auf eben die Art die scheinbare Grösse der Mondscheibe zur Zeit der Finsterniß vorstellet; so wird durch diese zween Kreise sowol die Grösse und Gestalt des von dem Monde bedeckten Theils der Sonnenscheibe, als auch seine Lage in Absicht auf die Verticalfläche, aufs genauste vorgestellet.

§. 647. Es wäre überflüssig noch etwas zur Erleuterung der Rechnung anzufügen, zu welcher diese Zeichnung Anweisung giebt, da alle Linien und Winkel derselben sich in einerley bestimten Ebene befinden. Die Gründe derselben, welche voraus bekant seyn müssen, sind; der wahre Ort der Sonne und des Mondes in einem gewissen Zeitpuncte, welcher immer der Augenblick des wahren Neumondes seyn kan: und die stündliche Bewegung sowol der Sonne in der Ecliptic, als auch des Mondes in die Länge und Breite. Denn hieraus können die Oerter dieser beiden Lichter für einen jeden andern Zeitpunct, für welchen die Grösse der Finsterniß berechnet werden sol, viel leichter gefunden werden, als wenn man die Rechnung von forne anfangen wolte. Der Ort der Sonne giebt ihre Abweichung von dem Gleicher, und ihre Entfernung von dem Pole, welche bekant seyn muß, um aus demselben und den durch die Zeit, für welche gerechnet wird, angegebenen Stundenwinkel, die damalige Höhe der Sonne, samt ihrem Azimuth zu schliessen; wiewol das letztere nur in Graden bekant seyn darf. Aus eben den Gründen, und der bekanten Polhöhe, werden auch die Winkel *NSE*, *NSZ* berechnet, welche den *ESZ* geben. Und daß zur völligen Vollendung der Rechnung auch die Horizontparallaxe des Mondes, die scheinbare Grösse desselben in der Höhe, in welcher er sich befindet, und die scheinbare Grösse der Sonne bekant seyn müsse, ist vor sich klar.

§. 648. Es giebt aber alle diese weitläuftige Rechnung die Finsterniß nur für einen einzelnen Augenblick, und muß, wenn mit der äussersten Strenge verfahren werden sol, für einen jeden andern Zeitpunct wiederhohlet werden. Jedoch leidet diese Arbeit eine starke Verminderung. Wenn wir erwegen, daß der Weg, auf welchen wir den Mond bey der Sonne vorbey gehen sehen, von

einem

einem Bogen eines der grösten Cirkel der Himmelskugel, den wir für eine gerade Linie annehmen können, gar wenig verschieden sey. Denn es ist gezeiget worden, daß wir diesen Weg als eine gerade Linie ansehen würden, wenn wir den Mond aus dem Mittelpuncte der Erde betrachten könten. Es ist also blos der Parallaxe zuzuschreiben, wenn er uns von unserm Beobachtungsplatze anders erscheinet. Nun kan man sich Gesetze einbilden, nach welchen die Parallaxe zwar die Bahn, auf welcher der Mond bey der Sonne vorbeygehet, von der Lage, in welcher sie dem Mittelpuncte der Sonne erscheinet, abbringen, aber doch geradlinicht lassen würde; und wenn diese Bahn des Mondes uns krumlinicht erscheinet, so rühret dieses von nichts andern her, als daß die würklichen Parallaxen von jenen blos in der Einbildung bestehenden verschieden sind. Da aber überhaupt die Würkungen der Parallaxen eben nicht groß sind, und indem der Mond seine Höhe über den Horizont ändert, langsam genug wachsen oder abnehmen: so kan auch die durch dieselbe verursachte scheinbare Krümmung der Bahn, auf welcher der Mond bey der Sonne vorbeygehet, so groß nicht seyn: und man kan ohne merklichen Fehler einen beträchtlichen Theil dieser Bahn für geradlinicht halten. Aus eben diesen Schlüssen folget auch, daß die Bewegung des Mondes, mit welcher er in dieser Bahn bey der Sonne vorbeygehet, beynahe gleichförmig sey. T.VIIII. F. 123.

§. 648. Nun ist, wenn *ES* in *I* verlängert wird, der Winkel *HSI* aus den bekanten Winkeln *HSG* und *GSI* = *ESZ* leicht zu haben, und die Ergänzung dieses Winkels *HSB* ist derjenige, welchen die *SH* mit der Ecliptic *AB* einschliesset. Man kan also, vermittelst dieses Winkels und der bekanten *SH*, den Mittelpunct des Mondes *H*, auch in Absicht auf die Ecliptic und des in derselben angenommenen Orts der Sonne *S*, an die gehörige Stelle setzen, in welcher er nehmlich von dem angenommenen Beobachtungsplatze in dem Zeitpuncte erscheinet, für welchen die Rechnung gelten sol: und wenn diese Rechnung auch für einen andern Zeitpunct durchgeführet wird, welcher von dem vorigen nicht viel über eine halbe oder ganze Stunde entfernet ist; so wird für diesen leztern Zeitpunct der scheinbare Ort des Mondes, in Absicht auf die nehmliche *AB*, und des in derselben angenommenen unveränderlichen Puncts *S*, auf eben die Art bestimmet. Ist nun *K* (*T. VIIII. Fig.* 124.) dieser leztere Ort, und man ziehet durch denselben T.VIIII.F. 124.

T. VIIII. F. 124. und den zuerst bemerkten H die gerade Linie HK: so ist diese HK sehr genau der scheinbare Weg, welchen der Mond in dem Zeitraume, bey dessen Anfang er sich bey H, am Ende aber bey K befunden, bey der Sonne vorbey genommen hat: und man kan, da die Bewegung des Mondes in dieser Linie HK beynahe gleichförmig ist, gar leicht den Ort des Mittelpuncts des Mondes für einen jeden andern Zeitpunct, der zwischen die zween angenommene fält, oder sonst von einem derselben nicht alzuweit entfernet ist, mit einer hinlänglichen Zuverlässigkeit bestimmen: und hinwiederum, wenn ein Punct der Linie HK gegeben wird, den Zeitpunct berechnen, in welchem sich der Mittelpunct des Mondes bey demselben befindet.

§. 650. Der Zeitpunct, in welchem der Mittelpunct des Mondes bey I erscheinet, alwo dessen Bahn HK von der verlängerten ES geschnitten wird, ist der Augenblick der scheinbaren Zusammenkunft des Mondes mit der Sonne, weil ESI ein Theil des durch den Mittelpunct der Sonne gelegten Cirkels der Breite ist. Wird aber durch S die SM eben der HK perpendicular gemacht, so ist der Mittelpunct des Mondes, wenn er sich bey M befindet, am wenigsten von dem Mittelpuncte der Sonne S entfernet, und die Sonne erscheinet von dem Monde am meisten bedecket. Die übrige Gestalt und Grösse der Finsterniß aber wird für jedes Punct der HK und den dazu gehörigen Zeitpunct gefunden, wenn man um S mit einer Oefnung, die dem scheinbaren Halbmesser der Sonne gleich ist, einen Cirkel beschreibt; und um den in HK gegebenen Punct, so M seyn mag, einen andern, welcher die Scheibe des Mondes in der Grösse vorstellet, in welcher sie dem Beobachtungsplatze in dem zu der Stelle M gehörigen Zeitpunct erscheinet. Wil man nun auch die Verticallinie ZSG ziehen, indem man den gleich Anfangs gefundenen Winkel gehörig ansetzet, so bekomt man auch die Lage des bedeckten oder unbedeckten Theils der Sonne, in Absicht auf die durch dieselbe gelegte Verticalfläche und den Horizont.

Vom Nutzen einer genau berechneten Sonnenfinsterniß.

§. 651. Alles dieses wird genauer herausgebracht, wenn drey oder vier dergleichen Puncte gefunden werden, als H und K waren: weil die gebrochene Linie, welche jedes dieser Puncte mit dem ihm zunächst liegenden vereiniget, von der Bahn, auf welcher der Mond zur Zeit der Finsterniß bey der Sonne vorbey zu gehen scheinet, nothwendig viel weniger abweichen muß, als die nur durch zween solche Puncte gezogene beiderseits verlängerte *HK*. Bey aller dieser Vorsicht, und wenn bey der Rechnung alle mögliche Sorgfalt gebraucht wird, kan eine Sonnenfinsterniß, für jeden Ort des Erdbodens, von welchem sie gesehen wird, so genau angegeben werden, als dieses die Tafeln leisten können, die doch immer ihre Fehler haben. Es können aber auch, vermittelst einer genau berechneten Sonnenfinsterniß, wenn sie mit der würklichen Beobachtung zusammen gehalten wird, die Fehler der Tafeln verbessert werden. Sonst aber ist ein wichtiger Nutzen, welcher aus einer richtig beobachteten Sonnenfinsterniß gezogen werden kan, die Länge des Orts, an welchem die Finsterniß beobachtet worden ist.

T. VIIII. F. 124.

§. 652. Und zwar ist zur Bestimmung dieser Länge der natürlichste Weg, aus zween Zeitpuncten, in welchen die Grösse der Finsterniß mit einer hinlänglichen Zuverläßigkeit beobachtet worden ist, den Augenblick des wahren Neumondes zu schliessen, und es sind dazu überhaupt diejenigen Zeitpuncte die bequemsten, mit deren ersten die Finsterniß angefangen, mit dem letzten aber sich geendiget hat. Denn da der Augenblick des Neumondes, das ist, der Zeitpunct in welchem sich die wahre Zusammenkunft des Mondes mit der Sonne ereignet, und diese beiden Lichter einerley Länge haben, überal eben derselbe ist; so kan aus dem Unterschiede der Uhren zweener Oerter des Erdbodens, von welchen der Neumond nach diesen Uhren beobachtet worden ist, der Unterschied der Längen derselben Oerter allerdings geschlossen werden. Da aber auch andere Bedeckungen, welche der Mond an dem Himmel verursachet, zu eben den Zweck führen können, von welchen in dem folgenden Abschnitte gehandelt werden sol: so wird eine volständige Anweisung dazu besser bis dahin verspareт.

§. 653. Nur müssen wir zu einer Vorbereitung dazu hier noch anmerken, daß aus dem durch die erklärte Rechnung bestimten scheinbaren Orte

T. VIIII. F. 123. des Mondes *H* (*T. VIIII. Fig.* 123.) geschlossen werden könne, um wieviel sowol seine Länge als seine Breite durch die Parallaxe verändert worden sey. Denn wenn *HI* der verlängerten *ES* perpendicular, und folgends der Ecliptic *AB* parallel gemacht wird: so ist *SI* die scheinbare Breite des Mondes, welche zu seiner wahren Breite *SC* hinzugesetzt, oder, wenn sich der Fal ereignet, davon abgezogen, *CI*, und mit derselben die ganze von der Parallaxe herrührende Veränderung der Breite angeben wird. *HI* selbst aber ist die von der Sonne an gerechnete scheinbare Länge des Mondes, indem *CL* die wahre Länge desselben vorstellet. Es wird also hieraus die Veränderung, welche die Parallaxe in die Länge des Mondes gebracht hat, eben so gefunden: und die Zeichnung kan dabey, so wie oben, zu einer Richtschnur dienen. Die dergestalt oder auf eine andere Art gefundene Parallaxen der Länge und Breite des Mondes, werden in dem nachfolgenden, für jeden angenommenen Zeitpunct, als bekant vorausgesetzt.

Der
Astronomischen Vorlesungen
eilfter Abschnitt.
Von Bedeckungen, die keine eigentliche Finsterniß geben.

Umstände, bey welchen ein himlischer Körper von dem Monde bedecket wird.

§. 654.

Da der Mond der Erde so nahe ist, als wir (530) gesehen haben, so kan er uns überhaupt einen jeden Körper bedecken, welchen wir an dem Sternhimmel sehen, dessen Breite zu der Zeit nicht viel grösser ist, als $6\frac{1}{2}$ Grad. Denn der Mittelpunct des Mondes entfernt sich von der Ecliptic nie vielmehr als um $5\frac{1}{4}$ Grade, und sein scheinbarer Halbmesser ist selten grösser als 16 Minuten. Hiezu komt die Parallaxe, welche den Mond an der Südseite der Ecliptic eben sowol von dieser entfernen kan, als er ihn an der Nordseite derselben nähert. Wird nun diese höchstens auf einen Grad gesetzt, so giebt alles zusammen ohngefehr die angezeigte Grösse von $6\frac{1}{2}$ Graden. Es ist von der scheinbaren Abweichung des Mondes und des äussersten Randes desselben die Rede, nicht von der wahren, welche ein in den Mittelpunct der Erde gesetztes Auge demselben zuschreiben würde: denn der scheinbare Ort des Mondes an dem Sternhimmel, in welchen die Parallaxe einen sehr starken Einfluß hat, ist der Grund der Bedeckung; und nicht alle Bewohner der Erde sehen eben den Fixstern, oder eben den Planeten, von dem Monde zu gleicher Zeit, oder gleich stark, bedecket.

§. 655.

