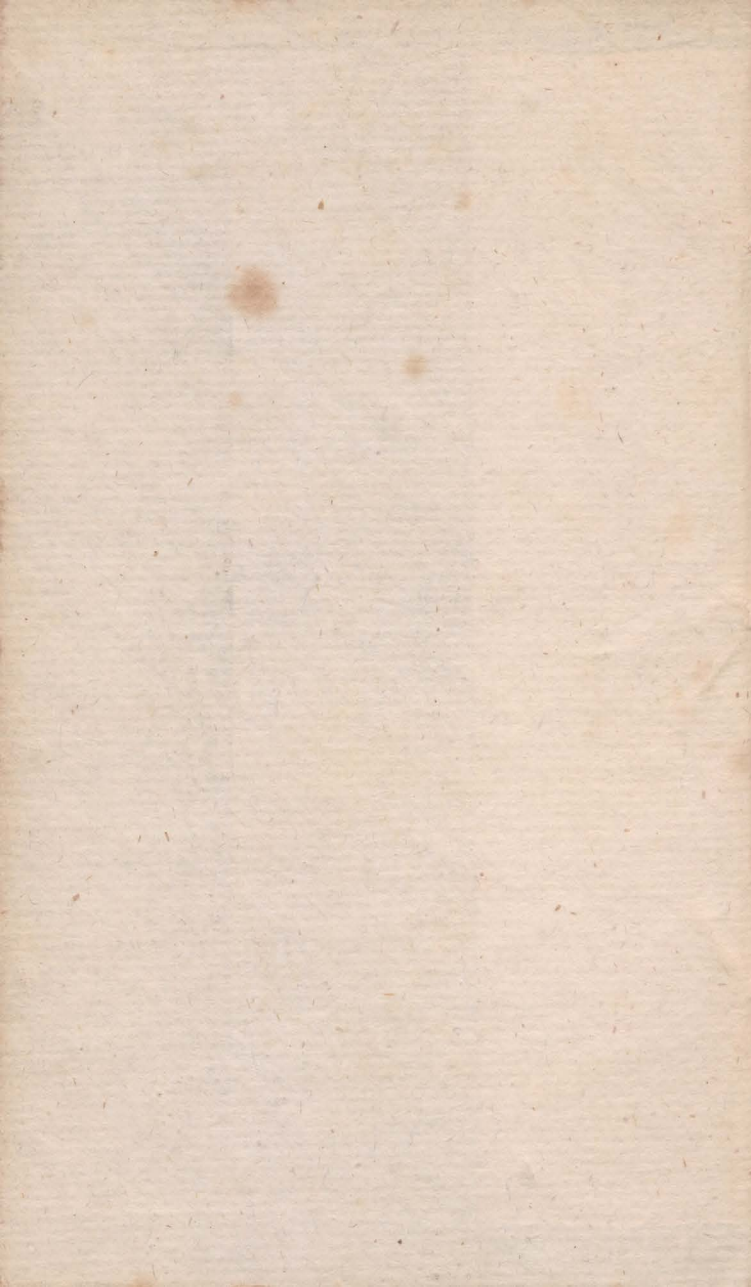






A 45

111

Johann Andreas von Segner

Er. Königl. Preuss. Maj. Geh. Rath's, ersten Lehrers der Mathematik
und Naturlehre bey der Königl. Friedrichs-Universität, Mitgliedes der
Kaysertl. Akademie zu Peterssburg, der Königl. Societät zu
London, und der Königl. Akademie der Wissen-
schaften zu Berlin

W. H. d.
G r ü n d e

der

P e r s p e c t i v.



Mit 8 Kupfertafeln.

Berlin, 1779.

Bey Christian Friedrich Homburg.



3334



92107

N a c h r i c h t.

Die gegenwärtige Schrift hat sich unter den nachgelassenen Papieren meines verstorbenen Vaters ganz zum Druck fertig gefunden; er war selbst im Begriff sie herauszugeben, als er durch Krankheit daran verhindert wurde, und da seine Schwachheit zunahm, verordnete er daß es nach seinem Tode geschehen sollte. Bey diesen Umständen kann ich es sicher wagen diese Blätter dem Druck zu überlassen, ohne die bescheidne Achtung zu verläugnen, welche den Verstorbenen jederzeit abhielt, dem Publiko etwas unausgearbeitetes aufzudringen. Der Abdruck

druck ist nach dem hinterlassenen eigenhändigen Manuscript treulich, ohne einige Veränderung noch fremden Zusatz geschehen, welches ich um deswillen hier zu erinnern nöthig erachte, damit diese Schrift nicht mit denjenigen in eine Classe gesetzt werden möge, welche nach dem Tode ihrer Verfasser, aus ihren eigenen oder ihrer Zuhörer Hesten zusammen getragen, meistens in einer unvollendeten Gestalt, durch den Druck bekannt gemacht zu werden pflegen.

Berlin,
den 15. Sept.
1779.

J. W. v. Segner.

Gründe

Gründe der Perspectiv.

§. 1.

Da wir die Entfernung der sichtbaren Punkte von unserm Auge nicht unmittelbar empfinden: so müssen in den allermeisten Fällen zweien oder mehr Punkte, welche in einer geraden Linie liegen, die durch die Mitte des Auges gehet, sowol als diese Linie selbst, uns als ein einziger Punkt erscheinen.

§. 2. Und, wenn in einer ebenen Fläche, die durch die Mitte des Auges gehet, zwei gerade Linien von dieser Mitte aus einander laufen, so müssen alle übrige gerade und krumme Linien, und alle Figuren, welche in dieser Ebene von einer der aus einander laufenden Linien bis an die andre reichen, einerley Eindruck in das Auge machen.

§. 3. Dadurch wird es möglich, in einer ebenen, oder nach Belieben gekrümmten und gebrochenen Oberfläche eine Zeichnung zu entwerfen, die dem Auge eben so erscheinen muß, wie ihm eine ganz andere Figur erscheint, wenn sie aus einem gewissen Punkte angesehen wird: so weit wenigstens, daß weder die Art der sichtbaren Linien, welche in den zwei Figuren anzutreffen sind, noch

ihre scheinbare Größe oder Lage hinlangen, eine dieser Figuren von der andern zu unterscheiden.

§. 4. Wie nun diese Zeichnung nach geometrischen Gründen zu verfertigen sey, lehret die *Perspectiv*. Weil aber die Arbeit zu schwer seyn würde, wenn man diese Gründe auf gekrümmte oder gebrochene Oberflächen anwenden wollte; und doch eine auf solche Oberflächen entworfenene Zeichnung viel unschickliches an sich haben würde; so hat man vor das beste befunden, alle dergleichen Zeichnungen in keinen andern als ebenen Flächen zu entwerfen: und, wenn ja einige unvermeidliche Umstände etwas anders erfordern, die Zeichnung nicht vermittelst der Geometrie, sondern durch andre Hülfsmittel zuwege zu bringen.

§. 5. Diese ebene Fläche nun, auf welche die Zeichnung gebracht werden soll, heißt die *Tafel*, welche man sich als durchsichtig, und folgendes an sich unsichtbar, vorstellt. Sie wird gemeiniglich zwischen das Auge und den darauf zu entwerfenden Gegenstand gesetzt. Doch kann man auch öfters mit einigem Vortheil den Gegenstand sowol als das Auge vor die *Tafel* setzen, oder die *Tafel* durch den Gegenstand hindurchgehen, und denselben schneiden lassen.

§. 6. Uebrigens aber ist die Lage der *Tafel* willkührlich, und die Regeln, nach welchen der Entwurf zu verfertigen ist, werden durch die verschiedene Lage der *Tafel* nicht geändert, obwol ihre Anwendung dadurch schwerer oder leichter werden kann. Gemeiniglich wird angenommen,

die

die Tafel stehe senkrecht. Man kann sie aber auch in Ansehung des Horizonts schief setzen, oder demselben parallel machen; ja man ist zuweilen dazu gezwungen.

§. 7. Die Absicht, welche die Perspectiv zu erreichen sucht, ist zweyerley. Bey der ersten unternimmt sie das Auge auf eine angenehme Art zu täuschen, indem sie demselben ein Gemälde vorlegt, welches für einen Körper, oder doch für eine ganz andre Figur, gehalten werden soll, wenn es aus dem gehörigen Punkte betrachtet wird; die zweyte Absicht aber betrifft vornehmlich den Verstand, welchem sie einen so deutlichen Begriff von der Gestalt eines Gegenstandes bezubringen bemühet ist, als ein Auge geben würde, welches diesen Gegenstand nur von einer Seite betrachtete. Beyde Absichten werden durch einerley Regeln erhalten: nur muß man bey der letztern den Ort, aus welchem das Auge den Gegenstand betrachten soll, sorgfältiger wählen, als bey der erstern. Denn fast jeder Körper zeigt seine eigentliche Gestalt von einer Seite deutlicher, als von einer andern.

§. 8. Es mag aber der Ort des Auges, oder der Punkt, aus welchem dieses den Gegenstand, oder den auf die Tafel gebrachten Entwurf desselben betrachten soll, gegeben seyn wo man will, so kann die Zeichnung doch richtig verfertiget werden, ob sie wol für einen ungeschickt angenommenen Augenpunkt nothwendig auch selbst, in dieser oder einer andern Absicht, ungeschickt ausfallen muß. Wir haben uns also, so lange es uns bloß um die all-

gemeinen Regeln zu thun ist, darum nicht zu bekümmern, an welchen Ort das Auge am schicklichsten zu stellen sey.

§. 9. Doch muß vor allen Dingen dieser Ort festgesetzt, und hernach nicht wieder verändert werden. Man ziehet zu dem Ende aus dem Punkte, in welchen die Mitte des Auges gesetzt werden soll, eine Linie auf die Tafel perpendicular, und merket den Punkt an, in welchem diese Linie die Tafel erreicht. Denn dieses wird immer geschehen, weil man die Tafel vergrößern kann wie man will. Sodann wird auch die Länge dieser Linie angemerkt, welche die Entfernung des Auges von der Tafel ist. Der in der Tafel angemerkte Punkt aber, zwischen welchem und dem Ort des Auges diese Entfernung liegt, heißt der Augpunkt.

F. 1. §. 10. Ist nun TT die Tafel, L der Ort des Auges, von welchem die zwei graden Linien LA, LB gezogen sind, welche die Tafel in a, b durchstechen; so wird eine jede, gerade oder krumme Linie, welche in der Fläche ALB, an dieser oder jener Seite der Tafel von AL bis an BL reicht, und eine jede Figur, die in eben der Fläche ALB zwischen AL und BL liegt, durch die gerade Linie ab vorgestellt, in welcher die Fläche ALB die Tafel durchschneidet. Und insbesondere ist ab die Vorstellung einer geraden Linie, die, wie AB, von irgend einem Punkte der Linie AL bis an einen beliebigen Punkt der BL gezogen werden kann.

§. 11. Wenn man die Linie LC wie die vorigen LA, LB ziehet, so ist von der Fläche ALC
eben

eben das zu sagen. Insbesondere wird die Linie AC durch ac vorgestellt, woraus folgt, daß der Winkel cab den Winkel CAB vorstellen werde, samt unendlich vielen andern, die von Linien oder Oberflächen eingeschlossen werden, deren eine in der Ebene ALB, die andere aber in der Ebene ALC lieget.

§. 12. Dieses ist richtig, es mag die gerade Linie AB oder AC in Ansehung der Tafel liegen wie man will; sie mag der Tafel parallel seyn, oder diese, wenn sie gehörig verlängert wird, endlich erreichen. Ist aber AB der Tafel parallel, so wird ihr auch ihre Vorstellung ab parallel. Nun aber ist eine jede Linie, welche der AB parallel läuft, der Tafel ebenfalls parallel. Es muß also auch diese neue Linie durch eine Linie in der Tafel vorgestellt werden, welche ihr, und folgendes auch der AB und ab, parallel ist: wodurch die Vorstellungen aller geraden Linien, welche einander und der Tafel parallel liegen, auch selbst parallel werden.

§. 13. Von der Linie AC ist eben das zu sagen: sie wird ihrer Vorstellung ac parallel, wenn sie selbst der Tafel parallel ist. Nimmt man nun dieses mit dem vorigen zusammen, und setzt also die geraden Linien AB, AC fallen beyde in eine ebene Fläche, welche der Tafel parallel lieget, so wird auch der Winkel CAB durch den ihm gleichen Winkel cab vorgestellt. Und diese Bewandniß hat es mit allen geradeliniichten Winkeln, welche in Flächen fallen, die der Tafel parallel liegen.

§. 14. In dem gefesteten Fall verhält sich auch AB, nach ihrer Länge betrachtet, zu der Länge ihrer Vorstellung ab wie AL zu aL: und eben diese Verhältniß AL zu aL hat auch AC zu ihrer Vorstellung ac: woraus folgt, daß auch die Verhältniß AB zur ab der Verhältniß AC zur ac gleich seyn werde, und also $AB : AC = ab : ac$. Ist also BAC ein Theil des Umfangs einer ebenen und geradelinichten Figur, so schließet man hieraus, daß die Vorstellung dieser Figur derselben vollkommen ähnlich werden müsse: Und man siehet leicht, daß dieses auch bey krummlinichten Figuren statt habe, welche in Flächen beschrieben sind, die der Tafel parallel liegen.

§. 15. Was aber die Verhältniß AL zu aL anlangt, welche die Verhältniß einer Seite AB dieser Figur zu ihrer Vorstellung ab bestimmt, so kann man aus dem Orte des Auges L nach Belieben eine gerade Linie ziehen, welche die Tafel bey O durchsicht, und die derselben parallel liegende Ebene CAB bey P erreicht. Denn die Verhältniß PL zu OL ist mit der Verhältniß AL zu aL völlig einerley. Wird nun aber LO auf die Tafel perpendicular gezogen, (wodurch sie auch der der Tafel parallel liegenden Fläche BAC perpendicular werden muß) so wird LO die Entfernung des Auges von der Tafel, PO aber die Entfernung der Fläche CAB, und eines jeden Punkts, A, B, oder C, welcher in dieser Fläche liegt, von derselben, und O der Auapunkt. Wenn nun LO, die Entfernung des Auges von der Tafel durch Δ bedeutet wird;

wird, und D die PO , oder die Entfernung eines jeden andern Punktes der Fläche ABC von der Tafel, anzeigt, so wird $AL = \Delta + D$, wenn die Tafel zwischen das Auge und den Gegenstand gesetzt ist: steht aber der Gegenstand zwischen der Tafel und dem Auge, so wird $AL = \Delta - D$, und also in dem ersten Fall $\Delta + D : \Delta = AB : ab$, und in dem zweiten $\Delta - D : \Delta = AB : ab$.

§. 16. Hat man also die Verhältniß $\Delta : D$, so wird vermittelst derselben die Vorstellung ab einer Linie AB , welche der Tafel parallel liegt, ihrer Größe nach jederzeit gefunden. Denn es ist eben nicht nöthig, daß man die eigentliche Entfernungen, welche Δ und D bedeuten, dazu gebrauche, weil eben die Verhältniß $\Delta + D : \Delta$, oder $\Delta - D : \Delta$ herausgebracht wird, man mag die Verhältniß $\Delta : D$ durch lange oder durch kurze Linien ausdrücken. Man kann aber auch öfters zu großer Bequemlichkeit die Verhältniß $\Delta : D$ durch Zahlen angeben.

§. 17. Ist aber die gerade Linie, deren Vorstellung verlangt wird, der Tafel nicht parallel, sondern erreicht diese, wenn sie gehörig verlängert wird, und durchsicht sie endlich, so ist das folgende zu merken. Es sey EF eine solche Linie, welche, wenn sie verlängert wird, die Tafel TT bey D durchsicht, und von dannen weiter nach der andern Seite der Tafel fortgeht, L aber sey auch nunmehr der Ort des Auges. Man stelle sich durch diesen Punkt L eine Linie LP vor, welche der EF parallel läuft, und die Tafel bey P erreicht. Diese

Parallellinien LP , EF werden nothwendig beyde in einer Fläche liegen, die man sich leicht vorstellen kann, und diese Fläche wird die Tafel in einer geraden Linie PD durchschneiden, welche durch die beyden Punkte P und D hindurchgehet, so daß ihre Lage in der Tafel durch diese zween Punkte völlig bestimmt wird.

§. 18. Stellet man sich nun auch eine andere Linie, wie EF , vor, die dieser EF parallel ist, aber die Tafel in einem von dem D verschiedenen Punkte erreicht, so ist die LP , welche der EF parallel gezogen worden, auch dieser neuen Linie parallel. Es muß also die Vorstellung dieser neuen Linie ebenfalls durch den Punkt P gehen, so sehr sie auch sonst von der vorigen PD abweichen mag. Und eben dieses ist von allen andern Linien zu sagen, die der EF parallel laufen. Ihre Vorstellungen gehen alle durch den zuerst gefundenen Punkt P .

§. 19. Endiget sich ein Theil der Linie EF , welcher in der Tafel bey D seinen Anfang nimmt, bey dem Punkte E , und man will von der PD die Vorstellung der DE abschneiden: so darf man nur LE ziehen. Denn diese LE muß nothwendig in die Fläche der Parallellinien LP und EF fallen, und wird also die PD bey G schneiden, wenn die Tafel zwischen L und E gesetzt ist. Lieget aber E zwischen dem Punkte L und der Tafel, so wird die verlängerte LE die ebenfalls verlängerte PD bey G antreffen, so lange ED kleiner ist als LP . Es muß aber in diesem Fall ED immer merklich kleiner seyn als LP , weil sonst das Auge in L den Punkt E nicht sehen

sehen würde, und also dieser Punkt auf der Tafel gar nicht vorgestellt werden könnte. In beyden Fällen wird die also gefundene DG die richtige Vorstellung der DE seyn, zu welcher sie gehöret.

§. 20. Es wächst aber, wenn E an eben der Seite der Tafel liegt, an welcher sich das Auge befindet, DG, die Vorstellung der DE, sehr stark, wenn man diese DE immer größer nimmt, und kann endlich, wenn die DE immer fortwächst, eine jede Größe erlangen. Doch es ist bereits angemerkt worden, daß in dem gegenwärtigen Fall die DE immer viel kleiner seyn müsse, als LP, und dadurch erhält auch ihre Vorstellung DG eine mäßige Länge.

§. 21. Fällt aber die Linie DE an die andere Seite der Tafel, so wächst zwar ihre Vorstellung DG ebenfalls, indem DE wächst, oder der Punkt E in der DE sich immer mehr und mehr von D entfernt. Ist aber die DE von einiger beträchtlichen Größe, so ist dieser Zuwachs in Ansehung desjenigen, um welchen die DE verlängert worden ist, gar geringe. Dieses ist immer mehr richtig, je größer DE angenommen wird, und bey so gestalteten Sachen kann der Punkt G, welcher das Ende der DE vorstellet, den Punkt P niemals erreichen, und die Vorstellung der DE muß immer kleiner ausfallen als DP, so groß auch diese DE seyn mag. Eben dieses ist auch von der Vorstellung einer andern geraden Linie zu sagen, welche der DF parallel liegt, deren Vorstellung den Punkt P ebenfalls nie erreichen wird.

§. 22.

§. 22. Es ist also P die Gränze aller Vorstellungen der DF , und aller Linien, welche ihr parallel laufen, durch welchen Punkt P diese Vorstellungen sämtlich gehen müssen, wenn man sie verlängert, welches sie aber, bey ihrer bestimmten Länge, niemals erreichen können. Derowegen wird auch P gar füglich der Gränzpunkt zu diesen Linien genannt. Denn solche Linien, welche zwar die Tafel ebenfalls antreffen, aber der EF nicht parallel sind, haben einen von dem P verschiedenen Gränzpunkt: weil es nicht möglich ist, daß eine durch das Auge in L diesen andern Linien parallel gezogene Linie in LP fallen sollte.

F. 3. §. 23. Wenn außer der Linie ED , welche wir bisher betrachtet haben, noch eine andere Linie ED' aus dem Punkte E an die Tafel gezogen ist, es mag dieser Punkt E an dieser oder jener Seite der Tafel liegen, so wird der Gränzpunkt für diese ED' und ihre Parallelen gefunden, wenn man durch L die LP' der ED' parallel macht, welche die Tafel in P' erreicht, welches P' eben der gesuchte Gränzpunkt seyn wird. Es wird aber dadurch auch die Ebene DED' , in welcher die Linien DE , ED' beyde liegen, der Ebene PLP' parallel, und diese ebene Flächen durchschneiden die Tafel in den Linien PP' , DD' , die einander gleichfalls parallel sind. Und man siehet leicht, daß der Gränzpunkt einer jeden andern in der Ebene DED' gezogenen Linie, welche die Tafel erreicht, ebenfalls in der verlängerten PP' liegen werde. So daß in diese PP' überhaupt die Gränzen aller Linien fallen, welche in der Fläche

Fläche DED' an die Tafel laufen: samt allen andern, welche denen dergestalt in der Fläche DED' gezogenen Linien parallel sind. Weswegen auch PP' die Gränzlinie zu dieser Fläche DED' genannt wird.

§. 24. Das Dreyeck PLP' ist dem Dreyeck DED' allezeit ähnlich; weil die Winkel dieser Dreyecke von Linien eingeschlossen werden, die einander parallel sind, wodurch diese Winkel nothwendig gleich werden, $L = E$, wie auch $LPP' = EDD'$, und $LP'P = ED'D$. Folgendes ist auch die Verhältniß LP:ED gleich der Verhältniß LP':ED', wie auch dieser PP':DD'.

§. 25. Es sey ED' der Tafel perpendicular. Dadurch wird auch LP' der Tafel perpendicular, weil sie der ED' immer parallel seyn muß, P' aber wird der Augpunkt, und LP' die Entfernung des Auges von der Tafel, gleichwie auch ED' die Entfernung des Punktes E von der Tafel ist. Weil nun diese Perpendicularen ED', LP' immer gezogen werden können, deren Verhältniß LP':ED' wir oben durch $\Delta:D$ ausgedrückt haben; so verhält sich überhaupt die Entfernung des Auges von einem jeden Gränzpunkte LP, zu der geraden Linie ED, zu welcher dieser Gränzpunkt gehöret; wie $\Delta:D$, das ist, wie die Entfernung des Auges von der Tafel, zu der Entfernung des Punktes E, bey welchem sich die ED endiget, von eben der Tafel.

§. 26. Wenn also eine gerade Linie von bestimmter Länge, welche die Tafel in dem gegebenen Punkte D erreicht, auf der Tafel vorzustellen ist,
und

und man hat P, den Gränzpunkt zu dieser Linie, wie auch die Verhältniß $\Delta : D$, so wird diese Vorstellung immer durch eine Zeichnung gefunden, die man bloß in der Fläche der Tafel verrichten kann.