T. VIIII. F. 123. §. 655. Die Zeit, in welcher eine dergleichen Bedeckung zu vermuthen ist, wird am besten aus der für jeden Tag des Jahres berechneten scheinbaren Länge und Breite des Mondes geschlossen, wenn man diese mit der Länge und Breite zusammen hält, in welcher der zu bedeckende Körper an eben dem Orte des Erdbodens erscheinet. Denn wenn die beiden Körper sich bey einerley Länge an eben der Seite der Ecliptic befinden, so kan keine Bedeckung erfolgen, wenn nicht der Unterschied ihrer scheinbaren Breiten kleiner ist, als die Summe der Winkel, in welchen die halben Durchmesser dieser Körper zu der Zeit gesehen werden: oder sie kan wenigstens kaum beträchtlich seyn. Liegt aber einer dieser Körper an der nordlichen Seite der Ecliptic, und der andere an der südlichen; so muß die Summe ihrer scheinbaren Breiten kleiner seyn als die Summe jener Winkel. Es wird bey der hierauf gegründeten Ermessung der Wahrscheinlichkeit einer solchen Bedeckung anfänglich nicht alles so genau genommen. Oefters ist eine ziemlich grobe Rechnung hinlänglich, ob bey einer gewissen Zusammenkunft des Mondes mit einem Planeten oder Fixsterne, dieser von jenem bedeckt werden müsse, nicht nur zu einer starken Wahrscheinlichkeit, sondern auch zu einer völligen Gewißheit zu bringen.

§. 656. Ist nun eine Bedeckung zu vermuthen, und es sol ausgemacht werden, ob und mit welchen besondern Umständen sich dieselbe zutragen werde, so kan dabey eben so verfahren werden, wie bey einer Sonnenfinsterniß. Nachdem der Zeitpunct der Zusammenkunft des Mondes mit dem Fixsterne oder Planeten, welchen er bedecken sol, beynahe entdeckt worden ist, so wird für einen andern Zeitpunct, welcher ohngefehr eine Stunde vor jenen vorhergehet, der Ort des Mondes an welchem er dem Beobachtungsplatze erscheinet, nach seiner Länge und Breite berechnet; und eben so genau wird auch für eben den Zeitpunct die scheinbare Länge und Breite des Fixstern oder Planeten ausgemacht. Für einen Zeitpunct, welcher eine Stunde oder etwas dergleichen auf die Zeit der Zusammenkunft folgt, geschiehet eben dieses, sowol mit dem Monde, als auch mit dem Körper welchen er bedecken sol. Wir wollen jenen Zeitpunct, welcher vor der Zusammenkunft vorhergehet, den ersten, dieser aber, welcher darauf folget, den zweiten nennen. Es ist, nachdem die scheinbaren Längen beyder Körper für diese Zeitpuncte entdeckt worden, leicht, für jeden derselben auch den Unterschied der Längen, wie auch

den

den Unterschied oder die Summe der Breiten zu finden, wodurch ausgemacht wird, um wieviele Minuten und deren Theile der Mittelpunct des Mondes, von dem Mittelpuncte des zu bedeckenden Körpers, sowol nach der Länge, als auch nach der Breite in beiden Zeitpuncten entfernet sey. T. VIIII. F. 123.

Entwurf einer solchen Bedeckung.

§. 657. Stellet nun wieder *EI* (*T. VIII. Fig.* 125.) einen Theil eines Breitenkreises vor, und in demselben *S* den Mittelpunct des zu bedeckenden Körpers, durch welchen die Linie *AB* der *EI* perpendicular gehet: so ist diese *AB* zwar nicht immer ein Theil der Ecliptic, aber wol derselben parallel, und kan zur Bestimmung eines geringen Unterschiedes der Längen eben so gut gebraucht werden, als die Ecliptic selbst, wenn man sich nur in dem Falle, da *S* ausser der Ecliptic lieget, erinnert, daß die Grade und Minuten des Cirkels, zu welchen *AB* gehöret, nothwendig kleiner sind als die Grade und Minuten des *EI*, welcher einer der größten Cirkel der Kugel ist: indem ein Grad des Kreises *EI* zu einem Grade des *AB* sich wie der Radius zum Cosinus der Breite verhält, in welcher der Körper *S* von dem Beobachtungsplatze gesehen wird, und eben diese Verhältniß auch bey den Minuten und Secunden dieser Kreise statt findet. Denn wenn man sich vorstellet, daß auf *EI* von dem Puncte *S* an, nach beiden Seiten gleiche Theile von einer beliebigen Grösse getragen sind, welche die Minuten, und Secunden der grossen Cirkel der Kugel vorstellen, und auf die *AB* von eben dem Puncte *S* an andere, welche zu dem vorigen die angezeigte Verhältniß des Cosinus der Breite des *S* zum Radius haben: und man giebt der *SC* so viele dieser letztern Theile, als viele Minuten und Secunden den Unterschied der Länge des Mondes und des zu bedeckenden Körpers *S* in dem ersten Zeitpuncte ausmachen, der *SF* aber so viele Theile der *EI*, um wie viele Minuten und Secunden der Mond, von dem Körper *S* der Breite nach entfernet scheinet: so wird vermittelst des Rechtecks *CF*, der Ort *H*, welchen der Mittelpunct des Mondes in diesem ersten Zeitpuncte einnimmt, in Absicht auf die Theile der Kreise *AB*, *EI*, und den Körper *S*, genau genug bestimmet. Auf eben die Art kan auch *K*, der Ort des Mondes für den zweiten Zeitpunct, gefunden werden, indem man nehmlich, nach der angezeigten Weise, den Unterschied der Längen durch T. VIIII. F. 125.

 SD,

T. VIIII. F. 125. SD, den Abstand des Mondes von dem Körper S in Absicht auf die Breite aber durch SG vorstellet, und das Rechteck DG vollendet. Alsdenn ist es leicht den Weg HK zu zeichnen, auf welchem der Mittelpunct des Mondes bey dem Körper S vorbey gehet, wenn man diesen als eine gerade Linie betrachtet, welches mit kaum merklichen Fehlern allerdings geschehen kan: und wenn man wil, so kan man den Theil dieses Weges HK in so viele gleiche Theile theilen, als viele Zeitminuten zwischen dem ersten und dem zweiten der angenommenen Zeitpuncte verfliessen, und sich dadurch in den Stand setzen, den Ort des Mondes, zu jeder andern von dem Augenblicke seiner Zusammenkunft mit dem Körper S nicht alzu sehr entfernten Zeit, ohne weitere Mühe anzugeben.

§. 658. Wird nun der Mittelpunct des Mondes zum Beyspiel in L gesetzt, alwo seine Entfernung von S die kleinste unter allen ist, und um diesen Punct L ein Cirkel beschrieben, welcher den Mond in der Grösse vorstellet, in welcher er dem Beobachtungsplatze zu der Zeit erscheinet; so wird der Ort des Körpers S unter der Scheibe des Mondes, an welchem man ihn von dannen sehen würde, wenn der Mond durchsichtig wäre, richtig angegeben. Auf eben die Art kan auch mit einem jeden andern Puncte der Bahn HLK verfahren werden, in welchem sich der Mittelpunct des Mondes zu der darneben angezeichneten oder sonst leicht anzugebenden Zeit befindet. Denn obwol weder die gerade Linie HK völlig mit der Bahn übereinkömt, auf welcher der Mittelpunct des Mondes zur Zeit der Bedeckung fortzurücken scheinet, wenn der Körper S als unbeweglich betrachtet wird; noch auch der scheinbare Durchmesser des Mondes diese ganze Zeitlang, in welcher in der Entfernung dieses Körpers von dem Beobachtungsplatze eine beständige Veränderung vorgehet, eben die Grösse behalten kan; so sind doch diese kleinen Abweichungen in einer Zeichnung von gewöhnlicher Grösse schwerlich zu merken, und der Zweck erfodert eine genaue Rechnung, in welcher die daher entstehenden Fehler vermieden würden, keinesweges. Wird also die in der zuerst bestimten Grösse gezeichnete Mondscheibe, da man nehmlich dem Halbmesser derselben so viele Theile der EI gegeben hat, als viele Minuten und Secunden in dem Winkel enthalten sind, in welchem der halbe Durchmesser des Mondes zur Zeit seiner geringsten Entfernung von dem Körper S dem Beobachtungsplatze erscheinet; wird sage ich der Mittelpunct der in dieser Grösse gezeichnezeichneten Mondscheibe auf der geraden Linie *HLK* von *H* nach *L* fortgeschoben, so zeigen sich nach und nach alle Umstände der Bedeckung mit den dazu gehörigen Zeiten. Wenn bey dieser Bewegung die Scheibe nicht gedrehet wird, so fält der Mittelpunct des Körpers *S* immer in die gerade Linie *MN*, welche durch den Ort, in welchem es in der Zeichnung erscheinet, der *HK* parallel lauft, und wird durch jene Bewegung so sehr von dem Rande der Scheibe *M* nach *N* entfernet, als der Mittelpunct der Scheibe von *H* nach *K* fortrücket. Die Erscheinungen würden, wie dieses bey allen relativen Bewegungen statt hat, eben dieselben seyn, wenn sich der Körper *S* würklich auf der Linie *MN* dergestalt bewegte, indem die Mondscheibe ohne Bewegung an ihrem Orte verharrte, und man kan sich dieses Begrifs bedienen, einige bey der Bedeckung vorfallende Umstände noch etwas leichter zu entdecken, und dieselbe in einer Zeichnung vorzustellen. T. VIIII. F. 125.

§. 659. Uebrigens wird, für die zween zu erst angenommene Zeitpuncte, die Entfernung des Mondes von dem Körper, welchen er bedecken sol, auf eben die Art gefunden, die oben vermittelst der 123sten Zeichnung erleutert worden ist, da der zu bedeckende Körper die Sonne, und der wahre Ort derselben *S* war, welcher immer selbst in die Ecliptic fält. Das einige macht hier, da nicht die Sonne, sondern ein Planet oder Fixstern bedecket wird, einen Unterschied, daß der wahre Ort derselben *S* gemeiniglich eine Breite hat, welche sowol südlich als nördlich seyn kan. Dadurch werden nicht nur die Grade des durch diesen Ort *S* der Ecliptic parallel beschriebenen Kreises *AB* kleiner, als die Grade eines grossen Cirkels der Kugel *EI* oder *ZG*; sondern es ist auch bey der Entdeckung des Winkels *NSE* etwas anderst zu verfahren. Dieser wird von den beiden kaum gekrümten Bogen *SN* und *SE* eingeschlossen, deren einer *SN* von *S* nach dem Pole des Gleichers, der andere *SE* oder nach dem Pole der Ecliptic lauft. Wenn aber in der 126sten Zeichnung *PQR* den Colur der Sonnenwenden vorstellet, und in demselben *P* den Pol des Gleichers, und *Q* den Pol der Ecliptic, nach welchem von dem Puncte der Oberfläche der Kugel *S* die Bogen *SP* und *SQ* laufen, so ist der Winkel *PQS* aus der Länge des Puncts *S* leicht zu schliessen, *QS* aber ist die Ergänzung der Breite des Puncts *S*, und *PQ* gleich der Neigung der Fläche der Ecliptic gegen die Fläche des Gleichers. Es kan also der Winkel *S* aus den zwo bekanten Seiten *PQ*, *QS*, samt den T. VIIII. F. 126.

T. VIIII. F. 126. dazwischen liegenden Winkel PQS geschlossen werden. Und wenn der Abstand des Puncts S von dem Pole P ebenfals verlangt wird, so ist derselbe aus eben den in dem Dreyecke PSQ bekanten Dingen zu entdecken, und noch leichter, wenn man den gefundenen Winkel S zu Hülfe nimt.

§. 660. Der Winkel NSZ (*Fig.* 123.) welchen der von S nach dem Pole N laufende Stundenkreis mit dem Theile des Verticalcirkels SZ einschliesset, wird auf eben die Art gefunden. Denn wenn nunmehro in der 126sten Zeichnung PQR den Mittagskreis, und Q das Zenit vorstellet, indem die übrigen Benennungen die vorigen bleiben, so wird der Winkel SPQ durch den Zeitpunct gegeben, in welchem der zu bedeckende Körper aus dem Mittelpuncte der Erde bey S gesehen wird: PS ist die Entfernung desselben von dem Pole, und PQ die Entfernung des Pols vom Zenit des Beobachtungsplatzes, welche Bogen beide bekant sind. Was aber die Grade des in der 125sten Zeichnung der Ecliptic parallel liegenden Bogens AB anlangt, so ist, wenn die Breite des Puncts S $6\frac{1}{2}$ Grade beträgt, der Cosinus derselben 0,99357, welcher von dem Radius $= 1$ abgezogen, nicht mehr als 0,00643 übrig läßt. Da also bey dieser Breite ein Grad des Bogens AB zu einem Grade des EI sich wie der angegebene Cosinus zu dem Radius verhält, so ist jener Grad nur um 0,00643 kleiner als dieser leztere, welche Zahl der Theile noch nicht 24 Secunden auf desselben ausmachet: woraus ohngefehr auf die Verminderung der Grade anderer solcher Bogen zu schliessen ist, die der Ecliptic näher sind. Wenn überhaupt c der Cosinus der Breite des Puncts S bedeutet, und P ist ein Grad, eine Minute oder eine Secunde eines der grösten Cirkel der Kugel IE; p aber ein Theil von eben der Benennung des kleinern AB: so ist $1 : c = P : p$, und also $p = c . P$. Wird nun von einem dieser Kreise IE ein Bogen von beliebiger Grösse abgeschnitten, welcher aus der Zahl N seiner Theile P bestehet, und zugleich die Zahl n der Theile des Kreises AB enthält: so ist $N. P = n. p$. Wil aber $p = c. P$, so entstehet hieraus $N. P = n. c. P$, das ist $N = n. c$, und $n = \frac{N}{c}$; welche kurze Vorschrift immer dienen kan, die Zahl der Grade Minuten und Secunden eines Theils der AB zu finden, wenn die Zahl N der Grade, Minuten und Secunden der EI bekant ist, welche die Grösse dieses Theils ausmachen, und umgekehrt.