- F. 4. Man ziehet nemlich durch D eine beliebige Linie DE, und legt dieser durch P die PL parallel, welche sich zur DE verhalte wie Δ zu D. Alsdenn darf man nur E mit L verknüpfen, welche von der PD die verlangte Vorstellung DG abschneiden wird, wenn man die PD und LE, falls es nöthig ist, verlängert. Man siehet aber leicht, wenn diese Verlängerung geschehen müsse, wenn man auf die zweite Zeichnung zurück siehet. Es müssen nemlich die Punkte L und E in Ansehung der Linie PD so liegen, wie sie in jener Zeichnung in Ansehung der Tafel lagen. Uebrigens aber hat man bey dieser Auflösung eine gar große Freyheit, weil man der PL oder DE eine jede beliebige Lage oder Größe geben kann.

- F. 5. §. 27. Wird nun die DE der vorzustellenden Linie gleichgenommen, so wird auch LP der Entfernung des Auges von dem Gränzpunkte gleich, der zu der vorzustellenden Linie gehöret, und die Vorstellung ist, wie vorher, die DG. Hieraus folgt, daß wenn man die vorzustellende Linie von der Tafel an so weit verlängert, daß sie der DF gleich wird, ihre Vorstellung DH werden müsse; und daß demnach GH die Vorstellung des der vorigen Linie zugefügten Theils EF seyn werde.

§. 28. Ist also DH, die Vorstellung einer bey D an die Tafel laufenden Linie gefunden, und man
will

will diese DH bey G dergestalt theilen, daß DG, GH eine gewisse gegebene Verhältniß vorstellen, so darf man nur die DF in dieser Verhältniß theilen, die Linie LE ziehen, und, wenn es nöthig ist, gehörig verlängern. Auf eben die Art wird auch GH in eben der Absicht getheilt, wenn man die EF u. der gegebenen Verhältniß theilet, und von dem Theilungspunkte nach L eine gerade Linie ziehet.

§. 29. Da aber überhaupt $PG : GD = \Delta : D$, man mag die Verhältniß $\Delta : D$ durch die Linien LP, DE so oder anders ausgedrückt haben; so folgt hieraus, für den Fall, da die Tafel zwischen dem Auge und dem Punkte lieget, welchen G vorstellen soll,

$$\Delta + D : \Delta = PG + GD : PG, \text{ oder } \Delta + D : \Delta = PD : PG,$$

und

$$\Delta + D : D = PG + GD : GD, \text{ oder } \Delta + D : D = PD : GD.$$

Für den andern Fall aber, da der vorzustellende Punkt mit dem Auge an einerley Seite der Tafel liegt, wird:

$$\Delta - D : \Delta = PG - GD : PG, \text{ od. } \Delta - D : \Delta = PD : PG,$$

und

$$\Delta - D : D = PG - GD : GD, \text{ od. } \Delta - D : D = PD : GD;$$

Diese Proportionen können ebenfalls zur Erfindung des Punkts G mit vieler Bequemlichkeit gebraucht werden, wenn P und D, und folgendes auch PD gegeben sind, indem man durch dieselbe entweder PG, den Abstand des Punkts G von dem Gränzpunkte P, oder DG bestimmt, insonderheit wenn man sich dabey der Rechnung oder eines geschickten

Instru-

Instrumentſ bedienen will, dergleichen der Proportionalcircel iſt.

§. 30. Eſ wird aber, wenn für den Fall, da die Tafel zwiſchen dem Auge und dem zu entwerfenden Punkte lieget, die Linie PD richtig getheilt iſt, (ſo nemlich, daß ſich PG zur GD verhält wie $\Delta:D$, und alſo PD:PG wie $\Delta + D:\Delta$) auch eine jede andere Linie, welche von der LP biß an die FF reicht, gar leicht in eben der Verhältniß getheilt, wenn man nur durch G eine der LP oder FF gleichlaufende Linie ziehet. So theilet GI, welche die eben angezeigte Lage hat, allerdings die LF in der Verhältniß PD:PG das iſt $\Delta + D:\Delta$, und wird, wenn ſie gehörig verlängert wird, eine jede andre gerade Linie, die von einem in der LP beliebig angenommenen Punkte biß an die FF reicht, eben ſo theilen. Eben dergleichen wird auch für den Fall, da der zu entwerfende Punkt mit dem Auge an einerley Seite der Tafel liegt, gar leicht erwieſen.

§. 31. Die durch G, zwiſchen LE, LF der FF parallel gezogene Linie GI ſelbſt aber ſtellet eine gerade Linie vor, welche durch den von G vorgeſtellten Punkt der Tafel parallel liegt, und der EF gleich iſt. Denn die Entfernung dieſer der Tafel parallel liegenden Linie von der Tafel, iſt eben die D, um welche der von G vorgeſtellte Punkt von der Tafel entfernt iſt, und eſ verhält ſich EF:GI wie LE zu LG. Da nun $LE:LG = \Delta + D:\Delta$, oder $LE:LG = \Delta - D:\Delta$, nachdem der vorgeſtellte Punkt hinter oder vor der Tafel liegt, ſo wird
aller.

allerdings in dem ersten Fall $EF:GI = \Delta + D:\Delta$,
und in dem zweyten $EF:GI = \Delta - D:\Delta$; also
bekommt GI in beyden Fällen diejenige Größe,
welche die Vorstellung einer der Tafel parallel lau-
fenden Linie bey den gesetzten Umständen ha-
ben muß.

S. 32. Hat man also diese Vorstellung GI ge-
funden, und an den Punkt G gehörig angelegt:
so findet man alsdenn auch den Punkt H, indem
man nur die LI zieht, ohne den Punkt F weiter
zu gebrauchen, welches in verschiedenen Fällen gar
bequem ist. Denn EF hat immer zu GI eben die
Verhältniß PD:PG; man darf also, wenn EF zu
verdoppeln oder halb zu nehmen ist, nur die GI
verdoppeln oder halb nehmen, wenn man den
Punkt H zu der dergestalt veränderten EF finden
will: und überhaupt GI in der Verhältniß ver-
mehrten oder vermindern, in welcher EF vermeh-
ret oder vermindert werden sollte.

S. 33. Ist nun EF selbst der schiefen Linie,
welche gehörig verlängert bey D an die Tafel an-
läuft, gleich genommen worden: so stellen GH, GI
beyde eben die Linie EF, wiewohl in einer verschie-
denen Lage vor, und HGI wird die Vorstellung eines
gleichschenkligen Dreyecks.

S. 34. Dieses sind die allgemeinen Sätze, auf
welche man sich bey der Ausfertigung der perspecti-
vischen Zeichnungen gründen muß, welchen die mehr
eingeschränkten an den gehörigen Stellen folgen
werden. Es kommt aber endlich alles darauf an,
daß man ein jedes Prisma, es mag gerade oder
schief



schief seyn, und in Ansehung der Tafel so oder anders liegen, richtig zu entwerfen wisse. Denn die übrigen Körper werden entworfen, indem man verschiedene Prismen zusammen setzt, oder auf eine geschickte Art theilet. Die ebene Figuren aber kann man sich als Prismen vorstellen, die so dünne sind, daß das Auge ihre Dicke nicht merken, und also auch nicht beurtheilen kann, ob sie gerade oder schief auf ihren Grundflächen stehen: und die gezeichneten Linien als Prismen, deren Grundflächen so klein sind, daß die Gestalt dieser Grundfläche unmerklich geworden. Denn ein gezeichneter Punkt ist von einer so kleinen Figur nicht zu unterscheiden.

§. 35. Ist aber ein Prisma zu entwerfen, so kommt außer dem Schatten, welcher besonders betrachtet wird, alles auf die Grundflächen und auf die Linien an, welche die Ecken dieser Grundflächen mit einander verbinden. Diese letztern Linien werde ich die Kanten nennen, welche bey einem geraden Prisma gerade, und bey einem schiefen schief auf der Grundfläche stehen.

§. 36. Diese Kanten nun sind entweder der Tafel parallel, oder sie laufen, wenn man sie verlängert, an die Tafel: und die Grundfläche kann ebenfalls entweder der Tafel parallel liegen, oder, gehörig erweitert und vergrößert, die Tafel in einer geraden Linie schneiden. Dadurch entstehen drey mögliche Fälle, welche besonders abzuhandeln seyn werden.

In



In dem ersten Fall ist die Grundfläche der Tafel parallel; und die Kanten laufen an die Tafel.

In dem zweyten Fall läuft die Grundfläche an die Tafel; die Kanten aber sind der Tafel parallel.

In dem dritten Fall läuft die Grundfläche an die Tafel, und die Kanten erreichen diese, wenn sie gehörig verlängert werden, ebenfalls.

Denn es ist unmöglich, daß sowol die Grundfläche als auch die Kanten eines Prisma der Tafel parallel seyn sollten. Läuft aber eine Kante des Prisma an die Tafel, so hat es mit den übrigen allen eben die Bewandniß; und ist eine Kante des Prisma der Tafel parallel, so sind auch alle übrigen derselben parallel.

§. 37. In allen diesen Fällen müssen zuerst verschiedene Punkte und Linien gefunden werden, welche bey der würllichen Verfertigung des perspectivischen Entwurfs als bekannt vorausgesetzt werden. Nun kann man zwar die Zeichnungen, welche diese Punkte und Linien bestimmen, selbst in der Fläche der Tafel verrichten: weil aber diese dadurch öfters zu sehr mit Linien bedeckt werden dürfte, welche nach gänzlich vollendeter Arbeit weiter von keinem Nutzen sind, und weggelöscht werden müssen: so ist es wohl gerhan, wenn man außer der eigentlichen für den Riß bestimmten Tafel noch eine andere zur Hand nimmt, in welcher diese Punkte und Linien gefunden, und alsdenn in jene übergetragen werden können: deren Stelle

auch öfters ein geschicktes Instrument, oder die Rechnung vertreten kann.

§. 38. Ist nun der Entwurf eines Körpers nach den bisherigen Begriffen gehörig ausgeführt worden, so muß dieser Entwurf immer als der Körper selbst erscheinen, wenn nur das Auge in die Linie gesetzt wird, welche durch den Augpunkt gehet, und auf die Tafel perpendicular ist, und von diesem Augpunkte die gehörige Entfernung bekömmt. Dieses kann bey einer jeden Lage der Tafel erhalten werden: in so fern ist also an dieser Lage nichts gelegen. Doch wird, bey veränderter Lage der Tafel, auch nothwendig der auf dieser gezeichnete Körper in einer andern Lage, und überhaupt in der Luft schwebend, erscheinen, ohne Verbindung mit andern Körpern. Da dieses der Natur nicht gemäß ist, so muß ein jeder Körper auch in der Zeichnung seinen Grund oder seine Stütze bekommen, auf welchem er unbeweglich ruhen kann: und eben dadurch wird alsdenn die eigentliche Lage der Tafel bestimmt. Eine kleine Abweichung von dieser Lage kann die Täuscherey entdecken, wenn diese der Zweck der Vorstellung ist. Was aber den Verstand anlangt, so ist dieser zufrieden, wenn er, vermittelst des Untersatzes, von der Lage unterrichtet wird, in welcher er sich den gezeichneten Körper vorstellen soll, und kann meistens eine beträchtliche Abweichung der Tafel von der Lage, welche sie eigentlich haben sollte, gar wohl vertragen. Bey dem allen ist die Vorstellung des Grundes oder der Stütze eine besondere

dere Arbeit, und wird nach eben den Regeln verrichtet, nach welchen alle andere Oberflächen oder Körper entworfen werden, weswegen es eben nicht nöthig ist, gleich anfangs darauf zu sehen. Man erhält dadurch, daß man den Grund oder die Stütze im Anfang wegläßt, die Freyheit, den völlig entworfenen Körper in einer jeden beliebigen Lage vorzustellen.

§. 39. Ueberhaupt muß der zu entwerfende Körper völlig bekannt seyn, das ist, man muß die Längen aller Linien in der Gewalt haben, welche von einigen Punkten desselben bis an andere gehen, und die Größen aller Winkel, welche diese Linien mit einander machen, wiewohl gemeiniglich sehr wenige dieser Linien und Winkel zur Verrfertigung des Entwurfs nöthig sind. Gehöret der Körper zu den einfachern, so ist es gar leicht, alle diese Größen in dem Gedächtniß zu behalten, und den Riß ohne weitere Beyhülfe auszuführen. Wo nicht, so braucht man entweder eine Tabelle, in welcher die nöthigen Größen aus einem beliebigen Maasstab durch Zahlen, und die Winkel durch ihre Grade ausgedrückt sind, oder man bedient sich geometrischer Riße der verschiedenen Flächen welche den Körper einschließen, oder der Figuren welche zum Vorschein kommen, wenn der Körper vermittelst einer ebenen Fläche so oder anders durchschnitten wird. Gemeiniglich pflegt man die geraden Prismen, aus welchen der zu entwerfende Körper zusammen gesetzt wird, in den Gedanken zu verlängern, bis ihre Grundflächen sämtlich in eine

Ebene fallen, in welcher dadurch eine so oder anders getheilte Figur entsteht, die man den geometrischen Grundriß des Körpers nennet; und es hindert nichts bey schiefen Prismen eben so zu verfahren. Denn obwohl die in diesem Fall herausgebrachte Figur kein eigentlicher Grundriß wird: so kann sie doch die Stelle desselben mit vieler Bequemlichkeit vertreten.

E r s t e r F a l l ,

in welchem die Grundfläche der Tafel parallel ist,
und die Kanten an die Tafel anlaufen.

S. 40.

Dieser Fall begreift denjenigen unter sich, in welchem die Grundfläche des Prismas in die Tafel fällt, und dadurch zu ihrer eigenen Vorstellung wird. Ist aber die Grundfläche von der Tafel entfernt, so müssen in der Tafel zween Puncte gegeben seyn, in welchen zwei verlängerte Kanten des Prismas dieselbe antreffen. Dadurch wird die Lage des zu entwerfenden Prismas in Ansehung der Tafel bestimmt, und man hat folgendes auch die Lage der Kanten, das ist, die Neigung derselben gegen die Tafel, oder die Winkel, welche sie mit der Tafel einschließen, und die Richtung dieser Winkel, welche man in der Tafel durch eine gerade Linie angeben kann, in welcher eine Fläche, die durch eine Kante auf die Tafel perpendicular fällt, diese schneiden würde. Denn der Winkel, welchen die Kante mit

mit

mit der Tafel macht, fällt in diese Fläche. Es sind nehmlich die Winkel, welche die Kanten mit der Tafel machen, in dem gegenwärtigen Fall denjenigen gleich, welche sie mit ihren Grundflächen einschließen, und nach eben der Seite gerichtet. Außerdem muß auch der Abstand der einen Grundfläche von der Tafel, oder an dessen Stelle, die Länge, welche man der Kante zusetzen muß, wenn sie die Tafel erreichen soll, bekannt oder gegeben seyn.

S. 41. Um nun die übrigen Punkte in der Tafel zu finden, welche zur Ausfertigung des Entwurfs nöthig sind, so beschreibe man erslich auf einer Beytafel das rechtwinklichte Dreyeck lop , in welchem lo der Entfernung des Auges von der Tafel, lp dem Winkel, welchen die Kanten mit der Tafel machen, und also l der Ergänzung dieses Winkels gleich sey. So wird op die Entfernung des zu den Kanten gehörigen Gränzpunkts von dem Augpunkt; und lp die Entfernung des Auges von diesem Gränzpunkt. Es ist aber, wenn lo vor den Radius angenommen wird, auch die op die Tangente des Winkels l , und lp dessen Secante. Wird aber ferner lc der Entfernung einer der Grundflächen des zu entwerfenden Prisma von der Tafel gleich gemacht, und cd der op parallel gezogen: so wird ld gleich dem Theil einer jeden verlängerten Kante, welche zwischen eben der Grundfläche und der Tafel liegt: und umgekehrt, wenn ld diesem Theil der Kante gleich gemacht wird, so wird lc die Entfernung der Grundfläche. Demnach wird die Verhältniß lc zu lo gleich derjenigen, welche

welche oben durch $D : \Delta$ ausgedrückt wurde, und $ld : lp$, wie auch $cd : op$ ist eben die Verhältniß.

F. 7. §. 42. Ist nun in der Tafel der Augpunkt O gegeben oder angenommen worden, und ist zugleich die Richtung der Winkel bekannt, welche die Kanten mit der Tafel einschließen, welche hier durch den bey R gezeichneten Pfeil angegeben wird, dessen Spitze nach der Seite gefehrt ist, nach welcher die Spitze des Winkels liegt: so ziehe man durch O eine gerade Linie OP der R parallel, und mache sie der gefundenen op gleich, so ist P der Gränzpunkt, nach welchem die Vorstellungen aller Kanten des zu entwerfenden Körpers laufen müssen. Es muß aber P gegen O so liegen, wie die Spitze des Pfeils R gegen das ihr entgegengesetzte Ende liegt, wenn der Körper an eben der Seite der Tafel vorgestellt werden soll, an welcher sich das Auge befindet. Wird aber, wie gemeiniglich geschieht, die Tafel zwischen das Auge und den Körper gesetzt, so bekommt OP die verkehrte Lage, bey welcher O nach der Seite stehet, nach welcher die Spitze des Pfeils R gerichtet ist, und P nach der entgegengesetzten.

§. 43. Wenn die Kanten des zu entwerfenden Prisma der Tafel perpendicular sind, so ist der Augpunkt O selbst ihr Gränzpunkt, indem der Winkel l nunmehr alle Größe verlieret. Indessen wird die wirkliche Ausführung des Entwurfs, durch die verschiedene Lage des Punkts P in Ansehung des O nicht im geringsten verschieden: weßwegen wir, bey der Erläuterung dieser Ausführung, den Augpunkt

punkt O gar weglassen, und uns bloß an den Punkt P halten wollen, indem wir voraussetzen, daß es in unserer Gewalt sey dem Punkt O immer seine Stelle anzuweisen.

§. 44. Fällt nun die Grundfläche eines zu F. 3. entwerfenden Prisma in die Tafel, so zeichne man sie bey ABCDE in ihrer wahren Größe, und in der gehörigen Lage in Absicht auf den Gränzpunkt P. Das Prisma selbst aber hinter der Tafel, oder an der Seite derselben, an welcher das Auge nicht ist, zu entwerfen, ziehe man von den Ecken A, E, D, nach P so viele gerade Linien, als nöthig sind die Kanten vorzustellen, welche von dem Körper nicht bedeckt werden. Damit aber auch das Prisma seine gehörige Länge bekomme, so theile man PA bey a in der bekannten Verhältniß $\Delta : D$, welches am leichtesten geschieht, wenn man die PL, AM nach Belieben einander parallel, und die PL der Entfernung des Auges von dem Gränzpunkt, AM aber der Länge der Kante, gleich macht, oder sonst der PL zur AM die Verhältniß $\Delta : D$ giebt. Ist dadurch der Punkt a gefunden worden, so wird ae der AE, und ed der ED parallel gemacht: da denn aed den sichtbaren Theil der zweyten Grundfläche des Prisma vorstellen wird, weil diese Vorstellung, wenn man sie völlig ausmachen wollte, der ABCDE ähnlich seyn, und mit ihren Seiten den Seiten dieser ABCDE parallel liegen würde.

§. 45. Soll aber ein Prisma, dessen Grundfläche in die Tafel fällt, vor der Tafel, an eben der Seite vorgestellt werden, an welcher sich das

Auge befindet: so zeichne man vorß erste nur eine
 F. 9. Seite der in die Tafel fallenden Grundfläche AB,
 in der gehörigen Lage, und ziehe AP und BP nach
 dem Gränzpunkt P. Eine dieser Linien PA ver-
 längere man dergestalt biß in a, daß sich Pa : Aa
 verhalte wie Δ : D, welches wie in dem vorigen
 Fall geschehen kann, wenn man die PL, AM ein-
 ander nach Belieben parallel ziehet, und PL der
 Entfernung des Auges von dem Gränzpunkt,
 AM aber der Länge einer Kante des zu entwerfen-
 den Prisma, gleich macht: da denn die verlängerte
 LM, die PA, nachdem diese ebenfalls verlängert
 worden, in dem verlangten Punkt a schneiden
 wird. Alsdenn verlängere man auch PB, und
 ziehe ab der AB parallel, so wird Ab die Vorstel-
 lung einer Seite des Prisma. Nunmehr kann
 auch das übrige, so von der in die Tafel fallen-
 den Grundfläche des Prisma sichtbar ist, FABC be-
 schrieben, und der Theil der andern Grundfläche
 fabc ausgemacht werden, indem man die bc der
 BC und af der AF parallel ziehet. Endlich wird
 der übrige Theil des Umfangs fedc angefügt, wel-
 cher immer in unserer Gewalt ist, da die Gestalt
 dieser Grundfläche gegeben seyn muß.

S. 46. Soll das Prisma an der dem Auge
 entgegengesetzten Seite der Tafel von der Tafel ent-
 fernt erscheinen: so bemerke man zween Punkte
 F. 10. A und B, in welchen zwei Kanten des Prisma,
 wenn man sie verlängert, die Tafel antreffen,
 welche immer so angenommen werden können, daß
 die AB einer Seite der Grundfläche des Prisma
 gleich

gleich wird. Von einem dieser Punkte A ziehe man die AP nach dem Gränzpunkt, und theile dieselbe bey C dergestalt, daß sich PC zu CA verhalte wie Δ zu D, indem D zu der Grundfläche gehört, welche der Tafel am nächsten liegt; welches nach Anweisung der Zeichnung geschehen kann, wenn man die Verhältniß PL : AM der Verhältniß Δ : D gleich macht. Man ziehe auch BP, und mache durch den gefundenen Punkt C die CD der AB parallel. Zu dieser CD mache man die Figur CDEFG der Grundfläche des Prisma ähnlich, so daß CD in Ansehung der Winkel der Figur CDEFG eben die Lage bekomme, welche AB in Ansehung der Winkel der Grundfläche hat, und ziehe EP, FP: so ist nichts übrig, als den sichtbaren Theil der andern Grundfläche zu entwerfen, welches geschehen kann, wenn man nunmehr D für diese andre Grundfläche annimmt, und den Punkt c eben so bestimmt, wie vorher C bestimmt worden ist, alsdenn aber die cd der CD, die de der DE und die ef der EF parallel ziehet.

§. 47. Man kann sich aber auch in der Grundfläche des Prisma, welche CDEFG vorstellt, eine Linie einbilden, welche den Kanten desselben gleich sey, und diese Linie gehörig entwerfen, alsdann aber diesen Entwurf durch C der PL parallel machen, und mit derselben vollkommen so verfahren, als ob sie der Kante gleich, und CDEFG die in die Tafel fallende Grundfläche des Prisma wäre. Ist MN die wirkliche Länge der Kante, so ist CK die Vorstellung, welche wir hier brauchen, die
auch

auch auf viele andere Arten gefunden werden kann, KL aber bestimmt das Punkt c. Auch verhält sich die Seite AB zu der wirklichen Länge der Kante, wie CD zu ihrer Vorstellung CK in der angezeigten Lage, wie man leicht siehet, wenn man bedenket, daß wenn MN die Länge der Kante, und also CK ihre Vorstellung ist, sowol $AB:CD$, als auch $MN:CK$ der Verhältniß $\Delta + D:\Delta$ gleich seyn müsse.