Län-

Längen der Oerter des Erdbodens, aus den Bedeckungen.

§. 661. Nunmehro ist deutlich einzusehen, wie vermittelst einer Be- T.VIIII. F.
deckung der Sonne, eines Fixsterns oder Planeten, durch den Mond, die Länge 126.
des Orts des Erdbodens, an welchem diese Bedeckung genau beobachtet worden ist, gefunden werde: wiewol die Bedeckungen der Planeten selten dazu gebraucht werden. Die Tafeln, welche die Stellen der himlischen Körper, die ihre besondere Bewegung haben, für jeden Zeitpunct angeben, sind nicht ganz ohne Fehler, vornehmlich die Tafeln des Mondes. Man ist aber auch noch andern Fehlern ausgesetzt, wenn man diese Stellen für einen Ort berechnen wil, dessen Länge nicht genau bekant ist. In den Tafeln werden diese Stellen nach der Uhr eines gewissen Orts angegeben: ein Beobachter aber, welcher sich ausser dem Mittagskreise dieses Orts aufhält, richtet sich nach der Uhr seines eigenen Orts, welche von jener verschieden ist. Er muß also, wenn er die Erscheinungen für seinen Ort aus den Tafeln berechnen wil, auf den Unterschied der beiden Uhren Acht haben, welcher ihm nicht bekant seyn kan, so lang er den Unterschied der Längen der Oerter, welchen diese Uhren dienen, nicht genau anzugeben weiß. Es bleibt ihm also vors erste nichts übrig, als daß er, vermittelst der Landkarten oder anderer gröberer Hülfsmittel, die Länge seines Orts so gut zu erforschen suche, als sie diese Mittel geben, wobey zwar die alzugrossen, keineswegs aber kleinere Fehler vermieden werden können. Gleichwie aber diese Fehler blos auf die Zeit ankommen, und alle Erscheinungen einer gewissen Art, welche die Tafeln angeben, eine bald längere bald kürzere Zeit lang, in die von den Tafeln angesetzten Zeitpuncte fallen werden, wenn man nur für einen dieser Zeitpuncte den Zeiger der Uhr versetzet: eben also können auch alle übrige Fehler der Tafeln, welche gewisse Erscheinungen an gewisse Zeiten binden, dadurch gebessert werden, daß man jede dieser Zeiten um einerley Zahl von Minuten und Secunden grösser oder kleiner macht. Wenigstens wird die dergestalt gebesserte Tafel eine Zeitlang brauchbar, ob sie wol nach derselben nach und nach mehr von der Wahrheit abweichen mag: sie müste sehr unrichtig seyn, wenn sie nicht wenigstens so weit mit dem Himmel zutreffen solte.

T.VIIII.F. 126. §. 662. Ist nun sowol der Anfang als auch das Ende der Bedeckung eines himlischen Körpers durch den Mond an einem gewissen Orte des Erdbodens genau angemerket worden; und man wil sich in den Stand setzen die Länge dieses Orts mit der Länge eines andern, an welchem eben die Beobachtung gemacht worden ist, gehörig zu vergleichen: so darf man nur nach der Uhr jenes Beobachtungsplatzes den Zeitpunct der wahren Zusammenkunft des Mondes mit dem bedeckten Körper ausmachen, welcher an sich überal eben derselbe ist, und nur von den Uhren verschiedener Oerter in verschiedene Stunden des Tages gesetzt wird. Dieses aber geschiehet vermittelst der 127sten Zeichnung, auf welche auch die Rechnung gegründet werden kan, welche die Mängel derselben ersetzet. T. VIIII.F. 127.

§. 663. Es bedeute in derselben wieder *EI* einen geringen Theil eines Cirkels der Breite, und es sey in diesem *S* dasjenige Punct, in welches die Tafeln den Mittelpunct des bedeckten Körpers, zur Zeit seiner scheinbaren Zusammenkunst mit dem Monde setzen, oder eigentlich dasjenige, in welchem er in diesem Zeitpuncte von dem Beobachtungsplatze gesehen wird. Die durch *S* gezogene *AB*, welche die *EI* rechtwinklicht durchschneidet, wird einen Theil der Ecliptic oder des Umkreises eines derselben parallel liegenden Cirkels vorstellen. Auf die *SI* trage man, von dem Puncte *S* an, gleiche Theile von einer schicklichen Grösse, welche die Minuten der Breiten vorstellen sollen, oder verfertige einen Maasstab, aus welchem man diese Theile, und wenn es sich wil thun lassen, noch kleinere für die Secunden, nehmen kan. Aus diesen Theilen berechne man (660) die Grösse derjenigen welche die Minuten der Länge auf dem Bogen *AB* vorstellen, aus der vermittelst der Tafeln berechneten Breite des Puncts *S*, und verfertige einen andern Maasstab zu diesen Längen, welcher auch dienen wird nicht alzugrosse Längen aller übrigen Puncte des Himmels anzugeben, deren Breiten von der Breite des Puncts *S* weniger als um einen Grad verschieden sind. Da nun der erste Anfang der Bedeckung aus der Beobachtung bekant ist, so berechne man für diesen Zeitpunct den scheinbaren Abstand des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers, in Ansehung der Länge und der Breite, und trage den Unterschied der Längen aus *S* in *A*, den Unterschied oder die Summe der Breiten aber aus *A* in *H*, jedes aus dem dazu verfertigten Maasstabe. Eben so verfahre man auch mit der scheinbaren Entfernung des Mittelpuncts des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers am Ende

der

der Bedeckung, welche, mit Zuziehung der Parallaxen, ebenfals aus den Tafeln berechnet werden muß, und trage den Unterschied der Längen aus *S* in *B*, den Unterschied oder die Summe der Breiten aber aus *B* in *K*, so daß *AH* und *BK* der *EI* parallel werden. Man ziehe *HK*, welche den Weg, auf dem der Mittelpunct des Mondes bey dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers vorbeygehet, nach allen Umständen auch in dem Falle richtig genug vorstellen wird, wenn *S* unrichtig angesetzt ist, und sich die Entfernungen *SA*, *SB* samt den übrigen nicht zu den Zeitpuncten schicken, welche die Uhr als den Anfang und das Ende der Bedeckung angab: weil nehmlich das in der Rechnung angenommene von der Wahrheit abweichet, und also die dadurch entdeckten Entfernungen zu andern Zeitpuncten gehören. T. VIIII. F. 127.

§. 664. Nun ist beym Anfange der Bedeckung der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers um die Summe der Winkel entfernet: in welchen die Halbmesser dieser zween Körper zu der Zeit von dem Beobachtungsplatze gesehen werden; und bey dem Ende der Bedeckung ist es eben so, obwol die letztere Summe der ersten kaum jemals völlig gleich ist. Die Maasse dieser Winkel sind Theile des Umkreises eines der grösten Cirkel der Kugel. Wird also jede dieser Summen besonders gefunden, und sodann auf *HK* ein Dreyeck *HRK* gesetzt, dessen Seite *HR* so viele Theile der *EI* hat, als viele Minuten und Secunden das Maas der erstern Summe ausmachen; *KR* aber so viele, als viele Minuten und Secunden in der letztern enthalten sind: so ist *R* der eigentliche Ort, an welchen der Mittelpunct des bedeckten Körpers gesetzt, und, so lang die Bedeckung währet, unbeweglich erhalten werden muß, nachdem die gebrauchten Schlüsse die ganze relative Bewegung dem Monde zugeeignet haben. Wird also *RT* der *EI* parallel gezogen, und nach Nothdurft verlängert, so ereignet sich die scheinbare Zusammenkunft der beiden Körper nicht in der durch *S* gezogenen *EI*, sondern in dieser *RT*; und *TS* enthält so viele Theile des für die Längen verfertigten Maasstabes, als viele Minuten und Secunden in dem Bogen der Ecliptic enthalten sind, um welchen die Tafeln die Länge des Orts der scheinbaren Zusammenkunft zu klein oder zu groß ansetzen.

§. 665.

T.VIIII.F. 127. §. 665. Nun verändert aber die Parallaxe, welche die scheinbare Länge des Mondes grösser oder kleiner macht als die wahre, überhaupt die Länge sehr wenig, und wegen der geringen Entfernung des *EI* von dem *TR* in einem dieser Bogen eben so sehr als in dem andern. Demnach ist *TS* auch der Unterschied der wahren Längen, welche man derjenigen, in welcher die Tafeln die Zusammenkunft angeben, zusetzen oder davon abziehen muß, um die wahre Länge des Mondes und des bedeckten Körpers, zur Zeit ihrer Zusammenkunft zu erhalten. Wenn demnach auch die Zeit berechnet wird, in welcher der Mond mit seiner wahren Bewegung, mit welcher er zur Zeit der Bedeckung in seiner Bahn fortgehet, seine wahre Länge um so viele Minuten und Secunden verändert, als deren in der *ST* enthalten sind: so ist diese Zeit diejenige, um welche die Tafeln die Zusammenkunft zu früh oder zu spät ansetzen, und es kan die wahre Zeit der Zusammenkunft daraus leicht geschlossen werden.

§. 666. Wenn durch das Punct *R* die Linie *MN* der *AB* parallel gezogen wird, so wird sogleich sichtlich, daß in dem ersten Augenblicke der Bedeckung die scheinbare Entfernung des Mondes von dem bedeckten Köper in Absicht auf die Breite, nicht *AH*, sondern *MH* gewesen sey, und in dem Augenblicke der Entdeckung nicht *BK* sondern *NK*. Dieses kan zu einer andern Verbesserung der Tafeln dienen, wenn die dergestalt entdeckten scheinbaren Breiten mit denjenigen verglichen werden, welche die Tafeln für eben die Zeitpuncte angeben. Es sind aber die Rechnungen, welche man vornehmen muß, alles was hier erfodert wird mit völliger Strenge herauszubringen, sehr weitläuftig und mühsam, weswegen auch bey den Bedeckungen gemeiniglich nur der orthographische Entwurf gebraucht wird, welcher bey den Sonnenfinsternissen so grosse Dienste leistete.

Orthographischer Entwurf einer Bedeckung.

§. 667. Die Vorstellung der Erdscheibe, welche ein in den bedeckten Körper gesetztes Auge sehen würde, wird zu dem Ende eben so verfertiget, wie bey dem Falle geschehen ist, da der bedeckte Körper die Sonne war. Es bekömt nehmlich der Cirkel, welcher diese Scheibe vorstellen sol, so viele Minuten und Secunden von einer nach Belieben angenommenen Grösse, als viele Minuten

nuten und Secunden der Winkel hält, in welchem zur Zeit der Bedeckung der *T. VIIII. F. 128.*
Halbmesser der Erde einem Auge erscheinen würde, so eben so weit von dem Mittelpuncte derselben entfernet wäre, als der Mond von demselben abstehet. In diesem (*T. VIIII. Fig.* 128.) um den Mittelpunct *S* beschriebenen Cirkel, von welchem aber gar selten mehr als die Hälfte *ANB* gebraucht wird, ist *SN* der Entwurf des Mittagskreises der Erde, dessen Fläche durch den bedeckten Körper mitten hindurchgehet, und wenn dieser Körper ein Fixstern ist, seiner Natur nach unverändert bleibt. Ist aber der bedeckte Körper ein Planet, so wird die angezeigte Fläche, und mit derselben die *SN*, dadurch unbeweglich gemacht, daß man, wie bey der Sonne geschehen ist, diesem Körper seine Bewegung entziehet, und dieselbe dem Monde zuschreibt. In dieser *SN* ist *P* der Entwurf des Pols der Erde, und also *SP* der Sinus des Abstands des bedeckten Körpers von demselben, zu welchem in *GH* der Cirkel entworfen werden muß, welchen der Beobachtungsplatz, bey dem Drehen der Erde um ihre Axe, am Tage der Bedeckung beschreibet, von welchem Entwurfe aber nur dieser oder jener Theil gebraucht wird, nachdem der Pol von dem in dem bedeckten Körper angenommenen Auge gesehen werden kan, oder nicht. Der Punct *I* des Entwurfs, oder vielmehr des Theils desselben, welcher den dem bedeckten Körper sichtbahren Theil der Bahn des Beobachtungsplatzes vorstellet, wird mit der Zahl der Stunden und Minuten bezeichnet, welche den Zeitpunct angiebt, in welchem der bedeckte Körper durch die Mittagsfläche des Beobachtungsplatzes gehet; und von diesem Punct *I* an wird der Entwurf nach *G*, *H* in volle Stunden und deren Minuten getheilet.

§. 668. Nunmehro wird an die *NS* und die gehörige Seite derselben der Positionswinkel *NSE* angesetzt, welchen der von dem bedeckten Körper, zur Zeit der Zusammenkunft, nach dem Pole der Ecliptic laufende Bogen, mit dem nach dem Pole des Gleichers laufenden einschliesset. Da dieser Körper gar selten über 6 Grade von der Ecliptic abweichet, so kan ohne Bedenken angenommen werden, es befinde sich derselbe genau in der Ecliptic; da denn dieser Winkel mit einem hier unbeträchtlichen Fehler auf eben die Art gefunden wird, welche bey der Sonne statt findet. Wiewol sich auch dieser Fehler vermeiden läßt, wenn man die Rechnung nach der (659) gegebenen Anweisung verrichten wil; welches bey den Fixsternen der Mühe desto mehr werth ist, je weniger die Positionswinkel derselben

T. VIIII. F. 128. in vielen Jahren geändert werden. Alsdenn stellet *SE* einen Theil des durch den Mittelpunct des bedeckten Körpers, dessen Entwurf in *S* fält, zur Zeit der wahren Zusammenkunft des Mondes mit demselben, gehenden Cirkels der Breite vor, und wenn *SC* aus dem angenommenen Maasstabe so viele Theile bekomt, als viele Minuten und Secunden den Bogen ausmachen, um welchen in dem Augenblicke der Zusammenkunft der Mittelpunct des Mondes von dem Mittelpuncte des bedeckten Körpers entfernet ist: so ist *C* der Entwurf der Stelle des Mondes für diesen Zeitpunct.