§. 48. Auf diese Art werden in dem gegenwärtigen Fall alle Prismen vorgestellt, und mit den Cylindern hat es noch weniger Schwierigkeit, weil man nur die Halbmesser ihrer Grundflächen entwerfen darf, so wie hier CD, cd entworfen sind, mit welchen alsdenn die Grundflächen selbst leicht beschrieben werden können. Hohlungen, welche die Gestalt eines Prisma oder eines Cylinders haben, geben nicht mehrere Schwierigkeit.

§. 49. Wäre aber eine Pyramide zu entwerfen, deren Grundfläche der Tafel parallel liegt, so müßte der Gränzpunkt zu einer Kante dieser Pyramide gefunden werden. Ist P dieser Punkt, und man hat die Grundfläche ABCDEF so entworfen, wie überhaupt eine jede Grundfläche, welche der Tafel parallel liegt, entworfen werden muß, so zieht man von dem Punkt A, von welchem die Kante anfängt, deren Gränzpunkt P ist, die Linie AP, und suchet den Punkt a nicht anders, als wenn Aa die Kante eines Prisma vorstellen sollte. Dieses a ist die Spitze der Pyramide, von welcher man alsdenn die übrige sichtbare Kanten derselben leicht

leicht ziehen kann. Man kann sich auch anstatt einer Kante Aa einer jeden andern geraden Linie bedienen, welche von der Spitze a an die Grundfläche der Pyramide anläuft, wenn nur der Punkt H, in welchem diese Linie die Grundfläche antrifft, und der zu der Linie aH gehörige Gränzpunkt, bekannt sind: und insbesondere derjenigen, welche auf die Grundfläche perpendicular fällt, deren Gränzpunkt selbst der Flugpunkt ist. Sind aber die Gränzpunkte zu zwei Kanten, als Aa und Da, oder zu einer Kante und einer Linie wie Ha bekannt, so kann man den Punkt a bloß dadurch finden, daß man von A, D oder H gerade Linien nach den gehörigen Gränzpunkten ziehet: welche einander nothwendig in a schneiden müssen.

S. 50. Durch dieses letztere läßt sich auch öfters die Länge der Kante eines Prisma etwas leichter bestimmen, als durch die oben anbefohlene Theilung, wiewohl, wenn man alles genau erwäget, sich zeigen wird, daß endlich alles auf jene Theilung hinauskomme. Und überhaupt kann, was hier von dem Punkt a als der Spitze einer Pyramide gezeigt wird, auf einen jeden Punkt angewendet werden, welcher außer der Fläche liegt, deren Vorstellung die ABCDEF ist. Hat man verschiedene dergleichen Punkte gefunden, so können, wenn man sie gehörig verknüpft, öfters gar sehr zusammengesetzte Oberflächen oder Körper entworfen werden.

S. 51. Es sind aber der Körper, welche zu diesem ersten Fall gehören, gar viel und mancherley.

len. Soll die Tafel auf den Horizont perpendicular stehen, welches meistens angenommen wird, so sind viele Wände der Gebäude, und überhaupt alle Ecken, in welchen die Oberflächen zweier aufrechtstehender Wände zusammenstoßen, der Tafel parallel. Wird die Decke eines Zimmers zur Tafel gemacht, so läßt sich verschiedenes, als ob es an dieser Decke hienge, oder an die andere Seite der Decke gesetzt wäre, vorstellen, indem die Decke selbst gar nicht, oder doch als durchbrochen, erscheint. Eben so kann man auch auf eine Tafel, welche unter das Auge dem Horizont parallel gelegt werden soll, Modelle von Festungen, und viel andre dergleichen Dinge, gar bequem entwerfen.

F. 12. §. 52. Wenn in einer Tafel die Grundfläche des zu entwerfenden prismatischen Körpers AB zusamt dem Gränzpunkt P nach Belieben angenommen werden, und man verfährt im übrigen so, wie bey der Ausführung des Entwurfs eines solchen Körpers verfahren werden muß, indem man auch den Punkt a nach Willkühr annimmt: so wird zwar dieser Entwurf immer als ein Prisma erscheinen, dessen Grundfläche die AB ist, man mag das Auge vor der Tafel setzen wohin man will. Die Kanten aber dieses Prisma werden bald nach dieser bald nach jener Seite, mehr oder weniger gegen die Tafel geneigt seyn, und ihre Länge wird bald größer, bald kleiner werden, nachdem man den Ort des Auges so oder anders annimmt. Denn wenn man, zum Beyspiel, O zum Augpunkt machet, und also das Auge in die Linie setzt, welche durch O auf die
Tafel

Tafel perpendicular fällt; so scheinen sich die Kanten in einer Fläche, welche der Tafel perpendicular, der OP aber parallel ist, gegen die Tafel zu neigen: und wenn man die OL der OP perpendicular, der Entfernung des Auges aber von dem Punkt O gleich machet, und die LP ziehet, welche der Entfernung des Auges von dem Gränzpunkt gleich seyn wird; so wird LPO der Winkel, mit welchem die Kanten an die Tafel anlaufen. Dieser Winkel wird also immer größer, je weiter man das Auge von der Tafel entfernt, indem der Augpunkt O immer der vorige bleibt, und kommt bey einer etwas großen Entfernung desselben, einem rechten Winkel gar nahe. Wird aber auch von L durch a die La gezogen, und durch A, welches in der Linie Pa liegt, die AM der LP parallel gelegt, die von der verlängerten La in M geschnitten wird: so wird AM die Länge der Kanten des Prisma, welches die Zeichnung bey dem angenommenen Ort des Auges vorstellet, und diese Länge wächst in eben der Verhältniß, in welcher PL wächst, das ist, sie wird doppelt oder dreymal so groß, wenn PL verdoppelt oder dreymal so groß gemacht wird, weil in der Proportion $Pa : aA = PL : AM$, die Verhältniß $Pa : aA$ immer einerley bleibt, und also auch die Verhältniß $PL : AM$ ihre durch die Zeichnung bestimmte Größe behalten muß. Was aber die Höhe des Prisma anlangt, welche wir Q nennen wollen, so wird diese durch die Proportion $LP : AM = LO : Q$ bestimmt; da also, wie wir eben gesehen haben, die Verhältniß $LP : AM$ immer

einers

einerley bleibt, so muß auch die Verhältniß $LO:Q$ immer einerley bleiben, und also Q zwey- drey- oder mehrmal größer werden, wenn LO zwey- drey- oder mehrmal vergrößert wird. Auf eben die Art können auch die übrigen Fälle beurtheilt werden, in welchen entweder die der AB entgegengesetzte Grundfläche des Prisma in die Tafel fällt, oder die Grundflächen beyde von der Tafel entfernt sind.

Zweiter Fall,

in welchem die gehörig erweiterte Grundfläche an die Tafel anlauft und diese schneidet, die Kanten aber der Tafel parallel sind.

§. 53.

Die erweiterte Grundfläche schneidet die Tafel in einer geraden Linie, welche die Grundlinie genannt wird. Die Lage dieser Linie muß bekannt seyn, so daß man sie in der Tafel, in der gehörigen Entfernung von dem Augpunkt, wirklich zu ziehen wisse. Es muß aber auch die Neigung der Tafel gegen die Grundfläche gegeben seyn, oder der Winkel, welchen zwei gerade Linien mit einander einschließen, deren eine in der Tafel, die andere aber in der Grundfläche auf die Grundlinie perpendicular fallen. Dieser Winkel ist gemeiniglich gerade: er kann aber auch größer oder kleiner seyn, als ein gerader oder rechter Winkel.

§. 54.

S. 54. Es sey TA die Tafel, und AB die F. 13. Grundfläche, welche von der Tafel in der geraden Linie AC geschnitten wird: L sey der Ort des Auges. Man stelle sich eine dritte Fläche EF vor, welche durch diesen Punkt L dergestalt hindurch gehet, daß ihr zugleich die Grundlinie AC perpendicular wird, welches allezeit geschehen kann. Weil nun die Linien DE, DG, in welchen die Tafel und die Grundfläche von dieser dritten Fläche EF geschnitten werden, beyde in dieser EF liegen, so sind auch die Winkel ADE, ADG beyde gerade, und der Winkel GDE ist derjenige, welcher die Neigung der Tafel AT gegen die Grundfläche AB angiebt. Will man aber aus dem Punkt L eine gerade Linie LO an die Tafel fallen lassen, welche den Augpunkt O bestimmen soll, so fällt diese LO ebenfalls in die Fläche EF; also liegt auch der Augpunkt O immer in eben der Fläche EF.

S. 55. Soll nun der Gränzpunkt zu der Linie ED bestimmt werden, welche in der Grundfläche auf die Grundlinie AC perpendicular fällt, so muß LP dieser ED parallel gezogen werden. Es fällt diese LP in eben die Fläche EF, in welcher ED und der Punkt L liegen, und dadurch wird der gesuchte Gränzpunkt P in der Linie DG gegeben, welcher zugleich zu allen übrigen Linien gehöret, die der ED parallel laufen, deren Vorstellungen sämtlich in dem Punkt P zusammen kommen müssen. Der Winkel LPO ist dem Winkel ODE gleich, welchen die Tafel mit der Grundfläche einschließt, und also ist OLP die Ergänzung dieses Winkels. Wird aber LO

für den Radius angenommen, so ist OP die Tangente des Winkels OLP , und LP dessen Secante.

§. 56. Ist aber in der Grundfläche AB noch eine andere Linie ED' gezogen, welche die Grundlinie AC bey D' erreicht, und mit der vorigen ED den Winkel DED' einschließt; so wird zu dieser ED' der Gränzpunkt P' auf eben die Art bestimmt indem man nemlich durch L die LP der ED' parallel macht. Das durch wird die Fläche PLP' , in welcher die Linien LP , LP' beyde liegen, der Grundfläche AB ebenfalls parallel, und diese durch LP , LP' gehende Fläche schneidet die Tafel in der geraden Linie PP' , welche der Grundlinie AC parallel lieget. Der dergestalt gefundene Gränzpunkt P' gehöret wieder nicht nur zu der ED' , sondern er ist auch zugleich der Gränzpunkt zu allen geraden Linien, welche der ED' parallel laufen.

§. 57. Wird die Linie ED' verändert, doch so, daß sie noch immer in der Grundfläche AB bleibt, und durch eben den Punkt E hindurch gehet, oder doch mit der ED einen Winkel einschließet, welcher größer oder kleiner ist als der vorige DED' : so bekommt man zwar für diese anstatt der ED' gesetzte Linie auch einen andern Gränzpunkt. Es muß aber dieser, eben wie der vorige, in die gerade Linie fallen, welche durch P der AC parallel läuft. Da nun durch P keine andere Linie der AC parallel gezogen werden kann, als die PP' , welche zugleich durch den Punkt P' hindurchgeht: so muß auch der Gränzpunkt zu der anstatt der ED' angenommenen

menen Linie in eben diese an beyden Seiten nach Nothdurft zu verlängernde PP' fallen. Und überhaupt fallen die Gränzpunkte aller geraden Linien, welche der Grundfläche AB parallel liegen, in diese Linie PP' , weswegen diese auch gar süglich die zu der Grundfläche AB gehörige Gränzlinie genennet wird. Sie wird durch einen einzigen Punkt P oder P' bestimmt, wenn die Grundlinie AC gegeben ist, welcher sie parallel gezogen werden muß; man kann sie aber auch durch jede zween Gränzpunkte ziehen, welche, wie P und P' , in derselben liegen. Es haben demnach, wenn alles übrige bleibt, alle Grundflächen, die einander parallel sind, eben die Gränzlinie.

§. 58. Die Seiten des Dreyecks PLP' sind sämtlich den Seiten des Dreyecks DED' parallel, und dadurch werden auch die Winkel dieser Dreyecke einander gleich, $PLP' = DED'$, $LPP' = EDD'$ und $LP'P = ED'D$; die Seiten aber, welche in diesen Dreyecken gleichen Winkeln entgegen gesetzt sind, bekommen einerley Verhältniß gegen einander. Es ist nemlich $LP : ED = LP' : ED' = PP' : DD'$, und diese Verhältniß ist diejenige, welche wir uns bisher unter $\Delta : D$ vorgestellt haben.

§. 59. Außer dem ist, wenn noch immer LP auf die Gränzlinie PP' perpendicular fällt, die Verhältniß $LP : PP'$ der Verhältniß des Radius zur Tangente des Winkels PLP' gleich: Und ist überdieses auch der Winkel GDE gerade, und also ED selbst auf die Tafel perpendicular, so fällt LP mit der LO zusammen, und der Augpunkt O wird zu-

gleich der Gränzpunkt zu dieser ED und allen übrigen Linien, die ihr parallel laufen. Uebrigens aber liegt der Gränzpunkt P' in Ansehung des P an eben der Seite, an welcher D' in Ansehung D liegt, wenn die Punkte L und E sich beyde an eben der Seite der Tafel befinden. Liegt aber E hinter der Tafel, indem L immer vor derselben liegt, so fällt P' an die rechte Seite des P, wenn D' an der linken Seite des D liegt, und umgekehrt.

§. 60. Alle diese Anmerkungen können dienen, den Gränzpunkt P' zu einer jeden in der Grundfläche liegenden, oder dieser parallel laufenden Linie ED' zu finden. Wir werden aber hier den Fall, in welchem die ED' mit der ED vor der Tafel zusammenläuft, und also die Punkte L und E beyde vor der Tafel liegen, bey Seite setzen, weil derselbe sehr selten vorkommt, und wenn er vorkommen sollte, nicht viel Schwierigkeit machen kann.

§. 61. Nunmehr kann die Vorbereitung zu dem Entwurf einer jeden Figur, die in einer Ebene liegt, welche, wenn man sie erweitert, an die Tafel anlauft, ohne Schwierigkeit übersehen werden. Man ziehet in einer Nebentafel, welche die Fläche

F. 14. EF vorstellt, eine gerade Linie GD nach Belieben, und setzet an den willkürlich angenommenen Punkt D derselben den Winkel GDE, welcher der Neigung der Tafel gegen die Grundfläche gleich sey. Vor der DG bestimme man den Ort des Auges L, und lasse aus demselben die LO auf GD perpendicular fallen, um den Augpunkt O zu erhalten. Oder wenn dieser zuerst gegeben ist, so mache man LO der
Ent-

Entfernung des Auges von diesem Punkt O gleich, und bestimme dadurch den Ort des Auges L. Durch L ziehe man die LP der DE parallel, um den Gränzpunkt P, und zugleich die Länge DP zu erhalten.

§. 62. Sind nun alle diese Punkte und Linien dergestalt gefunden worden, und ist in der Tafel selbst der Augpunkt O gegeben, so ziehe man in F. 15. der Entfernung OD von demselben die Grundlinie AC. Auf diese AC lasse man aus O die Perpendicularlinie OD fallen, welche man verlängern muß, bis sie der gefundenen DP gleich wird. Endlich ziehe man durch P die Gränzlinie BF der AC parallel, so ist die ganze Vorbereitung geschehen: außer daß man wohl thut, wenn man, falls es der Platz erlauben will, die DP noch weiter verlängert, bis nemlich PL der durch die vorige Zeichnung gefundenen Entfernung des Auges von dem Gränzpunkt P gleich wird. Hat diese Linie auf der Tafel nicht Platz, so kann man die BF, mit der daran gesetzten PL, auf eine Nebentafel verzeichnen. Wenigstens muß man sich diesen Theil der Vorbereitung lebhaft vorstellen.

§. 63. Nunmehr kann eine jede unendliche gerade Linie entworfen werden, welche dergestalt in der Grundfläche liegt, daß sie irgendwo an die AC anläuft. Ist diese Linie, wie HI, der Grundlinie perpendicular, so verlängere man sie bis an diese Linie in K, und ziehe PK, welche die verlangte Vorstellung seyn wird. Ist aber die

Linie, wie LM, der Grundlinie nicht perpendicular, so mache man LP' derselben parallel, um ihren Gränzpunkt P' zu finden, man verlängere auch ML bis an die Grundlinie in N, und ziehe P'N, welche die verlangte Vorstellung seyn wird.

§. 64. Eben dadurch wird auch ein jeder Punkt der Grundfläche entworfen, wenn nemlich zwei gerade Linien vorgestellt werden, welche beyde durch denselben Punkt hindurch gehen; oder wenn, nachdem eine dieser Linien entworfen worden ist, man dieselbe in der Verhältniß $\Delta : D$ dergestalt theilet, daß der erste dieser Theile bey dem Gränzpunkt anfange. Wiewohl diese beyde Arten, einen Punkt der Grundfläche zu entwerfen, und dadurch den Anfang oder das Ende des Entwurfs einer entworfenen oder noch zu entwerfenden geraden Linie zu bestimmen, im Grunde auf eins hinauskommen, wie sich dieses bald umständlich zeigen wird. Die vornehmste Schwierigkeit macht der zu einer Linie gehörige Gränzpunkt, weil der Ort des Auges L nicht immer in die Tafel gebracht werden kann: in welchem Fall man entweder sich einer Nebentafel, und der Größe des bekannten Winkels L bedienen muß, oder man findet anstatt der ganzen PP' die Hälfte oder den dritten Theil dieser Linie, aus welchem sodann die ganze PP' leicht zu haben ist. Vornehmlich kann man sich der Tangenten, zu dem Radius LP, mit Vortheil bedienen, wenn der Winkel L in Graden gegeben ist. Zuweilen ist es erlaubt, die zu entwerfende Linie ML nach Willkühr zu ziehen, da man sie denn so ziehen kann, daß sie un-

ter

ter einem Winkel LND von 45 Graden anlauft, in welchem Fall auch LP' sowohl als PLP' die Hälfte eines rechten Winkels ausmachen, und PP' der PL gleich werden muß: und was dergleichen Vortheile mehr sind, welche sich von selbst darbieten, wenn man nur auf die gewiesenen Grundsätze zurück siehet, deren Anwendung wenige Beispiele hinlänglich erläutern werden.

§. 65. Es sey AC die Grundlinie, und PP' F.16. die richtig gezogene Gränzlinie zu einer Grundfläche, in welcher der Punkt E in Ansehung der AC so liegt, wie er hier, selbst in der Ebene der Tafel, gezeichnet ist. Soll nun dieser Punkt in der Tafel richtig entworfen werden, so kann man von demselben an die AC die ED perpendicular, und ED' nach Belieben ziehen. Der ED ist die LP parallel, welche aus dem Ort des Auges auf die Gränzlinie perpendicular fällt, und P ist der Gränzpunkt zu dieser Linie. Will man aber auch den Gränzpunkt P' zur ED' haben, so mache man LP' dieser ED' parallel. Wird nun D mit P, und D' mit P' verknüpft, so schneiden sich diese Linien in der gesuchten Vorstellung, welche demnach e seyn wird; und man siehet leicht, daß die beyden Linien PD, P'D' einander in der Verhältniß $\Delta:D$ das ist PP':DD', oder LP : ED theilen.

§. 66. Oder, wenn der Punkt F zu entwerfen ist, so kann man durch diesen Punkt die FF' der bereits gezogenen LP' parallel machen, als denn eine andre FF'', und dieser die LP'' parallel ziehen; die dadurch gefundene Gränzpunkte P' und P''

mit den Punkten D' , D'' gehörig verknüpft, werden die gesuchte Vorstellung ebenfalls geben, und die geraden Linien $F'P'$, $F''P''$ werden einander in der Verhältniß $\Delta : D$ theilen.

§. 67. Oder wenn G der vorzustellende Punkt ist, so ziehe man GG' nach Belieben, und mache derselben die LP' parallel, um den zu dieser Linie gehörigen Gränzpunkt P' zu erlangen. Diesen verknüpfe man mit G' und L mit G , so erhält man die verlangte Vorstellung g ebenfalls. Denn es ist klar, daß $P'G'$ von der LG in der Verhältniß $\Delta : D$ getheilt werde, als welche der Verhältniß $LP' : GG'$ gleich ist.

§. 68. Wenn auf diese Art eine hinlängliche Anzahl von Punkten in der Tafel entworfen worden ist, so ist es leicht, durch dieselben den Umkreis des Entwurfs einer jeden geradelinichten Figur zu beschreiben, besonders, wenn diese Punkte die Spitzen der Winkel dieser Figur abgeben: man kann aber auch durch die in dem Umkreise einer krummlinichten Figur angenommenen und gehörig entworfenen Punkte, den Umriss des Entwurfs dieser krummlinichten Figur, mit einer hinlänglichen Richtigkeit verzeichnen. Und man muß in der That öfters zu dergleichen Punkten die Zuflucht nehmen, besonders wenn die Tafel zu klein ist. Außerdem aber ist es viel bequemer, die Seiten, oder andere Linien, durch welche eine ebene Figur getheilt wird, unmittelbar zu entwerfen; bey den krummlinichten Figuren aber, so weit es sich will thun lassen, sich an die geraden Linien zu halten, welche

welche diese Figuren berühren. Insonderheit wird die Arbeit dadurch erleichtert, wenn man einen Gränzpunkt zu verschiedenen Linien brauchen kann, welches seyn wird, wenn diese Linien parallel sind: oder wenn eben die gerade Linie durch verschiedene Punkte hindurch gehet, deren man bey dem Entwurf benöthiget ist.

§. 69. Es sey ein Quadrat zu entwerfen, dessen F. 17, nach Nothdurst verlängerte Seite DE der Grundlinie perpendicular ist, und welches durch die Queralinie ED' und überdieses durch andere den Seiten parallel laufende Linien getheilt wird, welche einander in der ED' schneiden. Da in diesem Fall der Winkel DED' die Hälfte eines geraden Winkels ausmacht, so muß in der nach den gewiesenen Gründen gezogenen Gränzlinie, zu dem gefundenen Punkt P, die PP' der Entfernung des Auges von P gleich gemacht werden. Alles übrige wird alsdenn nach Anweisung der Zeichnung ausgemacht. Die Vorstellung des Punktes E ist e. Da nun die EF der Tafel parallel liegt, so muß auch ihre Vorstellung ef dieser EF, und folgendes der Grundlinie parallel werden. Eben diese Bewandniß hat es mit allen andern Linien, welche der Grundlinie parallel sind, deren Vorstellungen man also leicht ziehen kann, so bald ein Punkt gegeben ist, durch welchen sie hindurch gehen. In dem gegenwärtigen Fall wird die Arbeit dadurch erleichtert, daß durch die einzige P'D' zwey oder drey dergleichen Punkte bestimmt werden. Auch siehet man leicht, daß die DP bey e in der Verhältniß $\Delta : D$ getheilt

E 5

worden

worden sey, denn $PP' : DD'$ ist diese Verhältniß.

§. 70. Ist ein auf eben die Art getheiltes rechtwinklichtes Viereck, dessen Seiten in Ansehung der Grundlinie eben so liegen, wie die Seiten des entworfenen Quadrats, zu entwerfen, so fällt zwar der Winkel EDD größer oder kleiner aus, als die Hälfte eines rechten Winkels, also kann auch PP' der Entfernung des Auges von dem Punkt P nicht gleich werden: außerdem aber ist die Arbeit mit der eben gewiesenen völlig einerley.

F. 18. §. 71. Soll ein Parallelogram EFG entworfen werden, welches eine dergleichen Lage hat, und so getheilt ist, wie dieses die Figur vorstellet, so wird aus dem Ort des Auges die LP' der EF , und die LP'' der FG parallel gezogen, wodurch die Gränzpunkte zur EF und FG bestimmt werden. Diese EF und FG samt allen übrigen Linien, welche denselben parallel liegen, werden bis an die Grundlinie verlängert, das übrige wird, so wie es die Zeichnung vorstellet, ausgemacht: und dadurch der verlangte Entwurf efg erhalten.

§. 72. Der Winkel efg ist die Vorstellung des Winkels EFG , welche demnach durch die Verlängerung der Seiten FE , FG gar leicht gefunden wird, wenn man die Gränzpunkte zu diesen Seiten P' und P'' hat. Ist aber der Punkt f gegeben, welcher die Spitze F vorstellt, so siehet man aus eben der Zeichnung, daß man, nach gehörig verlängerten FE , FG auch die fe , fg ziehen, und also den Winkel efg ausfertigen könne, obwohl die Gränzpunkte

punkte P' und P'' nicht gegeben sind. Dieses kann uns dienen, wenn verschiedene Winkel zu entwerfen sind, deren Spitzen in einen Punkt zusammen fallen, es mögen diese Winkel einander gleich oder ungleich seyn. Ist dieser Punkt F in f richtig entworfen worden, so verlängert man nur die Seiten der zu entwerfenden Winkel bis an AC , und macht das übrige nach Anweisung der Zeichnung.

§. 73. Wird eine der dergestalt gezogenen Linien FG bis an die Gränzlinie verlängert, so erhält man den zu der Linie FG gehörigen Gränzpunkt P . Sollte aber bey einer zu kleinen Tafel eine Linie wie FG nicht bis an die Grundlinie AC verlängert werden können, so müßte man einen in dieser Linie von dem F etwas entfernten Punkt besonders entwerfen, und hernach durch F und die Vorstellung dieses andern Punktes der FG eine Linie ziehen. Wäre eine der bey F zusammenstoßenden Linien der AC wirklich parallel, so müßte auch ihre Vorstellung durch f der AC parallel gezogen werden. Uebrigens aber siehet man leicht, daß der Winkel PfP' denjenigen vorstellen werde, welcher entsteht, wenn man die Linien GF , GF nach der Seite F verlängert, und was dergleichen mehr ist.

§. 74. Man kann sich dieser Betrachtung bedienen, eine jede ebene und geradelinichte Figur zu entwerfen, die mehr als drey Seiten hat, ohne zu jeder Seite den Gränzpunkt insbesondere zu finden. Denn was das Dreyeck anlangt, so muß zu jeder Seite desselben der Gränzpunkt bekannt seyn, wenn man diese Seiten unmittelbar entwerfen

fen, und dadurch den Entwurf des Dreiecks fertig zu fertigen will. Es sey das Dreieck EFG zu entwerfen. Wenn nun P' der Gränzpunkt ist zu der Seite EF, P'' zur FG und P''' zur EG, so wird die Vorstellung dieses Dreiecks efg erhalten, wenn man nur die Seiten in D', D'', D''' verlängert, und jeden dieser Punkte mit dem Gränzpunkt der Seite, in deren Verlängerung er liegt, gehörig verknüpft. Ist aber an das Dreieck EFG noch ein anderes EHG angefügt, und dadurch das Viereck FH entstanden, so kann man bloß dadurch, daß man auch die Seiten EH, HG bis an die Grundlinie verlängert, und von den Punkten der Grundlinie, in welchen sie diese antreffen, durch e und g gerade Linien zieht, die Vorstellung fh des gegebenen Vierecks FH vollenden.

§. 75. Wären e und g, die Vorstellungen der zwey Punkte E und G, welche in der Linie EG einander entgegen gesetzt sind, bekannt gewesen, wie man sie denn auf eine etwas einfachere Art finden kann, wenn man bloß die EG in eg entwirft; so hätten auch die Seiten ef und fg bloß nach den Punkten D', D'' gezogen werden können, und man hätte die Mühe, die Punkte P', P'' zu finden, erspart.

F. 21. §. 76. Auf diese Art kann eine jede ebene und geradeliniichte Figur entworfen werden, und das Sechseck EFGH kann zu einer Erläuterung dienen. In demselben ist die Querlinie EG gezogen, und in eg gehörig entworfen worden: wiewohl weder die Gränzlinie noch der Ort des Auges in dieser Zeichnung bemerkt ist. Ferner sind von dem Punkt E
an

an alle Ecken des Sechsecks gerade Linien gezogen, deren eine EH ist: und eben dieses ist auch bey dem Punkt G geschehen. Eine dieser letztern Linien ist GF, und überhaupt laufen in jeder Ecke zwei dergleichen Linien zusammen. Alle diese Linien sind bis an die Gränzlinie AC verlängert worden. Die dadurch in der AC gefundenen Punkte hat man ferner sowohl mit e als mit g verknüpft, auch, wo es nöthig war, verlängert, und dadurch alle Ecken des Entwurfs, f, h und die übrigen, sammt einigen Seiten, ef, gh &c. bestimmt, an welche man, durch die gefundenen Ecken, die übrigen Seiten leicht anfügen konnte.

S. 77. Man siehet leicht, daß anstatt der Queerlinie EG man auch eine jede Seite der Figur EFGH hätte brauchen können. Nur muß weder der Anfang noch das Ende der Seite oder Queerlinie, von welcher der Entwurf angefangen werden soll, in die Grundlinie AC fallen, weil, wenn dieses wäre, man sich nothwendig zugleich einiger Gränzpunkte bedienen müßte. Wäre in der gegenwärtigen Zeichnung E in AC gefallen, so hätte man EF, EH, und alle übrigen Linien, die durch den Punkt E gehen, nicht anders, als vermittelst ihrer Gränzpunkte, entwerfen können.

S. 78. Man kann auf eben diese Art einen Cirkel, oder eine jede andere krummlinichte Figur entwerfen, indem man anstatt der Ecken der geraden linichten Figur so viele Punkte des gekrümmten Umkreises annimmt und gehörig entwirft, als man nöthig erachtet, um durch dieselbe den Umkreis

freiß des Entwurfs mit freyer Hand zu beschreiben. Es richtet sich also die Zahl dieser Punkte nach der Größe der krummlinichten Figur, die man entwerfen will. Aus dem vorhergehenden aber folgen noch verschiedene andere Arten, dergleichen

F. 22. Entwürfe zu verfertigen. Ist der Cirkel von einer mäßigen Größe, so wird er gemeiniglich also entworfen. Man beschreibt um denselben ein Quadrat, dessen Seiten der Grundlinie AC theils parallel, theils perpendicular sind. Dieses Quadrat theilet man durch Querlinien, welche durch den Mittelpunkt des Cirkels gehen, und den Umkreis desselben in vier gleiche Theile theilen werden. Vermitteltst dieser Theilung beschreibt man ein anderes Quadrat in den Cirkel, dessen Seiten den Seiten des äußern parallel liegen werden. Man ziehet auch den auf der AC perpendicular stehenden Durchmesser des Cirkels. Daß durch diese gerade Linien getheilte Quadrat nun wird zu den Gränzpunkten P und P', wie gewiesen worden ist, entworfen. Man erhält dadurch zugleich die Vorstellung des Mittelpunkts, und kann durch denselben die Vorstellung des Diameters, welcher der AC parallel liegt, ziehen. Alsdann aber ist es nicht schwer, durch die acht dergestalt gefundenen Punkte den Umkreis der Vorstellung dergestalt zu beschreiben, daß ihn die Seiten des entworfenen getheilten Quadrats berühren.

S. 79. Ist ein dergestalt entworfenener Cirkel in gleiche Theile zu theilen, so kann dieses geschehen, wenn man sich des Mittelpunkts bedienet, und die Halba

Halbmesser entwirft, welche denselben mit den Theilungspunkten verknüpfen, welches vermittlest desjenigen, so gezeigt worden ist, leicht geschehen kann. Man kann auch die Theilungspunkte als die Ecken eines regulären Vielecks ansehen, und nachdem man die Vorstellungen dieser Ecken gesunden hat, durch dieselbe den Umkreis der Vorstellung des Circels mit freyer Hand zeichnen.

§. 80. Nachdem man auf diese Art diese oder jene Grundfläche eines Prisma entworfen hat, müssen auch die Kanten desselben, samt der andern Grundfläche, entworfen werden, welches etwas leichtes ist, wenn man nur den Winkel hat, welchen die Vorstellungen der Kanten mit der Grundlinie einschließen. Denn da alle Kanten einander, und in dem gegenwärtigen Fall zugleich der Tafel parallel sind, so müssen auch ihre Vorstellungen einander parallel seyn, und also sämtlich mit der Grundlinie einerley Winkel machen.

§. 81. Es ist aber dieser Winkel, wenn die Tafel auf der Grundlinie perpendicular stehet, vor sich bekannt, indem er bey diesem Umstand, welcher unter allen der gewöhnlichste ist, dem Winkel gleich ist, welchen die Kante mit der Grundfläche machet. Denn wenn AT die Tafel ist, und $F. 23.$ AB die Grundfläche, auf welcher die Tafel perpendicular stehet, die EF aber, welche mit der Grundfläche einen willkührlichen Winkel einschließet, ist der Tafel parallel, so kann man immer in der Tafel, durch einen beliebigen Punkt e , eine der EF parallel laufende Linie ef bloß dadurch bestimmen, daß man

man durch EF und e eine Ebene legt, welche die Tafel in dieser ef schneiden wird. Läßt man alsdenn von einem Punkt f dieser Linie auf die AC eine Perpendicularlinie fg fallen, und machet auch die FG der Fläche AB perpendicular, so muß, weil fg auf eben die Fläche AB perpendicular ist, auch fg der FG parallel werden. Also ist auch die Fläche EFG , welche die Grundfläche in der EG schneidet, der Tafel parallel, folgendes EG parallel der eg , und also auch der Winkel feg gleich dem Winkel FEG , welchen FE mit der Grundfläche einschließt: woraus sogleich folget, daß fe der AC perpendicular seyn müsse, wenn FE der Grundfläche perpendicular ist.

§. 82. Ist aber der Winkel, welchen die Tafel mit der Grundfläche einschließt, nicht gerade, die F.24. Kante aber ist FE , welche sich nach der Grundfläche unter dem Winkel FEG neiget; so kann man in der Tafel eine Linie fe , welche der Kante FE parallel läuft, dadurch bestimmen, daß man die Fläche FGE , welche der Grundfläche perpendicular ist, erweitert, bis sie die Tafel in fe schneidet. Dadurch wird zugleich die GE bis an die Grundlinie AC in e verlängert, und der Winkel AeG , unter welchem sie an diese anlauft, ist aus der Lage der FE bekannt: der Winkel feA aber ist der gesuchte. Diesen nun zu erhalten, stelle man sich durch G eine andre Fläche GHf vor, welche der Grundfläche ebenfalls perpendicular sey, und zugleich der AC : dadurch wird auch die Gf , in welcher diese Fläche fGH die vorige fGe schneidet, der Grundfläche perpendicular

pendiculär, und der Winkel fGH wird gerade: fHG aber ist der Winkel, welchen die Tafel mit der Grundfläche einschließt, weil die Winkel fHe, GHe ebenfalls beyde gerade sind. Dieses ist hinlänglich die Lage der fe ausfindig zu machen. Weil es nemlich hier auf die bloßen Winkel ankommt, so hat man sich um die eigentlichen Längen, welche gebraucht werden sollen, nicht zu bekümmern.

§. 83. Wenn also in der Fläche der Tafel, AC F. 25. die Grundlinie, und AeG der Winkel ist, unter welchem die verlängerte GE der vorigen Figur an die Grundlinie anlauft; so nehme man in dieser Linie den Punkt G nach Belieben, und ziehe vom Denselben die GH der Grundlinie perpendicular. Ist nun NLM der Winkel, welchen die Tafel mit der Grundfläche einschließt, so mache man $LM = HG$, und ziehe MK der LM perpendicular. Man verlängere GH, bis $Hf = LK$, so kann man die fe ziehen, welcher die Vorstellungen der Kanten parallel laufen, so daß jede dieser Kanten mit der Grundfläche einen dem feH gleichen Winkel einschließt.

§. 84. Die Richtigkeit dieser Anweisung wird leicht eingesehen, wenn man sie nur mit der unmittelbar vorhergehenden Zeichnung zusammen hält. Es stellet aber jene Zeichnung nur den Fall vor, in welchem die Tafel, an der Seite, auf welche der Entwurf gebracht werden soll, mit der Grundfläche einen spitzigen Winkel einschließt. Ist dieser Winkel stumpf, so kann die Linie Gf, welche auf

der Grundfläche perpendicular stehet, die Tafel an dieser Seite nicht antreffen: sie trifft sie aber an der andern Seite der Grundfläche an, wenn die Tafel gehörig erweitert wird: und an eben diese Seite der Grundfläche fällt auch das Dreyeck fHG .

§. 85. Soll also für den Fall, da der Winkel $F.26. NLM$, welchen die Tafel mit der Grundfläche machet, stumpf ist, der Winkel gefunden werden, welchen die Vorstellungen der Kanten mit der Grundlinie einschließen, so wird, wenn AC diese Grundlinie, und an dieselbe das rechtwinklichte Dreyeck GHe wie vorher gesetzt ist, auch nunmehr LM der HG gleich gemacht, und MK der LM perpendicular gezogen: die NL aber wird verlängert, bis sie die MK antrifft. Alsdenn wird in der nach der Seite G verlängerten HG die Hf der LK gleich genommen, und fe gezogen, welche die verlangte Linie seyn wird.

§. 86. Der Fall, in welchem der Winkel NLM gerade ist, stehet zwischen diesen beyden in der Mitte. Wir haben ihn gleich anfangs betrachtet, und gesehen, daß bey demselben Hef ein gerader Winkel werden könne. Es wird aber dieser Winkel auch sonst immer gerade, wenn e in H fällt, das ist, wenn Ge selbst auf der Grundlinie perpendicular stehet. Denn wenn dieses ist, so muß auch fe auf fH fallen, und also der Winkel feH dem geraden Winkel fHA gleich werden. Außer diesen Fällen ist in dem Dreyeck fHe , dessen Winkel H gerade ist, der Winkel feH immer spitzig.

§. 87.

§. 87. Ist nun nach diesen Anweisungen, zu der gegebenen Neigung der Tafel gegen die erweiterte Grundfläche eines prismatischen Körpers, diese Grundfläche entworfen, und der Winkel, welchen die Vorstellungen der Kanten desselben mit der Grundlinie einschließen, gefunden worden: so ist es leicht, die Vorstellung des Körpers zu vollenden. Denn gesetzt AC sey die Grundlinie, und F.27. PP' die Gränzlinie, DE aber sey der Entwurf eines hinter der Tafel in der gehörigen Entfernung liegenden Vierecks, welches die Grundfläche zu einem Prisma abgiebt, dessen Kanten von einer gegebenen Länge sind, und man soll diejenige Kante entwerfen, deren Vorstellung durch den Punkt D gehet: so kann man von der Gränzlinie bis an die Grundlinie eine Linie FG nach Belieben ziehen, und an diese Linie die gegebene Länge der Kante GH unter einem beliebigen Winkel setzen, alsdann aber HF verknüpfen. Denn wenn man von dem gegebenen Punkt D, zu welchem die Kante gehört, die Dg der Grundlinie, und von dem Punkt g die gh der GH parallel ziehet, so ist diese gh allerdings die gesuchte Länge der Vorstellung, weil die Verhältniß $\triangle + D : \triangle$ der Verhältniß FG : Fg und folgendes auch der Verhältniß GH : gh gleich ist, und sich eine jede gerade Linie, die der Tafel parallel liegt, zu ihrer Vorstellung verhalten muß, wie sich $\triangle + D$ zu $\triangle$ verhält. Ist nun auf die Art die Länge dieser Vorstellung gefunden, so ist nichts übrig, als daß man eine Linie von dieser Länge gh dergestalt an den gegebenen Punkt D anlege, daß

ſie, biß an die Grundlinie verlängert, mit dieſer einen Winkel von der gefundenen Größe einſchließe: und auf die Art kann man mit allen übrigen Kanten verfahren.

§. 88. Es läßt ſich aber dieſe Arbeit merklich verkürzen. Denn erſtlich kann man anſtatt FG eine allbereitß durch D gezogene gerade Linie gebrauchen, da denn zugleich die Dg gänzlich wegfällt: und zweitens kann GH, deren Lage willführlich iſt, ſo gezogen werden, daß ſie mit der Grundlinie eben den Winkel einſchließt, welchen die Vorſtellungen der Kanten mit derſelben einſchließen müſſen: da denn gh ſofort die Kante in ihrer rechten Lage und Größe vorſtellen wird. Sind aber auch die Gränzpunkte gegeben, welche zu den Seiten der entworfenenen Grundfläche gehören: ſo iſt nicht nöthig mehr als eine Kante dergeltalt zu entwerfen, weil man die andere Grundfläche vermittelſt der Gränzpunkte leicht zeichnen, und da durch die Längen der übrigen Kanten zugleich beſtimmen kann, wenn man nur auch durch E und die übrigen Ecken deß entworfenenen Grundriffes unendliche Linien, der gefundenen Kante parallel gezogen hat. Uebrigens iſt eß eineß, ob man den Entwurf eineß Prißma von dieſer oder jener Grundfläche anfängt; ja man kann ſich auch anſtatt der eigentlichen Grundfläche eineß der Durchſchnitte bedienen, welche den Grundflächen parallel ſind. Doch mag man immer, wenn eß die übrigen Umſtände erlauben wollen, diejenige Grundfläche, welche am meißen zu Geſicht kömmt, zuerſt entwerfen.

§. 89. Wäre zu der Grundlinie AC, der Gränz F.29.
linie P'P'' und zu den Gränzpunkten P', P'' der
Durchschnitt eines Parallelepipedium DE zuerst ent-
worfen worden, so könnte durch den Punkt F, in
welchem die verlängerte P'F die Grundlinie schneis-
det, die GH dergestalt gezogen werden, daß sie
mit der Grundlinie den Winkel HFC einschloße,
welchen die Vorstellungen der Kanten mit dieser
Linie einschließen müssen. Wird alsdenn durch jede
Ecke des Schnittes DE, eine Linie dieser GH paral-
lel gezogen, und FH der Länge des Theils einer
Kante über den Schnitt, FG aber der übrigen
Länge derselben gleich gemacht, so kann die Vor-
stellung dieser Kante hg, vermittelst der HP', GP'
bey h und g geendiget werden. Eben dadurch
wird auch die Kante geendiget, welche durch D
gehet. Man braucht aber nur den einzigen
Punkt h, wenn man die obere Grundfläche be-
schreiben will, indem man wechselsweise von den
nach und nach gefundenen Punkten, welche die
Kanten endigen, nach P' und P'' gerade Linien zie-
het; und eben so kann man sich des Punktes g be-
dienen, die andere Grundfläche ebenfalls zu be-
schreiben, und die Kanten von dieser Seite
zu endigen.

§. 90. Man kann sich eben dieser Anweisung F.30.
bey einem jeden Prisma bedienen, dessen Grund-
flächen keine Parallelogramme sind, und man kommt
insonderheit bald zurecht, wenn man auch die in
einer solchen Figur übereck gezogenen Linien wohl zu
gebrauchen weiß, welches bey einem Parallelo-
gramm

gramm ebenfalls statt hat. Ist zu der Grundlinie AC, und zu der dieser AC parallel gezogenen Gränzlinie, die Figur DE, als die Vorstellung einer Grundfläche, richtig entworfen worden: so kann man eine Seite dieser Figur verlängern, und dadurch den zu dieser Seite gehörigen Gränzpunkt P', wie auch den Punkt der Grundlinie G finden, durch welchen die Linie HG so gezogen werden muß, daß sie mit der Grundlinie den Winkel HGC einschließt, welcher demjenigen, den die Vorstellungen der Kanten mit der AC machen, gleich sey. Wird nun diese GH auch der Länge der Kanten gleich gemacht, so ist es leicht der Vorstellung derselben gh die rechte Länge zu geben, nachdem durch g sowohl als durch alle übrige Ecken der Figur DE gerade Linien der GH parallel gezogen sind. Als denn aber können aus der gefundenen gh auch die Vorstellungen der übrigen Kanten auf mehr als eine Art gefunden werden. Will man ik haben, so kann durch gi die Queerlinie gezogen und bis an die Gränzlinie verlängert werden. Dadurch wird P'', der Gränzpunkt zu dieser gi, gefunden, und man kann aus demselben durch h die P''k ziehen, welche die ik in dem gesuchten Punkte k schneiden wird. Und so hat man zur Erfindung einer jeden Ecke der Grundfläche de verschiedene Mittel, unter welchen die bequemsten gewählt werden können. Man siehet unter andern, daß es eben nicht nöthig sey, daß P'G eine der verlängerten Seiten der Figur DE sey: und daß man die Vorstellung gh eben so gut finden könne, wenn nur P'G durch den Punkt g durch

durchgeheth, es mag eine Seite oder auch eine Queerlinie der Figur DE in diese Linie fallen oder nicht. Doch ist es besser, wenn man die Linie P'G immer durch zwei Ecken der Figur DE ziehet, weil dadurch die Längen zweier Kanten zugleich erhalten werden, wie hier bey gh und Ee geschehen ist.