§. 669. Durch diesen Punct *C* nun wird die relative Bahn des Mondes, in Ansehung des gerade über *S* ruhenden Mittelpuncts des bedeckten Körpers, eben so gezeichnet, wie dieses geschehen kan, wenn dieser Körper die Sonne ist. Es wird durch *C* die *CD* der *SE* perpendicular gezogen, und der relativen Bewegung in Absicht auf die Länge, mit welcher der Mond sich in einer Stunde dem zu bedeckenden Körper nähert, oder von demselben entfernet, gleich gemacht. Durch *D* wird die *DF* dem Theile des Breitenkreises *SE* parallel gezogen, und auf dieselbe die Veränderung welche die Breite des Mondes in Absicht auf den Körper *S* in der Zeit einer Stunde leidet, nach dieser oder jener Seite getragen. Alsdenn ist die durch die Puncte *F*, *C* gezogene, beiderseits nach Nothdurft zu verlängernde *FC* die Bahn, auf welcher der Mond bey dem Körper *S* vorbeygehet, bey welchen man die Zeitpuncte bemerken kan, in welchen sich der Mittelpunct desselben in *C* und in *F* befindet. Wird nun der zwischen diesen Puncten enthaltene Theil der Bahn *CF* in sechszig gleiche Theile getheilet, deren jeder den Weg einer Minute vorstellen wird, so ist es nicht schwer diese Theile dergestalt auf die nach Belieben verlängerte *CF* zu tragen, und dergestalt mit Ziffern zu bezeichnen, daß dadurch, vor jeden Zeitpunct, der Ort des Mondes in seiner relativen Bahn unmittelbar angegeben wird. Ist auch dieses geschehen, so ist der ganze Entwurf fertig, und man kan sich desselben bedienen die zween Zeitpuncte zu entdecken, bey deren ersten die Bedeckung anfängt, bey dem zweiten aber wieder aufhöret.

§. 670. Gemeiniglich ist der bedeckte Körper ein Fixstern, und erscheinet uns also als ein untheilbares Punct, welches in dem Augenblicke von dem Monde bedecket wird, in welchem zween mit einerley Zahlen bezeichnete Puncte, deren eines in der Bahn des Mondes, das andere aber in der Bahn des Beobachtungsplatzes lieget, genau um den scheinbaren Halbmesser des Mondes von einander entfernet sind; und wenn dieser Umstand das zweitemal vorkömt, so höret die Bedeckung wieder auf: so daß in beiden Fällen der Augenblick, in welchem der Stern in dem Umfange des Mondes erscheinen würde, wenn wir so genau sehen könten, durch die jenen Puncten beygeschriebene Zahlen angegeben wird, welche sich durch leichte Versuche gar geschwind entdecken lassen. Und nicht vielmehr Mühe verursachet der Körper S, wenn seine scheinbare Grösse angegeben werden kan, wie wir an dem Beyspiele der Sonnenfinsterniß gesehen haben, welches, so weit es die Beschaffenheit der Sache erfordert, hier zu befolgen ist. Die daselbst beygebrachten Gründe dieser Entwürfe lassen nicht zweifeln, daß durch einen etwas grossen Riß, eine hinlängliche Richtigkeit erhalten werden könne, wenn nur der von dem Monde bedeckte Körper S der Erde nicht so nahe ist, daß seine Parallaxe beträchtlich wird, welches sich zwar zuweilen bey einigen Planeten, aber nie bey den Fixsternen zutragen kan. T.VIIII. F. 128.

§. 671. Aus dieser Ursache werden auch, zur Entdeckung des Unterschiedes der Längen zweener Oerter des Erdbodens, vorzüglich die Bedeckungen der Fixsterne gebrauchet, und ein Entwurf, wie er bisher beschrieben worden ist, wird dazu vor hinlänglich gehalten, mit welchem übrigens eben so zu verfahren ist, wie bey einer Sonnenfinsterniß geschehen mußte. Der ganze Unterschied der Arbeit bestehet darinne, daß anstatt der Summe der scheinbaren Halbmesser der Sonne und des Mondes, um welche beym Anfange und am Ende einer Sonnenfinsterniß die Mittelpuncte dieser Körper von einander entfernet sind, man hier den scheinbaren Halbmesser allein nehmen muß, weil der scheinbare Durchmesser eines Fixsterns keine merkliche Grösse hat. Nachdem man also in dem nach den Tafeln gezeichneten Entwurfe der Bedeckung eines Fixsterns, die Bahn des Mondes FC, wie oben (635) gewiesen worden ist, aus den Beobachtungen gebessert hat, so wird der Augenblick der wahren Zusammenkunft des Mondes mit dem Fixsterne aus dem dergestalt gebesserten Entwurfe genommen, welcher den Zeitpunct, in welcher sich die Zusammenkunft zuträgt, nach der Uhr des Beobachtungsplatzes unmittelbar angiebt. Denn da SE einen Theil des durch den Stern S gehenden Breitenkreises vorstellet, so ist der Augenblick dieser Zusammenkunft derjenige, in welchem sich der Mittelpunct des Mondes in dieser SE

T. VIIII. F. 128. befindet, und wird also durch die Zahl der Stunden und Minuten angegeben, welche nunmehro bey *C* zu stehen kömt. Ist demnach auch zu einem andern Orte des Erdbodens, nach der Uhr desselben, der Augenblick der wahren Zusammenkunft durch eine richtige Beobachtung bestimmet worden, so wird durch den Unterschied der Zeiten, welche die beiden Uhren angeben, der Unterschied der Längen allerdings entdecket. In Ermangelung einer zweiten Beobachtung kan der Zeitpunct der wahren Zusammenkunft aus den Tafeln berechnet, und dadurch die Länge des Beobachtungsplatzes von dem Orte, für dessen Mittagskreis die Tafeln gestellet sind, auf eben die Art gefunden werden.

§. 672. Man kan auch, wenn zwo an zween verschiedenen Orten des Erdbodens gemachte Beobachtungen vorhanden sind, und die Bahn des Mondes nach der einen gebessert worden ist, den andern Ort in der Scheibe *AEB*, für den Anfang der von demselben beobachteten Bedeckung, gehörig entwerfen, und wenn *M* dieser Entwurf ist, und sich also dieser zweite Ort, als man von demselben die Bedeckung ihren ersten Anfang nehmen sahe, auf der Oberfläche der Erde gerade über dem Puncte *M* befunden hat, alsdann von diesem Puncte *M*, die dem scheinbaren Halbmesser des Mondes gleich genommene *MO*, bis an die Bahn des Mondes erstrecken. Die neben dem Puncte *O* stehende Zahl wird den Ort des Mondes für den Zeitpunct, in welchem der Entwurf des zweiten Orts in *M* fält, nach der Uhr des ersten angeben. Da also dieser Zeitpunct, in welchem an dem zweiten Orte der Anfang der Bedeckung beobachtet worden ist, auch nach der Uhr dieses zweiten Orts bemerket wird, so wird auch nunmehro eben der Augenblick, in welchem sich der Mond in *O* befindet, durch die beiden Uhren angegeben, und man kan den Unterschied derselben gar leicht haben.

Andere Bedeckungen der himlischen Körper.

§. 673. Wir können uns hieraus einen Begrif von den andern Bedeckungen machen, welche die übrigen Planeten von Zeit zu Zeit bey den Fixsternen verursachen und es ist eben nicht schwer einzusehen, wie diese Bedeckungen berechnet werden können, wenn sowol der Lauf des bedeckenden Körpers, als auch der Lauf desjenigen, welcher bedecket werden sol, hinlänglich bekant ist. Wir haben aber auch ausser dem Monde noch zween andere Planeten, welche einen Theil der

Sonne

Sonne unserm Gesichte entziehen können, den Merkur nehmlich, und die Venus. T. VIIII. F. 128.
Nur ist der Theil der Sonnenscheibe, welchen uns diese Körper verbergen, so klein, daß diese Bedeckungen mit blossen Augen nicht zu sehen sind; noch viel weniger ist an dem Sonnenlichte der Abgang zu verspüren, welchen sie verursachen. Sie werden derowegen auch keine Finsternisse genant: sondern man beschreibet sie dadurch daß man spricht: es erscheine zu der Zeit der Merkur oder die Venus in der Sonne, oder es gehen diese Planeten durch dieselbe hindurch, dem Ansehen nach nehmlich, und so, wie bey einer Sonnenfinsterniß die Scheibe des Mondes durch die Scheibe der Sonne hindurchgehet, und wenn jene kleiner erscheinet als diese, zuweilen die Sonnenscheibe also bedecket, daß eine kurze zeitlang nichts als ein heller Ring von derselben zu sehen ist: welche Art der Finsternisse ringförmige heisset. Eben die Bewantniß hat es auch mit den Erscheinungen, von welchen hier die Rede ist: und der Unterschied bestehet in der blossen Grösse. Bey einer ringförmigen Sonnenfinsterniß ist der unbedeckte Ring immer sehr schmal, und verändert sich gar geschwinde: erscheinet aber der Mercur in der Sonne, so ist der unbedeckte Theil ihrer Scheibe, welchen man als einen Ring ansehen kan, so breit, daß er fast die ganze Grösse derselben ausmachet, das bedeckte aber komt in Ansehung des übrigen in eine gar geringe Betrachtung; und wenn wir die Venus in derselben sehen, so ist zwar dieser bedeckte Theil an sich viel grösser, in Ansehung der Sonne aber noch immer so gering, daß sein Durchmesser kaum den 32sten Theil des Durchmessers der Sonnenscheibe ausmachet.

Schatten der Venus.

§. 674. Bey so gestalten Sachen gründet sich zwar dasjenige, so von dem Durchgange dieser Planeten durch die Sonne zu sagen ist, völlig auf die Betrachtung der Schatten, bey welcher uns die 105te Zeichnung dienete, und es lassen sich die daselbst angemerkten Sätze allerdings auch auf den Mercur und die Venus anwenden. Es wird aber alles noch deutlicher, wenn wir eine dergleichen Figur insbesondere zu der Venus entwerfen, von welcher der Uebergang zum Mercur gar leicht ist. Es stellet zu dem Ende der (*T. VIIII. F.* 129.) T. VIIII. F. 129.
um *S* beschriebene Kreis die Sonne vor, von deren Mittelpuncte durch den Mittelpunct der Venus die gerade linie *SVC* gezogen ist, von welcher *SVC*, zur Zeit des scheinbaren Durchgangs, der Mittelpunct der Erde unmöglich sehr entfernet

 seyn

T. VIIII. F. 129. seyn kan; so daß, wenn PQ eine durch diesen Mittelpunct gelegte Fläche vorstellet, auf welche die SVC perpendicular fält, und dieselbe in C erreichet, dieses Punct C dem Mittelpuncte der Erde T gar nahe liegen wird. Werden nun auch durch den Mittelpunct der Venus die zwo gerade Linien AVD, BVE gezogen, welche die Fläche PQ in D und E antreffen, so ist DE der Durchmesser eines in der Fläche PQ zu beschreibenden Cirkelkreises, welcher alle Puncte dieser Fläche einschliesset, aus welchen der Mittelpunct der Venus in der Sonnenscheibe gesehen wird, indem ein in D, E oder irgend ein anderes Punct dieses Umkreises gesetztes Auge diesen Mittelpunct selbst in dem Umkreise der Sonnenscheibe erblicket.

§. 675. Der halbe Durchmesser DC wird aus der Sonne in dem Winkel DSC gesehen, welcher in dem Dreyecke DSV dem Ueberschusse des äussern Winkels SVA über den innern SDV oder SDA gleich ist: kurz, es ist $DSC = SVA - SDA$. Nun ist der Winkel SVA derjenige, in welchem der Halbmesser der Sonne aus der Venus gesehen wird, und in SDA erscheinet eben der Halbmesser einem in den Mittelpunct der Erde gesetzten Auge. Weil diese Winkel klein genug seyn, so ist $SC : SV = SVA : SDA$, und folgends $SC - SV : SV = SVA - SDA : SDA$, das ist $VC : SV = DSC : SDA$, vermittelst welcher Proportion der Winkel DSC aus der Verhältniß der Entfernungen VC, SC, und aus dem bekanten scheinbaren Halbmesser der Sonne SDA, sogleich gefunden wird. Im Mittel ist $VC : SV = 277 : 723$; wenn also SDA sechszehn Minuten beträgt, so enthält DSC 6,13 Minuten.