§. 91. Auf eben die Art kann auch eine gerade oder schiefe Walze entworfen werden, deren Axe der Tafel parallel liegt, nachdem DE, die eine F. 28. Grundfläche der Walze, zu der Grundlinie AC, und der dieser in der gehörigen Entfernung parallel gezogenen Gränzlinie, gehörig entworfen ist. Man nehme in der Grundfläche DE den Punkt G nach Belieben, welches immer der Mittelpunkt zu DE seyn kann. Durch diesen Punkt G ziehe man aus dem in der Gränzlinie, ebenfalls nach Willkühr, angenommenen Punkt P', die P'G, welche, gehörig verlängert, die Grundlinie in H schneide. An diesen Punkt H setze man die HK, welche der eigentlichen Länge der Axe der vorzustellenden Walze gleich sey, und mit der AC den Winkel einschließe, welchen die Vorstellung der Axe mit derselben einschließen muß. Wird nun die KP gezogen und Gg der HK parallel gemacht, so ist Gg die Vorstellung der Axe, wenn G der Mittelpunkt ist, oder überhaupt die Vorstellung einer zwischen den zwei Grundflächen der Walze der Axe parallel gezogenen Linie. Aus dieser Gg können so viele Punkte der zweyten Grundfläche gefunden werden, als man haben will. Man ziehe die LP' durch G nach Be-

lieben, mache die Ll der HK parallel, und ziehe auch P" g, welche, gehörig verlängert, die Ll in dem gesuchten Punkt l schneiden wird. Eben so findet man e und d und so viele andere Punkte als man will, durch welche denn der Umkreis der gesuchten Grundfläche leicht zu beschreiben ist. Alsdenn werden die äußersten Linien Ee und Dd so gezogen, daß sie die Figuren DE und de beyde berühren: in welcher Absicht es gut ist, wenn diese Figuren bey D', E und d, e genau ausgearbeitet sind.

§. 92. Es ist leicht einzusehen, daß eben diese Arbeit sich bey allen prismatischen Körpern anbringen lassen werde, deren Grundflächen krummlinichte Figuren sind, von was Art sie auch seyn mögen. Gg vertritt immer die Stelle einer Aze, es mag der Punkt g in der Ebene der Grundfläche angenommen seyn wo man will. Ist aber DE die Vorstellung eines Cirkels, und stellet G den Mittelpunkt dieses Cirkels vor, so können verschiedene andere Absichten zugleich erhalten werden. Man kann zum Beyspiel die Grundfläche DE durch ihre Halbmesser in eine beliebige Zahl gleicher Theile getheilt vorstellen, und alsdenn den Körper DdeG durch Flächen, welche sämtlich durch die Aze gehen, in eben so viele gleiche Theile zertheilen: da es denn leicht ist, bey der völligen Ausarbeitung, einige dieser Theile fehlen zu lassen: und was dergleichen Kunstgriffe mehr sind, welche sich unter der Arbeit von selbst darbieten werden.

§. 93. Soll eine Pyramide nach eben den Gründen des gegenwärtigen Falls entworfen werden,

den, so stelle man sich durch die Spitze derselben A, F. 31. eine der Tafel parallel liegende Fläche ABC vor, deren Durchschnitt mit der Grundfläche BC, der Grundlinie parallel seyn wird. In dieser Fläche ziehe man AD auf die BC perpendicular, oder sonst unter einem beliebigen Winkel, welche AD immer der Tafel parallel seyn wird. Alsdenn entwerfe man sowohl die Grundfläche der Pyramide, als diese AD: so kann, indem man von dem Punkt A die nöthigen Kanten der Pyramide an die Ecken der Grundfläche zieht, die Vorstellung der Pyramide leicht vollendet werden.

S. 94. Eben so verfährt man auch mit einem Keel, er mag gerade oder schief seyn. Nur müssen hier die Linien AB, AC von der Vorstellung F. 32. der Spitze A dergestalt an die Grundfläche gezogen werden, daß sie diese bey B und C berühren, welches allezeit geschehen kann, wenn A außer der Grundfläche fällt; und alsdenn siehet man leicht, welcher Theil der Grundfläche von dem übrigen bedeckt wird. Ziele aber die Vorstellung der Spitze eines Kegels E, F. 33. nicht außer der Vorstellung seiner Grundfläche FG, so würde der Punkt E zusamt der ganzen Figur FG allein die Vorstellung des Kegels ausmachen.

S. 95. Es kann nach eben den Gründen auch ein abgekürzter Keel so entworfen werden, wie dieses in der 34sten Zeichnung geschehen ist. Nachdem zu F. 34. der Grundlinie AC, und der dieser parallel gezogenen Gränzlinie, die Grundfläche des Kegels DE und dessen Ape FG entworfen worden, so hat man in dieser Ape auch den Punkt f bestimmt, indem man

der Ff die gehörige Länge gegeben. Als denn ist ED durch F nach Willführ gezogen, und bis an die Gränzlinie in P verlängert worden. Wird nun durch diesen Punkt P und den Mittelpunkt der gesuchten Grundfläche f, die Pf gelegt, so erhält man durch die nothdürftige Verlängerung dieser Pf, in den aus der Spitze des Kegels nach E und D gezogenen Linien, die Punkte e und d, welche in dem Umkreise der gesuchten Grundfläche seyn werden: und man kann durch die Wiederholung der Arbeit dieser Punkte so viele finden, als zur richtigen Beschreibung dieses Umkreises nöthig sind.

§. 96. Wer sich diese Grundsätze wohl bekannt gemacht, und in der Anwendung derselben auf die einfachern Körper geübt hat, dem können die gewöhnlichsten der mehr zusammengesetzten Körper keine so gar große Schwierigkeit machen. Die F. 35. 35te Zeichnung kann zu einiger Anweisung dienen, wie man sich in dergleichen Fällen die Arbeit erleichtern könne, wobey man sich insonderheit der in den Grundflächen übereck gezogenen Linien mit vielem Vortheil bedienet. Die Gränzlinie ist PP', und in derselben P der Gränzpunkt zu den Querslinien. Nachdem man den Entwurf mit der Vorstellung der Grundfläche abcd angefangen, war es leicht, nach Anweisung der punktirten Linien das übrige auszumachen, indem man sich zugleich des zweyten der zu den Seiten der Grundflächen gehörigen Gränzpunkte bediente, welcher in der Zeichnung nicht erscheint.

§. 57. Aus alle dem aber, so bey dem gegenwärtigen Fall gezeigt worden ist, folgt eine Anweisung zu den perspectivischen Entwürfen, welche, wenn eben nicht die strengste Richtigkeit verlangt wird, mit vielem Vortheil angewendet werden kann. Die Längen der zu entwerfenden Linien werden hier durch Zahlen ausgedrückt, welche angeben, wie oft ein gewisses Maaß, ein Schuh, eine Elle oder etwas dergleichen, in jeder derselben enthalten ist. Stellet nun AT einen Theil der F. 36. Tafel vor, und ist in demselben AP die Gränzlinie, und ST die Grundlinie, der Punkt P aber der Gränzpunkt zu den Linien, welche in der Grundfläche der Grundlinie perpendicular sind: so ziehe man oP auf die Gränzlinie perpendicular, bis an den Punkt o der Grundlinie, und trage von diesem Punkt o nach beyden Seiten Theile von beliebiger Größe, welche das angenommene Maaß vorstellen sollen. Von jedem dieser Theilungspunkte ziehe man nach P eine gerade Linie. Man mache ferner PP' der wahren Entfernung des Auges von dem Gränzpunkt P gleich, und ziehe nach diesem Punkte P' die Linien, welche erfordert werden, kleine Quadrate zu entwerfen, deren Seiten den angenommenen Theilen der Grundlinie gleich seyn sollen. Man ziehe die Linien, welche die Seiten dieser Quadrate vorstellen sollen, die der Grundlinie parallel sind, wirklich, durch die dergestalt gefundenen Punkte, und setze die Theile dieser Parallelen gegen die Seiten der Tafel weiter fort, um das durch einen hinlänglichen Theil der Tafel mit dergleichen

gleichen Linien zu bedecken, deren einige man auch nach und nach auslassen, und dadurch die Vorstellungen der Quadrate vergrößern kann, wenn endlich diese Linien zu enge an einander fallen, welches, wenn sie sich der Gränzlinie etwas stark nähern, nothwendig geschehen muß. Es kann auch nicht schaden, wenn man diese Linien dergestalt mit Zahlen bemerket, wie zum Theil in der Zeichnung geschehen ist.

§. 98. Stellet man sich nun vor, daß die Ebene, in welcher die Grundfläche eines vorzustellenden Körpers liegt, in diejenigen Quadrate wirklich getheilt sey, welche dergestalt in der Tafel vorgestellt werden, so ist es gar leicht, den Ort in der Tafel anzuzeigen, in welchem ein jeder Punkt des Grundrisses vorgestellt werden muß. Die Sache ist bloß aus der Zeichnung klar, und viele Worte können sie mehr verdunkeln als erläutern. Ist aber hernach eine gerade Linie von gegebener Länge, welche der Tafel parallel ist, an den dergestalt gefundenen Punkt des Grundrisses *a* zu setzen, so nehme man in der *ga*, welche der Grundlinie parallel durch *a* gehet, so viele Theile, als viele Theile des angenommenen Maaßes in der vorzustellenden Linie enthalten sind, und beschreibe mit der dergestalt gefundenen *ab* einen Cirkel. So wird ein jeder Radius dieses Cirkels eine der Tafel parallel liegende Linie von der verlangten Länge vorstellen, und es ist nichts übrig, als daß man einem dieser Halbmesser *ad* auch die gehörige Lage gebe, wenn er das verlangte völlig leisten soll.

Man

Man siehet leicht, daß dadurch die Vorstellung eines jeden Körpers vollendet werden könne. Nur wird diese Vorstellung nicht immer so gar genau, weil man bey der Bestimmung des Orts des Punkts a leicht fehlen kann, wenn derselbe nicht, wie es in der gegenwärtigen Zeichnung angenommen worden ist, eben in den Durchschnitt zweier Linien fällt, in welchem Fall man den eigentlichen Ort desselben nach dem Augenmaaß bestimmen muß. Es kommt aber bey gar vielen Vorstellungen, auf die kleinen Fehler, welche dadurch begangen werden können, gar nichts an, als wenn Bäume, Menschen, Thiere in verschiedenen Entfernungen von der Tafel zu entwerfen sind.

S. 99. Wollte jemand die vielen Linien vermeiden, mit welchen nach dieser Anweisung die Tafel ganz oder großen Theils bedeckt werden muß, der könnte sich nach eben den Gründen, nach welchen das Dreyeck PSo getheilt ist, eine Art eines Maaßstabes verfertigen, und diesen hernach an eine Seite der Tafel so anlegen, wie PSo an Po angelegt ist. Es könnte in diesem Maaßstab So klein genug genommen werden, damit er nicht zu ungeschickt ausfiele, und die dergestalt angenommene So könnte in solche Theile getheilt werden, welche anstatt der Schuhe Zolle, oder anstatt der Ruthen Schuhe vorstellten, oder etwas dergleichen. Eine kleine Betrachtung der Zeichnung, bey welcher man auf die Grundsätze zurück siehet, noch vielmehr aber einige wirkliche Ausführungen, werden auch dieses klar machen.

Drit.

Dritter Fall,

in welchem die erweiterte Grundfläche die Tafel schneidet, und die verlängerten Kanten dieselbe ebenfalls antreffen.

§. 100.

Weil dieser Fall in Absicht auf den ersten Umstand mit dem zweyten übereinkömmt, so wird die Grundfläche des vorzustellenden Körpers völlig nach der Anweisung entworfen, die bey dem zweyten Fall gegeben worden ist, und alsdenn ist nichts übrig, als daß man auch die Kanten in ihrer Lage und Größe darstelle. Nun ist zwar bey dem ersten Fall gezeigt worden, wie dieses zu erhalten sey, wenn die Neigung der Kanten gegen die Tafel bekannt ist, zusamt der Richtung der Winkel, welche diese Kanten mit der Tafel einschließen: und man kann sich jener Anweisung auch hier bedienen, wenn diese beyden Dinge gegeben sind. Gemeiniglich aber kann man in dem gegenwärtigen Fall diese Neigung und diese Richtung nicht als bekannt ansehen, sondern es wird an deren statt nunmehr derjenige Winkel gegeben, welchen jede Kante mit der Grundfläche einschließet, zusamt der Richtung dieses Winkels, oder der Lage der Linie, in welcher eine durch die angenommene Kante der Grundfläche perpendicular gelegte Fläche die Grundfläche schneiden würde: und diese Lage wird durch den Winkel angezeigt, welchen die nach Nothdurft verlängerte Richtung mit der Grundlinie einschließet.

§. 101.

S. 101. Es können aus diesen letztern Winkeln diejenigen, welche wir in dem ersten Fall zur Bestimmung des zu den Kanten gehörigen Gränzpunkts gebrauchten, immer gefunden werden, und man kann diesem Wege folgen, daß allhier unbekannte auf etwas bekanntes zurück zu bringen. Da aber derselbe etwas weitläufig scheinen dürfte, und auch sonst nicht ohne Schwierigkeiten ist, so wollen wir diesen Gränzpunkt auf einem andern Wege suchen.

Es sey AT die Tafel, und AB die erweiterte F. 37. Grundfläche, welche von der Tafel in der Grundlinie AC geschnitten wird; L sey der Ort des Auges. Man stelle sich eine Fläche vor, welche durch diesen Punkt L dergestalt gelegt ist, daß die AC derselben perpendicular falle. Wenn nun diese Fläche die Tafel in AP, und die Grundfläche in AD schneidet, so sind diese Linien beyde der AC perpendicular, und also ist PAD der Winkel, welchen die Tafel mit der Grundfläche einschließt, welcher bekannt seyn muß: LP aber, welche in eben der Fläche der AD parallel läuft, bestimmt den zu dieser AD gehörigen Gränzpunkt P, durch welchen PP', die Gränzzlinie zu der Fläche AB, gezogen werden kann, als welche der AC parallel ist. Läßt man aber aus eben dem L auf die AP die LO perpendicular fallen, so ist O der Augpunkt, durch welchen, samt der Entfernung LO, wenn sie gegeben sind, hinwiederum der Ort des Auges L bestimmt wird.

S. 102. Ist nun in der Grundfläche D der Punkt, mit welchem sich eine der Kanten anfängt, deren Gränzpunkt gesucht wird, und ist diese Kante, die
nach

nach dieser oder jener Seite verlängerte DG, welche ganz in die Fläche LPAD fällt, so wird der Gränzpunkt zu dieser DG und allen übrigen Linien, welche derselben parallel laufen, gar leicht gefunden, und man darf zu dem Ende nur LI der DG parallel ziehen, um diesen Gränzpunkt II zu erhalten, welcher, nachdem DG in Ansehung der AD diese oder jene Lage hat, auch in Absicht auf die Punkte, P, O bald so bald anders zu liegen kommen wird: welches man sich leicht vorstellen kann, wenn man in den Gedanken die LI um den Punkt L herum drehet.

§. 103. Ist aber die zu entwerfende Kante, die nach dieser oder jener Seite verlängerte DE, welche nicht in die Fläche LPAD fällt, obwol der Punkt D der Grundfläche, von welchem sie anfängt, noch immer in dieser Fläche LPAD anzutreffen ist: so ziehe man in der Grundfläche eine Linie Dd, der Grundlinie AC parallel, und stelle sich durch diese Linie Dd und durch einen beliebigen Punkt der DE eine andere Fläche DdF vor, in welche die verlängerte DE immer ganz fallen wird. Diese Fläche fd wird die Tafel in einer Linie Ff schneiden, die der Dd parallel liegt: folgendes wird eben diese Ff auch der Grundlinie AC parallel seyn. In der That ist Ff die Grundlinie zu der Fläche fd als eine Grundfläche betrachtet, weil diese Fläche fd die Tafel in der Ff schneidet, und der Winkel, welchen diese neue Grundfläche mit der Tafel einschließt, ist Pfd. Folgendes ist auch die III', welche durch II der Ff parallel läuft, die Gränzlinie zu dieser Fläche fd.

§. 104. Wenn also nur der Winkel GDE bekannt ist, welchen die Kante DE mit der GD einschließt, so ist der Gränzpunkt zur DE, in der Gränzlinie III' leicht zu finden. Denn da Ff der AC parallel ist, so ist sie eben sowohl als diese AC der Fläche LPAD perpendicular, und macht also bey f mit der fd einen rechten Winkel. Man kann also die Df, oder eine andere derselben parallel laufende Linie in der Fläche fd ziehen, und alsdenn, vermittelst des Winkels EDG, die Lage der DE in eben der Fläche bestimmen: da denn in der zur Fläche fd gehörigen Gränzlinie III', der Gränzpunkt zu der Linie DF, welche in dieser Fläche eine bekannte Lage hat, aus dem zur DG gehörigen Gränzpunkt II und aus LI, der Entfernung des Auges von diesem Punkt II, eben so gefunden werden kann, wie bisher immer geschehen ist; indem man nemlich in der Fläche LIII' durch den Punkt L eine Linie der DE parallel laufen läßt, welche die nach Nothdurst verlängerte III' in dem gesuchten Gränzpunkt schneiden wird.

§. 105. Es wird aber der Weg, den Winkel GDE zu finden, durch die folgende Betrachtung entdeckt. Man stelle sich durch die Kante DE eine Fläche vor, welche auf der zuerst angenommenen Grundfläche AB perpendicular stehe. Diese sey FDC, welche die Grundfläche in DC schneidet. Alsdenn ist der Winkel FDC bekannt, welchen die Kante DE mit der Grundfläche AB einschließt, und der Winkel ADC wird durch die bekannte Richtung dieses Winkels FDC gegeben. Man nehme

in der Linie DC den Punkt e nach Belieben, und ziehe von demselben die eg der Dd oder AC parallel, welche demnach ebenfalls auf AD perpendicular seyn wird. An diese Linie ge setze man eine Fläche $gGEe$ der AB perpendicular. Wenn nun diese Fläche die FDC in Ee und die fDA in Gg schneidet, so sind diese Linien Ee und Gg beyde auf AB perpendicular, und also einander parallel. Die GE aber, in welcher eben die Fläche $GgeE$ das in der Fläche fd liegende Dreyeck fDF schneidet, ist der ge ebenfalls parallel. Denn, da ge der in der Fläche fd liegenden Dd parallel ist, so ist ge auch dieser Fläche fd parallel, und kann an keinen Punkt dieser Fläche anlaufen. Es kann also auch ge mit der GE nicht zusammen kommen: demnach sind diese zwo in einer Fläche Ge liegende Linien einander parallel. Also ist Ge ein Rechteck, und in demselben $Gg = Ee$ und $GE = ge$. Auch ist EG der Fläche fDA eben sowohl perpendicular, als die eg , welcher sie parallel liegt, und demnach auch EGD ein rechter Winkel.

§. 106. Nun kann man in dem rechtwinklichten Dreyeck EeD , dessen Winkel EDe bekannt ist, zu der nach Belieben angenommenen De die Seiten Ee , ED durch eine leichte Zeichnung finden: und eben so leicht findet man in dem bey g rechtwinklichten Dreyeck egD , aus dem bekannten Winkel eDg , und der angenommenen Seite eD , die Seiten ge und gD . Dadurch bekommt man auch $Gg = Ee$ und $GE = ge$, und man kann, indem man Gg der gD perpendicular macht, den Winkel

fel GDg, und zugleich die Seite GD bestimmen, aus welcher GD und der GE man den Winkel GDE auf eben die Art findet: wiewol man diesen Winkel GDE auch aus DE und GE haben kann.

§. 107. Man siehet aber leicht, daß es eben nicht nothwendig sey, daß der Punkt D, von welchem die Kante, oder eine den Kanten parallel laufende Linie DE gezogen ist, in der Linie AD liege, in welcher die durch L der AC perpendicularär gesetzte Fläche die Grundfläche AB schneidet. Weil die Kanten des zu entwerfenden Prisma einander alle parallel sind, so kann anstatt dieses D ein jeder anderer Punkt der Grundfläche angenommen werden; die Winkel bleiben immer einerley, und es werden aus einerley gegebenen Winkeln auch immer eben die Winkel gefunden. Da auch die De zur Bestimmung dieser Winkel nach Belieben angenommen werden kann, indem es bey dieser Bestimmung nicht auf die eigentliche Größen der Linien, sondern auf ihr Verhältniß gegen einander ankommt: so kann man anstatt der De eben sowohl die Dg nach Willkühr annehmen, und aus dieser die De finden. Dadurch entstehet die 38ste Zeichnung, welche bequem genug scheint. AC ist F. 31. die Grundlinie, D der Punkt der Grundfläche, von welchem die zu entwerfende Kante anfängt, oder ein jeder anderer, und DA der Grundlinie perpendicularär. Durch den in dieser Linie nach Belieben angenommenen Punkt g ist die Linie Ge der AC parallel gezogen, und der Winkel gDe dem gDe der vorigen Figur gleich gemacht, auch in An-

E 2

sehung

setzung der DA eben so gelegt worden, wie in jener Figur gDe an seiner DA liegt. An die andere Seite der DA ist ADE gleich dem Winkel eDE der vorigen Zeichnung, welchen nemlich die Kante mit der Grundfläche einschließt, De' aber gleich der De. Durch e' ist Ee' der AC parallel, deren Länge durch die genugsam verlängerte DE bestimmt wird. Gg ist dieser Ee' gleich, und von dem Punkt G die GD gezogen, welche den Winkel GDA giebt, der dem Winkel GDA der vorigen Zeichnung gleich ist. Ferner ist auch gΔ der GD gleich genommen, und dadurch der Winkel gΔe erhalten worden, welcher dem ebenfalls gesuchten Winkel GDE jener Figur gleich ist, und in Ansehung der ΔA eben so liegt, wie jener in Ansehung der DG. Man siehet leicht, daß diese Auflösung richtig sey, wenn man nur beyde Zeichnungen zusammen hält.

S. 108. Wenn die Linie De in Dd fällt, das ist, wenn die Richtung des Winkels FDC der Grundlinie AC parallel ist, so läßt sich zwar die gegebene Auflösung nicht anwenden; man kann aber die Winkel, welche dadurch herausgebracht werden sollten, auf eine andere Art gar leicht finden: ja man hat sie fast unmittelbar. Denn da bey diesem Umstande die Fläche fd mit der FDC zusammen fallen muß, weil beyde durch Dd und durch die Kante DE gehen, so ist auch die Fläche fd auf AB perpendicular, und also der Winkel GDg gerade. Der Winkel EDd aber ist selbst die gegebene Neigung gegen die Grundfläche, und weil fD
auf

auf Dd perpendicularär ist, so ist EDG die Ergänzung des Winkels EDd zu einem rechten Winkel.

§. 109. Sind nun auf die Art die beyden Winkel $g\Delta e$ und GDg gefunden worden, so kann in der Fläche der Tafel, der zu den Kanten, welche mit der Tafel einen Winkel von der Größe ADE F. 39. einschließen, dessen Richtung der Winkel $A\Delta e$ angiebt, gehörige Gränzpunct gar leicht bestimmt werden. Man mache erslich auf einer Nebentafel den Winkel nach gleich demjenigen, welchen die Tafel mit der Grundfläche einschließt, und bestimme den Ort des Auges l . Von diesem l ziehe man die lp der ad parallel, $l\pi$ aber dergestalt, daß der Winkel $pl\pi$ dem gefundenen GDg gleich werde. Ist nun in der Tafel selbst AC die Grundlinie, und dieser durch den Augpunct eine andere Linie perpendicularär gezogen, so mache man in dieser letzten Linie $AI = a\pi$, und ziehe durch I eine Linie der AC parallel. Ferner mache man IIA gleich der πl , und setze an diese IIA den Winkel $IIA\pi'$, welcher dem gefundenen $g\Delta e$ gleich sey, und dieses zwar an die gehörige Seite der AI , so ist II' der gesuchte Gränzpunct.

§. 110. Wenn AP der ap ebenfalls gleich ist, und durch P eine Linie PP' der AC parallel läuft, so ist diese PP' die Gränzlinie, welche bey dem Entwurf der Grundfläche gebraucht werden muß; pl aber ist, wie sonst immer, die Entfernung des Auges von dem Punct P .

§. 111. Es kann aber die Linie III' in Ansehung der zwey übrigen AC und PP' verschiedentlich

fallen; nemlich entweder zwischen oder außer demselben, näher an AC, oder näher an PP'. Sie mag aber fallen wie man will, so müssen, nachdem die Grundfläche eines Prisma richtig entworfen worden ist, von allen Ecken dieses Entwurfs nach ihrem Gränzpunkt II' gerade Linien gezogen werden, um die Kanten in ihrer eigentlichen Lage vorzustellen; und alsdenn ist das nächste, daß man auch die Länge einer Kante dieses Prisma in dem Entwurf bestimme, oder, daß man den Entwurf dieser Kante gehörig endige. Dabey aber entsteht die Frage: ob sich diese Kante von ihrem Anfang an, welcher in dem Entwurf der Grundfläche genommen werden mußte, dem Gränzpunkt nähere, oder ob sie sich von demselben entferne; kurz, ob der gegebene Anfang oder das gesuchte Ende dieser Kante dem Gränzpunkt näher sey? Gemeiniglich macht die Beantwortung dieser Frage keine Schwierigkeit, es können aber auch Fälle vorkommen, die nicht so leicht zu entscheiden sind, sondern uns zu einer genauern Erwägung zwingen. Die 40ste Zeichnung aber kann allen Zweifel heben.

F. 40. S. 112. In derselben ist Dd durch den Punkt der Grundfläche, bey welchem die zu entwerfende Kante ihren Anfang hat, der Grundlinie AC parallel gezogen, und es gehet durch diese Dd und durch den Ort des Auges L eine Fläche LN, welche die Tafel in Hh schneidet, die der Grundlinie AC ebenfalls parallel ist, wie man leicht siehet. In diese Hh nun muß die Vorstellung des in Dd angenommenen Punkts nothwendig fallen; ein jeder Punkt

Punkt aber, der sich über dieser Fläche, an der Seite T befindet, muß über der Hh vorgestellt werden, und ein jeder anderer, welcher unter der Fläche LN an der dem T entgegen gesetzten Seite liegt, wird unter dieser Linie Hh vorgestellt. Ob aber das Ende der vorzustellenden Kante über oder unter der Fläche LN liege, siehet man deutlich, wenn man nur den gefundenen Winkel GDg mit dem Winkel HDA der gegenwärtigen Zeichnung zusammen hält: welcher durch die gehörig an einander gesetzten LP, PA, AD, und die LD bestimmt wird. Diese Zusammensetzung mußte in einer andern Absicht ohnedem geschehen, welche uns nichts übrig läßt, als daß wir noch AD der Entfernung des in der Grundfläche angenommenen Anfangs der Kante von der Grundlinie AC gleich machen.

§. 113. Es folgt aber auch hieraus eine gar bequeme Art, sowohl den in der Grundfläche genommenen Anfang einer Kante, als auch ihr Ende in der Tafel zu entwerfen, wenn nur die Lage bekannt ist, welche die Vorstellung dieser Kante haben muß. Es sey durch das Ende der Kante eine gerade Linie GE der AC, und folgendes der Tafel AT und der Dd, parallel gezogen: welches voraussetzt, daß die Kante in der Fläche DE sich von Dd bis an GE erstrecke, was sie auch übrigens für Winkel mit diesen Seiten Dd, GE machen mag. Man lege durch GE und durch den Ort des Auges L eine neue Fläche LGE, welche die Tafel in der Ff schneiden wird, die ebenfalls der AC parallel ist. Diese Ff

wird die GE vorstellen, und es muß also die Vorstellung des Endes der Kante, welches in GE liegt, nothwendig in Ff anzutreffen seyn. Nun kann aber der Punkt F in der Fläche LPAD eben sowohl gefunden werden als H. Der Winkel GDA muß immer, nach der dazu gegebenen Anweisung, gefunden werden, welche zugleich die Länge GD giebt. Setzt man also an die AD den Winkel GDA wirklich an, und giebt der DG die gefundene Länge, so kann GL gezogen werden, welche die PA in F schneidet. Man erlangt dadurch die AF, welche anzeigt, wie weit Ff in der Tafel von der Grundlinie AC entfernt werden muß, und kann die Ff leicht ziehen, zwischen welche und die Hh die Vorstellung der Kante fallen wird, was auch diese für eine Lage haben mag. Diese Art, das Ende einer Kante zu bestimmen, wird meistens gar bequem anstatt derjenigen gebraucht, die bey dem ersten Fall gewiesen worden ist, und man kann sich derselben auch bey den vorigen Fällen bedienen. Sie kommt uns öfters auch bey der Bestimmung des Anfangs einer Kante gar wohl zu statten.

§. 114. Uebrigens ist bey allen bisher betrachteten Zeichnungen angenommen worden, daß die zu entwerfende Kante, indem sie von D, ihrem Anfang in der Grundfläche, gegen das Ende fortläuft, sich zugleich der Tafel nähert, und diese endlich in einem Punkt F erreiche. Es kann seyn, daß diese Kante die gegenseitige Lage hat, bey welcher sie, indem sie sich von der Grundfläche entfernt,

het,

net, zugleich auch immer mehr und mehr von der Tafel abweicht. In diesem Fall muß sie gegen die Tafel zu verlängert werden, wenn sie diese erreichen soll, und der Winkel GDg fällt unter die Grundfläche, indem alles übrige bleibt wie vorher. Es ist so leicht diesen Umstand gehörig in Acht zu nehmen und von dem vorigen zu unterscheiden, daß es nicht nöthig war, deswegen die Zeichnungen zu vermehren.

§. 115. Nach aller dieser Vorbereitung ist es gar nicht schwer, den Entwurf eines Prisma zu vollenden, dessen nach dieser oder jener Seite verlängerte Kanten die Tafel erreichen. Es sey $ACF.41.$ die Grundlinie, in welcher die erweiterte Grundfläche des Prisma die Tafel schneidet, und PP' sey die zu dieser Grundfläche gehörige Gränzlinie. Wenn nun zu den in dieser Linie gegebenen Gränzpunkten P, P' die Grundfläche DFG richtig entworfen ist, so entwerfe man auch in DE eine Linie, welche durch die Ecke D der Tafel parallel, und der Länge einer Kante des Prisma gleich ist. Ist nun Π der zu den Kanten gehörige Gränzpunkt, so ziehe man erstlich von allen Ecken der Figur DFG nach Π gerade Linien, welche die Kanten in ihrer wahren Lage vorstellen werden; alsdann ist nichts übrig, als diese Vorstellungen der Kanten gehörig zu endigen, und dadurch die andere Grundfläche des Prisma zu entwerfen. Zu dem Ende mache man in der durch Π der ED parallel gezogenen Linie, ΠA der Entfernung des Auges von dem Punkt Π gleich, und verknüpfe AE . Diese AE wird die $D\Pi$

bey d dergestalt schneiden, daß Dd diejenige Kante, welche durch D gehet, in ihrer wahren Länge vorstellt: und man siehet leicht, daß dieses seyn müsse, wenn man nur auf den ersten Fall zurück gehet, und erweget, wie man nach der Anweisung dieses Falls den Punkt d zu dem gegebenen Gränzpunkt II, und zu der Entfernung des Auges von diesem Gränzpunkt IIA entwerfen müsse, wenn dazu die DE gegeben ist, die immer gefunden werden kann. Ist aber d gefunden, so wird ferner die Grundfläche dfg eben so vollendet, wie bey dem zweyten Fall gewiesen worden ist, indem der Umstand, daß nunmehr die Vorstellungen der Kanten einander nicht parallel sind, sondern in II zusammen laufen, in dem übrigen nichts ändert, wie dieses selbst in der Zeichnung zu sehen ist.

§. 116. Es wird nicht undienlich seyn, die Sache mit noch einigen Beyspielen zu erläutern, da wir denn immer dergleichen Prismen nehmen wollen, welche überall von rechtwinklichten Vierecken begränzt werden, weil diese am allerbesten in die Augen fallen. Wenn eins von diesen Vierecken zur Grundfläche angenommen wird, so werden die Kanten derselben immer perpendicular, und der Gränzpunkt zu den Kanten fällt in die Linie, welche durch den Augpunkt der Grundlinie perpendicular ist. Es werden aber dieser Einschränkung ohngeachtet die beyzubringenden Beyspiele zu einer völligen Erläuterung hinlänglich seyn.

F. 42. In der 42sten Zeichnung ist pad der Winkel, welchen die Tafel mit der Grundfläche einschließt,
und

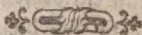
und l der Ort des Auges, durch welchen lp der ad parallel läuft. ad ist die Entfernung des Punktes d, an welchem eine Kante anfängt, von der durch a gehenden Grundlinie, und de ist diese Kante selbst in ihrer wahren Größe und Lage. Von d und e sind nach l gerade Linien gezogen, welche die Punkte h und f bestimmen. Ist nun zu dieser Vorbereitung AC in der Tafel selbst die Grundlinie, und dieser durch den Augpunkt eine Linie perpendicular gezogen, so mache man in dieser Linie $AP=ap$, und ziehe durch P der AC die zu der Grundfläche gehörige Gränzlinie parallel. Ferner mache man $AI=a\pi$, so ist π der zu den Kanten gehörige Gränzpunkt. Man mache auch $AH=ah$, und $AF=af$, so muß in die Linie, welche durch H der AC parallel läuft, die Vorstellung des Punktes d, und in die, welche durch F eben der AC parallel ist, die Vorstellung des Punktes e fallen. Hat man also die Vorstellung eines dieser Punkte D, wie bey dem vorigen Fall gewiesen worden ist, zu der Gränzlinie $P'P''$, und zu den in dieser Linie aus der Entfernung des Auges lp bezeichneten Gränzpunkten P' und P'' , richtig gefunden, so kann die Kante GD ohne Anstand entworfen werden, da diese Vorstellung nach π laufen, und zwischen den zwei Parallelen HD und FG liegen muß. Als denn aber ist es leicht, die Vorstellung des Körpers zu vollenden.

S. 117. Die nächste Zeichnung, bey welcher F. 43. der Winkel pad stumpf ist, ist eben so leicht zu verstehen. Die Vorbereitung ist völlig so gemacht worden,

worden, wie vorher, und dadurch wird in der verlängerten pa der Gränzpunkt π zu den Kanten bestimmt, samt den Punkten p , h , und f , indem auch hier l der Ort des Auges ist. In der Tafel selbst aber ist AC die Grundlinie, und dieser durch den Augpunkt die AL perpendicular gezogen. Auf diese AL sind wiederum $AH = ah$, $AP = ap$, $AF = af$ und $A\Pi = a\pi$, aus dem Punkte A getragen worden, und weil es der Raum lüte, ist auch PL der pl gleich gemacht worden. Alsdann ist die durch P der Grundlinie parallel gezogene $P'P''$ die Gränzlinie zu dieser Grundfläche, und in derselben sind die Gränzpunkte P' und P'' zu den Seiten der Grundfläche des zu entwerfenden Prismas richtig angegeben. Zu diesen Punkten ist die Grundfläche richtig entworfen worden, und alsdenn fällt die Kante, welche durch den Punkt derselben D geht, dessen Entfernung von der Grundlinie die ad ist, zwischen die durch H und F der AC parallel gezogene Linien. Da nun diese Kante sich von D nach Π erstrecken muß, so wird ihre Vorstellung DG in der rechten Größe und Lage dadurch völlig bestimmt. Werden nun auch von den übrigen Ecken der entworfenen Grundfläche nach eben dem Π gerade Linien gezogen: so ist es leicht, die Vorstellung des Körpers selbst zu vollenden.

F. 44. S. 118. Die dritte Zeichnung giebt keine größere Schwierigkeit, ob zwar in dem Nebenriß die Punkte a , f , h , π , p in einer ganz andern Ordnung erscheinen, als in den vorigen. Diese Punkte sind hier ebenfalls in der gehörigen Ordnung auf die AP getragen

tragen worden, und man hat durch P die zu der Grundfläche gehörige Gränzlinie PP'' der Grundlinie AC parallel gezogen. Dadurch konnte zu der Entfernung lp die Grundfläche entworfen werden, in welcher der Punkt d liegt, und dieser Entwurf ist das Viereck DE . Die Kante DG ist hier wieder dadurch erhalten worden, daß man aus II durch D die IIG bis an GF gezogen hat, welche der AC parallel liegt. Auf eben die Art wurde auch die Lage der übrigen Kanten bestimmt, als welche verlängert, sämtlich in dem Punkt II zusammen laufen müssen. Alsdenn war es leicht, vermittelst der Gränzpunkte $P' P''$ die der DE entgegengesetzte Grundfläche ebenfalls auszumachen. Nur wird einige Aufmerksamkeit erfordert, wenn man einzusehen will, welche Oberflächen eigentlich zu Gesicht kommen, oder von den übrigen bedeckt werden.



Zusammengesetzte Fälle.

S. 119.

Man kann durch die gegebene Anweisung ein jedes Prisma in einer Tafel entwerfen, die in Ansehung der Grundfläche derselben eine gegebene Lage hat, aus den entworfenen Prismen aber hernach Körper von einer jeden andern Gestalt wenigstens so weit bilden, daß es einem geübten Mahler nicht schwer ist, das übrige hinzuzuthun, so zu einer völligen Zeichnung erfordert wird. Es erfordern aber diese Lehren eine sehr mühsame Arbeit, wenn in einer Tafel prismatische Körper vorgestellt werden sollen, deren Grundflächen in verschiedene Ebenen fallen, die einander nicht parallel sind, sondern sich so oder anders gegen einander neigen, und, wenn sie gehörig erweitert werden, einander schneiden, welches allezeit in einer geraden Linie geschehen wird. Denn wenn die Grundflächen der Prismen, welche man entwerfen soll, sämtlich einander parallel sind, so sind die gegebenen Anweisungen hinlänglich, deren so viele zu entwerfen, als nur seyn mögen, und die weitere Erläuterung, welche das Rückständige hiebei geben kann, ist von gar geringer Erheblichkeit.

S. 120. Sind aber in einer Tafel zwey Prismen zu entwerfen, deren erweiterte Grundflächen einander schneiden, so muß die Linie bekannt seyn, in welcher dieser Schnitt geschiehet, und man muß über dieses wissen, wie sich diese Grundflächen gegen einander neigen, das ist, man muß

muß den Winkel haben, den sie mit einander einschließen. In der That wird zur würllichen Ausfertigung des Entwurfs noch etwas mehr erfordert: Es sind aber die zwey angezeigte Dinge das erste worauf man zu sehen hat, und das übrige kann der Vorbereitung, welche sich auf dieselbe allein gründet, leicht zugesetzt werden.

§. 121. Wenn nemlich in einer Tafel zwey Prismen zu entwerfen sind, deren Grundflächen einander nicht parallel sind, so ist dieses in gar vielen Fällen der kürzeste Weg, daß man erstlich das eine Prisma zu seiner Grundlinie, und zu den Gränzpunkten, welche der Augpunkt und die Entfernung des Auges von der Tafel immer an die Hand giebt, entwerfe; alsdenn aber auch die zu dem andern Prisma gehörige Grundlinie ausmache, und aus eben dem Augpunkt und eben der Entfernung des Auges von der Tafel, die nöthigen Gränzpunkte für dieses zweyte Prisma bestimme: da dann die Vorstellung des Prismas selbst keine weitere Schwierigkeit machen wird als die erste.

§. 122. Gleichwie aber aus der gegebenen Lage der Tafel in Ansehung der Grundfläche, und aus der Grundlinie selbst, in welcher nemlich die Tafel von der Grundfläche geschnitten wird, die zu dem gegebenen Ort des Auges gehörige Gränzzlinie eben der Grundfläche, gar leicht zu bestimmen ist: so ist es auch eben so leicht, aus dieser Gränzzlinie die Grundlinie zu eben dem Ort des Auges, und zu eben der Grundfläche anzugeben. Dieser letztere Weg scheint der kürzere zu seyn:

es ist demnach vor allen Dingen zu zeigen, wie aus demjenigen, so nunmehr als bekannt angesehen werden muß, die Gränzlinie zu einer Grundfläche zu finden sey, welche eine andere Grundfläche in einer gegebenen Linie unter einem gegebenen Winkel schneidet.

F. 45. §. 123. Es sey ABC die erstere Grundfläche, welche die Tafel AT in der Grundlinie AC schneidet. Dieser ABC sey durch den Ort des Auges L die Fläche LT parallel, und also PT die zu der Grundfläche ABC gehörige Gränzlinie. Es schneide aber eine andere Fläche FED diese ABC in der Linie ED , deren Lage völlig bekannt ist, und es sey auch der Winkel bekannt, welchen diese zwei Flächen mit einander einschließen: zu dieser Fläche nun, welche die Tafel in EF schneidet, ist die Gränzlinie zu finden. Dieses zu erhalten, stelle man sich noch eine Fläche FDG vor, welche durch einen nach Belieben angenommenen Punkt D der Linie ED dergestalt gelegt sey, daß eben die ED dieser Fläche FDG perpendicular geworden. Dadurch werden die Winkel EDF , EDG beyde gerade, der Winkel FDG wird derjenige, welchen die Fläche FED mit der Grundfläche ABC einschließt, und zugleich derjenige, mit welchem sich die Linie FD gegen eben die Fläche ABC neiget, GD aber wird die Richtung eben dieses Winkels FDG . Da nun der Winkel bekannt ist, welchen die Flächen FED , ABC einschließen, so ist auch der Winkel FDG bekannt, und durch die Lage der ED wird der Winkel EGD ebenfalls gegeben.

§. 124. Soll nun die Gränzlinie zu der Fläche FED gefunden werden, so darf man nur in dieser Fläche zwei gerade Linien ziehen, welche einander unter einem beliebigen Winkel schneiden, und den Gränzpunkt zu einer jeden dieser Linien, und denjenigen, welche ihr parallel sind, ausmachen. Die gesuchte Gränzlinie wird durch diese zweien Gränzpunkte hindurch gehen, und kann also gezogen werden. Man nehme zu dem Ende DE und FD, welche die leichteste Arbeit geben. Denn da die Linie ED diejenige ist, in welcher die zwei Flächen FED, ABC einander schneiden, so liegt sie zugleich in der Grundfläche ABC; demnach fällt der Gränzpunkt zur DE und allen übrigen Linien, welche ihr in der Fläche ABC, oder FED, oder sonst, parallel laufen, in PT, die Gränzlinie zu der Fläche ABC, und kann in dieser Linie gefunden werden. Es ist aber auch gewiesen worden, wie der Gränzpunkt zur FD und allen übrigen Linien, welche ihr in der Fläche DEF oder sonst parallel laufen aus dem gegebenen Winkel FDG, und der Richtung dieses Winkels, zu finden sey. Wenn also auch dieser Gränzpunkt in der Tafel bemerkt ist, so ist nichts übrig, als daß man die gesuchte Gränzlinie durch diese zweien Punkte wirklich ziehe.

§. 125. Es sey ac die in der Fläche der Tafel F. 46. gezogene Grundlinie, zu der Fläche ABC, und pt die zu eben der Grundfläche ABC gehörige Gränzlinie, o sey der Augpunkt, und durch diesen pa der

F

ac

ac perpendicular, pl aber sey die Entfernung des Auges L von dem Punkt P. Ferner sey ae der AE in der vorigen Zeichnung gleich gemacht, und an ae der Winkel aed gesetzt worden, welcher dem AED eben der Zeichnung gleich sey. Wird nun lp' der de parallel gezogen, so ist p' der zu der Schneidungslinie de gehörige Gränzpunkt, durch welchen die gesuchte Gränzlinie gehen muß, und es ist nur übrig, auch den Gränzpunkt zur FD zu finden. Dieser zu der DF gehörige Gränzpunkt nun fällt immer in die nach Nothdurst verlängerte la, wenn FD der Fläche LPAB parallel ist, und diese Lage hat FD immer, wenn sie auf der Grundfläche ABC perpendicular stehet. Ist aber FD der Fläche LPAB nicht parallel, so fällt zwar der zur FD gehörige Gränzpunkt nicht in la, er kann aber nach der gegebenen Anweisung eben so wohl gefunden werden. Ist nun π dieser Gränzpunkt, so wird $\pi p'$ die verlangte Gränzlinie.

§. 126. Diese Art, die Gränzlinie zu der Fläche DEF zu finden, welche die ABC in einer gegebenen Linie DE unter einem ebenfalls gegebenen Winkel FDG schneidet, kann immer gebraucht werden, wenn die Gränzpunkte p' und π beyde zu haben sind. Es haben aber diese Punkte beyde in der gehörig erweiterten Tafel ihren bestimmten Ort, wenn keine der zwei Linien DE, DF derselben parallel lieget, und in diesem Fall ist auch der Punkt E in der Grundlinie AC immer gegeben.

Hat

Hat man aber diesen Punkt, und folgendes auch e , so kann man ferner in der Tafel die Linie zeichnen, in welcher sie von der Fläche DEF geschnitten wird, indem man nemlich durch e die ef der gefundenen Gränzlinie $\pi p'$ parallel macht, welche die Schneidungslinie seyn wird. So daß wenn nunmehr die nach Belieben erweiterte DEF als eine Grundfläche angesehen wird, ef die Grundlinie, $\pi p'$ aber die Gränzlinie, zu einer jeden in dieser Grundfläche verzeichneten Figur seyn wird.