§. 676. Wird nun auch der Körper der Venus in Betrachtung gezogen, und werden zu dem Ende die Linien Ad, Be gezeichnet, welche die Sonne an verschiedenen, die Venus aber an eben der Seite berühren: so wird durch die Ad der Halbmesser AD um Dd vergrössert, und dadurch der Halbmesser Cd eines Cirkels herausgebracht, dessen um den Mittelpunct C beschriebener Umkreis alle Puncte der Fläche PQ einschliesset, von welchen noch ein Theil der Venus, so gering er auch seyn mag, in der Sonne zu sehen ist; so daß ein selbst in d, oder irgend einen andern Punct dieses Umkreises, gesetztes Auge, die Scheibe der Venus zwar ganz ausser der Sonnenscheibe, aber doch diese mit ihren Rande berührend, sehen würde, wenn sie nicht völlig dunkel wäre. An der andern

Seite aber wird CE durch die Be um Ee vermindert, und es entstehet da- T. VIIII. F. durch der Halbmesser Ce, welcher auf eben die Art gebraucht, einen Cirkel 129. giebt, dessen Umkreis alle Puncte der Fläche PQ einschliesset, von welchen die Venus ganz in der Sonne gesehen wird; so daß ein selbst in e, oder ein anderes Punct dieses Umkreises gesetztes Auge, die Venus, welche sich nunmehro durch ihre Dunkelheit von der hellen Sonne aufs deutlichste unterscheidet, zwar ganz in der Sonnenscheibe, aber doch mit ihrem Rande den Rand derselben berührend, erblicket.

§. 677. Der Winkel, in welchem Dd oder Ee aus dem Mittelpuncte der Sonne gesehen wird ist eben derjenige, in welchem einem dahin gesetzten Auge der Halbmesser der Venus erscheinet: und dieser verhält sich zu dem Winkel, in welchem eben der Halbmesser von dem Mittelpuncte der Erde gesehen wird, wie VC zur SV; so daß, wenn man den von der Erde gesehenen Halbmesser der Venus v nennet, der Winkel $DSd = ESe$ durch $\frac{VC}{SV}.\, v$ angegeben werden kan. Da nun auch, wenn s den von der Erde gesehenen Halbmesser der Sonne bedeutet, der Winkel $DSC = ESC$ durch $\frac{VC}{SV}.\, s$ ausgedrücket wird wie wir eben gesehen haben; so ist $CSd = \frac{VC}{SV}.\, s + \frac{VC}{SV}.\, v = \frac{VC}{SV}$ $(s + v)$, und $CSe = \frac{VC}{SV}.\, s - \frac{VC}{SV}.\, v = \frac{VC}{SV}.\, (s - e)$. Der Winkel v beträgt, bey dem Durchgange der Venus zwischen der Erde und der Sonne, beynahe 30 Secunden, und also $\frac{VC}{SV}.\, v$ nicht viel über 11 Secunden.

Folgen, in Absicht auf die Erde.

§. 678. Die Erde, deren Mittelpunct T sich in der Fläche PQ nicht weit von C entfernet befindet, wird von dieser Fläche PQ so geschnitten, daß dadurch die Scheibe zum Vorschein komt, auf welche das in S gesetzte Auge alle Kreise, die man sich auf der Erdkugel vorstellet, orthographisch entwirft. Der Winkel, in welchem der Halbmesser dieser Scheibe aus S gesehen

T. VIIII. F. 129. sehen wird, ist die Horizontparallaxe der Sonne von beynahe 8,7 Secunden, und also beträchtlich kleiner als der von 11 Secunden, in welchem das Auge die *Dd* oder *Ee* siehet. Wenn man also auch nunmehro die Sonne als unbeweglich annimt, und der bey *T* in die Fläche *PQ* gesetzten Erde nur diejenige Bewegung läßt, mit welcher sie sich in vier und zwanzig Stunden um ihre Axe herumwälzet; alle übrige Bewegungen aber der Venus überträgt: so nimt dieselbe bey dieser relativen Bewegung den Kegel *DVE*, samt allem, was dazu gehöret, eben so mit sich, wie der Mond bey einer Sonnenfinsterniß die Kegel seines Schattens und Halbschattens mit sich führet. Es rücket also auch der Mittelpunct *C*, samt den um denselben mit den Halbmessern *CD*, *Cd*, *Ce* in der Fläche *PQ* beschriebenen Kreisen nach eben der Seite fort, nach welcher die relative Bewegung der Venus gerichtet ist, daß ist, von Abend gegen Morgen. Denn nach den Seiten, welchen die Bewohner der Erde diese Namen geben, scheinet einem in die Sonne gesetzten Auge sich ein jeder Planet der Erde zu nähern, oder von derselben zu entfernen, indem nehmlich der Winkel, welchen die von diesem Auge nach dem Mittelpuncte des Planeten und der Erde gezogene Linien einschliessen, kleiner oder grösser wird, wie wir bald umständlich sehen werden. Sobald nun bey dieser Bewegung der Umkreis des äussersten mit dem Radius *Cd* beschriebenen Cirkels die Erde erreichet, so sehen alle Bewohner derselben, welche dieser Umkreis trift, die Venus in die Scheibe der Sonne eintreten. Fält, bey einer stärkern Annäherung des Mittelpuncts *C* an die Erde, auch der Umkreis des mit dem mitlern Radius *CD* beschriebenen Cirkels auf dieselbe; so sehen alle Augen, welche dieser Umkreis trift, den Mittelpunct der Venus zuerst in dem Rande der Sonnenscheibe; und eben so ist es auch mit dem völligen Eintritte der Venus selbst in diese Scheibe, welche sich allen Oertern des Erdbodens zeiget, durch welche der Umkreis des kleinsten mit *Ce* beschriebenen Cirkels hindurchgehet. Bey einer noch stärkern Verminderung der *CT* erscheinet einem jeden Orte, welcher sich innerhalb des letzten mit dem Radius *Ce* beschriebenen Umkreises befindet, die Venus ganz in der Sonnenscheibe: und es ist leicht auch die übrigen besondern Erscheinungen zu beurtheilen, welche die aus den *Cd*, *CD*, *Ce* so oder anders bestimte *CT* geben muß; und was von dem Eintritte angemerket ist, auch auf den Austritt der Venus aus der Sonnenscheibe anzuwenden.

§. 679.

§. 679. Der Weg, welchen der Mittelpunct *C* bey dieser Bewegung durch die Erde, oder neben derselben vorbey nimt, läßt sich hier eben so wenig von einer geraden Linie unterscheiden, als derjenige, auf welchem bey einer Sonnenfinsterniß der Mittelpunct der Schattenscheibe fortgehet; und die Winkel, in welchen die in die Fläche *PQ* fallende gerade Linien, welche hier in Betrachtung kommen, aus der Sonne gesehen werden, sind so klein, daß ihre mit dem Radius *SC* beschriebene Maasse von den Linien selbst nicht zu unterscheiden sind. Dieses setzt uns in den Stand den Durchgang der Venus durch die Sonne eben so auf die Fläche *PQ* zu entwerfen, wie dieses mit den Sonnenfinsternissen zu geschehen pfleget: und es würde dem bisher erklärten wenig zuzusetzen seyn, wenn die grosse Verschiedenheit der Längen der Linien *CD*, $Dd = Ee$ und des halben Durchmessers der Erde, es erlaubte, den Riß auf einem Blatte von gewöhnlicher Grösse so volständig auszuarbeiten, daß dabey auch der Entwurf der Erde eine Grösse bekäme, die hinlänglich wäre, die verschiedenen Theile derselben von einander zu unterscheiden. T. VIIII. F. 129.

§. 680. Es wird nehmlich der Augenblick der wahren Zusammenkunft der Venus mit der Sonne, welches zugleich der Zeitpunct ist, in welchem ein in den Mittelpunct der Sonne gesetztes Auge den Mittelpunct der Venus und den Mittelpunct der Erde in eben dem Breitencirkel siehet, eben so berechnet, wie der Augenblick der Zusammenkunft des Mondes mit der Sonne berechnet wird; und für diesen Zeitpunct die aus der Sonne gesehene Breite der Venus aus den Tafeln genommen, zusamt der Verhältniß *CV*:*VS*, der Entfernuug der Venus von der Erde zu ihrer Entfernung von der Sonne, welche ihr zu der Zeit zukomt. Man berechnet auch, um wieviele Minuten und Secunden sich einem in die Sonne gesetzten Auge die Venus in der Zeit einer Stunde der Erde, in Absicht auf die Länge, zu nähern oder von derselben zu entfernen scheinet, und um wieviel sie ihre Breite in eben der Zeit verändert, und schliesset daraus die Lage ihrer relativen Bahn in Ansehung der Ecliptic, und des durch den Mittelpunct der Erde gelegten Breitenkreises: wie auch den geringsten Abstand dieser Bahn von dem Puncte, welchen der Mittelpunct der Erde zur Zeit der Zusammenkunft einnimt, und in demselben unbeweglich verharret. Wir wollen alle diese Grössen, wie wir ihrer benöthiget seyn werden, so annehmen, wie sie bey dem Durchgange des Jahres 1761 zu Paris gefunden worden sind. Der Maasstab zu denselben solte eigentlich so gros seyn, daß ein Theil

T. VIIII. F. 130. eine in der Fläche PQ liegende Linie bedeutet, die aus S als eine Secunde gesehen wird, noch beynahe hundert sichtbare Theilchen enthielte: er wird aber fürs erste gar viel kleiner genommen werden, weil sonst der Raum die Zeichnung nicht fassen könte.

Vorbereitung zum Entwurfe eines Durchgangs der Venus.

§. 681. Denn wenn die Zeichnung volständig werden sol, so muß auf eine gerade Linie AB, welche die Bahn des Mittelpuncts C in der Fläche PQ der 129sten Figur vorstellen sol, mit dem Halbmesser CE von 363,66 solcher Theile des Maasstabes um C ein halber Cirkel beschrieben werden, und mit dem Radius CD von 386,74 Theilen ein anderer. Es enthält nehmlich der Winkel $CSD = CSE$ der vorigen Zeichnung 375,2 Secunden oder 6 Minuten 15,2 Secunden, derjenige aber, in welchem der halbe Durchmesser der Venus und $Dd = Ee$ aus der Sonne gesehen wird, beträgt 11,54 Secunden, woraus die vorgeschriebenen Zahlen der Secunden geschlossen werden, welche die Winkel CSe und CSd ausmachen, so durch die Halbmesser CE und CD vorzustellen sind. Man könte auch mit dem Radius 375,2 den Umkreis eines dritten Cirkels beschreiben, welcher in gleichen Entfernungen zwischen die vorigen fallen würde: welcher aber, da er so nothwendig nicht ist, in dieser sehr kleinen Zeichnung nicht erscheinet. Nunmehro wird in einer Entfernung TA von 231,44 Theilen des Maasstabes die TF der AB parallel gezogen. Denn so viele Secunden enthält der Winkel, in welchem die gerade Linie, so aus dem Mittelpuncte der Erde auf die relative Bahn der Venus perpendicular fält, aus der Sonne gesehen wird. Alsdenn fält T, der Vorstellung des Mittelpuncts der Erde, in diese Linie TF, und man kan die Scheibe derselben beynahe in der richtigen Grösse zeichnen, wenn man ihren Halbmesser 8,7 Theile des Maasstabes giebt, da so viele Secunden die Horizontparallaxe der Sonne beynahe ausmachen.

§. 682. Nunmehro wird aus T die Linie TG an die AB gezogen, welche einen Theil des Breitencirkels vorstellet, in welchem der Mittelpunct der Erde ruhet. Dieses geschiehet, indem man den Winkel ATG demjenigen gleich machet: welchen die relative Bahn der Venus mit der Ecliptic einschliesset, und in dem angenommenen Beyspiele 8 Grade, 28 Minuten und 44 Secunden beträgt, wobey die Lage der Linie TG in Ansehung der TA wol in Acht zu nehmen ist. Alsdann ist der Zeitpunct bekant, zu welchem man sich das Punct

C,

C, so in der Linie *AB* beständig von *B* nach *A* fortrücket, in *G* vorstellen T. VIIII. F.
muß. Es ist nehmlich dieser Zeitpunct der Augenblick der wahren Zusammen- 130.
kunft der Venus mit der Sonne, welcher sich nach der Pariser Uhr früh um 5 Uhr, 50 Minuten ereignet hat. Die stündliche Bewegung der Venus in ihrer relativen Bahn betrug 1 Minute 35 Secunden, das ist 95 Secunden. Werden also 95 Theile des Maasstabes in sechs gleiche Theile getheilet, so ist es leicht in der Linie *AB*, welche zu dem Ende so sehr verlängert werden kan, als es nöthig ist, die Puncte anzumerken, in welche *C* für jeden kurz vor oder nach dem Augenblicke der Zusammenkunft gegebenen Zeitpunct fallen muß. Setzt man also den Mittelpunct *C* diesem oder jenem Zeitpuncte gemäß, so werden durch die zween oder drey um denselben beschriebene Cirkel, deren Halbmesser *CD*, *CE* samt den dritten angegeben worden sind, die vornehmsten Erscheinungen des Durchgangs in Absicht auf die ganze Erde, sogleich entdecket. Man merket nehmlich an der blossen Lage der in *T* entworfenen Erde in oder neben diesen Cirkeln ohngefehr, ob in dem angegebenen Zeitpuncte irgend ein Ort der Erde die Venus in der Sonne sehe oder nicht, ob sie ganz oder nur zum Theil in derselben erscheine, und ob der Theil derselben, welcher in der Sonne gesehen wird, grösser oder kleiner sey, als ihre Hälfte. Wil man das Punct *C*, mit den um dasselbe beschriebenen, und unbeweglich daran haftenden Kreisen, in der Linie *BA* fortführen, so wird auch der erste Augenblick, in welchem die Venus von irgend einem Puncte der Erde in der Sonne gesehen wird, wie auch der letzte unter allen, in welchem diese Erscheinung irgendwo auf der Erde statt findet, mit einiger Zuverläßigkeit entdecket. Insbesondere ist daraus, daß *DE*, der Zwischenraum zwischen den Umkreisen der zween um *C* beschriebenen Cirkel, beträchtlich grösser ist, als der Durchmesser des Entwurfs der Erde, zu schliessen, daß alle Bewohner der Erde, welche die Venus zugleich in der Sonnenscheibe sehen können, dieselbe in gewissen Zeitpuncten nur zum Theil in diese versenkt erblicken werden.