S. 127. Will man sich also in den Stand setzen, eine in der Fläche DEF gezeichnete Figur, nach der oben gegebenen Anweisung, wirklich in der Tafel zu entwerfen, so ist nichts mehr übrig, als daß man auch den Winkel suche, welchen die neue Grundfläche DEF mit der Tafel einschließt. Gleichwie aber der Winkel LPA weder größer noch kleiner ist, als PAB: so ist auch der Winkel, welchen die Fläche DEF mit der Tafel einschließt, demjenigen nothwendig gleich, welchen die durch L der DEF parallel gelegte Fläche mit der Tafel macht, und diese Fläche schneidet die Tafel in der zur DEF gehörigen Gränzlinie. Dieser letztere Winkel kann also gefunden werden, wenn man nur in der Tafel aus dem Augpunkt o auf die richtig verzeichnete neue Gränzlinie $\pi p'$, die oq perpendicular fallen läßt, welche man auch bis an die neue Grundlinie in r verlängern kann, der sie ebenfalls perpendicular seyn wird. Denn wenn

§ 2

man

man diese oq für den Radius annimmt, so wird die Entfernung des Auges von dem Punkt o die Tangente des Winkels, welchen die Grundfläche DEF mit der Tafel einschließt, wie man gar leicht sieht, wenn man sich das Auge in der gehörigen Entfernung gerade über dem Punkt o des Papiers, und durch diesen Ort des Auges sich eine Fläche vorstellt, welche das Papier in der $\pi p'$ schneidet. Man kann also den verlangten Winkel durch die Zusammensetzung eines Dreyecks, in welchem ein rechter Winkel von den Seiten oq und der gegebenen Entfernung des Auges von o , eingeschlossen wird, leicht finden. Demnach wird der Durchschnitt, welcher herauskommt, wenn man die Tafel sowohl als die Grundfläche, vermittlest einer gerade auf die Tafel fallenden Fläche F.47. nach qr schneidet, gar leicht fertiget, indem man nur in einer nach Belieben angenommenen Linie die oq der vorigen oq , und die or der vorigen or gleich machet, durch o aber die lo der rq perpendicular setzet, welche lo der Entfernung des Auges von dem Punkt o gleich sey: alsdenn aber lq verknüpft, und dieser lq durch r die rn parallel ziehet. Es muß hiebey zugleich die Ordnung der mit den Buchstaben o , r , q bezeichneten Punkte beobachtet werden, damit man nicht anstatt eines spitzigen einen stumpfen, oder anstatt eines stumpfen einen spitzigen Winkel bekomme.

S. 128. Es kann aber auch die DF, welche in der Fläche DEF der DE perpendicular liegt, der
Tafel

Tafel parallel seyn, in welchem Fall der zu dieser Linie gehörige Gränzpunkt π ins unendliche fällt, und also in der Tafel nicht zu haben ist. Eben so kann auch DE der Tafel parallel laufen, da sie denn auch der AC parallel seyn wird. Nunmehr fällt sowohl e als p' ins unendliche, und keiner dieser Punkte kann in der Tafel angegeben werden. Diese Umstände erfordern eine besondere Betrachtung, weil die allgemeine Anweisung die zu der DEF gehörige Gränzlinie zu finden, sich bey denselben nicht anwenden läßt.

S. 129. Ist erstlich DF der 45. Fig. oder wie sie F. 48. hier gezeichnet ist, Df der Tafel parallel, nicht aber DE, wodurch der Punkt π ins unendliche fällt, p' aber in der zur Grundfläche ABC gehörigen Gränzlinie immer gefunden werden kann: so ist gewiesen worden, wie in diesem Fall der Winkel FEA zu finden sey, welchen eine in der Tafel der Df parallel laufende Linie FE mit der Grundlinie AC einschließt, und man kann hier immer diejenige FE annehmen, in welcher die Tafel von der Fläche DEF geschnitten wird, welche allerdings der Df parallel ist. Die Lage dieser Linie FE in der Tafel, wird durch den Winkel AEF gegeben, und da E in die Tafel fällt, so kann diese Linie EF immer gezogen werden. Sie ist die Grundlinie zu der Fläche DEF, wenn diese nunmehr als eine Grundfläche betrachtet wird, also läuft die Gränzlinie zu eben der Fläche DEF, derselben in der Tafel parallel,

und kann durch den Punkt p' gezogen werden. Alsdenn läßt sich das übrige, so noch zu dem Entwurf einer in der Fläche DEF gezeichneten Figur erfordert wird, eben so ausmachen, wie in dem Fall geschehen ist, da wir den Gränzpunkt π hatten.

S. 130. Ist zweitens DE der 45. Fig. der Tafel parallel, so wird sie auch der AC parallel, und wenn man, wie immer geschehen kann, D selbst in der F. 45. AB annimmt, so wird die DG, welche immer auf DE F. 49. perpendicularär ist, auch auf AC perpendicularär, und fällt ganz in BA, da denn dieser Fall einer von denen seyn wird, welche die 49ste Zeichnung vorstellt, in welcher die Linien De, AC, FE einander sämtlich parallel sind. Man siehet leicht, was dieses für Linien sind, und eben die Zeichnung weist für sich, wie der Gränzpunkt zur DE, in der nach Nothdurft verlängerten PA zu finden sey, durch welchen alsdenn die zu der Fläche EFD gehörige Gränzlinie der AC parallel gezogen werden muß. In diesem Fall ist der zur De gehörige Gränzpunkt p' unendlich weit von dem Punkt P in der Gränzlinie PT entfernt, weil die verlängerte De die AC niemals erreicht, folgendes kann auch die zu der Fläche EFD gehörige Grundlinie FE in der Tafel nicht anders gefunden werden, als wenn man einen Punkt, wie F, suchet, durch welchen die der AC parallel laufende FE hindurch geht. Es wird aber der Punkt F aus der gegebenen AD und den Winkeln FAD, ADF gar leicht gefunden, wenn

wenn die Summe dieser Winkel größer oder kleiner ist, als zween rechte Winkel, und man bekommt mit demselben zugleich den Winkel PFD, welchen die Fläche EFD mit der Tafel einschließt.

§. 131. Bleibt nun die Linie FE, und man wendet die Fläche EFD dergestalt um dieselbe, daß der Winkel AFD immer größer und größer, und also ADF kleiner wird, so nähert sich auch die zu der Fläche EFD gehörige Gränzlinie der PT, welcher sie parallel läuft, und wenn endlich der Winkel AFD so groß wird, daß er mit dem FAD zween rechte Winkel ausmacht, und also FD in Fd fällt, so wird Fd der LP parallel, und die Gränzlinie zu der Fläche EFD, welche nun ebenfalls der ABC parallel ist, fällt selbst in PT. Der Punkt F, durch welchen die Grundlinie zu dieser Fläche EFD hindurch gehet, wird nunmehr unmittelbar, oder aber durch die Entfernung dieser Fläche EFD von der ABC, gegeben, aus welcher und dem bekannten Winkel A die AF leicht zu finden ist.

§. 132. Bleibt aber die Schneidungslinie De, F. so, und es wird die Fläche EFD so lange um dieselbe gewendet, bis endlich DF der AP, und also auch die Fläche EFD der Tafel AT parallel wird, so entfernt sich auch der Punkt π ins unendliche, und es kann keiner von den beyden Punkten π , p' in der Tafel wirklich bemerkt werden. Demnach ist zu der Fläche DFE in dieser Lage keine Gränzlinie und keine Grundlinie zu haben. Indessen ist die De,

in welcher die Grundfläche ABC von dieser DFE geschnitten wird, gar leicht in der Tafel entworfen, und alsdenn macht eine Figur, die in der Fläche DFE in Ansehung dieser De ihre bekannte Lage hat, gar keine Schwierigkeit, wenn nur die AD gegeben ist, oder an deren statt OH, welche entsteht, indem man die aus L auf die Tafel gezogene Perpendicularlinie LO bis an die Fläche DFE verlängert. O ist alsdenn der Augpunkt.

F. 50. §. 133. Aus dieser Zeichnung siehet man zugleich, wie die Grundlinie AC und die Gränzlinie PT zu einer Fläche ABC zu finden sey, welche die Fläche EFD, die nunmehr als die zuerst angenommene Grundfläche betrachtet wird, unter einem gegebenen Winkel FDB schneidet, wenn diese DFE der Tafel parallel ist. OH, die Entfernung der Fläche DFE von der Tafel muß gegeben seyn, wie auch der Punkt H und die Richtung der De, so daß man dieser De in der Tafel eine Parallellinie zu ziehen wisse. Alsdenn bildet man in einer Beytafel den Winkel FDB, und ziehet in der Entfernung OH eine AP derselben parallel, so wird durch die Verlängerung der BD der Punkt A bestimmt. Man ziehet auch die HL der FD perpendicular, und machet in derselben OL gleich der Entfernung des Auges von dem Augpunkt O. Ferner macht man LP der AB parallel, und bestimmet dadurch den Punkt P. Ist dieses alles geschehen, und man hat in der Tafel eine Linie
mn

mn nach Belieben der De parallel gezogen, so F. 51.
 mache man oa dieser mn perpendicular, und gleich
 der gefundenen OA, wie auch $op = OP$, und
 $pl = PL$. Die Grundlinie zu der Fläche ABC
 wird durch a, und die Gränzlinie durch p der mn
 parallel laufen, folgendes werden diese Linien ac, pt
 beyde der al perpendicular seyn.

S. 134. Nunmehr ist fast alles gefunden, so
 zu dem Entwurf einer in der Fläche FED gezeich-
 neten Figur erfordert wird, wenn man nemlich
 diese FED als eine Grundfläche betrachtet, deren
 Grundlinie und die dazu gehörige Gränzlinie in
 der Tafel verzeichnet sind. Es ist übrig, daß wir
 auch die zu eben dieser Fläche gehörige LP in die
 Tafel bringen. Damit aber hat es keine Schwier-
 rigkeit. Es fällt diese LP in die verlängerte oq F. 52.
 und ist, wie man leicht siehet, die größte Seite
 eines rechtwinklichten Dreyecks, dessen eine Seite
 der oq, die andere aber der Entfernung des Auges
 von dem Punkt o gleich ist, oder die Secante des
 Winkels, welchen die Fläche FED mit der Tafel
 einschließt, zu dem Radius oq. Macht man also
 qλ dieser größten Seite, oder dieser Secante gleich,
 so wird auch der Punkt λ an seinen gehörigen Ort
 in der Tafel gesetzt, wie in der Fig. 52 geschehen ist,
 in welcher zugleich alles übrige erscheint, was in
 der 46sten Zeichnung vorgestellet wird. Es ist
 nemlich ae die erste Grundlinie, und pt die dazu
 gehörige Gränzlinie, LPQ der Winkel, welchen

die erstere Grundfläche mit der Tafel einschließt, o der Augpunkt in der Tafel, $PO = po$, und LO die Entfernung des Auges von dem Punkt o, also $pl = PL$. Ferner ist ed die Linie, in welcher die zweyte oder neue Grundfläche die vorige schneidet, in ihrer rechten Lage gegen ae, und p' der zu dieser ed gehörige Gränzpunkt, π aber der andere Gränzpunkt, der nemlich zu den Linien gehöret, welche in der neuen Grundfläche auf de perpendicular sind, also $\pi p'$ die zur neuen Grundfläche gehörige Gränzzlinie und ef die Grundlinie derselben. Durch den Augpunkt o ist oq auf die $\pi p'$ perpendicular gezogen, und OQ dieser oq gleich gemacht worden. Der Winkel LQO, welcher durch die beyden Linien OQ und OL gegeben wird, ist alsdenn derjenige, welchen die neue Grundfläche mit der Tafel einschließt, und QL ist die Entfernung des Auges von dem Punkt q der Tafel, so daß nachdem in der verlängerten oq die ql der QL gleich genommen worden, der Punkt λ der zu der Gränzzlinie $\pi p'$ in die Tafel gebrachte Ort des Auges ist, welcher bey der neuen Grundfläche eben die Dienste leistet, die l bey der erstern geleistet hatte.

S. 135. Hat man diese λ , so ist es leicht die $\lambda p'$ zu ziehen, welche der zu der Grundlinie ef in die Fläche der Tafel übertragenen Schneidungslinie parallel seyn muß, weil ep' die Vorstellung dieser Schneidungslinie ist, welche in dem Punkt e an die Tafel anläuft. Man siehet dieses
aus

aus den ersten Gründen. Denn gleichwie lp' der ed parallel ist, so muß auch ap' eben dieser Schneidungslinie parallel seyn, wenn dieselbe in die Fläche der Tafel dergestalt übergetragen wird, daß sie bey dem Punkt e mit der neuen Grundlinie ef den Winkel macht, welchen sie mit derselben wirklich einschließt; denjenigen nemlich, welcher in der Zeichnung, mit welcher wir diese Betrachtung angefangen haben, mit FED bemerkt ist. Es ist demnach leicht diese Linie eg in der Tafel wirklich zu ziehen, indem man nemlich den Winkel feg dem $ap'\pi$ gleich machet. Damit ist die ganze Vorbereitung fertig, und man kann eine jede in der neuen Grundfläche beschriebene Figur, deren Lage in Ansehung der Schneidungslinie eg bekannt ist, nach der gegebenen Anweisung entwerfen, und nachhero auf dieselbe ein Prisma, oder einen jeden andern aus Prismen bestehenden Körper setzen.

§. 136. Die ganze Arbeit kann denen, welche sich den Entwurf einzelner Körper völlig bekannt gemacht haben, durch ein einziges Beispiel klar genug gemacht werden, welches zugleich zeigen wird, daß öfters verschiedene der beygebrachten Sätze die Punkte geben können, deren man bey dem Entwurf benöthiget ist; wie wir dieses auch in dem vorhergehenden gesehen haben. Wir wollen zu diesem Beispiel einen der leichtesten Fälle nehmen, welcher in der Anwendung oft genug vorkommt, weil doch, nachdem die gehörige Vor-

berei-

bereitung nach der eben gegebenen Anweisung gemacht ist, die übrige Ausarbeitung völlig einerley ist.

F. 53. §. 137. Es sey ac die Grundlinie zu einer Grundfläche, welche der Tafel perpendicular ist, welche demnach die Horizontfläche vorstellen kann, wenn die Tafel vertical steht. o sey der Augpunkt, und ol die Entfernung des Auges von diesem Punkt, oder von der Tafel, demnach ot die Gränzlinie zu dieser und allen übrigen Grundflächen, welche derselben parallel liegen. Es werde aber die zuerst angenommene Grundfläche von einer andern Fläche in einer Linie geschnitten, welche mit der ac den Punkt e gemeinschaftlich hat, und mit derselben den Winkel aed einschließt, und diese zweyte Fläche stehe auf der ersten perpendicular. Wird nun durch l die lp' der ed parallel gezogen, so erhält man in der Gränzlinie ot den Punkt p' , welcher der Gränzpunkt zu der Schneidungsline ed und allen andern ist, die dieser ed parallel laufen. Der Punkt der vorigen Zeichnung π fällt hier ins unendliche; folgendes läuft die zu der neuen Grundfläche gehörige Gränzlinie durch den Punkt p' der lo parallel: ef aber, welche durch den Punkt e eben der lo parallel liegt, ist die zu eben der neuen Grundfläche gehörige Grundlinie.

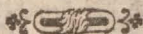
§. 138. Die Linie, welche durch den Augpunkt o der ef und folgendes auch der zu dieser Grundlinie gehörigen Gränzlinie perpendicular fällt,

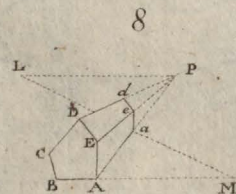
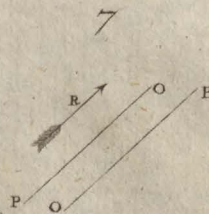
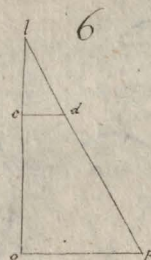
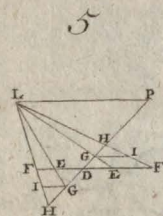
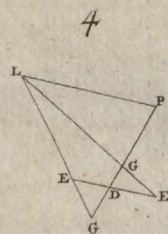
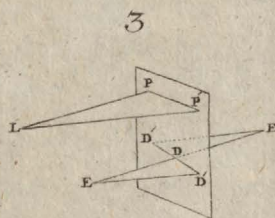
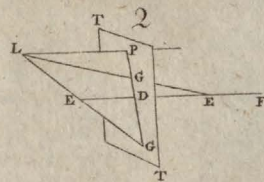
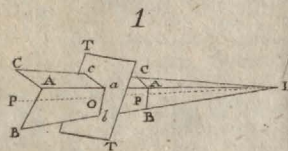
fällt, ist hier selbst die *ot*, welche man also verlängern, und in dieselbe *lp'*, die Entfernung des Auges von dem Punkt *p'*, von *p'* an tragen müßte, wenn der Punkt *λ* hier nöthig wäre. So aber siehet man leicht, daß die Linie, welche *λ* mit dem *p'* verknüpfen würde, hier ebenfalls in die *ot* fallen müsse, und daß also die bey der vorigen Zeichnung beschriebene *eg* hier selbst die *ec* seyn werde.

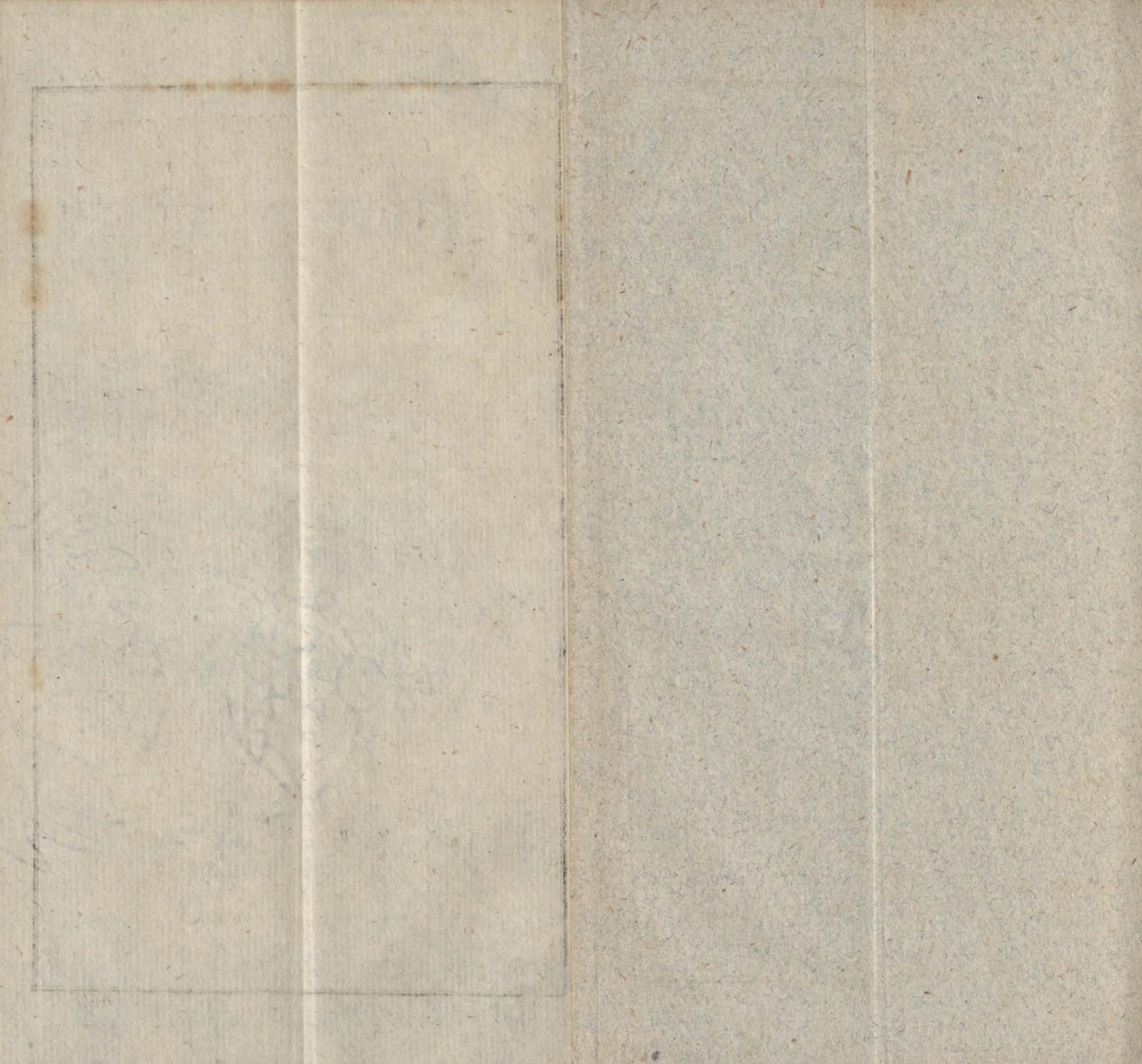
S. 139. Ist nun in der neuen Grundfläche ein Cirkel dergestalt beschrieben, daß er die vorige Grundfläche, und also auch die Linie *ec* in einem gegebenen Punkt *k* berührt: so kann derselbe zu der Grundlinie *ef*, zu der Gränzlinie *zp'* und zu dem Punkt *p'*, nach der bey dem zweyten Fall gegebenen Anweisung entworfen werden. Und wenn dieser Cirkel, dessen Entwurf man ist, die eine Grundfläche einer Walze abgiebt, so wird diese Walze nach der Anweisung des dritten Falls vollendet, wenn man nur den Gränzpunkt zu der Axe desselben, und der ihr parallel laufenden Linie hat. Nun sind zwar alle Gründe vorhanden, welche nach der gegebenen Anweisung zur Erfindung dieses Gränzpunkts nothwendig sind, und insbesondere ist *lp'o* oder *aed* der Winkel, welchen die neue Grundfläche mit der Tafel einschließt. Da aber hier von einer geraden Walze die Rede ist, deren Axe auf ihren Grundflächen senkrecht steht; so siehet man leicht, daß der Gränzpunkt zu dieser Axe zugleich der Gränzpunkt einer jeden

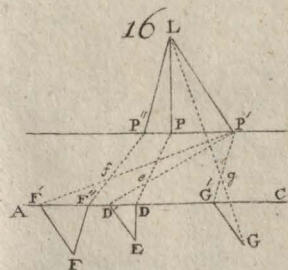
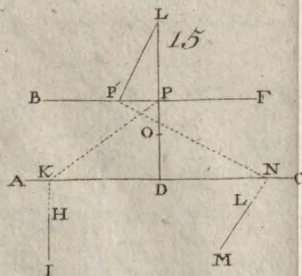
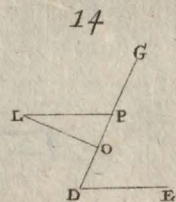
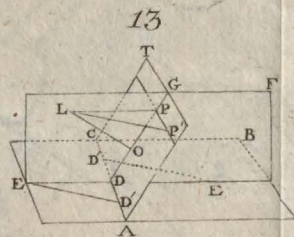
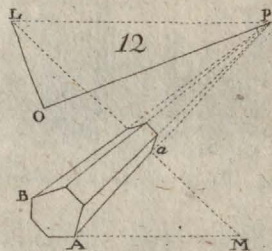
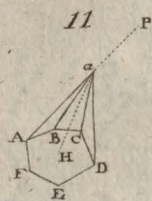
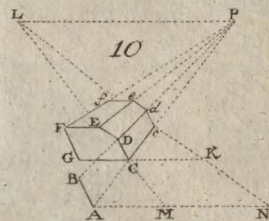
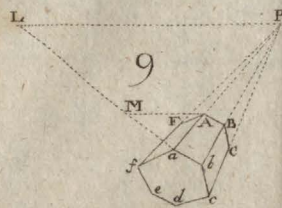
gera-

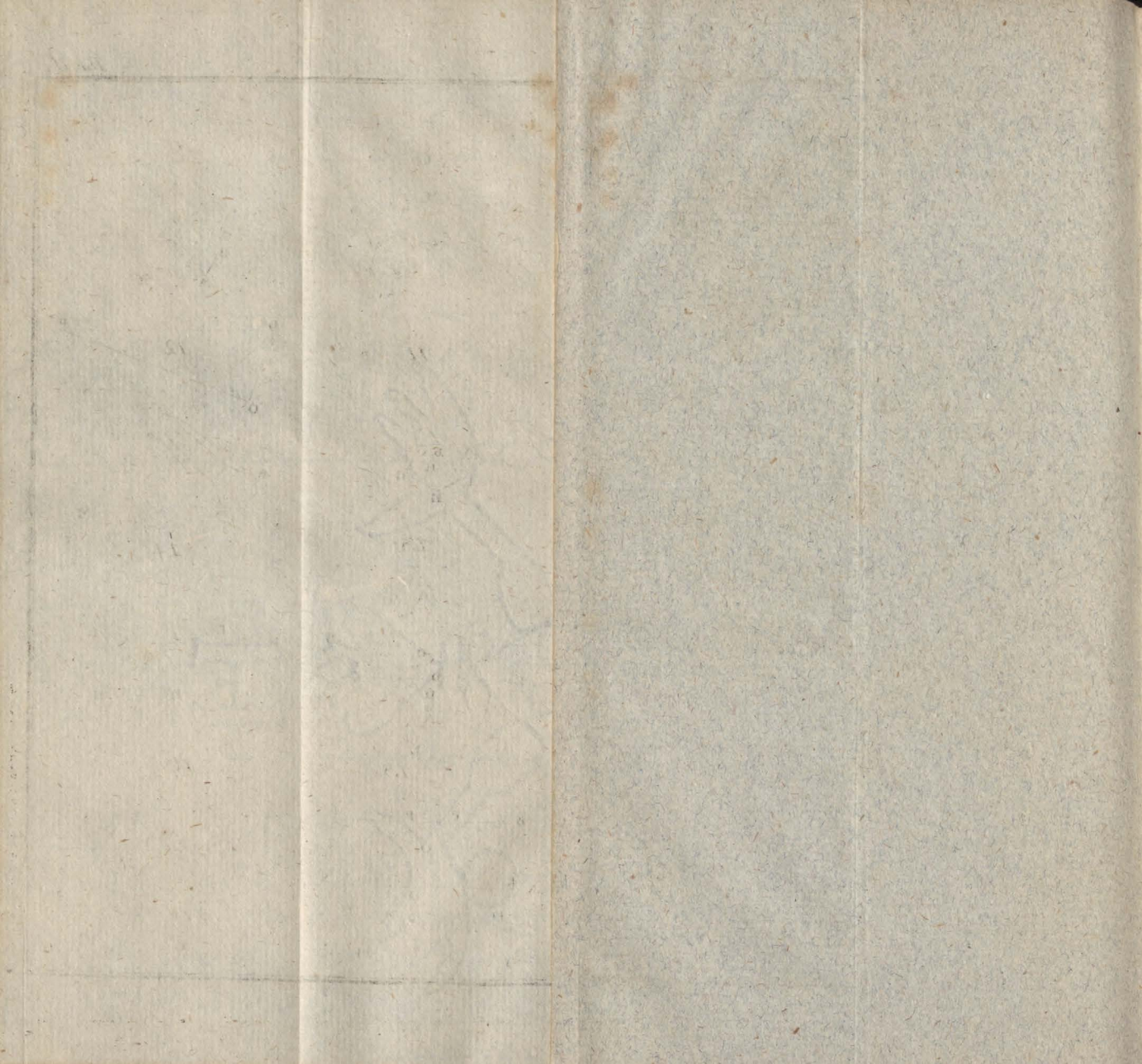
geraden Linie seyn werde, welche in der ersten Grundfläche der Schneidungslinie ed perpendicular ist, und daß also dieser Gränzpunkt in der ot gefunden werden könne, wenn man nur lp'' der lp' perpendicular macht. Es ist nemlich p'' dieser zur Ase der Walze gehörige Gränzpunkt. Die Länge der Ase selbst aber läßt sich aus verschiedenen der angezeigten Gründe entwerfen. Ist die Walze fertig, so ist nichts leichter, als das übrige dazu zu thun, was außer derselben in der Zeichnung erscheint, indem man sich der Grundlinie ac und der dazu gehörigen Punkte bedienet.

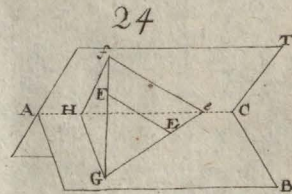
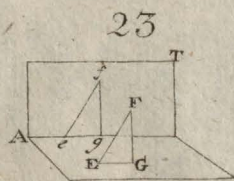
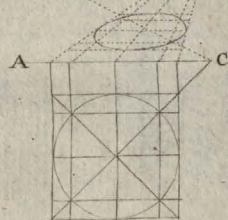
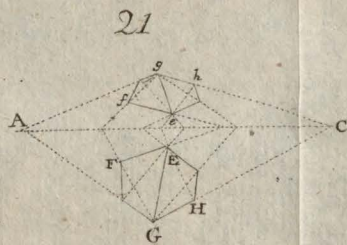
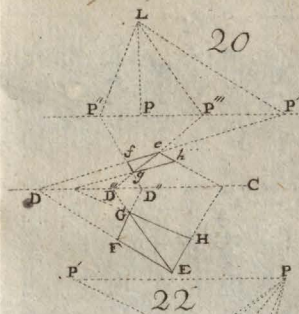
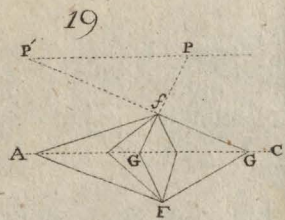
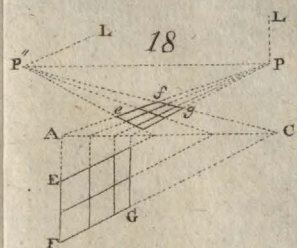
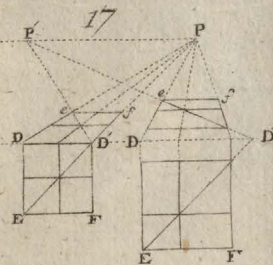


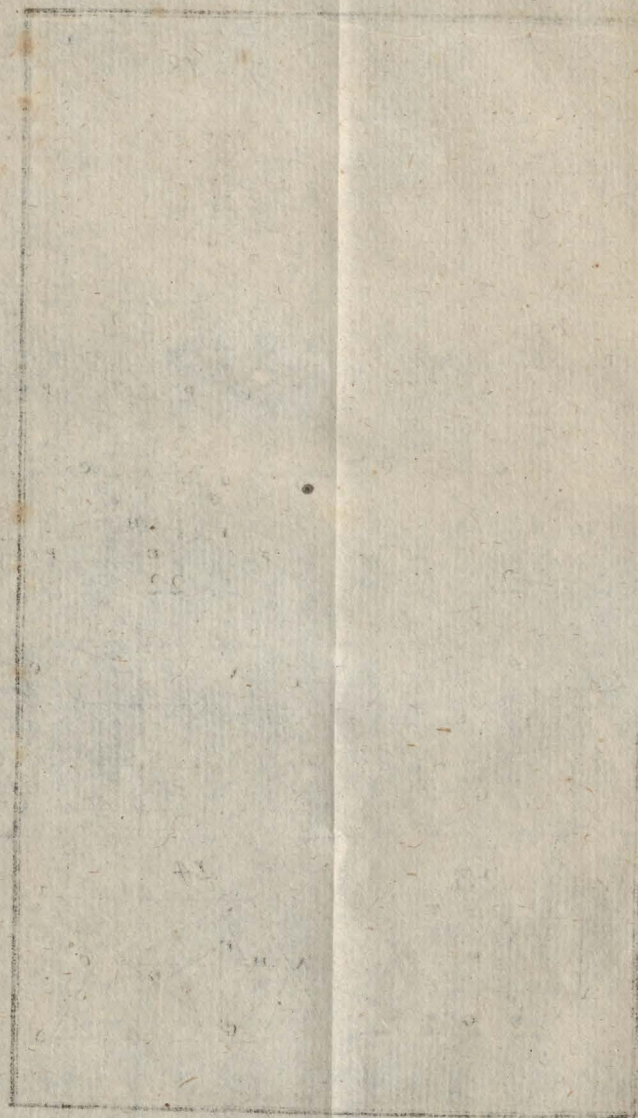


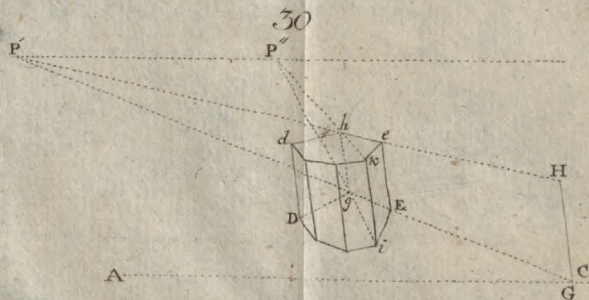
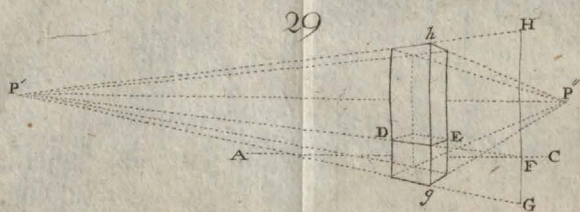
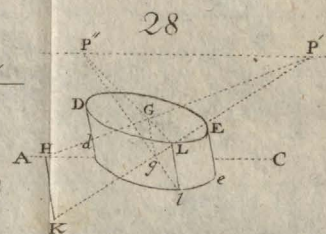
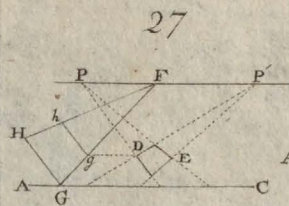
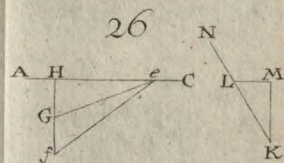
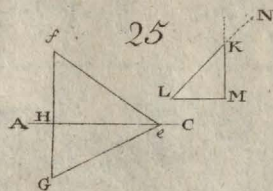


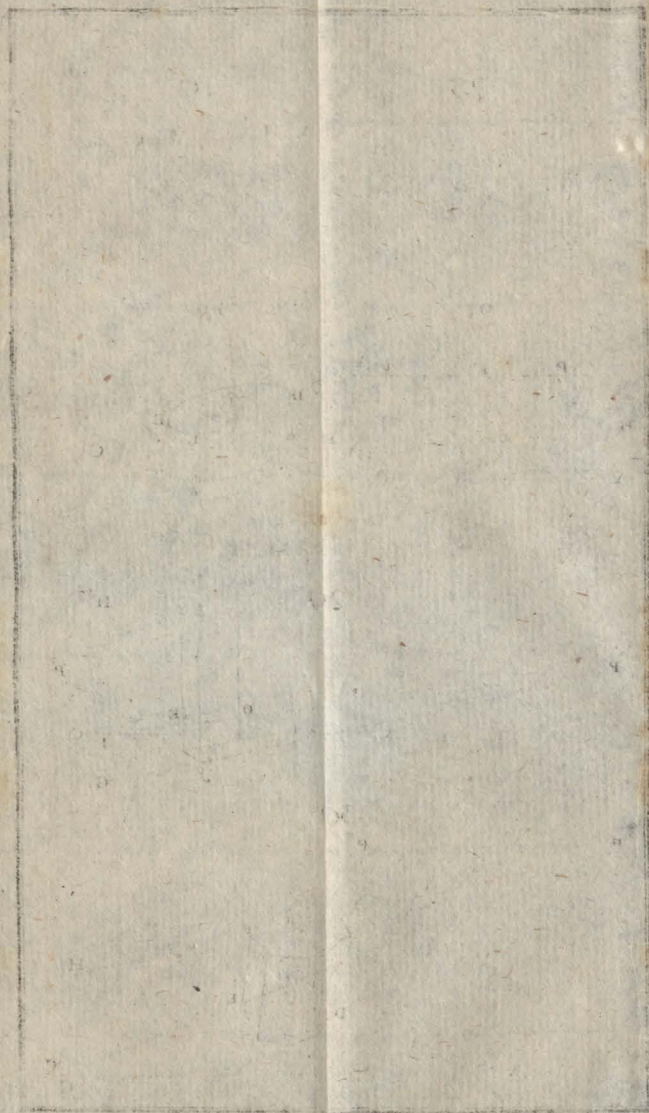




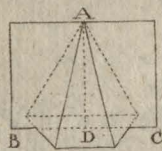




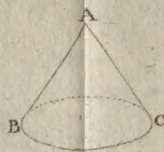




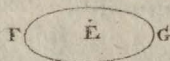
31



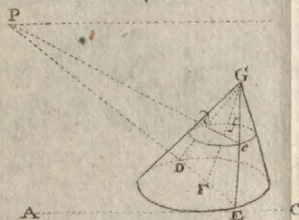
32



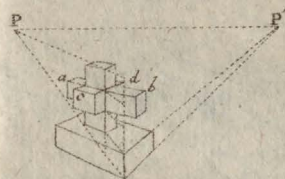
33



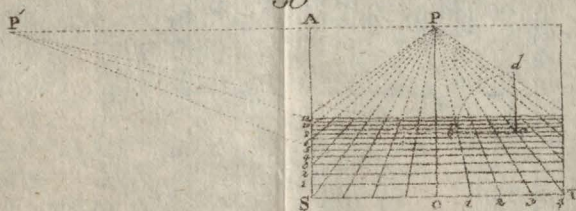
34



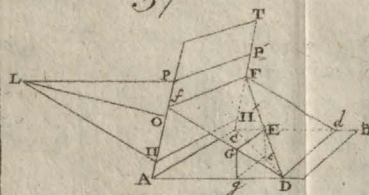
35



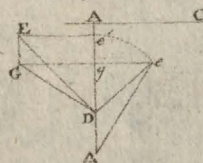
36



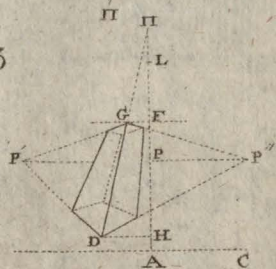
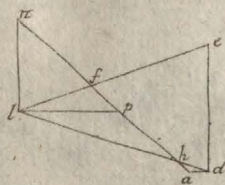
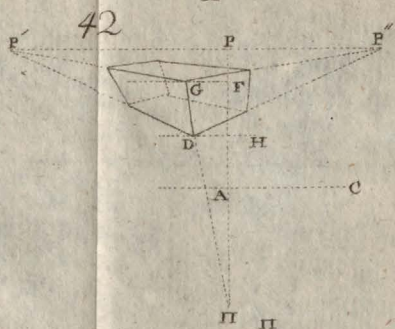
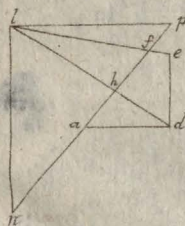
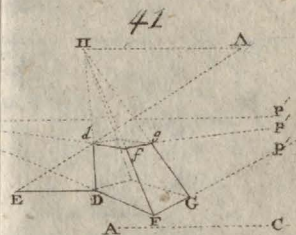
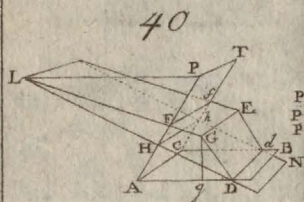
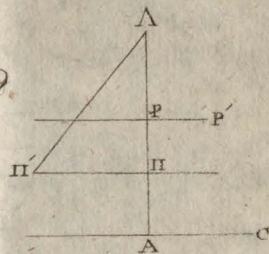
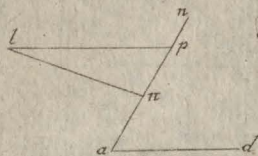
37

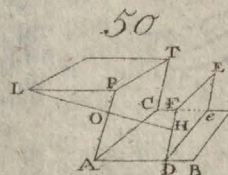
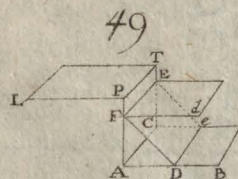
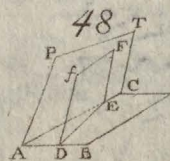
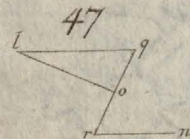
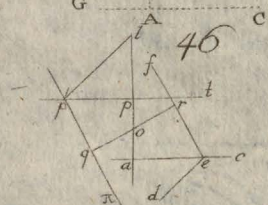
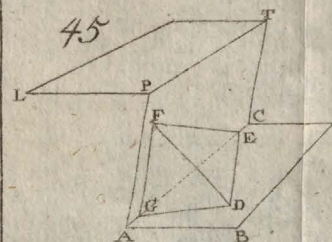
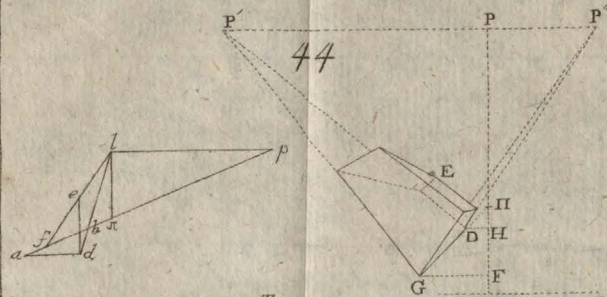


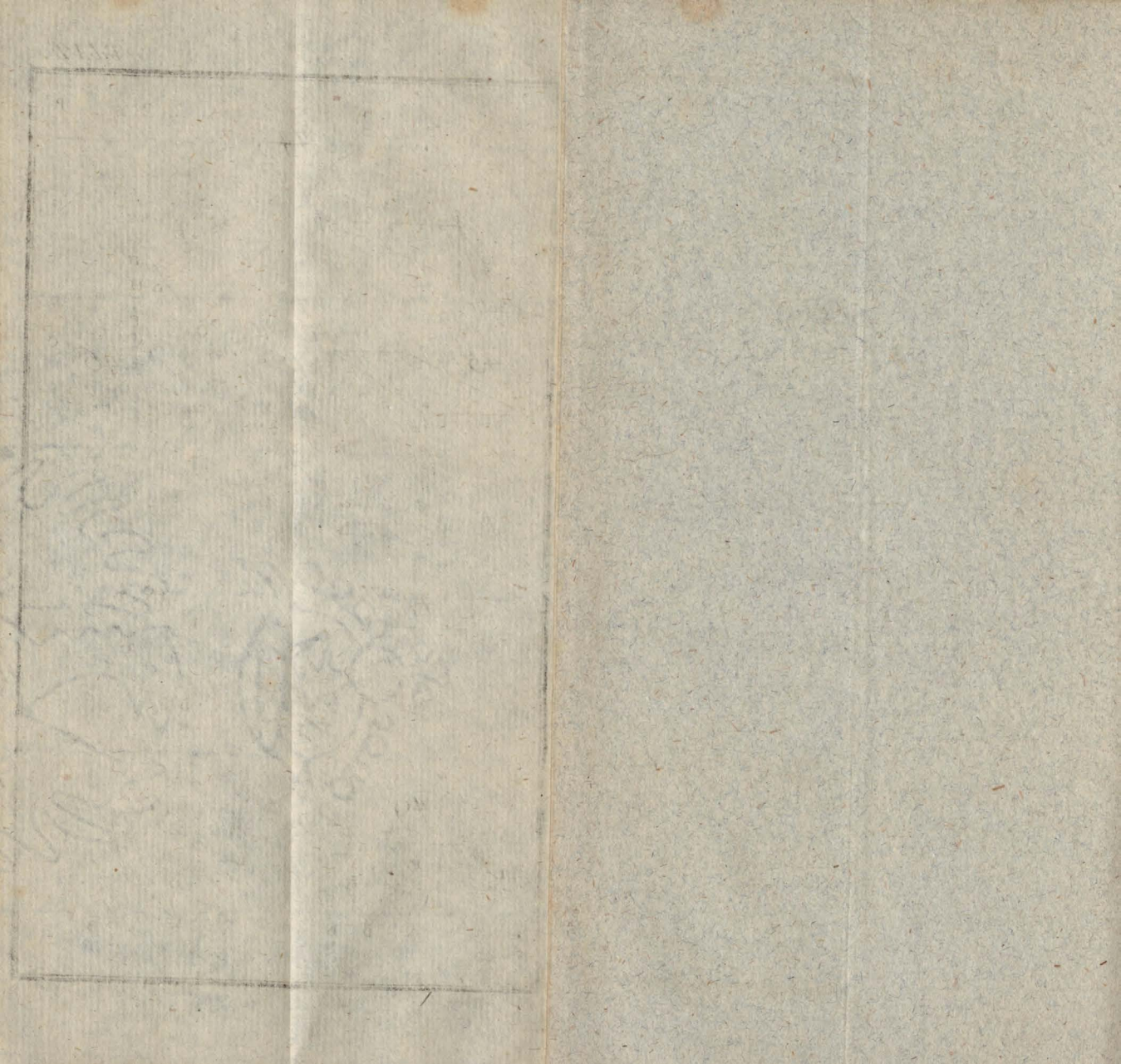
38



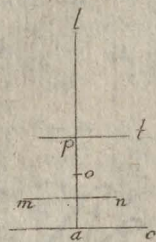




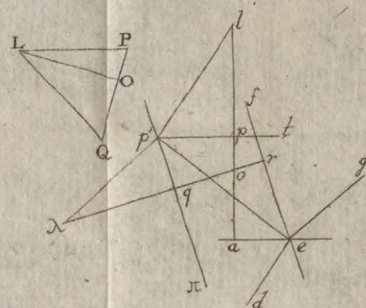




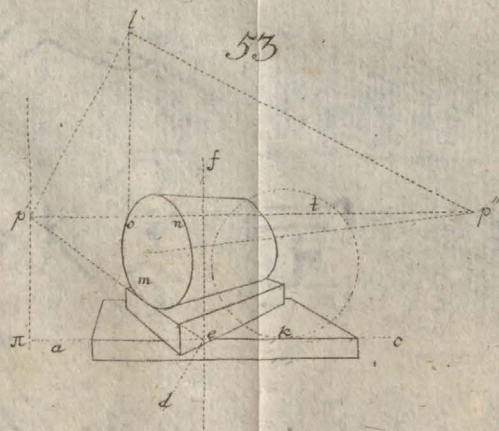
51



52



53









44