§. 683. Sollen aber dergleichen Fragen, samt andern, in welchen von besondern durch ihre Länge und Breite bestimten Stellen des Erdbodens die Rede ist, oder in welche sonst die Grösse der Erde einen starcken Einfluß hat, mit aller Richtigkeit beantwortet werden, welche die Sache leidet, so muß die Zeichnung so groß gemacht werden, daß in dem Entwurfe der Erde die verschiedenen Puncte ihrer Oberfläche hinlänglich auseinander fallen. Nun scheinet zwar die Grösse der um *C* zu beschreibenden Kreise derjenigen, in welcher die Erde

T. VIIII. F. 130. vorgestellet werden kan, sehr enge Gränzen zusetzen. Es werden aber die nachfolgenden Betrachtungen bey jeder Grösse, die man dem Entwurfe der Erde geben wil, eine ziemlich leichte Ausführung an die Hand geben.

§. 684. Wenn man den Mittelpunct *C* mit den daran haftenden halben Cirkeln auf der Linie *BA* dergestalt fortführet, daß *DB*, der Durchmesser des halben Cirkels *DKB* von dieser *BA* nie abweichet; so gehet nur die Linie *TF* über den Mittelpunct der Erde *T* weg, ihr ganzer Entwurf aber wird nach und nach blos von den Theilen eines schmalen Streifen bedeckt, welcher in zwo gerade Linien eingeschlossen ist, die der *TF* parallel laufen, und den Entwurf der Erde *T* an beiden Seiten dieser *TF* berühren. Die Cirkelbogen, welche diesen Streifen bey *F* und *H* endigen, sind in allen Fällen, da *TA*, oder die ihr aus *C* parallel gezogene *CI*, beträchtlich kleiner ist als der Radius *CD* oder *CE*, gar wenig gekrümt, und können also als Theile der geraden Linien angesehen werden, welche die halben Cirkel bey *F* und *H* dergestalt berühren, daß die eigentlichen Berührungspuncte in die *TF* fallen. Alsdenn aber ist der Winkel *KHI*, welche der äussere Kreis bey *H* mit der *TF* einschliesset, dem Winkel *HCI* gleich, weil sowol $KHI + IHC$, als auch $IHC + HCI$ einen rechten Winkel geben; und es kan dieser Winkel $KHI = HCI$ aus den beiden Seiten *HC*, *CI* des rechtwinklichten Dreyecks *HIC* gefunden werden, zusamt der Seite *HI*, welche die Hälfte der Sehne *HF* ausmachet. Auf eben die Art findet man auch, den Winkel, welchen der Bogen mit der Sehne in dem kleinsten Kreise einschliesset, welcher etwas kleiner ist als der vorige *KHI*, samt der Sehne selbst: und bey dem hier nicht gezeichneten dritten Kreise, dessen Radius um die Hälfte der *DE* kleiner ist als *DC*, kan eben die Rechnung oder Zeichnung angewendet werden. Ich finde für den äussern Kreis den Winkel *KHI*, gleich 53 Graden und 14 Minuten, für den mitlern, 51 Graden und 55 Minuten, und für den kleinsten, 50 Graden 29 Minuten. Die Hälfte der Sehne *HF* aber finde ich für den äussersten Kreis gleich 309,81 Theilen des Maasstabes, welche die Secunden angeben. Eben so finde ich auch die halbe Sehne des mittelsten Kreises, welcher nicht gezeichnet ist, gleich 295,32 solcher Theile, und die halbe Sehne des innersten, $LI = 280{,}62$. Der Unterschied der zwo erstern dieser zwo Zahlen ist 14,49, und der Unterschied der zwo letztern 14,7, welche Unterschiede die Summe 29,19 geben, so die Zahl der Secunden ist, welche das in die Sonne gesetzte Auge den zwischen den äussersten und innersten Kreise liegenden Theilen

HL,

HL, MF der Linie TF zuschreibt, deren einer dem andern gleich, und etwas grösser ist als DE. Aus den bekanten Winkeln des Dreyecks ATG, dessen Seite TG der Breite der Venus gleich ist, und also 3 Minuten und 54 Secunden, oder 234 Secunden enthält, wird auch AG 34,5 Theilen des Maasstabes gleich gefunden. T. VIIII. F. 130.

§. 685. Indem nun das Punct C mit den daran haftenden Scheiben, auf die angezeigte Art, in der Linie BA fortgehet, so beweget sich jedes Punct derselben, und unter diesen auch H und F, der BA parallel, mit eben der Geschwindigkeit: aus welcher demnach die Zeiten berechnet werden können, in welchen F, H und die übrigen Puncte der HI, bey dem Mittelpuncte der Erde T, oder einen andern unbeweglichen Puncte der verlängerten TF, anlangen werden. Wenn C in A angelanget ist, so befindet sich I in T. Aus dem Wege von 95 Secunden oder Theilen des Maasstabes aber, welchen das Punct C in einer Zeitsecunde machet, kan die Zeit gefunden werden, in welcher I die halbe Sehne HI, oder eine jede der beiden übrigen beschreibet, unter welchen wir die kleinsten $LI = IM$ nehmen wollen, zu welchen der Radius CE gehöret, und dieses aus einem guten Grunde, welcher sich in dem nachfolgenden entdecken wird. Die Hälfte dieser kleinsten Sehne $LI = IM$ beträgt 280,62 Theile des Maasstabes. Die Zeit also, welche vermittelst der Proportion wie 95 zu 280,62, so eine Stunde zu der gesuchten, entdecket wird, enthält 2 Stunden, 57 Minuten und 14 Secunden. Und da diese kleinste Hälfte von der mitlern um 14,7 Theile des Maasstabes übertroffen wird, und also die auf eben die Art zu entdeckende Zeit, welche dieser Ueberschuß erfodert, 9 Minuten und 17 Secunden beträgt; so wird diese mitlere Hälfte in einer Zeit von 3 Stunden, 6 Minuten und 31 Secunden beschrieben. Endlich übertrift die Hälfte der grösten Sehne HI die mitlere wieder um 14,5 Theile, welche in einer Zeit von 9 Minuten und 9 Secunden beschrieben werden. Es beträgt also die Zeit, in welcher I oder ein jedes anderes mit dem C verknüpftes Punct um die Länge IH fortrücket, 3 Stunden, 15 Minuten, 40 Secunden.

§. 686. Hieraus können nun die Zeiten berechnet werden, in welchen jedes Punct der TF, dessen Abstand von I gegeben ist, bey dem Mittelpuncte der Erde T anlanget. Die Linie AG, so 34,5 Theile des Maasstabes enthält, wird in der Zeit von 21 Minuten und 47 Secunden beschrieben. Da nun C in dem Augenblicke der wahren Zusammenkunft, früh um 5 Uhr 50 Mi-

 nuten

T.VIIII.F. 130. nuten sich in *G* befindet, so wird dieser Punct 21 Minuten und 47 Secunden darnach, also um 6 Uhr 11 Minuten, und 47 Secunden in *A* anlangen, in welchem Zeitpuncte zugleich *I* in *T* fält. Nun langt das Punct *L* um 2 Stunden 57 Minuten 14 Secunden ehe bey *T* an als *I*; welches diese Zeit braucht, den Weg $LI = IM$ zu machen, und *M* erreichet *T* um eben den Zeitraum später. Demnach befindet sich das Punct *L* in *T* um 3 Uhr, 14 Minuten und 33 Secunden, das Punct *M* aber um 9 Uhr, 9 Minuten und 1 Secunde. Werden von der ersten Zeit noch 18 Minuten 26 Secunden abgezogen, so wird der Augenblick entdecket, in welchem sich *H* in *T* befindet; und durch den Zusatz eben der 18 Minuten 26 Secunden zu der letztern Zeit erhält man auch denjenigen, in welchem *F* durch *T* hindurchgehet.

Würklicher Entwurf eines Durchgangs der Venus.

§. 687. Und nun haben wir alles, so zum deutlichen Entwurfe eines Durchgangs der Venus erfodert wird, aus welchem die besondern Erscheinungen
T.VIIII.F. 131. hergenommen werden können. Es werden aus einem Maasstabe Θ, (*T. VIIII. Fig.* 131.) dessen Theile, welche Secunden vorstellen sollen, beym würklichen Gebrauche nicht wol kleiner seyn dürfen, als die Hälfte eines Zolles, so viele dieser Theile genommen, als viele Secunden man der Horizontparallaxe der Sonne zuschreibet, und mit diesem Radius, welcher hier 8,7 ist, wird ein Cirkel beschrieben, der denjenigen vorstellen wird, so den von der Sonne erleuchteten Theil des Erdbodens von dem finstern absondert. Durch den Mittelpunct *T* dieses Cirkels, welcher zugleich der Mittelpunct der Erde ist, wird eine gerade Linie *AB* gezogen, von welcher man sich vorstellet, daß sie der relativen Bahn, auf welcher das Punct *G* der vorigen 130sten Zeichnung bey dem Mittelpuncte der Erde vorbeygehet, parallel sey: mit einem Worte, es ist diese *AB* die *TF* jener Figur. Man theilet diese *AB* in Theile, deren einer in einer Minute, u. s. w. von dem Puncte *G*, *H* oder *F* eben der Zeichnung beschrieben wird, welches geschiehet, wenn man 95 Theile des Maasstabes zum Wege einer Stunde machet: oder man verfertige, wie hier, alle Irrung desto besser zu vermeiden, geschehen ist, noch einen andern Maasstab Λ, in welchem die Theile des Weges durch die darneben gesetzte Zahlen angegeben werden, deren Einheit eine Minute ist, und theile die *AB* nur von fünf zu fünf Minuten. Es sind aber diese Theile auf zwo verschiedene Arten von *A* gegen *B* angesetzt, und mit den Zahlen der Stunden der angenommenen Uhr bezeichnet worden. Die obern bringen das Punct

Punct T auf 3 Uhr, 14 Minuten und 33 Secunden, in welchem Zeitpuncte T.VIIII.F.
L in T stehet, die untern aber setzen eben diesen Punct T ans Ende der neunten 131.
Stunde 9 Minuten und 1 Secunde, welches der Zeitpunct ist, in welchem M den Mittelpunct T erreichet hat. Beide Theilungen werden von dannen nach beiden Seiten A und B fortgesetzt. Man ziehet auch durch das Punct T eine andere Linie CD, welche der Durchmesser des Gleichers seyn sol, vermittelst des Winkels ATC von 14 Graden 35 Minuten und 50 Secunden, welcher entstehet, wenn man den Winkel von 8 Graden 28 Minuten und 44 Secunden, den die relative Bahn mit der Fläche der Ecliptic einschliesset, den Positionswinkel von 6 Graden 7 Minuten und 6 Secunden zusetzet. Da denn auch die EF gezogen werden kan, welche den Entwurf des Mittagskreises der Erde abgiebt, in dessen Fläche die Erdaxe samt den beiden Polen fält, und die Sonne, so lang der Durchgang währet, unbeweglich erhalten wird. Es könte nicht schaden, wenn man den Umkreis des grossen um T beschriebenen Kreises, von den Puncten E und F an, in Grade theilen wolte. Man kan aber auch ohne dieser Beyhülfe die Zahl der Grade, so in jedem Bogen dieses Umkreises enthalten sind, erfahren.

§. 688. Ferner sind durch den Punct T drey andere gerade Linien gezogen, deren erstere GH mit der AB den Winkel GTA von 51 Graden und 29 Minuten einschliesset, die andere IK den Winkel ITA von 50 Graden und 55 Minuten, und die dritte LM den LMA von 53 Graden und 14 Minuten. Eben diese Winkel sind auch an die andere Seite der Bahn B gesetzt worden, so daß $BTg = ATG$; $BTi = ATI$; und $BTl = ATL$. Es ist aber der Winkel LTA dem Winkel KHI der vorigen Zeichnung gleich, und hat mit demselben einerley Lage, gleichwie auch der BTl dem F gleich ist, welchen eben der Bogen mit seiner Sehne einschliesset, und so liegt, wie dieser: und eben die Bewantniß hat es mit den Winkeln ATG, BTg, welche so liegen wie die bey L, M, denen sie gleich gemacht worden sind, wie auch mit den mitlern ATI, ATi, welche in der 130sten Zeichnung nicht erscheinen. Demnach können die geraden Linien GH, IK, LM, wie auch gh, ik, lm als Theile der Umkreise angesehen werden, welche diese Winkel bey H, F, L, M einschliessen: und wenn die Krümmung dieser Bogen in irgend einem Falle beträchtlich ausfallen solte, so wäre es eben so schwer nicht, statt der geraden Linien würkliche Cirkelbogen zu nehmen, welche bey T von den geraden Linien berühret werden.

§. 689. Gemeiniglich aber ist die Richtigkeit, welche die geraden Linien geben, hinlänglich: und wenn LM so zu liegen komt, wie sie gezeichnet ist, so

ist

T.VIIII.F. 131. ist sie der orthographische Entwurf aller Stellen des Erdbodens, welche zu der Zeit die Venus in die Sonnenscheibe eintreten sehen, indem sie den Rand derselben eben von aussen berühret; gleichwie in dem Zeitpuncte, in welchem die *lm*, so wie sie gezeichnet ist, durch *T* gehet, alle Stellen des Erdbodens, deren orthographischer Entwurf in diese *lm* fält, die Venus, mit einer äussern Berührung, eben völlig aus der Sonnenscheibe treten sehen. Auf eben die Art giebt auch die *GH* alle Stellen des Erdbodens an, welche in dem Zeitpuncte, in welchem sie durch *T* gehet, die Venus ganz in die Sonnenscheibe eintreten sehen, indem sie den Rand derselben nunmehro inwendig berühret, und *gh* diejenige welchen eine eben dergleichen Berührung vor dem Austritte erscheinet. Endlich werden die Stellen des Erdbodens, welchen der Mittelpunct der Venus in dem Augenblicke in dem Rande der Sonnenscheibe erscheinet, indem er aus dem Mittelpuncte der Erde *T* daselbst gesehen wird, durch die Linien *IK*, *ik* angegeben, deren erstere beym Eintritte, die letztere aber beym Austritte ihre Dienste leistet.

§. 690. Der Zeitpunct, in welchem *GH* durch *T* gehet, wird unmittelbar durch die bey diesem Puncte *T* über der *AB* stehende kleinere Stundenzahl angegeben, und die nehmliche Zeit zur *gh*, durch die unter der *AB* stehende grössere. Die *IK* aber gehet, bey dem beständigen Vorrücken der Venus, um 9 Minuten 17 Secunden früher durch *T*, und *ik* um so viel später. Noch früher gehet die *LM* durch *T*, nehmlich um 18 Minuten und 26 Secunden vor der *GH*, und *lm* um eben die Zahl der Minuten und Secunden später als *gh*, welche Zahlen demnach denen bey *T* angezeichneten zugesetzt, oder davon abgezogen werden müssen, wenn die Zeiten des Durchgangs der Linien *IK*, *LM*, oder *ik*, *lm* durch *T* richtig angegeben werden sollen. Eben dieses ist auch von einer andern Stelle richtig, welche die Linien *GH*, *IK*, *LM*, wie auch *gh*, *ik*, *lm* nach und nach bekommen, indem sie von *A* nach *B* fortgehen. Der Winkel, welchen, jede derselben mit der *AB* einschliesset, leidet bey dieser Bewegung keine Veränderung: es gehet aber immer *LM* vor der *IK*, und diese vor der *GH* vorher, so daß der zwischen *LM* und *GH* enthaltene Theil der Bahn *AB* 18 Minuten und 26 Secunden angiebt; der zwischen *IK* und *GH* enthaltene aber etwas über die Hälfte davon, nehmlich 9 Minuten und 17 Secunden. An der andern Seite gehet umgekehrt *gh* vor der *ik*, und *ik* vor der *lm* vorher, indem die Zwischenräume die vorigen bleiben.

Gebrauch der bisherigen Zeichnung.

§. 691. Die so weit ausgeführte Zeichnung ist hinlänglich zu einem jeden T.VIIII. F. 131.
Zeitpuncte, welcher durch die Uhr angegeben wird, auf welche sich die der *AB* beygeschriebene Zahlen beziehen, die Stellen des Erdbodens zu finden, an welchen die Venus mit ihrem fordern oder hintern Rande, oder mit ihrem Mittelpuncte in die Sonnenscheibe eintrit, und wider aus derselben hervor komt. Es geschiehet dieses mit der Beyhülfe einer Erdkugel, welche dergestalt gesetzt ist, daß die über den Horizont derselben erhabene Hälfte den in dem gegebenen Zeitpuncte von der Sonne erleuchteten Theil der Erde vorstellet. Wie dieses zu erhalten sey, ist bey den Sonnenfinsternissen gesagt worden. In unserm Beyspiele hält die Abweichung 22 Grade, 42 Minuten und 15 Secunden, um welche ein für allemal der Nordpol der Kugel über ihren Horizont erhöhet werden muß. Alsdenn wird die Kugel, dem angegebenen Zeitpuncte gemäß, um ihre Axe gedrehet, und in dieser Stellung unbeweglich erhalten, so lang von eben dem Zeitpuncte die Rede ist.

§. 692. Ist nun die Frage von dem völligen Eintritte der Venus in die Sonnenscheibe, bey welchem sie den Rand dieser Scheibe inwendig berühret, so wird in dem Entwurfe dieser Zeitpunct in der Linie *AB* bemerket, indem man sich an die obern der dabey geschriebenen Zahlen hält, welche für die Eintritte gelten. Durch den dergestalt bemerkten Punct, welcher derjenige seyn mag, zu welchem drey Uhr 12 Minuten gehören, wird eine Linie *NO* der *GH* parallel gezogen, oder nur eine Regel dergestalt angelegt, daß dadurch die Puncte *N*, *O* in dem Umkreise bezeichnet werden. Man erforschet die Zahl der Grade und deren Theile, welche in dem Bogen *EN* und *FO* enthalten sind, und zählet auf dem Horizonte der Kugel so viele Grade und Minuten, als deren in *EN* enthalten, von Norden, wie auch so viele, als der Bogen *FO* enthält, von Süden, nach der Seite, welche der Entwurf angiebt, und bringt dadurch die Puncte *N*, *O*, samt der Linie *NO*, welche von dem einen an den andern reichet, auf die Kugel. Da diese *NO* der orthographische Entwurf aller Puncte der Kugel ist, in welchen der völlige Eintritt der Venus in die Sonne früh um drey Uhr und 12 Minuten bemerket wird; so müssen alle diese Puncte in dem Umkreise des halben Cirkels liegen, welcher über den Horizont der Kugel auf dessen Fläche perpendicular stehet, und *NO* zu seinem Durchmesser hat. Nun kan dieser halbe Cirkel in der Oberfläche der Kugel beschreiben werden, wenn man den Bogen *NO* in zween gleiche Theile

 theilet,

T. VIIII. F. 131. theilet, und die Mitte desselben zum Pol machet. Dadurch werden alle gesuchte Oerter des Erdbodens auf einmal entdecket, unter welchen N und O die äussersten sind, welchen die Sonne in dem Horizonte erscheinet, indem die Venus ganz in dieselbe eintritt, und also beym Aufgange der Sonne, wenn sich der Ort, wie N, an der Abendseite der EF findet, und bey deren Untergange, wenn er, wie O, an der Morgenseite derselben liegt.

§. 693. Auf eben die Art werden auch die übrigen Fragen aufgelöset, in welchen die Stellen des Erdbodens verlangt werden, die in der angegebenen Zeit den Mittelpunct der Venus in den Rand der Sonne, oder den Körper derselben diesen von aussen berühren sehen, wenn noch immer von dem Eintritte die Rede ist; und mit dem Austritte hat es keine grössere Schwürigkeit. Sind die Stellen des Erdbodens anzugeben, an welchen in der angegebenen Zeit, die noch immer drey Uhr 12 Minuten früh seyn mag, beym Eintritte der Mittelpunct der Venus in dem Rande der Sonne erscheinet, so werden der gegebenen Zeit noch 9 Minuten 17 Secunden zugesetzt, und durch das Punct der Linie AB, welches die Zeit von drey Stunden 21 Minuten und 17 Secunden angiebt, eine Linie nicht mehr der GK sondern der IK parallel gelegt, welche eben so gebraucht, wie die NO gebraucht werden muste, alle verlangte Stellen des Erdbodens angeben wird. Ist von dem Austritte die Rede, und werden zum Beyspiel alle Oerter des Erdbodens verlangt, welche die Venus um 9 Uhr 26 Minuten vor Mittag ganz aus der Sonne treten sehen, so daß sie nunmehro nur mit ihrem äussersten Rande dieselbe zu berühren scheinet: so werden von 9 Stunden 26 Minuten die 18 Minuten und 26 Secunden abgezogen, um welche die Linie gh vor der lm vorhergehet. Der Ueberschuß von 9 Stunden 7 Minuten und 34 Secunden bestimmet in der AB das Punct, durch welches eine Linie der lm parallel gelegt werden muß, vermittelst der dabey unter der AB geschriebenen Zahlen, welche zu den Austritten dienen: und die durch dieses Punct der lm parallel gezogene Sehne PQ entdecket die nunmehr gesuchten Stellen des Erdbodens volkommen so, wie NO die ihrigen angab. Nur muß auch die Erdkugel, der veränderten Zeit gemäß, um ihre Axe gedrehet, und in dieser neuen Stellung erhalten werden.

§. 694. Die Sehnen NO, PQ werden immer kleiner und kleiner, je mehr sie sich an dieser oder jener Seite von dem Puncte T entfernen, und mit denselben nehmen auch die Cirkel ab, deren Durchmesser sie abgeben. Endlich

lich verwandeln sich diese Cirkel in untheilbare Puncte, deren Bedeutung, in *T. VIIII. F.* Absicht des Eintritts der Venus in die Sonnenscheibe, oder des Austritts aus 131. derselben, samt allen übrigen, so hier noch beygebracht werden könte, so leicht zu schliessen ist, daß es überflüssig wäre sich dabey länger aufzuhalten. Es sind also nur noch diejenigen Fragen übrig, so sich auf einen besondern durch seine Länge und Breite gegebenen Ort des Erdbodens beziehen, unter welchen die vornehmste ist, welche verlanget, daß angezeigt werde, in welchem Zeitpuncte dieser Ort die Venus mit ihrem fordern oder hintern Rande, oder auch mit ihrem Mittelpuncte in die Sonnenscheibe eintreten, und sich wieder herausbegeben sehen werde?

Ergänzung des Entwurfs und deren Gebrauch.

§. 695. Die Beantwortung dieser Fragen erfodert, daß ausser dem bisher gewiesenen auch die Bahn *RS*, welche der angegebene Ort des Erdbodens am Tage des Durchgangs, um die Erdaxe beschreibet, richtig entworfen, und mit den Zahlen der Stunden und Minuten so bezeichnet worden sey, wie dieses längst umständlich gewiesen worden ist. Es wird vorausgesetzt, daß die Zahlen der Theilung dieser *RS* eben die Zeitpuncte angeben, welche die der *AB* beygeschriebene Zahlen bedeuten, welches immer erhalten werden kan, wenn die Länge des angegebenen Orts, in Ansehung der Länge desjenigen, für welchen die Tafeln gerechnet sind, bekant ist. Ist nun auch dieses gehörig berichtiget, so wird der Zeitpunct, in welchem dieser Ort die Venus ganz in die Sonnenscheibe eintreten siehet, gefunden, wenn man die *GH*, ohne Veränderung der Winkel, welche sie mit der *AB* einschliesset, so lang von ihrer Stelle nach *A* oder *B* entfernet, bis die Zahlen der Stunden und ihrer Theile, deren eine bey *RS*, die andere aber bey *AB* unter denjenigen stehet, die für den Eintritt gelten, eben dieselbe werden, welche alsdann den verlangten Zeitpunct angeben wird. Ist aber die Rede von dem Eintritte des Mittelpuncts der Venus, so wird eben diese Versezung mit der Linie *IK* so lang vorgenommmen, bis die bey dem Puncte der *AB*, durch welchen sie nunmehro gehet, unter den zum Eintritte gehörigen stehende Zahl, die bey der *RS*, um 9 Minuten 17 Secunden übertrift: und wenn der erste Anfang des Eintritts verlanget wird, bey welchem die Sonnenscheibe von aussen berühret wird, so bedienet man sich der Linie *LM* eben so: nur muß nunmehro der Ueberschuß der Zahl, welche unter denen zum Eintritte gehörigen an der versezten *LM* stehet, die an derselben *LM* stehende Zahl der *RS* um 18 Minuten 26 Secunden übertreffen. Die Zeit des Eintrits jeder Art wird nunmehro blos durch die Zahlen der *RS* angegeben.

T. VIIII. F. 131. §. 696. Die Zeitpuncte, mit welchen sich der Austrit der Venus anfängt und endiget, wie auch derjenige, in welchem ihr Mittelpunct die Sonnenscheibe verläßt, werden vermittelst der Linien *gh*, *ik*, *lm* eben so gefunden, indem man jede derselben, ihrer gegenwärtigen Lage parallel, nach dieser oder jener Seite fortschiebet; und was bisher gesagt worden ist, kan den besondern Gebrauch jeder derselben klar machen. Es muß nunmehro die untere Reihe der an *AB* gesetzten Zahlen gebraucht werden, die zu dem Ausgange gehören: und wenn die gehörig versetzte *ik* vermittelst der Zahlen der Bahn *RS* den Zeitpunct angeben sol, in welchem der Mittelpunct der Venus die Sonnenscheibe verläßt, so muß die bey der gehörig gesetzten *ik* stehende Zahl der *AB* über die bey *RS* einen Ueberschuß von 9 Minuten 17 Secunden angeben; wenn aber *lm* für das völlige Ende des Durchgangs richtig gesetzt seyn sol, so muß dieser Unterschied 18 Minuten 26 Secunden betragen. Alles dieses geschiehet ohne Verwirrung, und ohne den Riß zu verderben, weil es nicht nöthig ist die Linien auszuziehen, sondern die Schneide einer gehörig angelegten Regel die Stelle derselben gar wol vertreten kan.

Die Horizontparallaxe der Sonne vermittelst eines Durchgangs der Venus.

§. 697. Es wäre überflüßig sich bey der Vorherverkündigung der Umstände einer Erscheinung länger aufzuhalten, welche, wie an seinem Orte gezeigt werden sol, keinem der jetzt lebenden Bewohner der Erde zu Gesicht kommen wird: und es ist nur noch von dem wichtigen Nutzen zu handeln, welchen die zween letztern Durchgänge der Astronomie geleistet haben. Dieser ist die Berichtigung der Horizontparallaxe der Sonne, oder der Grösse des Winkels, in welchem der halbe Durchmesser unserer Erde aus der Sonne gesehen wird, welchen wir diesen Beobachtungen zur Folge mit einem gar geringen Fehler auf 8,7 Secunden setzen konten. Es ist zu zeigen, wie etwas so genaues vermittelst der bisher gebrauchten Zeichnung zu erhalten sey, wovon der Grund in der langsamen Bewegung liegt, mit welcher das zur Entdeckung der Erscheinungen gebrauchte Punct in der *AB* fortrücket. Denn da dasselbe in einer Stunde oder 3600 Zeitsecunden nicht mehr als 95 Secunden des Grades beschreibet, so braucht dasselbe zu jeder Secunde seiner Bahn beynahe 38 Zeitsecunden: und wenn die Länge eines Theils der *AB* durch die Zeit angegeben wird, in welcher er beschrieben wird, so kan ein Fehler von 38 Secunden, der bey der Zeit begangen wird, diesen Theil des

Weges,

Weges, um nicht mehr als 1 Secunde grösser oder kleiner machen, als er würk- T. VIIII. F.
lich ist. Ist aber die Zeit bis auf eine Secunde richtig, so kan der Weg nicht 131.
mehr als um den 38sten Theil einer Secunde fehlen.

§. 698. Wir müssen zuförderst anmerken, daß die bey der 131sten Zeichnung gebrauchten Maasstäbe ⊙, ♀ auf dieselbe keinen weitern Einfluß haben, als daß vermittelst derselben die Bahn *AB* den Zeiten gemäß getheilet worden. Diese Theilung aber ist zu der gegenwärtigen Absicht unnütze; und wenn vermittelst der Zeichnung die Parallaxe allein gesucht wird, so kan man sich die Mühe dieselbe zu verfertigen, und bey den Theilungspuncten die Zeiten anzugeben, völlig ersparen. Alsdenn aber wird der Radius *AT*, mit welchem der Entwurf der Erde beschrieben wird, völlig wilkührig, und man kan denselben in 1000 oder mehr Theile theilen, ohne vorauszusetzen, wieviele dieser Theile eine Secunde ausmachen; als welches eigentlich dasjenige ist, so nunmehro gesucht wird. In die Winkel *ATG*, *BTg* und die übrigen dieser Art, hat die Grösse der Erde keinen Einfluß, und man darf, dieses deutlich zu begreifen, nur auf die zur Entdeckung dieser Winkel gegebene Anweisung zurück sehen. Und daß es eben nicht nöthig sey bey der Bestimmung derselben so gar genau zu verfahren, ist selbst aus der Zeichnung klar, welche nicht wol so gros gemacht werden kan, daß ein bey derselben begangener Fehler von einer oder etlichen Minuten, selbst bey *G* oder *H* merklich wäre. Wir wollen uns aber, grösserer Deutlichkeit wegen, blos an die Linien *GH*, *gh* halten, welche zu den Zeitpuncten gehören, in welchen sich die Venus ganz in die Sonnenscheibe versenket, oder anfängt aus derselben hervorzutreten, und also den Rand derselben inwendig berühret, als welche unter allen am genausten bemerkt werden können. Die übrigen, in welchen die Sonnenscheibe von aussen berühret wird, oder der Mittelpunct der Venus sich im Rande derselben befindet, werden nur im Nothfalle gebraucht. Es ist aber leicht, was von den Linien *GH*, *gh* gesagt werden sol, auch auf die *IK*, *ik* und *LM*, *lm* anzuwenden, so zu den Zeitpuncten gehören, in welchen sich diese letztern Erscheinungen zutragen.

§. 699. Es müssen zween Zeitpuncte, die entweder beide zu Eintritten, oder beide zu Austritten, oder der eine zu einem Eintritte und der andere zu einem Austritte gehören, durch die Stunde, Minute und Secunde der wahren Zeit, nach welcher bey denselben die Venus den Rand der Sonnenscheibe inwendig berühret hat, aus genauen Beobachtungen bekant seyn. Diese Beobachtungen können nur

T.VIIII.F. 131. in dem letztern Falle beide an einem und eben demselben Platze geschehen; werden aber zween verschiedene Beobachtungsplätze gebraucht, so finden ausser diesem auch alle übrige Fälle stat. Ohnstreitig sind einige Stellen des Erdbodens hierzu geschickter als andere, und was gleich Anfangs (678) von dem Durchgange der Venus durch die Sonne in Absicht auf die ganze Erde gesagt worden ist, kan bey der Wahl derselben zu einer Richtschnur dienen. Es mag aber ein Beobachtungsplatz auf dem Erdboden gewählt seyn wo man wil, so muß die Breite oder Polhöhe desselben bekant seyn, und wenn deren zween sind, auch der Unterschied ihrer Längen.

§. 700. Die Erde wälzet sich um ihre Axe herum, und jedes in der Oberfläche derselben angenommene Punct beschreibt mit dieser Bewegung eine Bahn, die von dem Umkreise eines Cirkels wenig abweichet. Stellen nun die Buchstaben γ, δ die zween Zeitpuncte vor, deren jeder, wie gesagt worden ist, durch die Uhr seines Orts angegeben wird, so muß erstlich der Punct dieser täglichen Bahn, in welcher sich der zu γ gehörige Ort in diesem Zeitpuncte γ befunden hat, in Γ orthographisch entworfen seyn, und alsdann auch der Punct der Bahn des andern, für den nach seiner Uhr angegebenen Zeitpunct δ, in Δ. Weil es nicht nöthig ist zu dem Ende die Bahnen selbst, oder auch nur einige Theile derselben zu zeichnen; so kan die dadurch gesparte Mühe angewendet werden, die Entwürfe Γ, Δ, nach den (501) gegebenen Vorschriften, desto genauer zu berichtigen. Gehöret nun der Punct Γ zu einem Eintritte, so wird durch dasselbe NO der GH parallel gezogen, und das Punct V der Bahn AB bemerket, in welchem sie von dieser NO geschnitten wird. Solte aber Γ zu einem Austritte gehören, so müste durch dasselbe statt der NO eine andere gerade Linie der gb parallel gemacht, und das Punct, in welchem sie die AB schneidet, mit V bezeichnet werden. Eben so wird auch mit dem Puncte Δ verfahren, durch welches man eine $X\Upsilon$ der gb parallel ziehet, fals dieses Punct Δ zu einem Austritte gehöret, und also in der Linie AB das Punct Z entdecket; solte aber Δ zu einem Eintritte gehören, stat der $X\Upsilon$ eine andere Linie der GH parallel machen, und das dadurch gefundene Punct der AB, mit Z bezeichnen müste.

§. 701. Nunmehro liegt uns VZ vor den Augen, und wir können, wenn der Halbmesser der gebrauchten Scheibe TA in gleiche Theile getheilet ist, die Grösse der VZ in eben dergleichen Theilen angeben, und also die Verhältniß $VZ : TA$ durch Zahlen ausdrucken. Es ist aber auch die Zeit in unserer Gewalt, welche erfordert wird die VZ mit der Bewegung zu beschreiben, die wir uns noch immer vorstellen müssen. Denn wenn die beiden aus den Beobachtungen bekanten Zeitpuncte γ, δ durch

eben

eben die Uhr angegeben werden, so ist die verlangte Zeit der Unterschied derjenigen, welche sich mit diesen Puncten γ, δ endigen. Sind aber die Uhren, durch welche γ, δ angegeben werden verschieden, so wird ihr Unterschied, welcher dem vorigen zugesetzt werden muß, aus dem Unterschiede der Längen der Oerter gefunden, zu welchen sie gehören; und es braucht die dergestalt entdeckte Zeit keiner weitern Verbesserung, wenn die Beobachtungen beide entweder bey dem Eintritte der Venus in die Sonnenscheibe, oder bey ihrem Austritte aus derselben, gemacht worden sind. Wenn aber das Punct Γ zu einem Eintritte und Δ zu einem Austritte gehöret, so ist die dergestalt aus den Beobachtungen geschlossene Zeit diejenige, welche das Punct L der 130sten Zeichnung braucht sich dem Mittelpuncte der Erde nicht nur um die VZ, sondern auch um die Sehne LM dieser 130sten Zeichnung zu nähern, und es muß also diese letztere Zeit, in welcher LM beschrieben wird, von der Zeit der Beobachtungen abgezogen werden, damit die zur VZ gehörige Zeit besonders dargestellet werde. Im Gegentheil ist, wenn Δ zu einem Eintritte, und Γ zu einem Austritte gehöret, die aus den Beobachtungen geschlossene Zeit, um die zur Beschreibung der VZ nöthige, kleiner als diejenige, in welcher die Sehne LM beschrieben wird, und also wiederum die zur VZ gehörige Zeit der Unterschied der beiden andern, unter welchen die zur Beschreibung der Sehne LM nöthige nunmehro die grössere ist. T.VIIII.F. 131.

§. 702. Wird nun die dergestalt zu entdeckende zur Beschreibung der VZ nöthige Zeit durch t bedeutet, eine Stunde aber, oder 3600 Secunden, durch h, und man machet $h : t = 95 : q$, so ist, da 95 die Zahl der Secunden angiebt, welche in unserm Beyspiele in einer Stunde beschrieben werden, die gefundene q die Zahl der in VZ enthaltenen Theile von derselben Grösse, welche demnach ebenfals Secunden vorstellen werden. Man findet also die Grösse einer solchen Secunde, wenn man nur die VZ, nach Maasgebung der Zahl q, in gleiche Theile theilet. Alsdenn ist durch diese Theile der VZ der Halbmesser TA zu messen, und dadurch die Zahl der in demselben enthaltenen Secunden und ihrer Theile zu finden, welche eben diejenige ist, die ein in die Sonne gesetztes Auge diesem TA zuschreibt, oder die Horizontparallaxe der Erde. Wil man lieber rechnen, so kan man sich ausser der Proportion $h:t = 95:q$ dieser andern $VZ:TA = q:p$ bedienen, in welcher die Verhältniß $VZ:TA$ gegeben ist, p aber die Horizontparallaxe der Sonne bedeutet. Denn es entstehet aus beiden, wenn sie gehörig vereiniget werden diese neue $VZ.\,h:TA\,t = 95:p$, welche die gesuchte p unmittelbar entdecket. Es ist leicht einzusehen, daß bey andern Durchgängen

T. VIIII. F. 131. gen der Venus, ausser den übrigen Veränderungen in der Bedeutung der Buchstaben, gemeiniglich auch anstat der 95 eine andere Zahl kommen werde.

§. 703. Wenn die Beobachtungen richtig sind, so sehe ich keinen erheblichen Fehler, der bey diesen Schlüssen zu befürchten wäre; es müste dann die Entfernung *CI* der 130sten Zeichnung, deren Grösse blos auf die Tafeln gegründet wird, von diesen zu groß oder zu klein angegeben werden. Denn eine zu grosse *CI* giebt nicht nur den Winkel *KHI* samt den übrigen dieser Art, kleiner an als sie würklich sind, sondern auch die Sehnen *HF* und *LM*, samt der Zeit, in welcher ein Weg von dieser Länge von dem Puncte *H* beschrieben wird. Dadurch wird in den Fällen, in welchen eine Zeit zur Bestimmung der *t* gebraucht werden muß, auch diese *t* zu groß oder zu klein gefunden, welches die vermittelst derselben herauszubringende *p* allerdings unrichtig, oder doch unzuverläßig machen muß. Man siehet aber auch blos aus der Proportion $h : t = 95 : p$, in welche die eben angegebene $VZ.h : TA.t = 95 : p$ verwandelt wird, wenn man *VZ* der *TA* gleich annimt, daß der Einfluß, welchen ein bey *t* begangener Fehler in die gesuchte *p* hat, so gar groß nicht seyn werde, und kan aus diesem Falle auf die übrigen schliessen. Noch kleiner aber ist die Würkung einiger Veränderung des Winkels *KHI*. Es können aber auch diese Fehler durch mehrere richtige Beobachtungen gebessert werden, da die aus denselben gezogene Schlüsse nicht leicht mit einander überein kommen, und eben die Parallaxe geben werden, so lang die angenommene *CI* merklich von der Wahrheit abweichet.

§. 704. Ein Durchgang des Mercurs durch die Sonne kan eben so, und von gewissen Seiten betrachtet, noch leichter entworfen werden als ein Durchgang der Venus. Die volständige Einsicht aber in die Gründe dieser Entwürfe erfodert eine etwas genaue Kentniß des Laufs dieser Planeten; weswegen die Abhandlung derselben eigentlich auf die Beschreibung dieses Laufs hätte folgen sollen. Ich habe es aber vor schicklicher gehalten, Erscheinungen, die so sehr mit einander verwant sind, und einander so sehr erleutern, als die verschiedenen Arten der Finsternisse und Bedeckungen, in einigem Zusammenhange vorzutragen, als dem Leser die Mühe aufzubürden, bey jeder einzelnen Betrachtung dieser Art wieder von vorne anzufangen. Eine kleine Gedult, mit welcher er die weitere Aufklärung erwartet, wird, wie ich hoffe, weniger beschwerlich seyn.

Ende des ersten Theils.